

## **ОЦЕНКА КОМПАНИИ НА ОСНОВЕ ДИСКОНТИРОВАННЫХ ФИНАНСОВЫХ ПОТОКОВ И ЕЕ ОСТАТОЧНОЙ СТОИМОСТИ В УСЛОВИЯХ НЕЧЕТКИХ ДАННЫХ**

**Ю.А. ЗАК**

**Аннотация.** При использовании доходного метода оценки стоимости бизнеса ряд показателей объемов ожидаемых денежных потоков, значений коэффициентов дисконтирования, а также величины «дисконтируемого дохода» в каждый год эксплуатации и за весь прогнозируемый период, в течение которого инвестор предполагает владеть бизнесом, и остаточной стоимости активов представлены нечеткими множествами с функциями принадлежности прямоугольного, треугольного и трапециевидного типа. На основе методов fuzzy-арифметики и аппарата дискретных fuzzy-марковских цепей рассчитаны результирующие нечеткие множества, определяющие оценки стоимости бизнеса с позиций как конкретного инвестора, так и владельца бизнесом. В отличие от известных подходов введенные в работе диапазоны прогнозируемых обеими сторонами значений возможных рыночных стоимостей бизнеса обеспечивают допустимую каждой из сторон степень риска возможных потерь прибыли, решение вопросов целесообразности дальнейших переговоров и определение граничных значений стоимости для каждой из сторон.

**Ключевые слова:** стоимость покупки бизнеса, дисконтируемые денежные потоки, остаточные активы предприятия, fuzzy-арифметика, дискретные fuzzy-марковские цепи, эффективные диапазоны прогнозируемых объемов стоимости.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Широкое распространение среди методов оценки стоимости предприятия получил доходный метод на основе анализа дисконтированных денежных потоков в течение всего предполагаемого инвестором периода владения компанией и оценки стоимости ее остаточных активов в постпрогнозный период [1–7]. Доходный подход, который считается наиболее приемлемым с точки зрения инвестиционных мотивов, — это совокупность методов оценки стоимости объекта, основанных на определении текущей стоимости объекта имущества как совокупности ожидаемых доходов от его использования. При этом оцениваются будущие доходы от эксплуатации объекта на протяжении срока предполагаемого его использования. Дисконтирование — это удешевление будущих денег при приведении их к деньгам текущего периода. Этот метод предполагает оценку тех экономических выгод, которые

получает собственник от владения предприятием. В процессе такой оценки используется вся доступная на рынке информация без учета каких-либо благоприятных и неблагоприятных форс-мажорных и чрезвычайных обстоятельств.

Каждый инвестор имеет собственные планы развития и функционирования компании в планируемые им годы владения ею. Они связаны с его (или их) инвестиционными планами, планами расширения или реорганизации профиля ее работы, изменениями объемов производства, развитием рынка продаж, расширением коммерческих связей, изменением структуры основных фондов, модернизацией структуры менеджмента, изменением объемов интеллектуальной собственности и повышением имиджа на внутреннем и внешнем рынках. Поэтому стоимость предприятия для каждого инвестора является величиной субъективной. И в этих условиях прогнозируемые каждым инвестором денежные потоки связаны с существенной неопределенностью или размытостью полученных расчетами различных экспертов результатов. Это зависит от ряда факторов: изменения политической и экономической ситуации в стране и в мире, темпов инфляции, которые являются трудно предсказуемыми, уровнем изменения платежеспособности покупателей, конъюнктуры рынка, курсов национальных валют и т.п.

Количественная оценка всех выявленных рисков определяет величину возможных потерь в стоимостном измерении. Изменения упомянутых выше внешних факторов могут оказывать и положительное влияние на величины дисконтируемых денежных потоков и способствовать увеличению ожидаемых доходов в течение рассматриваемого периода владения бизнесом. Это происходит за счет снижения затрат на сырье, материалы, энергоресурсы, расширения рынка продаж и рабочей силы и т.п. В процессе расчета инвестор, руководствуясь планами развития и ведения бизнеса, беря во внимание мнения ряда экспертов, рассматривает возможные сценарии развития событий, определяет предполагаемые объемы ожидаемых денежных потоков и значения коэффициентов дисконтирования. На основе этих данных устанавливается либо наиболее вероятное, минимальное и максимальное значения ожидаемого объема «дисконтируемого дохода» за весь прогнозируемый период, в течение которого инвестор будет владеть компанией, либо некоторый диапазон возможных значений каждого из этих показателей. Кроме того, определяется расчетный диапазон суммарной стоимости всех остаточных активов в постпрогнозный период, определяемых стоимостью основных фондов, оборудования, применяемых технологий, реорганизацией рынка продаж, расширением коммерческих связей, модернизацией структуры менеджмента, интеллектуальной собственности и повышением имиджа на внутреннем и внешнем рынках. Расчетный диапазон суммарных значений всех этих величин и является для инвестора основанием для оценки степени риска, связанного с покупкой бизнеса, что может служить основанием для переговоров с его настоящим владельцем.

## **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОЦЕНКИ СТОИМОСТИ БИЗНЕСА С ПОЗИЦИЙ ИНВЕСТОРА**

На основе личных инвестиционных планов и представлений о функционировании предприятия в течение прогнозируемого периода инвестором осуществляется оценка ожидаемых доходов или годового оборотного капитала

компании, которые он может получить, владея этой компанией в течение прогнозируемых им лет. Оценка этих финансовых показателей производится с учетом фактора изменения стоимости денег во времени на основе выбора и применения нормы дисконтирования при определении денежных потоков или дохода за каждый планируемый инвестором используемый год. Кроме того, определяется текущая в каждом году стоимость всех будущих поступлений, а также рассчитывается величина ожидаемой стоимости всех активов этой компании в постпрогнозный период. Результатом выполненных расчетов является суммарная стоимость будущих денежных потоков и остаточная стоимость активов компании в постпрогнозный период за вычетом всех обязательств. Этот итоговый результат принимается за стоимость компании.

