УДК 519.86

МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ МОНОПОЛІЗМУ ТА СИСТЕМИ ОПОДАТКУВАННЯ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ ФУНКЦІОНУВАННЯ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ

А.П. МАХОРТ

Досліджено відкриту економічну систему за наявності монополістів в рамках моделі економіки з постійними інтересами споживачів. Враховано певну систему оподаткування. Розглянуто технології виробництва товарів в економічній системі, які нелінійно залежать від вектора випусків товарів, за наявності постійних витрат. Запропоновано оптимальний розв'язок задачі про рівновагу в економічній системі для такої математичної моделі. Визначено рівні оподаткування монополістів, що забезпечують реалізацію оптимального стану рівноваги в економічній системі.

ВСТУП

Вивчення монопольних явищ в економіці та їх впливу на стан економічної системи — важлива проблема математичної економіки. Вибір моделей для аналізу економічних систем обумовлений бажанням дослідити реакцію економіки насамперед на дію певних чинників. Дослідження економічної системи за допомогою моделей вальрасового типу [1–3] дає змогу виявляти чинники, що можуть неґативно впливати на її динаміку [2,4]. Наявність монополізму означає відсутність в такій економічній системі досконалої конкуренції, яка обмежує вибір моделей для дослідження [1,3]. Модель економіки з постійними інтересами споживачів дозволяє уникнути цього обмеження [2]. Зазначена модель дає змогу вивчати також і вплив на економічну систему наявної в ній системи оподаткування, а також моделювати комплексні впливи монополізму та системи оподаткування.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

В рамках моделі економіки з постійними інтересами споживачів визначатимемо умови встановлення рівноваги у відкритій економічній системі за наявності монополістів. У системі, яка складається із l суб'єктів економічної діяльності, є n виробників і одночасно споживачів товарів, а також $n-l$ виключно споживачів. Споживачі функціонують за рахунок перерозподілу прибутків виробників шляхом оподаткування. Виробники поділяються на немонополістів та монополістів.

Стратегії поведінки суб'єктів економічної системи мають будуватися таким чином, аби для подальшого їх функціонування було необхідне задоволення хоча б деяких потреб. Щоб реалізувати забезпечення таких потреб, суб'єкти економічної системи на основі деякої статистичної інформації прогнозують отримання певного рівня прибутку. Для цього немонополісти підтримують фіксовані обсяги випусків свого товару $\left(x_1^0, \ldots, x_t^0\right)$, а монополісти встановлюють фіксовані ціни на свої товари $\left(p_{t+1}^0, \ldots, p_n^0\right)$.

Невідомими, що визначатимуться з умови економічної рівноваги, або рівності попиту і пропозиції в економічній системі, вважатимемо обсяги випусків товарів монополістами $\left(x_{t+1}, \ldots, x_n\right)$ та ціни на товари немонополістів $\left(p_1, \ldots, p_t\right)$.

Систему оподаткування розглядатимемо як механізм обмеження негативних впливів монополістів на ефективність функціонування економічної системи. Тому рівні оподаткування немонополістів вважатимемо заданими, а для монополістів визначатимемо їх з умови економічної рівноваги.

У моделі економіки з постійними інтересами споживачів за наявності у відкритій економічній системі технологій з постійними витратами умова економічної рівноваги подається системою нелінійних рівнянь [5]

$$\sum_{j=1}^{l} c_{kj} \frac{\widetilde{D}_j(p)}{\sum_{m=1}^{n} c_{mj} p_m} = x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} - e_k + i_k, \quad k = \overline{1, n},$$

де $\{e_i\}_{i=1}^n$ — вектор експорту; $\{i_i\}_{i=1}^n$ — вектор імпорту; $\left\| a_{kj} + b_{kj} / x_j \right\|_{k,j=1}^n$ — технологічна матриця у випадку наявності постійних витрат, елементи якої описують структуру виробництва товарів в економічній системі; $\left\| c_{kj} \right\|_{k=1, j=1}^{n,l}$ — матриця попиту, або невиробничого споживання (її елементи описують структуру споживання товарів в економічній системі); $\widetilde{D}_j(p)$ — оподаткований прибуток j-го суб'єкта економічної системи. Для виробників він має вигляд [5]

$$\widetilde{D}_j(p) = \pi_j x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj} p_k \right) - \pi_j \sum_{k=1}^{n} b_{kj} p_k, \quad j = \overline{1, n},$$

де $\pi = \{\pi_i\}_{i=1}^n$ — вектор оподаткування. Вираз для оподаткованого прибутку споживачів можна записати за допомогою вектора ступенів задоволення потреб споживачів $y = \{y_i\}_{i=1}^l$. Компоненти цього вектора характеризують рівень задоволення потреб кожного суб'єкта економічної системи і мають бути додатними. Повне задоволення потреб певного суб'єкта означає рівність одиниці відповідної компоненти вектора y. У випадку часткового задоволення потреб споживача його компонента вектора y не перевищує одиниці.

