

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭКОНОМИКЕ И ФИНАНСАХ

**Б.М. ПОПОВИЧ**

**Аннотация.** Разработана система поддержки принятия решений по исследованию и построению математических моделей, описывающих процессы в экономике и финансах; оценивание прогнозов для выполнения вычислительных экспериментов. Создана информационная аналитическая система для моделирования и прогнозирования процессов в экономике и финансах на базе регрессионных моделей со скользящим средним. Представлены результаты прогнозирования выбранных цен активов с помощью как собственно созданного программного продукта, так и уже существующих продуктов для статистической обработки данных. Для анализа результатов использованы критерии качества для оценки построенных моделей и качества оценок прогнозов. Спроектировано и разработано программное обеспечение для реализации поставленных задач. Проведены анализ, моделирование и прогнозирование цены золота, акций компаний «Укрнафта» и «Мотор Сич».

**Ключевые слова:** система поддержки принятия решений, нелинейные процессы, нестационарные процессы, гетероскедастические процессы, модель авторегрессии скользящего среднего.

### ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях общей экономической нестабильности, когда в мире происходят финансово-экономические кризисы, возникает необходимость совершенствования мировой финансовой системы, а также методов и технологий управления финансовыми рисками. Актуальной задачей является выполнение углубленных научных исследований в направлении математического моделирования и прогнозирования финансовых процессов. Это касается, безусловно, и украинского финансового рынка, на котором финансовый риск-менеджмент находится на ранней стадии своего становления.

Стремление разработать систему поддержки принятия решений (СППР), которая наиболее точно отражала реальное поведение финансовых рынков и необходимость повышения качества прогнозов ведут к появлению новых классов моделей и к модификациям и адаптации уже существующих. Таким образом, проектирование системы поддержки принятия решений, которая позволяет строить и адаптировать математические модели, адекватно описывающие динамику таких финансовых инструментов, как акции, облигации, опционы, котировки валют и других, является актуальным направлением современных исследований. В этом направлении строятся и адаптируются математические модели и вычисляются краткосрочные прогнозы на их основе [1, 2]. Прогнозирование — важнейший этап в процессе разработки стратегий, который позволяет предсказать наиболее вероятное развитие событий, а также определить, какие действия приведут к тем или иным результатам. Поэтому стратегии действий в экономике и финансах,

принятые сегодня, должны опираться на достоверные оценки возможной динамики показателей в будущем [3, 4].

Создание современных компьютеров, удобных и эффективных программных продуктов, делает прогнозирование более эффективным и достаточно мощным механизмом анализа.

Исследование посвящено разработке и реализации СППР, что позволяет исследовать и строить математические модели, проводить анализ нестационарных гетероскедастических процессов в финансах, повышать качество оценок параметров нелинейных моделей нестационарных процессов, описывающих поведение рынка.

В пределах поставленной задачи необходимо выполнить следующие задания:

- собрать статистические данные о состоянии активов некоторых компаний на финансовом рынке для выполнения вычислительных экспериментов;
- выбрать типы математических моделей для описания нестационарных процессов и адаптировать их к проблеме, которая рассматривается;
- разработать и реализовать программный продукт для моделирования и прогнозирования нелинейных нестационарных процессов в экономике и финансах;
- применить разработанный программный продукт к анализу динамики финансового рынка;
- вычислить оценки краткосрочных прогнозов и статистические параметры качества.

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ПРИЕМЫ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОГНОЗОВ НА ИХ ОСНОВЕ

Приведем некоторые уже известные математические модели.

### Полиномиальная регрессия

Одним из самых распространенных методов описания процессов с трендом является полиномиальная регрессия такого типа:

$$y(k) = a_0 + a_1k + a_2k^2 + \dots + a_mk^m + \varepsilon(k), \quad (1)$$

где  $y(k)$  — основная (зависимая) переменная процесса;  $k = 0, 1, 2, \dots$  — дискретное время, которое связано с реальным непрерывным временем  $t$  через период дискретизации измерений  $T_s : t = kT_s$ ;  $a_i, i = 0, \dots, m$  — коэффициенты (параметры) модели;  $m$  — порядок полинома, определяющийся количеством производных, которые можно вычислить на основе адекватной полиномиальной модели процесса;  $\varepsilon(k)$  — случайная переменная, характеризующая интегрированное влияние на основную переменную случайных возмущений, не учитываемых (или излишних) регрессоров и погрешности вычислений. Выражение (1) довольно часто используется на практике благодаря простоте определения структуры модели и возможности использования метода наименьших квадратов (МНК) для оценки ее параметров [5].

*Авторегрессия с трендовой составляющей*

$$y(k) = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y(k-i) + \sum_{j=1}^m b_j k^j + \varepsilon(k).$$

*Авторегрессия с интегрированным скользящим средним*

$$y(k) = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y(k-i) + \sum_{j=1}^q b_j v(k-j) + \varepsilon(k)$$

описывает тренд и колебания, которые накладываются на него, если среди корней характеристического уравнения, записанного для авторегрессионной (АР)-части, есть хотя бы один единичный [6].

Поскольку такие процессы являются достаточно характерными для производственных технологий, экономики, финансов, экологии и других отраслей, то им необходимо уделить значительное внимание. Нестационарные процессы такого типа особенно часто встречаются в переходной экономике и соответствующей финансовой деятельности, для которых свойственна высокая нестационарная динамика развития.

