УДК 62.50
DOI: 10.20535/SRIT.2308-8893.2018.4.09

ПОДАВЛЕНИЕ ОГРАНИЧЕННЫХ ВНУТРЕННИХ И ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ИМПУЛЬСНЫМИ ПРОЦЕССАМИ В КОГНИТИВНЫХ КАРТАХ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

В.Д. РОМАНЕНКО, Ю.Л. МИЛЯВСКИЙ

Аннотация. Рассмотрена возможность подавления ограниченных внутренних и внешних возмущений в сложных системах разной природы. Динамика систем представлена математическими моделями импульсных процессов в когнитивных картах (КК). Модель динамики импульсных процессов КК декомпозирована на две взаимосвязанные системы разностных уравнений соответственно с измеряемыми и неизмеряемыми координатами вершин. Изменения координат неизмеряемых вершин КК рассмотрены как ограниченные внешние возмущения в первой системе уравнений модели КК для импульсных процессов с измеряемыми координатами. В качестве внутренних возмущений рассмотрены колебания координат измеряемых вершин КК, вызванные изменениями весовых коэффициентов КК относительно их значений, оцененных на основе предварительно проведенной идентификации. Для подавления указанных возмущений синтезирована замкнутая система робастного управления с применением метода инвариантных эллипсоидов.

Ключевые слова: когнитивная карта, линейные матричные неравенства, инвариантный эллипсоид, регулятор состояния, замкнутая система управления.

ВВЕДЕНИЕ

Для исследования сложных систем большой размерности с многочисленными перекрестными связями в настоящее время широко применяется когнитивное моделирование, в основе которого лежит понятие когнитивной карты (КК). К таким сложным системам можно отнести экономические, социальные, финансовые, политические, образовательные, экологические и другие системы. Когнитивная карта представляет собой взвешенный ориентированный граф, вершины (узлы) которого — отдельные компоненты (концепты) сложной системы, а ребра описывают взаимосвязи между этими компонентами. Импульсный процесс в КК представляет собой переходной процесс в системе в дискретном времени, который возникает между вершинами КК при воздействии внешнего или внутреннего возмущения (импульса) на одну или несколько из этих вершин. Правило изменения координат вершин КК при импульсном процессе формулируют в виде разностного уравнения первого порядка в приращениях переменных [1]:

$$\Delta z_i(k+1) = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} \Delta z_j(k), \qquad (1)$$

где $\Delta z_i(k) = z_i(k) - z_i(k-1)$, α_{ij} — весовой коэффициент дуги взвешенного ориентированного графа, которая соединяет j-ю вершину КК с i-й; n — количество вершин КК. В векторно-матричной форме выражение (1) принимает вид

$$\Delta\overline{Z}(k+1) = A\Delta\overline{Z}(k), \qquad (2)$$

где A — транспонированная весовая матрица смежности КК, составленная из весовых коэффициентов ее ребер; $\Delta\overline{Z}$ — вектор приращений координат z_i. Разностное выражение (2) описывает свободное (неуправляемое) движение сложной системы при импульсном процессе.

АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работах [2, 3] приведены теоретические положения о подавлении произвольных ограниченных внешних возмущений в терминах инвариантных эллипсоидов путем синтеза статической обратной связи по состоянию, которая минимизирует размер инвариантного эллипсоида динамической системы. Реализуется робастное управление, задачи анализа и синтеза которого сводятся к эквивалентным условиям в виде линейных матричных неравенств (ЛМН), решаемых численно на основе полуопределенного программирования.