В рассматриваемых в литературе подходах прогнозируемые объемы денежных потоков и значения коэффициентов дисконтирования для каждого года прогнозируемого периода рассчитываются по известным методикам и являются одинаковыми для всех инвесторов с различными возможностями инвестирования и планами развития и реорганизации бизнеса.

В литературе [1–7] приведены различные формулы и методики расчетов свободных денежных потоков для каждого года прогнозируемого периода. Наиболее часто используются формулы

$$FCFF = EBIT(1 - T) + DA - \Delta WCR - Investment + Net borrowing, \quad (1)$$

где  $FCFF$  — объем свободных денежных потоков;  $EBIT$  — прибыль до вычета процентов и налога на прибыль;  $T$  — ставка налога на прибыль;  $DA$  — расходы, связанные с амортизацией;  $\Delta WCR$  — изменения в требуемом рабочем капитале;  $Investments$  — объем инвестиций;  $Net borrowing$  — разница между полученными и погашенными кредитами/займами;

$$Equity\ value = \frac{(FCFF)_1}{(1 + R)^1} + \frac{(FCFF)_2}{(1 + R)^2} + \frac{(FCFF)_3}{(1 + R)^3} + \dots + \frac{(FCFF)_n}{(1 + R)^n}. \quad (2)$$

В формуле (2) приведена модель оценки компании.

На практике используют прогнозы на 5 или 10 лет. Предлагается также следующая двухстадийная модель оценки стоимости компании, которая содержит промежуточные денежные потоки и терминальную (остаточную) стоимость перечисленных выше ее активов:

$$Equity\ value = \sum_{t=1}^T \frac{(FCFF)_t}{(1 + R)^t} + Q. \quad (3)$$

В формулах (2), (3)  $Equity\ value$  — оценка стоимости компании;  $(FCFF)_t$  — объем свободных денежных потоков в  $t$ -й год прогнозируемого периода;  $(1 + R)^t$  — коэффициент, учитывающий дисконтирование денежных средств в  $t$ -й год прогнозируемого периода;  $G$  — суммарная стоимость остаточных активов в постпрогнозный период;  $T$  — предполагаемое количество лет владения бизнесом.

Рассматриваемые диапазоны «дисконтируемого дохода» как за каждый год, так и за весь период владения бизнесом с учетом предполагаемых инвестиций и изменений структуры, технологии объемов производства, как и

суммы всех остаточных активов в постпрогнозный период с минимальными и максимальными их граничными значениями, не могут быть прогнозированы точно, а представлены экспертным советом инвестора — либо некоторой функцией распределения, либо fuzzy-множеством с функцией принадлежности прямоугольного, треугольного или трапециевидного вида. Такие нечеткие множества охватывают не только три, как наиболее часто в настоящее время предусматриваемые в расчетах, но и каждое из возможного диапазона значений, включая наиболее вероятное, пессимистическое и оптимистическое значения прогнозируемых величин. Математическая модель рассматриваемой задачи в случае, когда величины «дисконтируемого дохода» в каждый год эксплуатации и за весь прогнозируемый период, в течение которого инвестор предполагает владеть бизнесом, представлены некоторым распределением вероятностей, рассмотрена в работе автора [10].

В случае представления дисконтируемых денежных потоков нечеткими множествами оценка стоимости бизнеса осуществляется методами fuzzy-арифметики [8, 9], а также некоторым fuzzy-множеством, функция принадлежности которого более объективно отразит реальность получения определенных финансовых показателей.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ

Для простоты изложения введем обозначения:  $F^t$  — некоторое нечеткое множество значений дисконтируемых денежных потоков  $\frac{(FCFF)_t}{(1+R)^t}$ , определенное в  $t$ -й год анализа прогнозируемых инвестором денежных потоков;  $E$  — нечеткое множество значений суммарной стоимости остаточных активов в постпрогнозный период.

Отметим, что если значения  $FCFF$  и  $(1+R)$  представлены в виде нечетких функций, которые обозначим соответственно  $\bar{A}$  и  $\bar{B}$ , то функция принадлежности нечеткого множества  $F(t) = F^t$  может быть вычислена в соответствии с выражением

$$\mu_F(z) = \sup_{z=x \cdot y} \min(\mu_{\bar{A}}(x), \mu_{\bar{B}}(y)).$$

Так, например, если функции принадлежности нечетких множеств треугольного вида, то

$$F = \frac{\bar{A}}{\bar{B}} = \bar{A} \times (\bar{B})^{-1} = \left\{ \left( \frac{m_1 b_2 + m_2 a_1}{m_2^2}, \frac{m_1}{m_2}, \frac{m_1 m_2 + m_2 b_1}{m_2^2} \right) \text{ if } \bar{A} > 0, \& \bar{B} > 0 \right\}.$$

Здесь  $(a_1, m_1, b_1)$  и  $(a_2, m_2, b_2)$  — соответственно параметры нечетких множеств треугольного вида  $\bar{A}$  и  $\bar{B}$ .

