

УДК 519.872

**ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА МОДЕЛИ БЕСПРОВОДНОЙ  
СЕТИ СВЯЗИ СО СЛОЖНОЙ СХЕМОЙ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ  
КАНАЛОВ И ОЧЕРЕДЯМИ**

**А.З. МЕЛИКОВ, А.М. ВЕЛИБЕКОВ**

Предлагаются простые вычислительные процедуры для приближенного расчета показателей качества обслуживания в беспроводных сотовых сетях связи при неизолированной схеме резервирования каналов для «нетерпеливых» хэндовер-вызовов. Новые вызовы могут ожидать в конечной или бесконечной очереди. Предложенные процедуры имеют высокую точность для макросоты и микросоты, в которых интенсивности трафиков новых и хэндовер-вызовов существенно отличаются. Приводятся результаты численных экспериментов по расчету моделей.

**ВВЕДЕНИЕ**

В беспроводных сотовых сетях передачи речи различаются вызовы двух типов — новые ( $o$ -вызовы) и хэндовер-вызовы ( $h$ -вызовы). В таких сетях при переходе мобильного пользователя границы данной соты вызов становится хэндовер-вызовом для соседней соты. И если в новой соте имеется хотя бы один свободный канал, то разговор  $h$ -вызова возобновляется для него незаметно. В противном случае происходит вынужденное прерывание разговора.

Поскольку  $h$ -вызовы более чувствительны к возможным потерям и задержкам, чем  $o$ -вызовы, то зачастую используются различные схемы приоритетного обслуживания  $h$ -вызовов. Эти схемы подразумевают использование резервных каналов для  $h$ -вызовов и/или рациональную организацию их очереди [1–6].

Вместе с тем, с целью компенсации шансов  $o$ -вызовов необходимо организовать их очереди (конечной или бесконечной длины), сохраняя при этом высокую приоритетность  $h$ -вызовов при поступлении в систему, которая обеспечивается за счет резервирования для них определенного числа радиоканалов. Модели последнего типа исследовались в работах [7, 8]. В обеих работах обслуживание разнотипных вызовов происходит согласно схеме неизолированного резервирования каналов, т.е. все радиоканалы соты делятся на две группы, и для обслуживания поступившего  $h$ -вызова поиск

свободного канала сначала осуществляется в первой группе. Если все каналы этой группы заняты, то — во второй. Если все каналы обеих групп заняты, то  $h$ -вызов теряется. «Терпеливые»  $o$ -вызовы могут обслуживаться лишь в первой группе каналов, и если в момент поступления  $o$ -вызова все каналы этой группы заняты, то он становится в очередь.

В работе [7] предполагается, что при освобождении канала первой группы один  $h$ -вызов, обслуживаемый в этот момент во второй группе каналов, переключается в первую группу, независимо от длины очереди  $o$ -вызовов.

В работе [8] переназначение  $h$ -вызова из второй группы к первой разрешается лишь тогда, когда в очереди отсутствуют  $o$ -вызовы. Иными словами, переназначение  $h$ -вызова из второй группы к первой не допускается, если в очереди имеется хотя бы один  $o$ -вызов. Для расчета показателей качества обслуживания (Quality of Service, QoS) этих схем распределения каналов в работе [7] использован матрично-геометрический подход, а в [8] — метод производящих функций.

В работе [9] разработаны простые вычислительные процедуры для расчета показателей QoS соты при использовании схемы распределения каналов, предложенной в [7]. Там же показано, что разработанные приближенные формулы имеют высокую точность.

Настоящая работа является продолжением исследований, начатых в [9]. Здесь разрабатываются вычислительные процедуры для расчета показателей QoS соты при использовании схемы распределения каналов, предложенной в [8]. Несмотря на то, что, на первый взгляд, качественное описание этих двух схем распределения каналов мало отличается, их математический анализ различный. В частности, условия эргодичности соответствующих моделей существенно отличаются друг от друга.

## СХЕМА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАНАЛОВ И МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО РАСЧЕТА QoS

Рассматривается модель изолированной соты беспроводной сети, которая содержит буфер лишь для ожидания в очереди  $o$ -вызовов, а  $h$ -вызовы обслуживаются по схеме с явными потерями. Предполагается, что  $o$ -вызовы ( $h$ -вызовы) поступают в систему согласно закону Пуассона с интенсивностью  $\lambda_o$  ( $\lambda_h$ ), и требуемое время их обслуживания не зависит от типа вызова, распределено экспоненциально со средним  $\mu^{-1}$ . Идентичность разнотипных вызовов по длительности их обслуживания объясняется отсутствием памяти экспоненциального распределения, так как если в период обслуживания  $o$ -вызова происходит процедура хэндовер, то оставшееся время обслуживания данного вызова в новой соте (уже в качестве  $h$ -вызова) также имеет экспоненциальное распределение с тем же средним  $\mu^{-1}$ .

Обслуживание разнотипных вызовов осуществляется по схеме неизоллированного резервирования каналов. Все  $m + n$  каналы делятся на две

группы: первая содержит  $m$  каналов, вторая —  $n$ . Для обслуживания поступившего  $h$ -вызова поиск свободного канала сначала производится в первой группе, а если все  $m$  каналов этой группы заняты, то — во второй. Если все каналы обеих групп являются занятыми, то  $h$ -вызов теряется. Новые вызовы могут обслуживаться лишь в первой группе каналов, и если в момент поступления  $o$ -вызова все каналы этой группы заняты, то этот вызов становится в очередь. При освобождении канала первой группы (т.е. после завершения обслуживания одного  $o$ - или  $h$ -вызова в данной группе) один  $h$ -вызов, обслуживаемый в этот момент во второй группе, переключается в первую лишь тогда, когда в очереди отсутствуют  $o$ -вызовы. Иными словами, переназначение  $h$ -вызова из второй группы к первой не допускается, если в очереди имеется хотя бы один  $o$ -вызов.