### **Сплайны для описания квадратических, кубических и трендов высших порядков**

Линейный сплайн — это сплайн, состоящий из полиномов первого порядка, т. е. из отрезков прямых линий. Точность интерполяции линейными сплайнами невысока. Однако в некоторых случаях кусочно-линейная аппроксимация функции может оказаться лучше, чем аппроксимация более высокого порядка [7]. Сплайном первого порядка называется непрерывная на отрезке  $[a, b]$  линейная на каждом частичном отрезке  $f(x)$  функция. Его обозначение:  $S_1(x)$ . Интерполяционным для данной функции  $f(x)$  называется сплайн, удовлетворяющий условиям  $S_1(x_i) = y_i$ ,  $i = 0, \dots, m$ . График линейного интерполяционного сплайна  $S_1(x)$  — это ломаная, проходящая через заданные точки. Пусть  $x \in [x_i, x_{i+1}]$ , выражение для сплайна  $S_1(x)$  на таком промежутке:

$$S_1(x) = y_i \frac{x_{i+1} - x}{h_i} + y_{i+1} \frac{x - x_i}{h_i},$$

где  $S_1(x)$  — сплайн первого порядка;  $y_i = f(x_i)$ ,  $i = 0, \dots, m$ ,  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$  — заданные значения;  $h_i = x_{i+1} - x_i$ .

Для аппроксимации данных часто используют сплайн Эрмита — это сплайн третьего порядка, производная которого принимает в узлах сплайна заданные значения. В каждом узле сплайна Эрмита задано не только значение функции, а и значение ее первой производной. Сплайн Эрмита имеет непрерывную производную, но вторая производная у него разрывная. Точность интерполяции значительно лучше, чем у линейного сплайна.

**Кубический сплайн.** Некоторая функция  $f(x)$  задается на промежутке  $[a, b]$ , разбитом на части  $[x_{i-1}, x_i]$ ,  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ . Кубическим сплайном называется функция  $S(x)$ , которая на каждом отрезке  $[x_{i-1}, x_i]$

является многочленом не выше третьего порядка; имеет непрерывную первую и вторую производные на всем отрезке  $[a, b]$ ; в точках  $x_i$  выполняется равенство  $S(x_i) = f(x_i)$ .

Такая функция имеет вид

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + \frac{c_i}{2}(x - x_i)^2 + \frac{d_i}{6}(x - x_i)^3,$$

где  $S_i(x)$  — кубический сплайн;  $a_i = f(x_i)$ ;  $b_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{h_i} - \frac{h_i(2c_i + c_{i-1})}{6}$ ;

$$d_i = \frac{c_i - c_{i-1}}{h_i}.$$

### Использование экспонентов

Экспоненциальным трендом называют тренд, который выражается следующим уравнением:

$$y(k) = ap^k + \varepsilon(k), \quad (2)$$

где  $y(k)$  — основная переменная процесса;  $a$  — свободный член экспоненты, который равен значению тренда в период времени, принятому за начало отсчета времени ( $k = 0$ );  $p$  — основной параметр экспоненциального тренда, характеризующий темп изменения уровня. Значение  $p > 1$  соответствует положительному тренду с нарастающим ускорением. Если  $p < 1$ , то такой тренд отражает тенденцию постоянного падения амплитуды переменной. При этом замедление непрерывно усиливается [7]. Экспонента не имеет экстремума и при  $k \rightarrow \infty$  стремится к бесконечности при  $p > 1$  или до 0 при  $p < 1$ . Экспоненциальный тренд характерен для процессов, развивающихся в среде, которая не создает никаких ограничений для роста уровня. Из этого следует, что на практике он может развиваться только на ограниченном промежутке времени, поскольку любая среда рано или поздно создает ограничения, и любые ресурсы исчерпываются со временем. Выражение (2) часто используют в преобразованном виде:

$$y(k) = \exp(\ln(a) + \ln(pk)) + \varepsilon(k).$$

**Комбинация периодических функций.** При наличии периодических процессов тренд описывают комбинацией тригонометрических функций:

$$y(k) = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y(k-1) + \sum_{j=1}^q b_j \cos(\omega_j - \varphi_j) + \varepsilon(k),$$

где  $y_n(k)$  — основная переменная процесса;  $a_0, \{a_i, b_i\} \ i = 1, \dots, n$  — коэффициенты (параметры) модели;  $a_n, b_n$  — старшие коэффициенты модели;  $n$  — порядок модели.

Для описания тренда можно использовать любую детерминированную функцию, которая соответствует характеру изменения тренда во времени.

## АРХИТЕКТУРА И ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СХЕМА ПОСТРОЕНИЯ СППР

Для моделирования и прогнозирования процессов в экономике и финансах был спроектирован и реализован программный продукт с удобным для пользования интерфейсом. Система реализована на базе платформы NetFramework 4.5 с использованием языка программирования C#, приведены примеры применения программы для прогнозирования реальных цен акций. Структурная схема СППР показана на рис. 1.

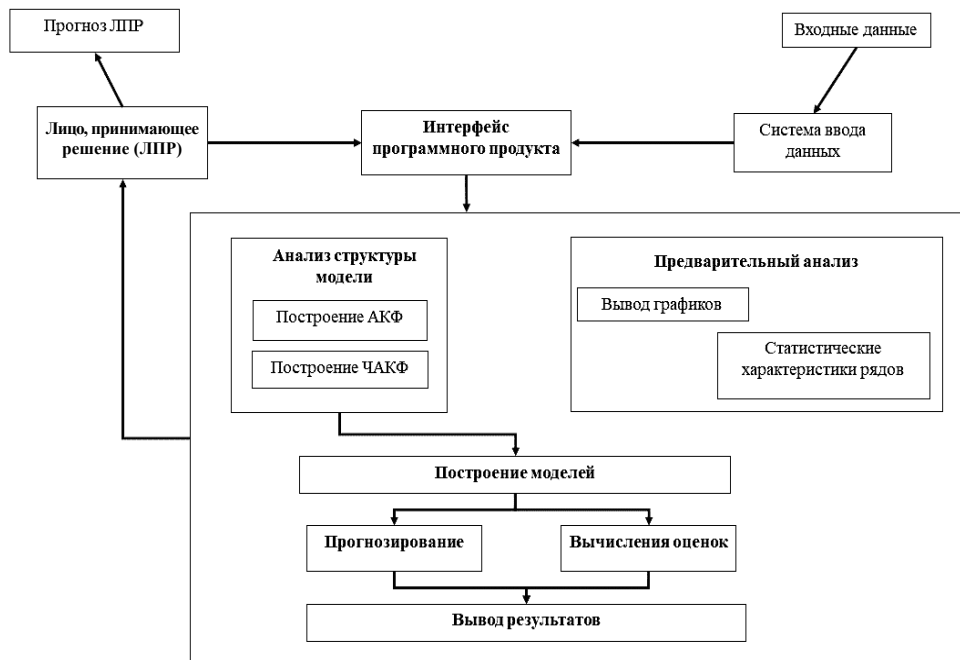


Рис. 1. Структурная схема разработанной СППР: АКФ — автокорреляционная функция; ЛПР — лицо, принимающие решение; ЧАФ — частичная автокорреляционная функция

Архитектура созданной СППР, приведена в виде структурной схемы, имеет следующие уровни:

- загрузка и обработка данных;
- анализ данных;
- построение и выбор лучшей модели;
- прогнозирование.

