

## РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИНЯТЫХ РЕШЕНИЙ

В.В. КРЮЧКОВСКИЙ, Д.В. ХОДАКОВ

Детально проанализированы процессы реализации принятых решений применительно к предприятию. Разработаны математические модели реализации принятых решений управления. Процессы подготовки, принятия и реализации принятых решений органически объединены в единый процесс, обеспечивающий одну целевую функцию — решение проблемы оптимального управления системой (объектом управления), что устраняет существовавший ранее разрыв между подготовкой, принятием решений и их реализацией.

### ВВЕДЕНИЕ

Современное состояние теории и практики принятия и исполнения решений, как основы интеллектуальной поддержки современной управленческой деятельности, характеризуется множеством различных направлений и концептуальных подходов [1–3]. Управленческие решения имеют важное значение в обеспечении нормального функционирования и развития предприятия.

Жизненный цикл принятия и реализации решений (ЖЦР) управления обобщенно может быть представлен состоящим из трех фаз, каждая из которых состоит из отдельных последовательных этапов (рис. 1) [4].



Рис. 1. Жизненный цикл подготовки принятия и реализации решений

Наименее исследованной фазой является фаза реализации. В то же время управление реализацией принятых решений является существенно необходимым, так как оно должно обеспечивать устойчивое развитие предприятия (фирмы, организации). Процессы исполнения решений органически входят в ЖЦР. Объединение в единое целое подготовки, принятия и реализации решений является эффективным методологическим подходом к проблеме принятия решений.

В качестве объекта управления рассматриваются процессы функционирования и развития предприятия, в которые поступают принятые решения. Каждое решение должно быть реализовано в заданный срок  $T_k$ . В зависимости от динамических свойств предприятия, как объекта управления, процесс реализации решения может развиваться по траекториям 2, 3 или 4, представленных на рис. 2.

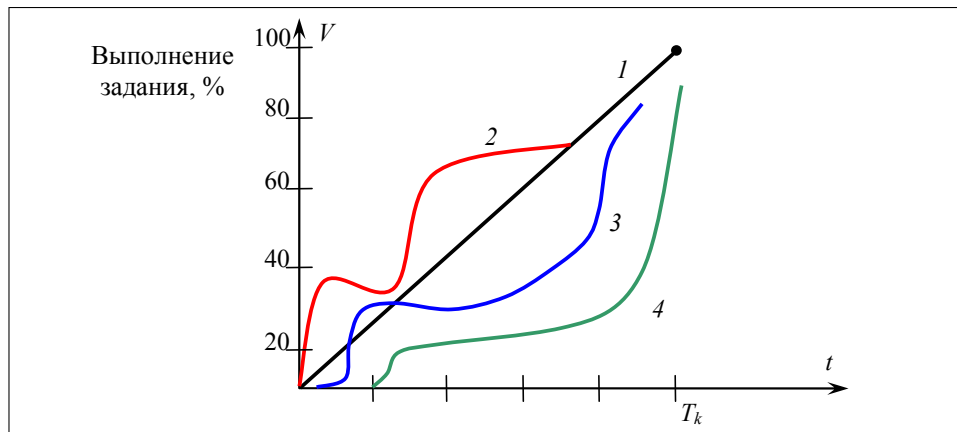


Рис. 2. Виды реализации решений

Желаемая траектория реализации представлена на рис. 2 прямой 1. Такой вид траектории свидетельствует о равномерном виде реализации. Фактически всегда существуют отклонения от равномерного вида реализации и поэтому возникает задача управления этим процессом. Необходимо периодически в течение времени  $t$  определенным образом воздействовать на объект.

Управление реализацией решений может осуществляться двумя способами: заданием уровня точности или контролем траектории в определенные, наперед заданные, моменты времени.

**Цель исследования.** Исполнение принятых решений коллективом или отдельным человеком всегда связано с принятием решения более низкого уровня. При этом реализация принятых решений часто задерживается из-за неготовности персонала предприятия к их выполнению. Использование инициатив и мотивации исполнителей может дать дополнительный положительный эффект к ожидаемым результатам принятого решения. Уровни принятия решения и реальных исполнительских действий связаны через систему обеспечения реализации принятых решений. Результаты исполнения решений сравниваются с ожидаемыми. Полученная информация является основой совершенствования процесса реализации принятых решений.

Для предприятия фаза реализации принятых решений имеет очень важное значение, ибо она обеспечивает управление устойчивым функционированием и развитием предприятия. Процессы реализации принятых решений органически входят в жизненный цикл принятия и реализации решений. Объединение в единое целое подготовку, принятие и реализацию принятых решений можно рассматривать как новый методологический подход к процессу интеллектуальной деятельности человека — разрешению возникающих проблем.

К сожалению, фаза реализации принятых решений является наименее исследованной, а иногда и вызывающей споры о целесообразности ее включения в ЖЦР. Поэтому целью данной работы является формализация управления реализацией решений контролем траектории в заданные моменты времени и заданием уровня точности. Формализация процессов принятия и реализации принятых решений во многом определяет перспективы развития автоматизированных информационно-управляющих систем, степень их эффективности и интеллектуализации.

