

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ И ВЕРОЯТНОСТНАЯ ОЦЕНКА
ДОЛГОВЕЧНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ**

С.С. ФЕДИН

На основе методологии марковского анализа надежности предложен вероятностный подход к прогнозированию и оценке долговечности технических объектов. Разработана математическая модель прогнозирования долговечности с использованием статистических данных, характеризующих начальное и конечное распределение продолжительности срока службы технических объектов.

ВВЕДЕНИЕ

Актуальной задачей в области оценки и обеспечения эксплуатационной надежности технических объектов (ТО) является прогнозирование их долговечности. Теоретические основы решения этой задачи рассмотрены в работах А.С. Пронилова [1], Б.В. Гнеденко [2], Р. Барлоу [3] и многих других ученых. Прогнозирование долговечности позволяет получить вероятностные оценки ожидаемой продолжительности срока службы ТО для принятия обоснованных решений при установлении регламентов технического обслуживания и планового контроля ТО.

В соответствии с ДСТУ 2860-94 долговечность характеризует свойство объекта выполнять требуемые функции до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта [4]. Показателями долговечности являются: средний ресурс, гамма-процентный ресурс, средний срок службы и гамма-процентный срок службы. Для прогнозирования показателей долговечности в большинстве случаев применяются фактографические методы вероятностной оценки, основанные на априорной информации о характере статистического распределения исследуемой случайной величины, например, продолжительности срока службы ТО.

Одним из наиболее универсальных и эффективных методов вероятностной оценки долговечности ТО является разработка и применение математических моделей на основе методологии марковского анализа надежности. В соответствии с ДСТУ 2861-94 и ГОСТ Р 51901.15-2005 марковский анализ относится к аналитическим методам обеспечения надежности и применяется для оценки вероятностных характеристик ТО на этапе эксплуатации [5, 6]. Методы марковского анализа основаны на использовании диаграммы

состояний и переходов, применение которой позволяет моделировать зависимость изменения во времени показателей надежности ТО и является графическим представлением функционирования восстанавливаемого ТО. При этом ТО или система рассматривается как совокупность элементов, каждый из которых может существовать только в работоспособном или неработоспособном состоянии. Система в целом может существовать в различных состояниях, каждое из которых определяется определенной комбинацией работоспособного и неработоспособного состояний ее элементов. В момент отказа или восстановления элемента система последовательно переходит из одного состояния в другое.

Следует отметить, что методы марковского анализа позволяют графически отображать процесс отказов/восстановлений, который представляется в виде случайных переходов во времени от одного состояния к другому и могут применяться к ТО, в которых некоторые или все элементы являются невосстанавливаемыми [6].

Цель работы — разработка модели прогнозирования и вероятностной оценки долговечности ТО на основе методологии марковского анализа надежности.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Методология марковского анализа надежности позволяет разработать универсальную математическую модель, которая может быть применена для формализации динамики переходов ТО от состояния к состоянию. В большинстве случаев такую модель называют моделью дискретных состояний с непрерывным временем. В соответствии с этим способом представления изменения состояний ТО применяют метод анализа пространства состояний [6]. Анализ пространства используют при исследовании надежности систем с резервированием или систем, отказ которых зависит от последовательных событий, а также для систем со сложными стратегиями технического обслуживания, к которым относят приоритетное восстановление или проблемы организации очереди. При этом необходимо отметить, что такие классические методы анализа надежности как анализ дерева неисправностей или метод структурной схемы надежности не учитывают сложные стратегии технического обслуживания, например стратегию приоритетного восстановления. Применение методов марковского анализа позволяет реализовать возможность моделирования стратегий технического обслуживания ТО с учетом последовательности возникновения многократных отказов.

При разработке марковской модели прогнозирования долговечности ТО анализируемой величиной является износ, выраженный в процентах от предельно допустимого значения (предельного состояния). Допустимый диапазон значений этой величины делится на несколько интервалов, рассматриваемых как отдельные состояния, в каждом из которых с некоторой вероятностью находится ТО, последовательно переходя из одного состояния в другое. Количество состояний определяется желаемой точностью вероятностных оценок показателей долговечности.

Так, например, если для типового состояния системы выбрать 10%-й интервал дискретизации, то состоянию X_0 будет соответствовать интервал 0% – 10% износа, состоянию X_1 — интервал 10% – 20% износа и так далее. Состояние X_n будет характеризовать 100%-й износ.

