УДК 001.57:62-52

ОБ ОПТИМИЗАЦИИ КЛАССИЧЕСКОЙ И СИСТЕМНОЙ

В.В. ЯЦКЕВИЧ

Рассматриваются недостатки теории классической оптимизации. Проводится ее анализ в сравнении с теорией системной оптимизации. Уточняются представления об оптимизации.

Вся наша деятельность в значительной степени состоит из актов, которые обозначаются терминами «выбор» и «принятие решения». Эти термины не являются синонимами. Первый выражает формальный аспект, второй — содержательный. В частном случае акт выбора может быть осуществлен случайным образом без привлечения сознания. Принятие решения — тоже выбор, но осознанный, подчиненный цели и учитывающий перспективу. Именно этот аспект выбора представляет наибольший интерес, поскольку с ним связывается представление о рациональном поведении. Здесь решается некоторая проблема, и выбираемые точки принято называть альтернативами. Обобщенным результатом выбора (или принятия решения) является преодоление (снятие) некоторой неопределенности.

Классический подход к решению проблемы выбора имеет в своей основе предположение о существовании «наилучшего решения» в экстремальном значении. В строгом смысле данный подход имеет принципиально неустранимое противоречие, состоящее в следующем. С одной стороны, мы не можем не выбирать, причем без предположения о существовании наилучшего варианта процесс выбора лишен смысла. Но с другой — есть основания полагать, что наилучший выбор невозможен в принципе [1, 2]. В реальности данное противоречие преодолевается волевым актом субъекта, принимающего решение.

В зависимости от условий выбор может быть случайным, обоснованным или рациональным. В любом случае его результат состоит в снятии неопределенности. Выбор случайный, если он не подчинен какой-либо цели или соответствующая цель состоит только в снятии неопределенности. Выбор обоснованный (осмысленный, допустимый), если он подчинен содержательной цели. Последняя задается критерием или совокупностью критериев, отражающих отношение к жизненно важным факторам. В этом случае он называется «принятие решения». Выбор рациональный, если он представляет собой компромисс в условиях противоречий. Очевидно, рациональный выбор будет и обоснованным.

С формальной точки зрения выбор осуществляется механизмом безразлично какой природы, отчужденно извлекающим точку из некоторого множества, не зная критериев. Всякий такой акт формально можно представить, используя аксиому выбора.

Далее покажем, что всякая проблема выбора связана с неопределенностью, которая априори не может быть устранена до конца. В кибернетике выбор трактуется как снятие неопределенности посредством получения информации. До выбора состояние характеризуется полной мерой неопределенности. После выбора возникает состояние полной определенности.

ПРИНЦИП НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ И ЕГО ОБОБЩЕНИЕ

В реальности всякая неопределеность — это, прежде всего, неопределенность отношения, а в частности, состояния или значения. С точки зрения принятия решения это дает о себе знать как недостаток информации. В этих условиях акт выбора обоснованно не может быть осуществлен. И напротив — завершение выбора является последним моментом преодоления неопределенности, источником которой чаще всего бывают те или иные объективные условия. Перечислим вкратце наиболее известные из них.

Случай 1. Неопределенность Гейзенберга. Утверждается, что всегда существует неопределенность относительно парных параметров электрона (или иной микрочастицы), выражаемая соотношениями

$$\Delta x\, \Delta p = \Delta E\, \Delta t = F\, \Delta x\, \Delta t\,,$$

где Δx — неточность по координате; Δp — по импульсу; ΔE — по энергии; Δt — по времени; F — сила; h — наименьшее значение величины действия (константа Макса Планка). Интерпретацию данного соотношения можно найти во многих работах по физике. Для настоящего исследования система «электрон» представляет собой случай отсутствия оптимального состояния в классическом смысле. Вариационные принципы здесь не работают, в связи с чем уместно вспомнить высказывание Л.Д. Ландау: «В теории сильных взаимодействий принцип Гамильтона мертв, и его нужно похоронить с почестями, учтя исторические заслуги». Имеющаяся здесь неопределенность (как и в описываемых ниже случаях) состоит в безразличном взаимном отношении величин, находящихся в отношении взаимной дополнительности. Т.е. с соблюдением условия записанной формулы они могут принимать абсолютно независимые значения. При этом связанный с ними качественный результат будет оставаться одним и тем же.

