

## **ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ОБЛИКА ЭЛЕМЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНЫХ ДАННЫХ ОБ АНАЛОГАХ**

**Е.М. УГРЮМОВА, А.А. ТРОНЧУК, В.Е. АФАНАСЬЕВСКАЯ**

Предложены методология и компьютерная система поддержки принятия решений для формирования облика элементов технических систем. Осуществлено построение формальных математических моделей систем с помощью обучаемых искусственных нейронных сетей. Определены управляющие переменные, соответствующие желаемым критериям качества на основе применения эволюционного метода с регуляризацией.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Современный этап развития сложных технических систем (СТС) характеризуется значительным усложнением самой техники и соответственно большими абсолютными затратами времени и ресурсов на их проектирование и создание. Снижение риска появления ошибок разработчиков, особенно на начальных этапах создания СТС, которые могут приводить к неоправданным затратам, возможно за счет внедрения в практику проектирования СТС современных методов и средств информационной технологии решения задач системной оптимизации.

Под техническим обликом систем обычно понимается набор оптимальных в заданном смысле характеристик (параметров) систем для решения отдельных расчетных задач или их совокупности. При структуризации задач формирования технического облика систем на основе дискретных данных об аналогах возникает ряд неопределенностей [1]:

- концептуальная неопределенность — неопределенность выбора типа исходной либо формальной математической модели (ФММ), используемой в дальнейшем для определения оптимальных параметров, ее структуры и параметров;
- методологическая неопределенность — неопределенность выбора постановки задачи синтеза оптимальных параметров, сводящейся, как правило, к многокритериальной задаче параметрической оптимизации (МЗПО), метода и алгоритма ее численного решения.

Процесс раскрытия этих неопределенностей сводится к разработке методологии решения задачи структурно-параметрической оптимизации, включающей методы аппроксимации векторной функции векторной переменной и построения решений МЗПО. Следует отметить, что задачи аппроксимации данных и синтеза оптимальных параметров СТС в общем случае относятся к числу некорректных задач [2]. Таким образом, возникает необходимость разработки устойчивых к возмущениям входных данных и погрешностям вычислений математических методов для их решения.

Существующие методы решения задачи формирования технического облика систем [3, 4] основаны, как правило, на многошаговом поиске решения на базе прямых задач; на использовании одноцелевой процедуры, согласно которой параметры и управления оптимизируются при условиях, отражающих по существу одно характерное (расчетное или номинальное) задание. Недостатком рассмотренных методов является их высокая информационная сложность. Следует также отметить, что в большинстве работ, посвященных решению поставленной задачи, отсутствует анализ устойчивости решений к возмущениям входных данных и погрешностям вычислений.

Вытекающие из современных тенденций и особенностей развития СТС, требования к качеству и срокам их создания в условиях экономии сырьевых и ограничения финансово-производственных ресурсов, обуславливают актуальность разработки эффективных математических методов и алгоритмов численного решения задач формирования технического облика перспективной системы, а также реализующих их компьютерных систем поддержки принятия решений.

В данной работе использован подход к решению задачи формирования технического облика функциональных элементов СТС путем сведения этой задачи к задаче модификации [5] на основе концепции обратных задач. Представлена методология решения задачи модификации для случая, когда известны дискретные данные об аналогах. Предлагаемая методология включает методы:

- построения формальных математических моделей (ФММ) рассматриваемых процессов на основе применения обучаемых искусственных нейронных сетей (ИНС). Для формализации представления ФММ использованы однонаправленные многослойные (ОМС) и радиально-базисные (РБС) ИНС. Обучение ИНС осуществлено на основе метода стохастической аппроксимации с регуляризацией;

- решения задачи модификации — определение управляющих переменных, соответствующих желаемым критериям качества рассматриваемой технической системы. Синтез квазирешения задачи модификации осуществляется путем регуляризации поиска экстремума сглаживающего функционала с использованием метода А.Н. Тихонова. Выбор параметра регуляризации осуществляется в соответствии с обобщенным принципом невязки. Разработан эволюционный метод решения задачи модификации, основанный на использовании генетического алгоритма (ГА).

Разработана реализующая предложенную методологию интерактивная компьютерная система «Concept\_Pro<sup>®</sup>», ориентированная на широкий круг пользователей, работающих над проблемами совершенствования технических систем.

В качестве примера реализации предлагаемой методологии рассмотрено решение задачи о выборе технического облика радиального вентилятора с загнутыми назад лопатками рабочего колеса.

## **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОДОЛОГИЯ ЕЕ РЕШЕНИЯ**

Задачу формирования и обоснования (оптимизации) технического облика СТС можно свести по существу, к задаче модификации. Рассмотрим содер-

жательную постановку задачи модификации СТС. Задача модификации является частным случаем задачи реконструкции [5].

Известны следующие данные, представленные в формализованном виде: описание объекта исследования, общие характеристики и свойства СТС, условия функционирования и основные требования к ее тактико-техническим и технико-экономическим показателям; структура СТС; цели модификации; сведения об аналогах и прототипе, классе допустимых управлений (способов и реализующих их устройств), критериях качества проектных решений.

**Цель работы** — определить оптимальные значения параметров конструкции функциональных элементов (ФЭ) для реализации желаемых критериев качества модифицированной СТС из условия рационального компромисса заданных требований.

Общая методология решения задачи модификации на основе дискретных данных об аналогах включает методы аппроксимации векторной функции векторной переменной и построения решений МЗПО.

В данной работе решение задачи аппроксимации векторной функции векторной переменной с целью построения ФММ рассматриваемых систем осуществлено на основе теории обучаемых искусственных нейронных сетей [6, 7].

Для аппроксимации данных использованы однонаправленные многослойные и радиально-базисные ИНС. Исходными данными для аппроксимации данных с помощью ИНС являются:

- входные параметры и управляющие переменные опытных образцов (аналогов)  $\{Y_{ph}^{(0)}\}$ ;
- выходные параметры  $\{d_{pi}\}$ .