### УПРАВЛЕНИЕ РЕАЛИЗАЦИЕЙ РЕШЕНИЙ КОНТРОЛЕМ ТРАЕКТОРИИ В ЗАДАННЫЕ МОМЕНТЫ ВРЕМЕНИ

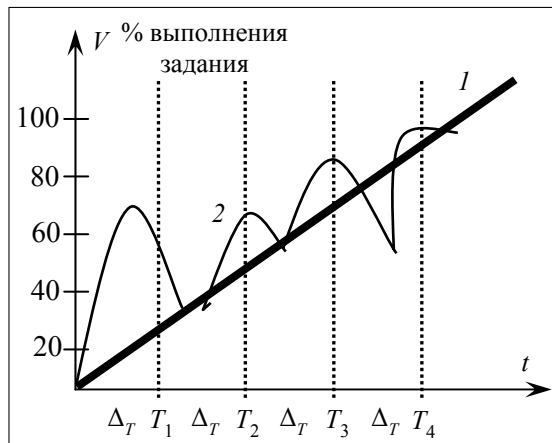


Рис. 3. Управление реализацией решений контролем в заданные моменты времени: 1 — желаемая траектория реализации решения; 2 — траектория реального выполнения решений

**Постановка задачи.** Пусть контроль хода траектории исполнения (реализации принятого решения) осуществляется через равные интервалы времени  $\Delta_T$  (рис. 3).

Время цикличности  $\Delta_T$  контроля, исходя из теории централизованного контроля, определяется динамическими характеристиками процесса реализации, требуемой точностью измерений и обработки информации [3, 4]:

$$\Delta_T = \frac{\Delta x}{\max\left(\frac{dx}{dt}\right)}, \quad (1)$$

где  $\Delta x$  — квант отсчета контролируемой величины (траектория реализации решения);  $\max\left(\frac{dx}{dt}\right)$  — максимальное значение скорости изменения контролируемой величины. Однако вычисление  $\Delta_T$  по выражению (1) приво-

дит к получению завышенной величины цикла контроля, что вызывает избыточно частые проверки [4, 6].

В данной работе принимается равномерная дискретизация, а точность воспроизведения оценивается среднеквадратичным отклонением в узловых точках. Таким образом, определение величины  $\Delta_T$  сводится к решению задачи о выборе рационального шага дискретизации непрерывного случайного параметра.

**Концепция решения.** Выбираем в качестве узловых точек такие, для которых среднеквадратичное отклонение будет наибольшим, гарантируя, таким образом, что при оценке точности в любых других узловых точках среднеквадратичное отклонение будет меньше. Предполагая, что дискретизации подлежит стационарная случайная функция времени, а продолжительность непрерывной функции значительно превосходит интервал дискретизации, определим среднеквадратичную ошибку воспроизведения как

$$\bar{\varepsilon}^2 = M[y(t_i) - x(t_i)]^2.$$

При ступенчатой аппроксимации воспроизводящая функция может быть записана в следующем виде:

$$y(t_i) = x(t_i - \Delta_T),$$

где  $\Delta_T$  — интервал дискретизации. Таким образом,

$$\bar{\varepsilon}^2 = M[x(t_i - \Delta_T) - x(t_i)]^2.$$

Раскрывая скобки учтем, что  $M[x^2(t_i)] = M[x^2(t_i - \Delta_T)] = B_{xx}(0)$ , а  $M[x(t_i)x(t_i - \Delta_T)] = B_{xx}(\Delta_T)$ , где  $B_{xx}(\tau)$  — корреляционная функция дискретизируемого сигнала  $x(t)$ . Вследствие четности  $B_{xx}(\tau)$  получим:

$$\bar{\varepsilon}^2 = 2[B_{xx}(0) - B_{xx}(\Delta_T)],$$

или

$$B_{xx}(\Delta_T) = B_{xx}(0) - \frac{\bar{\varepsilon}^2}{2}.$$

Таким образом, если известна корреляционная функция и задано максимально возможное значение среднеквадратичного отклонения  $\bar{\varepsilon}^2$ , то интервал дискретизации можно определить по отношению:

$$\Delta_T = B_{xx}^{-1} \left[ B_{xx}(0) - \frac{\bar{\varepsilon}^2}{2} \right],$$

где символом  $B_{xx}^{-1}$  обозначена функция, обратная корреляционной.

Определение интервала дискретизации в том случае, когда корреляционная функция задана графически, показано на рис. 4.