Важно подчеркнуть, что приведенная выше формула относится к условиям микромира только в том случае, если сила F достаточно мала. В макромире эти соотношения выполняются и подавно, поскольку постоянная h весьма мала, т. е. эти формулы верны во всех пространственно-временных масштабах.

Здесь и далее произведения составляют взаимно дополнительные величины.

Случай 2. Предположим, что передается некоторое сообщение по каналу связи, представляющему собой упругую среду. Известно, что возмущение упругой среды описывается уравнением в частных производных гиперболического типа. Решением этого уравнения являются ряды гармоник, бесконечные по пространству, частоте и по времени. Иными словами, сообщение на приемном конце канала связи бесконечно во времени и имеет бесконечный частотный спектр. В связи с этим

$$\Delta\omega\Delta T = \infty ,$$

где $\Delta\omega$ — ширина частотного спектра; ΔT — отрезок времени. В теории информации доказывается, что для сообщения фиксированной длины эти сомножители находятся во взаимно обратной зависимости, которая на языке математики выражается теоремой Котельникова. По крайней мере, один из сомножителей равен бесконечности. Таким образом, имеем соотношение, аналогичное соотношению Гейзенберга,

$$\Delta\omega\Delta T > C .$$

Здесь C константа, зависящая от длины сообщения.

На основе теоремы Котельникова можно показать, что рассматриваемые соотношения аналогичны соотношениям приведенного выше принципа: если один из сомножителей имеет конечное значение, то другой обязательно бесконечен.

Случай 3. Рассмотрим оптимизацию гладкой унимодальной функции с помощью итеративной процедуры, работающей по следующей схеме. Находясь в некоторой точке пространства на расстоянии Δx до точки экстремума, она производит исследование с целью определения направления движения и поэтому вырабатывает информацию ΔI, зависящую от Δx. Затем совершается очередной шаг, длина которого изменяется в зависимости от номера итерации. Тогда

$$\lim \Delta x\,\Delta I(\Delta x) = \infty; \quad (\Delta x \to 0) ,$$

поскольку приближаясь к точке экстремума, объем вычислений (а значит, и количество необходимой информации) экспоненциально возрастает. В виде итерационного процесса это можно записать так:

$$\Delta x_i \Delta I_i > C ,$$

где i — номер шага; C — произвольное число больше нуля. Для любого его значения существует такой номер шага, после которого будет выполняться соотношение, аналогичное соотношению Гейзенберга.

Случай 4. Предположим, что в Парето-множестве заданы две точки, расстояние между которыми Δx. Предстоит совершить обоснованный выбор одной из этих точек. Чтобы это было возможно, необходимо получить объем информации ΔI. Поскольку по условию обе точки находятся в Парето-множестве, то $\Delta I = \infty$, что позволяет записать соотношение неопределенности, аналогичное соотношению Гейзенберга,

$$\Delta x\,\Delta I > C.$$

Более детально эти условия рассмотрены в работах [1, 2].

Естественные науки могут представить нашему вниманию бесчисленное множество случаев принципиально неустранимой неопределенности. Например, в биологии каждый поддающийся измерению параметр имеет интервал допустимости, который является интервалом неопределенности и безразличия. Внутри этого интервала любое изменение параметра не приводит ни к каким последствиям. В любой момент времени параметр имеет конкретное значение, но нельзя сказать, что внутри интервала был осуществлен обоснованный выбор, обусловленный какой-либо необходимостью. Никаких экстремумов биология не знает, поскольку они не определяют какого-либо существенного отношения.

