

## МОДЕЛЬ ЦІНОВОЇ ДИНАМІКИ ОЛІГОПОЛЬНОГО РИНКУ

Г.П. ПОВЕЩЕНКО

Існування різноманітних типів та видів олігополії заважає створенню загальної динамічної моделі. Пропонується математична модель, яка враховує вплив цінової політики на динаміку олігопольного ринку.

### ВСТУП

Олігопольними називаються галузі обробної, видобувної промисловості, оптової торгівлі, послуг та деякі інші, де панують декілька фірм. Це вже не *монополія*, а кількість суб'єктів ринку, якої недостатньо, аби кваліфікувати ситуацію як суто конкурентну [1, 2].

Малочисельність — найбільш характерна риса олігополії, яка є об'єднанням конкуруючих фірм з метою суттєво збільшити частку ринку й досягти більшого ефекту масштабу. Інша причина полягає в досягненні ринкової влади — здатності контролювати ринок та ціни, до речі, традиційно не гнучкі.

Взаємозалежність — це той негативний фактор, що з'являється внаслідок об'єднання фірм і надзвичайно ускладнює поведінку суб'єктів ринку, бо їм необхідно зважувати на відповідні дії конкурентів в разі зміни власної цінової політики. Тому олігополістична цінова поведінка має суттєві стимули до узгоджених дій, таємних змов, «лідерства у цінах» т. ін. [1].

### ЗАГАЛЬНІ СПІВВІДНОШЕННЯ

На відміну від теорії конкурентних та монопольних ринків економічний аналіз не дає загальноновизнаної характеристики олігополії, що пояснюється наявністю її різних типів та видів [1]. Існують феноменологічні моделі типу «ламаної кривої попиту», «лідерства в цінах», «таємної змови», модель дуополії Курно як конкретний випадок рівноваги за Нешем. Модель Курно занадто спрощена і може описувати лише початок конкуренції між двома суб'єктами олігопольного ринку [1, 2]. Це є однією з причин відсутності ринкової моделі динаміки для пояснення поведінки суб'єктів олігопольного ринку. Проте відомо, що оптимальне ринкове співвідношення

$$\frac{\partial Pr}{\partial Q} = \frac{\partial D}{\partial Q} - \frac{\partial M}{\partial Q} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial D}{\partial Q} = \frac{\partial M}{\partial Q} \quad (2)$$

є загальним для будь-якого ринку, бо формалізує мету підприємництва — максимум сукупного прибутку  $Pr$  [грн/час] (або мінімум збитку) [1, 2]

$$Pr = D - M. \quad (3)$$

Валовий  $D$  [грн/час] та граничний  $\frac{\partial D}{\partial Q}$  [грн/од.] доходи мають вигляд

$$D = PQ, \quad (4)$$

$$\frac{\partial D}{\partial Q} = P + Q \frac{\partial P}{\partial Q}, \quad (5)$$

де  $P$  [грн/од.] — ринкова ціна;  $Q$  [од./час] — поточний обсяг реалізації. Су-

купні  $M$  [грн/час] та граничні  $\frac{\partial M}{\partial Q}$  [грн/од.] витрати мають вигляд

$$M = CQ, \quad (6)$$

$$\frac{\partial M}{\partial Q} = C + Q \frac{\partial C}{\partial Q}. \quad (7)$$

Тут  $C$  [грн/од.] — собівартість продукції або послуг.

Таким чином, співвідношення (1), (2) означають, що максимум прибутку відповідає рівності граничного доходу та граничних витрат [1].

Крива попиту  $P(Q)$  формалізує об'єктивний зворотний зв'язок між ціною та обсягом продукції, який згоден придбати покупець. З позиції ринкової динаміки вона є множиною рівноважних (стаціонарних) станів ринку. Наприклад, для  $n$  суб'єктів ринку стандартизованої продукції за умови однакової узгодженої між ними ціни ( $P_1 = P_2 = P_3 = \dots = P_a$ ) різний попит і різна собівартість продукції не заважатимуть забезпеченню рівноваги ринку на рівні ринкової пропозиції

$$Q_a = \sum_{i=1}^n Q_{ia}, \quad (8)$$

де  $Q_{ia}$  — пропозиція  $i$ -го суб'єкта ринку за ціни  $P_a$ . Проте неузгоджена між суб'єктами ринку зміна цін ( $P_1 \neq P_2 \neq P_3 \neq \dots$ ) спричиняє «цінову війну» (рис.1, 2) [1, 2].

