УДК 519.83
DOI: 10.20535/SRIT.2308-8893.2018.1.07

МОДЕЛЮВАННЯ ВНУТРІШНЬОЇ ВАЛЮТИ В РЕФЛЕКСИВНИХ ІГРАХ З БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИМИ ФУНКЦІЯМИ ВИГРАШУ

С.А. СМИРНОВ, І.М. ТЕРЕЩЕНКО

Анотація. Розглянуто завдання прийняття рішень в умовах конфлікту, багатокритеріальної невизначеності та рефлексивної взаємодії гравців. Моделювання рефлексивної поведінки дає змогу аналізувати ситуації, коли прийняті рішення відрізняються від нерефлексивної раціональної поведінки, та дослідити і виявити внутрішні причини такої поведінки. Розв'язання проблеми з огляду на багатозначність інтересів сторін ґрунтується на багатокритеріальному узагальненні запропонованої В.О. Лефевром постановки, що базується на використанні поняття внутрішньої валюти. Для обчислення початкової оцінки внутрішньої валюти супротивника на основі номінально відомих критеріїв використано метод інтервальних оцінок, що дає змогу експертам задавати діапазон можливих значень вагових коефіцієнтів без визначення їх конкретних значень і спрощувати експертну процедуру. Вагові коефіцієнти уточнено розв'язуванням допоміжної оптимізаційної задачі з пошуку поправок, унесених до моделі визначення внутрішньої валюти.

Ключові слова: рефлексивні ігри, багатокритеріальні функції виграшу, метод внутрішньої валюти, метод лінійної згортки, інтервальні оцінки.

ВСТУП

Ситуація багатокритеріального вибору завжди виникає під час відшукування управлінського рішення або за спроби прогнозування можливих дій. Пошук оптимального розв'язку наражається на складну систему взаємозалежних компонентів. Як правило, рішення будують на основі теорії корисності, яка припускає раціональність дій супротивника. Проте досить часто виникають ситуації, коли здавалося б раціональне рішення щодо корисності не збігається або взагалі не відповідає реальному стану речей. Така невідповідність досить часто спричиняється неправильною побудовою моделі функціонування певної системи, недостатньою кількістю або точністю застосованих параметрів, даних тощо. Вирішення цієї проблеми спонукає до застосування ігрового підходу, а саме — до моделювання на основі рефлексивних ігор рефлексивної поведінки сторін. Таким дослідженням робиться спроба проаналізувати спосіб дій особи, що приймає рішення, та виявити внутрішні нераціональні причини такої поведінки.

Пропонована робота ґрунтується на одному з рішень для розв'язання цієї проблеми, запропонованих В.О. Лефевром [1], через уведення поняття внутрішньої валюти. Це поняття являє собою уявлення людини про її узагальнений критерій вибору, що будується з урахуванням ваг, які вказують на той чи інший рівень важливості номінальних критеріїв — власного та супротивника. Будуємо уявну внутрішню валюту супротивника, що є, власне, спробою передбачити його дії. Ґрунтуючись на такому підході та вважаючи, що супротивник (другий гравець) думає по-іншому, будуємо модель і на її основі дії першого гравця. Відповідно те саме робить і супротивник.

Конфлікт двох учасників X та Y В.О. Лефевр запропонував розглянути в межах функціонування соціального середовища. Припустімо, що немає підстав сумніватися в раціональності поведінки гравця X, проте він діє неоптимально з погляду гравця Y. Це означає, що цінності, які приписуються цьому гравцю відповідно до уяви X про нього, не відповідають дійсності. Аналогічно розцінюються дії гравця Y з позиції гравця X. Таким чином, насправді кожен з гравців може вирішувати зовсім інше завдання, мету якого не розпізнав супротивник. Тоді для досягнення максимальної корисності на підставі певних факторів необхідно здобути нові знання, переоцінивши цінності, що впливають на справжні дії гравця і дають змогу прогнозувати його дії.

Звідси випливає, що вирішення проблем рефлексивного керування є актуальним, оскільки воно має на меті керування діями супротивника за умови, що він усвідомлює поточну ситуацію і може зробити свій вибір. У свою чергу, це дозволяє розглянути керування вибором у ширшому спектрі ситуацій. Вирішення такого завдання дає набагато ефективніші методи розв'язання, бо це розширює сферу їх застосувань, оскільки не завжди можна позбавити можливості вибору. А саме такі завдання найчастіше постають, наприклад, в економіці, військовій справі тощо.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Математична модель побудови внутрішньої валюти, запропонована В.О. Лефевром спільно з П.В. Барановим і В.Є. Лепським, виглядає таким чином. Нехай гравці X та Y отримують певні номінальні виграші A і B відповідно. Додатково вводяться величини α і β. Параметр α характеризує ставлення гравця X до самого себе, рівень важливості своїх цінностей, а параметр β — його ставлення до партнера. Відповідно такі самі параметри вводяться і для гравця Y. Тоді внутрішня валюта кожного з них будується за таким правилом:

$$H_1^{(X)} = A + A\alpha + B\beta\,;\; H_1^{(Y)} = B + B\alpha + A\beta\,,$$

де $H_1^{(X)}$ і $H_1^{(Y)}$ — відповідно внутрішні валюти гравців X та Y з точки зору гравця X.