В работе [4] решена задача подавления ограниченных внешних возмущений на основе инструментария инвариантных эллипсоидов [3] при реализации замкнутой системы управления импульсными процессами в КК сложных систем. Общая модель динамики импульсных процессов в КК (2) декомпозируется на две взаимосвязанные системы разностных уравнений

$$\Delta\overline{Y}(k+1) = A_1\Delta\overline{Y}(k) + D\Delta\overline{X}(k); \qquad (3)$$

$$\Delta\overline{X}(k+1) = C\Delta\overline{X}(k) + \Psi\Delta\overline{Y}(k), \qquad (4)$$

где $\overline{Y}$ — вектор измеряемых координат вершин КК; $\overline{X}$ — вектор неизмеряемых координат. Матрицы A_1, C, D, Ψ составляются из коэффициентов матрицы A исходной модели (2) импульсного процесса КК. Матрицы D, Ψ отражают взаимосвязи между первой (3) и второй (4) частями исходной КК (2). Изменения неизмеряемых координат $\Delta\overline{X}(k)$ учитываются в качестве внешних ограниченных возмущений с неизвестными вероятностными характеристиками в первой системе уравнений (3) модели КК, составленной для импульсных процессов с измеряемыми координатами $\overline{Y}$.

Для подавления ограниченных возмущений $\Delta\overline{X}(k)$ посредством реализации статической обратной связи по состоянию синтезируется вектор управления

$$\Delta\overline{u}(k) = -K_p\Delta\overline{Y}(k),$$

который воздействует непосредственно на измеряемые координаты вершин первой системы уравнений импульсных процессов согласно уравнению состояния

$$\Delta\overline{Y}(k+1) = A_1\Delta\overline{Y}(k) + B\Delta\overline{u}(k) + D\Delta X(k).$$

Управление осуществляется за счет изменения ресурсов вершин КК, на которые воздействует вектор $\Delta\overline{u}(k)$.

В работе [5] исследована идентификация весовых коэффициентов матрицы смежности A_1 КК по экспериментальным данным. Рассмотрены три метода идентификации, которые отличаются областями применимости и качеством получаемых результатов. Первый метод разработан для детерминированной среды, когда все вершины КК $\overline{Y}(k)$ измеряются точно. Второй метод позволяет получить гарантированные интервалы оценок в случае ограниченных шумов измерений. Однако он применим только при невысоких уровнях шума либо при очень хорошо обусловленной матрице измерений. Третий метод наиболее общий и основывается на методе наименьших квадратов. Проведены теоретические и практические исследования, которые выявили зависимость точности идентификации от соотношения шума к полезному сигналу, от длительности интервала наблюдений, от длительности периода подачи тестирующих возбуждающих воздействий и от количества вершин КК, на которые эти воздействия подаются. Предложенные в работе процедуры регуляризации обеспечивают устойчивость получаемых решений и повышают точность оценивания коэффициентов матрицы A_1 в случае, когда известна дополнительная информация о нулевых связях между определенными вершинами y_i КК.

В процессе функционирования сложной системы изменяется влияние отдельных ее координат друг на друга. Поэтому значения весовых коэффициентов матриц смежности A_1 в модели импульсного процесса КК, оцененные в процессе идентификации на определенном промежутке времени [5], в дальнейшем изменяются.

В данной работе изменение весовых коэффициентов $\Delta A_1(k)$ относительно базовых значений $\hat{A}_1$, оцененных посредством проведенной идентификации, предлагается учитывать в модели импульсного процесса КК при формировании внутренних неизмеряемых возмущений в КК. Для этого исходную модель (3) предлагается рассматривать в виде

$$\Delta\overline{Y}(k+1) = A_1\Delta\overline{Y}(k) + \Delta A_1\Delta\overline{Y}(k) + D\Delta\overline{X}(k), \tag{5}$$

где $\Delta A_1(k) = A_1 - A_{1\,\mathrm{var}}(k)$ — изменение матрицы смежности КК на протяжении периода дискретизации. Предполагается, что A_1 — матрица смежности, предварительно оцененная на основе идентификации [5], а $A_{1\,\mathrm{var}}(k)$ — реальное неизвестное изменяемое значение матрицы A_1 в процессе функционирования сложной системы.

Цель работы — исследование возможности подавления ограниченных внешних и внутренних возмущений импульсных процессов в КК сложных систем на основе формирования вектора управления посредством регулятора состояния, синтезируемого при помощи метода инвариантных эллипсоидов.

ФОРМИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ МАТРИЧНЫХ НЕРАВЕНСТВ

Обозначим приращение внутренних возмущений в (5) $\Delta A_1 \Delta\overline{Y}(k) = \Delta\overline{w}(k)$. Тогда уравнение неуправляемого импульсного процесса (5) примет вид

$$\Delta\overline{Y}(k+1) = A_1\Delta\overline{Y}(k) + \begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta\overline{w}(k) \\ \Delta\overline{X}(k) \end{pmatrix}, \qquad (6)$$

в котором вектора и матрицы имеют следующие размерности: $\dim\Delta\overline{Y} = n,\ \dim\Delta\overline{X} = p,\ \dim\Delta\overline{w} = n,\ A_1(n\times n),\ D(n\times p),\ I_1$ — единичная матрица размерности $n\times n$. Предполагается, что внутренние и внешние возмущения совместно ограничены по норме L_∞, т.е.

$$\left\|\begin{pmatrix} \Delta\overline{w}(k) \\ \Delta\overline{X}(k) \end{pmatrix}\right\|_\infty = \sup_{k\ge 0}\left\{\begin{pmatrix} \Delta\overline{w}^{\mathrm{T}}(k) & \Delta\overline{X}^{\mathrm{T}}(k) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta\overline{w}(k) \\ \Delta\overline{X}(k) \end{pmatrix}\right\}^{1/2} \le 1. \qquad (7)$$

Для описания характеристики влияния возмущений типа (7) на траекторию движения динамической дискретной системы (6) в работах [2, 3] предложены инвариантные эллипсоиды по переменным состояния:

$$\varepsilon_{\Delta\overline{Y}} = \{\Delta\overline{Y}(k) \in \Re^n : \Delta\overline{Y}^{\mathrm{T}} P^{-1}\Delta\overline{Y} \le 1\},\ P > 0, \qquad (8)$$

если из условия $\Delta\overline{Y}(0) \in \varepsilon_{\Delta\overline{Y}}$ следует выполнение условия $\Delta\overline{Y}(k) \in \varepsilon_{\Delta\overline{Y}}$ для всех дискретных моментов времени $k = 1,2,3,\ldots$. Матрица P называется матрицей эллипсоида $\varepsilon_{\Delta\overline{Y}}$.

Докажем условие инвариантности эллипсоида (8) при возмущениях (7). Для этого по методике [3] введем в рассмотрение квадратичную функцию Ляпунова $V(\Delta\overline{Y}(k)) = \Delta\overline{Y}(k)^{\mathrm{T}} Q\Delta\overline{Y}(k)$ при $Q > 0$, построенную на решениях системы (6). Чтобы траектории $\Delta\overline{Y}(k)$ системы (6) не выходили за границу эллипсоида

$$\varepsilon_{\Delta\overline{Y}} = \{\Delta\overline{Y}(k) \in \Re^n : V(\Delta\overline{Y}(k)) \le 1\},$$

требуется выполнение $V(\Delta\overline{Y}(k+1)) \le 1$ при $V(\Delta\overline{Y}(k)) \le 1$, т.е.

$$\Delta\overline{Y}^{\mathrm{T}}(k+1) Q\Delta\overline{Y}(k+1) =$$

$$= \left[\Delta\overline{Y}^{\mathrm{T}}(k)A_1^{\mathrm{T}} + \begin{pmatrix} \Delta\overline{w}^{\mathrm{T}}(k) & \Delta\overline{X}^{\mathrm{T}}(k) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}\right] Q \left[A_1\Delta\overline{Y}(k) + \begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta\overline{w}(k) \\ \Delta\overline{X}(k) \end{pmatrix}\right] \le 1.$$

