

УДК 519.854.2

**ОБЩАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОДЫ ИЕРАРХИЧЕСКОГО  
ПЛАНИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ  
ОРГАНИЗАЦИОННО-ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМ  
С ОГРАНИЧЕННЫМИ РЕСУРСАМИ**

**А.А. ПАВЛОВ, Е.Б. МИСЮРА, О.В. МЕЛЬНИКОВ, С.А. РУХАНИ**

На основании исследования особенностей построения и реализации модели автоматизированного иерархического планирования мелкосерийного производства в условиях рынка формализована общая математическая модель иерархического планирования, учитывающая сетевое представление технологических процессов и ограниченные ресурсы, направленная на максимизацию прибыли в сложных организационно-производственных системах. Определены реальные классы объектов, для которых адекватна предложенная модель. Показано, как математическое обеспечение трехуровневой модели планирования мелкосерийного производства можно использовать для планирования функционирования этих объектов.

**ВВЕДЕНИЕ**

Иерархическое планирование содержит методологию решения комплексных задач и является общим для разнообразных систем планирования на основе подходящего выбора схем и методов агрегации и дезагрегации, находит применение в самых различных прикладных областях. В иерархическом подходе к планированию производства и управлению детальная монолитная формулировка заменяется последовательностью моделей, совместимых с иерархией принимаемых решений. Сначала принимаются агрегированные (стратегические и тактические) решения. Они налагают ограничения на более детальные (эксплуатационные, операционные). В свою очередь, детальные решения обеспечивают обратную связь для оценки качества агрегированных решений.

Наиболее изученная область использования иерархического планирования — производственное планирование и управление, подходы к которому и полученные результаты также применимы и в других областях. При решении задач производственного планирования обычно используют объемные методы и методы календарного планирования. Объемные методы не учитывают технологию изготовления изделий, что приводит к неравномер-

ности загрузки оборудования. Преимущество моделей календарного планирования — ограничение по ресурсам, гарантирующее отсутствие перегрузок.

Модели календарного планирования содержат в своей основе представление процесса изготовления изделий в виде графа связности, отражающего последовательность выполнения технологических операций. Задачи многосетевого планирования с ограниченными ресурсами относятся к труднорешаемым комбинаторным задачам. В области построения точных эффективных алгоритмов решения сложных комбинаторных задач А.А. Павловым и его учениками предложена новая конструктивная теория, заключающаяся в создании алгоритмов с полиномиальной и экспоненциальной составляющими — ПДС-алгоритмов [1]. Новым в предложенном подходе является выделение полиномиально разрешимых подклассов труднорешаемых комбинаторных задач не введением соответствующих ограничений в постановку задачи, а путем анализа процесса решения произвольной индивидуальной задачи.

На основании проведенных теоретических исследований и разработанной конструктивной теории на кафедре АСОИУ НТУУ «КПИ» создана система планирования производства мелкосерийного типа, основанная на трехуровневой модели планирования, которая отвечает принципиально новому уровню математического обеспечения. Цель данного исследования — сравнить различные производства, существующие методы планирования, показать возможность эффективного применения разработанной модели иерархического планирования мелкосерийного производства [2] и ее математического обеспечения для планирования в других организационно-производственных объектах.

## ОБЩАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЕРАРХИЧЕСКОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ОРГАНИЗАЦИОННО-ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ОБЪЕКТОВ С ОГРАНИЧЕННЫМИ РЕСУРСАМИ ПО КРИТЕРИЯМ МАКСИМИЗАЦИИ ПРИБЫЛИ

**Постановка задачи.** Пусть  $I = \{I_1, I_2, \dots, I_n\}$  — множество заданий, конкурирующих за множество ограниченных ресурсов  $M = \{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ . Совокупность производственных средств разделена на отдельные производственные модули (ячейки), каждая из которых входит в одну из групп однотипных ячеек.

Для каждого задания  $i \in I$  известны момент поступления  $r_i$ , директивный срок  $D_i$  и вес  $\omega_i$ , характеризующий единичную прибыль от выполнения. Каждое задание представлено сетью операций, связанных различными ограничениями предшествования. Операции могут выполняться одновременно, последовательно и независимо друг от друга. Для каждой из них  $j \in I_k$  известны длительность выполнения  $l_j$ , время наладки оборудования  $s_j$  и время перевозки  $u_j$ . Ресурсы, необходимые для выполнения операции  $j$ , задаются множеством  $R_j \subset M$ .

