

**СИНТЕЗ И АДАПТИВНАЯ НАСТРОЙКА ФУНКЦИЙ
ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
В ПРИРАЩЕНИЯХ ПЕРЕМЕННЫХ ДЛЯ МОДЕЛЕЙ
С РАЗНОТЕМПОВОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИЕЙ**

В.Д. РОМАНЕНКО

Рассмотрены теоретические положения проектирования и адаптивной настройки функций прогнозирования выходных координат динамических процессов в виде математических моделей временных рядов при дискретизации входных возмущений с малыми периодами квантования, а выходных координат и управляющих воздействий — с большими. Входные возмущения имеют среднее значение, отличное от нуля на промежутках времени, сравнимых с инерционностью процесса, и являются неизмеряемыми. Разработанная функция прогнозирования представлена в приращениях измеряемых выходных координат и управляющих воздействий при дискретизации их с большим периодом квантования.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] предложена методика прогнозирования выходных координат динамических процессов при дискретизации входных возмущений с малыми периодами квантования и выходных координат с большими. Динамика стационарных процессов представлена стохастическими моделями авторегрессии и скользящего среднего (АРСС), а нестационарных процессов — моделями авторегрессии и интегрированного скользящего среднего с разнотемповой дискретизацией. В данной работе предполагается, что входные координаты, которыми являются возмущения в виде дискретного белого шума, измеряются в дискретные моменты времени с малым периодом квантования.

Рассмотрим классическую модель ARMAX с однотемповой дискретизацией

$$A(z^{-1})y(kT_0) = z^{-d} B(z^{-1})u(kT_0) + C(z^{-1})\xi(kT_0) + \delta, \quad (1)$$

где $y(kT_0)$, $u(kT_0)$, $\xi(kT_0)$ — соответственно выходная координата, управляющее воздействие и возмущение в моменты времени kT_0 , а $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$ — полиномы относительно оператора обратного сдвига

z^{-1} . Сигнал $\xi(kT_0)$ — возмущение, которое представляет последовательность дискретного белого шума, с нулевым средним, а δ — величина смещения.

При использовании моделей ARMAX для описания динамики процессов в дискретном времени основной является широко известная проблема смещения среднего значения выходной координаты. Изменение смещения возникает при изменениях общего режима процесса, а также статического коэффициента передачи y/u вследствие нелинейности процесса, которая не учтена в линеаризованной модели (1). При этом смещение δ будет неизвестной величиной, изменяющейся во времени.

Вторая проблема при описании динамики реальных процессов моделью (1) — наличие неизмеряемых возмущений с ненулевым средним на промежутках времени, сравнимых с инерционностью процессов. Таким образом, изменяемое во времени смещение δ и возмущение с ненулевым средним $\xi(kT_0)$ приводят к значительному смещению при прогнозировании выходной координаты известными методами [2, 3].

В работе [4] для однотемповой модели (1) предложен k -инкрементный прогнозатор, который обеспечивает компенсацию изменения во времени смещения δ в модели (1) при неизмеряемых возмущениях $\xi(kT_0)$.

Цель данной статьи — разработка методики прогнозирования стационарных временных рядов при дискретизации выходных координат и управляющих воздействий с увеличенными периодами квантования, а входных возмущений — с малым базовым периодом квантования в условиях наличия неизмеряемых возмущений с ненулевым средним и изменения во времени смещения δ , а также адаптивной настройки функции прогнозирования.

РАЗРАБОТКА ФУНКЦИИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НА d ПЕРИОДОВ КВАНТОВАНИЯ h

Исходная динамическая модель второго порядка с разнотемповой дискретизацией [5] имеет вид

$$\begin{aligned} y\left[\left[\frac{k}{m}\right]h\right] = & -a_1 y\left[\left(\left[\frac{k}{m}\right]-1\right)h\right] - a_2 y\left[\left(\left[\frac{k}{m}\right]-2\right)h\right] + \\ & + b_1 u\left[\left(\left[\frac{k}{m}\right]-d\right)h\right] + b_2 u\left[\left(\left[\frac{k}{m}\right]-d-1\right)h\right] + \\ & + v\left[\left[\frac{k}{m}\right]h\right] + c_1 v\left[\left[\frac{k}{m}\right]h - T_0\right] + \dots + c_{2m} v\left[\left[\frac{k}{m}\right]h - 2mT_0\right] + a_0, \end{aligned} \quad (2)$$