Об интервалах безразличия пишет Н. Винер в книге «Кибернетика», а также У.Росс Эшби в книге «Конструирование мозга».

Обобщая рассмотренные случаи, можно сделать следующие выводы: 1) объективная и принципиально неустранимая неопределенность существует не только в микромире (как утверждает принцип Гейзенберга), но и в любом масштабе, в любом измерении; 2) по этой причине выбор «наилучшим образом» не может быть осуществлен в принципе. Классический подход к решению проблемы выбора в строгом смысле не имеет основаня.

О НЕДОСТАТКАХ КЛАССИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

С практической точки зрения имеет смысл обоснованный выбор (а не «наилучший»), т. е. выбор, отражающий корректно сформулированную цель (существенное отношение). С учетом рассмотренных выше положений цель не может быть выражена корректно, если в ее определении содержится какая-либо экстремизация, поскольку последняя порождает неопределенность. Существенное отношение может состоять в экстремизации только для случая простейших механических систем.

Таким образом, классическая оптимизация как методология принятия решения представляется весьма слабым и ненадежным средством. Ниже приводится краткий перечень некоторых ее недостатков, которые традиционно считаются несущественными.

1. Нетрудно видеть, что экстремум существует лишь как абстракция, как результат специфических условий, которые оптимизаторы предполагают без всяких оснований. Исчерпывающе данный вопрос решается теоремой Вейерштрасса, утверждающей, что непрерывная функция на компакте имеет максимальное и минимальное значения. Если же эти условия не выполняются, то в общем случае о существовании минимума или максимума ничего сказать нельзя. Например, устойчивые структуры в микромире подчиняются совершенно иным условиям оптимальности. Любой организм является образцом рациональности, но не оптимальности в классическом смысле. То же можно сказать и об экономике. Всякий измеримый параметр реальной системы имеет интервал допустимости, который является интервалом безразличия и неопределенности. Т. е. классического экстремума даже для не очень сложных систем не существует.

2. Всякое экстремальное значение случайно, поскольку оно не предусмотрено постановкой задачи, не содержится в цели. В связи с этим, оптимизируя в классическом смысле, мы получаем случайный результат, что противоречит представлению о целесообразной деятельности. Всякая реальная потребность конкретна. Максимальное же может быть меньше этой потребности, а минимальное — больше. Иными словами, классический подход в сущности ничего не гарантирует. Если он и имеет положительный эффект, то лишь в локальной области. В глобальном плане он всегда чреват неожиданностью и даже катастрофой. Поэтому постановку задачи оптимизации в классическом варианте нельзя считать корректной.

3. Никакая реальная потребность не выражается отношением экстремальности.

4. Наличие какой-либо неограниченности (экстремизации) в постановке цели делает ее неопределенной. При этом исчезают ориентация на цель и естественное представление о конечном результате.

5. Классический подход исключает противоречия, а значит, и самое существенное. Поэтому его нельзя считать адекватным действительности, что может привести к результатам, не совместимым с исходными представлениями и ожидаемыми результатами.

6. Понятие «оптимальное решение» в классическом смысле для случая многих критериев определения не имеет. А поэтому остается без определения и термин «многокритериальная оптимизация». Парето-условие представляет собой абстракцию, которая не всегда совместима с поиском компромисса. На практике часто приходится искать решение за пределами Парето-множества.

Подход к проблеме оптимального выбора, названный В.М. Глушковым «системная оптимизация», свободен от всех этих недостатков [3].

ПРИНЦИП ВНЕШНЕГО ДОПОЛНЕНИЯ

В формальном аспекте принятое решение означает преодоление неопределенности. Практически, если для принятия решения имеющейся информации недостаточно, то вводят дополнительные условия, которых нет в исходной постановке задачи. Наиболее часто они имеют форму «дополнительных условий» или «дополнительных ограничений». При этом некоторая неопределенность остается всегда, но, как правило, ее область составляют несущественные значения тех или иных факторов. Этот искусственный прием называется «внешнее дополнение».