Звернемо увагу на параметри α і β. Їх можна розглядати як коефіцієнти, причому α відомий гравцю X, оскільки він знає свої дії, свою систему цінностей, а параметр β — це міра готовності гравця X ураховувати інтереси супротивника, його систему цінностей. Аналогічно такі припущення використовуються і для гравця Y.

Проте наведена модель має певну умовність. Основним недоліком є використання лише одного критерію для побудови внутрішньої валюти для кожного з гравців, у той час як у реальності їх завжди декілька. Більш того, їх кількість у загальному випадку є різною у кожного з гравців, причому про існування деяких критеріїв інформації може і не бути. Легко бачити наявність штучного припущення щодо використання однакових і незмінних параметрів у побудові критерію для обох гравців. З огляду на це пропонується модель внутрішньої валюти з урахуванням рефлексії першого рангу, що має такий вигляд:

$$H^X = \sum_{\mu} \alpha_\mu A_\mu^X + \sum_{\nu} \beta_\nu B_\nu^X \ ; \ \ H^{XY} = \sum_{\mu} \alpha'_\mu A_\mu^X + \sum_{\nu} \beta'_\nu B_\nu^X \ ;$$

$$H^Y = \sum_{\mu} \alpha''_\mu A_\mu^Y + \sum_{\nu} \beta''_\nu B_\nu^Y \ ; \ \ H^{YX} = \sum_{\mu} \alpha'''_\mu A_\mu^Y + \sum_{\nu} \beta'''_\nu B_\nu^Y \ ,$$

де H^X — модель внутрішньої валюти першого гравця X; H^{XY} — модель внутрішньої валюти другого гравця Y в уявленні X. Аналогічно для гравця Y моделями внутрішньої валюти є H^Y та H^{YX}. Оскільки задаються вагові коефіцієнти, то величини A і B без ваг не використовуємо. Розглянемо параметри: α_μ — вагові коефіцієнти для критеріїв гравця X; α_μ — оцінювання критеріїв гравця X супротивником Y; β_ν, β'_ν, — уявлення X про вагові коефіцієнти гравця Y для його критеріїв; β''_ν — справжні оцінки критеріїв супротивника ним же; β'''_ν — гравець Y вважає, що гравець X так оцінює його дії; α''_μ, α'''_μ — супротивник оцінює дії X зі свого бачення; A_μ^X — критерії гравця X; B_ν^X — критерії, що використовує гравець Y з точки зору X; A_μ^Y — критерії гравця X з точки зору гравця Y; B_ν^Y — дійсні критерії, що використовує супротивник.

Мета роботи — створення алгоритму розрахунку вагових коефіцієнтів для побудови процедури визначення внутрішньої валюти для розв'язання конфліктної ситуації в умовах багатокритеріального вибору. Модель, для якої розробляється вказаний алгоритм, має видавати результат, прийнятний щодо корисності для гравця.

АНАЛІЗ СИТУАЦІЇ ГРИ

Розглянемо для наочності простий випадок, коли гравці мають по два критерії кожен. Зауважимо, що внутрішня валюта по суті є зваженою сумою критеріїв. Це дозволяє перейти від багатокритеріальної до однокритеріальної задачі і скористатися відомими методами. Отже, нехай отримано внутрішні валюти першого гравця і другого з точки зору першого. Якщо внутрішню валюту другого гравця обчислено правильно, тоді можна точно за знайденими формулами передбачати його подальші дії:

$$H^X = \alpha_1 A_1^X(x) + \alpha_2 A_2^X(x) + \beta_1 B_1^X(y) + \beta_2 B_2^X(y) \, ;$$

$$H^{XY} = \alpha'_1 A_1^X(x) + \alpha'_2 A_2^X(x) + \beta'_1 B_1^X(y) + \beta'_2 B_2^X \ ,$$

де x і y — стратегії першого та другого гравців відповідно.

Тоді з уведенням певних стратегій для кожного гравця можна побудувати, наприклад, біматричну гру та розв'язувати її відомими методами. Однак, щоб перейти до розв'язання вказаної задачі, необхідно принаймні бути впевненими, що внутрішні валюти обчислені правильно. Інакше будь-яка побудована на цьому гра залишалася б грою з неповною інформацією.