и ее можно записать как

$$A(z_1^{-1})y(rh) = z_1^{-d} B(z_1^{-1})u(rh) + C(z^{-1})v(kT_0) + a_0, \quad (3)$$

где увеличенный период квантования h при дискретизации выходной координаты определяется соотношением

$$h = mT_0. \quad (4)$$

При этом m — целое число, большее единицы, а T_0 — базовый период квантования. В модели (2) $\left[\frac{k}{m} \right]$ — целое число от деления номера дискретного отсчета k на коэффициент m . Полиномы разнотемповой модели (3) имеют вид

$$A(z_1^{-1}) = 1 + a_1 z_1^{-1} + a_2 z_1^{-2}, \quad (5)$$

$$B(z_1^{-1}) = b_0 + b_1 z_1^{-1}, \quad (6)$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_{2m} z^{-2m}. \quad (7)$$

На основе (4) соотношение операторов обратного смещения в полиномах (5), (6), (7) будет

$$z_1^{-1} = z^{-m}. \quad (8)$$

Таким образом оператор z^{-m} определяет обратное смещение на период h . Тогда равенства (5), (6) примут вид

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-m} + a_2 z^{-2m}, \quad (9)$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-m}, \quad (10)$$

а исходная модель (3) запишется следующим образом:

$$A(z^{-1})y(rh) = z^{-dm} B(z^{-1})u(rh) + C(z^{-1})v(kT_0) + a_0. \quad (11)$$

Случайные возмущения $v(kT_0)$ в модели (11) постоянно дрейфуют с низкой частотой и на промежутках времени, сравнимых с инерционностью процесса, имеют ненулевое среднее. Модель динамики такого возмущения можно представить в виде марковского процесса

$$v[(k+1)T_0] = g v(kT_0) + \xi(kT_0), \quad (12)$$

где $\{\xi(kT_0)\}$ — последовательность возмущений в виде дискретного белого шума с нулевым средним. Согласно [6], в случае $g = [0,8 \dots 0,95]$ на выходе фильтра (12) преобладают низкочастотные составляющие. Параметр a_0 в модели (3) определяет уровень процесса и может изменяться во времени вследствие изменения среднего значения координаты y или наличия нелинейностей в процессе, которые не учтены в линейной модели (11).

При учете равенств (4), (8), (9), (10) запишем уравнение (11) в виде

$$\begin{aligned} y[(r+d)h] = y[(k+dm)T_0] &= \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(rh) + \\ &+ z^{dm} \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})} v(kT_0) + \frac{a_0}{A(z^{-1})}. \end{aligned} \quad (13)$$

Составим диофантово уравнение

$$C(z^{-1}) = A(z^{-1})L(z^{-1}) + z^{-dm}F(z^{-1}), \quad (14)$$

на основе которого выражение (13) можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} y[(r+d)h] &= y[(k+dm)T_0] = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(rh) + \\ &+ z^{dm}L(z^{-1})v(kT_0) + \frac{F(z^{-1})}{A(z^{-1})}v(kT_0) + \frac{a_0}{A(z^{-1})}. \end{aligned}$$

Тогда функция прогнозирования на d периодов квантования h будет определяться

$$\begin{aligned} y^*[(r+d)h|rh] &= y^*[(k+dm)T_0|kT_0] = \\ &= \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(rh) + \frac{F(z^{-1})}{A(z^{-1})}v(kT_0) + \frac{a_0}{A(z^{-1})}, \end{aligned} \quad (15)$$

а ошибка прогнозирования $e[(r+d)h] = e[(k+dm)T_0] = z^{dm}L(z^{-1})v(kT_0)$.

