УДК 519.86

ВПЛИВ НАСИЧУВАНОСТІ СПОЖИВАЧІВ НА УМОВИ ДОСЯГНЕННЯ РІВНОВАГИ В ЕКОНОМІЧНІЙ СИСТЕМІ

А.П. МАХОРТ

Досліджено відкриту економічну систему за наявності монополістів. Формалізовано опис економічної системи за допомогою моделі економіки з постійними інтересами споживачів з оподаткуванням. Враховано складову постійних витрат у технологіях виробництва товарів. Розглянуто наявність споживчої насичуваності у певних суб'єктів економічної системи. Запропоновано оптимальний розв'язок задачі про рівновагу в економічній системі для такої математичної моделі. Визначено стратегію оподаткування, яка забезпечуватиме реалізацію оптимального стану рівноваги в економічній системі.

ВСТУП

Адекватне реальності моделювання економічних процесів потребує чіткого визначення проблематики досліджень. Залежно від бажання дослідити той чи інший аспект поведінки економічних систем визначаються критерії вибору конкретної математичної моделі для аналізу. Важливим напрямом дослідження економічних систем є використання моделей рівноваги вальрасового типу [1–3]. Цей тип моделей дозволяє знайти баланс для характеристик економічної системи, що стимулює її протидію дестабілізуючим чинникам [3,4], серед яких варто виділити монопольні явища. Але монополізм призводить до порушення досконалої конкуренції в економічній системі, умова присутності якої є необхідною для широкого класу моделей [1, 2]. Дестабілізуючу дію монополізму можна обмежити, якщо врахувати наявність системи оподаткування [5]. За таких передумов економічну систему цілком адекватно описує модель економіки з постійними інтересами споживачів [3].

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Визначимо умови встановлення рівноваги у відкритій економічній системі за наявності монополістів. Вважатимемо, що економічна система складається з l суб'єктів економічної діяльності. Серед них є n виробників і одночасно споживачів товарів, решта — виключно споживачі. Функціонування таких суб'єктів економічної системи здійснюється за рахунок оподаткування прибутків виробників, які поділяються на t немонополістів та решту $n-t$ монополістів.

Кожен суб'єкт економічної системи має свою стратегію поведінки. Вважатимемо, що в економічній системі наявні два типи суб'єктів. Одні витрачають весь свій прибуток на придбання потрібних товарів (ненасичувані споживачі), інші суб'єкти економічної системи витрачають лише частину свого прибутку, отриманого за весь досліджуваний період функціонування економіки. Діяльність кожного з суб'єктів ґрунтується на бажанні задовольнити якщо не всі, то хоча б першочергові потреби подальшого функціонування. Для забезпечення цих потреб необхідно гарантувати деякий, принаймні, мінімальний рівень прибутку. Прогноз отримання певного рівня прибутку суб'єктами економічної системи здійснюється на основі статистичної інформації, якою вони володіють. Вважатимемо, що внаслідок цього прогнозу немонополісти вирішили підтримувати фіксовані обсяги випусків свого товару $\left(x_1^0,\ldots,x_t^0\right)$, а монополісти встановили фіксовані ціни на свої товари $\left(p_{t+1}^0,\ldots,p_n^0\right)$. Обсяги випусків товарів монополістами $\left(x_{t+1},\ldots,x_n\right)$ та ціни на товари немонополістів $\left(p_1,\ldots,p_t\right)$ вважатимемо невідомими.

Систему оподаткування, що забезпечує існування чистих споживачів в економічній системи, розглядатимемо також і як механізм обмеження негативних впливів монополістів на функціонування економічної системи. Тому рівні оподаткування прибутку монополістів вважатимемо невідомими, а немонополістів — заданими.

Для опису досліджуваної економічної системи використаємо модель економіки з постійними інтересами споживачів [3].