Обычно все исходные данные предварительно приводятся к безразмерному виду. В нашем случае использовано прямое преобразование:

$$f^\circ = \frac{2(f - \langle f \rangle)}{(f_{\max} - f_{\min})}, \text{ где } \langle f \rangle = (f_{\max} + f_{\min})/2, f^\circ \in [-1, 1],$$

и обратное:

$$f = [(f_{\max} - f_{\min})f^\circ + (f_{\max} + f_{\min})]/2.$$

Простейшая ИНС с одним скрытым слоем ( $K=1$ ) изображена на рис. 1. Здесь  $\{Y_{ph}^{(0)}\}$  — множество входных данных,  $\{Y_i^{(k)}\}$  — множество выходных данных  $k$ -го слоя;  $k$  — номер слоя,  $k=1 \dots (K+1)$ ;  $K$  — число скрытых слоев,  $p=1 \dots P$ ,  $P$  — число аналогов;  $\{W_{ij}^{(k)}\}$  — множество весов  $k$ -ого слоя;  $i$  — элемент  $k$ -го слоя;  $j$  — элемент  $(k-1)$ -го слоя. Здесь введены следующие обозначения:  $H_0$  — количество входов сети;  $H_1$  — количество нейронов скрытого слоя;  $H_2$  — количество выходов сети.

Если наблюдаемые в выбранных точках  $\vec{Y}_p^{(0)} \in D_Y$ ,  $p=1 \dots P$ , значения  $d_{pi}(\vec{Y}_p^{(0)}) \in D_i$  являются случайными величинами, а  $\vec{Y}_p^{(0)}$  заданы плотно-

стями розподілення вероятностей  $\rho_i(\vec{Y}^{(0)}) = \rho(\vec{Y}^{(0)} / D_i)$ , то в качестве функции выбора рационального решения задачи аппроксимации данных для каждого выхода обучаемой искусственной нейронной сети принимается математическое ожидание некоторой выпуклой функции отклонения аппроксимирующей функции  $Y_i^{(K+1)}(\vec{Y}^{(0)})$  от аппроксимируемой  $d_i(\vec{Y}^{(0)})$  в виде:

$$e_i = \int_{\vec{Y}^{(0)} \in D_Y} f_{fit}(\Delta_i^2(\vec{Y}^{(0)})) \rho(\vec{Y}^{(0)} / D_i) d\vec{Y}^{(0)}, \quad i = 1 \dots H_{K+1}, \quad (1)$$

где  $f_{fit}$  — выпуклая функция (Fitness function),  $\Delta_i = Y_i^{(K+1)}(\vec{Y}^{(0)}) - d_i(\vec{Y}^{(0)})$ . Поскольку в представленное выше выражение входит неизвестная плотность распределения вероятностей, решение — аппроксимирующую функцию вида  $Y_i^{(K+1)}(\vec{Y}^{(0)})$  — можно искать методом стохастической аппроксимации. Следуя (1), в дальнейшем в качестве функции выбора при обучении ОМС используется функция вида:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \gamma^{P-p} \sum_{i=1}^{H_{K+1}} f_{fit}(\Delta_{pi}^2) + \frac{1}{2} \beta \sum_{k=1}^{K+1} \sum_{i=1}^{H_k} \left( \frac{\sum_{j=0}^{H_{k-1}} (w_{ij}^{(k)})^2}{1 + \sum_{n=0}^{H_{k-1}} (w_{in}^{(k)})^2} \right), \quad (\gamma = 0,95 \dots 0,99, \beta = 10^{-7}).$$

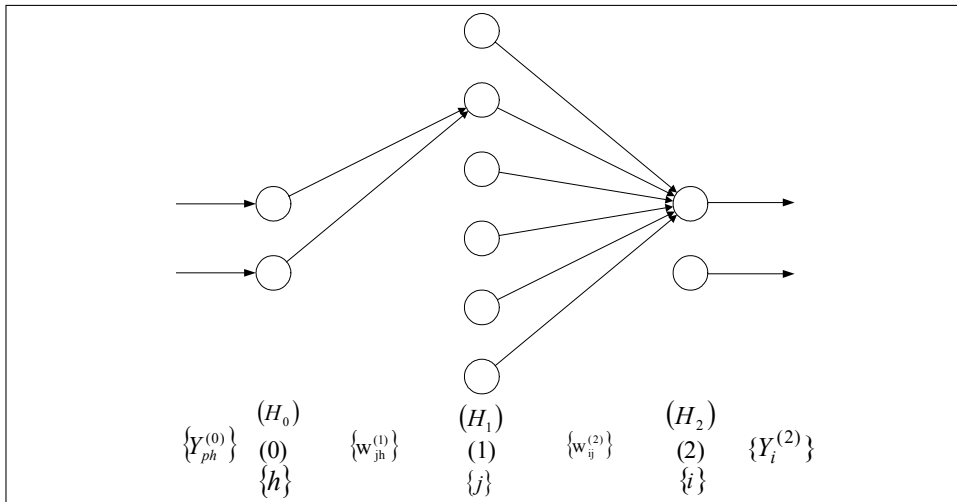


Рис. 1. Структура ИНС

Обучение ОМС осуществляется на основе алгоритма с обратным распространением ошибки. Коррекция весов связей осуществляется по следующей формуле (представлен рекуррентный алгоритм обучения, соответствующий методу стохастической аппроксимации, обеспечивающий сходимость  $w_{ij}^{(k)}(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \hat{w}_{ij}^{(k)}$  с вероятностью  $P = 1$ ):

$$w_{ij}^{(k)}(t+1) = w_{ij}^{(k)}(t) + \mu(t) \{ \eta_{ij}^{(k)}(t) r_{ij}^{(k)}(t) + \alpha_{ij}^{(k)}(t) [w_{ij}^{(k)}(t) - w_{ij}^{(k)}(t-1)] \} + \tilde{w}_{ij}^{(k)}(t+1), \quad (2)$$

где

$$\mu(t) = \frac{\mu(0)}{\left[1 + \left(1 + \frac{t}{H_0 + H_1 + 1}\right)^{-\lambda}\right]^t} \text{ — коэффициент обучения (опреде-}$$

ляемый в соответствии с условиями Дворецкого:  $\mu(t) > 0$ ,  $\sum_{t=1}^{\infty} \mu(t) = \infty$ ,

$\sum_{t=1}^{\infty} \mu^2(t) < \infty$ );  $\lambda < 1$  (здесь принимается  $\mu(0) = 1$ ,  $\lambda = 0,5$ );  $t = 1 \dots PT$ ,  $T$  —

количество эпох обучения;

$$r_{ij}^{(k)}(t) = S_{ij}^{(k)}(t) + \frac{(S_i^{(k)}(t))^T (S_i^{(k)}(t) - S_i^{(k)}(t-1))}{(S_i^{(k)}(t-1))^T S_i^{(k)}(t-1)} r_{ij}^{(k)}(t-1) \text{ — проекции}$$