## ИССЛЕДОВАНИЕ, МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЦЕН АКЦИЙ КОМПАНИИ «УКРНАФТА»

Применим разработанную СППР для анализа и моделирования цен акций компании «Укрнафта». Для сравнения результатов проведем аналогичные расчеты в программном пакете Eviews. График цен акций «Укрнафты» показан на рис. 2.

Построим ЧАКФ для процесса, изображенного на рис. 2 (рис. 3).

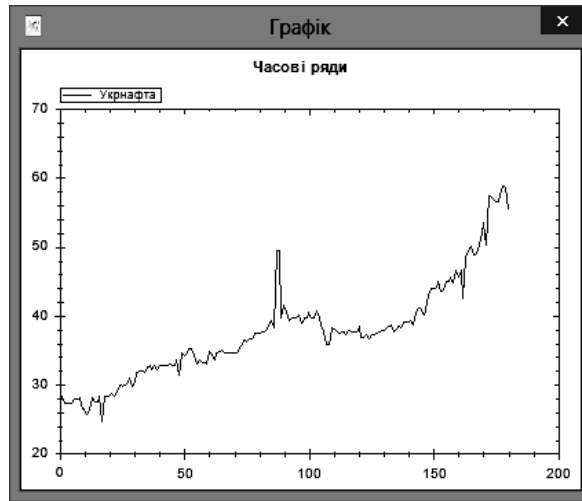
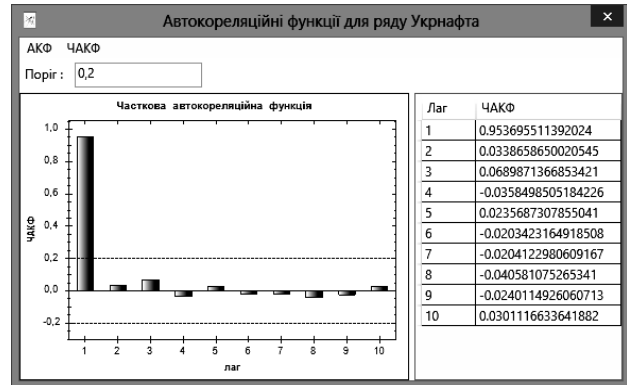
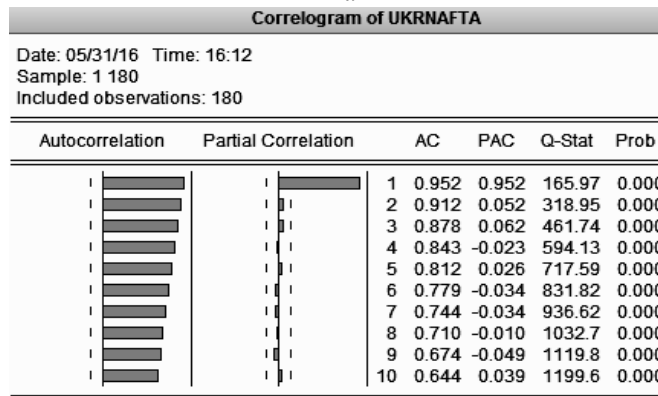


Рис. 2. Распределение по выборке цен акций компании «Укрнафта»



*a*



*b*

Рис. 3. ЧАКФ для цен акций компании «Укрнафта»: *a* — разработанная СППР; *b* — Eviews 1

Как можно видеть, разработана СППР (рис. 3, *a*) и Eviews (рис. 3, *b*) дают почти одинаковые результаты. Судя по ЧАКФ целесообразно построить модель AP (1), которую описывает формула

$$y(k) = a_0 + a_1 y(k-1).$$

Оценим коэффициенты уравнения с помощью МНК и рекурсивного метода наименьших квадратов (РМНК) в разработанной СППР и Eviews (рис. 4).

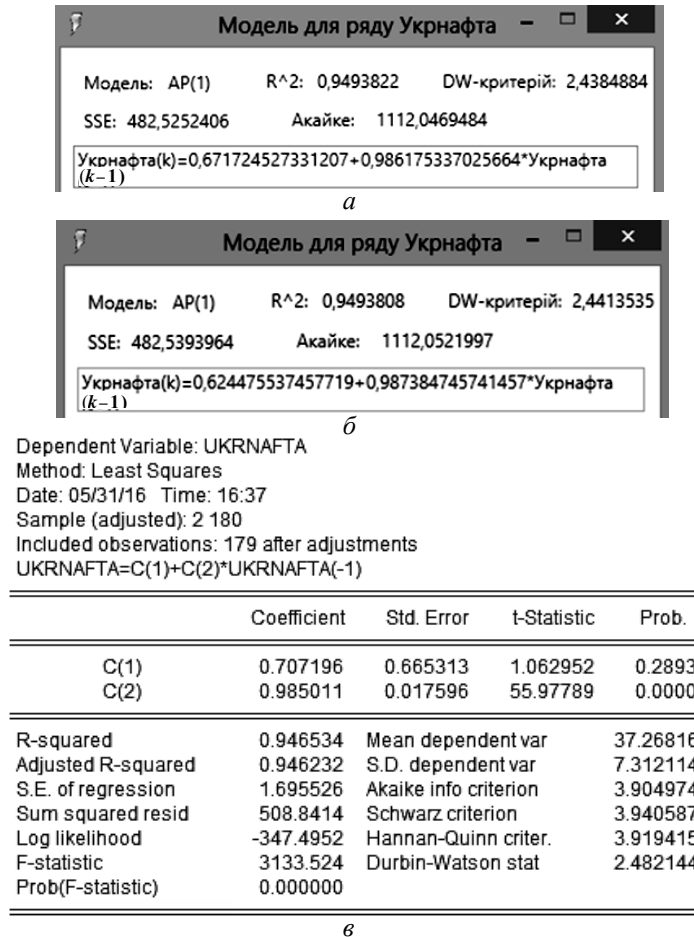


Рис. 4. Характеристика модели AP (1), оценена для цен акций компании «Укрнафта»: *a* — МНК разработанная СППР; *б* — РМНК, разработанная СППР; *в* — Eviews