Необходимо сформировать номенклатурно-объемный план для каждой структурной единицы предприятия (ячейки) с распределением на плановый период и пооперационный план с привязкой к оборудованию таким образом, чтобы все ограничения (временные, предшествования и ресурсов) были удовлетворены. Планирование осуществляется по следующим критериям оптимальности и их комбинациям:

а) минимизация суммарного взвешенного момента окончания выполнения заданий при фиксированном отношении порядка на множестве операций каждого задания (максимизация суммарной прибыли предприятия)

$$\min \sum_{i=1}^n \omega_i C_i, \quad (1)$$

где  $C_i$  — момент окончания выполнения задания  $i$ ;

б) минимизация суммарного взвешенного момента окончания выполнения заданий при заданном отношении порядка на множестве операций каждого задания при условии, что известны моменты поступления всех заданий  $i \in I$  на выполнение  $r_i$ ;

в) максимизация суммарной прибыли предприятия при условии, что для всех заданий  $i \in I$  не могут быть нарушены директивные сроки  $D_i$ ,

$$\max \sum_{i=1}^n \omega_i U_i, \quad \text{где } U_i = \begin{cases} 1, & C_i = D_i, \\ 0, & C_i \neq D_i; \end{cases} \quad (2)$$

г) минимизация суммарного взвешенного опоздания выполнения заданий относительно директивных сроков

$$\min \sum_{i=1}^n \omega_i \max(0, C_i - D_i); \quad (3)$$

д) минимизация суммарного опоздания выполнения заданий относительно директивных сроков

$$\min \sum_{i=1}^n \max(0, C_i - D_i); \quad (4)$$

е) максимизация суммарной прибыли предприятия в случае, когда для всех заданий  $i \in I$  известны директивные сроки  $D_i$  и абсолютная величина прибыли  $\omega_i$ , не зависящая от момента окончания выполнения задания, если оно завершается без опоздания относительно директивного срока, иначе прибыль предприятия по этому заданию равна нулю

$$\max \sum_{i=1}^n \omega_i U_i, \quad U_i = \begin{cases} 1, & C_i \leq D_i, \\ 0, & C_i > D_i; \end{cases} \quad (5)$$

ж) минимизация суммарного штрафа предприятия за опережение или опоздание относительно директивных сроков (планирование точно в срок)

$$\min \sum_{i=1}^n \omega_i |C_i - D_i|. \quad (6)$$

В задачах г), ж) вес задания  $\omega_i$  характеризует потери предприятия при отклонении выполнения задания от директивного срока. Чем больше вес,

тем больше прибыль от выполнения задания и потери в случае нарушения директивных сроков. В задачах а), б), в), е) вес задания  $\omega_i$  характеризует прибыль предприятия.

Все указанные задачи решаются при следующих ограничениях:

- длительность выполнения каждого задания, а также агрегированной операции (т.е. совокупности операций, выполняемых в рамках одного захода в ячейку) определяется его критическим путем;
- общие агрегированные операции разных заданий лежат на их критических путях и выполняются в одной ячейке.

Задачи а)–ж) принадлежат классу NP-трудных задач в сильном смысле.

Данная постановка задачи аналогична постановке, реализованной в трехуровневой модели планирования мелкосерийного производства [2]. Общая схема решения следующая.

На основе детальной информации о заданиях, ресурсах и технологии производства на первом уровне модели планирования строится агрегированная модель путем объединения отдельных ресурсов и операций. Если для некоторых операций, требующих один и тот же ресурс, необходимо длительное время на его наладку, то при выполнении определенных условий (например, выполнение в заданном интервале времени) из их совокупности формируется одна общая агрегированная операция (планирование по семействам [3]). Это исключает необходимость наладки для операции, если она принадлежит тому же семейству, что и операция, выполненная перед ней. Время наладки учитывается в начале расписания или при переходе к другому семейству.

Агрегация — это процесс, обеспечивающий соответствие между моделями задач планирования производства и составления расписаний. Планирование устанавливает цели, а также ресурсы и временные ограничения для составления расписаний, а составление расписаний ответственно за развертку плана на детальные назначения ресурса и последовательности операций. Агрегация уменьшает трудоемкость планирования при принятии решений по потоку материалов и использованию ресурсов на более длинном отрезке планирования.