вектора направления поиска, определяемые в соответствии с методом сопряженных градиентов (Полака–Рибьера),  $r_{ij}^{(k)}(0) = 0$ ;

$$S_{ij}^{(k)}(t) = -\frac{\partial E}{\partial w_{ij}^{(k)}} = -\gamma^{P-p} f'_{fit, \Delta_i} \delta_j^{(k)} Y_j^{(k-1)} - \beta w_{ij}^{(k)} \frac{(1 + \sum_{n=0}^{H_{k-1}} w_{in}^2)}{(1 + \sum_{n=0}^{H_{k-1}} w_{in}^2)^2} \text{ —}$$

проекция градиента;

$$\tilde{w}_{ij}^{(k)}(t+1) = \nu(t) w_{ij}^{(k)}(t) \Delta w^\circ (2\xi_{ij} - 1) \text{ — «аддитивный шум» (здесь } \nu(t) = \mu(t) \sqrt{\frac{2}{\ln(2+t)}} \text{; принимается } \Delta w^\circ = 0,2 \text{; } \xi_{ij} \in [0,1] \text{ — нормально распре-}$$

деленные случайные величины, имеющие нулевое значение среднего и единичную дисперсию). «Аддитивный шум» подключается к обучению, согласно представленной выше формуле, в двух случаях:

- в конце  $g$  эпох обучения (так называемый алгоритм глобальной

«встряски» весов), если выполняется условие:  $\Delta E_g^\circ < \varepsilon^g$ , где  $\Delta E_g^\circ = \prod_{\tau=1}^g \Delta E_\tau^\circ$ ,

$$\Delta E_\tau^\circ = \text{abs}(E_\tau^\circ - 1), E_\tau^\circ = \sqrt{E_\tau / E_{\tau-1}}, \tau = 1 \dots T;$$

- если  $\text{abs}(\Delta w_{ij}^{(k)}(t)) < (1 - \varepsilon) \text{abs}(\Delta w_{ij}^{(k)}(t-1))$  (так называемый алгоритм локальной «встряски» весов). Принимается  $\varepsilon = 0,03$ .

В рассматриваемом случае используется  $f_{fit}(\Delta_{pi}^2) = 1 - \exp((-L_{fit} / 4) \Delta_{pi}^2)$ ,  $L_{fit} \geq 4$ .

При обучении используется регуляризирующий алгоритм, реализующий прерывания в итерационном процессе в случаях накопления ошибок вычислений (верхний индекс  $T$  в представленных ниже формулах означает операцию транспонирования вектора в строку):

$$\text{if } \frac{(S_i^{(k)}(t))^T (S_i^{(k)}(t) - S_i^{(k)}(t-1))}{(S_i^{(k)}(t-1))^T S_i^{(k)}(t-1)} \geq r_{\max} \text{ then } r_{ij}^{(k)}(t-1) = 0;$$

$$\text{if } (S_i^{(k)}(t-1))^T S_i^{(k)}(t) \geq r_{\min} (S_i^{(k)}(t))^T S_i^{(k)}(t) \text{ then } r_{ij}^{(k)}(t-1) = 0$$

(приймається:  $r_{\max} = 5, r_{\min} = 0,2$ );

$$\delta_j^{(k)} = \varphi_j^{(k)} \sum_{i=1}^{H_{k+1}} \delta_i^{(k+1)} w_{ij}^{(k+1)}; \delta_i^{(K+1)} = -\Delta_i \varphi_j^{(K+1)};$$

$$\varphi_i^{(k)} = b(1 - f^2(Y_i^{(k)})); Y_i^{(k)} = f\left(w_{io}^{(k)} + \sum_{j=1}^{H_{k-1}} w_{ij}^{(k)} Y_i^{(k-1)}\right);$$

$k = 1 \dots (K+1); i = 1 \dots H_k; j = 1 \dots H_{k-1}; H_k$  — число елементів в  $k$ -ом слое;

$$f(s) = \frac{e^{bs} - e^{-bs}}{e^{bs} + e^{-bs}} \text{ — передаточная функция; } \varphi(s) \text{ — производная передаточной функции.}$$

Коефіцієнти навчання і моменту знаходяться по наступним залежностям:

Коефіцієнти навчання і моменту знаходяться по наступним залежностям:

$$\eta_{ij}^{(k)}(0) = \eta_{\max}; \tilde{\alpha}_{ij}^{(k)}(t) = \frac{S_{ij}^{(k)}(t)}{S_{ij}^{(k)}(t-1) - S_{ij}^{(k)}(t)};$$

$$\text{if } E_{\tau}^{\circ} > K_w \text{ and } S_{ij}^{(k)}(t)S_{ij}^{(k)}(t-1) < 0 \text{ then } \eta_{ij}^{(k)}(t) = \rho_d \eta_{ij}^{(k)}(t-1)$$

$$\text{else } \eta_{ij}^{(k)}(t) = \rho_i \eta_{ij}^{(k)}(t-1), \alpha_{ij}^{(k)}(t) = \tilde{\alpha}_{\text{mid}};$$

$$\text{if } \eta_{ij}^{(k)}(t) < \eta_{\min} \text{ then } \eta_{ij}^{(k)}(t) = \eta_{\min}.$$

Реалізація умовия:  $E_{\tau+1} > E_{\tau}, E_{\tau} < E_{\tau-1}$  — представлена в формі:

$$\text{if } E_{\tau}^{\circ} \leq K_w \text{ and } S_{ij}^{(k)}(t)(w_{ij}^{(k)}(t) - w_{ij}^{(k)}(t-1))\tilde{\alpha}_{ij}^{(k)}(t) < 0 \text{ then}$$

$$\alpha_{ij}^{(k)}(t) = \tilde{\alpha}_{\max}$$

$$\text{else } \alpha_{ij}^{(k)}(t) = \tilde{\alpha}_{ij}^{(k)}(t);$$

$$\text{if } \alpha_{ij}^{(k)}(t) > \tilde{\alpha}_{\max} \text{ then } \alpha_{ij}^{(k)}(t) = \tilde{\alpha}_{\max}.$$

Приймається:  $\rho_d = 0,7, \rho_i = 1,05, \eta_{\min} = 0,01, \eta_{\max} = 0,4 \dots 0,8, \tilde{\alpha}_{\text{mid}} = 0,01, \tilde{\alpha}_{\max} \leq 1,75, K_w = 1,04$ .