Лучший результат оценивания с помощью разработанной СППР (как с помощью МНК (рис. 4, *a*), так и с помощью РМНК (рис. 4, *б*)), чем Eviews (рис. 4, *в*). Лучший результат дал МНК в разработанной СППР. Для удобства результаты всех оценок сведены в табл. 1.

**Таблица 1.** Оценки параметров модели AP (1) для цен акций компании «Укрнафта»

Коэффициент	Оценка в СППР по методу МНК	Оценка в СППР по методу РМНК	Оценка в Eviews
$a_0$	0,6717245	0,624475	0,707196
$a_1$	0,986175	0,987384	0,985010

Для всех трех случаев имеем достаточно высокий показатель адекватности (коэффициент детерминации выше 0,94). Поэтому нет необходимости улучшать модель.

Попробуем спрогнозировать (статическим методом) пять последних измерений цен акций (рис. 5).

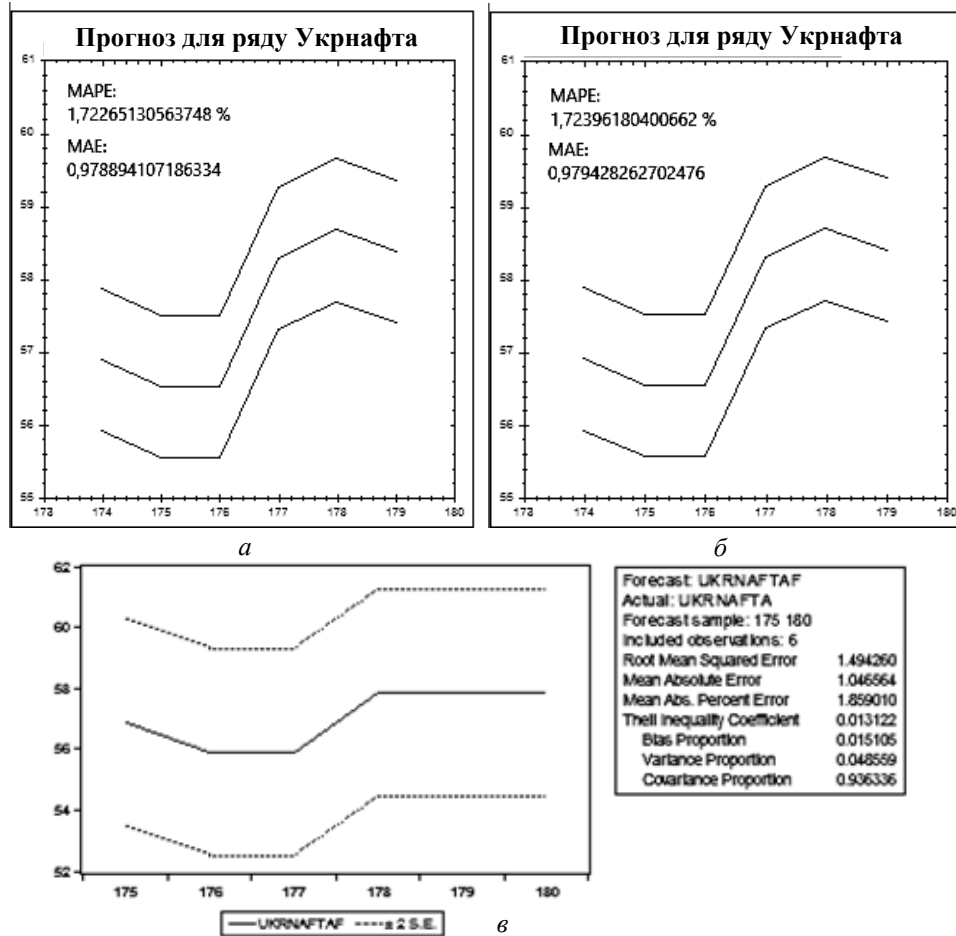


Рис. 5. Прогноз для цен акций компании «Укрнафта» на основе модели AP (1): а — MNK разработанная СППР; б — PMNK разработанная СППР; в — Eviews

Как видим и прогнозы на основе модели AP (1), оцененной с помощью как MNK (рис. 5, а) и PMNK (рис. 5, б) в разработанной СППР, так и Eviews (рис. 5, в) дали схожие результаты. Конкретные значения прогноза приведены в табл. 2.

Таблица 2. Результаты прогнозирования цен акций компании «Укрнафта» на основе модели AP (1)

Номер измерения	Реальное значение	Разработанная СППР				Eviews	
		MNK		PMNK		Прогноз	Погрешность
		Прогноз	Погрешность	Прогноз	Погрешность		
175	56,63	56,8837	0,2537	56,9054	0,2754	56,853	0,2228
176	56,63	56,5188	0,1112	56,5400	0,0899	55,868	0,7622
177	58,42	56,5188	1,9012	56,5400	1,8799	55,868	2,5522
178	58,81	58,2840	0,5259	58,3074	0,5025	57,838	0,9722
179	58,52	58,6686	0,1487	58,6925	0,1726	57,838	0,6822
180	55,45	58,3827	2,9327	58,4062	2,9562	57,838	ы2,3878
Средняя погрешность	—	—	0,9789	—	0,9794	—	1,2632



## ИССЛЕДОВАНИЕ, МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЦЕН АКЦИЙ КОМПАНИИ «МОТОР СИЧ»

Последующим исследованием, осуществленным с помощью, разработанной СППР, будет анализ и моделирование цен акций компании «Мотор Сич». График цен акций компании «Мотор Сич» приведен на рис. 6.