У дійсності часто трапляється ситуація, коли знайдений розв'язок відрізняється від реального. Припустімо, що вибрані стратегії приведуть до ситуації (i, j), супротивник сподівався на ситуацію (l,k). Реальною ситуацією стала (i,k). Таким чином, за виконаними розрахунками спрогнозовано ситуацію $(H_{ij}^{X}, H_{ij}^{XY})$, тобто згідно з рішенням першого гравця вибрано i-у стратегію і зроблено припущення, що гравець Y обере j-у стратегію. Насправді виявилося, що він обрав k-у стратегію; реальний стан описується ситуацією $(H_{ik}^{X}, H_{ik}^{XY})$. Подамо гру у вигляді біматричної гри у вигляді:

$$\begin{pmatrix} (H_{11}^{X}, H_{l1}^{XY}) & \cdots & (H_{1j}^{X}, H_{lj}^{XY}) & \cdots & (H_{1k}^{X}, H_{lk}^{XY}) & \cdots & (H_{1m}^{X}, H_{lm}^{XY}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (H_{i1}^{X}, H_{i1}^{XY}) & \cdots & (H_{ij}^{X}, H_{ij}^{XY}) & \cdots & (H_{ik}^{X}, H_{ik}^{XY}) & \cdots & (H_{im}^{X}, H_{im}^{XY}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (H_{n1}^{X}, H_{n1}^{XY}) & \cdots & (H_{nj}^{X}, H_{nj}^{XY}) & \cdots & (H_{nk}^{X}, H_{nk}^{XY}) & \cdots & (H_{nm}^{X}, H_{nm}^{XY}) \end{pmatrix}.$$

Розв'язання даної задачі потребує додаткових припущень і розрахунків, оскільки, по-перше, маємо два набори вагових коефіцієнтів, не пов'язаних між собою, по-друге, у ситуації $(H_{ik}^{X}, H_{ik}^{XY})$ обчислене значення H_{ik}^{XY} є неправильним.

Як можна бачити, у розв'язанні такої задачі є певна невизначеність щодо точної оцінки параметрів гравця Y та у загальному випадку його критеріїв. У праці [2] запропоновано використовувати інтерактивні методи, щоб особа, яка приймає рішення, мала змогу аналізувати результати на певній ітерації та коригувати параметри задачі для розв'язання на наступному кроці. В алгоритмі процедури побудови внутрішньої валюти застосовувався метод Джоффріона–Дайєра–Файнберга для відновлення градієнта за допомогою локальних коефіцієнтів заміщення, які визначалися опитуванням експертів. Нормовані координати знайденого вектора градієнта і є ваговими коефіцієнтами критеріїв для побудови внутрішньої валюти.

Одним з недоліків розробленої процедури є те, що експерти залучалися не лише на початку, але й на подальших кроках для визначення поправкових коефіцієнтів. Тому для розроблення нового алгоритму одна з вимог полягає у залученні експертів лише на початку.

Задавати початкові значення параметрів у критеріальному просторі особі, що приймає рішення, досить складно. Будь-якому з експертів набагато простіше визначити межі, у яких має існувати певний параметр. Тоді виникає потреба у виборі методу, який би працював у вказаній ситуації. У роботі пропонується використати метод інтервальних оцінок [3].

Оскільки, знаючи використані стратегії, можна обчислити $A_i^X(x)$ і $B_j^X(y)$ і, отже, розглядати $A_i^X(x)$ і $B_j^X(y)$ як певні константи.

Вагові коефіцієнти формул H_{ij}^{XY} і H_{ik}^{XY} мають певні граничні значення. Звідси випливає задача визначення вагових коефіцієнтів, яка зводиться до пошуку алгоритму обчислення поправок, що вносяться до граничних значень певних коефіцієнтів, оскільки звернення до експертів застосовується лише на першому кроці для надання інтервальних оцінок, у межах яких містяться вагові коефіцієнти.

АЛГОРИТМ УТОЧНЕННЯ ВНУТРІШНЬОЇ ВАЛЮТИ

Припускаємо, що гравець X використовує алгоритм уточнення внутрішньої валюти. Для його застосування перепозначимо $A_i^X(x)$ і $B_j^X(y)$ як C_k, де k пробігає всі індекси i та j, і впорядкуємо їх у вигляді $0 \le C_1 \le C_2 \le \ldots \le C_n$; коефіцієнти позначимо як x_k. Оскільки гравець X намагається зрозуміти спосіб дій гравця Y, модель внутрішньої валюти H^{XY} набуде такої форми:

$$H^{XY} = \sum_{k=1}^{n} x_k C_k \; ; \;\; 0 \le \underline{x_k} \le x_k \le \overline{x_k} \le 1 ,$$

де $\underline{x_k}$ і $\overline{x_k}$ — відповідно нижня та верхня межі значень коефіцієнта x_k.