Рассмотрим методику определения полинома $F(z^{-1})$ из диофантового уравнения (14) с учетом (7), (9), (11).

1. При прогнозировании на $1h = mT_0$ диофантово уравнение (14) запишется в виде

$$C(z^{-1}) = (1 + a_1z^{-m} + a_2z^{-2m})L(z^{-1}) + z^{-m}F(z^{-1}).$$

Выбираем полином $L(z^{-1}) = C(z^{-1})$. Тогда из диофантового уравнения определяем

$$F(z^{-1}) = -(a_1 + a_2z^{-m})C(z^{-1}).$$

2. При прогнозировании на $2h = 2mT_0$ диофантово уравнение запишется так:

$$C(z^{-1}) = (1 + a_1z^{-m} + a_2z^{-2m})L(z^{-1}) + z^{-2m}F(z^{-1}).$$

При выборе полинома $L(z^{-1}) = (1 - a_1z^{-m})C(z^{-1})$ полином $F(z^{-1})$ однозначно определяется

$$F(z^{-1}) = [(a_1^2 - a_2) + a_1a_2z^{-m}]C(z^{-1}).$$

3. При прогнозировании на $3h = 3mT_0$ запишем диофантово уравнение $C(z^{-1}) = (1 + a_1z^{-m} + a_2z^{-2m})L(z^{-1}) + z^{-3m}F(z^{-1})$. Выберем полином $L(z^{-1}) = [1 - a_1z^{-m} + (a_1^2 - a_2)z^{-2m}]C(z^{-1})$. Тогда однозначно определяется

$$F(z^{-1}) = -[(a_1^3 - 2a_1a_2) + a_2(a_1^2 - a_2)z^{-m}]C(z^{-1}).$$

4. При прогнозировании на $4h = 4mT_0$ диофантово уравнение будет

$$C(z^{-1}) = (1 + a_1 z^{-m} + a_2 z^{-2m})L(z^{-1}) + z^{-4m}F(z^{-1}).$$

Путем выбора полинома $L(z^{-1}) = [1 - a_1 z^{-m} + (a_1^2 - a_2)z^{-2m} - (a_1^3 - 2a_1 a_2)z^{-3m}]C(z^{-1})$ из диофантового уравнения определяем

$$F(z^{-1}) = [(a_1^4 - 3a_1^2 a_2 + a_2^2) + a_2(a_1^3 - 2a_1 a_2)]z^{-m}C(z^{-1}).$$

Таким образом, при прогнозировании выходной координаты процесса (11) на d периодов h при $L(z^{-1}) = (1 + l_1 z^{-m} + l_2 z^{-2m} + \dots + l_{(d-1)} z^{-(d-1)m})C(z^{-1})$ структура полинома $F(z^{-1})$ в общем виде запишется

$$F(z^{-1}) = (f_0 + f_1 z^{-m})C(z^{-1}), \quad (16)$$

а функция прогнозирования (15) примет вид

$$\begin{aligned} y^*[(r+d)h | rh] &= y^*[(k+dm)T_0 | kT_0] = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(rh) + \\ &+ \frac{(f_0 + f_1 z^{-m})}{A(z^{-1})}C(z^{-1})v(kT_0) + \frac{a_0}{A(z^{-1})}. \end{aligned} \quad (17)$$

В связи с тем, что в выражение $F(z^{-1})$ согласно (16) входит полином $C(z^{-1})$, известная методика прогнозирования [3, 7] не подходит при разно-темповой дискретизации, так как при этом $C(z^{-1})$ сокращается, вследствие чего теряется информация о предыстории действия возмущений. Поэтому в случае, когда возмущения $v(kT_0)$ не измеряются, в данной работе разработка функции прогнозирования будет отличаться от [3, 7].

