УДК 62.50
DOI: 10.20535/SRIT.2308-8893.2017.4.13

ПРИГЛУШЕННЯ ОБМЕЖЕНИХ ЗБУРЕНЬ ІМПУЛЬСНИХ ПРОЦЕСІВ У КОГНІТИВНИХ КАРТАХ ЗА ДОПОМОГОЮ ТЕОРІЇ H_∞ ЗА НЕПОВНИХ ВИМІРЮВАНЬ КООРДИНАТ ВЕРШИН

В.Д. РОМАНЕНКО, Ю.Л. МІЛЯВСЬКИЙ

Анотація. Поставлено і розв'язано завдання керування імпульсним процесом когнітивної карти за умови, що частина координат не вимірюється. Припускається, що невимірювані координати обмежені, але їх імовірнісні характеристики невідомі. Алгоритм керування ґрунтується на адаптації теорії H_∞ до умов функціонування складної динамічної системи в режимі імпульсного процесу когнітивної карти. Для цього виконано декомпозицію системи на вимірювану і невимірювану частини, виділено цільовий вектор координат вершин, які необхідно стабілізувати, уведено рівняння вимірювання та сформульовано робастний критерій оптимальності керування. Запропонований метод апробовано на когнітивній карті управління персоналом ІТ-компанії, значна частина вершин якої є невимірюваними. На основі комп'ютерного моделювання продемонстровано доцільність та ефективність застосування розробленого методу керування.

Ключові слова: когнітивна карта, імпульсний процес, робастне керування, теорія H_∞, неповні вимірювання координат, обмежені збурення.

ВСТУП

Когнітивна карта (КК) — поширений засіб моделювання складних систем різної природи [1]. З математичної точки зору це орієнтований граф, вершини якого репрезентують основні поняття (концепти) складної системи, а ребра — взаємозв'язки в цій системі. Імпульсний процес у КК — це динамічний перехідний процес у системі, спричинений взаємозв'язками між вершинами КК унаслідок дії зовнішнього чи внутрішнього збурення (імпульсу) на одну або декілька з них. Для моделювання імпульсних процесів у системах, поданих КК, зазвичай застосовують рівняння [2]

$$\Delta\bar{x}(k+1) = A\Delta\bar{x}(k),$$

де $\Delta\bar{x}(k+1) = \bar{x}(k+1) - \bar{x}(k)$ — приріст значень вектора координат вершин КК $\bar{x}$; A — транспонована матриця суміжності КК, що складається з вагових коефіцієнтів її ребер; $\dim \bar{x} = n$ — розмірність КК.

У працях [3–6] розроблено ряд методів керування імпульсними процесами КК на основі методів теорії автоматичного керування. Для того щоб їх реалізувати, необхідно мати можливість безпосереднього впливу на деякі з вершин КК. Ці впливи (управлінські рішення) являють собою зовнішні керування. Отже, за цієї умови рівняння керованого імпульсного процесу КК набуває вигляду

$$\Delta\bar{x}(k+1) = A\Delta\bar{x}(k) + B\Delta\bar{u}(k), \tag{1}$$

де $\Delta\bar{u}$ — вектор керування (у приростах); B — матриця керування, що зазвичай складається з нулів та одиниць.

Утім, для ефективного керування імпульсним процесом КК (1) необхідно, щоб усі координати вершин $\bar{x}$ були вимірюваними. На практиці це трапляється рідко, частина координат залишається принципово невимірюваною. Тоді виконаємо декомпозицію системи на вимірювану і невимірювану підсистеми. Для цього розділимо вектор $\bar{x}$ на вимірювану $\bar{x}_1$ $(\dim\bar{x}_1 = n_1 < n)$ і невимірювану $\bar{x}_2$ $(\dim\bar{x}_2 = n_2 = n - n_1)$ частини та введемо зовнішнє керування $\bar{u}$ $(\dim\bar{u} = m \le n_1)$, що може діяти лише на вимірювані координати:

$$\Delta\bar{x}_1(k+1) = A_{11}\Delta\bar{x}_1(k) + A_{12}\Delta\bar{x}_2(k) + B\Delta\bar{u}(k); \tag{2}$$

$$\Delta\bar{x}_2(k+1) = A_{21}\Delta\bar{x}_1(k) + A_{22}\Delta\bar{x}_2(k)\,. \tag{3}$$

Точне знання коефіцієнтів матриць A_{21} і A_{22}, як буде видно з подальшого викладу, не потрібне для керування.