Невідомі ціни, обсяги випусків та рівні оподаткування визначатимемо з умови економічної рівноваги. В моделі економіки з постійними інтересами споживачів, що описує відкриту економічну систему за наявності технологій з постійними витратами та монополістами, умова економічної рівноваги подається системою нелінійних нерівностей

$$\frac{1}{p_k}\sum_{i=1}^{l}\Lambda_{ik}(p)\widetilde{D}_i(p)\le\psi_k,\quad k=\overline{1,n}, \qquad (1)$$

де ψ_k — компонента вектора пропозиції або кінцевого споживання, а в лівій частині виразу знаходиться попит на k-й товар в економічній системі. Попит будується за оподаткованим прибутком $\widetilde{D}_i$ та вектором попиту $\Lambda_i=\{\Lambda_{ik}\}_{k=1}^n$ кожного окремого i-го суб'єкта економічної системи. Компоненти вектора попиту Λ_{ik} визначають частину прибутку i-го суб'єкта економічної системи, яка витрачається на придбання k-го товару. Для вектора попиту i-го споживача справедлива нерівність

$$\sum_{k=1}^{n}\Lambda_{ik}(p)\le 1,\quad i=\overline{1,l}.$$

Рівність для певних індексів в цьому виразі буде означати, що відповідний споживач ненасичуваний.

Нехай структура споживання товарів в економічній системі характеризується матрицею попиту, або невиробничого споживання $C=\left\|c_{kj}\right\|_{k=1,j=1}^{n,l}$. Її елемент c_{kj} описує кількість k-го товару, що бажає спожити j-й споживач. Якщо споживач не є ненасичуваним, то матриця попиту C для нього визначатиме лише потенційно можливу кількість товару, яку він може спожити.

Реально спожита кількість товару таким споживачем буде меншою і визначатиметься матрицею $\hat{C} = \left\| \hat{c}_{kj} \right\|_{k=1,\, j=1}^{n,l}$. Очевидно, що для ненасичуваного споживача елементи обох матриць C та $\hat{C}$ співпадатимуть, тобто $\hat{c}_{kj} = c_{kj}$. За елементами матриць C та $\hat{C}$ вектор попиту споживачів будується таким чином:

$$\Lambda_{ik}(p) = \frac{\hat{c}_{ki} p_k}{\sum_{s=1}^{n} c_{si} p_s}, \quad i = \overline{1,l}, \quad k = \overline{1,n}, \tag{2}$$

де $p_j = p_j^0$ для j-го монополіста. Як показано раніше [3], розв'язання системи нелінійних нерівностей (1) у випадку, коли виробництво всіх суб'єктів економічної системи є прибутковим, без втрати загальності може бути зведено до розв'язання системи нелінійних рівнянь. За цих умов замість вектора попиту i-го споживача Λ_i вводиться до розгляду деякий ефективний вектор $\Lambda_i^* = \left\{ \Lambda_{ik}^* \right\}_{k=1}^{n}$, єдиною вимогою до якого є така: його компоненти мають задовольняти рівностям

$$\sum_{k=1}^{n} \Lambda_{ik}^*(p) = 1, \quad i = \overline{1,l}.$$

Внаслідок виконання цієї вимоги здійснюється перехід до випадку, коли всі споживачі в економічній системі будуть ненасичувані. В результаті можна записати

$$\frac{1}{p_k} \sum_{i=1}^{l} \Lambda_{ik}^*(p) \widetilde{D}_i(p) = \psi_k, \quad k = \overline{1,n}. \tag{3}$$

Отже, щоб здійснити щойно описаний перехід, необхідно вибрати новий вектор попиту споживачів Λ_i^*, $i = \overline{1,l}$. Виберемо його з умови

$$\Lambda_{ik}^*(p) = \frac{\Lambda_{ik}(p)}{\sum_{s=1}^{n} \Lambda_{is}(p)}, \quad i = \overline{1,l}, \quad k = \overline{1,n}.$$

Тоді отримаємо

$$\Lambda_{ik}^*(p) = \frac{\hat{c}_{ki} p_k}{\sum_{s=1}^{n} \hat{c}_{si} p_s}, \quad i = \overline{1,l}, \quad k = \overline{1,n}. \tag{4}$$

Нескладно переконатись, що для споживачів, які від початку були ненасичувані, вираз (4) співпадатиме з виразом (2).

Нехай структура виробництва товарів в економічній системі характеризується технологічною матрицею $\left\| a_{kj} + b_{kj} / x_j \right\|_{k,j=1}^{n}$. Елементи $a_{kj} + b_{kj} / x_j$ такої матриці визначають кількість одиниць k-го товару, необхідного для виробництва одиниці j-го товару, у випадку наявності постійних витрат та за умови виробництва j-го товару в обсязі x_j ($x_j = x_j^0$ для j-го немонополіста). Тоді пропозиція на k-й товар в економічній системі може бути записана у вигляді [5]

$$\psi_k = x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} - e_k + i_k, \quad k = \overline{1,n},$$

де $\{e_i\}_{i=1}^n$ — вектор експорту; $\{i_i\}_{i=1}^n$ — вектор імпорту. За технологічною матрицею можна побудувати і оподаткований прибуток j-го суб'єкта економічної системи $\widetilde{D}_j(p)$. Для виробників він подається виразом [4]

$$\widetilde{D}_j(p) = \pi_j x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj} p_k \right) - \pi_j \sum_{k=1}^{n} b_{kj} p_k, \quad j = \overline{1,n},$$

де $\pi = \{\pi_i\}_{i=1}^n$ — вектор оподаткування. Для чистих споживачів оподаткований прибуток можна записати за допомогою вектора ступенів задоволення потреб споживачів $y = \{y_i\}_{i=1}^l$. Компоненти цього вектора характеризують рівень задоволення потреб кожного суб'єкта економічної системи, їх значення мають знаходитися в інтервалі $(0,1]$. Рівність одиниці компоненти вектора y означає повне задоволення потреб відповідного суб'єкта економічної системи. Зв'язок між вектором ступенів задоволення потреб споживачів та оподаткованим прибутком суб'єктів економічної системи має вигляд

$$\frac{\widetilde{D}_j(p)}{\sum_{s=1}^{n} c_{sj} p_s} = y_j, \quad j = \overline{1,l}. \tag{5}$$

Тому для оподаткованого прибутку споживачів отримаємо

$$\widetilde{D}_j(p) = y_j \sum_{s=1}^{n} c_{sj} p_s, \quad j = \overline{n+1,l}.$$

Таким чином, умова економічної рівноваги (3) може бути подана системою нелінійних рівнянь

$$\sum_{j=1}^{l} \hat{c}_{kj} \frac{\widetilde{D}_j(p)}{\sum_{m=1}^{n} \hat{c}_{mj} p_m} = x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} - e_k + i_k, \quad k = \overline{1,n}.$$

Для вектора ступенів задоволення потреб споживачів умова економічної рівноваги переписується у вигляді

$$\sum_{j=1}^{l} \hat{c}_{kj} \frac{\sum_{s=1}^{n} c_{sj} p_s}{\sum_{m=1}^{n} \hat{c}_{mj} p_m} y_j = x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} - e_k + i_k, \quad k = \overline{1,n}.$$

Нехай спектральний радіус матриці $A = \left\| a_{jk} \right\|_{j,k=1}^{n}$ менше одиниці та виконуються умови

$$\begin{gathered} x_k^0 > \sum_{s=1}^{n} (E - A)_{ks}^{-1} \left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj} \right], \quad k = \overline{1, t}, \\ \sum_{s=1}^{n} (E - A)_{ks}^{-1} \left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj} \right] > 0, \quad k = \overline{t+1, n}. \end{gathered} \tag{6}$$

Розглянемо вектори $\{\eta_j\}_{j=1}^{l}$ та $\{\eta_j^0\}_{j=1}^{l}$, для яких справедливі вирази

$$\eta_j = \frac{\sum_{s=1}^{n} c_{sj} p_s}{\sum_{m=1}^{n} \hat{c}_{mj} p_m} \geq 1, \quad \eta_j^0 = \frac{\sum_{s=1}^{n} c_{sj}}{\sum_{m=1}^{n} \hat{c}_{mj}} \geq 1, \quad j = \overline{1, l}.$$

Дослідимо випадок, коли $\eta_j = \eta_j^0$, і між елементами матриць C та $\hat{C}$ існує зв'язок $c_{kj} = \eta_j \hat{c}_{kj}$. Економічна інтерпретація цього зв'язку: набір потрібних для споживачів товарів, який визначається матрицею попиту C, не містить більш чи менш бажаних товарів і j-й суб'єкт споживає або весь набір товарів $\{c_{kj}\}_{k=1}^{n}$, або лише його частину $\{\hat{c}_{kj}\}_{k=1}^{n}$.