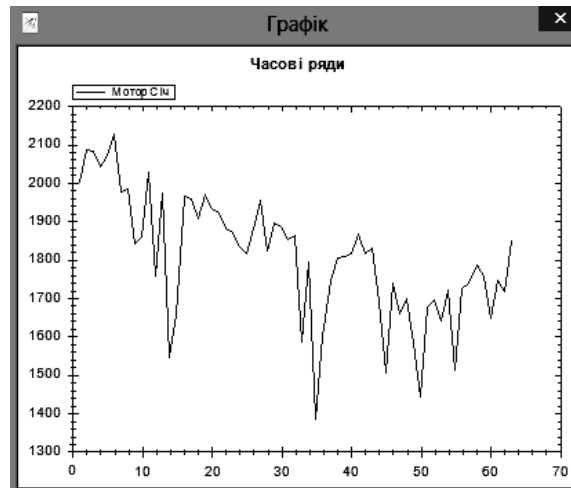


Рис. 6. Графическое представление цен акций компании «Мотор Сич»

Будем строить модель авторегрессии со скользящим средним (АРСС) (порядок скользящего среднего (СС) определяется по ЧАКФ скользящего среднего).

Построим ЧАКФ для процесса, изображенного на рис. 7.

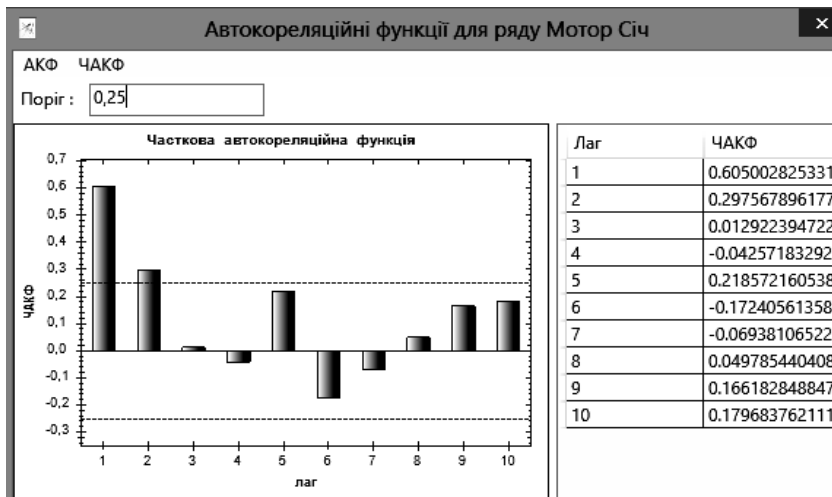


Рис. 7. ЧАКФ для цен акций компании «Мотор Сич»

Исходя из результатов построения ЧАКФ, целесообразно использовать модель АР (2), которая описывается формулой

$$y(k) = a_0 + a_1y(k-1) + a_2y(k-2). \quad (3)$$

Оценим коэффициенты уравнения (3) с помощью МНК и РМНК в разработанной СППР (рис. 8).

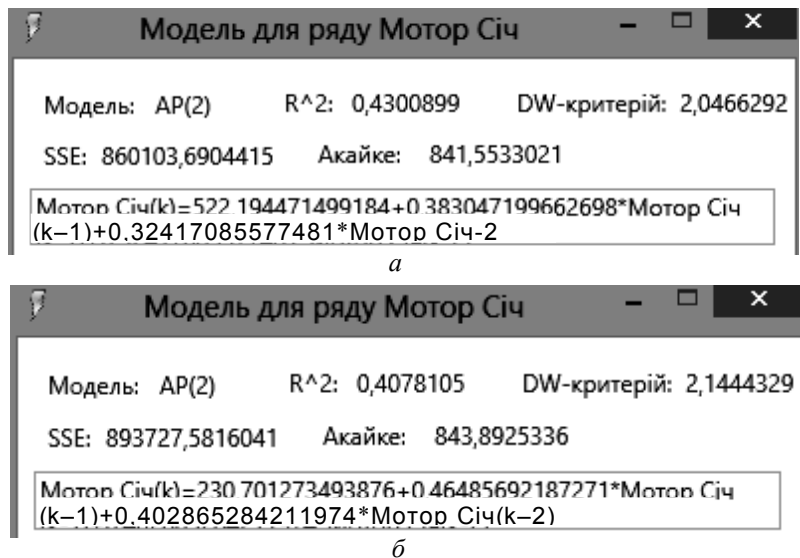


Рис. 8. Характеристика модели AP (2), оценена для цен акций компании «Мотор Сич»: а — МНК разработанная СППР; б — РМНК разработанная СППР

Лучший результат оценивания получен с помощью МНК (рис. 8, а). Будем строить АРСС, поскольку показатели АР-моделей неудовлетворительные. График экспоненциального СС для цен акций «Мотор Сич» показан на рис. 9.

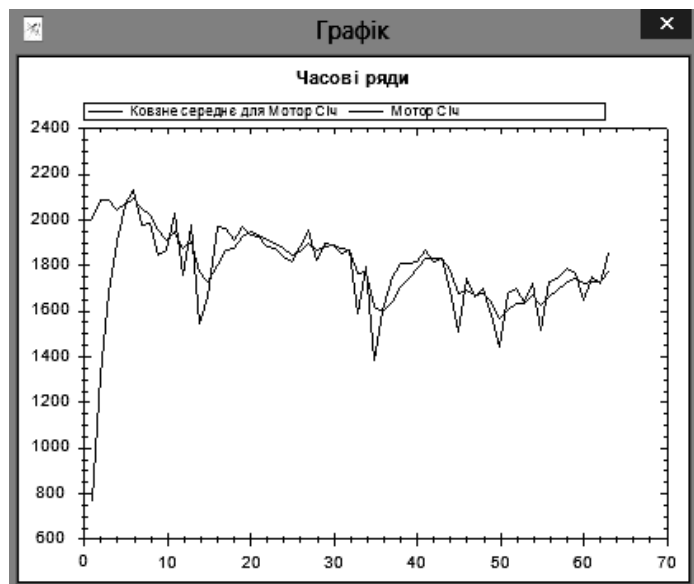


Рис. 9. График ряда цен акций компании «Мотор Сич» и его экспоненциального СС

Теперь оценим ЧАКФ для экспоненциального СС цен акций «Мотор Сич». Результат приведен на рис. 10.

