УДК 303.725.34:510.22;62-50

НЕЧІТКА АРИФМЕТИКА В ЗАДАЧАХ МІЖГАЛУЗЕВОГО БАЛАНСУ

М.С. СЯВАВКО, Т.В. ПАСІЧНИК, В.П. ТИМКІВ

Запропоновано використання теорій нечітких мір для задач міжгалузевого балансу. Показано як методи нечіткої логіки надають можливість кількісної інтерпретації якісних факторів. Пропонується використати дробово-раціональний алгоритм для знаходження нормального розв'язку некоректно поставлених задач або погано обумовлених систем. Наведено приклади розв'язування нечітких задач.

Для задач управління складними системами нечіткі рівняння набувають значної ваги. Вони виникають при прийнятті рішень, медичній діагностиці, економіці та в інших задачах, де параметри визначено нечітко, або їх потрібно розмивати, а інколи їх визначено суб'єктивно.

Для розв'язання нечітких рівнянь, необхідно, перш за все, провести аналіз арифметичних операцій над нечіткими числами (НЧ). Цей аналіз вперше було розглянуто в роботі [1]. Було показано, що:

- нечітке число не має протилежного і оберненого чисел;
- додавання і множення комутативні, асоціативні, але в загальному випадку недистрибутивні.

Тому розв'язання таких рівнянь можливе завдяки введенню додаткових операцій віднімання та ділення нечітких чисел, через апроксимацію нечітких чисел за системою рівневих множин, або через використання L-R нечітких чисел [2, 3].

У роботі використано останній підхід. Для випадку L-R нечітких чисел рівняння з НЧ можна розв'язати, одержавши відповідну скобкову форму. Слід також підкреслити, що α-рівневий розклад опуклих нечітких підмножин дозволяє здійснити подальший аналіз задач із НЧ за допомогою методів інтервального аналізу.

ЗАГАЛЬНИЙ ПІДХІД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЧІТКИХ ОПЕРАТОРНИХ РІВНЯНЬ ІЗ *L-R* НЕЧІТКИМИ ЧИСЛАМИ

Нехай E — розширення числової осі, L — множина неспадних, неперервних справа функцій $L: E \to [0,1]$ із $L(-\infty)=0$, $L(+\infty)=1$; R — множина незростаючих, неперервних зліва функцій $R: E \to [0,1]$ із $R(-\infty)=1$, $R(+\infty)=0$. Надалі множини таких функцій позначимо через $\mathbf{L}$ і $\mathbf{R}$.

Один із методів розв'язання нечітких рівнянь тісно пов'язаний із квазіоберненими функціями L^q, M^q, R^q і S^q.

Означення 1. Функція $L^q : [0,1] \to E : L^q(\alpha) = \inf \{x \in E \,|\, L(x) \geq \alpha\}$ називається квазіоберненою до функції $L \in \mathbf{L}$.

Функція $M^q : E \to [0,1] : M^q(x) = \sup \{\alpha \in [0,1] \,|\, M(\alpha) > x\}$ називається квазіоберненою до функції $M \in \mathbf{M}$.

Означення 2. Функція $R^q : [0,1] \to E : R^q(\alpha) = \sup \{x \in E \,|\, R(x) \geq \alpha\}$ називається квазіоберненою до функції $R \in \mathbf{R}$.

Функція $S^q : E \to [0,1] : S^q(x) = \inf \{\alpha \in [0,1] \,|\, S(\alpha) < x\}$

називається квазіоберненою до функції $S \in \mathbf{S}$.

Тут $\mathbf{M}$ — множина неспадних, неперервних зліва функцій $M : [0,1] \to E$ із $M:[0,1] = -\infty$, а $\mathbf{S}$ — множина не зростаючих, неперервних зліва функцій $S : [0,1] \to E$ із $S(0) = +\infty$.

Зауважимо, що оператор переходу до квазіоберненої функції суттєво залежить від того, до якого класу функцій належить задана функція. Наприклад, можна переконатись у тому, що у випадку суворо монотонних неперервних функцій квазіобернена функція співпадає з оберненою. До того ж у загальному випадку $(L^q)^q = L$ і $(R^q)^q = R$.

Надалі нам необхідні наступні поняття.

L-R — нечітке число, яким називатимемо нечітку множину A в E, функція належності якої має вигляд

$$\mu_A(x) = \min\left(L_A(x), R_A(x)\right), \tag{1}$$

де $L_A \in \mathbf{L}$, $R_A \in \mathbf{R}$.