Умова економічної рівноваги для вектора ступенів задоволення потреб споживачів подається у вигляді [5]

$$\sum_{j=1}^{l} c_{kj} y_j = x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} - e_k + i_k, \quad k = \overline{1,n}.$$

Введемо позначення

$$b_k = x_k - \sum_{s=1}^{n} (E-A)_{ks}^{-1} \left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj} \right],$$

$$d_{kj} = \sum_{s=1}^{n} (E-A)_{ks}^{-1} c_{sj},$$

де $A = \left\| a_{jk} \right\|_{j,k=1}^{n}$ — матриця, спектральний радіус якої менше одиниці. З урахуванням цих позначень умову економічної рівноваги запишемо як

$$\sum_{j=1}^{l} d_{kj} y_j = b_k^0, \quad k = \overline{1,t}, \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{l} d_{kj} y_j = b_k, \quad k = \overline{t+1,n}, \tag{2}$$

де компоненти $b_k^0 = b_k > 0$ для індексів $k = \overline{1,t}$ задані, а компоненти b_k для індексів $k = \overline{t+1,n}$ невідомі. Тоді зв’язок між вектором ступенів задоволення потреб споживачів та оподаткованим прибутком суб’єктів економічної системи матиме вигляд

$$\frac{\widetilde{D}_j(p)}{\sum_{s=1}^{n} c_{sj} p_s} = y_j, \quad j = \overline{1,l}. \tag{3}$$

Таким чином, для оподаткованого прибутку споживачів отримаємо

$$\widetilde{D}_j(p) = y_j \sum_{s=1}^{n} c_{sj} p_s, \quad j = \overline{n+1,l}.$$

З виразу (1) за вектором $b^0 = \left(b_1^0, \ldots, b_t^0 \right)$ можна знайти параметричний розв’язок для вектора ступенів задоволення потреб споживачів. Всі додатні розв’язки системи рівнянь (1) можна записати так [6]:

$$y(\gamma) = \sum_{j=t+1}^{l+1} \gamma_j z_j, \quad \sum_{j=t+1}^{l+1} \gamma_j = 1,$$

де вектори $\{z_i\}_{i=t}^{l}$ невід’ємні

$$z_{t+1} = \left\{ (b^0, f_1) - (d_{t+1}, f_1) y_{t+1}^*, \ldots, (b^0, f_t) - (d_{t+1}, f_t) y_{t+1}^*, y_{t+1}^*, 0, \ldots, 0 \right\},$$

$$z_{t+2} = \left\{ (b^0, f_1) - (d_{t+2}, f_1) y_{t+2}^*, \ldots, (b^0, f_t) - (d_{t+2}, f_t) y_{t+2}^*, 0, y_{t+2}^*, 0, \ldots, 0 \right\},$$

$$\vdots$$

$$z_l = \{(b^0, f_1) - (d_l, f_1) y_l^*, \ldots, (b^0, f_t) - (d_l, f_t) y_l^*, 0, \ldots, y_l^*\},$$

$$z_{l+1} = \{(b^0, f_1), \ldots, (b^0, f_t), 0, \ldots, 0\},$$

тобто

$$y(\gamma) = \left\{ (b^0, f_1) - \sum_{j=t+1}^{l} (d_j, f_1) \gamma_j y_j^*, \ldots, (b^0, f_t) - \right.$$

$$\left. - \sum_{j=t+1}^{l} (d_j, f_t) \gamma_j y_j^*, \gamma_{t+1} y_{t+1}^*, \ldots, \gamma_l y_l^* \right\},$$

де $d_j = \{d_{kj}\}_{k=1}^{t}, \quad j = \overline{t+1, l}, \quad f_i = \{d_{ki}^{-1}\}_{k=1}^{t}, \quad i = \overline{1, t}$,

$$(\chi_i, \kappa_k) = \sum_{s=1}^{t} \chi_{si} \kappa_{sk} .$$

Вектор $y^* = \{y_i^*\}_{i=t+1}^{l}$ заданий і вибирається так, щоб забезпечити невід'ємність компонентів векторів $\{z_i\}_{i=t}^{l}$. Вектор параметрів $\gamma = (\gamma_{t+1}, ..., \gamma_l)$ невідомий.