Будемо розглядати вплив невимірюваних координат $\Delta\bar{x}_2(k)$ на вимірювані $\Delta\bar{x}_1(k+1)$ у рівнянні (2) як вплив зовнішніх збурень. У більшості випадків нам невідомі ймовірнісні характеристики цих збурень, тому традиційні методи теорії керування у стохастичному середовищі не можна застосувати до підсистеми (2). У цьому разі слід застосовувати методи робастного керування, які гарантують потрібний результат за будь-яких зовнішніх збурень (за природної умови їх обмеженості). У праці [6] з цією метою застосовувався метод інваріантних еліпсоїдів. У цій роботі будемо спиратись на методи теорії H_∞ [7, 8].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Будемо розглядати нескінченні послідовності векторів $v = (\bar{v}(0), \bar{v}(1), \ldots$ $\ldots, \bar{v}(k), \ldots)$ у просторі l_2. Як відомо з праць [7, 8], у цьому просторі для послідовностей задано норму, визначену як

$$\|v\| = \left(\sum_{k=0}^{\infty} \bar{v}^{\mathrm{T}}(k)\bar{v}(k)\right)^{1/2}.$$

За означенням послідовність v належить простору l_2 ($v \in l_2$), якщо цей ряд збігається, тобто якщо $\|v\| < \infty$.

Нехай відомо, що невимірювані збурення $\Delta\bar{x}_2$ у рівнянні (2) належать простору l_2. Нехай також на вимірювані координати діє шум вимірювання $\bar{\xi}$ $(\dim\bar{\xi} = n_1)$, тобто результати вимірювання неточні, і відомо лише те, що цей шум також обмежений за нормою l_2. Уведемо рівняння вимірювання:

$$\Delta\bar{y}(k) = \Delta\bar{x}_1(k) + \bar{\xi}(k)\,. \tag{4}$$

Нехай в першу чергу треба стабілізувати деякі (найважливіші) з координат $\bar{x}_1$, тобто звести їх прирости $\Delta\bar{x}_1(k)$ до нуля. Припустімо, що кількість таких координат $n_z \le n_1$, позначимо їх через $x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{in_z}$. Також уведемо обмеження, що керування не можуть бути надто великими за амплітудою. Для виконання цієї вимоги їх буде включено у критерій керування з деякими ваговими коефіцієнтами. Тоді розглянемо такий «керований» вектор розмірності $n_z + m$:

$$\Delta\overline{\Phi} = (\Delta x_{i1}, \Delta x_{i2}, ..., \Delta x_{in_z}, w_1 \Delta u_1, w_2 \Delta u_2, ..., w_m \Delta u_m)^{\mathrm{T}},$$

де $w_i > 0$ — вибрані вагові коефіцієнти керувань. Запишемо рівняння для $\overline{Z}$:

$$\Delta\overline{\Phi}(k) = C_1 \Delta\bar{x}_1(k) + D_{12} \Delta\bar{u}(k), \qquad (5)$$

де C_1 — матриця розмірності $(n_z + m) \times n_1$, що складається з нулів і одиниць (її структуру буде проілюстровано на прикладі нижче); D_{12} — матриця розмірності $(n_z + m) \times m$, верхня половина якої нульова, а нижня — діагональна з елементами w_i, $i = 1, ..., m$ на головній діагоналі.

У роботі буде розв'язано задачу мінімізації H_∞-норми матричної дискретної передатної функції (МДПФ) системи по каналу «$\Delta\bar{g}(z) \to \Delta\overline{\Phi}(z)$», де $\Delta\bar{g}(z)$ — вектор усіх вхідних сигналів, що містить невимірювані координати $\Delta\bar{x}_2$ і шум вимірювань ξ, тобто $\Delta\bar{g} = \begin{pmatrix} \Delta\bar{x}_2 \\ \xi \end{pmatrix}$, $\dim \Delta\bar{g} = n$. Розв'язання цієї задачі гарантуватиме робастність замкненої системи керування, яка полягає в тому, що за будь-яких значень вхідної послідовності невимірюваних збурень $\Delta\bar{g} \in l_2$ максимальна l_2-норма керованого вихідного сигналу $\Delta\overline{\Phi}$ (що включає в себе вибрані координати вершин КК та зважений вектор керування) буде мінімізуватись.

СИНТЕЗ РОБАСТНОГО КЕРУВАННЯ ІМПУЛЬСНИМ ПРОЦЕСОМ КК НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ H_∞ ДЛЯ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ

Натепер розроблено ряд методів H_∞-оптимізації [8–13]. Модифікуємо один з них («2-Ріккаті підхід») до поставленої задачі.

Запишемо імпульсний процес (2) з урахуванням рівнянь (4), (5) у просторі стану так:

$$\begin{aligned} \Delta\bar{x}_1(k+1) &= A_{11}\Delta\bar{x}_1(k) + \widetilde{B}_1 \Delta\bar{g}(k) + B\Delta\bar{u}(k), \\ \Delta\overline{\Phi}(k) &= C_1 \Delta\bar{x}_1(k) + D_{11}\Delta\bar{g}(k) + D_{12}\Delta\bar{u}(k), \\ \Delta\bar{y}(k) &= C_2 \Delta\bar{x}_1(k) + D_{21}\Delta\bar{g}(k), \end{aligned} \qquad (6)$$

де $\Delta\bar{x}_1$ — вектор стану; $\Delta\bar{g}$ — вхідний вектор збурень; $\Delta\bar{u}$ — вектор керування; $\Delta\bar{y}$ — вектор вимірювань; $\Delta\overline{\Phi}$ — керований вектор, $\widetilde{B}_1 = (A_{12} \quad 0)$, $D_{21} = (0 \quad I)$, $C_2 = I$, $D_{11} = 0$, $D_{12} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathrm{diag}\{w_i\} \end{pmatrix}$.