Для подальшої побудови алгоритму розв'язання задачі введемо позначення

$$b_k = x_k - \sum_{s=1}^{n} (E - A)_{ks}^{-1} \left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj} \right],$$

$$d_{kj} = \sum_{s=1}^{n} (E - A)_{ks}^{-1} \hat{c}_{sj},$$

за допомогою яких умову економічної рівноваги можна переписати у вигляді

$$\sum_{j=1}^{l} d_{kj} \eta_j y_j = b_k^0, \quad k = \overline{1, t}, \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{l} d_{kj} \eta_j y_j = b_k, \quad k = \overline{t+1, n}, \tag{8}$$

де величини $b_k^0 = b_k > 0, \quad k = \overline{1, t}$, є заданими, а $b_k, \quad k = \overline{t+1, n}$, невідомі.

За заданим додатним вектором $b^0 = \left(b_1^0, \ldots, b_t^0 \right)$ з виразу (7) можна знайти параметричний розв'язок для вектора $\hat{y}(\gamma) = \left(\eta_1 y_1, \ldots, \eta_l y_l \right)$. Всі додатні розв'язки системи рівнянь (7) можна записати так [5]:

$$\hat{y}(\gamma) = \sum_{j=t+1}^{l+1} \gamma_j z_j, \quad \sum_{j=t+1}^{l+1} \gamma_j = 1,$$

де вектори $\{z_i\}_{i=t+1}^{l+1}$ невід'ємні і мають вигляд

$$z_{t+1} = \left\{(b^0, f_1) - (d_{t+1}, f_1)y_{t+1}^*, \ldots, (b^0, f_t) - (d_{t+1}, f_t)y_{t+1}^*, y_{t+1}^*, 0, \ldots, 0\right\},$$

$$z_{t+2} = \left\{(b^0, f_1) - (d_{t+2}, f_1)y_{t+2}^*, \ldots, (b^0, f_t) - (d_{t+2}, f_t)y_{t+2}^*, 0, y_{t+2}^*, 0, \ldots, 0\right\},$$

$$\vdots$$

$$z_l = \left\{(b^0, f_1) - (d_l, f_1)y_l^*, \ldots, (b^0, f_t) - (d_l, f_t)y_l^*, 0, \ldots, y_l^*\right\},$$

$$z_{l+1} = \left\{(b^0, f_1), \ldots, (b^0, f_t), 0, \ldots, 0\right\},$$

тобто

$$\hat{y}(\gamma) = \left\{(b^0, f_1) - \sum_{j=t+1}^{l}(d_j, f_1)\gamma_j y_j^*, \ldots, (b^0, f_t) - \right.$$

$$\left. - \sum_{j=t+1}^{l}(d_j, f_t)\gamma_j y_j^*, \gamma_{t+1}y_{t+1}^*, \ldots, \gamma_l y_l^*\right\},$$

де позначено

$$d_j = \left\{d_{kj}\right\}_{k=1}^{t}, \quad j = \overline{t+1, l}, \quad f_i = \left\{d_{ki}^{-1}\right\}_{k=1}^{t}, \quad i = \overline{1, t},$$

$$(\chi_i, \kappa_k) = \sum_{s=1}^{t} \chi_{si}\kappa_{sk} .$$

Вектор $y^* = \left\{y_i^*\right\}_{i=t+1}^{l}$ заданий і вибирається так, щоб забезпечити невід'ємність компонентів векторів $\{z_i\}_{i=t+1}^{l}$. Вектор параметрів $\gamma = (\gamma_{t+1}, ..., \gamma_l)$ невідомий.

ВИЗНАЧЕННЯ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ

У загальному випадку розв'язок системи рівнянь (5), (7), (8) може бути не єдиним. Кожному розв'язку відповідає певний стан рівноваги економічної системи. Всі суб'єкти економічної системи прагнуть повного задоволення своїх потреб. Монополісти, встановивши ціну на свій товар, мають перевагу перед іншими суб'єктами у можливості забезпечити отримання такого рівня прибутку, який би давав змогу найповніше задовольнити свої потреби. В результаті цього ймовірна реалізація стану рівноваги, коли потреби немонополістів задовольнятимуться частково, що призводитиме до суттєвих проблем у подальшому їх функціонуванні. За таких умов важливо визначити оптимальний розв'язок задачі про економічну рівновагу, тобто про оптимальний стан рівноваги економічної системи, коли всі її суб'єкти в результаті своєї діяльності будуть спроможні отримати рівень прибутку, що задовольнятиме потреби, принаймні, не нижче заданої мінімальної межі.