При перемножении получим:

$$\Delta\overline{Y}^{\mathrm{T}}(k+1)Q\Delta\overline{Y}(k+1) =$$

$$= \left(\Delta\overline{Y}^{\mathrm{T}}(k) \quad \left(\Delta\overline{w}^{\mathrm{T}}(k) \quad \Delta\overline{X}^{\mathrm{T}}(k)\right)\right)\begin{pmatrix} A_1^{\mathrm{T}}QA_1 & A_1^{\mathrm{T}}Q\left(I_1 \quad D\right) \\ \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}QA_1 & \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}Q\left(I_1 \quad D\right) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta\overline{Y}(k) \\ \begin{pmatrix} \Delta\overline{w}(k) \\ \Delta\overline{X}(k) \end{pmatrix} \end{pmatrix}.$$

Применим S-процедуру [3, 6]. Пусть $\overline{S} = \begin{pmatrix} \Delta\overline{Y}(k) \\ \begin{pmatrix} \Delta\overline{w}(k) \\ \Delta\overline{X}(k) \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Тогда квадратичные формы можно записать таким образом:

$$f_0(\overline{S}) = \overline{S}^{\mathrm{T}}M_0\overline{S} =$$

$$= \left(\Delta\overline{Y}^{\mathrm{T}}(k) \quad \left(\Delta\overline{w}^{\mathrm{T}}(k) \quad \Delta\overline{X}^{\mathrm{T}}(k)\right)\right)\begin{pmatrix} A_1^{\mathrm{T}}QA_1 & A_1^{\mathrm{T}}Q\left(I_1 \quad D\right) \\ \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}QA_1 & \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}Q\left(I_1 \quad D\right) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta\overline{Y}(k) \\ \begin{pmatrix} \Delta\overline{w}(k) \\ \Delta\overline{X}(k) \end{pmatrix} \end{pmatrix} \le 1;$$

$$f_1(\overline{S}) = \overline{S}^{\mathrm{T}}M_1\overline{S} = \left(\Delta\overline{Y}^{\mathrm{T}}(k) \quad \left(\Delta\overline{w}^{\mathrm{T}}(k) \quad \Delta\overline{X}^{\mathrm{T}}(k)\right)\right)\begin{pmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta\overline{Y}(k) \\ \begin{pmatrix} \Delta\overline{w}(k) \\ \Delta\overline{X}(k) \end{pmatrix} \end{pmatrix} \le 1;$$

$$f_2(\overline{S}) = \overline{S}^{\mathrm{T}}M_2\overline{S} = \left(\Delta\overline{Y}^{\mathrm{T}}(k) \quad \left(\Delta\overline{w}^{\mathrm{T}}(k) \quad \Delta\overline{X}^{\mathrm{T}}(k)\right)\right)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta\overline{Y}(k) \\ \begin{pmatrix} \Delta\overline{w}(k) \\ \Delta\overline{X}(k) \end{pmatrix} \end{pmatrix} \le 1,$$

где I_2 — единичная матрица $(n+p)\times(n+p)$. Согласно утверждению S-процедуры [3] имеем $M_0 \le \sum_{i=1}^{2}\tau_i M_i$, т.е.

$$\begin{pmatrix} A_1^{\mathrm{T}}QA_1 & A_1^{\mathrm{T}}Q\left(I_1 \quad D\right) \\ \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}QA_1 & \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}Q\left(I_1 \quad D\right) \end{pmatrix} \le \tau_1\begin{pmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \tau_2\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix},$$

или

$$\begin{pmatrix} A_1^{\mathrm{T}}QA_1 - \tau_1 Q & A_1^{\mathrm{T}}Q\left(I_1 \quad D\right) \\ \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}QA_1 & \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}Q\left(I_1 \quad D\right) - \tau_2 I_2 \end{pmatrix} \le 0. \qquad (9)$$

С использованием формулы Шура неравенство (9) примет вид

$$A_1^{\mathrm{T}}QA_1 - \tau_1 Q \le A_1^{\mathrm{T}}Q\left(I_1 \quad D\right)\left(\begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}Q\left(I_1 \quad D\right) - \tau_2 I_2\right)^{-1}\begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}QA_1.$$

После выполнения элементарных преобразований это неравенство преобразуется к виду

$$\tau_1 Q \geq A_1^{\mathrm{T}} \left(Q - Q\begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} Q \begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix} - \tau_2 I_2 \right)^{-1} \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} Q \right) A_1.$$