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

Позначимо поточну зведену частку загального обсягу ринку для  $i$ -го суб'єкта

$$q_i(t) = \frac{Q_i(t)}{\sum_{j=1}^n Q_j(t)}, \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n q_i(t) = 1. \quad (10)$$

Сума (10) є конкретним випадком формалізації умови конкуренції в «живих» системах, коли обмеженість ресурсів породжує боротьбу за них (у

даному випадку — обмеженість обсягу ринку). Така умова (за М. Ейгеном) має назву «константа загальної організації».

Усереднена поточна ринкова ціна з урахуванням «ринкової ваги» кожного суб'єкта ринку має вигляд

$$P(t) = \sum_{j=1}^n P_j q_j(t), \quad (11)$$

де  $P_j$  — ціна, яку пропонує  $j$ -й суб'єкт ринку, що контролює частку ринку  $q_i$ .

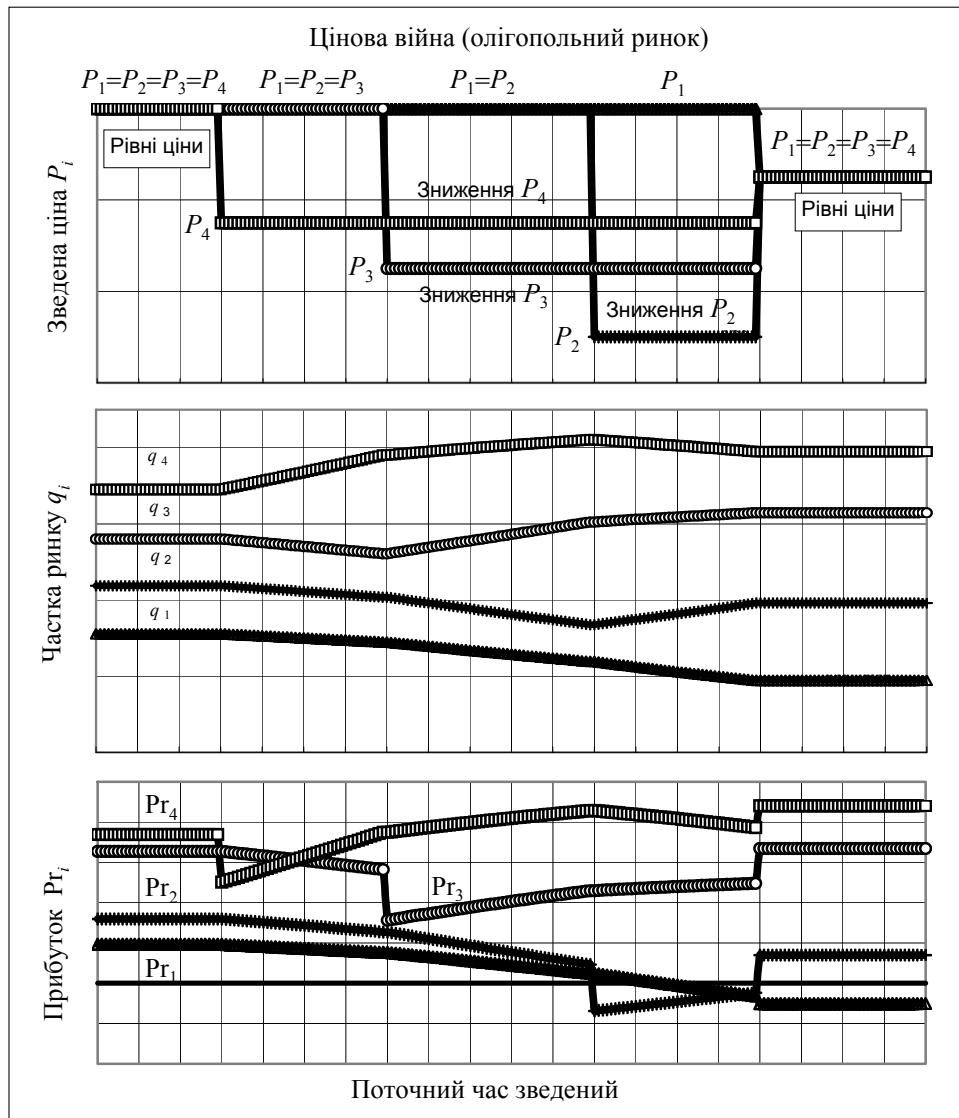


Рис. 1. Цінова війна на олігопольному ринку

Для аналізу ринкової динаміки зручно розглядати економічні показники як неперервні величини [3]. Гіпотетично припустимо, що різниця між