Новые вызовы выбираются из очереди для обслуживания лишь тогда, когда число свободных каналов становится больше  $n$ . При этом очередь  $o$ -вызовов обслуживается по схеме FCFS (First Come First Served).

Необходимо отметить, что при фиксированном значении общего числа каналов увеличение числа резервных каналов (т.е.  $n$ ) приводит, с одной стороны, к уменьшению вероятности потери  $h$ -вызовов, а с другой — уменьшению коэффициента использования радиоканалов соты. Иными словами, может оказаться, что увеличение числа резервных каналов является эффективным в микросотах, в которых интенсивность  $h$ -вызовов существенно превосходит интенсивность  $o$ -вызовов. А в макросотах, в которых интенсивность  $o$ -вызовов существенно превосходит интенсивность  $h$ -вызовов, увеличение числа резервных каналов не эффективно. Таким образом, возникает необходимость разработки эффективных алгоритмов для исследования этой схемы распределения радиоканалов в микро- и макросотах.

### Расчет характеристик модели макросоты

Сначала рассмотрим модель макросоты с бесконечной очередью  $o$ -вызовов. Под показателями QoS понимаются вероятность потери  $h$ -вызовов ( $P_h$ ), средняя длина очереди  $o$ -вызовов ( $L_q^o$ ), а также среднее время ожидания в очереди ( $W_q^o$ ).

Состояние системы в произвольный момент времени описывается двумерным вектором  $\mathbf{k} = (k_1, k_2)$ , где  $k_1$  — общее число занятых каналов,  $k_1 = 0, 1, \dots, m + n$ , и  $k_2$  — число  $o$ -вызовов в очереди,  $k_2 = 0, 1, 2, \dots$ . Множество всех возможных состояний  $S$  модели имеет вид

$$S = \bigcup_{i=0}^n S_i, S_i \cap S_j = \emptyset, i \neq j, \quad (1)$$

где

$$S_0 = \{(j, 0) : j = 0, 1, \dots, m\} \cup \{(m, j) : j = 1, 2, \dots\}, S_i = \{(m + i, j) : j = 0, 1, 2, \dots\}, i > 0.$$

Исходя из принятой схемы распределения каналов системы, заключаем, что элементы производящей матрицы  $q(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ ,  $\mathbf{k}, \mathbf{k}' \in S$ , соответствующей двумерной цепи Маркова, определяются из соотношений (рис. 1)

$$q(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \begin{cases} \lambda_o + \lambda_h, & \text{если } k_1 \leq m-1, \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_1, \\ \lambda_h, & \text{если } k_1 \geq m, \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_1, \\ \lambda_o, & \text{если } k_1 \geq m, \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_2, \\ k_1 \mu, & \text{если } k_1 \leq m-1, \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_2, \\ m\mu, & \text{если } k_1 \geq m, \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_2, \\ k_1 \mu, & \text{если } k_1 > m, k_2 = 0, \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_1, \\ (k_1 - m)\mu, & \text{если } k_1 > m, k_2 > 0, \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_1, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (2)$$

где  $\mathbf{e}_1 = (1, 0)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (0, 1)$ .

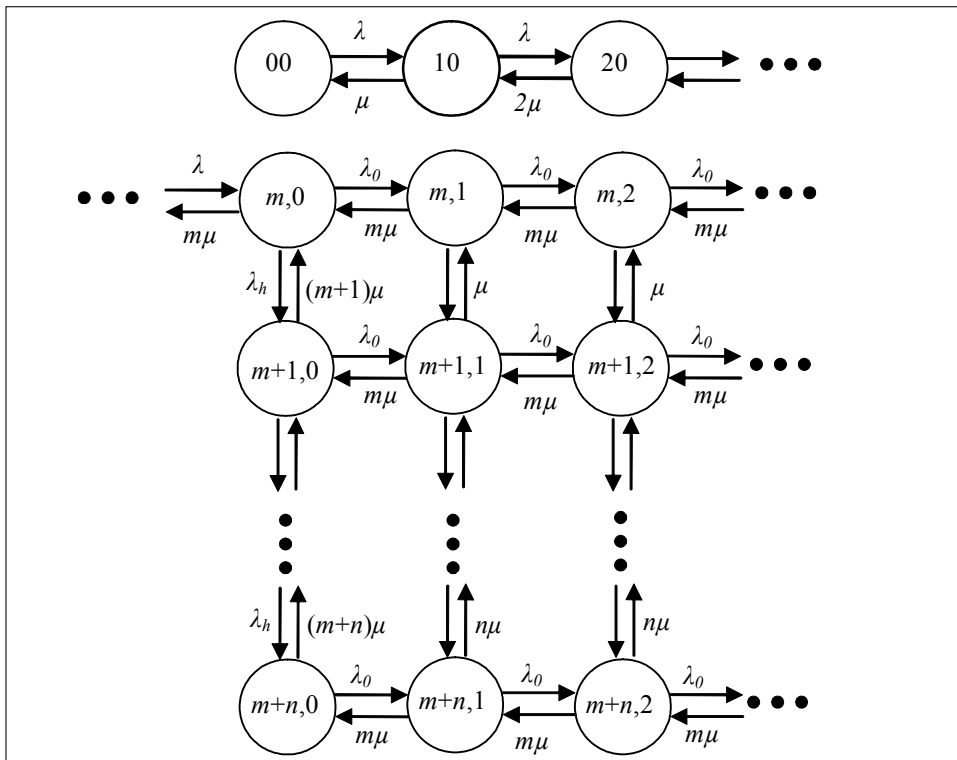


Рис. 1. Граф модели

Стационарную вероятность состояния  $\mathbf{k} \in S$  обозначим  $p(\mathbf{k})$ . Тогда искомые QoS системы выражаются с помощью стационарного распределения модели