Сформулюємо критерій оптимальності керування:

$$J = \sup_{\Delta\overline{g}\in l_2} \frac{\|\Delta\overline{\Phi}\|}{\|\Delta\overline{g}\|} \to \min, \qquad (7)$$

де $\Delta\overline{g}$ — послідовність вхідних векторів $\{\Delta\overline{g}(k), k=0,1,...\}$; $\Delta\overline{\Phi}$ — послідовність цільових векторів $\{\Delta\overline{\Phi}(k),\ k=0,1,....\}$; усі послідовності належать простору l_2. Мінімізація здійснюється шляхом вибору оптимальної послідовності векторів керування $\Delta\overline{u}=\{\Delta\overline{u}(k),\ k=0,1,...\}$, що впливають на значення $\Delta\overline{\Phi}$. Отже, необхідно розв'язати мінімаксну задачу, тобто мінімізувати (за допомогою вибору керування $\Delta\overline{u}$) максимально можливе відношення l_2-норми послідовності вихідних (керованих) векторів до норми послідовності вхідних векторів за довільних обмежених за цією нормою послідовностей вхідних векторів.

Можна показати, що величина J із критерію (7) дорівнює $\|W(z)\|_\infty$, де $W(z)$ — МДПФ замкненої системи (6) по каналу «$\Delta\overline{g}(z)\to\Delta\overline{\Phi}(z)$», $\Delta\overline{\Phi}(z)=W(z)\Delta\overline{g}(z)$, а норма $\|W(z)\|_\infty$ обчислюється у просторі H_∞ (просторі Харді комплексних матричних функцій, аналітичних в одиничному крузі $|z|<1$ і обмежених на колі $|z|=1$, якому належать усі МДПФ стійких систем) і дорівнює максимальному сингулярному числу $\sigma(W(z))$ за всіх $|z|\le 1$. Дійсно, за теоремою Парсеваля норма в l_2 (у часовій області) дорівнює нормі в L_2 (у частотній області), тобто

$$\|v\| = \left(\sum_{k=0}^{\infty}\overline{v}^{\mathrm{T}}(k)\overline{v}(k)\right)^{1/2} = \left(\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\overline{v}^*(e^{j\omega})\overline{v}(e^{j\omega})d\omega\right)^{1/2} = \|\overline{v}(e^{j\omega})\|_{L_2},$$

де $\overline{v}(e^{j\omega})$ — дискретне перетворення Фур'є від довільної дискретної часової послідовності v; $\overline{v}(e^{j\omega})=\sum_{k=0}^{\infty}\overline{v}(k)e^{j\omega k}=\sum_{k=0}^{\infty}\overline{v}(k)z^k=\overline{v}(z),\ z=e^{j\omega},\ \ \overline{v}^*(e^{j\omega})=$ $=\overline{v}^{\mathrm{T}}(e^{-j\omega})$ — комплексно-спряжений вектор. Ураховуючи, що $\Delta\overline{\Phi}(z)=$ $=W(z)\Delta\overline{g}(z)$ або $\Delta\overline{\Phi}(e^{j\omega})=W(e^{j\omega})\Delta\overline{g}(e^{j\omega})$, маємо

$$\|\Delta\overline{\Phi}\| = \|\Delta\overline{\Phi}(e^{j\omega})\|_{L_2} = \left(\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\Delta\overline{\Phi}^*(e^{j\omega})\Delta\overline{\Phi}(e^{j\omega})d\omega\right)^{1/2} =$$

$$= \left(\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\Delta\overline{g}^*(e^{j\omega})W^*(e^{j\omega})W(e^{j\omega})\Delta\overline{g}(e^{j\omega})d\omega\right)^{1/2} \le$$

$$\le \left(\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\sigma(W(e^{j\omega}))\Delta\overline{g}^*(e^{j\omega})\Delta\overline{g}(e^{j\omega})d\omega\right)^{1/2} \le$$

$$\le \sup_{\omega} \sigma(W(e^{i\omega})) \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Delta\bar{g}^*(e^{j\omega}) \Delta\bar{g}(e^{j\omega}) d\omega \right)^{1/2} =$$

$$= \left\| W(e^{j\omega}) \right\|_{\infty} \left\| \Delta\bar{g}(e^{j\omega}) \right\|_{L_2} = \left\| W(z) \right\|_{\infty} \left\| \Delta\bar{g} \right\|.$$

Тоді $J = \sup\limits_{\Delta\bar{g} \in l_2} \dfrac{\left\| \Delta\bar{\Phi} \right\|}{\left\| \Delta\bar{g} \right\|} = \sup\limits_{\Delta\bar{g}(e^{j\omega}) \in L_2} \dfrac{\left\| \Delta\bar{\Phi}(e^{j\omega}) \right\|_{L_2}}{\left\| \Delta\bar{g}(e^{j\omega}) \right\|_{L_2}} \le \left\| W(z) \right\|_{\infty} =$

$$= \sup_{\omega} \sigma(W(e^{j\omega})) = \sup_{|z| \le 1} \sigma(W(z)).$$

Можна показати [8], що насправді виконується навіть не нерівність, а рівність.