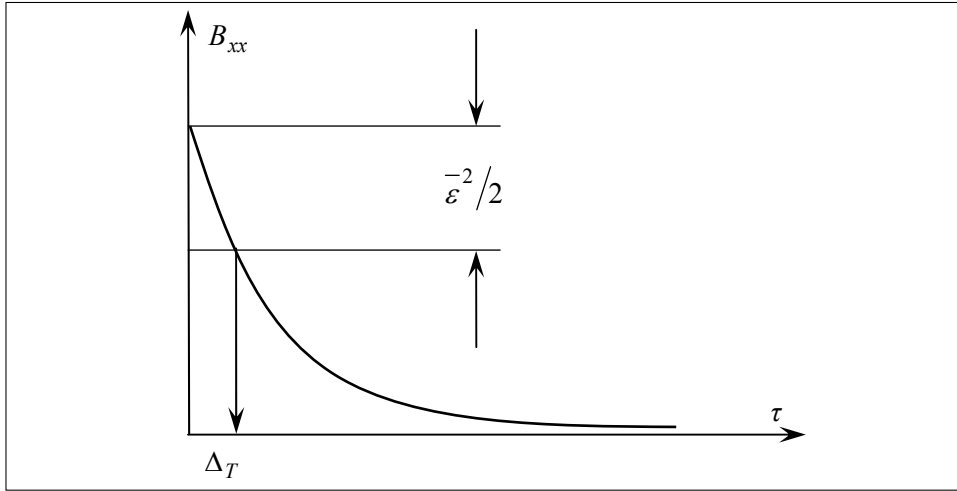


Рис. 4. Определение интервала дискретизации по корреляционной функции сигнала

Если предварительные данные о непрерывном процессе отсутствуют (корреляционная функция неизвестна), то для определения интервала дискретизации может быть использован прием, описанный в [7]. По некоторой реализации задается интервал дискретизации  $\Delta_T^*$  и находится среднеквадратичное отклонение:

$$\overline{\varepsilon_1^{*2}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ x \left[ t + (i+1)\Delta_T^* \right] - x(t - i\Delta_T^*) \right\}^2.$$

Далее определяется среднеквадратичное отклонение на том же отрезке при вдвое большем интервале дискретизации:

$$\overline{\varepsilon_2^{*2}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left\{ x \left[ t + (i+2)\Delta_T^* \right] - x(t - i\Delta_T^*) \right\}^2.$$

Таким же образом определяются  $\overline{\varepsilon_3^{*2}}, \overline{\varepsilon_4^{*2}}, \dots, \overline{\varepsilon_m^{*2}}$  — среднеквадратичные отклонения при интервалах дискретизации  $3\Delta_T^*, 4\Delta_T^*, \dots, m\Delta_T^*$ . Строится график зависимости  $\overline{\varepsilon_k^{*2}}$  от величины интервала дискретизации  $k\Delta_T^*$ .

Построенная зависимость стремится к пределу  $\overline{\varepsilon_\infty^{*2}}$ , соответствующему дисперсии непрерывной функции. Таким будет среднеквадратичное отклонение при выборе интервала дискретизации, превосходящего интервал корреляции (значения двух соседних отсчетов при этом статистически независимы). По допустимой величине среднеквадратичного отклонения  $\overline{\varepsilon_0^{*2}}$  находим по графику (рис. 5) допустимый интервал дискретизации.

При линейной аппроксимации воспроизводящая функция внутри интервала дискретизации определяется выражением:

$$y(t') = x(t_i) + [x(t_{i+1}) - x(t_i)] \frac{t' - t_i}{t_{i+1} - t_i}, \text{ где } t_i \leq t' \leq t_{i+1}.$$

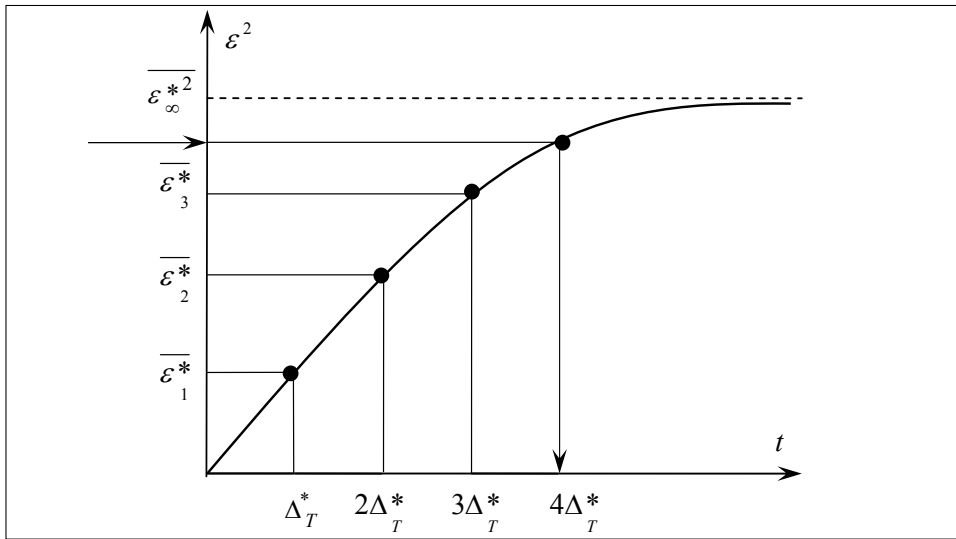


Рис. 5. Определение интервала дискретизации по среднеквадратичной ошибке

Обозначим  $\frac{t' - t_i}{t_{i+1} - t_i} = \frac{t' - t_i}{\Delta_T} = \chi$ . Тогда

$$y(t') = x(t_i) + [x(t_{i+1}) - x(t_i)]\chi = x(t_i)[1 - \chi] + \chi x(t_{i+1}).$$