При переході к новій епохі навчання порядок пред'явлення навчаючих пар  $(\bar{Y}_p^{(0)}, \bar{d}_p)$ ,  $p = 1 \dots P$ , в рекуррентному алгоритмі оновлявся (использовался генератор случайных чисел на интервале  $[1 \dots P]$ ).

Инициализация начальных значений весов осуществляется в диапазоне указанных ниже значений с помощью генератора случайных чисел: для скрытого слоя:  $\pm H_0 \sqrt{H_1}$ ; для выходного слоя:  $\pm 0,5$ .

Структура РБС с одним скрытым слоем ( $K = 1$ ) аналогична представленной структуре на рис. 1. Для формализации представления РБС введем следующие обозначения:

$\vec{Y}^{(k)} = [Y_1^{(k)}, \dots, Y_{H_k}^{(k)}]^T$ ,  $k = 0, 1, 2$  — вектор входных данных  $k$ -го слоя;

$\vec{c}_j = [c_{j1}, c_{j2}, \dots, c_{jH_0}]^T$ ,  $j = 1 \dots H_1$  — вектор координат центров активационной функции для нейронов скрытого слоя;

$\vec{\sigma}_j = [\sigma_{j1}, \sigma_{j2}, \dots, \sigma_{jH_0}]^T$ ,  $j = 1 \dots H_1$  — вектор, задающий ширину окна активационной функции  $j$ -ого нейрона скрытого слоя;

$\varphi_j(\vec{Y}_p^{(0)}, \vec{c}_j, \vec{\sigma}_j) = \exp \left[ -\frac{1}{2} \sum_{h=1}^{H_0} \frac{(Y_{ph}^{(0)} - c_{jh})^2}{\sigma_{jh}^2} \right] \equiv \varphi_{pj}$  — радиально-базисная

активационная функция нейрона скрытого слоя;

$w_{ij}$  — вес связи между  $i$ -м нейроном выходного слоя и  $j$ -м нейроном скрытого слоя (имеется ввиду, что  $w_{jh}^{(1)} = e_{jh} = 1$ ,  $w_{ij}^{(2)} \equiv w_{ij}$ ).

В случае многомерной интерполяции с помощью РБС принимается, что количество нейронов скрытого слоя равно количеству тренировочных шаблонов. В этом случае центры активационных функций нейронов скрытого слоя размещаются в точках пространства входных сигналов сети, которые входят в набор тренировочных шаблонов сети:  $\vec{c}_j = \vec{Y}_j^{(0)}$ ,  $j = 1 \dots P$ . Веса нейронов выходного слоя сети  $\vec{w}_i = [w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{iH_1}]^T$ ,  $i = 1 \dots H_2$ ,  $j = 1 \dots P$  находятся путем решения соответствующей системы уравнений методом квадратного корня [8].

Для обучения РБС в случае, когда количество обучающих пар значительно превышает количество нейронов в скрытом слое  $P \gg H_1$ , применяется гибридный алгоритм [6]. В нем процесс обучения разделяется на два этапа:

- подбор линейных параметров сети (весов выходного слоя) на основе использования метода псевдоинверсии [6, 9];
- адаптация нелинейных параметров активационных функций (центров  $\vec{c}_j$  и ширины  $\vec{\sigma}_j$  этих функций).

На втором этапе в качестве функции выбора при обучении РБС используется функция вида:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \gamma^{P-p} \sum_{i=1}^{H_2} f_{fit}(\Delta_{pi}^2).$$

Начальные значения матрицы координат центров  $C = \{c_{jh}\}$  активационных функций для нейронов скрытого слоя задаются в первом приближении случайным образом (если предварительно все исходные данные приведены к безразмерному виду, то  $c_{jh} \in [-1, 1]$ ). Для уточнения значений

$C = \{c_{jh}\}$  применим алгоритм  $K$ -средних ( $K = H_1$ ) [6], что позволяет сократить длительность обучения РБС.

При известных значениях центров радиальных базисных функций, определяются значения элементов ковариационной матрицы  $\sigma = \{\sigma_{jh}\}$ . В качестве начального приближения выбирается:  $\sigma_{jh} = \frac{\rho}{\sqrt{2H_1}}$ , где  $\rho$  — максимальное расстояние между центрами  $\bar{c}_j$ ,  $j = 1 \dots H_1$ ,  $h = 1 \dots H_0$ ;

$$\rho = \max_j \max_k \left( \sqrt{\sum_{h=1}^{H_0} (c_{jh} - c_{kh})^2} \right), \quad k = 1 \dots H_1 \text{ (если предварительно все исходные данные приведены к безразмерному виду, то } \rho = 2\sqrt{H_0}, \sigma_{jh} = \sqrt{\frac{2H_0}{H_1}}).$$

Для уточнения значений  $\sigma = \{\sigma_{jh}\}$  применяется алгоритм формирования «области охвата» радиально-базисными функциями с учетом  $K$  «соседей»:  $\sigma_{jh}^2 = \Sigma_j = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sum_{h=1}^{H_0} (c_{jh} - c_{kh})^2$ ,  $k = 1 \dots K$ , что позволяет сократить длительность обучения РБС [6]. Принимается  $K \in [3, 5]$ .

Последующее уточнение элементов ковариационной матрицы  $\sigma = \{\sigma_{jk}\}$  и координат центров  $C = \{c_{jh}\}$  завершает очередной цикл обучения. Коррекция элементов ковариационной матрицы осуществляется по формуле, аналогичной (2):

$$\begin{aligned} \sigma_{jh}(t+1) &= \sigma_{jh}(t) + \mu(t) \{ \eta_{jh}(t) r_{jh}(t) + \\ &+ \alpha_{jh}(t) [\sigma_{jh}(t) - \sigma_{jh}(t-1)] \} + \tilde{\sigma}_{jh}(t+1), \end{aligned}$$

где проекции вектора направления поиска  $r_{jh}(t)$ , определяются в соответствии с методом сопряженных градиентов (Полака–Рибьера), а проекции градиента функции выбора находятся по формулам:

$$S_{jh}(t) = - \sum_{p=1}^P \gamma^{P-p} \sum_{i=1}^{H_2} \left\{ f'_{fit, \Delta_i} \Delta_{pi} w_{ij} \exp \left[ - \frac{1}{2} \sum_{h=1}^{H_0} \frac{(Y_{ph}^{(0)} - c_{jh})^2}{\sigma_{jh}^2} \right] \frac{(Y_{ph}^{(0)} - c_{jh})^2}{\sigma_{jh}^3} \right\}.$$