При $\tau_2 = 1 - \tau_1$ получим

$$\tau_1 Q \geq A_1^{\mathrm{T}} \left(Q + Q\begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix} \left((1 - \tau_1 I_2) - \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} Q \begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix} \right)^{-1} \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} Q \right) A_1. \quad (10)$$

В соответствии с леммой об обращении матриц [7] будем иметь

$$Q + Q\begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix} \left((1 - \tau_1 I_2) - \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} Q \begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix} \right)^{-1} \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} Q =$$

$$= \left(Q^{-1} - (1 - \tau_1)^{-1} \begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} \right)^{-1}.$$

Тогда выражение (10) можно записать так:

$$\tau_1 Q \geq A_1^{\mathrm{T}} \left(Q^{-1} - (1 - \tau_1)^{-1} \begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} \right)^{-1} A_1.$$

Выполним элементарное преобразование при $P = Q^{-1}$:

$$\tau_1 Q \geq A_1^{\mathrm{T}} \left(P - (1 - \tau_1)^{-1} \begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} \right)^{-1} A_1 =$$

$$= \left[A_1^{-1} \left(P - (1 - \tau_1)^{-1} \begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} \right) (A_1^{\mathrm{T}})^{-1} \right]^{-1}.$$

После обращения левой и правой частей получаем

$$\frac{P}{\tau_1} \leq A_1^{-1} \left(P - (1 - \tau_1)^{-1} \begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ D^{\mathrm{T}} \end{pmatrix} \right) (A_1^{\mathrm{T}})^{-1}.$$

Умножим слева на A_1, а потом справа на A_1^{T} и переобозначим $\tau_1 = \alpha$. Тогда линейное матричное неравенство примет окончательный вид

$$\frac{1}{\alpha} A_1 P A_1^{\mathrm{T}} - P + \frac{I_1 + DD^{\mathrm{T}}}{1 - \alpha} \leq 0. \quad (11)$$

АЛГОРИТМ СИНТЕЗА РЕГУЛЯТОРА СОСТОЯНИЯ ИМПУЛЬСНОГО ПРОЦЕССА КОГНИТИВНОЙ КАРТЫ

Уравнение состояния управляемого импульсного процесса КК (6) при дополнительном внутреннем возмущении $\Delta\overline{w}(k)$ принимает вид

$$\Delta\overline{Y}(k+1) = A_1\Delta\overline{Y}(k) + B\Delta\overline{u}(k) + \begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta\overline{w}(k) \\ \Delta\overline{X}(k) \end{pmatrix}. \qquad (12)$$

Уравнение замкнутой системы управления импульсным процессом КК при применении регулятора состояния запишется следующим образом:

$$\Delta\overline{Y}(k+1) = (A_1 - BK_p)\Delta\overline{Y}(k) + \begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta\overline{w}(k) \\ \Delta\overline{X}(k) \end{pmatrix}. \qquad (13)$$

Предполагается, что пара (A_1, B) в модели (12) является управляемой. Тогда ЛМН (11) для замкнутой системы приобретает форму

$$\frac{1}{\alpha}(A_1 - BK_p)P(A_1 - BK_p)^{\mathrm{T}} - P + \frac{I_1 + DD^{\mathrm{T}}}{1-\alpha} \le 0. \qquad (14)$$

В качестве критерия оптимальности для синтеза регулятора (5) в данной работе рассматривается минимизация следа матрицы

$$\operatorname{tr} P(\alpha) \to \min,\ \alpha^* \le \alpha < 1, \qquad (15)$$

что обеспечивает минимизацию размера инвариантного эллипсоида (8) с наибольшим подавлением возмущений $\begin{pmatrix} \Delta\overline{w}(k) \\ \Delta\overline{X}(k) \end{pmatrix}$, которые ограничиваются только максимальным диапазоном (7).