Среднеквадратичная ошибка воспроизведения равна:

$$\overline{\varepsilon^2} = M[x(t') - y(t')]^2 = M[x(t') - x(t_i)(1 - \chi) - \chi x(t_{i+1})]^2.$$

Последние выражение в скобках возведем в квадрат. Принимая во внимание, что  $M[x(t_i)]^2 = B(0)$ ;  $M[x(t')x(t_i)] = B(t' - t_i) = B(\tau)$  и  $r(\Delta_T) = B(\Delta_T)/B(0)$  — нормированная корреляционная функция, а так же тот факт, что среднеквадратичная погрешность максимальна, если узловые точки выбрать в середине интервала, т.е.  $\chi = \frac{t' - t_i}{t_{i+1} - t_i} = \frac{1}{2}$ , среднеквадратичное

отклонение  $\varepsilon_{\max}^2$  запишется в виде:

$$\overline{\varepsilon_{\max}^2} = B(0) \left[ 1,5 - 2r\left(\frac{\Delta_T}{2}\right) + 0,5r(\Delta_T) \right].$$

Таким образом, для заданного значения среднеквадратичного отклонения  $\varepsilon_0^2$  выбранная величина интервала дискретизации  $\Delta_T$  должна подчиняться соотношению:

$$\varepsilon_0^2 \geq 1,5B(0) - 2B\left(\frac{\Delta_T}{2}\right) + 0,5B(\Delta_T). \quad (2)$$

## УПРАВЛЕНИЕ РЕАЛИЗАЦИЕЙ РЕШЕНИЙ ЗАДАНИЕМ УРОВНЯ ТОЧНОСТИ

**Постановка задачи.** В зависимости от динамических свойств организационно-технической системы как объекта управления принятое решение

реализуется таким образом, чтобы траектория реализации решения развивалась согласно намеченной цели.

Зададимся некоторым уровнем точности  $\delta$  — возможным отклонением от процесса реализации принятого решения. При достижении границ  $\pm\delta$  необходимо выработать управляющие воздействия. Графически это иллюстрируется на рис. 6 в моменты А, В, С, D, E.

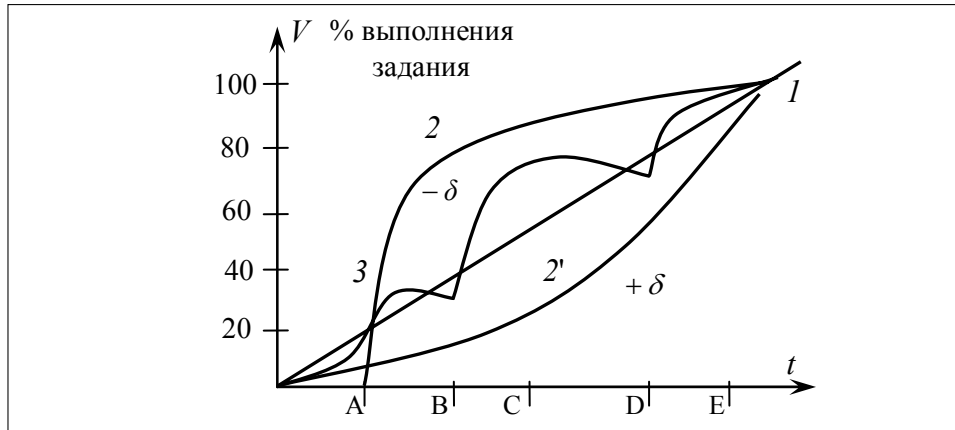


Рис. 6. Управление реализацией решений: 1 — желаемая траектория; 2 — траектория реального выполнения; 3 — управляемая траектория решений

Для реального управления процессами реализации решений необходимо знание траектории реализации решения. Для технических систем может быть получено аналитическое описание закона траектории, для управленческих решений, реализуемых людьми, для сложных организационных систем аналитическое определение законов траектории реализации решений является более сложной задачей. В этом случае используют накопление статистических данных. Для получения статистических данных в работе в качестве объекта исследования использовалось крупное производственное объединение, имеющее в своем составе разнородные структуры: административно-управленческий аппарат (АУА), служба здравоохранения, производственные цеха, научный отдел, транспортные цеха (подразделения), цех питания, РСУ, вспомогательные цеха и т.п.

Обработанные результаты наблюдений за ходом реализации управленческих решений представлены на рис. 7. Здесь по оси ординат отмечены объем выполняемого задания (решения) в относительных единицах, а по оси абсцисс — время в относительных единицах. В связи с этим вначале необходимо графическим моделям, представленным на рис. 7, дать математическое описание. Анализ графиков показывает, что их с определенной степенью точности можно аппроксимировать решениями дифференциального уравнения второго порядка

$$\ddot{X}(t) + a_1 \dot{X}(t) + a_0 X(t) = b, \quad (3)$$

где  $b = \text{const}$ , отображающая входное воздействие.