ВИБІР ОПТИМАЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ

Монополісти, встановивши ціну на свій товар, прагнуть забезпечити собі такий рівень прибутку, який би найповніше їх задовольняв. Внаслідок цього потреби виробників-немонополістів можуть задовольнятися не повністю. Матиме місце дискримінація таких суб'єктів економічної діяльності. Тому вектор γ має бути визначений так, щоб уникнути дискримінації.

Для знаходження ветора γ використаємо підхід, який ґрунтується на схемі оптимального вибору розв'язку [6]. Компоненти ветора y шукатимемо так, щоб їх значення були якомога близькими між собою і водночас якомога близькими до одиниці. Невідомі рівні оподаткування монополістів мають бути узгодженими з таким оптимальним розв'язком. Справедлива

Теорема. Нехай для $0 < \alpha \le 1$ виконуються умови

$$(b^0, f_j) - \sum_{i \in M_j^+} (d_i, f_j) - \alpha \sum_{i \in M_j^-} (d_i, f_j) \ge \alpha, \quad j = \overline{1, t}, \tag{4}$$

$$(b^0, f_j) - \alpha \sum_{i \in M_j^+} (d_i, f_j) - \sum_{i \in M_j^-} (d_i, f_j) \le 1, \quad j = \overline{1, t}, \tag{5}$$

$$M_s^+ = \{k \in \{t+1, \ldots, l\}, \quad k : (d_k, f_s) > 0\}, \quad s \in \{1, \ldots, t\},$$

$$M_s^- = \{k \in \{t+1,\ldots,l\},\quad k : (d_k, f_s) < 0\},\quad s \in \{1,\ldots,t\},$$

$$\sum_{s=1}^{n} (E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj}\right] > 0,\quad k = \overline{t+1,n}. \tag{6}$$

За параметра E^*, що характеризує рівень споживання монополістів

$$\mathsf{E}^* = \max_{\underline{k=t+1,l}} \sum_{j=1}^{t} \left|(d_k, f_j)\right|$$

і задовольняє нерівностям

$$0 < \mathsf{E}^* < \frac{1}{l+2}\left[\sqrt{\mathsf{E}^0} - 1\right],$$

$$\mathsf{E}^0 = \begin{cases} l+3, & l \le 2t+1, \\ \dfrac{l+1}{l-t}(t+2), & l > 2t+1, \end{cases}$$

існує додатний вектор $\gamma^0 = \left(\gamma_{t+1}^0,\ldots,\gamma_l^0\right)$, на якому досягатиметься мінімум функціоналу

$$F(\gamma) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{l}\left[1 - y_j(\gamma)\right]^2 + \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{l}\left[y_i(\gamma) - y_j(\gamma)\right]^2 \tag{7}$$

за умов

$$\gamma_i y_i^* \le 1,\quad i = \overline{t+1,l}, \tag{8}$$

$$\sum_{i=t+1}^{l+1} \gamma_i = 1, \tag{9}$$

причому вектор $y(\gamma^0)$ додатний, і для його компонентів має місце оцінка $\alpha \le y_i \le 1,\quad i = \overline{1,l}$.

Доведення. Складемо функцію Лагранжа оптимізаційної задачі (7)–(9)

$$\mathsf{L} = F(\gamma) - \sum_{i=t+1}^{l} \lambda_i (1 - \gamma_i y_i^*) - \mu\left[\sum_{i=t+1}^{l+1} \gamma_i - 1\right]$$

і обчислимо похідну $\dfrac{\partial \mathsf{L}}{\partial \gamma_s}$, матимемо

$$\frac{\partial \mathsf{L}}{\partial \gamma_s} = (l+1)\sum_{i=t+1}^{l}\{\delta_{si} - \beta_{si}\}\gamma_i y_i^* y_s^* - \left\{1 + \sum_{j=1}^{t}\left[(l+1)(b^0, f_j) - 1\right](d_s, f_j) + \right.$$

$$\left. + \left[1 - \sum_{j=1}^{t}(d_s, f_j)\right]\sum_{j=1}^{t}(b^0, f_j) - \lambda_s + \mu_s\right\} y_s^* = 0,\quad s = \overline{t+1,l}, \tag{10}$$

$$\beta_{is} = \frac{1}{l+1}\left[1-\sum_{j=1}^{t}(d_i,f_j)\right]\left[1-\sum_{j=1}^{t}(d_s,f_j)\right]-\sum_{j=1}^{t}(d_i,f_j)(d_s,f_j),$$

де $\mu_s = \dfrac{\mu}{y_s^*}$.