Аналогичным образом осуществляется уточнение элементов матрицы координат центров  $C = \{c_{jh}\}$ . Проекция градиента функции выбора в этом случае находятся по формулам:

$$S_{jh}(t) = - \sum_{p=1}^P \gamma^{P-p} \sum_{i=1}^{H_2} \left\{ f'_{fit, \Delta_i} \Delta_{pi} w_{ij} \exp \left[ - \frac{1}{2} \sum_{h=1}^{H_0} \frac{(Y_{ph}^{(0)} - c_{jh})^2}{\sigma_{jh}^2} \right] \frac{(Y_{ph}^{(0)} - c_{jh})}{\sigma_{jh}^2} \right\}.$$



В завершении осуществляется восстановление аналитического представления искомым функций  $Y_{pi}^{(2)} = w_{io} + \sum_{j=1}^{H_1} w_{ij} \varphi_j(\bar{Y}_p^{(0)}, \bar{c}_j, \bar{\sigma}_j)$ ,  $i = 1 \dots H_2$ , в начале в безразмерной форме, а затем с использованием обратного преобразования — в размерной форме.

Многочисленное повторение обоих этапов ведет к полному и быстрому обучению сети, особенно когда начальные значения параметров радиально-базисных функций близки к оптимальным значениям.

На практике выделенные этапы в разной степени влияют на адаптацию параметров. Как правило, быстрее функционирует метод псевдоинверсии (он за один шаг находит локальный минимум функции). Для выравнивания этой диспропорции одно уточнение линейных параметров сопровождается обычно несколькими циклами адаптации нелинейных параметров.

В завершении обучения ИНС осуществляется восстановление аналитического представления искомым функций вначале в безразмерной форме, а затем с использованием обратного преобразования — в размерной форме.

Для проверки значимости (качества) предсказания данных ОМС вычисляются следующие — усредненные, исходя из результатов 10 независимых запусков — величины:

- энергия среднеквадратичной ошибки:  $E_{av} = \frac{1}{2P} \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^{H_{K+1}} \Delta_{pi}^2(M)$ ;
- средние относительные погрешности:  $\delta_i^\circ = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \left| \frac{\Delta_{pi}}{d_{pi}} \right|$ .

Рассмотрим особенности поиска подмножества рациональных альтернатив  $\hat{V}$  и лучшей альтернативы  $\hat{v}^\circ \in \hat{V}$  как процесса построения квазирешений обратных задач.

Прямая задача анализа является корректно поставленной, если задан оператор отображения  $\Phi : (D_\Pi, D_U) \rightarrow D_\Phi$ , при этом отображение  $\Phi$  определено и является непрерывным на всем  $Q_{inp} = (D_\Pi, D_U)$ ,  $Q_{inp} \subset Q$ ,  $\|\Phi\| < M$ ,  $M > 0$  [2]. Здесь область  $D_\Pi \subset \Pi$  является областью имеющих физический смысл режимов, область  $D_U \subset U$  — областью допустимых управлений,  $Q = (D_\Pi, D_U, D_\Phi)$  — подмножеством корректности, а  $D_\Phi$  — областью достижимых значений фазовых переменных (рис. 2).

Построение квазирешений обратной задачи в общем случае можно рассматривать как процедуру, реализующую отображение  $F_\beta : (D_\Pi, \Phi^*) \rightarrow \hat{Q}_{out}$ ,  $\hat{Q}_{out} = (D_U, \hat{\Phi})$ ,  $\hat{Q}_{out} \subset \hat{Q}$ ,  $\hat{Q} = (D_\Pi, D_U, \hat{\Phi})$  — подмножество рациональных альтернатив;  $F_\beta(\Pi^\circ, \Phi^\circ, \beta)$  — регуляризирующий оператор, аппроксимирующий значения  $\Phi^{-1}$  на элементах  $D_\Phi$ ;  $\beta$  — параметр регуляризации. Обратная задача считается корректно поставленной, если регуляризирующий оператор, аппроксимирующий значения  $\Phi^{-1}$  на элементах

$D_\Phi$ ,  $\hat{Q}_{inp} = (D_\Pi, \Phi^*)$ ,  $\hat{Q}_{inp} \subset \hat{Q}$ ,  $\|F_\beta\| < M$ , а также метрика в пространстве фазовых переменных такая, что  $\forall(\hat{\Phi}_i^\circ, \hat{\Phi}^\circ) \in \Phi: \rho(\hat{\Phi}_i^\circ, \hat{\Phi}^\circ) = \|\hat{\Phi}_i^\circ - \hat{\Phi}^\circ\|_{L_2} < M$ ,  $M > 0$ . В случае предлагаемой условно-корректной постановки обратной задачи —  $\hat{\Phi} \subseteq D_\Phi$  (рис. 2).

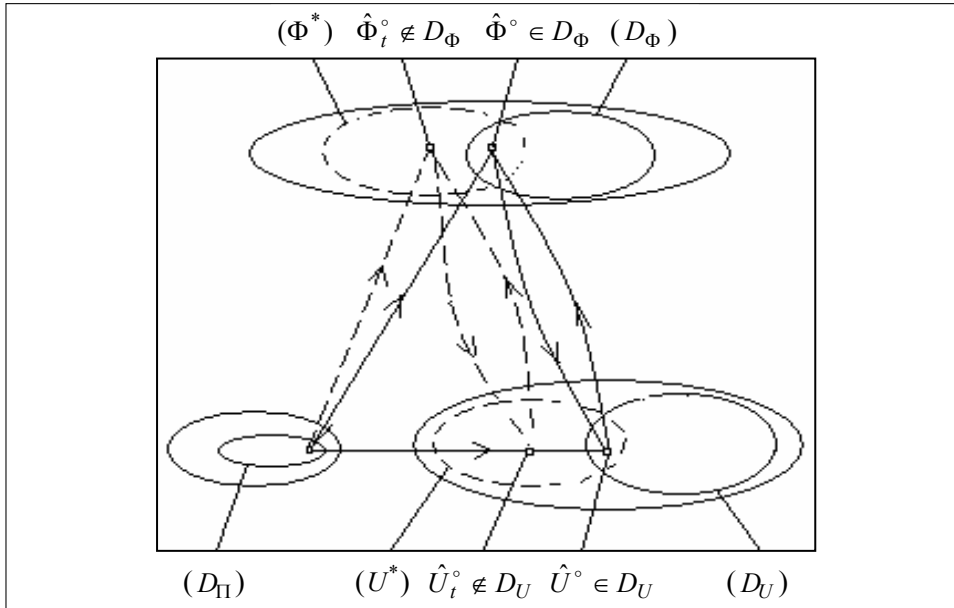


Рис. 2. Расчетная схема построения квази-решений обратной задачи

В данной работе синтез квази-решений задач модификации предлагается осуществить на основе регуляризации поиска минимума сглаживающих функционалов с использованием метода А.Н. Тихонова — для обеспечения единственности и устойчивости решений относительно малых вариаций входных данных.