L-R нечіткі числа, що володіють наступними властивостями:

- функція належності такого числа напівнеперервна зверху. Крім того, існує $x^* \in E$ для якого

$$\mu_A(x^*) = \sup_{x \in E} \mu_A(x) = h_A;$$

де A — L-R нечітке число, а h_A — його висота;

- всі множини рівняння $y \in (0, h_A)$ L-R нечіткого числа A мають вигляд

$$A_y = \left\{x \in E \,\middle|\, L_A^q(y) \leq x \leq R_A^q(y)\right\},$$

де $L_A^q \in \mathbf{M}$, $R_A^q \in \mathbf{S}$ — квазіобернені функції.

Нехай задано звичайну функцію $\varphi : E^n \to E$.

Значенням нечіткої функції $\Phi(x_1, \ldots, x_n)$ від нечітких чисел $x_1, \ldots, x_n$ називають нечітку множину в E з функцією належності

$$\mu_\Phi(t)=\begin{cases}\sup\limits_{\varphi(x_1,\ldots,x_n)=t}\min\left(\mu_{x_1}(x_1),\ldots,\mu_{x_n}(x_n)\right), & \text{якщо } \varphi^{-1}(t)\neq\varnothing,\\ 0, & \text{якщо } \varphi^{-1}(t)=\varnothing,\end{cases}$$

де $\varnothing$ — пуста множина.

Цей принцип розширення встановлює формальний апарат для перенесення операцій (арифметичних, алгебраїчних) із звичайних множин у нечіткі.

Згідно [4] нечітким рівнянням називатимемо співвідношення

$$\Phi(X,A_1,\ldots,A_n)\subseteq B\,, \qquad (2)$$

де $\Phi(X,A_1,\ldots,A_n)$ — значення нечіткої функції від нечітких чисел X, $A_1,\ldots,A_n$, що одержана на засадах принципу розширення.

В (2) X — невідома величина, а $\Phi: E^{n+1}\to E$ — одержана з неперервної та монотонної за всіма змінними функції $\varphi(x,a_1,\ldots,a_n)$ за принципом розширення.

Нечітке число X вважаємо розв'язком (2), якщо

$$\mu_\Phi(t)=\sup\limits_{\Phi(x,a_1,\ldots,a_n)=t}\min\left(\mu_x,\mu_{A_1}(a_1),\ldots,\mu_{A_n}(a_n)\right)\le\mu_B(t)\,, \qquad (3)$$

для всіх тих t, для яких $\varphi^{-1}(t)\neq\varnothing$.

У (3) під символом μ розуміємо функцію належності. Не конкретизуючи певних деталей у роботі [4] встановлено, що розв'язок рівняння (2) еквівалентний розв'язанню, відповідно в класі $\mathbf{M}$ і $\mathbf{S}$, двох (незалежних один від одного) звичайних (чітких) рівнянь

$$\varphi\left(L_X^q(y),L_{A_1}^q(y),\ldots,L_{A_n}^q(y)\right)=L_B^q(y)\,,$$

$$\varphi\left(R_X^q(y),R_{A_1}^q(y),\ldots,R_{A_n}^q(y)\right)=R_B^q(y). \qquad (4)$$

Розв'язавши (4) із значень $L_X^q(y)$ і $R_X^q(y)$, встановимо прямі значення $L_X(x)$, $R_X(x)$. Тоді розв'язок нечіткого рівняння (2) має вигляд L-R нечіткого числа (1).

Приклад 1 [4]. Розв'язати нечітке рівняння $X+A\subseteq B$ за умов

$$L_A^q(y)=\frac{5}{8}y,\quad R_A^q(y)=\frac{5}{8},$$

$$L_B^q(y)=\begin{cases}\dfrac{13}{8}y+\dfrac{3}{8}, & \text{якщо } 0\le y<\dfrac{1}{2},\\ \dfrac{1}{8}y+\dfrac{9}{8}, & \text{якщо } \dfrac{1}{2}\le y<\dfrac{3}{4},\\ \dfrac{13}{8}y, & \text{якщо } \dfrac{3}{4}\le y\le 1,\end{cases}\quad R_B^q(y)=\frac{13}{8}.$$

Функції $L_A^q(y)$, $R_A^q(y)$, $L_B^q(y)$, $R_B^q(y)$ є ядром функцій, які визначають систему (4).