Ступенчатое воздействие в правой части выражения (3) выбрано потому, что решение этого уравнения может быть сведено к коэффициенту  $b$ , который характеризует процент выполнения решений в долях единицы (единица соответствует 100%).

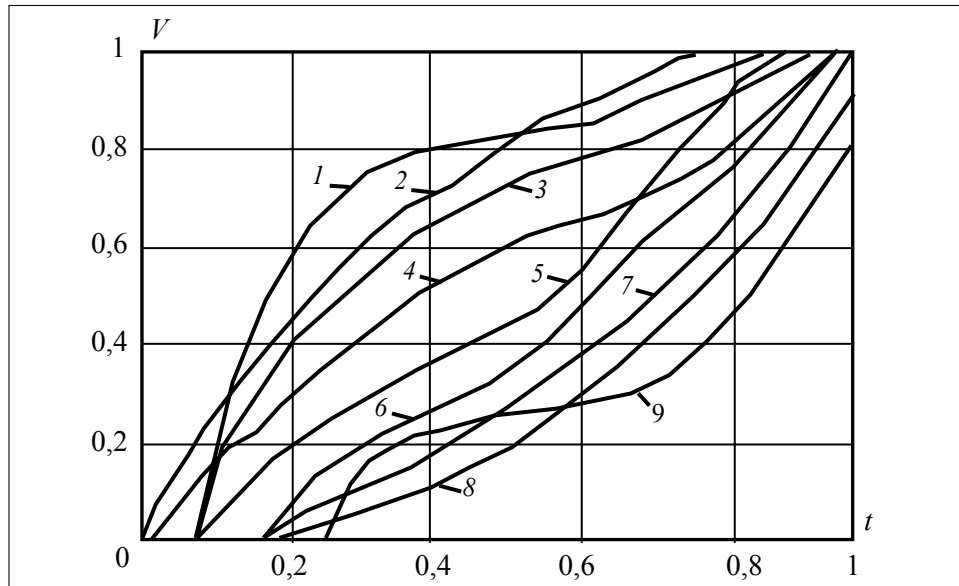


Рис. 7. Графики выполнения решений подразделениями крупной организации (предприятия): 1 — транспортные подразделения; 2 — АУА; 3 — строительные участки и подразделения; 4 — промышленные цеха; 5 — отдел здравоохранения; 6 — отделы торговли и общественного питания; 7 — научные подразделения; 8 — отдел маркетинга; 9 — учебные подразделения

**Концепция решения.** Если для выражения (3) принять начальные условия  $X(0) \approx X^0$  и  $\dot{X}(0) = \dot{X}^0$ , то получим решение в виде:

$$x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + \frac{b}{a_0}, \quad (4)$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — корни характеристического уравнения, а  $C_1, C_2$  определяются из начальных условий.

Экспериментальные кривые адекватны кривым вида (4) при действительных и отрицательных  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , то есть задача сводится к нахождению  $a_1, a_0, b$  таким образом, чтобы заданная кривая  $f(t)$  могла быть представлена как (4) и являлась, таким образом решением уравнения (3).

Кривую  $f(t)$  запишем в виде  $f(t) = y(t) + M$ , где  $M = \frac{b}{a_0} = \text{const}$ , установившееся значение, которое может быть определено, поэтому примем  $M$  известным. Для  $y(t)$  применим согласно (3) экспоненциальную аппроксимацию:

$$y(t) = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}. \quad (5)$$

$A_1, A_2, \lambda_1, \lambda_2$  можем определить, используя экспериментальные значения  $Y(0), Y(1), Y(2), Y(3)$ , которые обозначим соответственно  $y_0, y_1, y_2, y_3$ . Если будут найдены  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , будем рассматривать их в качестве корней характеристического уравнения  $\lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0$  для (3). На основании теоремы Виета



$$a_0 = \lambda_1 \lambda_2; \quad a_1 = -(\lambda_1 + \lambda_2). \quad (6)$$

Далее рассмотрим систему

$$\begin{cases} y_0 = A_1 + A_2; \\ y_1 = A_1 e^{\lambda_1} + A_2 e^{\lambda_2}; \\ y_2 = A_1 e^{2\lambda_1} + A_2 e^{2\lambda_2}; \\ y_3 = A_1 e^{3\lambda_1} + A_2 e^{3\lambda_2}. \end{cases} \quad (7)$$

Воспользуемся для решения системы уравнений (7) методом Прони. Определим коэффициенты разностного уравнения  $k$ -го порядка (с постоянными коэффициентами)

$$y_{m+2} + C_1 y_{m+1} + C_0 y_m = 0. \quad (8)$$

При этом заметим, что функция  $y_m = A_1 e^{\lambda_1 m} + A_2 e^{\lambda_2 m}$  будет удовлетворять уравнению (8), и тогда можно записать

$$\begin{cases} y_2 + C_1 y_1 + C_0 y_0 = 0, \\ y_3 + C_1 y_2 + C_0 y_1 = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Система уравнений (9) при  $\Delta = y_0 y_2 - y_1^2 \neq 0$  решается:

$$C_0 = \frac{-y_2^2 + y_1 y_3}{\Delta}; \quad C_1 = \frac{-y_0 y_3 + y_1 y_2}{\Delta}, \quad (10)$$