Определим из модели (11)

$$C(z^{-1})v(kT_0) = A(z^{-1})y(rh) - z^{-dm}B(z^{-1})u(rh) - a_0.$$

Подставим это выражение в уравнение (17). В результате будем иметь

$$\begin{aligned} y^*[(r+d)h | rh] &= y^*[(k+dm)T_0 | kT_0] = \\ &= \frac{[1 - z^{-dm}(f_0 + f_1 z^{-m})]B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(rh) + \\ &+ (f_0 + f_1 z^{-m})y(rh) + \frac{a_0(1 - f_0 - f_1 z^{-m})}{A(z^{-1})}. \end{aligned}$$

Учитывая (9), прогнозируемое значение координаты y можно представить в виде

$$y^*[(r+d)h | rh] = -a_1 y^* \{ [r + (d-1)]h | (r-1)h \} - a_2 y^* \{ [r + (d-2)]h | (r-2)h \} +$$

$$\begin{aligned}
 & + (1 + a_1 z^{-m} + a_2 z^{-2m})(f_0 + f_1 z^{-m}) y(rh) + [1 - z^{-dm}(f_0 + \\
 & + f_1 z^{-m})] B(z^{-1}) u(rh) + a_0(1 - f_0 - f_1 z^{-m}). \quad (18)
 \end{aligned}$$

Запишем это уравнение со сдвигом во времени на dh назад.

$$\begin{aligned}
 y^* [rh | (r-d)h] = & -a_1 y^* [(r-1)h | (r-d-1)h] - a_2 y^* [(r-2)h | (r-d-2)h] + \\
 & + (1 + a_1 z^{-m} + a_2 z^{-2m})(f_0 + f_1 z^{-m}) y[(r-d)h] + \\
 & + [1 - z^{-dm}(f_0 + f_1 z^{-m})] B(z^{-1}) u[(r-d)h] + a_0(1 - f_0 - f_1 z^{-m}) z^{-dm}. \quad (19)
 \end{aligned}$$

Введем следующие разностные операторы:

$$\begin{aligned}
 \Delta_{dh} y^* \{ [r + (d-1)h | (r-1)h] \} = & y^* [[r + (d-1)h | (r-1)h] - \\
 & - y^* [(r-1)h | (r-d-1)h], \\
 \Delta_{dh} y^* [[r + (d-2)h | (r-2)h] = & y^* [[r + (d-2)h | (r-2)h] - \\
 & - y^* [(r-2)h | (r-d-2)h], \\
 \Delta_{dh} y(rh) = & y(rh) - y[(r-d)h], \\
 \Delta_{dh} u(rh) = & u(rh) - u[(r-d)h], \\
 \Delta_{dh} a_0(1 - f_0 - f_1 z^{-m}) = & a_0(1 - f_0 - f_1 z^{-m}) - \\
 & - a_0(1 - f_0 - f_1 z^{-m}) z^{-dm}. \quad (20)
 \end{aligned}$$

Вычтем выражение (19) из (13). Тогда прогнозируемое значение y будет представлено в приращениях переменных

$$\begin{aligned}
 y^* [(r+d)h | rh] = & y(rh) - a_1 \Delta_{dh} y^* \{ [r + (d-1)h | (r-1)h] - \\
 & - a_2 \Delta_{dh} y^* \{ [r + (d-2)h | (r-2)h] \} + \\
 & + (1 + a_1 z^{-m} + a_2 z^{-2m})(f_0 + f_1 z^{-m}) \Delta_{dh} y(rh) + \\
 & + [1 - z^{-dm}(f_0 + f_1 z^{-m})] B(z^{-1}) \Delta_{dh} u(rh) + \\
 & + \Delta_{dh} a_0(1 - f_0 - f_1 z^{-m}). \quad (21)
 \end{aligned}$$

Прогнозируемые координаты

$$y^* [(r + (d-1)h | (r-1)h], \quad y^* [(r + (d-2)h | (r-2)h],$$

которые входят в разностные операторы (20), определяются на основе процедуры (18) соответственно при прогнозировании на $(d-1)h$ и $(d-2)h$. При этом необходимо отдельно вычислять коэффициенты f_0, f_1 согласно

определению $F(z^{-1})$ из диофантового уравнения (14) для прогнозирования на $(d-1)h$ и $(d-2)h$.