Розв'язання. Для даного випадку система (4) виглядає так:

$$\begin{cases} L_X^q + L_A^q = L_B^q, \\ R_X^q + R_A^q = R_B^q. \end{cases}$$

Звідси маємо

$$L_X^q = \begin{cases} y + \dfrac{3}{8}, & \text{якщо } 0 \le y < \dfrac{1}{2}, \\ -\dfrac{1}{2} y + \dfrac{9}{8}, & \text{якщо } \dfrac{1}{2} \le y \le \dfrac{3}{4}, \\ y, & \text{якщо } \dfrac{3}{4} \le y \le 1, \end{cases} \quad R_X^q = 1.$$

Тому

$$\mu_X(x) = \min\left(L_X(x), R_X(x)\right)$$

із

$$L_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \le 3/8, \\ x - 3/8, & \text{якщо } 3/8 \le x < 7/8, \\ x, & \text{якщо } 7/8 \le x < 1, \\ 1, & \text{якщо } x \ge 1, \end{cases} \quad R_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \le 1, \\ 1, & \text{якщо } x > 1. \end{cases}$$

Важливість дослідження рівнянь вигляду (2) підкреслює наступний приклад.

Приклад 2 [5]. Для визначення кількості води, необхідної для зрошування деякої сільськогосподарської культури (зрошувальної норми культури), агроном розв'язує рівняння

$$x + a + b = c,$$

де x — шукана зрошувальна норма, a — кількість опадів вегетації культури, b — використані запаси води з кореневого шару ґрунту, а c — сумарна потреба води на один га заданої культури.

Агроному заздалегідь невідомі конкретні значення параметрів a і b. Але він може вказати інтервали A і B, у яких містяться значення цих параметрів. Агроном має інформацію про цільові значення сумарної потреби води, за якої відбувається нормальний розвиток рослини. Іншими словами, йому відомий інтервал C, в який повинна потрапити сума $x + a + b$.

Отже, маємо наступну задачу: визначити таке значення зрошувальної норми x, що при будь-яких значеннях параметрів $a \in A$ і $b \in B$ сума $x + a + b \in C$.

Визначивши тут суму двох інтервалів як $A + B = \{a + b \mid a \in A,\ b \in B\}$, одержимо інтервальне рівняння

$$X + A + B \subseteq C,$$

методи розв'язання якого слід шукати в монографії [6]. В інтервальному рівнянні максимальний за включенням розв'язок і є множиною всіх тих значень x, для яких із $a \in A$ і $b \in B$ сума $x + a + b \in C$.

Замінивши у цьому рівнянні інтервали з чіткими межами на інтервали з розмитими межами, приходимо до рівнянь (2).

Оскільки балансові моделі, власне кажучи, лінійні та скінченно-вимірні, надалі в роботі основну увагу досліджень буде скеровано на системи лінійних алгебраїчних рівнянь, в основному, погано обумовлених, некоректно поставлених. Для цього нагадаємо один алгоритм розв'язання чітких систем лінійних алгебраїчних рівнянь

$$BX = C \qquad (5)$$

із регуляризуючими властивостями.

В (5) $B = (b_{kj})_{\substack{k=\overline{1,m} \\ j=\overline{1,n}}}$, $C = (c_k)$ — відповідно прямокутна матриця і вектор чітких чисел.

У разі некоректно поставлених задач система (5) є або погано обумовленою, або виродженою, або матриця B у ній прямокутна. Для таких систем мінімальний многочлен матриці $A = -B^T B$ має розміри $s \le r = \operatorname{rang} A$.

Згідно [3] нормальний розв'язок X^+ системи (5) має вигляд

$$X^+ = \frac{1}{d_s} B_{s-1} f ,$$

де $f = B^T C$, а значення d_s і B_{s-1} визначаються за алгоритмом

$$\begin{aligned}
&d_1 = -\operatorname{Sp} A, && B_0 = I, \\
&d_2 = -\frac{1}{2}\operatorname{Sp}(B_1 A), && B_1 = B_0 A + d_1 I, \\
&\quad \cdots\cdots && \quad \cdots\cdots \\
&d_n = -\frac{1}{2}\operatorname{Sp}(B_{n-1} A), && B_{n-1} = B_{n-2} A + d_{n-1} I,
\end{aligned}$$

де $\operatorname{Sp} A$ — слід матриці A.