Рассматриваются три вида функций принадлежности нечетких множеств, представляющих диапазон возможных значений дисконтированных денежных потоков и стоимостей остаточных активов (рис. 1). Пусть

$x \in [a; b]$  — диапазон возможных значений рассматриваемой расчетной величины.

Рассматриваются случаи, когда нечеткие множества приведенных величин одного из трех видов. Здесь, как правило,  $a(A)$ ,  $b(A)$  — соответственно пессимистическое и оптимистическое, а  $m(A)$  или  $m_1(A) = m_2(A)$  — наиболее вероятные по мнению экспертов значения прогнозируемой величины.

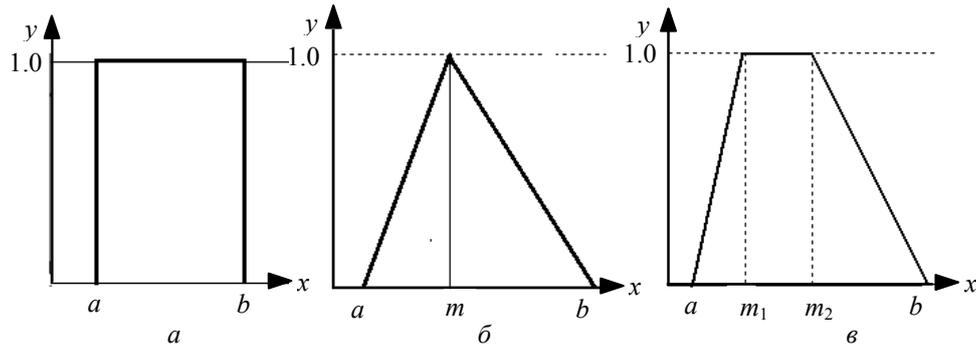


Рис. 1. Функции принадлежности нечетких множеств видов: а — прямоугольного; б — треугольного; в — трапециевидного

В соответствии с правилами fuzzy-арифметики [8, 9] операция сложения двух функций дает следующие результаты:

- результат сложения fuzzy-множеств прямоугольного вида  $\mu_A(x) = [a(A), b(A)]$  и  $\mu_B(x) = [a(B), b(B)]$  — fuzzy-множество с функцией принадлежности прямоугольного вида

$$\mu_C(x) = [a(C), b(C)] = [a(A) + a(B), b(A) + b(B)];$$

- результат сложения fuzzy-множеств треугольного вида  $\mu_A(x) = [a(A), m(A), b(A)]$  и  $\mu_B(x) = [a(B), m(B), b(B)]$  — fuzzy-множество с функцией принадлежности треугольного вида

$$\mu_C(x) = [a(C), m(C), b(C)] = [a(A) + a(B), m(A) + m(B), b(A) + b(B)];$$

- результат сложения двух функций принадлежности трапециевидного вида  $\mu_A(x) = [a(A), m_1(A), m_2(A), b(A)]$  и  $\mu_B(x) = [a(B), m_1(B), m_2(B), b(B)]$  — fuzzy-множество с функцией принадлежности трапециевидного вида

$$\begin{aligned} \mu_C(x) &= [a(C), m_1(C), m_2(C), b(C)] = \\ &= [a(A) + a(B), m_1(A) + m_1(B), m_2(A) + m_2(B), b(A) + b(B)]. \end{aligned}$$

Fuzzy-множества суммы  $n$  нечетких множеств  $A_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , с функциями принадлежности равномерного, треугольного и трапециевидного видов определяются соответственно по формулам:

$$\mu_C(x) = [a(C), b(C)] = \left[ \sum_{i=1}^n a(A_i), \sum_{i=1}^n b(A_i) \right]; \quad (4)$$

$$\mu_C(x) = [a(C), m(C), b(C)] = \left[ \sum_{i=1}^n a(A_i), \sum_{i=1}^n m(A_i), \sum_{i=1}^n b(A_i) \right], \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mu_C(x) &= [a(C), m_1(C), m_2(C), b(C)] = \\ &= \left[ \sum_{i=1}^n a(A_i), \sum_{i=1}^n m_1(A_i), \sum_{i=1}^n m_2(A_i), \sum_{i=1}^n b(A_i) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Для функций принадлежности общего вида

$$\mu_C(y) = \sup \min_{\left\{ i | y = \sum_{i=1}^n x_i \right\}} (\mu_{A_i}(x_i)).$$

Функция принадлежности нечеткого множества, являющегося частным от деления двух нечетких множеств с функциями принадлежности произвольного вида, где  $a(A) \geq 0$ ,  $b(A) \geq 0$ ,  $a(B) > 0$ ,  $b(B) > 0$ , определяется выражением

$$\mu_C(z) = \sup_{z = \frac{x}{y}} \min (\mu_A(x), \mu_B(y) \mid x \in [a(A), b(A)], y \in [a(B), b(B)]).$$

## ОЦЕНКА СТОИМОСТИ БИЗНЕСА С ПОЗИЦИЙ ВЛАДЕЛЬЦА. АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ДИСКОНТИРОВАННЫХ ДЕНЕЖНЫХ ПОТОКОВ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ ДИСКРЕТНЫХ ЦЕПЕЙ МАРКОВА

Если продажа бизнеса предполагается в течение текущего года, то владелец предприятия не в состоянии точно оценить величину дисконтируемых денежных потоков к концу этого года и может представить ее в виде некоторого нечеткого множества определенного вида. Изменение величины дисконтируемых денежных потоков в последующие годы еще труднее предсказать в виде детерминированных значений. В качестве одной из альтернатив представляется возможным представить нечеткие множества, определяющие эти значения в каждый год анализируемого периода, определить с помощью некоторого распределения вероятностей, т.е. оценить вероятности каждой из нескольких альтернатив пессимистических, ожидаемых (или наиболее вероятных) и оптимистических их значений, которые соответственно обозначим:  $F_n^{\text{pes}}(t)$ ,  $P[F_n^{\text{pes}}(t)]$ ;  $F_n^{\text{ver}}(t)$ ,  $P[F_n^{\text{ver}}(t)]$ ;  $F_n^{\text{opt}}(t)$ ,  $P[F_n^{\text{opt}}(t)]$ ;  $n = 1, \dots, N$ ,  $t = 0, 1, \dots, T$ . Здесь  $N$  — количество состояний каждого из рассматриваемых значений;  $T$  — количество анализируемых периодов.