Отже, критерій (7) еквівалентний такому критерію:

$$J = \left\| W(z) \right\|_{\infty} = \sup_{|z| \le 1} \sigma(W(z)) \to \min_{\Delta\bar{u}}.$$

Оскільки $W(z)$ — МДПФ замкненої системи, вона залежить від закону керування, що формує $\Delta\bar{u}$, який і необхідно знайти. При цьому він повинен залежати не від вектора стану $\Delta\bar{x}_1$, який може бути невимірюваним, а від вектора вимірювань $\Delta\bar{y}$, тобто одночасно неявно має оцінитись вектор стану. У літературі [13] цю задачу розв'язують так.

Теорема. Нехай дано систему (6), причому виконуються такі обмеження:

а) пара (A_{11}, B) має бути стабілізованою;

б) пара (C_2, A_{11}) має бути детектованою;

в) матриці D_{12} і D_{21} повинні мати повний ранг.

Регулятор, що задовольняє умову стійкості замкненої системи та критерій $J = \left\| W(z) \right\|_{\infty} < 1$, існує у формі

$$\Delta\bar{u}(k) = C_{\text{contr}} \Delta\bar{r}(k) + D_{\text{contr}} \Delta\bar{y}(k);$$

$$\Delta\bar{r}(k+1) = A_{\text{contr}} \Delta\bar{r}(k) + B_{\text{contr}} \Delta\bar{y}(k); \qquad (8)$$

$$\dim \bar{r} = \dim \tilde{x}$$

тоді і тільки тоді, коли існують невід'ємно визначені симетричні матриці $P \ge 0$, $Y \ge 0$ такі, що виконуються:

— перше рівняння Ріккаті

$$P = A_{11}^{\mathrm{T}} P A_{11} + C_1^{\mathrm{T}} C_1 - \begin{pmatrix} \tilde{B}_1^{\mathrm{T}} P A_{11} + D_{12}^{\mathrm{T}} C_1 \\ B^{\mathrm{T}} P A_{11} + D_{11}^{\mathrm{T}} C_1 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} G(P)^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{B}_1^{\mathrm{T}} P A_{11} + D_{12}^{\mathrm{T}} C_1 \\ B^{\mathrm{T}} P A_{11} + D_{11}^{\mathrm{T}} C_1 \end{pmatrix},$$

де $G(P) = \begin{pmatrix} D_{12}^{\mathrm{T}} D_{12} & D_{12}^{\mathrm{T}} D_{11} \\ D_{11}^{\mathrm{T}} D_{12} & D_{11}^{\mathrm{T}} D_{11} - I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{B}_1^{\mathrm{T}} \\ B^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} P (\tilde{B}_1 \quad B);$

— матриця замкненої системи за керуванням

$$A_{cp} = A_{11} - (\widetilde{B}_1 \quad B)G(P)^{-1}\begin{pmatrix} \widetilde{B}_1^{\mathrm{T}} PA_{11} + D_{12}^{\mathrm{T}} C_1 \\ B^{\mathrm{T}} PA_{11} + D_{11}^{\mathrm{T}} C_1 \end{pmatrix} \text{ асимптотично стійка;}$$

— матриця $V = \widetilde{B}_1^{\mathrm{T}} P\widetilde{B}_1 + D_{12}^{\mathrm{T}} D_{12} > 0,$

$$R = I - D_{11}^{\mathrm{T}} D_{11} - B^{\mathrm{T}} PB + (B^{\mathrm{T}} P\widetilde{B}_1 + D_{11}^{\mathrm{T}} D_{12})V^{-1}(\widetilde{B}_1^{\mathrm{T}} PB + D_{12}^{\mathrm{T}} D_{11}) > 0.$$

Якщо існує P, що задовольняє ці умови, визначимо такі допоміжні матриці:

$$L = B^{\mathrm{T}} PA_{11} + D_{11}^{\mathrm{T}} C_1 - (B^{\mathrm{T}} P\widetilde{B}_1 + D_{11}^{\mathrm{T}} D_{12})V^{-1}(\widetilde{B}_1^{\mathrm{T}} PA_{11} + D_{12}^{\mathrm{T}} C_1);$$

$$A_p = A_{11} + BR^{-1}L, \;\; E_p = BR^{-1/2};$$

$$C_{1p} = V^{-1/2}(\widetilde{B}_1^{\mathrm{T}} PA_{11} + D_{12}^{\mathrm{T}} C_1) + V^{-1/2}(\widetilde{B}_1^{\mathrm{T}} PB + D_{12}^{\mathrm{T}} D_{11})R^{-1}L;$$

$$C_{2p} = C_2 + D_{21}R^{-1}L;$$

$$D_{21p} = D_{21}R^{-1/2}, \;\; D_{12p} = V^{1/2}, \;\; D_{11p} = V^{-1/2}(\widetilde{B}_1^{\mathrm{T}} PB + D_{12}^{\mathrm{T}} D_{11})R^{-1/2}.$$