$$P_h = \sum_{i=0}^{\infty} p(m+n, i), \quad (3)$$

$$L_q^o = \sum_{i=1}^{\infty} ip(i), \quad (4)$$

$$W_q^0 = L_q^o / \lambda_o, \quad (5)$$

где  $p(i) := \sum_{\mathbf{k} \in S} p(\mathbf{k}) \delta(k_2, i)$  — маргинальные распределения модели;  $\delta(i, j)$  — символы Кронеккера.

Как было отмечено выше, в макросотах выполняется условие  $\lambda_o \gg \lambda_h$ . Ниже при выполнении этого условия предлагается простая численная процедура для определения показателей QoS (3)–(5).

Указанное условие о соотношении интенсивностей разнотипных трафиков позволяет заключить, что переходы из состояния  $\mathbf{k} \in S$  в состояние  $\mathbf{k} + \mathbf{e}_2 \in S$  осуществляются чаще, чем в состояние  $\mathbf{k} + \mathbf{e}_1 \in S$ . Иными словами, переходы между состояниями (микросостояниями) внутри классов  $S_i$  происходят чаще, чем переходы между состояниями из разных классов. Исходя из этого классы микросостояний  $S_i$  в (1) представляются в виде изолированных укрупненных состояний  $\langle i \rangle$ , и в исходном пространстве состояний  $S$  строится функция укрупнения

$$U(\mathbf{k}) = \langle i \rangle, \text{ если } \mathbf{k} \in S_i, i = 0, 1, \dots, n. \quad (6)$$

Функция (6) определяет укрупненную модель, которая является одномерной цепью Маркова с пространством состояний  $\tilde{S} := \{\langle i \rangle : i = 0, 1, 2, \dots, n\}$ .

Элементы производящей матрицы расщепленных моделей с пространством состояний  $S_i$ , обозначаемые  $q_i(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ ,  $\mathbf{k}, \mathbf{k}' \in S_i$ , определяются на основе соотношений (2):

для модели с пространством состояний  $S_0$

$$q_0(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \begin{cases} \lambda_o + \lambda_h, & \text{если } k_1 \leq m - 1, \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_1, \\ \lambda_o, & \text{если } k_1 \geq m, \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_2, \\ k_1 \mu, & \text{если } k_1 \leq m - 1, \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_1, \\ m \mu, & \text{если } k_1 \geq m, \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_2, \\ 0 & \text{в остальных случаях;} \end{cases} \quad (7)$$

для модели с пространством состояний  $S_i, i \geq 1$

$$q_i(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \begin{cases} \lambda_o, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_2, \\ m \mu, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_2, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (8)$$

Стационарная вероятность состояния  $\mathbf{k} \in S$  внутри расщепленной модели с пространством состояний  $S_i$  обозначается  $\rho(\mathbf{k})$ . Тогда, с помощью (7), (8) находятся стационарные распределения расщепленных моделей:

для модели с пространством состояний  $S_0$

$$\rho(i, j) = \begin{cases} \frac{v^i}{i!} \rho_0, & \text{если } 1 \leq i \leq m, j = 0, \\ \frac{v^m}{m!} \tilde{v}_o^j \rho_0, & \text{если } i = m, j \geq 1, \end{cases} \quad (9)$$

где

$$\rho_0 = \left( \sum_{i=0}^m \frac{v^i}{i!} + \frac{v^m}{m!} \frac{\tilde{v}_o}{1 - \tilde{v}_o} \right)^{-1},$$

$$v_x = \lambda_x / \mu, x \in \{o, h\}, v = v_o + v_h, \tilde{v}_o = v_o / m; \quad (10)$$

для модели с пространством состояний  $S_i, i = 1, 2, \dots, n$

$$\rho(m+i, j) = \tilde{v}_o^j (1 - \tilde{v}_o), j = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

При выводе формул (9)–(11) получается интуитивно ясное и простое условие эргодичности модели  $\tilde{v}_o < 1$ , т.е. условие эргодичности системы не зависит от нагрузки хэндовер-вызовов.

Интенсивности переходов между укрупненными состояниями  $\langle i \rangle, \langle i' \rangle \in \tilde{S}$ ,  $q(\langle i \rangle, \langle i' \rangle)$  определяются так:

$$q(\langle i \rangle, \langle i' \rangle) = \sum_{\mathbf{k} \in S_i, \mathbf{k}' \in S_{i'}} q(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \rho(\mathbf{k}). \quad (12)$$

С учетом (2), (9)–(11) из соотношения (12) определяются элементы производящей матрицы укрупненной модели

$$q(\langle i \rangle, \langle i' \rangle) = \begin{cases} \lambda_h a, & \text{если } i = 0, i' = 1, \\ \lambda_h, & \text{если } 1 \leq i \leq n-1, i' = i+1, \\ (m+i)(1-\tilde{v}_o) + i\mu\tilde{v}_o, & \text{если } 1 \leq i \leq n, i' = i-1, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (13)$$

где  $a := 1 - \rho_0 \sum_{j=0}^{m-1} \frac{v^j}{j!}$ .