В этих условиях целесообразно динамику изменения величин  $F_j^{\text{pes}}(t)$ ,  $F_j^{\text{ver}}(t)$ ,  $F_j^{\text{opt}}(t)$ , которые в дальнейшем для простоты изложения будем представлять переменной  $F^t$ , а переменные  $F_n^{\text{pes}}(t)$ ,  $F_n^{\text{ver}}(t)$  и  $F_n^{\text{opt}}(t)$  — переменной  $F_n^t$  (где  $F^t = \sum_{n=1}^N F_n^t P[(F_n^t)]$ ), описать некоторой дискретной цепью

Маркова, в которой значения вероятностей перехода для каждого года определяется владельцем бизнеса в зависимости от предлагаемых им условий

изменения экономической ситуации, возможных объемов инвестиций, развития технологий и т.д. Такая цепь Маркова может быть нестационарной, т.е. распределения вероятностей для каждого анализируемого года могут быть различными.

Рассмотрим марковский процесс оценки стоимости компании и принятия решений в условиях, когда состояния дисконтированных потоков представлены с нечеткими множествами. Величина дисконтированных потоков  $F^t$  в каждый прогнозируемый  $t$ -й год владения компанией  $t = 1, \dots, T$ , находится в одном из  $N$  состояний,  $n = 1, \dots, N$ ,  $F_n(t)$ . При этом заданы вероятности  $0 \leq P(F_n(t)) \leq 1$  того, что в  $t$ -й год анализа величина  $F^t$  равна  $F_n(t)$ .

При этом справедливо  $\sum_{n=1}^N P(F_n(t)) = 1$ ,  $t = 1, \dots, T$ .

Если в  $t$ -й год анализа величина  $F^t$  была равна  $F_n(t)$ , то в  $(t+1)$ -й она будет равна вектору значений  $F_r(t+1)$  и определяется с вероятностью, которая выражается матрицей вероятностей переходов  $q_{nr}(t)$ ,  $n, r = 1, \dots, N$ ;  $t = 1, \dots, T$ ,

$$Q(t) = \begin{pmatrix} q_{11}(t) & q_{12}(t) & \dots & q_{1N}(t) \\ q_{21}(t) & q_{22}(t) & \dots & q_{2N}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{N1}(t) & q_{N2}(t) & \dots & q_{NN}(t) \end{pmatrix}, \text{ где } \sum_{r=1}^N q_{nr}(t) = 1, n = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T.$$

Матрицу  $Q(t)$  называют стохастической матрицей переходов. Если  $Q(t) = Q(t+1)$ ,  $t = 1, \dots, (T-1)$ , то цепь Маркова является эргодической.

Если  $P(F_n(t))$ ,  $n = 1, \dots, N$ , распределение вероятностей значений  $F_n(t)$  в  $t$ -й год анализа, то распределение вероятностей этих значений  $P(F_n(t+1))$  в следующем  $(t+1)$ -м году, т.е. значений  $F_n(t+1)$ , определяется по формулам

$$P(F(t+1)) = P(F(t))Q(t), \text{ или } P(F(t+1)) = P(F(t))[Q(t=1)]^t$$

т.е.

$$P(F_n(t+1)) = \sum_{r=1}^N P(F_r(t)) \cdot q_{nr}(t), n = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T.$$

Здесь  $[Q(t=1)]^t$  — матрица вероятности переходов  $[Q(t=1)]$ , возведенная в  $t$ -ю степень.

В отличие от традиционных дискретных цепей Маркова анализируемые состояния цепи определяются не действительными числами, а нечеткими множествами. Параметры функций принадлежности этих fuzzy-множеств, т.е. значения  $a(t)$ ,  $m(t)$  или  $m_1(t)$ ,  $m_2(t)$ , а также  $b(t)$  — действительные числа. Следовательно,

$\mu_{F_n(t)}[F_n(t)] = \{a_n[F_n(t)], b_n[F_n(t)]\}$  — для прямоугольных функций принадлежности;

$\mu_{F_n(t)}[F_n(t)] = \{a_n[F_n(t)], m_n[F_n(t)], b_n[F_n(t)]\}$  — для треугольных функций принадлежности;

$\mu_{F_n(t)}[F_n(t)] = \{a_n[F_n(t)], m_{1,n}[F_n(t)], m_{2,n}[F_n(t)], b_n[F_n(t)]\}$  — для трапециевидных функций принадлежности.

Здесь

$$P(\lambda_n \{F_n(t+1)\}) = \sum_{r=1}^N P(\lambda_n \{F_n(t)\}) q_{nr}(t),$$

где  $\lambda_n \{F_n(t+1)\}$  — приведенные выше параметры функций принадлежности этих fuzzy-множеств, т.е. значения  $a_n[F_n(t)], b_n[F_n(t)]$  и  $m_{1,n}[F_n(t)], m_{2,n}[F_n(t)]$  или  $m_n[F_n(t)]$ .