Матриця Y повинна задовольняти такі умови:

— друге рівняння Ріккаті

$$Y = A_p YA_p^{\mathrm{T}} + E_p E_p^{\mathrm{T}} - \begin{pmatrix} C_{2p} YA_p^{\mathrm{T}} + D_{21p} E_p^{\mathrm{T}} \\ C_{1p} YA_p^{\mathrm{T}} + D_{11p} E_p^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} H(Y)^{-1}\begin{pmatrix} C_{2p} YA_p^{\mathrm{T}} + D_{21p} E_p^{\mathrm{T}} \\ C_{1p} YA_p^{\mathrm{T}} + D_{11p} E_p^{\mathrm{T}} \end{pmatrix},$$

де $H(Y) = \begin{pmatrix} D_{21p} D_{21p}^{\mathrm{T}} & D_{21p} D_{11p}^{\mathrm{T}} \\ D_{11p} D_{21p}^{\mathrm{T}} & D_{11p} D_{11p}^{\mathrm{T}} - I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{2p} \\ C_{1p} \end{pmatrix} Y(C_{2p}^{\mathrm{T}} \quad C_{1p}^{\mathrm{T}})$,

— матриця замкненої системи за спостереженням

$$A_{cy} = A_p - \begin{pmatrix} C_{2p} YA_p^{\mathrm{T}} + D_{21p} E_p^{\mathrm{T}} \\ C_{1p} YA_p^{\mathrm{T}} + D_{11p} E_p^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} H(Y)^{-1}\begin{pmatrix} C_{2p} \\ C_{1p} \end{pmatrix} \text{ — асимптотично стійка;}$$

— матриця $M = D_{21p} D_{21p}^{\mathrm{T}} + C_{2p} YC_{2p}^{\mathrm{T}} > 0,$

$$S = I - D_{11p} D_{11p}^{\mathrm{T}} - C_{1p} YC_{1p}^{\mathrm{T}} +$$

$$+ (C_{1p} YC_{2p}^{\mathrm{T}} + D_{11p} D_{21p}^{\mathrm{T}})M^{-1}(C_{2p} YC_{1p}^{\mathrm{T}} + D_{21p} D_{11p}^{\mathrm{T}}) > 0.$$

Якщо такі матриці P, Y існують, то шуканий регулятор у формі (8) задається так:

$$D_{\mathrm{contr}} = -D_{12p}^{-1}(C_{1p} YC_{2p}^{\mathrm{T}} + D_{11p} D_{21p}^{\mathrm{T}})M^{-1};$$

$$C_{\mathrm{contr}} = -(D_{12p}^{-1} C_{1p} + D_{\mathrm{contr}} C_{2p});$$

$$B_{\mathrm{contr}} = \widetilde{B}_1 D_{\mathrm{contr}} + (A_p YC_{2p}^{\mathrm{T}} + E_p D_{21p}^{\mathrm{T}})M^{-1};$$

$$A_{\text{contr}} = A_{\text{cp}} - B_{\text{contr}} C_{2p}.$$

Можна бачити, що для системи (6) обмеження (б), (в) виконуються автоматично, отже, залишається єдина вимога до початкової системи — стабілізованість пари (A_{11}, B).

У роботі для розв’язання задачі (6), (7) застосовано функцію hinfsyn з пакета Robust Control Toolbox (MatLab R2017a) [14]. Вона базується на певній модифікації сформульованого в теоремі результату; у цій модифікації вимагається не $J = \|W(z)\|_\infty < 1$, а $J = \|W(z)\|_\infty < \gamma$, а параметр γ підбирається ітеративно [9–11]. Ця процедура дістала назву « γ -ітерації»: γ зменшується доти, доки розв’язок задачі існує; таким чином досягається мінімальне можливе значення критерію (7).

ПРИКЛАД

Розглянемо КК системи управління персоналом IT-компанії (рис. 1) [6].