Рассмотрим пример.

Задача: некоторое множество одинаковых палочек (допустим, спичек) расположено «солнышком», т. е. радиально, на одинаковом расстоянии от центра и на одинаковом угловом расстоянии друг от друга. Требуется пересчитать их. Компьютер решить эту задачу не в состоянии, так как проблема «буриданова осла» для него неразрешима. В то же время любой ребенок, едва научившийся считать, справляется с ней без малейших затруднений. Являясь субъектом воли, он произвольным актом «разрывает круг», разрушает симметрию и тем самым кладет ограничение рефлексии (которая бесконечна), а далее все просто.

Соответствующее обобщение известно как «принцип внешнего дополнения», который ввел Д. Габор. Систематически этот принцип начал применяться в теории эвристической самоорганизации А.Г. Ивахненко и в тематике «принятие решений в условиях неопределенности».

Внешнее дополнение может принимать различные формы. Часто оно представляет собой гипотезу, предположение или иную дополнительную информацию. Его источником в общем случае является внешняя система (обобщенно — «среда»), не имеющая отношения с данной системой, требующей принятия решения. Практически его источником может быть субъект, решающий данную проблему. Его волевой акт, как правило, состоит в том, что он, выражая предпочтение, расставляет акценты, благодаря чему возникает упорядоченность альтернатив и наиболее существенные из них оказываются на первом месте. Иными словами, он формулирует такие необходимые и достаточные дополнительные (по отношению к проблеме) условия, в свете которых неопределенность остается лишь в сфере несущественного. В результате этого проблема выбора переводится из класса неразрешимых в класс тривиальных.

Подчеркнем, что внешнее дополнение не может быть синтезировано (или выведено) на основе только данных, содержащихся внутри системы. Оно имеет все свойства аксиомы или эвристики, не имеет основания и ниоткуда не следует. По существу оно является тем же самым дополнением, о котором идет речь в теореме Курта Геделя о неполноте.

Например, проблема генерации случайных чисел из бесконечного интервала не может быть решена в принципе. Но проблема генерации из заданного интервала чисел имеет бесчисленное множество решений. Здесь внешнее дополнение имеет форму ограничения.

В задачах принятия решений в условиях неопределенности (или риска) обычно выдвигается предположение относительно закона распределения величины, о которой нет информации. Например, может рассматриваться неопределенность относительно потерь, зависящих от принимаемого решения $u \in U$ и от параметра $q \in Q$, значение которого заранее не известно. Моментов неопределенности здесь несколько. Зависимость потерь от принимаемого решения и параметра обычно выражается в виде некоторой функции $L(u,q)$, которая конструируется с существенным произволом. Множество значений параметра Q обычно достоверно не известно, как не известна и функция распределения вероятности на нем. Тогда среднюю величину потерь, часто выражаемую интегралом

$$z(u) = \int_{Q} L(u,q)\, p(dq)\ ,$$

нужно минимизировать путем выбора решения

$$\inf_{u \in U} \ z(u)\ .$$

Таким образом, в конечном итоге неопределенность в значительной степени сохраняется. Роль внешнего дополнения здесь выполняют конкретные предположения и конкретные функциональные зависимости, которые принципиально не могут быть строго обоснованы. Они постулируются, являются эвристиками. Содержательным результатом данного подхода является модель, процедура, позволяющая осуществить принятие решения в принципе.

Иными словами, прежде чем выбирать что-либо, необходимо корректно сформулировать цель и выразить желание. Именно об этом писали Н. Винер и В.М. Глушков [3].

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ СИСТЕМНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

С позиций системной оптимизации оптимальное решение — это решение, удовлетворяющее наперед заданным условиям. В частности, если эти условия содержат экстремизацию, то имеет место классический подход.