При агрегации необходимо учитывать следующие требования:

- удовлетворяются ограничения: временные (директивные сроки), по мощности ресурсов и отношений предшествования при выполнении операций;
- планы производства разворачиваются в выполнимые расписания;
- задачи планирования на основе агрегации имеют размеры и трудоемкость, позволяющие решать их эффективно.

Агрегация ресурсов заключается в физическом разделении производственных мощностей на ячейки производства, способные обработать несколько операций при соблюдении отношения порядка их выполнения.

Ячеечное производство — производная групповой технологии, основанная на поиске подобия в пределах системы производства и структуры изделия и использовании этого подобия для упрощения метода производства. Главные преимущества перехода к ячейчному производству — последовательное уменьшение времени нахождения материалов в производстве и

обработке, улучшение качества и подотчетности, а также обучения работников, высокая эффективность поставок и производительности, низкий уровень незавершенного производства, суммарная гибкость. Основанием для этих преимуществ является упрощение задачи планирования и общей координации выполнения заданий в системе ячеечного производства.

Второй уровень модели планирования (согласованное планирование), координирующий функционирование подразделений предприятия, состоит в распределении производственной программы на плановый период по критериям, согласованным с общим критерием оптимальности. Входной информацией является приоритетно-упорядоченная последовательность выполнения агрегированных операций, полученная в результате решения задачи минимизации суммарного взвешенного момента окончания выполнения заданий одним прибором при отношении порядка, заданного ориентированным ациклическим графом (МВМ) на графе, построенном на критических путях заданий. С помощью сформированной на этом уровне модели производственной программы взаимосвязываются все последующие детальные планы и графики. Эта программа гарантирует, что все последующие производственные расписания выполнимы, и оперативные планы, создаваемые на их основе, осуществимы.

На третьем уровне строится пооперационный план функционирования ячеек с привязкой к оборудованию (внутриячеечное планирование) по критериям, согласованным с критерием оптимальности деятельности предприятия. На этом уровне решаются следующие задачи (как для одного, так и для параллельных приборов, в случае независимых или взаимосвязанных заданий):

1. Минимизация суммарного взвешенного момента окончания выполнения заданий при фиксированном отношении порядка на множестве операций каждого задания.
2. Минимизация суммарного взвешенного опоздания выполнения множества заданий с различными директивными сроками.
3. Минимизация суммарного опоздания выполнения множества заданий.
4. Минимизация суммарного взвешенного опоздания выполнения множества заданий при условии, когда для отдельных заданий запрещены нарушения директивных сроков.
5. Минимизация суммарного штрафа за опережение или опоздание выполнения множества заданий относительно директивных сроков.
6. Минимизация суммарного взвешенного опоздания выполнения множества заданий при условии минимизации числа переналадок в ячейках.

### **Общая схема решения задачи**

#### **Первый уровень**

- а) построение агрегированной модели:
  - укрупнение операций;
  - объединение однотипных операций в семейства;
  - ячеечное представление ресурсов;
  - построение графа на критических путях заданий;
- б) решение задачи МВМ на графе на критических путях заданий для определения очередности выполнения заданий.

### **Второй уровень**

Согласованное планирование по критериям (1)–(6).

### **Третий уровень**

Внутризачечное планирование с привязкой к оборудованию.

Иерархическая декомпозиция сформулированной задачи адекватна трехуровневой модели планирования мелкосерийного производства, представленной системой взаимосвязанных математических моделей, позволивших решить проблему планирования функционирования объектов в комплексе. Реализация представленной модели осуществляется на основе математического обеспечения трехуровневой модели планирования мелкосерийного производства.

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАЛЬНЫХ КЛАССОВ ОБЪЕКТОВ, ДЛЯ КОТОРЫХ АДЕКВАТНА РАЗРАБОТАННАЯ ИЕРАРХИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ**

### **Планирование производства «на заказ»**

Этот метод (как и другие на основе проекта [3]) ориентирован на мощности и поток материалов. Заказы моделируются как проекты (множество  $I$ ), конкурирующие за ограниченные ресурсы (множество  $M$ ). Каждый проект  $i \in I$  имеет временные окна, установленные моментами их поступления  $r_i$  и директивными сроками  $D_i$ , а также заданный вес  $\omega_i$ , характеризующий прибыль от выполнения заказа. Проект представляется как сеть действий (операций), связанных различными ограничениями предшествования. Действие может требовать нескольких ресурсов и выполнения заданного объема работы. Оно может быть прервано. Действия являются агрегированными: представляют группы производственных, сборочных и т.д. операций.