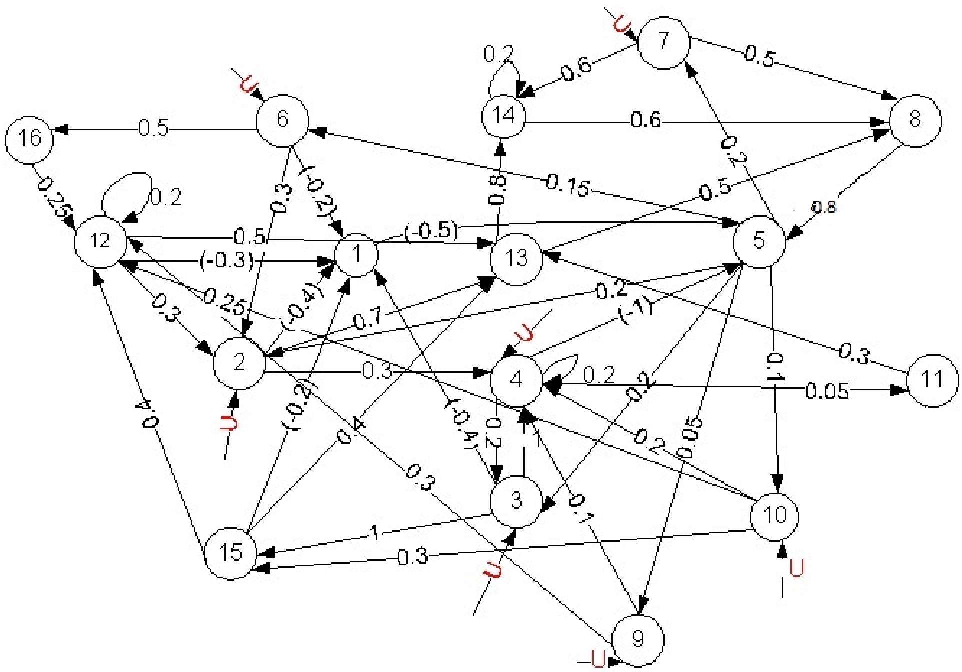

Рис. 1. Когнітивна карта управління персоналом IT-компанії

Вимірювані координати вершин: 1 — тривалість розроблення проекту; 2 — витрати на інновації; 3 — зарплата, премії, бонуси; 4 — бюджет проекту; 5 — прибуток; 6 — витрати на функціонування групи менеджерів; 7 — витрати на маркетинг; 8 — продаж однотипних проектів; 9 — витрати на проведення переатестації; 10— витрати на підвищення кваліфікації.

Невимірювані координати вершин: 11 — технічний контроль; 12 — інтелектуальні активи; 13 — якість проекту; 14 — конкурентоспроможність; 15 — задоволеність роботою; 16 — обмін досвідом, інформаційна взаємодія.

Отже, у попередніх позначеннях $n=16$, $n_1=10$, $n_2=6$. Нехай можна запровадити $m=7$ керувань, що діятимуть безпосередньо на такі вершини: 2, 3, 4, 6, 7, 9, 10. Нехай стабілізувати необхідно у першу чергу такі вершини: 1, 4, 5, 8 (тобто $n_z=4$). Вага усіх керувань припускалась однаковою і дорівнювала 0,2, тоді $\Delta\overline{\Phi}=(\Delta x_1,\Delta x_4,\Delta x_5,\Delta x_8,0.2\Delta u_1,0.2\Delta u_2,...,0.2\Delta u_7)^{\mathrm{T}}$. Припустімо, що шум вимірювань — 10 незалежних випадкових величин, рівномірно розподілених на (-0,5;0,5). Тоді вектор зовнішніх впливів дорівнюватиме $\Delta\overline{g}=(\Delta x_{11},...,\Delta x_{16},\xi_1,...,\xi_{10})^{\mathrm{T}}$.

Матриці у рівняннях (2), (3), (5) матимуть такий вигляд:

$$A_{11}=\begin{pmatrix} 0 & -0{,}4 & -0{,}4 & 0 & 0 & -0{,}2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}2 & 0{,}3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}3 & 1 & 0{,}2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ -0{,}5 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$A_{12}=\begin{pmatrix} 0 & -0{,}3 & 0 & 0 & -0{,}2 & 0 \\ 0 & 0{,}3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0{,}6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$C_1=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ D_{12}=\begin{pmatrix} 0_{4\times 7} \\ 0{,}2I_{7\times 7} \end{pmatrix},\ D_{21}=\begin{pmatrix} 0_{10\times 6} & I_{10\times 10} \end{pmatrix}.$$

Усі вершини вимірюються за деякою умовною шкалою з початковими нульовими значеннями. Припустімо, що початковий імпульс — відтік інтелектуальних активів (вершина 12). Результати моделювання показано на рис. 2–4, де пунктирною лінією зображено динаміку системи без керування, а суцільною — з керуванням.