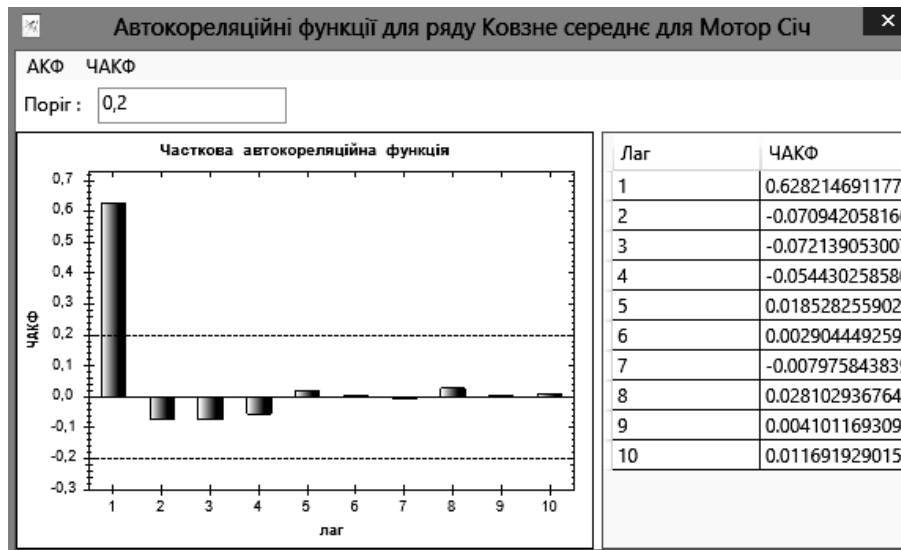
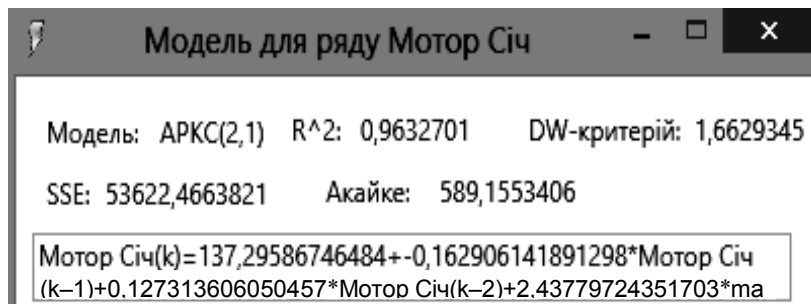


Рис. 10. ЧАКФ експоненціального СС цен акцій компанії «Мотор Січ»

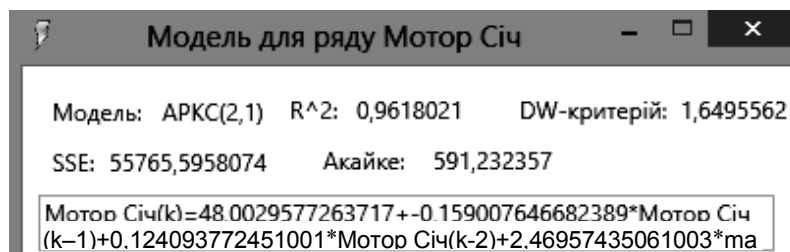
Таким образом, на основе анализа ЧАКФ построим модель АРСС (2,1), которая описывается уравнением

$$y(k) = a_0 + a_1y(k-1) + a_2y(k-2) + b_0\epsilon(k) + b_1\epsilon(k-1). \quad (4)$$

Оценим коэффициенты уравнения (4) с помощью МНК и РМНК в разработанной СППР (рис. 11).



a



b

Рис. 11. Характеристика модели АРСС (2,1), оценена для цен акцій компанії «Мотор Січ»: a — МНК в разработанной СППР; b — РМНК в разработанной СППР

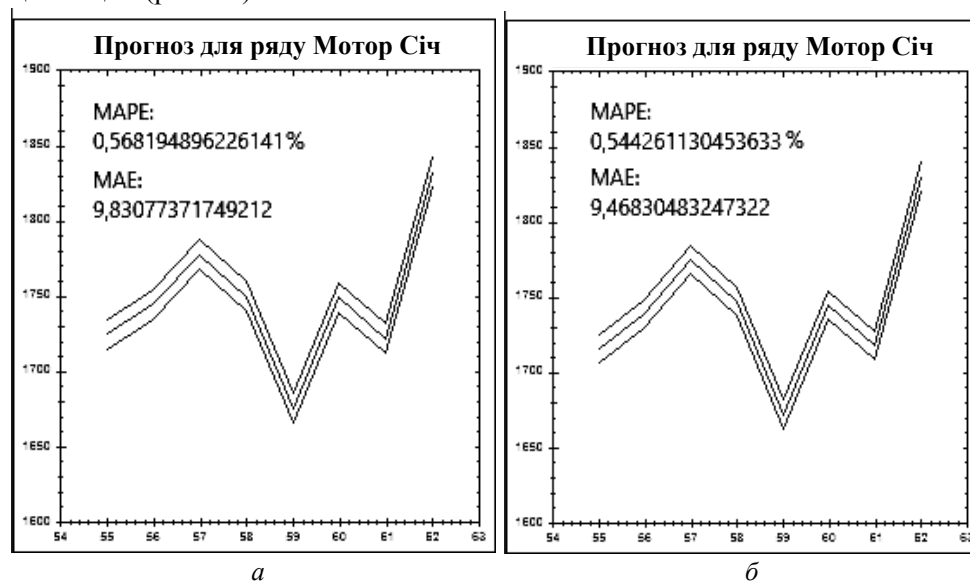
Результаты обеих оценок сведены в табл. 3.