АДАПТИВНАЯ НАСТРОЙКА ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Динамические параметры прогнозируемых финансово-экономических и социальных процессов изменяются во времени вследствие изменения внешних условий, законодательных актов, конфликтных и кризисных ситуаций и т.д. Поэтому коэффициенты математической модели (11) и разработанной функции прогнозирования (21) также будут изменяться во времени. Для адаптивной настройки параметров функции (21) запишем ее со смещением назад на время dh .

$$y(rh) = y[(r-d)h] - a_1 \Delta_{dh} y[(r-1)h] - a_2 \Delta_{dh} y[(r-2)h] + \\ + (1 + a_1 z^{-m} + a_2 z^{-2m})(f_0 + f_1 z^{-m}) \Delta_{dh} y[(r-d)h] + \\ + [1 - z^{-dm}(f_0 + f_1 z^{-m})] B(z^{-1}) \Delta_{dh} u[(r-d)h] + \Delta_{dh} a_0 (1 - f_0 - f_1 z^{-m}).$$

После перемножения и учета (6), (8) это выражение можно записать

$$y(rh) = y[(r-d)h] - a_1 \Delta_{dh} y[(r-1)h] - a_2 \Delta_{dh} y[(r-2)h] + \\ + f_0 \Delta_{dh} y[(r-d)h] + (a_1 f_0 + f_1) \Delta_{dh} y[(r-d-1)h] + \\ + (a_2 f_0 + a_1 f_1) \Delta_{dh} y[(r-d-2)h] + a_2 f_1 \Delta_{dh} y[(r-d-3)h] + \\ + b_0 \Delta_{dh} u(rh) + b_1 \Delta_{dh} u[(r-1)h] - b_0 f_0 \Delta_{dh} u[(r-d)h] - \\ - (b_0 f_1 + b_1 f_0) \Delta_{dh} u[(r-d-1)h] - \\ - b_1 f_1 \Delta_{dh} u[(r-d-2)h] + \Delta_{dh} a_0 (1 - f_0 - f_1 z^{-m}). \quad (22)$$

При введении коэффициентов $f_1' = a_1 f_0 + f_1$, $f_2 = a_2 f_0 + a_1 f_1$, $f_3 = a_2 f_1$, $b_2 = -b_0 f_0$, $b_3 = -b_0 f_1 + b_1 f_0$, $b_4 = -b_1 f_1$, $a_0' = \Delta_{dh} a_0 (1 - f_0 - f_1 z^{-m})$ выражение (22) можно представить в форме перемножения векторов

$$y(rh) = \bar{X}^T(rh) \bar{\theta} + \xi(rh), \quad (23)$$

где $\bar{X}(rh)$ — вектор, содержащий измеряемые отсчеты координат процесса

$$\bar{X}^T(rh) = \{y[(r-d)h], \Delta_{dh} y[(r-1)h], \Delta_{dh} y[(r-2)h], \\ \Delta_{dh} y[(r-d)h], \Delta_{dh} y[(r-d-1)h], \Delta_{dh} y[(r-d-2)h], \\ \Delta_{dh} y[(r-d-3)h], \Delta_{dh} u(rh), \Delta_{dh} u(r-1)h\},$$

$$\Delta_{dh}u[(r-d)h], \Delta_{dh}u[(r-d-1)h], \Delta_{dh}u[(r-d-2)h], 1 \};$$

$\bar{\theta}^T$ — вектор неизвестных параметров процесса, который необходимо периодически оценивать по мере поступления измерений входа и выхода процесса

$$\bar{\theta}^T = \{1, -a_1, -a_2, f_0, f'_1, f_2, f_3, b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, a'_0\};$$

$\xi(rh)$ — дискретный белый шум.

Для оценки вектора параметров в реальном времени применим рекуррентный метод наименьших квадратов [8]

$$\hat{\theta}(rh) = \hat{\theta}[(r-1)h] + K(rh)\{y(rh) - \bar{X}^T(rh)\hat{\theta}[(r-1)h]\},$$

$$K(rh) = P[(r-1)h]\bar{X}(rh)\{\beta + \bar{X}^T(rh)\bar{P}[(r-1)h]\bar{X}(rh)\}^{-1},$$

где фактор экспоненциального забывания целесообразно выбирать в пределах $0,9 < \beta < 1$.