Проект может быть описан деревом с корнем, так называемым проектным деревом, вершины которого представляют технологические операции. Вершины с несколькими потомками (преемниками) — это сборочные операции, с одним потомком — операции механической обработки либо присоединение купленной части к заготовке. Выполнение проекта во времени продвигается от листьев к корню (последней операции конечного изделия). Ребра — это строгие отношения предшествования, т.е. все потомки операций должны быть закончены прежде, чем могут начаться сами операции.

Каждая операция  $j$  проектного дерева имеет длительность обработки  $l_j$ , времена наладки  $s_j$  и перевозки  $u_j$ . Ресурсы, необходимые для  $j$ , задаются множеством  $R_j \in M$ . Они могут быть распределенными, географически рассеянными и даже принадлежать различным организациям. Мощности ресурсов ограничены и могут изменяться во времени.

Решением является назначение времен запуска операциям так, чтобы все ограничения (временные, предшествования и ресурса) были удовлетворены.

Главная цель планирования — максимизация суммарной прибыли предприятия при выполнении условий: выполнение заказов «точно в срок»,

минимизация суммарного взвешенного запаздывания относительно директивных сроков, минимизация суммарного штрафа как за опережение, так и за опоздание относительно директивных сроков (задачи 1–6).

Иерархическая декомпозиция сформулированной задачи адекватна общей математической модели иерархического планирования функционирования сложных организационно-производственных объектов и, следовательно, программа для производств, работающих «на заказ», может строиться по схеме, описанной выше, с помощью математического обеспечения этой модели.

Представленная трехуровневая модель реализует два вида иерархического планирования: точное (описанное выше) и прогнозное. При прогнозном планировании на основе агрегированной модели реализуется предварительное укрупненное распределение программы производства во времени по заданному критерию оптимальности на уровне агрегированных операций, лежащих на критических путях проектов. В результате такого планирования уточняются стратегические планы и возможности их выполнения, решаются задачи эффективного распределения ресурсов, выявления узких мест на производстве и, как следствие, необходимости приобретения дополнительного оборудования, формирования оптимального портфеля заказов, куда включаются наиболее выгодные для предприятия, т.е. такие, выполнение которых обеспечит получение предприятием, функционирующим в условиях рынка, максимальной прибыли при ограничениях на производственные ресурсы.

### Планирование рабочего цеха

**Постановка задачи.** Имеется множество машин  $M = \{M_1, M_2, \dots, M_m\}$  и множество заданий  $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$ , которые нужно выполнить. Каждое задание  $J_j$  — это последовательность  $k_j$  операций  $O_{1j}, O_{2j}, \dots, O_{k_jj}$  для обработки в заданном порядке. Для каждого задания  $J_j \in J$  известны момент поступления задания на выполнение  $r_j$ , вес  $\omega_j$  и директивный срок  $D_j$ . Для каждой операции  $O_{ij}$  задания  $J_j$  задана длительность ее выполнения  $l_{ij}$  на машине  $M_i \in M$  в течение непрерывного периода времени обработки. Никакая операция не может быть прервана. Предполагается, что в эту длительность может быть включено время подготовки или переналадки. Каждая машина может обрабатывать только одно задание, и каждое задание может обрабатываться только одной машиной одновременно (ограничения вместимости).

Необходимо составить расписание рабочего цеха по следующим критериям оптимальности: минимизация суммарного взвешенного момента окончания выполнения заданий, суммарного взвешенного запаздывания относительно директивных сроков, суммарного штрафа как за опережение, так и за опоздание относительно директивных сроков (задачи 1–6).

Задача относится к NP-трудным в сильном смысле, ее трудоемкость определяется функцией  $n!^m$ , т.е. задача  $20 \times 10$  может иметь  $7,3 \times 10^{183}$  возможных решений. С начала 50-х годов большое внимание исследовате-

лей уделялось решению данной задачи. Появились такие подходы, как метод ветвей и границ, моделированный обжиг, табу-поиск и т.д. Однако эти методы не достигли большого успеха из-за труднорешаемости, поэтому наиболее эффективными для решения производственных задач большой размерности оказались эвристические методы.