После перемножения членов в неравенстве (14) получим

$$\frac{1}{\alpha}(A_1PA_1^{\mathrm{T}} - BK_pPA_1^{\mathrm{T}} - A_1PK_p^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} + BK_pPK_p^TB^T) - P + \frac{I_1 + DD^{\mathrm{T}}}{1-\alpha} \le 0. \qquad (16)$$

Неравенство (16) является нелинейным относительно P и K_p, которые необходимо оптимизировать. В работе [3] предложена линеаризация путем замены $L = K_pP$ и введения дополнительного ограничения:

$$\begin{bmatrix} R & L \\ L^{\mathrm{T}} & P \end{bmatrix} \ge 0. \qquad (17)$$

где $R = R^{\mathrm{T}}$.

Это неравенство эквивалентно $R \ge LP^{-1}L^{\mathrm{T}} = K_pPK_p^{\mathrm{T}}$ согласно формуле Шура при $P > 0$. Тогда для выполнения неравенства (16) достаточно, чтобы

$$\frac{1}{\alpha}(A_1PA_1^{\mathrm{T}} - BLA_1^{\mathrm{T}} - A_1L^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} + BRB^{\mathrm{T}}) - P + \frac{I_1 + DD^{\mathrm{T}}}{1-\alpha} \le 0. \qquad (18)$$

Минимизация критерия (15) при ограничениях (17), (18) выполняется по переменным P, L, R методом полуопределенного программирования путем использования SeDuMi Toolbox на базе MatLab. Тогда матрица $\hat{K}_p$ оптимального регулятора состояния (5) определяется как

$$\hat{K}_p = \hat{L}\hat{P}^{-1} \tag{19}$$

при оцененных значениях $\hat{\alpha}, \hat{P}, \hat{L}, \hat{R}$, обеспечивающих минимизацию критерия (15) при ограничениях (17), (18).

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ ПОДАВЛЕНИЯ ОГРАНИЧЕННЫХ ВНУТРЕННИХ И ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ИМПУЛЬСНЫМ ПРОЦЕССОМ В КОГНИТИВНОЙ КАРТЕ IT КОМПАНИИ

В работе [4] выполнены исследования по подавлению внешних возмущений при управлении импульсными процессами в КК IT компании на основе метода инвариантных эллипсоидов (рис. 1).