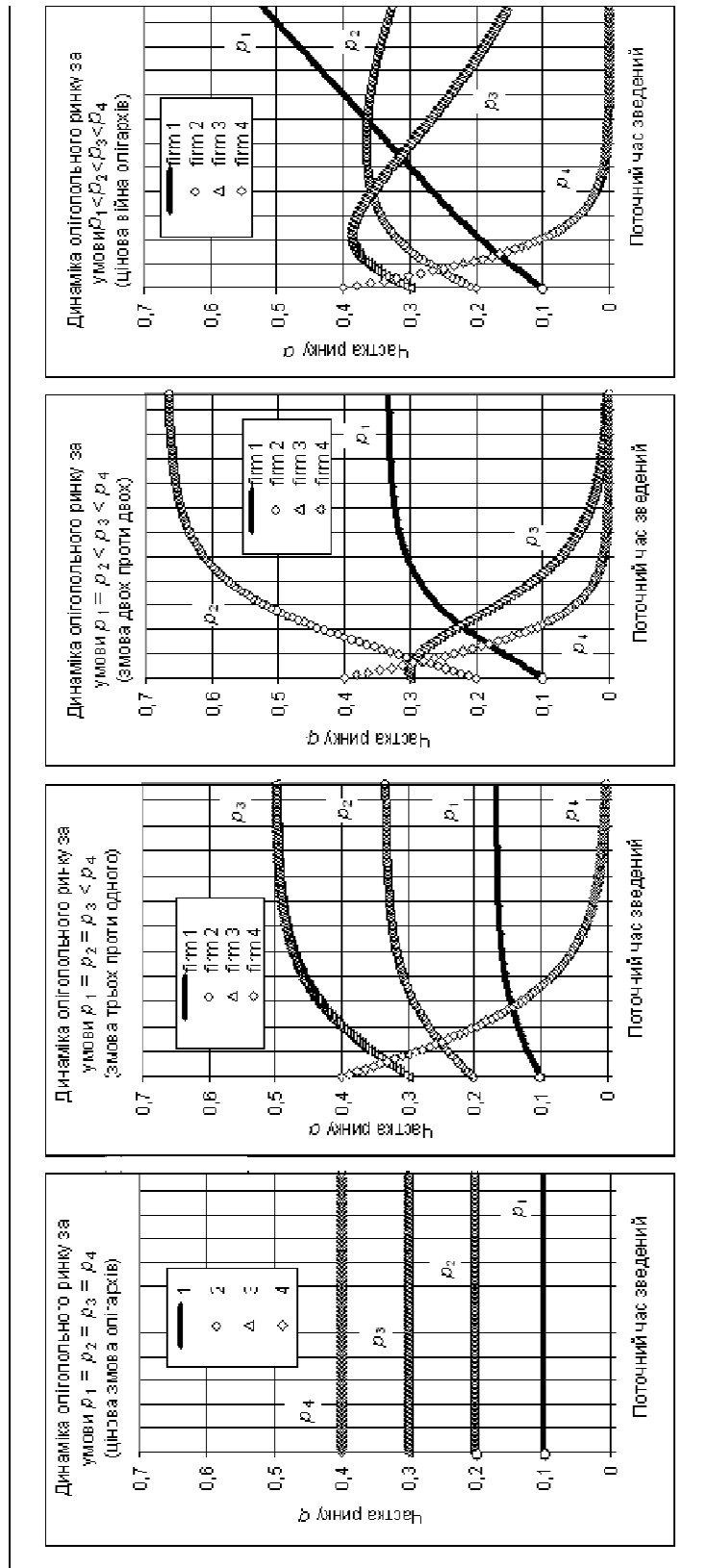


Рис. 2. Від цінової змови до цінової війни

усередненою  $P(t)$  та  $i$ -ю ціною  $P_i$  визначає темп пропозиції  $i$ -го суб'єкта ринку

$$\text{temp}_{-q_i} = \frac{d(\ln q_i)}{d\tau} = p(\tau) - p_i = \sum_{j=1}^n (p_j - p_i) q_j, \quad j=1, n \quad (12)$$