Определяя концепцию новой методологии принятия решения, В.М. Глушков исходит из того, что решаемая проблема порождена практической деятельностью и имеет целевую установку. Предполагается также, что последняя учитывает множество факторов, т. е. является многокритериальной. Иными словами, осуществляется выбор (принятие решения) с некоторой целью, отражающей конечный список факторов. К числу таких проблем относятся задачи проектирования, планирования, управления ресурсами, глобализации.

Начальный этап этой методологии заключается в составлении множества всевозможных фактороф F, имеющих значение для жизнедеятельности, и затем — списка (подмножества) $F^* \subset F$ наиболее важных из них, определяющих собой L существенных отношений. Далее необходимо каждое из них выразить формально в виде функционального критерия

$$y_l = f_l(x), \ l = 1,2,...,L,$$

который каждому решению $x \in X$ ставит в соответствие числовое значение. Тогда совокупность критериальных значений образует вектор

$$y = (y_1, y_2,..., y_L),$$

где L — количество критериев в списке.

«Процесс решения начинается с того, что в заданном [критериями] пространстве … выбирается некоторая точка — желательное решение задачи» [3, с. 89]. Иначе говоря, эта точка

$$y^* = (y_1^*, y_2^*, \ldots, y_L^*)$$

является желаемым образом. Фиксация «желательного решения» представляет собой формальную постановку цели. Такому образу должен быть поставлен в соответствие прообраз в пространстве инструментальных переменных

$$x^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_N^*) \in X .$$

На этом постановку задачи системной оптимизации в первом приближении можно считать завершенной, поскольку в дальнейшем все описанные выше условия могут быть изменены или дополнены. В этом смысле постановка задачи является открытой. Заметим, что фиксация «желательного решения» исключает экстремизацию.

Нетрудно видеть, что данная формулировка является предельно жесткой. Цель оптимизации здесь состоит в том, чтобы выбрать такое «желательное решение» y^*, для которого в пространстве инструментальных переменных существовало бы решение x^*, обеспечивающее строгое равенство $f_l(x^*) = y_l^*$ для всех значений индекса $l = 1,2,\ldots,L$. Именно в этом смысле употреблен термин «жесткая формулировка».

Менее жесткая постановка задачи предусматривает задание цели оптимизации в виде некоторой окрестности «желательного решения» $S = S(y^*, r)$, т. е. в виде множества точек, «близких» к указанному образу, где $r > 0$ — некоторый радиус. Обозначим $X^* = \{x : y(x) \in S\} \subseteq X$ множество точек в пространстве независимых переменных, которое в данном случае выступает в качестве области допустимости. Поскольку она может изменяться в процессе решения задачи или быть пустой, будем называть ее областью условной допустимости.

Если X^* не пусто, то все критерии (требования), оставаясь чуждыми по отношению друг к другу, являются удовлетворенными, а задача оптимизации решенной. Но центральная проблема состоит в том, что не для всякого y^* существует прообраз, все критерии не всегда могут быть удовлетворены одновременно. Наиболее часто область X^* бывает пустой, а критерии находятся в отношении противоречия, взаимодействуют друг с другом, образуя сложные системы в зависимости от вектора y^*. Именно этим определен термин «системная оптимизация».

«… допустимая область … может меняться в процессе оптимизации» [3, с. 89]. Тогда, варьируя величиной радиуса $r > 0$ или переходя к другой точке y^*, можно добиться выполнения условия $x \in X^*$. Если ограничение на длину радиуса не задано, то, очевидно, такое условие практически всегда достижимо.

Еще менее жесткая постановка задачи предписывает трактовать вектор y^* как предельно допустимые значения для всего списка критериев

$$f_l(x) \le y_l^*;\ l = 1,2,\ldots,L.$$

Цель синтеза может быть задана также в виде отрезков допустимости по каждому критерию.

Вероятно, могут быть предложены и другие варианты постановки задачи оптимизации в системном смысле.