Пусть  $Q = \{q_p^\circ\}$ ,  $(q_p^\circ = (\Pi_p^\circ, U_p^\circ, \Phi_p^\circ))$ ,  $p = 0 \dots P$  — конечное множество допустимых проектных решений (подмножество корректности). С точки зрения лица, принимающего решения (ЛПР), качество любого решения  $q_p^\circ \in Q$  определяется относительно критериев  $W = \{w_n\}$ ,  $n = 1 \dots N$ ,  $N \leq H_{K+1}$ . Пусть для каждого решения существует отображение  $A: \Phi_p^\circ \rightarrow W_p$ , тогда значение  $A_n(\Phi_p^\circ) = w_{np}$  — оценка решения  $q_p^\circ \in Q$  по  $n$ -му критерию  $w_{np} \in W$ .

Пусть для критериев  $W = \{w_n\}$  существует отображение  $B: W \rightarrow W^\circ$ ,  $W^\circ = \{w_n^\circ\}$ , тогда значение  $B_n(w_{np}) = w_{np}^\circ$  — оценка критерия  $w_{np} \in W$  по нормированному критерию  $w_{np}^\circ \in W^\circ$ .

Выберем критерии качества решения задачи модификации в виде:

$$\Delta w_n^\circ = w_n^\circ(U^\circ) - w_n^*, \quad w_n^\circ \in [-1, 1],$$

где  $w_n^*$  — желаемые значения рассматриваемых критериев качества, приведенные к безразмерному виду.

Аналогичным образом введем приведение к безразмерному виду всех управляющих переменных:

$$\Delta u_m^\circ = \frac{2(u_m - u_{m,0})}{u_m'' - u_m'}, \quad u_m^\circ \in [-1, 1], \quad m = 1 \dots M, \quad M \leq H_0,$$

где  $u_{m,0}$  — значения переменных, соответствующие прототипу,  $M$  — число управляющих переменных в рассматриваемой задаче.

Введем отображение  $G : \{w_n^\circ\} \rightarrow \hat{w}^\circ$ , определяющее обобщенную функцию выбора:

$$\hat{w}^\circ(U^\circ, \beta) = \sum_{n=1}^N f_{fit}[(\Delta w_n^\circ)^2] + \beta \sum_{m=1}^M (\Delta u_m^\circ)^2, \quad (3)$$

где  $G$  — система предпочтений лица, принимающего решения,  $\beta$  — параметр регуляризации.

Задача (3) относится к классу существенно некорректных задач [2]. Квазирешение поставленной задачи (нормальное решение) может быть найдено методом регуляризации А.Н. Тихонова:

$$\hat{U}_r^\circ = \arg \min_{U^\circ \in D_U} \hat{w}^\circ(U^\circ, \beta_r),$$

$$D_U = \left\{ U^\circ = (u_1, \dots, u_m, \dots, u_M) : (\forall m \in [1 \dots M]) u_m' \leq u_m \leq u_m'' \right\}. \quad (4)$$

Параметр  $\beta_r$  выбирается ( $\beta_{r+1} = \beta_r / 10$ ,  $r = 0, 1, 2, \dots$ ) в соответствии с обобщенным принципом навязки [2]:

$$\left| \Delta w_n^\circ \right| \leq \xi_n + h \left\| \Delta u_m^\circ \right\|,$$

где  $\xi_n$  — погрешность определения  $\Delta w_n^*$ ,  $h$  — погрешность определения  $\hat{w}^\circ$ .

Поиск решения задачи (4) осуществлялся с помощью разработанного авторами эволюционного метода.

В качестве контрольных переменных и настроек генетического алгоритма (ГА) при расчетах использовались следующие параметры: размер популяции — 20, схема отбора родительских особей — рулетка в совокупности с элитарным отбором; тип кроссовера — стандартный одноточечный, вероятность кроссовера — 0,9; тип мутации — гауссовский, вероятность мутации — 0,3; максимальное количество итераций — 100.

Для предохранения популяции от доминирования неоптимальной хромосомы и тем самым для предотвращения преждевременной сходимости ГА используется масштабирование функции приспособленности:

$$\text{Fitness} = 1 - \exp(-C \hat{w}^\circ), \quad C > 1.$$

Для повышения точности нахождения экстремума разработана процедура адаптации. Суть этой процедуры заключается в следующем: последовательно производится запуск ГА с уменьшающейся областью определения управляющих переменных и увеличивающейся точностью до тех пор, пока не будет выполнено условие остановки. Процедура адаптации позволяет снизить информационную сложность алгоритма.

### ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ВЫБОРЕ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЛИКА РАДИАЛЬНОГО ВЕНТИЛЯТОРА

В качестве примера реализации предлагаемой методологии рассмотрено решение задачи о выборе технического облика радиального вентилятора с загнутыми назад лопатками рабочего колеса на основе дискретных данных об аналогах. Расчеты выполнены с использованием реализующей предложенную методологию интерактивной компьютерной системы поддержки принятия решений «Concept\_Pro®» [10], разработанной авторами.

Первоначально решается задача построения аэродинамических характеристик радиальных вентиляторов на основе применения обучаемых искусственных нейронных сетей (ИНС). Для формализации представления характеристик используются ОМС и РБС. Выборка взята из  $P = 16$  значений соответствующих параметров аэродинамических характеристик радиальных вентиляторов с загнутыми назад лопатками рабочего колеса [11].

В качестве входных данных для ИНС задаются значения: густоты решетки ( $\tau$ ), относительной вогнутости профиля ( $\bar{f}$ ), безразмерной хорды профиля ( $\bar{l}$ ), безразмерного диаметра входа решетки ( $\bar{D}_1$ ).