або

$$\frac{dq_i}{d\tau} = q_i \sum_{j=1}^n (p_j - p_i) q_j. \quad (13)$$

Таке припущення означає, що покупці стандартизованої продукції віддають перевагу тому суб'єкту ринку, який пропонує ціну, нижчу за середньоринкову. Що нижче ціна, то жвавіше йде торгівля, тобто зростає темп пропозиції. Проте, хоча така стратегія й стимулює бізнес даного суб'єкта ринку, він обов'язково наражається на незадоволення інших суб'єктів, які внаслідок такої стратегії втрачають свою частку ринку.

Згідно з моделлю зростання темпу припиниться, коли власна ціна зрівняється з середньоринковою. А коли власна ціна перевищить середньоринкову, темп стане від'ємним.

Зрозуміло, що можливе використання інших припущень щодо впливу цінової політики на ринкову динаміку, проте саме різниця цін є основною рушійною силою процесу, головним збуренням для  $i$ -го суб'єкта ринку з боку оточення, яким є його конкуренти.

Система диференціальних рівнянь (13) формалізує головну рису олігополії — існування загальної взаємозалежності, що витікає з малочисельності суб'єктів ринку. Саме таку структуру мають широко відомі математичні моделі «живих» систем, які у вигляді позитивного зворотного зв'язку враховують їхнє природне прагнення до самоствердження, саморозвитку, самовдосконалення і відповідний опір оточення. Такі моделі відображують головну особливість процесів в «живих» системах — конкурентну боротьбу за доступ до обмежених засобів існування. До речі, дослідження з молекулярної біології довели, що позитивний зворотний зв'язок складає саму основу життя.

У формулах (12), (13)

$$\tau = \frac{t}{T_n}, \quad p(\tau) = \frac{P(t)}{P_m}, \quad p_i = \frac{P_i}{P_m}, \quad (14)$$

де  $t$  [час] — поточний час;  $T_n$  [час] — характерний масштаб часу, наприклад, місяць, сезон, рік;  $P_m$  — максимальна серед існуючих цін;  $p(\tau)$ ,  $p_i$  — зведені усереднена та  $i$ -та ціни;  $\tau$  — зведений поточний час.

Як наслідок умови конкуренції сума швидкостей усіх процесів в системі (13) в довільний момент часу дорівнює нулю.

$$\sum_{i=1}^n \frac{dq_i}{d\tau} = 0. \quad (15)$$

Умова (15) означає, що збільшення (зменшення) частки ринку одних суб'єктів відбувається за рахунок відповідного одночасного зменшення (збільшення) частки інших, а із співвідношень (14) витікає, що максимальна зведена ціна дорівнює одиниці.

Розв'язок системи диференціальних рівнянь (13) будь-якої розмірності  $n$  на інтервалі незмінних цін має вигляд

$$q_i(\tau) = \frac{q_i(0)}{\sum_{j=1}^n q_j(0) \exp[(p_i - p_j)\tau]}, \quad (16)$$

де  $q_i(0)$  — початкові значення у момент  $\tau = 0$ .

Як видно, рівні ринкових часток та відповідні часові зміни визначаються різницями цін, а не їхніми абсолютними значеннями. Зауважимо, що саме можливість аналізу часової траєкторії (процесу) є найсуттєвішою відмінною економічної динаміки від економічної статичності. Оскільки продуктивність праці має історичну тенденцію до зростання, то і цінність часу зростає в міру економічного розвитку.

### АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ РИНКОВОЇ РІВНОВАГИ

Ринкова рівновага або стаціонарний стан ринку відповідає системі рівнянь

$$q_i \sum_{j=1}^n (p_j - p_i) q_j = 0. \quad (17)$$

Очевидно, що її тривіальний розв'язок

$$q_1 = q_2 = \dots = q_n = 0 \quad (18)$$

суперечить умові конкуренції (10), бо означає відсутність ринку взагалі і тому не може бути його стаціонарним станом. Щоб врахувати цю умову, яка перевизначає систему (13), вилучимо координату  $q_n$  для системи, наприклад,  $n = 4$  суб'єктів ринку

$$q_4 = 1 - \sum_{j=1}^3 q_j. \quad (19)$$

У такому разі система диференціальних рівнянь матиме вигляд

$$\frac{dq_i}{d\tau} = q_i \left[ p_4 - p_i - \sum_{j=1}^3 (p_4 - p_j) q_j \right]. \quad (20)$$

Стаціонарні стани ринку визначаються згідно з (16) при  $\tau \rightarrow \infty$ . Дослідження стаціонарних станів надає можливість на якісному рівні оцінити загальні тенденції поведінки цієї системи.

Якщо усі суб'єкти олігопольного ринку дотримуються однакової ціни, то має місце ринкова рівновага (рис. 1, 2)

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_4, \quad (21)$$

$$q_{\text{ist}} = \frac{q_i(0)}{\sum_{j=1}^4 q_j(0)} = q_i(0), \quad i = 1, \dots, 4. \quad (22)$$

Можливо, що це результат «таємної змови» (наприклад, картель) або «лідерства у цінах» як інструмент обмеження взаємної конкуренції, збільшення прибутку та завада до появи нових конкурентів [1]. Відомо, що найвірогідніше фірми змінюють ціни разом і одночасно. Величини  $p_i, q_i$  після таких змін є новими початковими умовами для розрахунків по моделі (13) (див. рис. 1).

Якщо  $i$ -й суб'єкт ринку завищує ціну, а інші ігнорують таку зміну, то він втрачає свою частку ринку на користь іншим (див. рис. 1, 2).

$$p_1 = p_2 = p_3 < p_4, \quad (23)$$

$$q_{ist} = \frac{q_i(0)}{\sum_{j=1}^3 q_j(0)}, \quad i = 1, \dots, 3, \quad (24)$$

$$q_{4st} = 0. \quad (25)$$

У такому випадку, згідно з моделлю, відбувається пропорційний перерозподіл ринку між  $n-1$  суб'єктами ринку (без  $i$ -го суб'єкта, який залишає ринок; у нашому випадку на ринку залишаються три суб'єкти) відповідно до їх початкових умов. Це може бути одним із мотивів, що спонукають фірми до об'єднання. Зрозуміло, такий теоретичний висновок потребує практичної перевірки. Не виключено, що має місце ситуація «зламаної кривої попиту»  $i$ -го суб'єкта, яка характеризує негнучкість ціни [1, 2]. Верхня еластична гілка кривої насправді є фазовою траєкторією  $i$ -го суб'єкта як результат одночасної «зміни попиту» і «зміни величини попиту», тобто зменшення  $i$ -ї пропозиції внаслідок зростання ціни і зрушення його кривої попиту ліворуч.

Якщо два суб'єкти ринку завищують ціну, а інші ігнорують таку зміну, то вони втрачають свої частки ринку на користь іншим (див. рис. 1, 2).

$$p_1 = p_2 < p_3 < p_4, \quad (26)$$

$$q_{ist} = \frac{q_i(0)}{\sum_{j=1}^2 q_j(0)}, \quad i = 1, 2, \quad (27)$$

$$q_{3st} = 0, \quad (28)$$

$$q_{4st} = 0. \quad (29)$$

Тут також відбувається пропорційний перерозподіл ринку між  $n-2$  суб'єктами ринку відповідно до їх початкових умов.