Для каждого предполагаемого года владения бизнесом могут быть вычислены средние значения fuzzy-множеств дисконтируемых денежных потоков

$$L[F_n(t)] = \sum_{n=1}^N P(\lambda_n \{F_n(t)\}) \lambda_n \{F_n(t)\}, \quad t = 1, \dots, T,$$

где  $L[F_n(t)]$  — соответствующие значения параметров функций принадлежности, т.е.  $a[F_n(t)], b[F_n(t)]$  и  $m_1[F_n(t)], m_2[F_n(t)]$  или  $m[F_n(t)]$ .

Все параметры нечеткого множества суммы дисконтируемых денежных потоков за весь прогнозируемый период времени определяется суммированием этих нечетких множеств по формулам (4)–(6).

## ЭКСПЕРТНЫЕ ОЦЕНКИ ДИАПАЗОНОВ СТОИМОСТИ БИЗНЕСА

Сумма дисконтируемых денежных потоков за все годы прогнозируемого периода, которая рассчитывается по формулам (1)–(3), и прогнозируемая расчетная стоимость бизнеса также могут быть представлены некоторым fuzzy-множеством прямоугольного, трапециевидного или треугольного видов.

Определим возможные диапазоны ожидаемых значений анализируемых величин и значения функций принадлежности для каждого из этих значений. Это даст возможность оценить некоторый диапазон ожидаемых значений, каждое из которых может быть достигнуто при значении функции принадлежности не ниже некоторой наперед заданной величины.

На основе выполненных расчетов как инвестором, так и настоящим владельцем бизнеса могут быть определены диапазоны допустимых для них значений прогнозируемых дисконтируемых денежных потоков в каждый год прогнозируемого периода владения бизнесом, а также стоимости бизнеса, значения функций принадлежности для которых не ниже наперед заданной ими величины, и наиболее вероятное значение этих показателей как центр тяжести соответствующего результирующего нечеткого множества.

Обозначим соответствующее результирующее нечеткое множество, определяющее расчетную стоимость бизнеса с позиций инвестора и владельца бизнесом соответственно  $\{F, \mu_F(F)\}$  и  $\{E, \mu_E(E)\}$ , а диапазоны возможных значений этих расчетных величин —  $a(F), b(F)$  и  $a(E), b(E)$

(т.е. для рассматриваемых выше видов функций принадлежности  $\mu_F[a(F)] = \mu_F[b(F)] = 0$  и  $a(F) < x(F) < b(F)$ ;  $\mu_E[a(E)] = \mu_E[b(E)] = 0$  и  $a(E) < x(E) < b(E)$ ).

Создание таких диапазонов для функций принадлежности треугольного и трапециевидного видов проиллюстрировано на рис. 2. Для функций принадлежности прямоугольного типа такими диапазонами является вся область возможных значений  $\bar{F} \in [a(F), b(F)]$ ,  $\bar{E} \in [a(E), b(E)]$ .

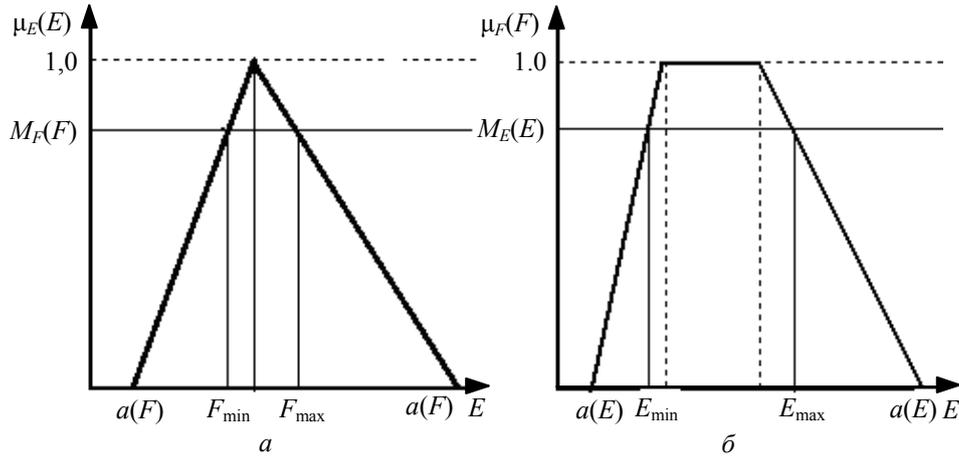


Рис. 2. Допустимые диапазоны возможных значений стоимости

Тогда наиболее вероятное значение расчетной стоимости бизнеса определяется по формулам:

$$M(F) = \frac{\int_{a(F)}^{b(F)} F \mu_F(F) dF}{\int_{a(F)}^{b(F)} \mu_F(F) dF}, \quad M(E) = \frac{\int_{a(E)}^{b(E)} E \mu_E(E) dE}{\int_{a(E)}^{b(E)} \mu_E(E) dE}.$$