Цей алгоритм надалі буде використано.

У роботах [2, 3] вказано й інші стійкі (регуляризуючі) алгоритми розв'язання некоректно поставлених задач.

НЕОБХІДНІСТЬ «РОЗМИВАННЯ» ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛІ МІЖГАЛУЗЕВОГО БАЛАНСУ

Починаючи з двадцятих років минулого століття модель міжгалузевого балансу широко впроваджувалась для розробки народногосподарських планів різноманітних рівнів та горизонтів планування. На теперішній час зацікавленість цією моделлю не тільки відроджується, але досить часто її включають у різноманіття систем моделей для проведення як теоретичних досліджень, так і практичних розрахунків, пов'язаних із оцінкою альтернатив розвитку економіки України.

Застосування міжгалузевого балансу в наукових та прогнозуючих розрахунках базується на гіпотезі стійкості значень коефіцієнтів прямих витрат навіть за вельми значних змін правої частини (а отже, і розв’язку) балансової задачі.

У роботі [5] досліджено питання про накопичення помилок у зведеному балансі. Очевидно за таких умов доцільно досліджувати та впроваджувати балансові моделі за нечіткої вхідної інформації. При побудові елементів зведеної матриці балансу використовують нормативні витрати регіональних матриць, а це проводить через операцію осереднення до абсолютної помилки виконання відповідних рівнянь зведеної балансової задачі.

Сучасний науковий стан побудови, аналізу та застосування балансових моделей, які ґрунтуються на моделі Леонтьєва, дозволяє переконатись у реальній змістовності та корисності цих моделей при розв’язанні задач економічного аналізу та прогнозування. Однак, у більшості випадків ці моделі є детермінованими, тобто з високим ступенем ідеалізації відображають реальну ситуацію. Для того, щоб усунути розбіжність між результатами моделі і станом реальної проблеми, необхідно використати один із перевірених часом методів, а саме метод «розмивання» параметрів досліджуваної проблеми.

Підвищення рівня системності математичних моделей можна досягнути завдяки впровадженню в моделі слабкоформалізованих аспектів проблемних ситуацій, опису погано визначених, неоднозначно зрозумілих ситуацій, об’єктів, понять.

На сьогодні, розв’язуючи задачі аналізу складних систем за умов невизначеності, широко використовуються методи теорії ймовірності та математичної статистики. Ці методи припускають імовірнісну інтерпретацію експериментальних даних стосовно параметрів системи та одержання на їх підставі статистичних висновків. Однак, коли невизначеність відносного стану об’єкта дослідження втрачає риси статистичної невизначеності, застосування класичної ймовірності як характеристики масових процесів стає неможливим.

Ймовірнісна міра володіє властивістю адитивності. Але доведено, що реальна поведінка людини найчастіше суперечить припущенню про адитивність. Тому при побудові більш реальних моделей, слід користуватись нечіткими мірами. Нечітка міра вільна від вимог адитивності, що є дуже привабливим при розв’язанні низки задач, у яких присутня невизначеність, що має вигляд нечіткості.

Поняття ймовірнісної міри є звуженням більш загального поняття — нечіткої міри. Неважко переконатись у тому, що поняття густини імовірності та функції належності, якими характеризують нечітку множину є порівняльними. Якщо імовірнісна міра є шкалою для виміру невизначеності типу випадковості, тоді нечіткі міри є об’єктивними шкалами для нечіткості. Таким чином, у теорії ймовірності розглядають статистичну невизначеність, наприклад імовірність попадання в ціль дорівнює 0,9. Теорія ж нечітких множин (міра можливості) дозволяє опрацювати лінгвістичну невизначеність, наприклад «влучний стрілець». Імовірнісна міра є частковим випадком нечітких мір довір’я або правдоподібності. Крім того, міру можливості можна побудувати через функцію належності нечіткої множини.

Отже, теорія нечітких мір дозволила скерувати в одне русло весь спектр понять невизначеності, як статистичної, так і лінгвістичної, нечіткої та розпливчастої.

Нечіткі відношення та міри дозволяють при прийнятті рішень моделювати плавну, поступову зміну властивостей, а також невідомі функціональні залежності, що припускають використання нечітких інструкцій, притаманних різноманітним сферам людських дій. Вони дозволяють описати наближені міркування і, отже, корисні як інструмент при прийнятті рішень для тих систем і процесів, що є надто складними, якщо користуватись традиційними кількісними методами.