Якщо  $i$ -й суб'єкт ринку знижує ціну, а інші ігнорують таку зміну, то його частка ринку зростає за їхній рахунок аж до повного обсягу ринку (див. рис. 1, 2).

$$p_1 < p_2 < p_3 < p_4, \quad (30)$$

$$q_{1st} = \frac{q_1(0)}{q_1(0)} = 1, \quad (31)$$

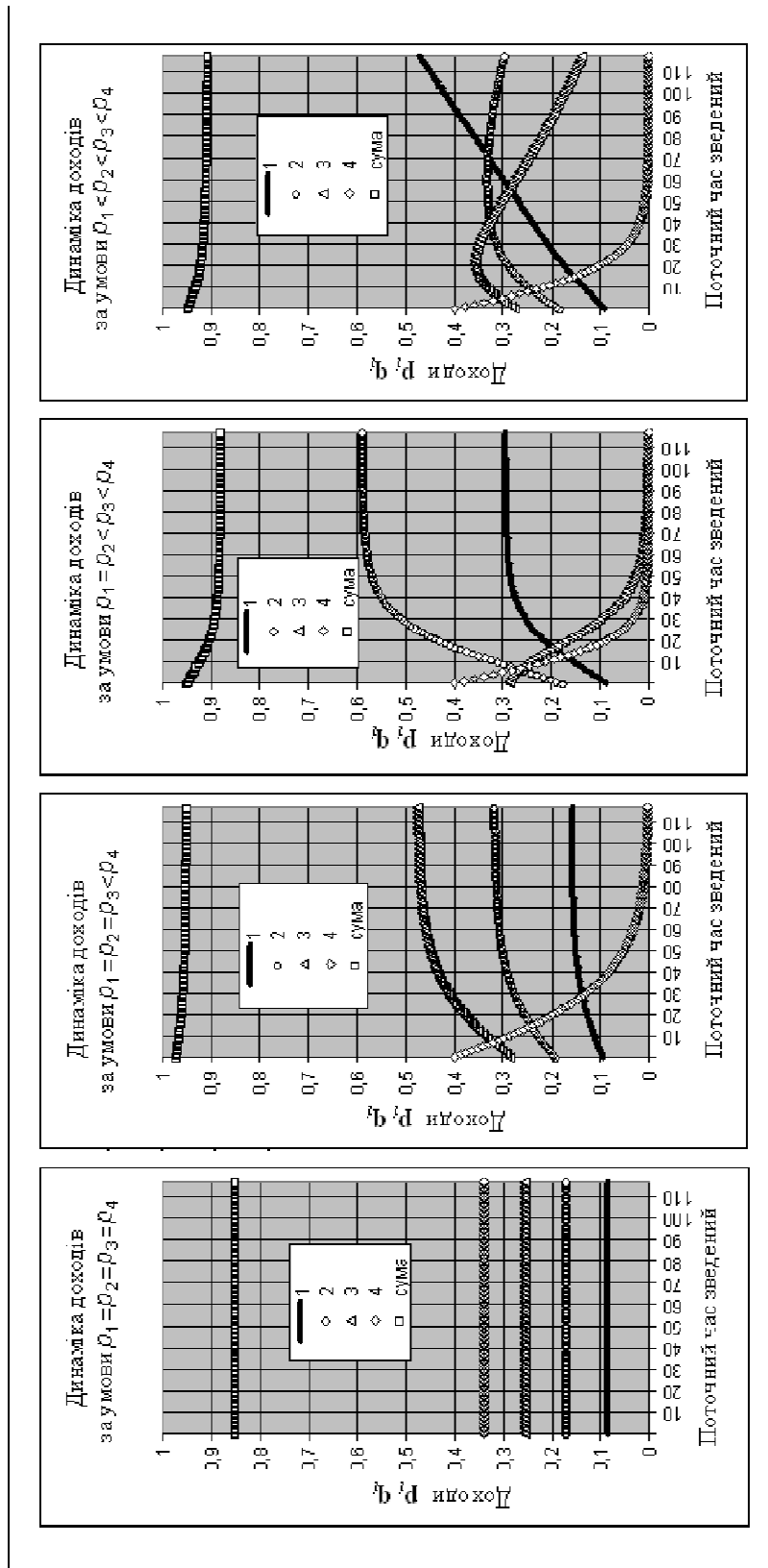


Рис. 3. Динаміка доходів олігопольного ринку



$$q_{2st} = 0, \quad (32)$$

$$q_{3st} = 0, \quad (33)$$

$$q_{4st} = 0. \quad (34)$$

Олігополія з часом асимптотично прямує до монополії  $q_i = 1, i = 1$  за будь-яких початкових умов (рис. 3, 4).