Визначення оптимального стану рівноваги економічної системи означає визначення вектора ступенів задоволення потреб споживачів $y = \{y_i\}_{i=1}^{l}$, або ж вектора параметрів γ. Реалізацію такого стану рівноваги може забезпечити система оподаткування. Тому невідомі рівні оподаткування монополістів мають бути узгоджені з таким оптимальним розв'язком.

Для знаходження вектора γ використаємо підхід, який ґрунтується на оптимізаційних процедурах, запропонованих у роботі [5]. Компоненти вектора y шукатимемо так, щоб їх значення були якомога близькими до одиниці. Це означало б реалізацію прагнення споживачів до найповнішого задоволення своїх потреб. За таких умов j-та компонента вектора $\hat{y}$ має бути близькою до значення η_j.

Справедлива

Теорема. Нехай для параметрів $0 < \alpha_j \le 1$, $j = \overline{1,l}$, виконуються умови

$$(b^0, f_j) - \sum_{i \in M_j^+} \eta_i (d_i, f_j) - \sum_{i \in M_j^-} \alpha_i (d_i, f_j) \ge \alpha_j, \quad j = \overline{1,t}, \tag{9}$$

$$(b^0, f_j) - \sum_{i \in M_j^+} \alpha_i (d_i, f_j) - \sum_{i \in M_j^-} \eta_i (d_i, f_j) \le \eta_j, \quad j = \overline{1,t}, \tag{10}$$

$$M_s^+ = \{k \in \{t+1, \dots, l\}, \quad k : (d_k, f_s) > 0\}, \quad s \in \{1, \dots, t\},$$
$$M_s^- = \{k \in \{t+1, \dots, l\}, \quad k : (d_k, f_s) < 0\}, \quad s \in \{1, \dots, t\},$$

$$\sum_{j=1}^{t} (\eta_j - \alpha_j) |(d_s, f_j)| \le \eta_s - \alpha_s, \quad s = \overline{t+1, l}. \tag{11}$$

Тоді існує додатний вектор $\gamma^0 = (\gamma_{t+1}^0, \dots, \gamma_l^0)$, на якому досягатиметься мінімум функціоналу

$$F(\gamma) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{l} [\eta_j - \hat{y}_j(\gamma)]^2 \tag{12}$$

за умови

$$\sum_{i=t+1}^{l+1} \gamma_i = 1. \tag{13}$$

Причому вектор $\hat{y}(\gamma^0)$ додатний і для його компонентів має місце оцінка $\alpha_i \le \hat{y}_i = y_i \eta_i \le \eta_i$, $i = \overline{1,l}$.

Доведення. Складемо функцію Лагранжа оптимізаційної задачі (12)–(13)

$$\mathsf{L} = F(\gamma) + \mu \left[\sum_{i=t+1}^{l+1} \gamma_i - 1 \right].$$

Існування мінімуму вимагає виконання для похідної функції Лагранжа $\dfrac{\partial \mathsf{L}}{\partial \gamma_s}$ умови

$$\frac{\partial \mathsf{L}}{\partial \gamma_s} = \sum_{i=t+1}^{l} \left\{ \delta_{si} + \sum_{j=1}^{t} (d_i, f_j)(d_s, f_j) \right\} \gamma_i y_i^* y_s^* -$$

$$-\left\{\eta_s + \sum_{j=1}^{t}\Big[(b^0, f_j) - \eta_j\Big](d_s, f_j) + \mu_s\right\} y_s^* = 0, \quad s = \overline{t+1, l}\,, \tag{14}$$

де $\mu_s = \dfrac{\mu}{y_s^*}$. Нескладно переконатися, що інша умова існування мінімуму, яка вимагає додатну означеність матриці

$$\left\| \delta_{ik} + \sum_{j=1}^{t}(d_i, f_j)(d_k, f_j) \right\|_{i,k=i+1}^{l},$$