В качестве выходных данных заданы: безразмерные параметры расхода ( $y_1 \equiv \bar{c}_{2r}^* = \frac{\varphi^*}{4\bar{b}_2}$ ) и полного давления ( $y_2 = 0,5\psi^* = \bar{c}_{2u}^* \eta_g$ ) для режима максимального КПД, где  $\bar{c}_{2r}^*$  — коэффициент расхода,  $\bar{c}_{2u}^*$  — относительная окружная составляющая абсолютной скорости на выходе,  $\varphi^*$  — коэффициент производительности,  $\psi^*$  — коэффициент полного давления,  $\bar{b}_2$  — относительная ширина колеса на выходе,  $\eta_g$  — гидравлический КПД рабочего колеса.

Для решения задачи аппроксимации данных используются ОМС и РБС с разнообразной структурой. Эти же сети были построены и обучались с помощью математического пакета MATLAB 7.0.1.

Введем следующие обозначения для выделения метода обучения ОМС и РБС: СГ1 — обучение методом сопряженных градиентов ОМС с одним скрытым слоем, СГ2 — обучение методом сопряженных градиентов ОМС с двумя скрытыми слоями, ЛМ1 — обучение методом Левенберга-Маквардта ОМС с одним скрытым слоем, ЛМ1Р — обучение ОМС с одним скрытым слоем методом ЛМ1 на основе байесовской регуляризации, ЛМ2 — обучение методом Левенберга-Маквардта ОМС с двумя скрытыми слоями, СГ1

(ХАИ) — обучение предложенным методом ОМС с одним скрытым слоем, РБС (ХАИ) — обучение предложенным методом РБС, МНК — обучение методом наименьших квадратов мультипликативной модели.

Результаты обучения ИНС для этой выборки представлены в таблице. В качестве примера на рис. 3 приведен график изменения  $E_{av}$  в процессе обучения ОМС методом СГ1 (ХАИ) за  $T = 300$  эпох. Из анализа этих данных следует, что процесс обучения ОМС и РБС, предложенным методам быстро сходится.

**Таблица.** Результаты обучения ИНС ( $P = 16, H_0 = 4, T = 300$ )

Метод	$\delta_\phi^0$	$\delta_\psi^0$	$E_{av}$	Параметры ИНС
МНК	0,3509	0,0830	0,0205	—
СГ1	0,0020	0,0015	3,8e-5	4-10-2
СГ2	0,0023	0,0016	8,1e-5	4-10-5-2
ЛМ1	4,8e-7	2,8e-7	3,4e-12	4-10-2
ЛМ1Р	0,0241	0,0125	0,0743	4-10-2
ЛМ2	1,4e-6	2,6e-6	1,9e-10	4-10-5-2
СГ1(ХАИ)	1,7e-3	0,0164	6,2e-3	4-10-2
РБС	1,0e-16	4,3e-17	2,1e-32	4-15-2
РБС(ХАИ)	0,0138	3,0e-3	6,2e-6	4-15-2

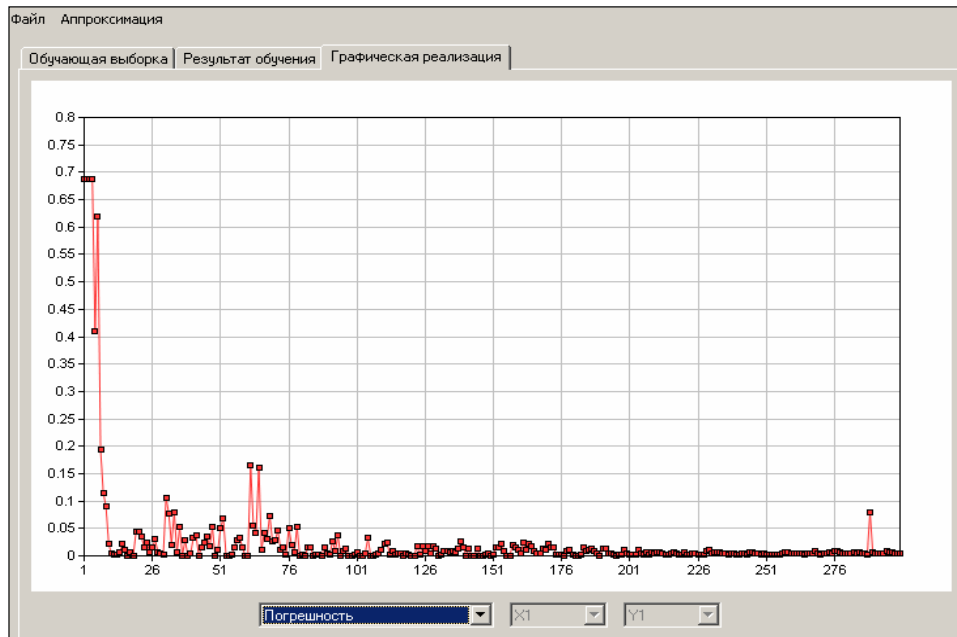


Рис. 3. Изменение  $E_{av}$  в процессе обучения ОМС ( $P = 16, H_0 = 4, T = 300$ )

Общий анализ данных показывает, что ОМС с двумя скрытыми слоями обучается лучше, чем с одним скрытым слоем. ЛМ1 и ЛМ2 имеют эффективную реализацию в системе MATLAB, однако эффективность этих методов ухудшается в случае подключения байесовской регуляризации (см. ЛМ1Р в сравнении с ЛМ1). Таким образом, разработанные методы СГ1

(ХАИ) и РБС (ХАИ) обучения ИНС на основе предложенного метода стохастической аппроксимации с регуляризацией обеспечивают построение робастных ФММ процессов, а также достаточную с практической точки зрения точность аппроксимации данных.

Далее решается задача модификации — определение управляющих переменных, соответствующих желаемым критериям качества рассматриваемой технической системы. В качестве прототипа выбран радиальный вентилятор с параметрами: густота решетки —  $\tau = 2,50$ , относительная вогнутость профиля —  $\bar{f} = 0,095$ , безразмерная хорда профиля —  $\bar{l} = 0,37$ , безразмерный диаметр входа решетки —  $\bar{D}_1 = 0,508$ . В качестве желаемых критериев выбраны: параметр расхода —  $y_1 = 0,2$ , параметр полного давления —  $y_2 = 0,5$ .