При выполнении условия эргодичности системы из соотношений (13) определяется стационарное распределение укрупненной модели ( $\pi(\langle i \rangle): \langle i \rangle \in \tilde{S}$ ):

$$\pi(\langle i \rangle) = a \prod_{j=1}^i \frac{\lambda_h^j}{(m+j)(1-\tilde{v}_o) + j\mu\tilde{v}_o} \pi(\langle 0 \rangle), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (14)$$

где

$$\pi(\langle 0 \rangle) = \left( 1 + a \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^i \frac{\lambda_h^j}{(m+j)(1-\tilde{v}_o) + j\mu\tilde{v}_o} \right)^{-1}. \quad (15)$$

Далее с использованием (9)–(11), (14) и (15) стационарное распределение исходной модели приближенно определяется как

$$p(k_1, k_2) \approx \rho(k_1, k_2) \pi(\langle k_1 \rangle). \quad (16)$$

После выполнения необходимых математических преобразований получим следующие приближенные формулы для вычисления характеристик (3)–(5) исследуемой модели:

$$P_h \approx \pi(< n >), \quad (17)$$

$$L_q^o \approx \frac{\tilde{V}_o}{1 - \tilde{V}_o}, \quad (18)$$

$$W_q^o \approx L_q^o / \lambda_o. \quad (19)$$

**Замечание 1.** Из формул (18) и (19) следует, что средняя длина очереди  $o$ -вызовов и среднее время их ожидания в очереди не зависят от нагрузки  $h$ -вызовов. Это объясняется тем, что в макросотах нагрузка  $o$ -вызовов существенно превышает нагрузки  $h$ -вызовов, и потому нагрузка  $h$ -вызовов к первой группе каналов является незначительной.

Предложенный метод позволяет определить показатели QoS макросоты и при наличии лишь ограниченного буфера для ожидания в очереди  $o$ -вызовов. Пусть максимально допустимая длина очереди  $o$ -вызовов равна  $R, R < \infty$ . Тогда при любых значениях нагрузочных и структурных параметров в системе существует стационарный режим, т.е. не требуется выполнение условия эргодичности  $\tilde{V}_o < 1$ .

В данном случае пространство состояний исходной модели

$$S(R) = \bigcup_{i=0}^n S_i(R), S_i(R) \cap S_j(R) = \emptyset, i \neq j, \quad (20)$$

где

$$S_0(R) = \{(j, 0): j = 0, 1, \dots, m\} \cup \{(m, j): j = 1, 2, \dots, R\},$$

$$S_i(R) = \{(m + i, j): j = 0, 1, 2, \dots, R\}.$$

Применяя описанный выше подход и опуская промежуточные математические преобразования, находим, что для данной модели стационарное распределение укрупненной модели определяется как

$$\pi_R(< i >) = a \prod_{j=1}^i \frac{\lambda_h^j}{(m + j)b + j\mu(1 - b)} \pi_R(< 0 >), i = 1, 2, \dots, n, \quad (21)$$

где

$$\pi_R(< 0 >) = \left( 1 + a \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^i \frac{\lambda_h^j}{(m + j)b + j\mu(1 - b)} \right)^{-1}, b := \frac{1 - \tilde{V}_o}{1 - \tilde{V}_o^{R+1}}. \quad (22)$$

Следовательно, приближенные значения показателей QoS (3)–(5) для модели с ограниченной очередью вычисляются следующим образом:

$$P_h(R) \approx \pi_R(< n >), \quad (23)$$

$$L_q^o(R) \approx b \sum_{i=1}^R i \tilde{V}_o^i, \quad (24)$$

$$W_q^o(R) \approx \frac{L_q^o(R)}{\lambda_o(1 - P_o(R))}, \quad (25)$$

где  $P_o(R)$  — вероятность потери  $o$ -вызовов, и для данной модели

$$P_o(R) \approx \tilde{v}_o^R \left( \frac{v^m}{m!} \pi_R(<0>) + b(1 - \pi_R(<0>)) \right). \quad (26)$$

**Замечание 2.** Из формулы (24) следует, что в модели макросоты с ограниченным буфером средняя длина очереди  $o$ -вызовов также не зависит от нагрузки  $h$ -вызовов. Однако в данном случае (25) среднее время ожидания в очереди  $o$ -вызовов зависит от нагрузки  $h$ -вызовов. Это объясняется тем, что в данной модели нагрузка  $h$ -вызовов влияет на вероятность потери  $o$ -вызовов (26).

### Расчет характеристик модели микросоты

Как отмечено выше, в микросотах выполняется условие  $\lambda_o \ll \lambda_h$ . Это говорит о том, что переходы из состояния  $\mathbf{k} \in S$  в состояние  $\mathbf{k} + \mathbf{e}_1 \in S$  осуществляются чаще, чем в состояние  $\mathbf{k} + \mathbf{e}_2 \in S$ , исходя из чего предложенная выше вычислительная процедура для модели с бесконечной очередью модифицируется следующим образом.

Рассматривается разбиение пространства состояний

$$S = \bigcup_{i=0}^{\infty} \tilde{S}_i, \tilde{S}_i \cap \tilde{S}_{i'} = \emptyset, \quad i \neq i', \quad (27)$$

где  $\tilde{S}_0 = \{(j,0): j = 0,1,\dots,m+n\}$ ,  $\tilde{S}_i = \{(j,i): j = m,m+1,\dots,m+n\}$ ,  $i \geq 1$ .