Теорія нечітких множин та мір — це крок на шляху до зближення точності класичної математики з просякнутим неточністю реальним світом. Більшість класів (понять) реального світу на противагу класам або множинам класичної математики не мають чітких меж, які б відокремлювали об'єкти, що входять у цей клас, від об'єктів, які не входять до нього. До того ж застосування нечітких чисел до прогнозу параметрів вимагає від експерта не формувати миттєві ймовірнісні оцінки, а задавати розрахунковий інтервал значень прогнозованих параметрів. Тоді очікуваний ефект оцінюється експертом також як нечітке число зі своїм розрахунковим розкидом (ступенем нечіткості). На таких засадах дослідник оперує нечіткими мірами та інтегралами. Крім того, методи нечіткої логіки надають можливість кількісної інтерпретації якісних факторів, виражених у термінах природної мови, поєднуючи таким чином переваги кількісного та якісного аналізу.

Аналіз складних систем, який побудовано на підставі теорій нечітких множин, нечітких мір та нечітких інтегралів, дозволяє дати коректний опис розпливчастих тверджень, реалізуючи таким чином спробу подолати лінгвістичний бар'єр між людиною (судження і оцінки якої є наближеними та нечіткими), і машинами, які можуть виконувати тільки чіткі інструкції.

НЕЧІТКИЙ ВАРІАНТ СТАЦІОНАРНОЇ ЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ МІЖГАЛУЗЕВОГО БАЛАНСУ

За умов $y_i, x_i \geq 0$ стаціонарну систему

$$x_i = y_i + \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \qquad (6)$$

називають стандартною системою міжгалузевого балансу.

У (6) вектори y, x визначають можливі значення правої частини та розв'язку балансової задачі.

Перш ніж перейти до нечіткого аналога системи (6) вважатимемо, що всі розглянені нижче нечіткі числа є опуклими і нормальними, або вони задовольняють умові

$$\mu_a(x) = \min\left(L_a(x), R_a(x)\right),$$

де $L_a \in \mathbf{L}$, $R_a \in \mathbf{R}$.

Кожне таке число $\widetilde{a}$ можна зобразити через α-рівневий розклад

$$\widetilde{a} = \bigcup_{\alpha \in [0,1]} \left(\underline{a}_\alpha, \overline{a}_\alpha\right), \qquad (7)$$

де $\underline{a}_\alpha$ $(\overline{a}_\alpha)$ — нижня (верхня) межі нечіткого числа $\tilde{a}$ на α -рівні.

Розглянемо нечітку модель міжгалузевого балансу

$$\tilde{X} = \tilde{Y} + \tilde{A}\tilde{X}, \tag{8}$$

яка в координатній формі має вигляд

$$\tilde{x}_i = \tilde{y}_i + \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij}\tilde{x}_j, \quad i = \overline{1,n}.$$

Нехай нечіткі параметри $\tilde{a}_{ij}$, $\tilde{y}_i$ системи (8) допускають зображення (7) із $\underline{a}_{ij}^{\alpha_s}$ $(\overline{a}_{ij}^{\alpha_s})$ та $\underline{y}_i^{\alpha_s}$ $(\overline{y}_i^{\alpha_s})$, де $s = \overline{1,k}$.

Тоді операторні рівняння (4) перетворюються у скобкові системи

$$\underline{x}_i^s = \underline{y}_i^{\alpha_s} + \sum_{j=1}^{n} \underline{a}_{ij}^{\alpha_s} \underline{x}_j^s \tag{9}$$

та

$$\overline{x}_i^s = \overline{y}_i^{\alpha_s} + \sum_{j=1}^{n} \overline{a}_{ij}^{\alpha_s} \overline{x}_j^s. \tag{10}$$

Запишемо тепер кожну нечітку множину $\tilde{a}_{ij}$ та $\tilde{y}_i$ із $i = \overline{1,n}$ згідно об'єднанню (7), а це через виконання умов

$$\left(\underline{a}_{\alpha_k}, \overline{a}_{\alpha_k}\right) \le \left(\underline{a}_{\alpha_{k-1}}, \overline{a}_{\alpha_{k-1}}\right) \le \ldots \le \left(\underline{a}_{\alpha_1}, \overline{a}_{\alpha_1}\right)$$

дозволить для кожного $x_i = z$ побудувати функції належності (рисунок).