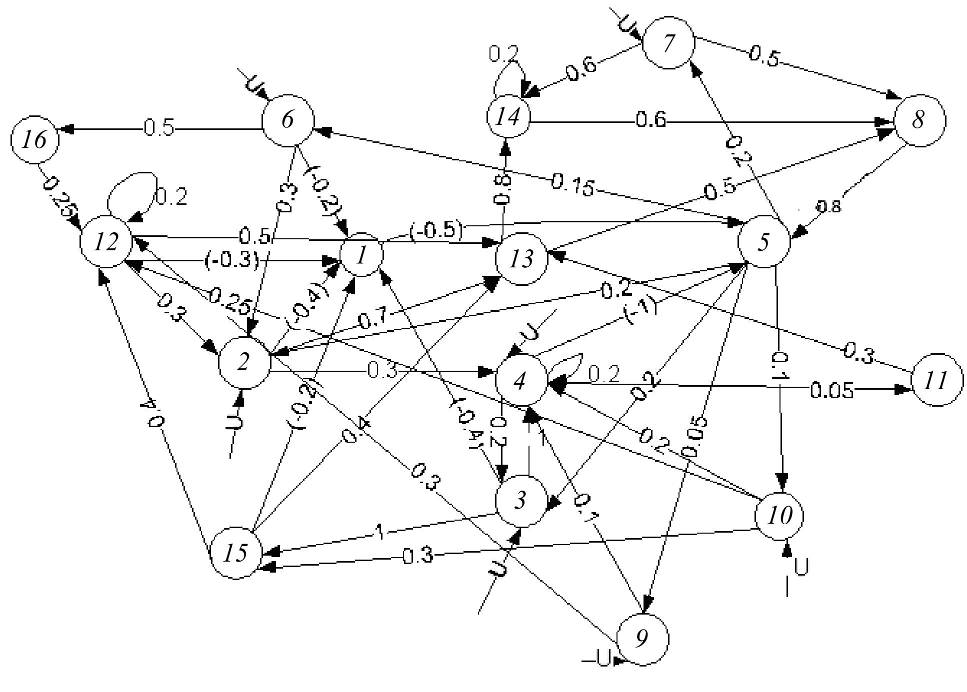

Рис. 1. Когнитивная карта IT компании: измеряемые вершины: *1* — длительность разработки проекта; *2* — затраты на инновации; *3* — зарплата, премии, бонусы; *4* — бюджет проекта; *5* — прибыль; *6* — затраты на функционирование группы менеджеров; *7* — затраты на маркетинг; *8* — продажа однотипных проектов; *9* — затраты на проведение переаттестации; *10* — затраты на повышение квалификации; неизмеряемые вершины: *11* — технический контроль; *12* — интеллектуальные активы; *13* — качество проекта; *14* — конкурентоспособность; *15* — удовлетворенность работой; *16* — обмен опытом, информационное взаимодействие

После декомпозиции матрицы A_1, B, D в модели приобретают вид:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & -0{,}4 & -0{,}4 & 0 & 0 & -0{,}2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}2 & 0{,}3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}2 & 0{,}2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}3 & 1 & 0{,}2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ -0{,}5 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 0 & -0{,}3 & 0 & 0 & -0{,}2 & 0 \\ 0 & 0{,}3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 & 0{,}6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для моделирования динамики замкнутой системы управления импульсным процессом этой КК с помощью предложенного метода в качестве внешних возмущений рассмотрим ступенчатые воздействия с амплитудой 1, действующие в начальный момент времени на одну измеряемую и одну неизмеряемую вершины, а именно на вершины 5 (прибыль) и 12 (интеллектуальные активы). Внутренние возмущения при моделировании определяются следующим образом: значения ненулевых коэффициентов матрицы A_1 варьируются на каждом периоде дискретизации по формуле $A_{1\mathrm{var}}(k) = A_1\xi(k)$, где $\xi(k)$ — нормально распределенная случайная величина (гауссовский белый шум). Для управления используются только значения A_1, в то время, как $A_{1\mathrm{var}}$ остается неизвестной. Начальные уровни всех координат вершин КК приняты для удобства равными нулю.

Графики переходных процессов координат вершин КК показаны на рис. 2, на котором пунктиром обозначены переходные процессы без управления, а сплошными линиями — при управлении. Можно видеть, что координаты вершин КК при управлении существенно меньше отклоняются от желаемых (нулевых в большинстве случае) значений, чем без управления.