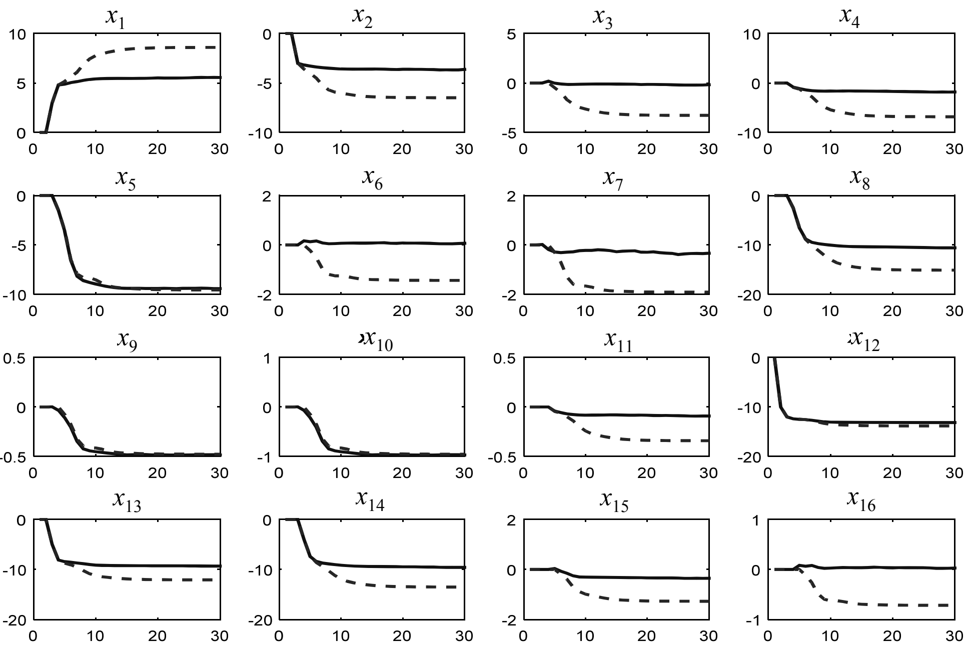

Рис. 2. Графіки координат вершин КК під час імпульсного процесу

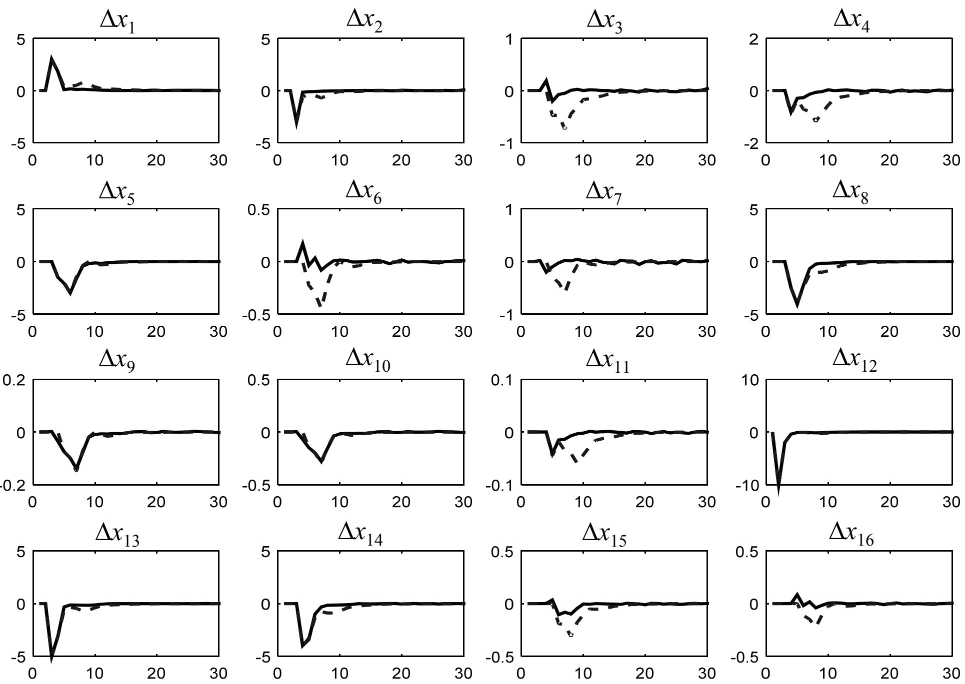

Рис. 3. Графіки зміни приростів координат вершин КК під час імпульсного процесу

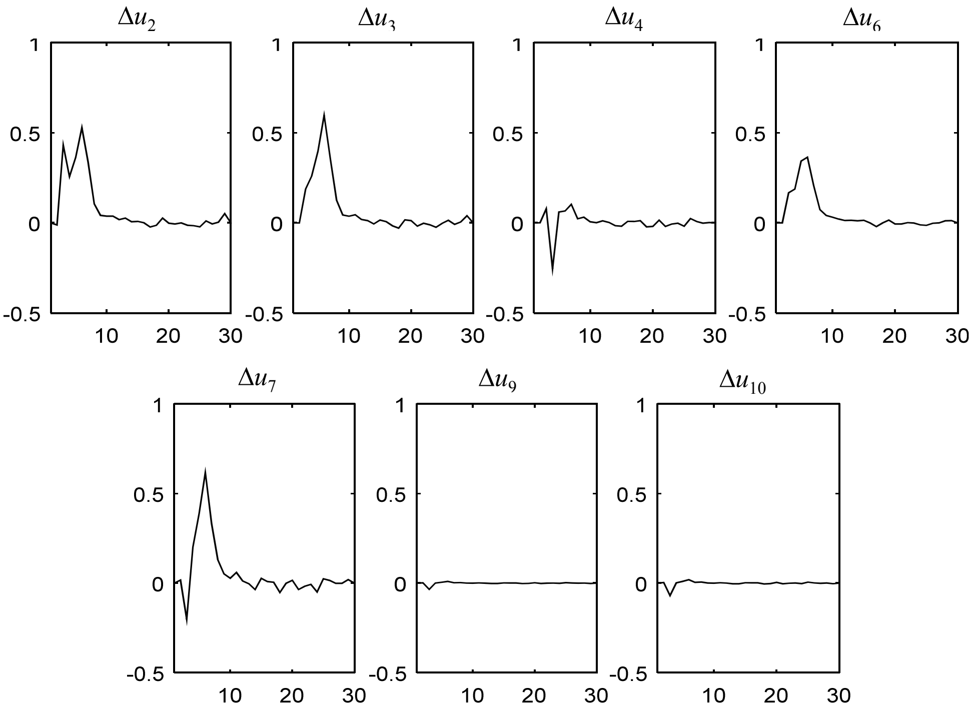

Рис. 4. Графіки керувань, генерованих на основі запропонованого методу

ВИСНОВКИ

Дослідження присвячено керуванню імпульсними процесами в КК за допомогою методів теорії H_∞. Розглядається досить загальний випадок, коли частина координат вершин КК є невимірюваною, а вимірювана частина вимірюється неточно внаслідок дії зовнішнього шуму. Не робиться ніяких припущень щодо ймовірнісних характеристик невимірюваних вершин та шумів вимірювань; єдине обмеження, що накладається на них в роботі, — обмеженість за l_2-нормою. Допускається, що імпульсний процес може бути нестійким. Зовнішні керування можуть діяти не на всі вершини КК (за умови, що система залишається стабілізованою). Критерій оптимальності керування полягає в мінімізації максимального відношення l_2-норми приростів координат вибраної підмножини вимірюваних вершин КК до l_2-норми приростів збурень (невимірюваних координат вершин та шумів вимірювань). Практична реалізованість алгоритму керування забезпечується введенням вагових коефіцієнтів у критерій оптимальності.

Задачу розв'язано за допомогою зведення її до задачі робастного керування дискретною динамічною системою у просторі H_∞. Розроблений метод випробувано на моделі керування імпульсним процесом у системі управління персоналом ІТ-компанії.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Инновационное* развитие социально-экономических систем на основе методологий предвидения и когнитивного моделирования / Под ред. Г.В. Гореловой, Н.Д. Панкратовой. — К.: Наук. думка, 2015. — 464 с.

2. *Робертс Ф.С.* Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам; пер. с англ. / Ф.С. Робертс. — М.: Наука, 1986. — 496 с.
3. *Згуровский М.З.* Принципы и методы управления импульсными процессами в когнитивных картах сложных систем / М.З. Згуровский, В.Д. Романенко, Ю.Л. Милявский // Проблемы управления и информатики. — 2016. — Ч. 1, № 2. — С. 21–29.