В результате решения задачи модификации получены следующие значения: густоты решетки —  $\tau = 2,73$ , относительной вогнутости профиля —  $\bar{f} = 0,131$ , безразмерной хорды профиля —  $\bar{l} = 0,45$ , безразмерного диаметра входа решетки —  $\bar{D}_1 = 0,454$  и, соответствующих им, достигнутые значения выходных данных — безразмерных параметров: расхода —  $y_1 = 0,205$  и полного давления —  $y_2 = 0,528$ .

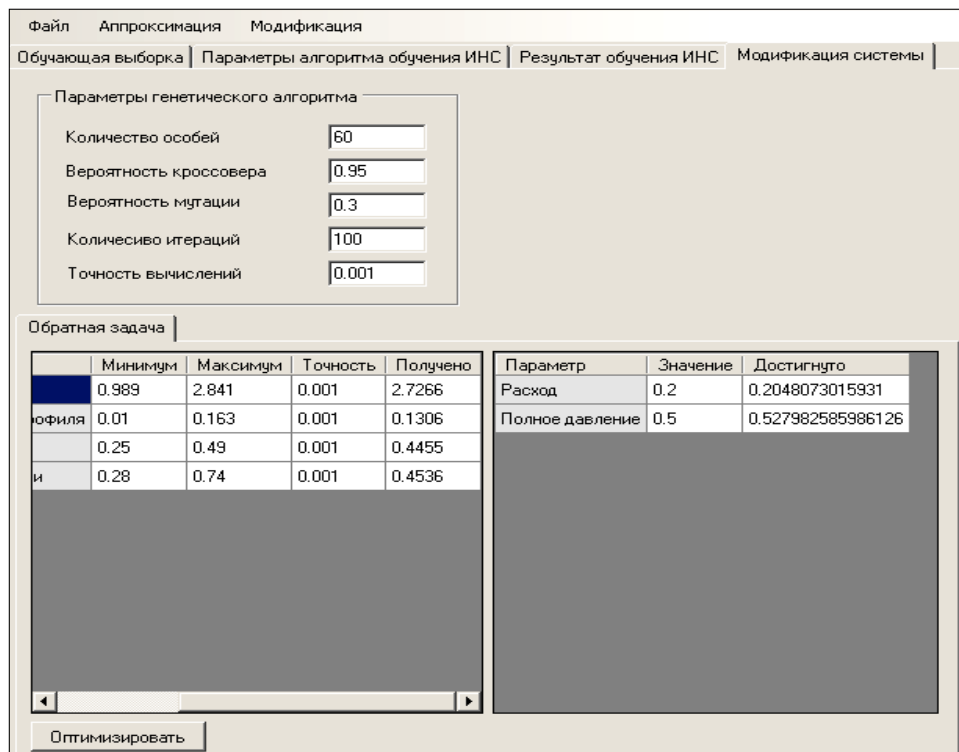


Рис. 4. Пример решения задачи модификации

Экранная форма результатов решения, найденного с использованием компьютерной интерактивной системы поддержки принятия решений при формировании облика элементов технических систем «Concept\_Pro®», представлена на рис. 4.

Таким образом, получены результаты решения задачи формирования облика радиального вентилятора с загнутыми назад лопатками рабочего колеса.

## ВЫВОДЫ

Разработана методология формирования технического облика функциональных элементов СТС для случая, когда известны дискретные данные об аналогах, путем сведения этой задачи к задаче модификации на основе концепции обратных задач. Разработаны методы:

- построения формальных математических моделей рассматриваемых процессов на основе применения обучаемых искусственных нейронных сетей. Для формализации представления ФММ использованы однонаправленные многослойные и радиально-базисные ИНС. Обучение ИНС осуществлено на основе метода стохастической аппроксимации с регуляризацией;
- решения задачи модификации — определения управляющих переменных, соответствующих желаемым критериям качества рассматриваемой технической системы. Синтез квазирешения задачи модификации осуществлен путем регуляризации поиска экстремума сглаживающего функционала с использованием метода А.Н. Тихонова. Выбор параметра регуляризации осуществлен в соответствии с обобщенным принципом навязки. Разработан эволюционный метод решения задачи модификации, основанный на использовании генетического алгоритма.

Предложенные методы обеспечивают устойчивость решений к возмущениям входных данных и погрешностям вычислений.

Разработана реализующая предложенную методологию интерактивная компьютерная система «Concept\_Pro<sup>®</sup>», ориентированная на широкий круг пользователей, работающих над проблемами совершенствования технических систем.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. Системный анализ: проблемы, методология, приложения. — Киев: Наук. думка, 2005. — 743 с.
2. Тихонов А.Н., Гончарский А.В. Численные методы решения некорректных задач / В.В. Степанов, А.Г. Ягола. — М.: Наука, 1990. — 232 с.
3. Стоянов Ф.А. Оптимальное автоматизированное проектирование проточных частей осевых турбин. — Киев: Наук. думка, 1989. — 176 с.
4. Бойко А.В., Говорущенко Ю.Н. Аэродинамический расчет и оптимальное проектирование проточной части турбомашин / С.В. Ершов, А.В. Русанов, С.Д. Северин. — Х.: НТУ «ХПИ», 2002. — 356 с.
5. Угрюмова Е.М., Волков С.Г., Угрюмов М.Л. Совершенствование сложных технических систем методом обратных задач // *Авиационно-космическая техника и технология*. — 2006. — № 1 (27). — С. 91–95.
6. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. — М.: Финансы и статистика, 2002. — 344 с.

7. Рутковская Д., Пилинский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. — М.: Горячая линия – Телеком, 2004. — 452 с.
8. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. — М.: Наука, 1989. — 432 с.
9. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. — М.: Мир, 1999. — 534 с.
10. Комп'ютерна програма «Комп'ютерна інтерактивна система підтримки прийняття рішень при формуванні вигляду елементів складних технічних систем «Сонсерт\_Pro»»: Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 28975 / Е.М. Угрюмова, О.А. Трончук, В.Є. Афанасьєвська (Україна). — Дата реєстрації 29.05.2009.
11. Соломахова Т.С., Беляновский Е.С. Применение аэродинамических характеристик круговых решеток тонких профилей при проектировании радиальных вентиляторов // Промышленная аэродинамика. — Вып. 1/33. — М.: Машиностроение, 1986.— С. 63–70.

*Поступила 27.05.2009*