Модель износа может быть представлена ориентированным графом, в котором при непрерывном времени и определенной интенсивности износа λ и/или интенсивности восстановления μ осуществляются случайные переходы из одного состояния в другое согласно направлениям дуг (рис. 1).

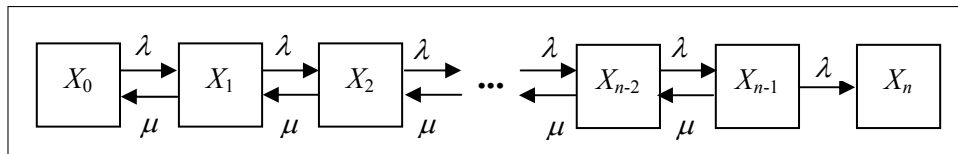


Рис. 1. Ориентированный граф: X_i ($i = 0, 1, 2, \dots, n$) — состояния; λ и μ — интенсивности потоков (λ — интенсивность износа; μ — интенсивность восстановления)

Фактически модель износа представляет собой конечную цепь из $n+1$ состояний, в которой переходы из состояния X_k ($k \neq 0, k \neq n$) возможны только в предшествующее X_{k-1} или последующее состояние X_{k+1} . Каждое состояние соответствует выбранному диапазону степеней износа ТО, выраженному в процентах от продолжительности срока службы ТО. Переход из состояния X_0 возможен только в состояние X_1 . Состояние X_n соответствует полному износу и не имеет выходов. Параметры λ характеризуют динамику износа ТО под воздействием среды. Параметры μ представляют способность ТО к восстановлению. Это свойство обычно не является необходимым, однако в общем случае для полноты модели его желательно учитывать. Поскольку состояния представляют собой диапазоны износа, выраженные в процентах от величины, измеряемой в единицах времени, интенсивности потоков λ и μ полагаются не зависящими от номера состояния. Математическое описание переходов между состояниями характеризует влияние среды на ТО с учетом следующих предположений:

- переходы между состояниями являются статистически независимыми событиями;
- интенсивность отказов λ и интенсивность восстановлений μ постоянны;
- вероятности перехода из одного состояния в другое в интервале времени Δt (при $\Delta t \rightarrow 0$) задаются в виде $\lambda \Delta t$ и/или $\mu \Delta t$.

Предполагается также, что для переходов между состояниями соответствующих каждой дуге графа, выполняются следующие два свойства пуассоновских потоков событий:

- ординарность (вероятность появления двух и более событий в течение малого интервала времени намного меньше, чем вероятность появления за это же время одного события);
- отсутствие последствия (количества событий, попадающих в два непересекающихся интервала времени, не зависят друг от друга).

Из сделанных предположений следует, что будущее состояние системы зависит только от существующего состояния, а не от того, как система оказалась в этом состоянии.

Динамика изменения во времени вероятностей нахождения системы в различных состояниях в соответствии с ориентированным графом (рис. 1) описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d p_0(t)}{dt} = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t); \\ \dots\dots\dots \\ \frac{d p_k(t)}{dt} = -(\lambda + \mu)p_k(t) + \lambda p_{k-1}(t) + \mu p_{k+1}(t) \quad (k = 1, 2, \dots, n-1); \\ \dots\dots\dots \\ \frac{d p_n(t)}{dt} = \lambda p_{n-1}(t). \end{array} \right.$$

Для нахождения вероятностей достижения указанных состояний необходимо выполнить интегрирование системы дифференциальных уравнений при начальных условиях:

$$p_0(0) = 1, \quad p_1(0), \dots, p_n(0); \quad \sum_{k=0}^n p_k(0) = 1,$$

а также с учетом нормализующего условия, которое должно выполняться в любой момент времени:

$$\sum_{k=0}^n p_k(t) = 1.$$

ПРОВЕДЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

При проведении имитационного вычислительного эксперимента предполагалось, что в момент начала эксплуатации ТО существует начальный износ, который описывается усеченным нормальным распределением с неотрицательным средним¹. Данное предположение обусловлено тем, что приемлемыми являются только значения износа ТО из диапазона от 0% до 100%. Для обеспечения равенства полной вероятности единице усеченное распределение нормируется [7]. Пример начального распределения износа ТО показан на рис. 2 в виде гистограммы.