Умови теореми щодо параметра E^* забезбечують позитивну означеність матриці $\left\|\delta_{kj}-\beta_{kj}\right\|_{k,j=t+1}^{l}$, а також існування додатної оберненої до неї матриці [6]. Крім того, у матриць меншої розмірності, які побудовані за головними мінорами матриці $\left\|\delta_{kj}-\beta_{kj}\right\|_{k,j=t+1}^{l}$, теж будуть існувати додатні обернені матриці, тому що у випадку виконання умов теореми щодо параметра E^* спектральний радіус матриці $\left\|\beta_{kj}\right\|_{k,j=t+1}^{l}$ буде менший за одиницю [6].

Внаслідок наявності в оптимізаційній задачі (7) – (9) обмежень у формі нерівностей (8), відповідно до умов Куна-Таккера [7] вимагатимемо виконання

$$\left[\gamma_s y_s^* - 1\right]\cdot\lambda_s = 0, \quad \lambda_s \ge 0, \quad s=\overline{t+1,l}$$

або за допомогою виразу (10)

$$\left[\gamma_s y_s^* - 1\right]\cdot\left[(l+1)\sum_{i=t+1}^{l}\{\delta_{si}-\beta_{si}\}\gamma_i y_i^* - \sum_{j=1}^{t}\left[(l+1)(b^0,f_j)-1\right](d_s,f_j) - \right.$$
$$\left. -\left(1-\sum_{j=1}^{t}(d_s,f_j)\right)\sum_{j=1}^{t}(b^0,f_j)-\mu_s-1\right]=0, \quad s=\overline{t+1,l}.$$

Таким чином, вектор $\gamma^0 = \left(\gamma_{t+1}^0,\ldots,\gamma_l^0\right)$ знайдемо з виразів

$$\gamma_s y_s^* - 1 = 0, \quad s\in M_1,$$

$$\sum_{j\in M_2}\left\{\delta_{sj}-\beta_{sj}\right\}\gamma_j y_j^* = \sum_{j=1}^{t}(b^0,f_j)(d_s,f_j) - \frac{1}{l+1}\sum_{j=1}^{t}(d_s,f_j) + \sum_{j\in M_1}\beta_{sj} +$$
$$+\frac{1}{l+1}\left(1-\sum_{j=1}^{t}(d_s,f_j)\right)\sum_{j=1}^{t}(b^0,f_j)+\frac{1}{l+1}(\mu_s+1), \quad s\in M_2, \qquad (11)$$

де $M_1 \cup M_2 = \{t+1,\ldots,l\}$. З виразу (10) також отримаємо

$$\lambda_s = \sum_{j=1}^{t}\left[(l+1)(b^0,f_j)-1\right](d_s,f_j)+\left[1-\sum_{j=1}^{t}(d_s,f_j)\right]\times$$
$$\times\sum_{j=1}^{t}(b^0,f_j)-(l+1)\sum_{j\in M}\left\{\delta_{sj}-\beta_{sj}\right\}\gamma_i y_i^* + \mu_s + 1, \quad s\in M_1. \qquad (12)$$

Матриця $\left\|\delta_{kj}-\beta_{kj}\right\|_{k,j\in M_2}$ матиме додатну обернену матрицю, тому з виразу (11) отримаємо додатні значення $1\geq y_s\geq\alpha,\quad y_s=y_s^*\gamma_s,\quad s\in M_2$ за рахунок вибору параметрів $\mu_s,\quad s\in M$, які забезпечуватимуть також і виконання умови $\lambda_s>0,\quad s\in M_1$, де λ_s визначаються з виразу (12). Умову (9) можна задовольнити за рахунок вибору параметра γ_{l+1}. Нерівність (4) гарантуватиме виконання оцінки $y_i\geq\alpha,\quad i=\overline{1,t}$, а нерівність (5) те, що всі компоненти вектора $y(\gamma^0)$ не перевищуватимуть одиниці. Теорему доведено.