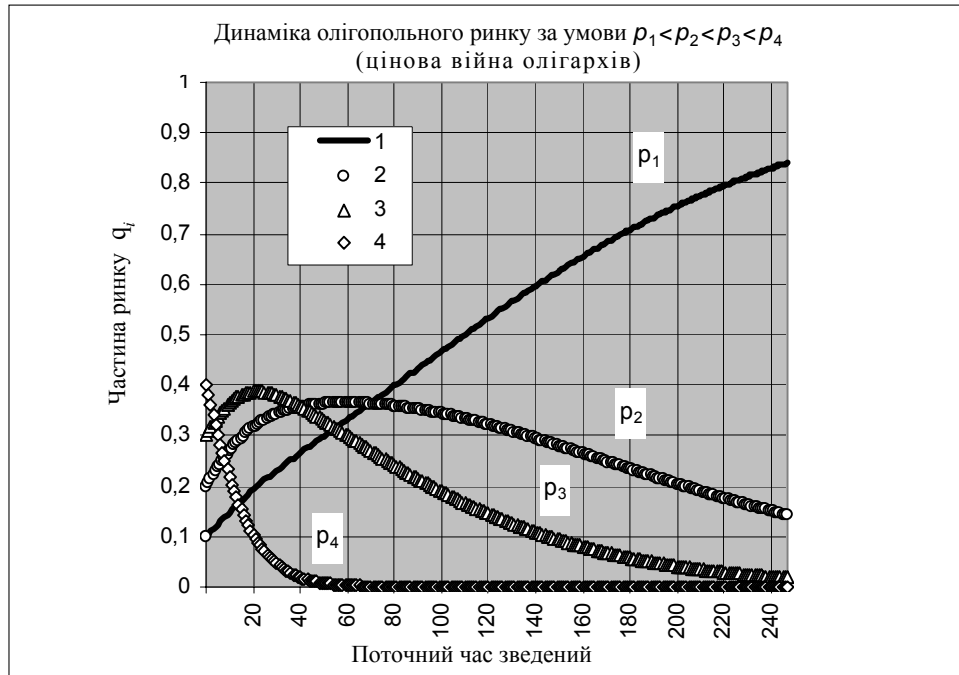


Рис. 4. Цінова війна за неузгодженості цін

Очевидно, що така поведінка одного суб'єкта спричиняє конфліктну ситуацію на ринку:  $i$ -й суб'єкт наражається на незадоволення інших. Така ситуація відома як «цінова війна» (див. рис.1, 2), спричинена загальною неузгодженістю цін. Вона має такі особливості [2]:

1. Незначне зменшення ціни одним конкурентом може спричинити втрату прибутку іншими (див. рис. 3).

2. У кожний момент часу за відсутності «змови» для кожного конкурента існує певний суттєвий стимул до зниження ціни. Проте змінити власну цінову політику без врахування реакції конкурентів спроможна далеко не кожна фірма.

3. На тривалому інтервалі часу цінова війна в цілому не вигідна суб'єктам олігопольного ринку (бо внаслідок війни сумарний ринковий дохід зменшується (див. рис. 3).

4. Цінова війна закінчується встановленням ринкової рівноваги, яка часто-густо є наслідком «таємної змови».

Характеристична матриця системи (20) має вигляд

$$\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{vmatrix}, \quad (35)$$

де

$$\begin{aligned} A_{11} &= (p_4 - p_1) + 2(p_1 - p_4)q_1 + (p_2 - p_4)q_2 + (p_3 - p_4)q_3, \\ A_{12} &= (p_2 - p_4)q_1, \\ A_{13} &= (p_3 - p_4)q_1, \\ A_{21} &= (p_1 - p_4)q_2, \\ A_{22} &= (p_4 - p_2) + (p_1 - p_4)q_1 + 2(p_2 - p_4)q_2 + (p_3 - p_4)q_3, \\ A_{23} &= (p_3 - p_4)q_2, \\ A_{31} &= (p_1 - p_4)q_3, \\ A_{32} &= (p_2 - p_4)q_3, \\ A_{33} &= (p_4 - p_3) + (p_1 - p_4)q_1 + (p_2 - p_4)q_2 + 2(p_3 - p_4)q_3. \end{aligned}$$

Для випадку ринкової рівноваги (21), (22) характеристична матриця є нульовою, що дає нульові характеристичні корені. Тобто динамічний аналіз рівноваги, коли суб'єкти олігопольного ринку зберігають свої позиції, виявляє її нейтральну (занадто хитку) стійкість до цінових ринкових збурень. Можна припустити, що сама природа рівноваги спонукає до її підтримки шляхом узгодження цін.