Матрица ковариации ошибки оценки определяется следующим образом:

$$P(rh) = \frac{1}{\beta} \{P[(r-1)h] - P[(r-1)h]\bar{X}(rh)\} \times \\ \times \{\beta + \bar{X}^T(rh)P[(r-1)h]\bar{X}(rh)\}^{-1} \bar{X}^T(rh)P[(r-1)h]\}.$$

Начальными значениями матрицы ковариации можно принять $P(0) = \alpha I$, где α — большое положительное число, а I — единичная матрица.

Пример. Динамический процесс представлен разнотемповой моделью

$$(1 + a_1z^{-2} + a_2z^{-4})y(rh) = (1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + c_3z^{-3} + c_4z^{-4})v(kT_0) + a_0,$$

где $a_1 = -0,9539$; $a_2 = 0,1107$; $c_1 = 0,3726$; $c_2 = -0,6125$; $c_3 = -0,045$; $c_4 = 0,0665$; $a_0 = 0,1568$.

Периоды квантования связаны соотношением (4) $h = 2T_0$.

Необходимо разработать процедуру прогнозирования координаты y на $2h$, если на вход поступают возмущения $v(kT_0)$ с низкочастотным дрейфом согласно (12).

Запишем исходную модель в разностной форме при условии $rh = \left[\frac{k}{2} \right] h$.

$$y\left[\left[\frac{k}{2}\right]h\right] = -a_1y\left[\left[\left[\frac{k}{2}\right]-1\right]h\right] - a_2y\left[\left[\left[\frac{k}{2}\right]-2\right]h\right] + v(kT_0) + c_1v[(k-1)T_0] + \\ + c_2v[(k-2)T_0] + c_3v[(k-3)T_0] + c_4v[(k-4)T_0] + a_0,$$

где возмущения $v(kT_0)$ имеют низкочастотный дрейф и генерируются согласно (12).

Определим коэффициенты f_0, f_1 функции прогнозирования (20). Для диофантового уравнения (14) при $d = 2$ выберем полином

$$L(z^{-1}) = (1 - a_1 z^{-2})(1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + c_3 z^{-3} + c_4 z^{-4}).$$

Тогда получим

$$F(z^{-1}) = [(a_1^2 - a_2) + a_1 a_2 z^{-2}](1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + c_3 z^{-3} + c_4 z^{-4}),$$

из которого определим $f_0 = (a_1^2 - a_2) = 0,7992$; $f_1 = a_1 a_2 = -0,10559$.

В результате функция прогнозирования (21) запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} y^* \left[\left(\left[\frac{k}{2} \right] + 2 \right) h \left[\frac{k}{2} \right] h \right] &= y \left[\frac{k}{2} \right] h - a_1 \Delta_{2h} y^* \left[\left(\left[\frac{k}{2} \right] + 1 \right) h \right] \\ &\quad \left[\left(\left[\frac{k}{2} \right] - 1 \right) h \right] - a_2 \Delta_{2h} y^* \left[\left[\frac{k}{2} \right] h \left[\left(\left[\frac{k}{2} \right] - 2 \right) h \right] + \right. \\ &\quad \left. + (1 + a_1 z^{-2} + a_2 z^{-4})(f_0 + f_1 z^{-2}) \Delta_{2h} y \left[\frac{k}{2} \right] h + \Delta_{2h} a_0 (1 - f_0 - f_1 z^{-2}) = \right. \\ &= y \left[\frac{k}{2} \right] h + 0,9539 \Delta_{2h} y^* \left[\left(\left[\frac{k}{2} \right] + 1 \right) h \left[\left(\left[\frac{k}{2} \right] - 1 \right) h \right] - \right. \\ &\quad \left. - 0,1107 \Delta_{2h} y \left[\left[\frac{k}{2} \right] h \left[\left(\left[\frac{k}{2} \right] - 2 \right) h \right] + 0,7922 \Delta_{2h} y \left[\frac{k}{2} \right] h \right] - \right. \\ &\quad \left. - 0,8678 \Delta_{2h} y \left[\left(\left[\frac{k}{2} \right] - 1 \right) h \right] + 0,1891 \Delta_{2h} y \left[\left(\left[\frac{k}{2} \right] - 2 \right) h \right] - \right. \\ &\quad \left. - 0,0116 \Delta_{2h} y \left[\left(\left[\frac{k}{2} \right] - 3 \right) h \right]. \right. \end{aligned} \quad (24)$$