виконується, внаслідок чого ця матриця буде і невиродженою. Тому для кожного заданого набору параметрів $\left(\mu_{t+1}, \ldots, \mu_l\right)$ розв'язок системи лінійних рівнянь (14) відносно невідомих $\bar{y}_s = y_s^* \gamma_s$, $s = \overline{t+1, l}$ буде єдиним. Покажемо, що параметри $\left(\mu_{t+1}, \ldots, \mu_l\right)$ можуть бути вибрані так, щоб розв'язок системи лінійних рівнянь (14) задовольняв умові теореми $\eta_i \ge \bar{y}_i \ge \alpha_i$, $i = \overline{t+1, l}$. Вираз (14) перепишемо у вигляді

$$\bar{y}_s = Y_s(\bar{y}), \quad s = \overline{t+1, l}\,, \tag{15}$$

де

$$Y_s(\bar{y}) = \sum_{j=1}^{t}\Big[(b^0, f_j) - \eta_j\Big](d_s, f_j) + \eta_s - \mu_s - \sum_{i=t+1}^{l}\sum_{j=1}^{t}(d_i, f_j)(d_s, f_j)\bar{y}_i\,.$$

Дослідимо дію оператора $Y(\bar{y}) = \{Y_{t+1}, \ldots, Y_l\}$ на компактній опуклій множині

$$\mathcal{Z}_1 = \left\{ z_k \in R, \quad \left| \frac{\eta_k + \alpha_k}{2} - z_k \right| \le \frac{\eta_k - \alpha_k}{2}, \quad k = \overline{t+1, l} \right\}.$$

З'ясуємо умови виконання оцінки

$$\left| \frac{\eta_s + \alpha_s}{2} - Y_s(\bar{y}) \right| = \left| \sum_{j=1}^{t}\left[\sum_{i=t+1}^{l}(d_i, f_j)\bar{y}_i + \eta_j - (b^0, f_j)\right] \times \right.$$

$$\left. \times (d_s, f_j) + \mu_s - \frac{\eta_s - \alpha_s}{2} \right| \le \frac{\eta_s - \alpha_s}{2}, \quad s = \overline{t+1, l}\,. \tag{16}$$

Зі співвідношення (16) випливають два можливі випадки:

$$\frac{\eta_s - \alpha_s}{2} \le \sum_{j=1}^{t}\left[\eta_j - (b^0, f_j) + \sum_{i=t+1}^{l}(d_i, f_j)\bar{y}_i\right](d_s, f_j) +$$

$$+ \mu_s \le \eta_s - \alpha_s, \quad s = \overline{t+1, n}\,, \tag{17}$$

або

$$\frac{\eta_s - \alpha_s}{2} \ge \sum_{j=1}^{t}\left[\eta_j - (b^0, f_j) + \sum_{i=t+1}^{l}(d_i, f_j)\bar{y}_i\right](d_s, f_j) + \mu_s \ge 0, \quad s = \overline{t+1, n}\,. \tag{18}$$

Очевидно, що

$$\sum_{j=1}^{t}\left[\eta_j-(b^0,f_j)+\sum_{i=t+1}^{l}(d_i,f_j)\bar{y}_i\right](d_s,f_j)+\mu_s\equiv$$

$$\equiv\sum_{j\in N_s^+}\left[\eta_j-(b^0,f_j)+\sum_{i=t+1}^{l}(d_i,f_j)\bar{y}_i\right](d_s,f_j)-$$

$$-\sum_{j\in N_s^-}\left[\eta_j-(b^0,f_j)+\sum_{i=t+1}^{l}(d_i,f_j)\bar{y}_i\right]\left|(d_s,f_j)\right|+\mu_s,$$

де

$$N_s^+=\{k\in\{1,\dots,t\},\quad k:(d_s,f_k)>0\},\quad s\in\{t+1,\dots,l\},$$

$$N_s^-=\{k\in\{1,\dots,t\},\quad k:(d_s,f_k)<0\},\quad s\in\{t+1,\dots,l\}.$$

Тому, взявши до уваги нерівності (9), (10), з виразу (17) можна отримати оцінку

$$\frac{\eta_s-\alpha_s}{2}\le\mu_s+\sum_{j\in N_s^+}\left[\eta_j-\alpha_j\right](d_s,f_j)\le\eta_s-\alpha_s,\quad s=\overline{t+1,n}, \tag{19}$$