4. *Згуровский М.З.* Принципы и методы управления импульсными процессами в когнитивных картах сложных систем / М.З. Згуровский, В.Д. Романенко, Ю.Л. Милявский // Проблемы управления и информатики. — 2016. — Ч. 2, № 4. — С. 7–17.
5. *Романенко В.Д.* Синтез следящей системы управления неустойчивыми импульсными процессами в иерархических когнитивных картах сложных систем / В.Д. Романенко, Ю.Л. Милявский // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 4. — С. 7–13.
6. *Романенко В.Д.* Автоматизация управления импульсными процессами в когнитивных картах с подавлением ограниченных возмущений на основе метода инвариантных эллипсоидов / В.Д. Романенко, Ю.Л. Милявский // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2017. — № 2. s— С. 29–40.
7. *Методы* робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления: учеб. / Под ред. Н.Д. Егупова. — 2-е изд. — М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002. — 744 с.
8. *Toivonen H.* Lecture notes on robust control by state-space methods. — Available at: users.abo.fi/htoivone/courses/robust/hsem.pdf
9. *Glover K.* State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an H∞ norm bound and relations to risk sensitivity / K. Glover, J.C. Doyle // Systems & Control Letters. — 1988. — Vol. 11, N 8. — P.167–172.
10. *Doyle J.C.* State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems / J.C. Doyle, K. Glover, P. Khargonekar, B. Francis // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1989. — Vol. 34, N 8. — P. 831–847.
11. *Safonov M.G.* Simplifying the H∞ Theory via Loop Shifting, Matrix Pencil and Descriptor Concepts / M.G. Safonov, D.J.N. Limebeer, R.Y. Chiang // Int. J. Contr. — 1989. — Vol. 50, N 6. — P. 2467–2488.
12. *Iglesias P.A.* State-Space Approach to Discrete-Time H_∞ Control / P. A. Iglesias, K. Glover // Int. J. Control, 54. — 1991. — P. 1031–1073.
13. *Stoorvogel A.A.* The H∞ Control Problem: A State Space Approach / A.A. Stoorvogel. — Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 2000. — 275 p.
14. *Robust* Control Toolbox. Documentation. Function hinfsyn. — Available at: https://www.mathworks.com/help/robust/ref/hinfsyn.html

Надійшла 09.10.2017