Щойно доведена теорема дає умови існування такого вектора $y(\gamma^0)$, за якого в економічній системі буде відсутня дискримінація певних її суб'єктів.

Таким чином, за вектором ступенів задоволення потреб споживачів тепер можна визначити рівноважні ціни та обсяги випусків товару. З виразу (2) знайдемо додатний вектор $\left(b_{t+1},\ldots,b_n\right)$. За ним визначимо невідомі обсяги випусків товару монополістами за формулою

$$x_k=b_k+\sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s-i_s+\sum_{j=1}^{n}b_{sj}\right],\quad k=\overline{t+1,n},$$

які також будуть додатними за рахунок виконання умови (6), а невідомі ціни на товари немонополістів знайдемо з виразу (3)

$$\overline{p}_j=\sum_{k=1}^{t}\left(a_{kj}+\frac{1}{x_j^0}b_{kj}+\frac{y_j}{\pi_j x_j^0}c_{kj}\right)\overline{p}_k+\sum_{k=t+1}^{n}\left(a_{kj}+\frac{1}{x_j^0}b_{kj}+\frac{y_j}{\pi_j x_j^0}c_{kj}\right)p_k^0,\quad j=\overline{1,t}.$$

Тоді, за рівноважним вектором цін $\left(\overline{p}_1,\ldots\overline{p}_t,p_{t+1}^0,\ldots p_n^0\right)$ рівні оподаткування монополістів визначимо як

$$\pi_j=\frac{\sum_{s=1}^{t}c_{sj}y_j\overline{p}_s+\sum_{s=t+1}^{n}c_{sj}y_jp_s^0}{p_j^0x_j-\sum_{k=1}^{t}\left(a_{kj}x_j+b_{kj}\right)\overline{p}_k-\sum_{k=t+1}^{n}\left(a_{kj}x_j+b_{kj}\right)p_k^0},\quad j=\overline{t+1,n}.$$

Такі рівні оподаткування будуть узгоджені зі структурою споживання в економічній системі [4,5], що гарантуватиме існування в ній рівноваги для визначених вище цін, обсягів випусків товару та ступенів задоволення потреб споживачів.

ВИСНОВКИ

Знайдений оптимальний розв’язок задачі про економічну рівновагу (1), (2) дозволяє уникнути можливої дискримінації в економічній системі певних її суб’єктів. Ця задача узагальнює задачу, описану в роботі [6]. Вплив монополізму розглянуто в комплексі з системою оподаткування. На відміну від [6] тепер розглянуто відкриту економічну систему, в якій технології виробництва товарів нелінійно залежать від вектора випусків товару. Наявність узгодженої зі структурою споживання в економічній системі стратегії оподаткування дозволяє здійснити саме оптимальний вибір розв'язків за умови фіксованих монопольних цін. Отже, система оподаткування відіграє роль механізму впливу на монополістів, що дає змогу обмежити можливий неґативний вплив монополізму як на окремих суб'єктів економічної системи, так і на ефективність функціонування системи в цілому. Ефективність функціонування економічної системи слід розуміти як відсутність дискримінації всіх її суб'єктів та прибутковість кожного з них.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Пономаренко О.І., Перестюк М.О., Бурим В.М.* Сучасний економічний аналіз: У 2 ч. Ч.1. Мікроекономіка. — Київ: Вища шк., 2004. — 262 с.
2. *Гончар М.С.* Фондовий ринок, економічний ріст. — Київ: Обереги, 2001. — 826 с.
3. *Kehoe T.J.* Computation and multiplicity of equilibria // Handbook of Mathematical Economics, ed. by W. Hildenbrand and H. Sonnenschein. **IV**. — Amsterdam: Elsevier Science Publishers B.V., 1991. — P. 2049–2143.
4. *Гончар М.С., Махорт А.П.* Вплив монополізму та оподаткування на економічну систему // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2005. — №1. —С. 77–99.
5. *Махорт А.Ф.* Влияние монополизма и налогообложения на экономическую систему в случае нелинейных технологий // Кибернетика и системный анализ. — 2006. — №1. — С. 155–166.
6. *Гончар Н.С., Махорт А.Ф.* Ценообразование в экономической системе с монополистами // Проблемы управления и информатики. — 2000. — № 1.— С. 123–139.
7. *Пшеничный Б.Н.* Метод линеаризации. — М.: Наука, 1983. — 136 с.

Надійшла 05.04.2006