**Таблица 3.** Оценки параметров модели APCС (2,1) для цен акций компании «Мотор Сич»

Коэффициент	Оценка в СППР по методу МНК	Оценка в СППР по методу РМНК
$a_1$	-0,1629	-0,1590
$a_2$	-0,1273	-0,1240
$b_0$	2,4377	2,4695
$b_1$	-1,2256	-1,2153

Для обоих методов имеем высокий показатель адекватности (коэффициент детерминации выше 0,96).

Спрогнозируем (динамическим методом) восемь последних измерений цен акций (рис. 12).



*Рис. 12.* Прогноз для цен акций компании «Мотор Сич» на основе модели APCС (2,1): *а* — МНК в разработанной СППР; *б* — РМНК в разработанной СППР

Как можно видеть, оба метода дали схожие результаты. Конкретные значения прогноза приведены в табл. 4.

**Таблица 4.** Результаты прогнозирования цен акций компании «Мотор Сич» на основе модели APCС (2,1)

Номер измерения	Реальное значение	Разработанная СППР			
		МНК		РМНК	
		Прогноз	Погрешность	Прогноз	Погрешность
56	1722	1724,326525	2,3665	1715,753768	6,2062
57	1738,9	1744,362984	5,443	1738,625902	0,2941
58	1786,3	1777,104529	9,2255	1774,33762	11,992
59	1758,2	1749,305671	8,9343	1746,716092	11,524
60	1646,4	1675,37533	29,005	1671,740661	25,371
61	1745,7	1748,50207	2,7821	1744,746591	0,9734
62	1716,9	1721,493947	4,5939	1717,913988	1,014
63	1848	1831,654466	16,296	1829,578236	18,372
Средняя погрешность	—	—	9,8308	—	9,4683

## ИССЛЕДОВАНИЕ, МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЦЕН НА ЗОЛОТО

Последним исследованием, проведенным с помощью разработанной СППР, будет анализ и моделирование цены золота. Данные представлены на сайте Лондонского рынка. Выбор этого показателя именно для золота обусловлен тем, что золото само по себе достаточно стабильная валюта. Это одно из условий построения адекватной модели этого процесса и дальнейшего прогнозирования.

График цен акций золота изображен на рис. 13.

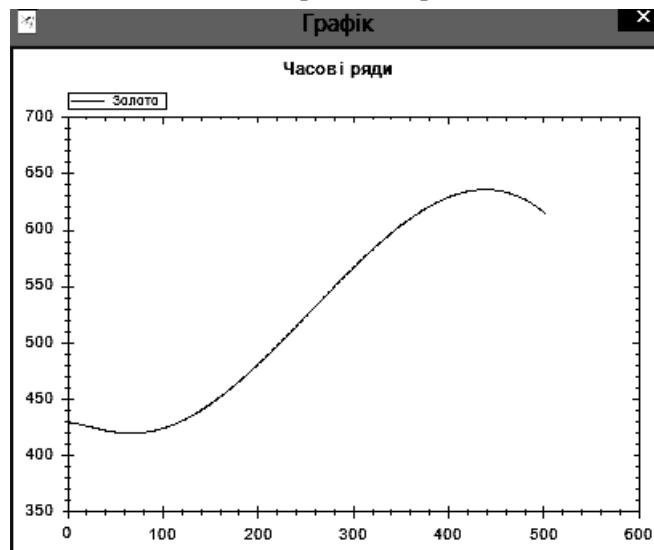


Рис. 13. Графическое представление цен золота

Будем считать, что это интегрированный процесс (на основе визуального анализа). Поэтому будем строить модель АРИСС.

Построим ЧАКФ для данного процесса (рис. 14).



Рис. 14. ЧАКФ для цен золота

Исходя из результатов построения ЧАКФ целесообразно использовать модель авторегрессии с интегрированным скользящим средним (АРИСС) (1,1,0) (не добавляя СС), которая описывается формулой

$$\Delta^d y(k) = a_0 + a_1 \Delta^d y(k-1). \quad (5)$$

Оценим коэффициенты уравнения (5) с помощью МНК и РМНК в разработанной СППР (рис. 15).

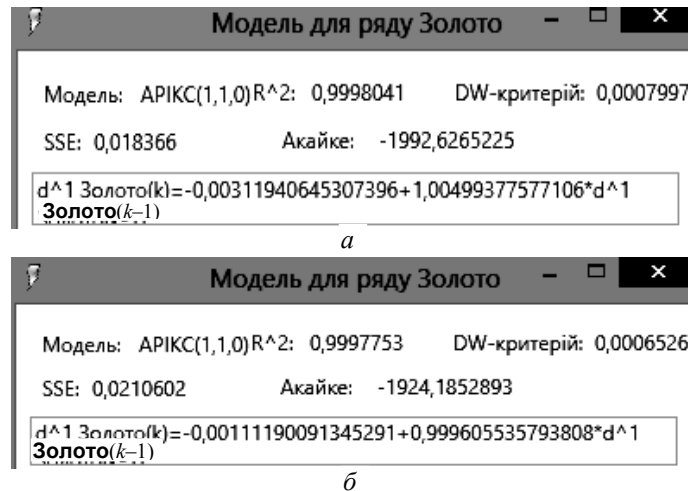


Рис. 15. Характеристика модели АРСС (1,1,0), оценена для цен золота: а — МНК в разработанной СППР; б — РМНК в разработанной СППР

Лучший результат оценивания получен по МНК (рис. 15, а). Поскольку модель имеет удовлетворительное качество, то вводить скользящее среднее не будем.

Для обоих случаев имеем очень высокий показатель адекватности (коэффициент детерминации выше 0,99). Поэтому к модели не добавляем скользящее среднее.