Согласно указанному выше условию о соотношении нагрузок разнотипных вызовов в разбиении (27) переходы между микросостояниями внутри классов  $\tilde{S}_i$  осуществляются чаще, чем переходы между состояниями из разных классов.

Поскольку выбранная схема разбиения исходного пространства состояний полностью определяет структуры расщепленной и укрупненной моделей, то дальнейшие процедуры для приближенного расчета стационарного распределения исходной модели уже очевидны. Поэтому ниже опускаются некоторые известные промежуточные этапы решения данной задачи.

Стационарное распределение расщепленной модели с пространством состояний  $\tilde{S}_0$  совпадает с соответствующим распределением классической однопоточковой модели Эрланга  $M/M/m+n/0$  с интенсивностью  $\lambda(j)$ , зависящей от состояния системы, т.е. от числа вызовов ( $j$ ) в системе.

$$\lambda(j) = \begin{cases} \lambda_o + \lambda_h, & \text{если } j < m, \\ \lambda_h, & \text{если } j \geq m. \end{cases}$$

Следовательно, стационарное распределение расщепленной модели с пространством состояний  $\tilde{S}_0$  определяется как

$$\rho_0(j) = \begin{cases} \frac{v^j}{j!} \rho_0(0), & \text{если } j = 1, \dots, m, \\ \left( \frac{v}{v_h} \right)^m \frac{v_h^j}{j!} \rho_0(0), & \text{если } j = m+1, \dots, m+n, \end{cases} \quad (28)$$



где  $\rho_0(0) = \left( \sum_{j=0}^m \frac{v^j}{j!} + \left( \frac{v}{v_h} \right)^m \sum_{j=m+1}^{m+n} \frac{v_h^j}{j!} \right)^{-1}$ .

Стационарное распределение расщепленной модели с пространством состояний  $\tilde{S}_i, i \geq 1$ , совпадает с соответствующим распределением классической однопоточковой модели Эрланга  $M/M/n/0$  с нагрузкой  $v_h$  Erl.

Поскольку число классов микросостояний в (27) является бесконечным, то укрупненная модель представляет собой одномерную цепь Маркова с бесконечным пространством состояний  $S' = \{ \langle i \rangle : i = 0, 1, 2, \dots \}$ . Здесь укрупненное состояние  $\langle i \rangle$  содержит все микросостояния класса  $\tilde{S}_i$ . Тогда, с учетом (2) и указанного выше о стационарных распределениях расщепленных моделей получим следующие формулы для вычисления элементов укрупненной модели:

$$q(\langle i \rangle, \langle i' \rangle) = \begin{cases} \lambda_o c, & \text{если } i = 0, i' = 1, \\ \lambda_o, & \text{если } i \geq 1, i' = i + 1, \\ m\mu, & \text{если } i' = i - 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (29)$$

где  $c := \sum_{k=m}^{m+n} \rho_0(k)$ .

Из (29) получаются условия эргодичности модели  $\tilde{v}_o < 1$ . Это условие полностью совпадает с аналогичным условием, полученным для модели макросоты. При выполнении условия эргодичности стационарное распределение укрупненной модели определяется так:

$$\pi(\langle i \rangle) = c \tilde{v}_o^i \pi(\langle 0 \rangle), \quad i \geq 1, \quad (30)$$

где

$$\pi(\langle 0 \rangle) = \frac{1 - \tilde{v}_o}{1 - \tilde{v}_o + c \tilde{v}_o}. \quad (31)$$

С учетом (28)–(31) после выполнения известных математических преобразований получаются следующие приближенные формулы для вычисления показателей QoS модели микросоты с бесконечными очередями о-вызовов:

$$P_h \approx \rho_0(m+n)\pi(\langle 0 \rangle) + E_B(v_h, n)(1 - \pi(\langle 0 \rangle)), \quad (32)$$

$$L_q^o \approx \frac{1 - \pi(\langle 0 \rangle)}{1 - \tilde{v}_o}, \quad (33)$$

$$W_q^o \approx L_q^o / \lambda_o, \quad (34)$$

где  $E_B(v_h, n)$  — B-формула Эрланга для модели  $M/M/n/0$  с нагрузкой  $v_h$  Erl.

**Замечание 3.** Из формул (33) и (34) следует, что в отличие от макросоты в микросотах средняя длина очереди  $o$ -вызовов и среднее время ожидания существенно зависят от нагрузки  $h$ -вызовов. Это вполне логично, так как в микросотах нагрузка  $h$ -вызовов значительно превышает нагрузки  $o$ -вызовов, и потому нагрузка  $h$ -вызовов к первой группе каналов оказывается значительной.

Как и в предыдущем случае, можно вычислить показатели QoS модели микросоты с конечными очередями  $R, R < \infty$  для  $o$ -вызовов. Для этой модели при любых допустимых значениях нагрузочных параметров в системе существует стационарный режим. Опуская известные промежуточные этапы, предлагаем конечные формулы для вычисления искомых показателей.

$$P_h(R) \approx \rho_0(m+n)\pi_R(<0>) + E_B(v_h, n)(1 - \pi_R(<0>)), \quad (35)$$

$$L_q^o \approx c\pi_R(<0>)\sum_{i=1}^R i\tilde{V}_o^i, \quad (36)$$

$$P_o(R) \approx \pi_R(<R>), \quad (37)$$

$$W_q^o \approx \frac{L_q^o(R)}{\lambda_o(1 - P_o(R))}. \quad (38)$$

Здесь стационарное распределение укрупненной модели

$$\pi_R(<i>) = c\tilde{V}_o^i\pi_R(<0>), \quad i=1, 2, \dots, R, \quad (39)$$

где

$$\pi_R(<0>) = \frac{1 - \tilde{V}_o}{1 - (1 - c)\tilde{V}_o - c\tilde{V}_o^{R+1}}. \quad (40)$$

### ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Простота предложенных формул вычисления показателей QoS позволяет изучить их поведение практически во всех допустимых диапазонах изменения структурных и нагрузочных параметров соты. На рис. 2–6 показаны зависимости показателей QoS от числа резервируемых каналов для  $h$ -вызовов.