В результате воздействия среды в течение определенного времени начальное распределение трансформируется в некоторое текущее распределение. При этом исходной информацией для получения вероятностных оценок являются статистические данные о продолжительности срока службы ТО, представленные на гистограмме (рис. 3).

¹ Параметры различных образцов одного и того же ТО могут отличаться из-за наличия производственных дефектов.

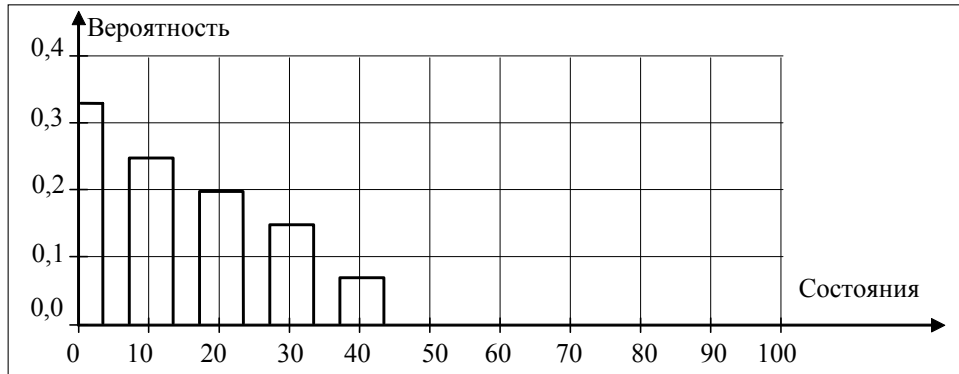


Рис. 2. Гистограмма распределения начального износа 100 однотипных ТО: ось абсцисс — состояния начального износа в %, ось ординат — вероятности нахождения ТО в определенном состоянии

За единицу измерения времени выбран час, а имитационная модель для исследования развития износа представлена цепью из 11-ти состояний, в которой каждому отдельному состоянию соответствует 10%-й интервал износа (рис. 1). Способность ТО к восстановлению в модели не рассмотрена. Динамика изменения во времени вероятностей нахождения ТО в 11-ти различных состояниях описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d p_0(t)}{dt} = -\lambda p_0(t), \\ \frac{d p_1(t)}{dt} = -\lambda p_1(t) + \lambda p_0(t), \\ \frac{d p_2(t)}{dt} = -\lambda p_2(t) + \lambda p_1(t), \\ \frac{d p_3(t)}{dt} = -\lambda p_3(t) + \lambda p_2(t), \\ \frac{d p_4(t)}{dt} = -\lambda p_4(t) + \lambda p_3(t), \\ \frac{d p_5(t)}{dt} = -\lambda p_5(t) + \lambda p_4(t), \\ \frac{d p_6(t)}{dt} = -\lambda p_6(t) + \lambda p_5(t), \\ \frac{d p_7(t)}{dt} = -\lambda p_7(t) + \lambda p_6(t), \\ \frac{d p_8(t)}{dt} = -\lambda p_8(t) + \lambda p_7(t), \\ \frac{d p_9(t)}{dt} = -\lambda p_9(t) + \lambda p_8(t), \\ \frac{d p_{10}(t)}{dt} = \lambda p_9(t). \end{array} \right. \quad (1)$$

Оценка параметров износа ТО сводится к вычислению интенсивности отказов λ . В качестве оценок свободного параметра λ используются значения, обеспечивающие наилучшее соответствие наблюдаемых и ожидаемых частот попадания в определенное состояние ТО в заданные моменты времени. Ожидаемая частота попадания в j -е состояние равна $p_j N$, где p_j — вероятность нахождения в этом состоянии, N — количество ТО в выборке.