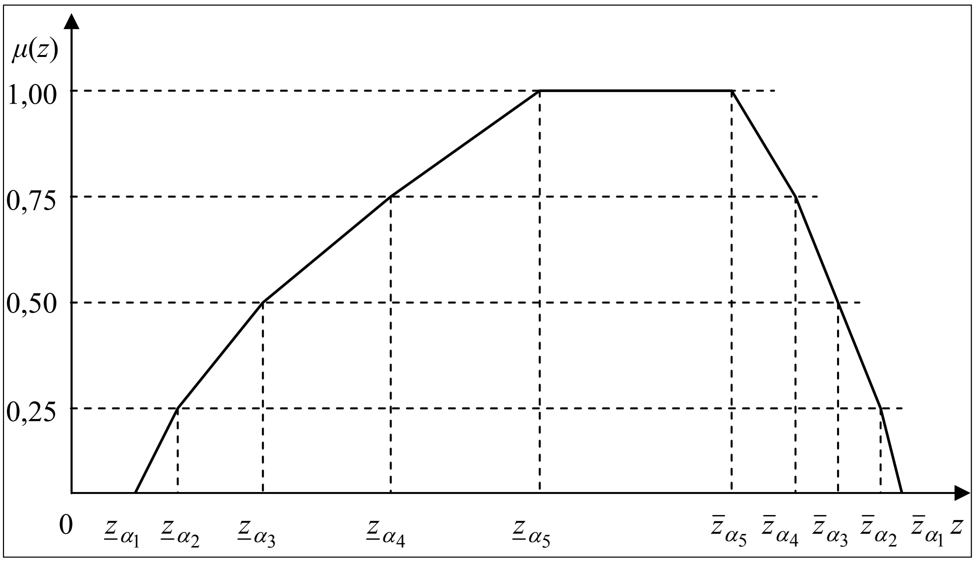

Рисунок. Код функції належності

Приклад. Розглянемо модель (8) із

$$\widetilde{A}=\begin{pmatrix}0,\widetilde{3} & 0,\widetilde{1}\\ 0,\widetilde{4} & 0,\widetilde{5}\end{pmatrix},\quad \widetilde{Y}=\begin{pmatrix}2\widetilde{0}0\\ 1\widetilde{0}0\end{pmatrix},$$

де

$$\begin{aligned}
0,\widetilde{3} &= {}^{0,1}/_{0}+{}^{0,15}/_{0,5}+{}^{0,2}/_{1}+{}^{0,35}/_{1}+{}^{0,375}/_{0,5}+{}^{0,4}/_{0};\\
0,\widetilde{1} &= {}^{0}/_{0}+{}^{0,025}/_{0,5}+{}^{0,05}/_{1}+{}^{0,2}/_{1}+{}^{0,25}/_{0,5}+{}^{0,3}/_{0};\\
0,\widetilde{4} &= {}^{0,2}/_{0}+{}^{0,25}/_{0,5}+{}^{0,31}/_{1}+{}^{0,5}/_{1}+{}^{0,525}/_{0,5}+{}^{0,55}/_{0};\\
0,\widetilde{5} &= {}^{0,3}/_{0}+{}^{0,35}/_{0,5}+{}^{0,4}/_{1}+{}^{0,55}/_{1}+{}^{0,55}/_{0,5}+{}^{0,55}/_{0},
\end{aligned}$$

а

$$\begin{aligned}
2\widetilde{0}0 &= {}^{160}/_{0}+{}^{170}/_{0,5}+{}^{180}/_{1}+{}^{210}/_{1}+{}^{215}/_{0,5}+{}^{220}/_{0};\\
1\widetilde{0}0 &= {}^{80}/_{0}+{}^{85}/_{0,5}+{}^{90}/_{1}+{}^{110}/_{1}+{}^{120}/_{0,5}+{}^{130}/_{0}.
\end{aligned}$$