Отметим, что поведение функции  $P_h$  существенно зависит от конкретных значений нагрузочных параметров модели. Иными словами, не удастся предугадать вид этой функции, что объясняется сложностью используемой стратегии занятия каналов  $h$ -вызовами (поиск свободного канала для них сначала осуществляется в общей группе, и если все каналы этой группы заняты, то — в резервной). Для иллюстрации приведем результаты численных экспериментов, которые показывают различные виды этой функции в зависимости от значений исходных данных.

На рис. 2 и 3 показаны виды функции  $P_h$  в микросотах. При указанных значениях нагрузочных параметров модели значение функции систематически уменьшается (рис. 2). Это объясняется тем, что при заданных значениях параметров соты  $h$ -вызовы плохо используют первую группу каналов, т.е.

фактически используют лишь каналы второй группы, и поэтому с ростом числа каналов значение указанной функции уменьшается.

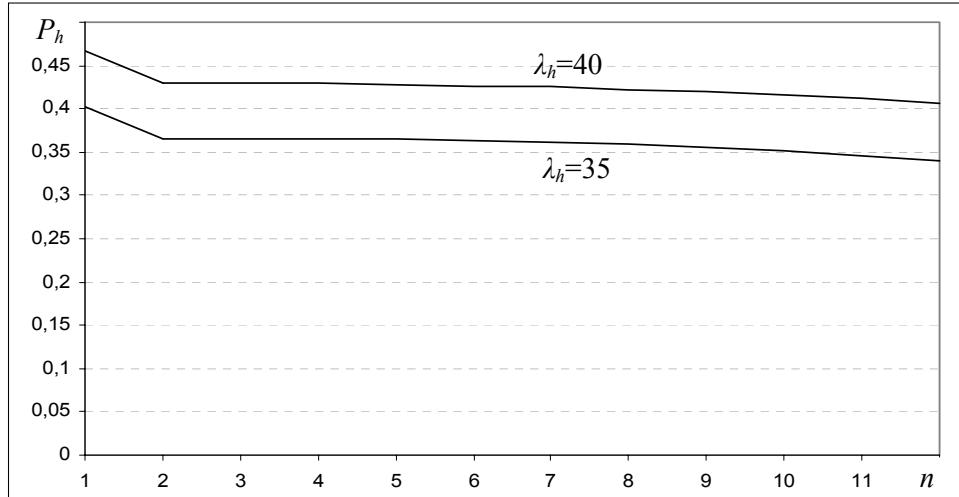


Рис. 2. Зависимость  $P_h$  от  $n$  в микросотах при  $t + n = 15$ ,  $\lambda_o = 5$ ,  $\mu = 2$

На рис. 3. для заданных значений нагрузочных параметров модели при малых значениях числа каналов второй группы  $h$ -вызовы плохо используют все доступные каналы, но, вместе с тем, с увеличением числа каналов этой группы суммарный коэффициент использования каналов улучшается.

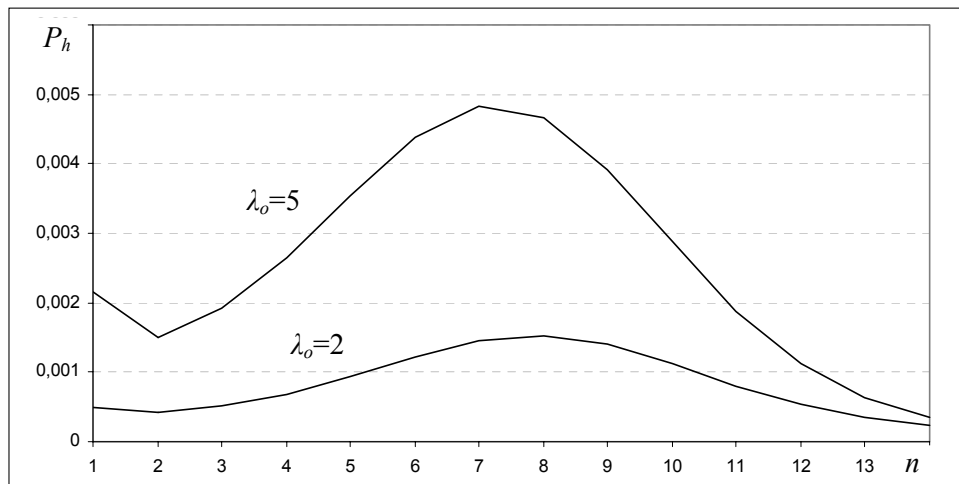


Рис. 3. Зависимость  $P_h$  от  $n$  в микросотах при  $t + n = 15$ ,  $\lambda_h = 20$ ,  $\mu = 4$

На рис. 4 показаны виды функции  $P_h$  в макросотах. Для полноты представления здесь приведены случаи возрастания и убывания этой функции относительно изменения числа каналов второй группы. При этом нагрузка  $o$ -вызовов фиксированная. При малых нагрузках  $h$ -вызовы в основном используют каналы второй группы, и поэтому с увеличением числа каналов этой группы функция  $P_h$  уменьшается. При больших нагрузках  $h$ -вызовы используют каналы обеих групп, но при выбранных значениях исходных

данных суммарный коэффициент использования каналов  $h$ -вызовами оказывается низким, и поэтому функция  $P_h$  уменьшается. Отметим, что во всех случаях указанная функция возрастает с ростом нагрузки трафика любого типа.