и если оказывается, что  $C_0$  и  $C_1$ , определяемые формулами (10), таковы, что характеристическое уравнение для выражения (8)

$$p^2 + C_1 p + C_0 = 0 \quad (11)$$

имеет действительные различные положительные корни  $p_1$  и  $p_2$ , то получим решение поставленной задачи:

$$\lambda_1 = \ln p_1 \quad \text{и} \quad \lambda_2 = \ln p_2.$$

Система (7) не всегда может иметь удовлетворяющее решение, так как еще требуется, чтобы  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  были отрицательными числами. Если решение (7) не приводит к цели, естественно, в этом случае необходимо использовать большую «экспериментальную выборку»  $\{y_m \mid m = \overline{1, n}\}$ . Рассмотрим пример, иллюстрирующий метод Прони для нахождения коэффициентов уравнения (3) (исходные данные для расчета сведены в таблицу):

**Таблица.** Исходные данные для нахождения коэффициентов управления (3)

$X$	0	1	2	3
$y_m$	$y_0 = 0$	$y_1 = 2,7005$	$y_2 = 2,9682$	$y_3 = 2,9964$

Определим по формулам (10)  $C_0 = 0,115$  и  $C_1 = -1,11$ . Значения  $C_0$  и  $C_1$  подставим в уравнение (11) и получим  $p^2 + 1,11p + 0,115 = 0$ .

Корнями данного уравнения будут  $p_1 = 0,9943$ ,  $p_2 = 0,1155$ . Значит

$$\lambda_1 = \ln 0,9943 = -0,0060; \quad \lambda_2 = \ln 0,1155 = -2,1638.$$

Используя выражение (6) находим  $a_0 = 0,129$ ;  $a_1 = 2,170$ . При  $M = 3$  получим  $b = 0,387$ .

Определив коэффициенты дифференциального уравнения второго порядка, можно получить динамическую модель выполнения решения уравнения.

Пусть в административно-управленческий аппарат поступает то или иное решение управления для реализации, являющееся ступенчатым воздействием на систему, и надо выполнить задание в срок  $\Delta t$ . В зависимости от динамических свойств организации как системы, процесс выполнения задания будет развиваться по траектории, которую можно представить в виде решения дифференциального уравнения так, как это показано на рис. 8. Желаемой траекторией выполнения решения управления является прямая 3. Могут быть отклонения от такого вида траектории и возникает задача управления этим процессом. Таким управляющим воздействием могут быть воздействия типа  $\delta$ -функции со знаком плюс или минус. Физический смысл подачи воздействий  $\delta$ -функции — это задание, установленное организации. Необходимо найти моменты приложения этих воздействий на интервале  $\Delta t$ .

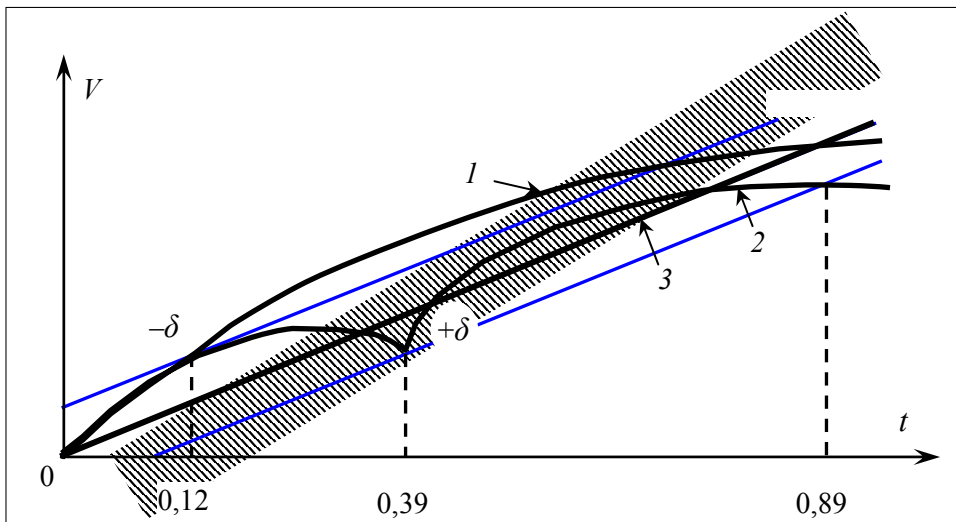


Рис. 8. Результаты синтеза оптимального контроля: 1 — траектория реального выполнения решений; 2 — траектория выполнения решения при оптимальном контроле; 3 — желаемая траектория выполнения решения

Управляющее воздействие  $u(t) = \pm\delta(t)$ , где  $\delta(t)$  — дельта-функция.

Задача для системы

$$\ddot{X} + a_1\dot{X} + a_0X = \pm\delta \quad (12)$$

состоит в выявлении последовательности подачи сигналов вида  $\pm\delta$  для того, чтобы

$$|X(t) - at| \leq \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  — зона нечувствительности на интервале времени  $[0, t_k]$ .