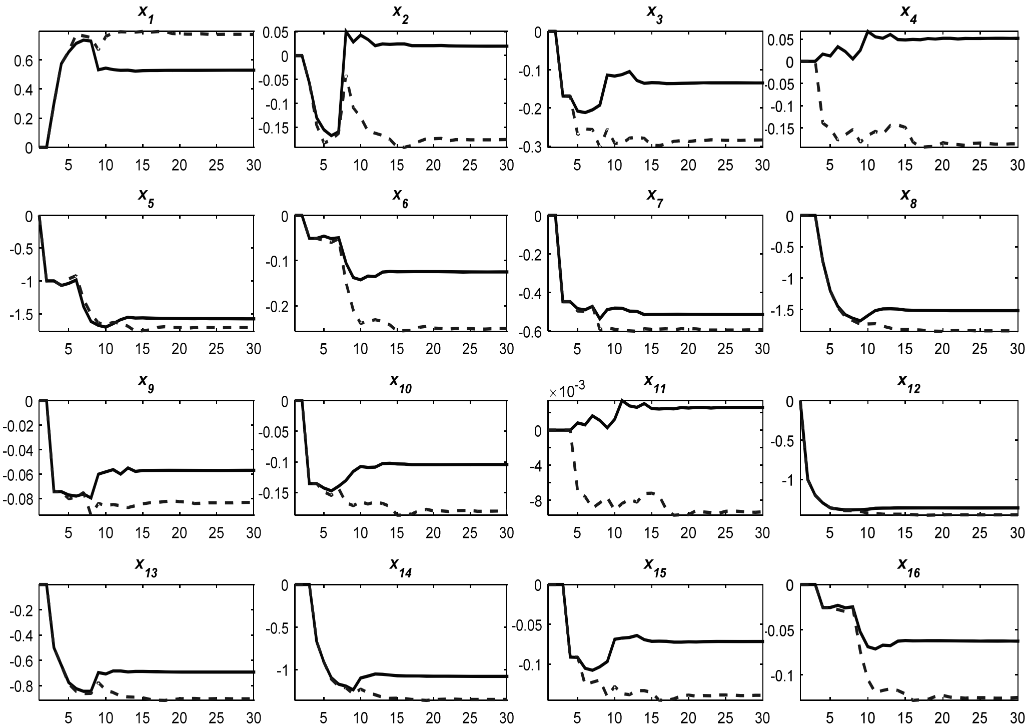

Рис. 2. Управляемый импульсный процесс КК IT компании

ВЫВОДЫ

В работе предложен метод синтеза робастного управления импульсным процессом КК в случае, когда система подвержена как внешним, так и внутренним возмущениям. Под внешними возмущениями понимается влияние неизмеряемых вершин КК, а также внешние по отношению к КК импульсы. Под внутренними возмущениями подразумевается неопределенность в динамике системы, вызванная тем, что веса ребер КК изменяются во времени и отличаются от тех, которые были получены в процессе идентификации и используются в законе управления.

Предложенное управление с обратной связью по состоянию основывается на методе инвариантных эллипсоидов. Внутренние и внешние возмущения подавляются совместно при условии их ограничения по норме L_∞. Выведена система линейных матричных неравенств, позволяющая минимизировать размер инвариантного эллипсоида для траекторий системы и таким образом обеспечить робастную устойчивость.

Численное моделирование разработанного метода управления проведено на примере КК IT компании, в которой имеются как измеряемые, так и неизмеряемые вершины. Часть измеряемых вершин может варьироваться лицом, принимающим решения, по закону управления, описанному в работе. Моделирование показало, что при действии этого управления координаты вершин КК существенно меньше отклоняются под воздействием внутренних и внешних возмущений от устойчивых исходных значений. Таким образом, предложенный метод является эффективным и может использоваться при управлении сложными системами, описываемыми КК с неполностью измеряемыми вершинами и изменяемыми, неточно оцененными весовыми коэффициентами ребер.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Roberts F.* Discrete Mathematical Models with Applications to Social, Biological, and Environmental Problems / F. Roberts // Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1976. — 559 p.
2. *Поляк Б.Т.* Робастная устойчивость и управление / Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков. — М.: Наука, 2002. — 303 с.
3. *Назин С.А.* Подавление ограниченных внешних возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов / С.А. Назин, Б.Т. Поляк, М.В. Топунов // Автоматика и телемеханика. — 2007. — № 3. — С. 106–125.
4. *Романенко В.Д.* Автоматизация управления импульсными процессами в когнитивных картах с подавлением ограниченных возмущений на основе метода инвариантных эллипсоидов / В.Д. Романенко, Ю.Л. Милявский // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2017. — № 2. — С. 29–39.
5. *Губарев В.Ф.* Идентификация в когнитивных картах в режиме импульсных процессов при полной информации / В.Ф. Губарев, В.Д. Романенко, Ю.Л. Милявский // Проблемы управления и информатики. — 2018. — № 4. — С. 30–43.
6. *Polyak B.T.* Convexity of quadratic transformations and its use in control and optimization / B.T. Polyak // J. Optim. Theory Appl. — 1998. — Vol. 99. — P. 553–583.
7. *Hager W.W.* Updating the inverse of a matrix / W.W. Hager // SIAM Review. — 1989. — **31** (2). — P. 221–239.

Поступила 15.11.2018