На рис. 1 показан график изменения возмущения $v(kT_0)$ согласно (12) при $g = 0,85$, на рис. 2 — результаты прогнозирования координаты y на основе функции (18) без приращения переменных. Из графика видно, что качество прогнозирования низкое. Это объясняется тем, что в возмущении v (см. рис. 1) на отдельных участках среднее значение отличается от нуля. На рис. 3 показаны результаты прогнозирования y на основе функции (24) в приращениях выходной координаты, подтверждающие высокое качество прогнозирования.

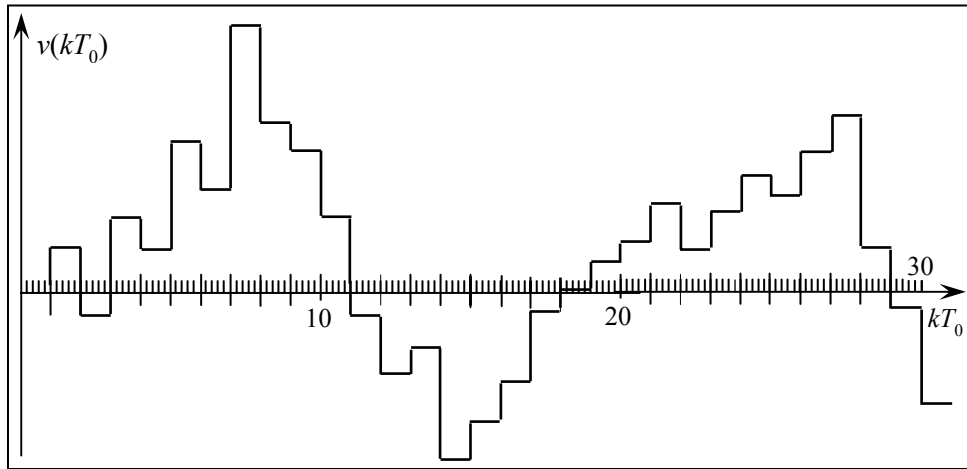


Рис. 1. График марковского процесса $v[(k + 1)T_0] = gv(kT_0) + \zeta(kT_0)$ при $g = 0,85$