Уравнение, описывающее динамику объекта, представляется в виде

$$\ddot{X}(t) + a_1 \dot{X}(t) + a_0 X(t) = u(t). \quad (13)$$

Пусть в начальный момент времени  $t = 0$ ,  $X(0) = 2$ . Заменим  $Y = X - \alpha t$ . Система (13) примет вид:

$$\begin{cases} \dot{y} + a_1 (\dot{y} + \alpha) + a_0 (y + \alpha t) = \pm \delta, \\ y(0) = 2 - \alpha, \end{cases} \quad (14)$$

так как на уравнение (12) в начальный момент времени наложено условие  $X(0) = 2$ . От системы (14) можно перейти к эквивалентной системе

$$\dot{y} + a_1 (y + \alpha t) + a_0 \left( z + \frac{\alpha}{2} t^2 \right) \times \int_0^1 \delta(\tau) d\tau = u(t),$$

$u(t)$  принимает значения  $+1$  или  $-1$  (релейное управление). Причем, поскольку на вход системы в начальный момент времени подана  $\delta$ -функция, то  $u(0) = +1$ . Начальные условия для (15) имеют вид

$$y(0) = X(0), \quad z(0) = 0.$$

Представим систему (14) в матричном виде:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\alpha a_1 t - \frac{a_0 \alpha}{2} t^2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u. \quad (16)$$

Таким образом, задача оптимального по времени управления траекторией системы (13), где имеется в виду оптимальное по быстродействию возвращение ее на заданную прямую  $\alpha t$ , с помощью  $\delta$ -функции сводится к задаче оптимального по времени перехода системы с помощью релейных функций из текущего состояния

$$\begin{bmatrix} y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X(t) - \alpha t, \\ y(0) + \int_0^1 X(\tau) d\tau - \alpha \frac{t^2}{2} \end{bmatrix} \quad (17)$$

в начало координат.

Такая задача, являясь задачей синтеза оптимального по быстродействию управления, имеет решение в виде релейной функции, принимающей значение  $\pm 1$ . Знак управления зависит только от текущего состояния системы (16), а все пространство состояний системы разделено на две области: одна, в которой уравнение принимает значение  $+1$ , другая, в которой  $-1$ . Граница раздела этих областей называется поверхностью переключения, поскольку при переходе этой границы управление «переключается», т.е. меняет знак на противоположный. Поэтому, для того, чтобы синтезировать указанное оптимальное управление, необходимо выяснить, с какой стороны от поверхности переключения находится состояние (17) системы (16). Моменты переключения релейного управления системы (16), соответствуют моментам выхода на поверхность переключения.

Для линейной системы  $\dot{X} = A(t)X + bu + f(t)$  поверхность переключения имеет вид:

$$X = - \int_t^{t+\tau} e^{A(t-\tau)} b \operatorname{sgn}(W^1(\tau) e^{A(t-\tau)} b) d\tau - \int_t^{t+\tau} e^{A(t-\tau)} f(\tau) d\tau, \quad (18)$$

где  $\dot{X}$  — производная фазовых координат системы;  $X$  — вектор фазовых координат систем;  $A(t)$  — матрица параметров системы, зависящая от текущего времени;  $b$  — вектор-столбец;  $u$  — управление;  $f(\tau)$  — вектор единичного возмущающего воздействия;  $W^1(\tau)$  — релейная функция, аппроксимирующая поверхность переключения, связанная с релейно-линейным переключением;  $W^1(0)b=0$  — условие, принятое в теории релейно-линейного управления.

Поскольку для системы (16)

$$e^{A(t-\tau)} = e^{\begin{bmatrix} -a_1 & a_0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}(t-\tau)} = \begin{bmatrix} -a_1\alpha + a_0 - a_0\alpha \\ \alpha a_0 \end{bmatrix},$$

$$a_1 = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} [e^{\lambda_1(t-\tau)} - e^{\lambda_2(t-\tau)}], \quad a_0 = e^{\lambda_1(t-\tau)} - \lambda_1 a_1,$$

где

$$\lambda_1, \lambda_2 = -\frac{a_1}{2} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4} + a_0}$$

корни характеристического полинома, а векторы  $b$  и  $f(\tau)$  для формулы (16) имеют вид:

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad f(t) = \begin{bmatrix} -a_1\alpha\tau - \frac{a_0\alpha}{2}\tau^2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Следовательно, из формул (17) и (18) получаем выражение для поверхности переключения:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} &= - \int_t^{t+\tau} \begin{bmatrix} -a_1\alpha + a_0 \\ \alpha \end{bmatrix} \operatorname{sgn}\left(\frac{\tau}{\lambda_1 - \lambda_2}\right) d\tau - \\ &- \int_t^{t+\tau} \begin{bmatrix} -a_1\alpha + a_0 - a_0\alpha \\ \alpha a_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -a\alpha\tau - a_0\alpha\tau^2 \\ 0 \end{bmatrix} d\tau = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{a_1}{\lambda_1 - \lambda_2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \\ 1 \\ \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \end{bmatrix} (\Gamma(t+r, s) - \Gamma(t, s)) \quad (s = \pm 1, r \geq 0), \\ \Gamma(t, s) &= \left[ \frac{a_0\alpha}{2} e^{-\lambda r} \left( \frac{\tau^2}{\lambda_1} + \frac{2\tau}{\lambda_1^2} + \frac{2}{\lambda_1^3} \right) + a_1\alpha e^{-\lambda_1\tau} \left( \frac{\tau}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{s}{\lambda_1} e^{-\lambda_1\tau} \right) \right] + \end{aligned}$$