Пусть предполагаемые инвестором и владельцем бизнеса предельные значения функции принадлежности результирующего нечеткого множества, определяющую прогнозируемую по их расчетам стоимость бизнеса, которая соответственно обозначается  $M_F(F)$  и  $M_E(E)$ . Заметим, что эти значения могут и не совпадать, т.е.  $M_F(F) \neq M_E(E)$ , так как требования к надежности и степени риска принимаемого решения у инвестора и владельца бизнесом могут не совпадать. В частном случае для трапециевидных функций принадлежности могут быть приняты значения  $M_F(F) = M_E(E) = 1$ . Допустимый диапазон приемлемых расчетных значений стоимости бизнеса с позиций предполагаемого инвестора  $\bar{F} \in [F_{\min}, F_{\max}]$  и владельца бизнесом  $\bar{E} \in [E_{\min}, E_{\max}]$  определяется по формулам:

$$F_{\min} = \left\{ \min_{a(F) \leq F \leq b(F)} F \mid \mu_F(F) = M_F(F) \right\}$$

$$F_{\max} = \left\{ \max_{a(F) \leq F \leq b(F)} F \mid \mu_F(F) = M_F(F) \right\};$$

$$E_{\min} = \left\{ \min_{a(E) \leq E \leq b(E)} E \mid \mu_E(E) = M_E(E) \right\};$$

$$E_{\max} = \left\{ \max_{a(E) \leq E \leq b(E)} E \mid \mu_E(E) = M_E(E) \right\}.$$

Определим интервал пересекающихся значений диапазонов величин  $\bar{F}$  и  $\bar{E}$ , который обозначим как  $\bar{D} \in [D_{\min}, D_{\max}]$ . Различные возможные ситуации при этом показаны на рис. 3.

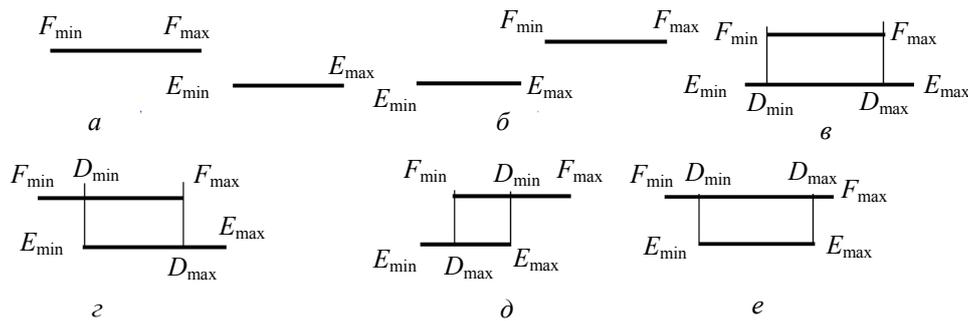


Рис. 3. . Соотношения интервалов допустимой стоимости бизнеса

Значения величин  $D_{\min}$  и  $D_{\max}$  находятся в соответствии с выражениями

$$D_{\min} = \{ \min(F_{\min}, E_{\min}) \mid F_{\min} \in \bar{E} \ \& \ E_{\min} \in \bar{F} \};$$

$$D_{\max} = \{ \min(F_{\max}, E_{\max}) \mid F_{\max} \in \bar{E} \ \& \ E_{\max} \in \bar{F} \}.$$

В случаях, приведенных на рис. 3, *a*, *б*,  $\bar{D} = \emptyset$ , т.е. области пересечения нет (*a* — инвестору нет экономического смысла покупать бизнес, *б* — покупка бизнеса для него является экономически выгодной). Случаи *в*, *г*, *д* и *е*, как и *б* могут рассматриваться как предмет переговоров, в процессе которых в пределах диапазона  $\bar{D}$  владелец бизнеса будет стремиться повысить стоимость продажи, а инвестор — уменьшить цену покупки.

На основании рассчитанных данных инвестор и владелец предприятия могут принять с учетом всех обстоятельств более взвешенное и объективное решение о целесообразности покупки или продажи этого бизнеса.

### ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ ПРИМЕР

В планах владельца нет желания вкладывать дальнейшие инвестиции в развитие предприятия, которое он желает продать. Прогнозируемые дисконтируемые денежные потоки в текущем году он оценивает fuzzy-множествами с функциями принадлежности треугольного типа со следующими показателями:

- пессимистическая оценка  $F^{\text{pes}}(t=0) = 1,8$ ,  $P(F^{\text{pes}}(t=0)) = 0,3$ ;

- наиболее вероятная оценка  $F^{\text{ver}}(t=0) = 2,3$ ,  $P(F^{\text{ver}}(t=0)) = 0,4$ ;
- оптимистическая оценка  $F^{\text{opt}}(t=0) = 2,5$ ,  $P(F^{\text{opt}}(t=0)) = 0,3$ .

То есть вектор распределения вероятностей каждого из этих значений —  $Q_{\text{vlad}}(t=0) = (0,3; 0,4; 0,3)$ .

Изменения этих оценок в течение следующих четырех лет производится на основе однородной дискретной цепи Маркова с матрицей переходов  $P_{\text{vlad}}$ . Остаточную стоимость предприятия к концу прогнозируемого периода (млн дол.) владелец также оценивает fuzzy-множествами с функциями принадлежности треугольного вида со следующими показателями:  $E_{\text{vlad}}^{\text{pes}} = 5,1$ ,  $E_{\text{vlad}}^{\text{ver}} = 5,6$ ,  $E_{\text{vlad}}^{\text{opt}} = 6,0$ . Распределения вероятностей прогнозируемых дисконтируемых денежных потоков в каждый последующий год  $t = 1, 2, 3, 4$  рассчитываются таким образом:

$$Q_{\text{vlad}}(t) = Q_{\text{vlad}}(t-1)(P_{\text{vlad}})^{(t+1)}, \quad t = 1, 2, 3, 4,$$

где  $(P_{\text{vlad}})^t$  — матрица  $P_{\text{vlad}}$ , возвышенная в степень  $t$ .