Для випадку цінової війни (30)–(34) характеристична матриця набуває вигляду

$$\begin{vmatrix} p_1 - p_4 & p_2 - p_4 & p_3 - p_4 \\ 0 & p_1 - p_2 & 0 \\ 0 & 0 & p_1 - p_3 \end{vmatrix}. \quad (36)$$

Усі характеристичні корені є дійсними від'ємними, що підкреслює аперіодичний характер процесів олігопольного ринку і виключає можливість власних коливань. Визначаються вони відповідними різницями цін.

$$\lambda_1 = p_1 - p_2 < 0, \quad (37)$$

$$\lambda_2 = p_1 - p_3 < 0, \quad (38)$$

$$\lambda_3 = p_1 - p_4 < 0. \quad (39)$$

Такий результат свідчить про асимптотичну стійкість монопольного стану.

## ВИСНОВКИ

На рис. 1–4 показано, яким чином зміна цін спричиняє перерозподіл олігопольного ринку між його суб'єктами. Для збільшення частки ринку необ-

хідно знижувати ціни, що врешті-решт призводить до зменшення сумарного доходу, а це, в свою чергу, змушує узгоджувати ціни. За відсутності «змови» конкуренти  $i$ -го суб'єкта олігопольного ринку будуть наслідувати зниження ціни та ігнорувати її збільшення.

Саме ці особливості моделює система диференціальних рівнянь (13). Крім розглянутих ситуацій, модель (13) дозволяє аналізувати інші ринкові сюжети для будь-якої кількості  $n$  суб'єктів ринку, наприклад, «змову» двох, трьох і т. д. суб'єктів проти решти; визначати ціни та обсяги ринку і т.п. (див. рис.2, 3). Необхідно ще раз підкреслити, що так звані «змови» олігархів спричиняються, згідно з моделлю, радше, природною нестійкістю рівноваги олігопольного ринку, ніж їхніми злими намірами. Ця об'єктивна обставина певною мірою пояснює стійкий феномен «змов», який існує протягом не одного століття.

Математична модель цінової динаміки олігопольного ринку (13) формалізує деякі наслідки загальної взаємозалежності суб'єктів ринку, яка, в свою чергу, є наслідком його малочисельності.

Модель динаміки надає можливості аналізувати стійкість ринкової рівноваги, яка виявляється нейтральною між стійким станом монопольного ринку

$$q_i(\tau)=1, \quad i=1 \quad (40)$$

та стійкістю суто конкурентного ринку

$$\text{temp}_p = 1 - qp^d, \quad (41)$$

$$\text{temp}_q = 1 - qp^{-s}, \quad (42)$$

де  $p$  — зведена ціна одиниці товару або послуги;  $q$  — зведена пропозиція товару або послуг;  $d, s$  — еластичність кривих попиту та пропозиції.

Зауважимо, що дана математична модель співпадає з математичною моделлю структурної еволюції суспільних продуктивних сил, яка описує загальноєволюційну конкуренцію основних сфер суспільного виробництва за певну частку суспільної праці [4]. Збуреннями, які спричиняють конкурентну боротьбу в процесі еволюції, є різниці темпів розвитку, зростання, спаду та занепаду виробничих сфер (аналогічно різницям цін на олігопольному ринку).

## ЛІТЕРАТУРА

1. Кэмпбелл Р. Макконнелл, Стенли Л. Брю. Экономикс: принципы, проблемы и политика. — Киев: Хагар, 1998. — 785 с.
2. Ястремський О., Гриценко О. Основи мікроекономіки. — Киев: Знання, 1998. — 673 с.
3. Гранберг А.Г. Динамические модели народного хозяйства. — М.: Экономика, 1985. — 240 с.
4. Повещенко Г., Чеховий Ю. Математична модель структурної еволюції суспільних продуктивних сил // Соціологія: теорія, методи, маркетинг. — 2001. — №3. — С. 41.

Надійшла 19.12.2005