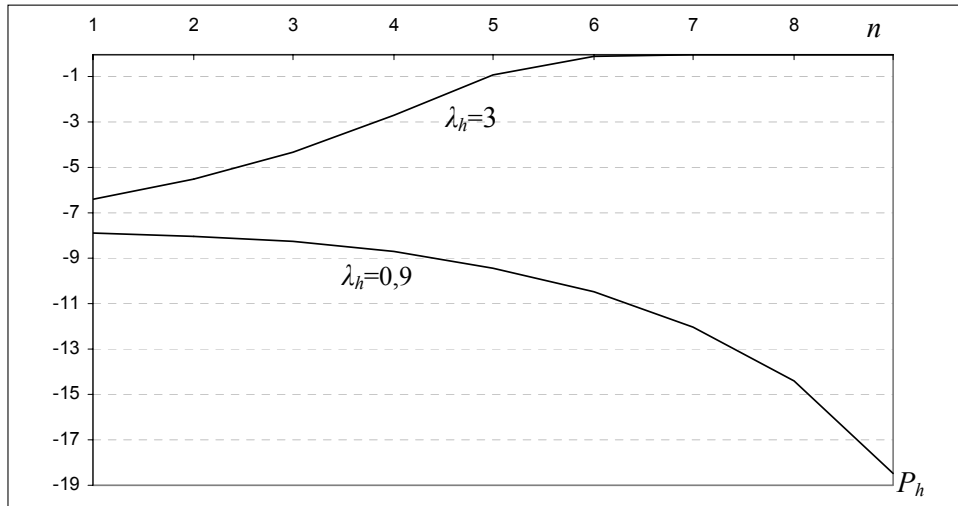


Рис. 4. Зависимость  $P_h$  от  $n$  в макросотах при  $m + n = 10$ ,  $\lambda_o = 15$ ,  $\mu = 20$

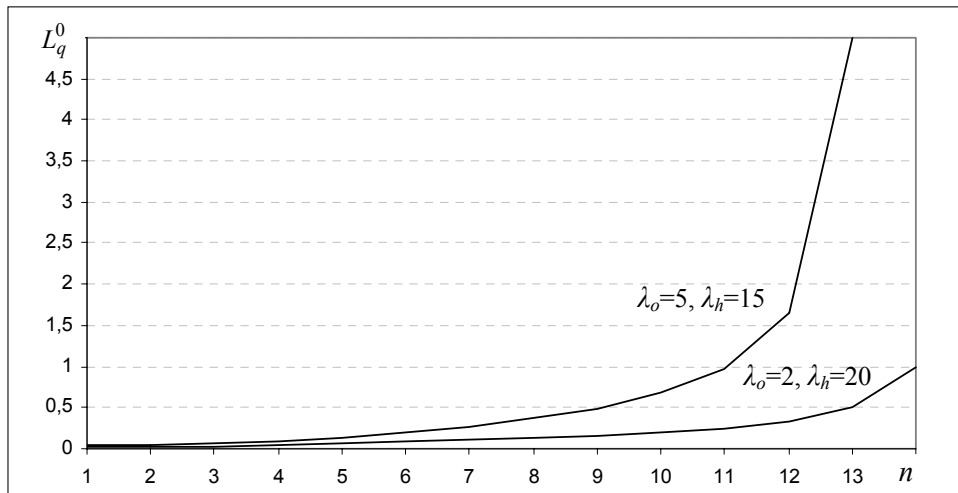


Рис. 5. Зависимость  $L_q^0$  от  $n$  в микросотах при  $m + n = 15$ ,  $\mu = 2$

В отличие от функции  $P_h$  в сотах обоих типов функции  $L_q^o$  и  $W_q^o$  являются возрастающими относительно числа каналов второй группы, независимо от нагрузки трафиков (при фиксированном общем числе каналов соты), что вполне соответствует теоретическим ожиданиям, так как увеличение числа каналов второй группы уменьшает шансы  $o$ -вызовов для принятия на обслуживание в моменты их поступления в систему.

На рис. 5 и 6 показаны виды функций в макросотах. Эти функции имеют аналогичный вид и для микросоты.

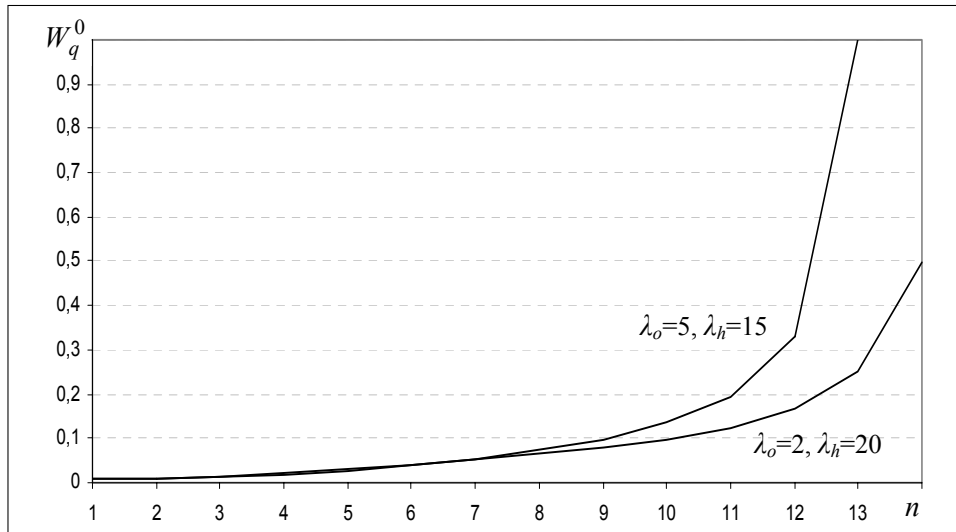


Рис. 6. Зависимость  $W_q^0$  от  $n$  в микросотах при  $m + n = 15$ ,  $\mu = 2$