Тоді, позначивши

$$\begin{aligned}
\widetilde{x}_1 &= {}^{\underline{x}_1^{(0)}}/_{0}+{}^{\underline{x}_1^{(0,5)}}/_{0,5}+{}^{\underline{x}_1^{(1)}}/_{1}+{}^{\overline{x}_1^{(1)}}/_{1}+{}^{\overline{x}_1^{(0,5)}}/_{0,5}+{}^{\overline{x}_1^{(0)}}/_{0},\\
\widetilde{x}_2 &= {}^{\underline{x}_2^{(0)}}/_{0}+{}^{\underline{x}_2^{(0,5)}}/_{0,5}+{}^{\underline{x}_2^{(1)}}/_{1}+{}^{\overline{x}_2^{(1)}}/_{1}+{}^{\overline{x}_2^{(0,5)}}/_{0,5}+{}^{\overline{x}_2^{(0)}}/_{0}
\end{aligned}$$

та розв’язавши відповідні системи (9), (10), одержимо нечіткі розв’язки

$$\begin{aligned}
\widetilde{x}_1 &= {}^{178}/_{0}+{}^{206,2}/_{0,5}+{}^{605,2}/_{1}+{}^{828,3}/_{1}+{}^{215}/_{0,5}+{}^{1314,3}/_{0},\\
\widetilde{x}_2 &= {}^{165}/_{0}+{}^{210,1}/_{0,5}+{}^{444,9}/_{1}+{}^{916,9}/_{1}+{}^{1233}/_{0,5}+{}^{1895,3}/_{0}.
\end{aligned}$$

Дефазифікуючи ці значення згідно центру ваги, одержимо розв’язки

$$x_1^{\text{ЦВ}}=\frac{1375,25}{3}=458,4;\quad x_2^{\text{ЦВ}}=\frac{2083,35}{3}=694,45\,.$$

Тут можливий і варіант відшукання нормального розв’язку розмитої системи (8). Наприклад, коли шуканий X і постійний Y вектори — чіткі, а розмитою є матриця A, тоді нормальний розв’язок задачі матиме вигляд

$$X^{+}=\begin{pmatrix}248,724\\ 285,594\end{pmatrix}.$$

Аналогічно, коли ж розмитою є $\widetilde{Y}$, то

$$X^{+}=\begin{pmatrix}223,312\\ 258,185\end{pmatrix}.$$

Актуальним є також аналог оптимізаційних моделей міжгалузевого балансу. Звернемо увагу на оптимізаційну модель міжгалузевого еколого-економічного балансу. За нечіткої вхідної інформації вона має вигляд

$$\left\langle \widetilde{P}, X \right\rangle \widetilde{\Rightarrow} \max \tag{11}$$

$$HX \le \widetilde{Q}, \quad X \ge 0$$

із

$$H = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \quad \widetilde{Q} = \begin{pmatrix} \widetilde{R} \\ \widetilde{Z} \end{pmatrix}, \quad \widetilde{P} = \begin{pmatrix} c^{(1)} \\ -c^{(2)} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x^{(1)} \\ x^{(2)} \end{pmatrix},$$

що несуть певне еколого-економічне навантаження.

Методи розв'язання задач типу (11) див. в роботах [2, 3].

ВИСНОВКИ

Використання теорії нечітких множин, мір та інтегралів дозволяє по новому розглянути задачі міжгалузевого балансу, більш гнучко оцінити результати досліджень, всесторонньо використати знання та рекомендації експертів у процесі моделювання, ефективно враховувати у задачах якісні показники.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Mizumoto M., Tanaka K.* Algebraic properties of Fuzzy numbers // Proc.of the IEEE Intern. Conf. on Cybernetics and Society. — Washington: IEEE, 1976. — P. 559–563.
2. *Рибицька О.М., Сявавко М.С.* Математичні аспекти відновлення інформації. — Львів: Растр-7, 2008. — 320 с.
3. *Сявавко М.С., Рибицька О.М.* Математичне моделювання за умов невизначеності. — Львів: Українські технології, 2000. — 320 с.
4. *Гвоздик А.А.* Решение нечетких уравнений // Изв. АН СССР. Техн. Кибернетика. — 1984. — № 5. — С. 176–183.
5. *Борисов А.Н., Крумберг О.А., Федоров И.П.* Принятие решений на основе нечетких моделей. Примеры использования. — Рига: Знание, 1990. — 184 с.
6. *Альфельд Г., Херцбергер Ю.* Введение в интервальные вычисления. — М.: Мир, 1987. — 360 с.
7. *Медвицкий В.Г., Медвицкий Ю.В.* О зависимости значений элементов балансовых матриц от цен и технологии производства // Экономика и мат.методы. — 2004. — **40**, № 1. — С. 90–104.

Надійшла 01.10.2008