Потенциальный покупатель предприятия в соответствии со своими планами инвестиций и развития бизнеса оценивает ожидаемые дисконтируемые денежные потоки в каждый из предполагаемых год владения бизнесом также fuzzy-множествами с функциями принадлежности треугольного вида, которые обозначим соответственно  $\bar{R}^{F^{\text{pes}}(t=0)}(t)$ ,  $\bar{R}^{\text{ver}}(t)$ ,  $\bar{R}^{\text{opt}}(t)$ ,  $t = 0, 1, 2, 3, 4$  (табл. 1).

**Таблица 1**

Год прогнозируемого периода	Расчетные показатели прибыли прогнозируемых периодов		
	$\bar{R}^{\text{pes}}(t)$	$\bar{R}^{\text{ver}}(t)$	$\bar{R}^{\text{opt}}(t)$
0	1,8	2,3	2,5
1-й	2,4	2,8	3,2
2-й	2,8	3,2	3,8
3-й	3,0	3,5	4,1
4-й	3,2	3,7	4,4

Остаточную стоимость предприятия к концу прогнозируемого периода (млн дол.) владелец также оценивает fuzzy-множествами с функциями принадлежности треугольного вида со следующими показателями:  $\bar{E}_{\text{inv}}^{\text{pes}} = 6,1$ ,  $\bar{E}_{\text{inv}}^{\text{ver}} = 6,3$ ,  $\bar{E}_{\text{inv}}^{\text{opt}} = 6,6$ .

Рассчитанные матрицы переходов  $(P_{\text{vlad}})^t$ ,  $t = 1, 2, 3, 4$ , а также матрица  $P_{\text{vlad}} = (P_{\text{vlad}})^1$  (для  $t = 0$ ) приведены в табл. 2.

Таблица 2

Матрицы переходов для разных лет прогнозируемого периода														
$P_{\text{vlad}}$			$(P_{\text{vlad}})^2$			$(P_{\text{vlad}})^3$			$(P_{\text{vlad}})^4$			$(P_{\text{vlad}})^5$		
0,25	0,35	0,4	0,8	0,2	0	0,78	0,2	0,02	0,776	0,2	0,024	0,7752	0,2	0,0248
0,2	0,35	0,45	0,7	0,2	0,1	0,76	0,2	0,04	0,772	0,2	0,028	0,7744	0,2	0,0256
0,2	0,3	0,5	0,6	0,2	0,06	0,74	0,2	0,06	0,768	0,2	0,032	0,7736	0,2	0,0264

Расчетные значения вероятностей разных значений пессимистической, наиболее вероятной и оптимистической оценок прогнозируемых дисконтируемых денежных потоков в каждый год из следующих четырех анализируемого периода, а также их средние значения приведены в табл. 3.

Таблица 3

Год прогнозируемого периода	Расчетные показатели прибыли прогнозируемых периодов					
	Значения вероятностей $P(F_{\text{vlad}}(t))$			Значения показателей денежных потоков $F_{\text{vlad}}(t)$		
	$P(F^{\text{pes}}(t))$	$P(F^{\text{ver}}(t))$	$P(F^{\text{opt}}(t))$	$F^{\text{pes}}(t)$	$F^{\text{ver}}(t)$	$F^{\text{opt}}(t)$
0	0,3	0,4	0,3	2,03	2,73	3,5
1-й	0,7	0,2	0,1	1,89	2,59	3,32
2-й	0,76	0,2	0,04	1,86	2,56	3,284
3-й	0,772	0,2	0,028	1,854	2,554	3,2768
4-й	0,7744	0,2	0,0256	1,8527	2,5504	3,2754

Суммарные расчетные значения прогнозируемых дисконтируемых денежных потоков за весь анализируемый период оценивается как владельцем бизнеса, так и инвестором также fuzzy-множествами с функциями принадлежности треугольного вида рассчитывается по следующим формулам и соответственно равны:

$$\Phi_{\text{vlad}}^{\text{pes}} = \sum_{t=0}^4 F_{\text{vlad}}^{\text{pes}}(t) + E_{\text{vlad}}^{\text{pes}} = 14,5867; \quad \Phi_{\text{vlad}}^{\text{ver}} = \sum_{t=0}^4 F_{\text{vlad}}^{\text{ver}}(t) + E_{\text{vlad}}^{\text{ver}} = 18,5844;$$

$$\Phi_{\text{vlad}}^{\text{opt}} = \sum_{t=0}^4 F_{\text{vlad}}^{\text{opt}}(t) + E_{\text{vlad}}^{\text{opt}} = 22,6562; \quad \bar{\Phi}_{\text{inv}}^{\text{pes}} = \sum_{t=0}^4 \bar{R}_{\text{inv}}^{\text{pes}}(t) + \bar{E}_{\text{inv}}^{\text{pes}} = 19,3,$$

$$\bar{\Phi}_{\text{inv}}^{\text{ver}} = \sum_{t=0}^4 \bar{R}_{\text{inv}}^{\text{ver}}(t) + \bar{E}_{\text{inv}}^{\text{ver}} = 21,8; \quad \bar{\Phi}_{\text{inv}}^{\text{opt}} = \sum_{t=0}^4 \bar{R}_{\text{inv}}^{\text{opt}}(t) + \bar{E}_{\text{inv}}^{\text{opt}} = 24,6.$$

Координаты абсцисс центров тяжести этих нечетких множеств соответственно равны:  $C(\Phi_{\text{vlad}}) = \frac{1}{3}(14,5867 + 18,5844 + 22,6562) = 18,6091;$

$$C(\bar{\Phi}_{\text{inv}}) = \frac{1}{3}(19,3 + 21,8 + 24,6) = 21,6.$$

Поскольку  $C(\Phi_{\text{vlad}}) < C(\bar{\Phi}_{\text{inv}})$ , то с позиции инвестора целесообразно вести переговоры о покупке бизнеса.