Другая цель выполнения численных экспериментов состоит в оценке точности полученных формул. Так, приближенные результаты для макро- и микросоты почти полностью совпадают с результатами работы [8] (ее результаты считаются точными). Некоторые сравнения даны в таблице. Аналогичные результаты получены и для других исходных данных исследуемых моделей.

Сравнения с результатами работы [8] для микросоты при  $m + n = 15$ ,  $\lambda_o = 5$ ,  $\lambda_h = 15$ ,  $\mu = 2$

№ п/п	Предложенный подход			Подход в работе [8]			Разница в подходах		
	$P_h$	$L_q^0$	$W_q^0$	$\tilde{P}_h$	$\tilde{L}_q^0$	$\tilde{W}_q^0$	$ P_h - \tilde{P}_h $	$ L_q^0 - \tilde{L}_q^0 $	$ W_q^0 - \tilde{W}_q^0 $
1	0,0506	0,0358	0,0072	0,0509	0,0401	0,0098	0,0003	0,0043	0,0026
2	0,0436	0,0366	0,0073	0,0445	0,0179	0,0088	0,0009	0,0013	0,0106
3	0,0480	0,0609	0,0122	0,0498	0,0625	0,0156	0,0180	0,0443	0,0034
4	0,0534	0,0945	0,0189	0,0588	0,0989	0,0201	0,0054	0,0044	0,0012
5	0,0583	0,1395	0,0279	0,0601	0,1542	0,0302	0,0018	0,0147	0,0023
6	0,0612	0,1978	0,0396	0,0626	0,2002	0,0411	0,0014	0,0024	0,0015
7	0,0611	0,2724	0,0545	0,0655	0,2823	0,0600	0,0044	0,0099	0,0055
8	0,0576	0,3678	0,0736	0,0599	0,3987	0,0765	0,0023	0,0109	0,0029
9	0,0511	0,4943	0,0989	0,0545	0,5002	0,0856	0,0034	0,0059	0,0133
10	0,0428	0,6757	0,1351	0,0478	0,6987	0,1246	0,0050	0,0230	0,0105
11	0,0341	0,9792	0,1958	0,0352	0,9899	0,2003	0,0011	0,0107	0,0045
12	0,0259	1,6576	0,3315	0,0279	1,6803	0,2998	0,0020	0,0227	0,0317

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Предложены простые вычислительные процедуры для расчета показателей QoS макро- и микросоты при использовании известной схемы резервирова-

ния каналов для приоритетных  $h$ -вызовов с бесконечной или конечной очередью «терпеливых»  $o$ -вызовов. Разработанный подход может быть использован и для исследования показателей QoS аналогичных систем, в которых применяются другие механизмы резервирования каналов, а также для исследования моделей с «нетерпеливыми» новыми вызовами. Эти задачи являются предметом дальнейших исследований.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Hong D., Rapoport S.S. Traffic model and performance analysis of cellular mobile radio telephones systems with prioritized and nonprioritized handoff procedures // IEEE Trans. on Vehicular Technology. — 1986. — **35**, № 3. — P. 77–92.
2. Tekinay S., Jabbari B. A measurement-based prioritization scheme for handovers in mobile cellular networks // IEEE J. Selected Areas in Commun. — 1992. — **10**, № 8. — P. 1343–1350.
3. Yoon C.H., Un C.K. Performance of personal portable radio telephone systems with and without guard channels // IEEE J. Selected Areas in Commun. — 1993. — **11**, № 6. — P. 911–917.
4. Lin Y.B., Mohan S., Noerpel A. Queueing priority channel assignment strategies for PCS handoff and initial access // IEEE Trans. on Vehicular Technology. — 1994. — **43**, № 3. — P.704–712.
5. Пономаренко Л.А., Меликов А.З., Бабаев А.Т. Численный метод исследования моделей сотовых сетей связи с ограниченной очередью  $h$ -вызовов // Проблемы управления и информатики. — 2005. — № 3. — С. 76 – 88.
6. Пономаренко Л.А., Меликов А.З., Бабаев А.Т. Исследование характеристик сетей сотовой связи с ограниченной очередью нетерпеливых  $h$ -вызовов // Проблемы управления и информатики. — 2006. — № 4. — С. 97 – 107.
7. Guerin R. Queueing-blocking system with two arrival streams and guard channel // IEEE Trans. on Commun. — 1988. — **36**, № 2. — P. 153–163.
8. Pla V., Casares-Giner V. A spectral-based analysis of priority channel assignment schemes in mobile cellular communication systems // Int. J. of Wireless Information networks. — 2005. — **12**, № 2. — P. 87–99.
9. Меликов А.З., Велибеков А.М. Расчет характеристик смешанной системы обслуживания с резервированием каналов // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2008. — № 3. — С. 66–77.

Поступила 29.11.2007