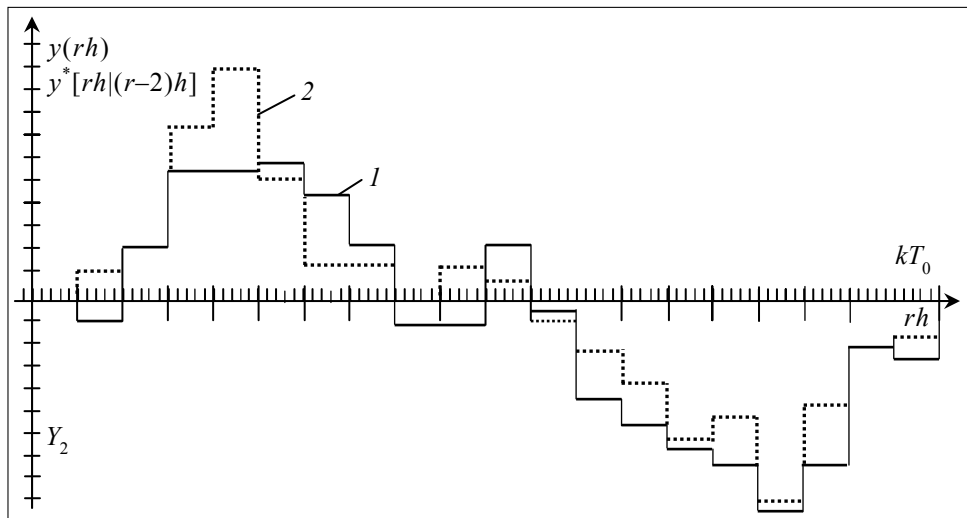


Рис. 2. Графики моделирования выходной переменной (1) и ее прогнозируемого значения (2) на основе функции прогнозирования без приращения переменных

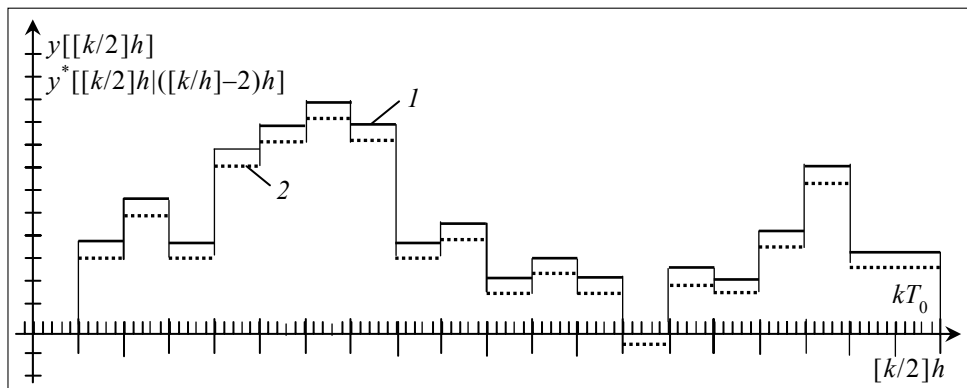


Рис. 3. Графики моделирования выходной переменной (1) $y[[k/2]h]$ и ее прогнозируемого значения (2) на основе функции прогнозирования в приращениях переменных

ВЫВОДЫ

Для адаптивной настройки функций прогнозирования разработаны:

- функция прогнозирования в приращениях измеряемых выходных координат и управляющих воздействий при дискретизации их с большим периодом квантования;
- процедура адаптивной настройки параметров функции прогнозирования на основе рекуррентного метода наименьших квадратов при изменении динамики прогнозируемых процессов.

Проведено экспериментальное исследование предложенной методики прогнозирования на основе цифрового моделирования, которое подтвердило высокую точность прогнозирования при воздействии случайных возмущений со средним значением, отличным от нуля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Романенко В.Д. Прогнозирование динамических процессов на основе математических моделей временных рядов с разнотемповой дискретизацией // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2005. — № 2. — С. 23 – 41.
2. Бідюк П.І. Системний підхід до прогнозування на основі моделей часових рядів // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2003. — № 3. — С. 88 – 110.
3. Clarke D.W., Phil M.A.D., Gawthrop P.J. Self-tuning controller // Proc. of the IEE: Cont. science. — 1975. — **122**, № 9. — P. 929 – 935.
4. Clarke D.W., Hodgson A.J.F., Tufts P.S. Offset problem and K-incremental predictors in self-tuning control // Proceeding IEE. — 1983. — **130**. — P. 217–226.
5. Романенко В.Д. Прогнозирование и минимизация дисперсий гетероскедастических процессов на основе моделей с разнотемповой дискретизацией // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2007. — № 2. — С. 115 – 130.
6. Бокс Д., Дженкинс Г. Анализ временных рядов, прогноз и управление. — М.: Мир, 1974. — Вып. 1. — 406 с.
7. Острем К.Ю. Введение в стохастическую теорию управления. — М.: Мир, 1973. — 319 с.
8. Романенко В.Д. Методи автоматизації прогресивних технологій: Підручник. — Київ: Вища шк., 1995. — 519 с.

Поступила 05.06.2007