Ожидаемые вероятности нахождения ТО в различных состояниях износа определены методом численного интегрирования системы дифференциальных уравнений (1)². Соответствующие наблюдаемые частоты F_j определены по распределениям продолжительностей сроков службы текущего распределения (рис. 3). Для нахождения оценки параметра интенсивности отказов λ применен метод минимума χ^2 , основанный на сравнении наблюдаемых и ожидаемых значений частотного распределения износа для выборки ТО объема N :

$$\chi^2 = \sum_{j=0}^n \frac{(F_j - p_j N)^2}{p_j N}.$$

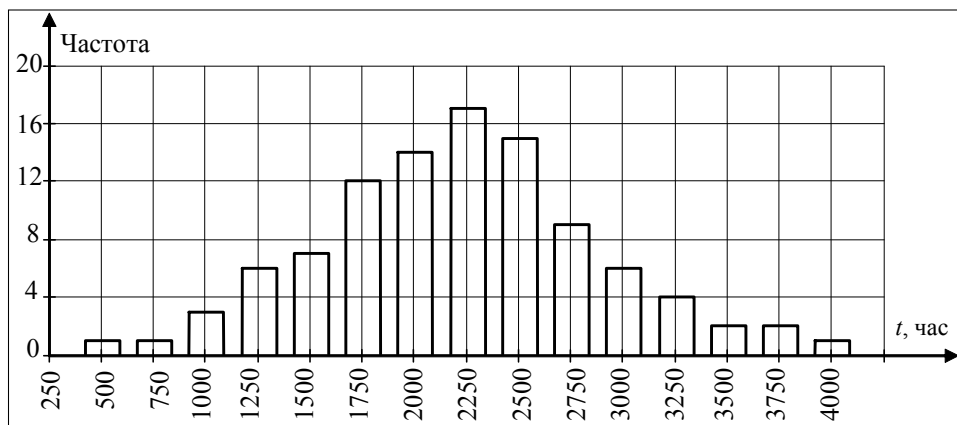


Рис. 3. Гистограмма наблюдаемых частот продолжительности срока службы 100 однотипных ТО

В результате проведенных расчетов установлено, что минимум χ^2 соответствует значению 8,069 при интенсивности отказов $\lambda = 0,00409$ (рис. 4).

Мера согласованности наблюдаемых и ожидаемых частот продолжительностей срока службы ТО определена в системе статистического анализа данных STATISTICA на основе уровня значимости, который характеризует вероятность превышения указанного значения статистики χ^2 и представляет оцененную меру уверенности в достоверности полученного результата (таблица).

² Применялся метод Рунге-Кутты 2-го порядка, реализованный в универсальной системе математического моделирования MathCAD.

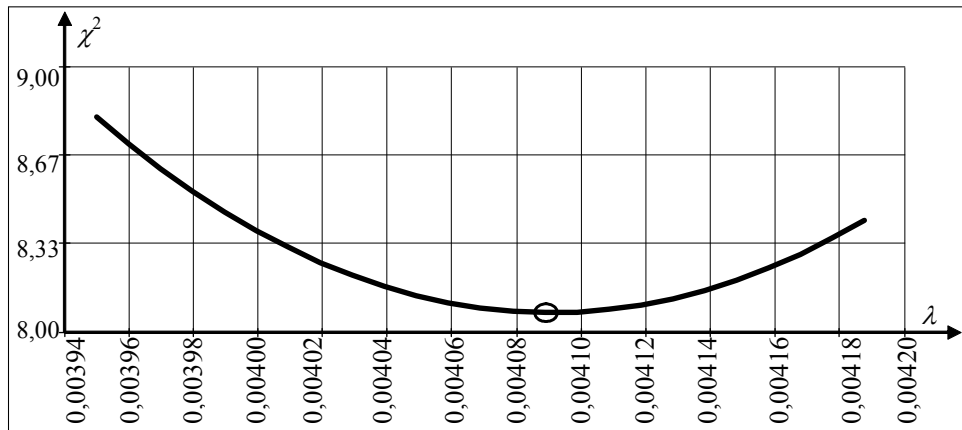


Рис. 4. График значений критерия χ^2 в зависимости от интенсивности отказов λ

Таблица. Мера согласованности и оценки параметров модели прогнозирования долговечности ТО

Модель	Статистика, χ^2	Количество степеней свободы, (df)	Уровень значимости, p	Интенсивность отказов, λ	Среднее время 10%-го износа, $T_{ср} = 1/\lambda$, час
Начальный износ ТО с нулевым средним	8,069	14	0,885	0,00409	244

Гистограмма прогнозируемых частот продолжительностей сроков службы 100 однотипных ТО показана на рис. 5.