Обобщенный алгоритм решения этой проблемы состоит в переборе «желательных решений». Соответствующая процедура может быть только человеко-машинной, поскольку только человек знает, что такое «желательное решение». Он должен выражать свое желание, последовательно, предлагая векторы $y^*(1), y^*(2),...,$ а компьютер должен вычислять значение предикатного отношения $\exists x \ (x \in X^*)$. Этот процесс необходимо продолжать до тех пор, пока не появится соответствующий прообраз. Остановом является только значение ДА заданного предикатного отношения. Здесь может быть предложено множество различных конкретных процедур, методов, стратегий.

Таким образом, в системной оптимизации оптимальное решение — это решение, удовлетворяющее заданному условию или системе заданных условий

$$x^* \in \{x : y(x) \in S\} \subseteq X.$$

Оптимизация — это процесс синтеза такого решения.

Методология системной оптимизации гарантирует получение обоснованного решения, поскольку оно выбирается с учетом поставленной цели. Каждый акт вмешательства человека в процесс оптимизации, в сущности, представляет собой реализацию принципа внешнего дополнения.

Перечислим кратко основные отличия системной оптимизации от классического подхода. Формально два рассматриваемых подхода можно выразить следующим образом:

классическая оптимизация: $f(x) \to \mathrm{extr}\,(\min / \max) \ (x \in X)$;

системная оптимизация: $f(x) \to S(y^*, r) \ (x \in X); \ r > 0$,

где y^* — точка в пространстве значений критериев, «желаемый образ», центр окрестности. Т.е. в соответствии с концепцией системной оптимизации выбор этой точки является последним моментом постановки задачи.

При классическом подходе центральной проблемой является решение экстремальной задачи, формулировка которой никаких затруднений не вызывает. В подходе, называемом «системная оптимизация», все наоборот. Здесь центральная проблема — выбор цели и ее формулировка, т.е. выбор существенных отношений и представление их в формализованном виде.

В классическом случае постановка задачи и ее решение четко распадаются на два этапа. Поставленная задача представляет собой замкнутую систему. В неклассическом случае такое разделение невозможно. Исходная постановка задачи является открытой системой. В процессе ее решения могут изменяться любые первоначально заданные условия [3]. И в этом состоит реализация принципа внешнего дополнения.

В рамках классической оптимизации для случая многих критериев нельзя сказать, что такое оптимальное решение. Соответствующее понятие не определено. В системной оптимизации такой проблемы не существует: оптимальное решение — это решение, являющееся прообразом, выбранного образа.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Неопределенность микромира и неопределенность, с которой мы имеем дело в условиях практической деятельности, — это одна и та же неопределенность. Выбор «наилучшим образом» не может быть осуществлен принципиально.

Постановка задачи в виде конкретных требований в соответствии с системной оптимизацией В.М. Глушкова является корректной. Она позволяет оставлять в области неопределенности лишь несущественное, второстепенное. Только в рамках системной оптимизации возникает вопрос о том, что существенно, а что не существенно. Т. е., все факторы, от которых зависит принятие решения, должны быть разделены на две группы — существенные и несущественные. Существенные экстремизировать нельзя. А с несущественными можно делать все, что угодно.

Оптимизация по В.М. Глушкову в сущности представляет собой методологию разрешения противоречия.

Если речь идет о проблеме принятия решения высокого уровня важности и ответственности, то соответствующая постановка задачи оптимизации должна содержать описание цели в виде предикатных отношений.

Оптимизируя по В.М. Глушкову, принимающий решение субъект ведет себя как рациональное существо, как существо рационального действия.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Моисеенко В.В., Яцкевич В.В.* Информационная неопределенность и проблема оптимального выбора // Кибернетика и системный анализ. — 1998. — № 4. — С. 152–158.
2. *Яцкевич В.В.* Проблема «меж росту» та системна оптимізація // Економіка України. — 2006.— № 3. — С. 4–12.
3. *Глушков В.М.* О системной оптимизации // Кибернетика. — 1980. — № 5. — С. 89–90.

Поступила 27.03.2006