а з виразу (18) з урахуванням умов (7), (8) матимемо ланцюжок нерівностей

$$\frac{\eta_s-\alpha_s}{2}\ge\mu_s-\sum_{j\in N_s^-}\left[\eta_j-\alpha_j\right]\left|(d_s,f_j)\right|\ge 0,\quad s=\overline{t+1,n}. \tag{20}$$

Поєднавши вирази (19) і (20), отримаємо, що значення параметрів μ_s $s=\overline{t+1,n}$ мають бути визначені з умов

$$\sum_{j\in N_s^-}\left[\eta_j-\alpha_j\right]\left|(d_s,f_j)\right|\le\mu_s\le\eta_s-\alpha_s-\sum_{j\in N_s^+}\left[\eta_j-\alpha_j\right](d_s,f_j),$$

якщо

$$\frac{\eta_s-\alpha_s}{2}\le\sum_{j=1}^{t}\left[\eta_j-\alpha_j\right]\left|(d_s,f_j)\right|\le\eta_s-\alpha_s,\quad s=\overline{t+1,l},$$

або

$$\frac{\eta_s-\alpha_s}{2}-\sum_{j\in N_s^+}\left[\eta_j-\alpha_j\right](d_s,f_j)\le\mu_s\le\frac{\eta_s-\alpha_s}{2}+\sum_{j\in N_s^-}\left[\eta_j-\alpha_j\right]\left|(d_s,f_j)\right|,$$

якщо

$$\sum_{j=1}^{t}\left[\eta_j-\alpha_j\right]\left|(d_s,f_j)\right|\le\frac{\eta_s-\alpha_s}{2},\quad s=\overline{t+1,l}.$$

Окрім цих нерівностей слід також урахувати, що параметри $(\mu_{t+1},\dots,\mu_l)$ залежать від компонентів вектора y^*, які забезпечують невід'ємність компонентів векторів $\{z_i\}_{i=t+1}^{l}$. Тому необхідно, щоб для компонентів вектора y^* виконувалась умова

$$\frac{(d_i, f_j)}{(b^0, f_j)} \le \frac{1}{y_i^*}, \quad i \in M_j^+, \quad j = \overline{1,t}\,.$$

Тоді для параметрів μ_s, $s = \overline{t+1,n}$ можна записати

$$\mu \frac{(d_i, f_j)}{(b^0, f_j)} \le \frac{\mu}{y_i^*} = \mu_i, \quad i \in M_j^+, \quad j = \overline{1,t}\,.$$

Останню нерівність для визначених раніше значень μ_s, $s = \overline{t+1,l}$ можна завжди задовольнити вибором постійної μ.

Таким чином, за виконання умови (11) теореми існують значення параметрів $(\mu_{t+1},...,\mu_l)$, для яких виконується нерівність (16), внаслідок чого оператор $Y(\bar{y})$ переводитиме компактну опуклу множину Z_1 саму в себе. Відповідно до принципу Шаудера [6] це означатиме існування розв'язку системи рівнянь (15), який належатиме множині Z_1.

Отже, матимемо розв'язок оптимізаційної задачі (12), (13), для якого виконуватиметься вимога $\alpha_i \le \hat{y}_i = y_i \eta_i \le \eta_i$, $i = \overline{t+1,l}$. Вимоги теореми (9) та (10) гарантуватимуть виконання оцінок відповідно $\hat{y}_i = y_i \eta_i \ge \alpha_i$, $i = \overline{1,t}$, та $\hat{y}_i = y_i \eta_i \le \eta_i$, $i = \overline{1,t}$. Нарешті умову (13) можна задовольнити за рахунок вибору параметра γ_{l+1}. Теорему доведено.