Зазначимо, що застосування методу інтервальних оцінок дає точку $(\underline{x_1}, \underline{x_2}, \ldots, \underline{x_{i-1}}, \widetilde{x}_i, \overline{x_{i+1}}, \ldots, \overline{x_n})$, де лінійна комбінація $\sum_{k=1}^{n} x_k C_k$ набуває максимального значення. Позначимо її через $H_{\max}^{XY}$. Маємо справжнє значення H^Y і точку, що задовольняє співвідношення $H_{\max}^{XY} \le H^Y$. Оскільки сума вагових коефіцієнтів повинна дорівнювати одиниці, то і поправкові коефіцієнти ε_k із формули $x_k + \varepsilon_k$ повинні задовольняти умову $\varepsilon_1 + \ldots + \varepsilon_n = 0$, тобто $\langle \overline{\varepsilon}, \overline{1} \rangle = 0$. Крім того, позначивши через $\Delta = H_{\max}^{XY} - H^Y$, запишемо ще одну умову: $\langle \overline{\varepsilon}, \overline{C} \rangle = \Delta$. Варто припустити, що поправкові коефіцієнти мають бути невеликими, звідси отримуємо задачу $\sum_k \overline{\varepsilon}_k^2 \to \min$. Алгоритм розрахунку поправок для вагових коефіцієнтів пропонуємо у такому вигляді:

1. Обчислюємо значення $H_{\max}^{XY}$ згідно з методом інтервальних оцінок.

2. Якщо реальне значення H^Y не збігається з початковим, то складаємо систему рівнянь для обчислення поправок, інакше переходимо до пункту 3. Отже, розв'язуємо оптимізаційну задачу $\sum_k {\varepsilon_k}^2 \to \min$ за таких умов:

$$\sum_{k=1}^{n} (x_k + \varepsilon_k) C_k = H^Y \; ; \;\; \langle \overline{\varepsilon}, \overline{1} \rangle = 0 \; ; \;\; \langle \overline{\varepsilon}, \overline{C} \rangle = \Delta ,$$

де $\sum_k x_k C_k = H_{\max}^{XY}$.

3. За отриманою моделлю внутрішньої валюти обчислюємо оптимальну стратегію. Виконуємо наступний крок і переходимо до пункту 1.

Вважаємо скориговані значення вагових коефіцієнтів сприйнятними щодо інформованості гравця X.

Алгоритм виконується не більше ніж $n-1$ раз, оскільки за $n-1$ точкою можна побудувати таку модель H^{XY}, що $H^{XY} = H^{Y}$. Така ситуація виникає тоді, коли супротивник не відчуває потреби підвищити свій рівень рефлексії, на чому завжди засновані переваги від використання рефлексивного керування.

Опишемо вказаний процес пошуку поправок з геометричного погляду. Є дві гіперплощини, одна з яких проходить через нуль і ортогональна до вектора, що складається лише з одиниць. Розв'язком буде вектор мінімальної довжини від початку координат до перетину цих двох гіперплощин. Цей вектор є сумою двох ортогональних векторів. Один вектор напрямлений так само, як і вектор C і його довжина дорівнює $\frac{\Delta}{\| C \|}$. Другий вектор ортогональний до першого, усі його компоненти в сумі дають нуль і його довжина є мінімальною.

Існування, єдність та можливість знаходження такого вектора очевидні і сумнівів не викликають.

ВИСНОВКИ

Розроблено метод розрахунку вагових коефіцієнтів за новою інформацією у ході рефлексивної гри для процедури обчислення внутрішньої валюти. Пропонований метод дає змогу на основі аналізу поведінки другого гравця проводити процес уточнення параметрів для побудови моделі внутрішньої валюти супротивника.

Запропоновано використовувати метод інтервальних оцінок, який дозволяє експертній процедурі встановлення вагових коефіцієнтів критеріїв надавати не точкові значення, а інтервальні у певних межах. Подолання інтервальної невизначеності реалізується за допомогою гарантованих оцінок.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Лефевр В.А.* Внутренняя валюта в рефлексивных играх / В.А. Лефевр, П.В. Баранов, В.Е. Лепский // Известия АН СССР. Техническая кібернетика. — 1969. — № 4. — С. 29–33.
2. *Смирнов С.А.* Процедура обчислення внутрішньої валюти в рефлексивних іграх / С.А. Смирнов, І.М. Терещенко // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 1. — С. 39–44.
3. *Смирнов С.А.* Гарантированный синтез скалярного критерия для решения задачи многокритериальной оптимизации / С.А. Смирнов, И.С. Гонтаренко // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2006. — № 2. — С. 99–106.

Надійшла 30.10.2017