Спрогнозируем (динамическим методом) шесть последних измерений цен акций (рис. 16).

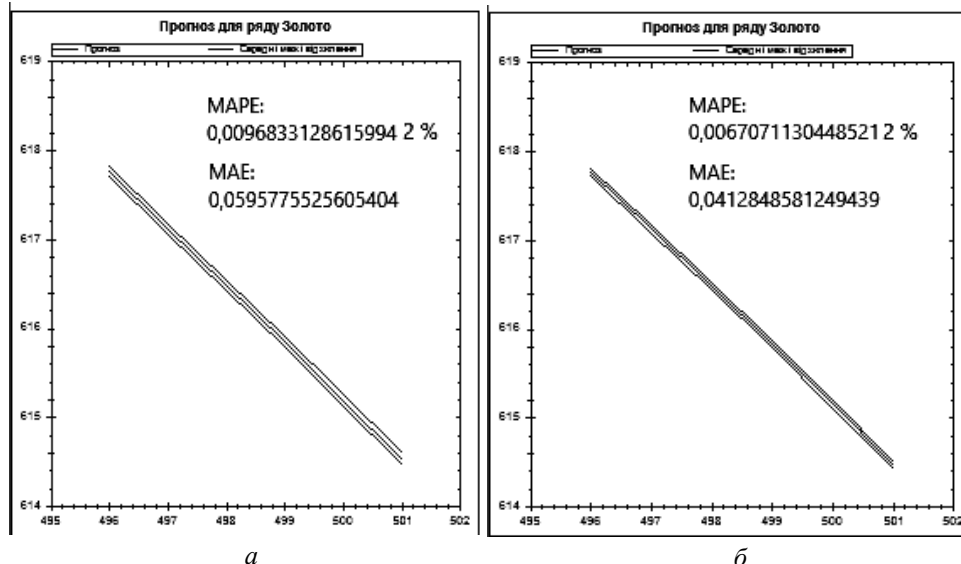


Рис. 16. Прогноз для цен золота на основе модели АРИСС (1,1,0): а — МНК в разработанной СППР; б — РМНК в разработанной СППР

Оба метода дали схожие результаты. Конкретные значения прогноза приведены в табл. 5.

**Таблица 5.** Результаты прогнозирования цен золота на основе модели АРИСС (1,1,0)

Номер измерения	Реальное значение	Разработанная СППР			
		МНК		РМНК	
		Прогноз	Погрешность	Прогноз	Погрешность
497	617,754863	617,761219	0,0064	617,766563	0,01169991
498	617,110592	617,129683	0,0191	617,134049	0,02345727
499	616,453648	616,491873	0,0382	616,48892	0,03527211
500	615,783979	615,847759	0,0638	615,831123	0,04714425
501	615,101533	615,197309	0,0958	615,160607	0,05907421
502	614,406256	614,540492	0,1342	614,477318	0,07106141
Средняя погрешность	–	–	0,0596	–	0,04128486

Как показывает табл. 5, оба варианта оценки модели АРИСС (2,1) дают хорошие результаты прогнозирования.

## ВЫВОДЫ

Разработанную СППР применено к ряду, описывающему цену акций компании «Укрнафта»; полученные результаты сравнены с аналогичными вычислениями в системе Eviews 7.0. В результате сравнения очевидно, что по качеству вычислений реализованный программный продукт не уступает уже существующим коммерческим, которые требуют значительных финансовых затрат.

Выполнен анализ и моделирование процессов ценообразования акций компаний «Укрнафта», «Мотор Сич» и цен золота. Были использованы методы идентификации модели (на основе автокорреляционной функций), а также построены модели процессов.

Для акций компании «Укрнафта» лучшей оказалась модель AP(1). Наилучшее оценивание параметров (построение наилучшей модели и лучшие показатели при прогнозировании) показал МНК в разработанной СППР, однако различия с РМНК и пакетом Eviews не являются существенными.

При оценке процесса ценообразования акций компании «Мотор Сич» лучшие результаты показала модель APCC (2,1). Лучшая модель получена при оценке по МНК, при этом модель, полученная по РМНК, давала лучший прогноз.

При оценке процесса ценообразования золота лучшие результаты показала модель АРИСС (1,1,0). Лучшая модель получена при оценке по МНК, однако по модели РМНК получен лучший прогноз.

Следует отметить, что две (последние) из трех моделей имели лучшие показатели, полученные при оценке по МНК, но лучшие прогнозы были показаны моделями, полученными при оценке по РМНК.

Разработанная СППР может использоваться как самостоятельный программный продукт и быть встроенной в любую аналитическую или статистическую систему.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. *Бидюк П.И.* Анализ и моделирование экономических процессов переходного периода / П.И. Бидюк, О.В. Половцев. — К.: НТУ «КПИ», 1999. — 230 с.
2. *Бидюк П.И.* Эконометрический анализ временных рядов: конспект лекций / П.И. Бидюк. — К.: НТУУ «КПИ», 2007. — 250 с.
3. *Бидюк П.И.* Система поддержки принятия решений для прогнозирования нестационарных процессов / П.И. Бидюк, Е.О. Демкивський // Научные работы Николаев. гос. технич. ун-та. — 2008. — Вып. 77. — С. 137–159.
4. *Бидюк П.И.* Проектирование компьютерных информационных систем поддержки принятия решений: учеб. пособие / П.И. Бидюк, Л.О. Коршевнюк. — К.: НК «ИПСА» НТУУ «КПИ», 2010. — 340 с.
5. *Hosmer David W.* Applied logistic regression / David W. Hosmer. Jr. Stanley Lemeshow. — Hoboken: John Wiley & Sons Ltd., 2008. — 396 p.
6. *Бидюк П.И.* Временные ряды: моделирование и прогнозирование / П.И. Бидюк, О.И. Савенков, И.В. Баклан. — К.: ЕКМО, 2003. — 141 с.
7. *Экспоненциальный тренд и его свойства.* — Режим доступа: <http://um.co.ua/9/9-15/9-158069.html>

*Поступила 02.10.2017*