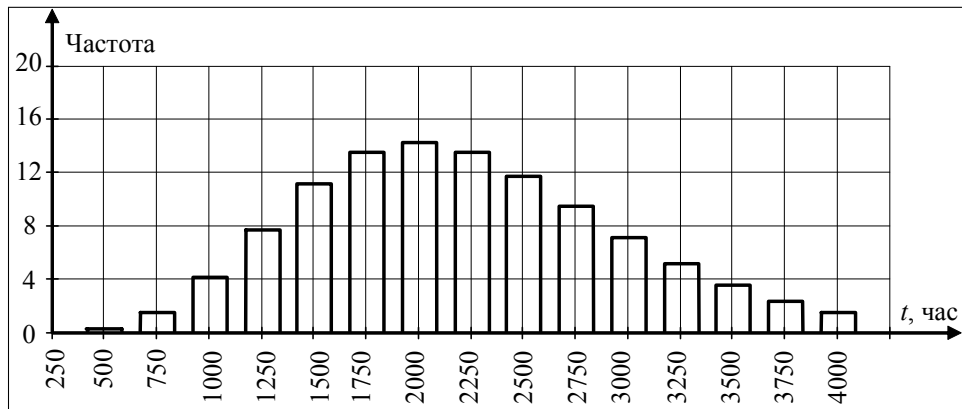


Рис. 5. Прогнозируемые частоты продолжительностей срока службы 100 однотипных ТО

На рис. 6 показаны графики вероятностей нахождения ТО в состояниях 0–10%, 10%–20%, 20%–30% износа, а также график 100%-го износа, применение которого позволяет прогнозировать ожидаемый срок службы ТО.

В качестве конечного результата получены сводные вероятностные графики, позволяющие принимать обоснованные решения относительно регламентов технического обслуживания и планового контроля ТО (рис. 7).

Сводные графики представляют суммарные вероятности продолжительности срока службы при достижении ТО состояний 50%, 70% и 90% износа от предельного состояния.

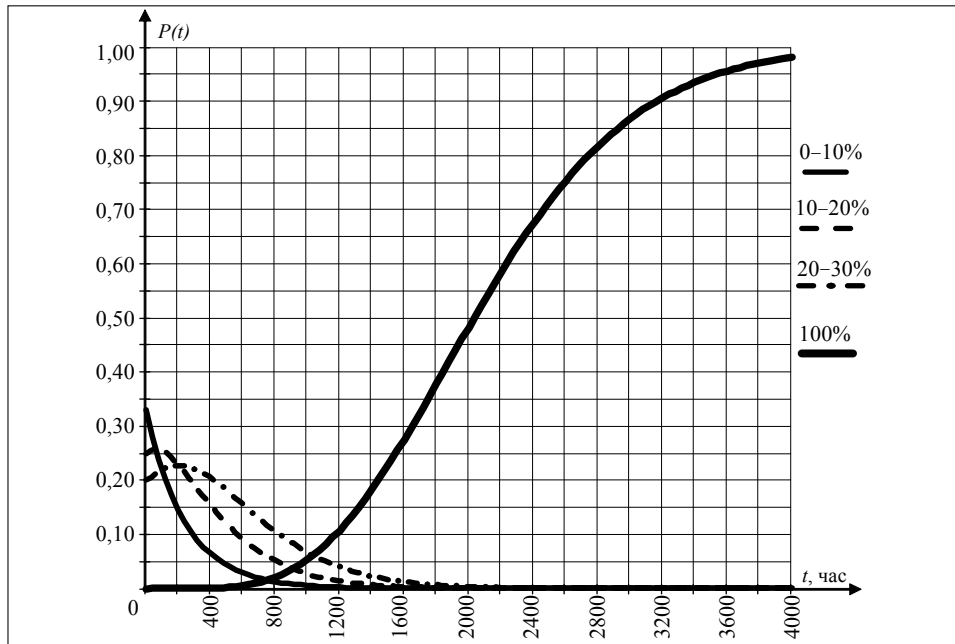


Рис. 6. Вероятности $P(t)$ нахождения ТО внутри указанных интервалов износа как функции времени