Соотношения fuzzy-множеств прогнозируемой стоимости бизнеса с позиций владельца и предполагаемого инвестора приведены на рис. 4. На всех сечениях функций принадлежности этих fuzzy-множеств есть диапазоны взаимных интересов (ситуация, приведенная на рис. 3, з), в пределах которых можно вести переговоры об окончательной стоимости продажи этого бизнеса.

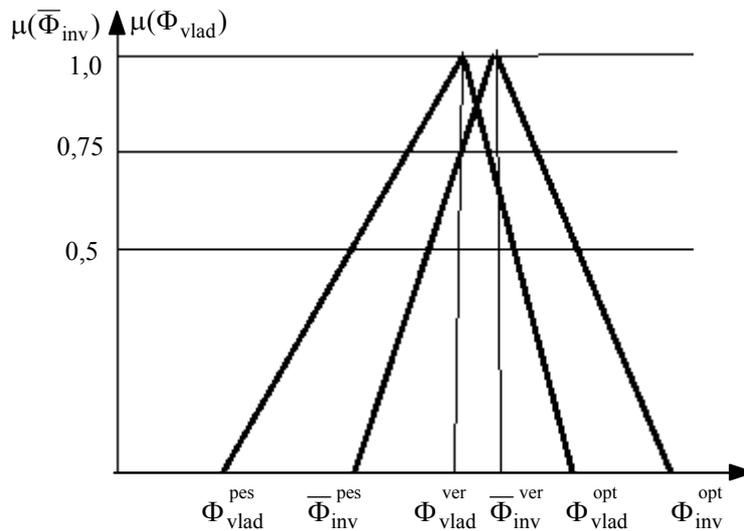


Рис. 4. Соотношение fuzzy-множеств прогнозируемой стоимости бизнеса

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенные в работе подходы на основании методов fuzzy-технологий к оценке стоимости бизнеса в соответствии с конкретными планами каждого конкретного инвестора и расчетами владельца бизнеса позволят более обосновано принять решение о целесообразности покупки компании, оценив все риски, связанные с изменениями политической и экономической ситуации в отрасли, на рынках сбыта, покупки сырья, в стране и в мире, а также с темпами инфляции. Рассмотрение в условиях нестабильной экономики с учетом различных случайных событий, связанных с вложением инвестиций, изменениями объемов производства, совершенствованием технологий, прогнозируемой стоимостью рабочей силы и энергоресурсов и т.п., которые могут оказывать как положительные, так и отрицательные воздействия на результаты работы компании, даст возможность инвестору и владельцу бизнесом, представив все анализируемые показатели в виде нечетких множеств, на основе методов fuzzy-арифметики и аппарата дискретных fuzzy-марковских цепей более детально оценить все возможные обстоятельства и проанализировать все риски, связанные с принятием решений. Введенные в работе диапазоны прогнозируемых обеими сторонами возможных рыночных стоимостей предприятия, обеспечивающие допустимую каждой из сторон степени риска, позволяют решить вопросы целесообразности дальнейших переговоров и определить граничные значения стоимости для каждой из сторон, за пределы которых можно выйти только увеличив степень допускаемого риска.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Gordon M.J.* Dividends, Earnings and Stock Price / M.J. Gordon // *The Review of Economics and Statistics*. — 1959. — Vol. 41, N 2, Part 1. — P. 99–105.
2. *Modigliani F.* The cost of capital, corporation finance and the theory of investment / F. Modigliani, M.H. Miller // *American Economic Review*. — 1958. — Vol. 48. — P. 261–297.
3. *Дамодаран А.* Инвестиционная оценка. Инструменты и методы оценки любых активов / А. Дамодаран. — Изд. Альпина Паблишер, 2010.
4. *Мерсер З.К.* Интегрированная теория оценки бизнеса / З.К. Мерсер, Т.У. Хармс; под науч. ред. В.М. Рутгаузера. — Изд-во Маросейка, 2008.
5. *Грязнова А.Г.* Оценка стоимости предприятия (бизнеса) / А.Г. Грязнова, М.А. Федотова, М.А. Эскиндаров, Т.В. Тазихина и др. — М.: Интерреклама, 2003. — 544 с. — Available at: <http://www.ceae.ru/files/Enterprise-estimation.PDF>
6. *Liu J.* Equity valuation using multiples / J. Liu, D. Nissim, J. Thomas // *Journal of Accounting Research*. — 2002. — Vol. 40, N 1. — P. 135–172.
7. *Ballwieser W.* Unternehmensbewertung: Prozeß, Methoden und Probleme / W. Ballwieser. — 3. Aufl., Stuttgart, 2011.
8. *Згуровский М.З.* Модели принятия решений в нечетких условиях / М.З. Згуровский, Ю.П. Зайченко. — К.: Наук. думка, 2011.
9. *Зак Ю.А.* Принятие решений в условиях размытых и нечетких данных / Ю.А. Зак. — М.: URSS, 2013. — 352 с.
10. *Зак Ю.А.* Вероятностный подход к оценке перспективности покупки бизнеса конкретным инвестором / Ю.А. Зак // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — К., 2016. — № 4. — С. 23–34.

Поступила 21.06.2017