$$+ \left[ \frac{a_0 \alpha}{2} e^{-\lambda_2 t} \left( \frac{\tau^2}{\lambda_2} + \frac{2\tau}{\lambda_2^2} + \frac{2}{\lambda_2^3} \right) + a_1 \alpha e^{-\lambda_2 \tau} \left( \frac{\tau}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_2^2} - \frac{s}{\lambda_2} e^{\lambda_2 \tau} \right) \right].$$

Если переключения производить в момент пересечения фазовой траектории системы (16) с поверхностью переключения  $Q$ , то будет выход на «скользящий режим», поскольку текущее состояние (17) системы (16) постоянно «уходит» из начала координат. Это соответствует постоянному отклонению интегральной кривой системы (13) от заданной прямой  $\alpha t$  и для удержания его на нуле следует фактически постоянно изменять знак управления. Для системы же (13) требуется очень частая подача  $\delta$ -функции на ее вход. Целесообразно осуществлять переключения лишь в случае, когда

$$|X(t) - \alpha t| = |y(t)| > \varepsilon.$$

Произведен расчет по формуле (15) при  $a_1 = 1,5$ ;  $a_0 = 0,25$ ;  $\alpha = 0,1$ .

Получено, что на интервале  $t_k = 0,89$  требуется подача двух  $\delta$ -функций: 1) в момент времени  $t = 0,12$  –  $\delta$ -функция; 2) в момент времени  $t = 0,39$  –  $\delta$ -функция (рис. 8). Таким образом, для каждого предприятия, имеющего свой набор коэффициентов  $a_1, a_0$ , и, следовательно, и свою индивидуальную кривую выполнения заданий (интегральную кривую системы (13)), необходимо по формуле (19) рассчитать моменты контроля, т.е. моменты переключения управления системы, описываемой выражением (16), выполнения данного задания, обеспечивающего оптимальное управление процессом выполнения заданий ЖЦР.

Оптимальность управления выражается в минимально необходимой частоте контроля или управляющих воздействиях, с помощью которых обеспечивается процесс выполнения заданий с точностью  $\varepsilon$ . Если данные траектории будут друг от друга в пределах точности  $\varepsilon$ , отпадает необходимость в контрольных операциях. Повышая требовательность и ответственность к исполнителям, можно оценить результаты этой работы по индивидуальным траекториям исполнительской дисциплины. Чем выше частота контроля, тем слабее исполнительная дисциплина, и наоборот — чем частота ниже, тем лучше ведется работа по выполнению заданий.

## ВЫВОДЫ

Детально проанализированы процессы реализации принятых решений применительно к предприятию. Разработаны два вида моделей реализации принятых решений управления: основанные на контроле реализации в заданные моменты времени и основанные на выработке задания требуемого уровня точности.

Показано, что рассмотренные математические модели управления выполнением заданий могут быть использованы, если известны траектории выполнения этих заданий исполнителями (графики исполнительской дисциплины) и заданы возможные отклонения  $\delta$  от процесса реализации. Объединены в единый процесс управления процессы принятия и реализации решений, что обеспечивает единство целевой функции: решение в едином

цикле задач развития предприятия. Обеспечение такой непрерывности устраняет разрыв между принятием решений и реализацией этих решений. Объединение в единое целое подготовки, принятия решений и реализации принятых решений можно рассматривать как новый методологический подход к процессу реализации устойчивого развития предприятия.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Фатхутдинов Р.А.* Разработка управленческого решения. — М.: ЗАО «Бизнес-школа «Интел-Синтез»», 1977. — 208 с.
2. *Петров Э.Г., Новожилова М.В., Гребенюк И.В., Соколова Н.А.* Методы и средства принятия решений в социально-экономических и технических системах. — Херсон: ОЛДІ-плюс, 2003. — 380 с.
3. *Гатієнко Г.М., Снитюк В.Є.* Експертні технології прийняття рішень: монографія. — Київ: ТОВ «Маклаут», 2008. — 44 с.
4. *Reilly K.D.* Integrating knowledge acquisition methods // Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Men and Cybern., Atlanta, October 14–17. — 1986. — 1. — P. 557–562.
5. *Темников Ф.Е.* Теоретические основы информационной техники. — М.: Энергия, 1971. — 124 с.
6. *Шенброт И.М., Гинзбург М.Я.* Расчет точности систем централизованного контроля. — М.: Энергия, 1970. — 272 с.
7. *Ицкович Э.Л.* Определение необходимой частоты измерений при дискретном контроле // Автоматика и телемеханика. — 1961. — № 2. — С. 78–85.

Поступила 29.05.2009