Ця теорема дає умови існування вектора $\hat{y}(\gamma^0) = (\eta_1 y_1, \ldots, \eta_l y_l)$, який відповідає оптимальному стану рівноваги економічної системи, коли кожен її суб'єкт прагне найповнішого задоволення всіх своїх потреб. За цим оптимальним вектором ступенів задоволення потреб споживачів з виразів (5) і (8) визначимо відповідно рівноважні ціни та обсяги випусків товару. Компоненти вектора обсягів випусків товару монополістами $(x_{t+1}, \ldots, x_n)$ знайдемо за формулою

$$x_k = \sum_{j=1}^{l} d_{kj} \eta_j y_j + \sum_{s=1}^{n} (E - A)_{ks}^{-1} \left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj} \right], \quad k = \overline{t+1,n}\,.$$

З урахуванням умови (6) вони будуть додатними. А формулу для визначення вектора цін на товари немонополістів отримаємо, переписавши вираз (5) у вигляді

$$\bar{p}_j = \sum_{k=1}^{t} \left(a_{kj} + \frac{1}{x_j^0} b_{kj} + \frac{y_j}{\pi_j x_j^0} c_{kj} \right) \bar{p}_k +$$

$$+ \sum_{k=t+1}^{n} \left(a_{kj} + \frac{1}{x_j^0} b_{kj} + \frac{y_j}{\pi_j x_j^0} c_{kj} \right) p_k^0, \quad j = \overline{1,t}\,.$$

За знайденими рівноважними характеристиками економічної системи рівні оподаткування монополістів визначимо так:

$$\pi_j = \frac{\sum_{s=1}^{t} c_{sj} y_j \overline{p}_s + \sum_{s=t+1}^{n} c_{sj} y_j p_s^0}{p_j^0 x_j - \sum_{k=1}^{t} \left(a_{kj} x_j + b_{kj}\right) \overline{p}_k - \sum_{k=t+1}^{n} \left(a_{kj} x_j + b_{kj}\right) p_k^0}, \quad j = \overline{t+1, n}.$$

Цей вираз для рівнів оподаткування гарантуватиме узгодженість податкового вектора зі структурою споживання в економічній системі [4], тобто існування рівноваги в економічній системі для цін, обсягів випусків товару та ступенів задоволення потреб споживачів, які можна визначити за допомогою запропонованого вище алгоритму.

ВИСНОВКИ

Досліджено умови встановлення рівноваги у відкритій економічній системі за наявності монополістів, в якій технології виробництва товарів містять складову постійних витрат. Визначений оптимальний розв’язок задачі про економічну рівновагу (1) відповідає такому стану рівноваги досліджуваної економічної системи, коли кожен її суб’єкт гарантуватиме отримання в результаті своєї діяльності прибутку, що дозволить йому функціонувати і надалі. Реалізація знайденого оптимального стану рівноваги забезпечується вибором стратегії оподаткування в економічній системі. Відповідно до цієї стратегії система оподаткування відіграє роль механізму впливу на певних суб’єктів економічній системі, які можуть спричиняти розвиток неґативних процесів в економічній системі.

Розв’язана тут задача узагальнює результати, отримані у роботі [5]. У цьому дослідженні враховано, що не всі суб’єкти економічної системи є ненасичуваними споживачами, які витрачають весь свій зароблений прибуток на придбання нових товарів. Наявність споживацької насичуваності вимагала зміни розроблених раніше алгоритмів розв’язання задачі про економічну рівновагу у моделі економіки з постійними інтересами споживачів.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Пономаренко О.І., Перестюк М.О., Бурим В.М.* Сучасний економічний аналіз: У 2 ч. — Київ: Вища шк., 2004. — Ч.1. Мікроекономіка. — 262 с.
2. *Debreu G.* Existence of competitive equilibrium // Handbook of Mathematical Economics, ed. by K.J.Arrow and M.D.Intriligator. — Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1982. — Vol. II. — P. 698–742.
3. *Гончар М.С.* Фондовий ринок, економічний ріст. — Київ: Обереги, 2001. — 826 с.
4. *Махорт А.Ф.* Влияние монополизма и налогообложения на экономическую систему в случае нелинейных технологий // Кибернетика и системный анализ. — 2006. — №1. — С. 155–166.
5. *Махорт А.П.* Оптимізація монопольних впливів в економічній системі з урахуванням оподаткування // Доп. НАН України. — 2006. — № 12. — С. 74–80.
6. *Канторович Л.В., Акилов Г.П.* Функциональный анализ. — М.: Наука, 1977. — 442 с.

Надійшла 05.04.2006