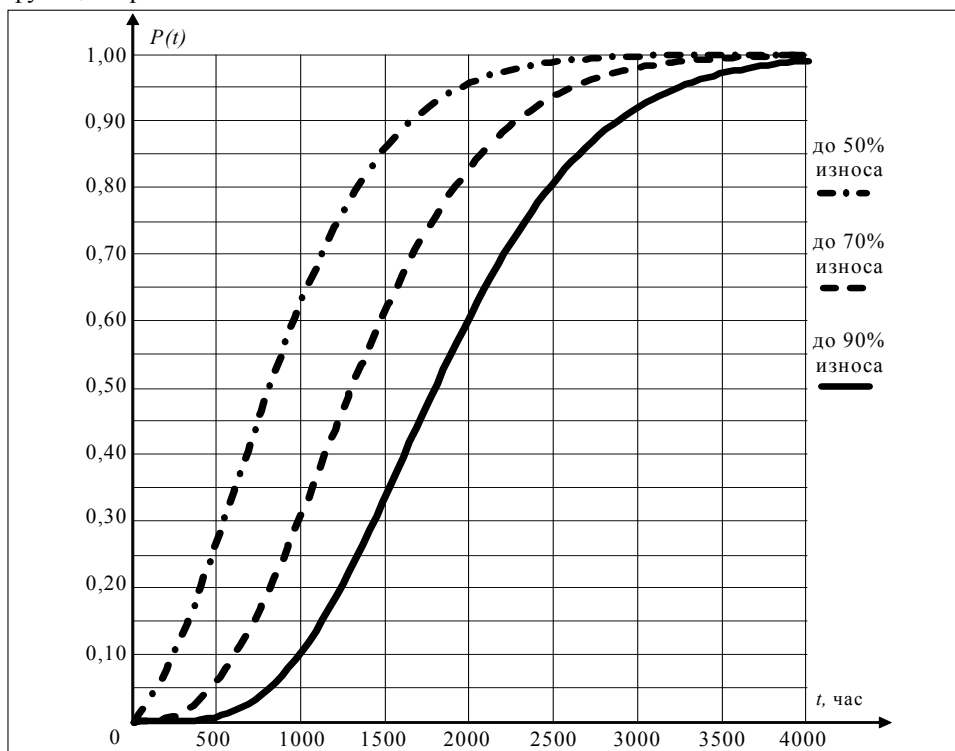


Рис. 7. Вероятности $P(t)$ долговечности изделий при достижении ТО состояний 50%, 70% и 90% износа как функции времени

Применение вероятностных графиков позволяет утверждать, что с вероятностью $P(t) = 0,95$ продолжительность срока службы ТО составит 2000 часов, 2660 часов и 3300 часов при достижении ТО состояний 50%, 70% и 90% износа соответственно.

ВЫВОДЫ

На основе теории цепей Маркова с дискретными состояниями и непрерывным временем разработана математическая модель прогнозирования и вероятностной оценки долговечности ТО, идентификация параметров которой осуществлена с использованием метода минимума χ^2 .

Достоверность полученных результатов прогнозирования подтверждена статистической оценкой меры согласованности наблюдаемых и прогнозируемых частот продолжительностей срока службы ТО.

Представленный подход может быть эффективно применен на этапе эксплуатации ТО и является инструментом для принятия обоснованных решений относительно регламентов технического обслуживания и планового контроля ТО.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Надежность и долговечность машин и оборудования. Опыт и теоретические исследования* / Под ред. А.С. Проникова. — М.: Издательство стандартов, 1972. — 315 с.
2. *Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д.* Математические методы в теории надежности. — М.: Наука, 1965. — 524 с.
3. *Барлоу Р., Прошан Ф.* Статистическая теория надежности и испытания на безотказность. — М.: Наука, 1985. — 327 с.
4. *ДСТУ 2860-94.* Надійність техніки. Терміни та визначення. Чинний від 01.01.96. — Київ: Держстандарт України, 1994. — 90 с.
5. *ДСТУ 2861-94.* Надійність техніки. Аналіз надійності. Основні положення. Чинний від 08.12.94. — Київ: Держстандарт України, 1994. — 32 с.
6. *ГОСТ Р 51901.15-2005.* Менеджмент риска. Применение марковских методов. Введ. 01.02.2006. — М.: Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии, 2005. — 16 с.
7. *Матвеевский В.Р.* Надежность технических систем. Учебное пособие. — М.: Московский государственный институт электроники и математики, 2002. — 113 с.

Поступила 10.12.2009