Планирование рабочего цеха осуществляется на основе агрегированной модели. Агрегация достигается посредством объединения отдельных ресурсов и операций в большие единицы. Агрегация ресурсов заключается в группировке приборов в агрегаты (сгруппированные приборы).

Одним из способов решения сформулированной задачи является схема, предложенная выше. Задача решается в три этапа.

#### **Первый уровень**

а) построение агрегированной модели и графа на критических путях заданий. Если для некоторых операций необходимо длительное время наладку машины, то при выполнении определенных условий (например, выполнение операций в заданном временном диапазоне) формируется одна общая операция, что на графе связности отображено общими вершинами;

б) решение задачи МВМ графа на графе на критических путях заданий для определения очередности выполнения заданий.

#### **Второй уровень**

Назначение агрегированных операций на выполнение агрегатами по алгоритмам, описанным в работе [2], в соответствии с критериями а)–ж).

#### **Третий уровень**

Пооперационное планирование с привязкой к оборудованию.

Таким образом, данная задача является частным случаем комплекса взаимосвязанных задач общей математической модели иерархического планирования функционирования сложных организационно-производственных объектов и реализуется с помощью ее математического обеспечения.

### **Планирование производства изготовления партий**

Производство партий — это процессы, в которых изделия изготавливаются партиями, а не непрерывным или дискретным способом. Заводы по производству партий привлекательны из-за их пригодности для выпуска мелкосерийных высокоценных изделий, которые становятся все более важными при быстрых изменениях рынка. Такой подход обычно используется в фармацевтической, полимерной, продовольственной и химической областях промышленности, потому что он обеспечивает необходимую гибкость для учета различных требований производства с использованием одних и тех же средств. Производство партий характеризуются [5]:

- Производственными процессами, состоящими из множества операций, выполняющихся независимо и партиями.
- Разделением ресурсов (таких, как оператор, пар, электричество или вспомогательное оборудование).
- Наличием промежуточного хранилища для отделения операций и смягчения эффекта от изменения или сбоев в процессе.
- Многоцелевым оборудованием (например, часть оборудования может использоваться для обработки и как модуль хранения).

- Гибкостью в настройке (так как оборудование может часто соединяться различными способами).
- Затратами на наладку, зависящими от плана производства (например, очистка оборудования до производства другого назначенного изделия или партии).
- Высококачественными спецификациями.

Процесс обработки партий — трудная область для автоматизированных систем составления расписаний. С одной стороны, в отличие от других типов производства, процесс обработки партий не является ни непрерывным (в нем нет устойчивого притока сырья, приводящего к устойчивому оттоку изделий), ни дискретным (в нем нет изготовления или сборки индивидуальных элементов). С другой стороны, среда завода является динамической, например, оборудование ломается, приходят новые заказы, и требуются разделенные ресурсы, что вызывает необходимость использования моделей сложных задач и ресурсов [6].

Приведенные выше модели планирования мелкосерийного производства и рабочего цеха разработаны для дискретных производств. Модель рабочего цеха может содержать некоторые основные характеристики производств партий, однако она слишком проста даже с некоторыми недавними расширениями [7], чтобы точно описать такие аспекты производства партий [6]:

- Приборы одноразового использования. Создание изделия состоит из некоторого числа последовательных шагов, каждый из которых требует определенных приборов. В модели рабочего цеха планировщики не свободны выбирать приборы, хотя они обычно должны так делать на многих заводах по производству партий.
- Единственная последовательность операций. Работа является простой последовательностью операций в модели рабочего цеха. Однако во многих инструкциях по производству партий имеются многократные и одновременные действия. Ограничения предшествования также существуют среди операций различных действий на заводе партий.
- Упрощенное понимание ресурса. Модель рабочего цеха не содержит более сложные типы ресурса, появляющиеся в процессах производства партий, таких, как промежуточное хранение с конечной емкостью.

Кроме того, из-за чрезвычайной трудности составления расписаний, затраты на наладку, зависящие от последовательности работ, редко учитываются, хотя задачи этого типа действительно появляются в производстве партий. Например, если продовольственный завод должен произвести темные (такие, как шоколад) и светлые (такие, как ваниль) изделия, то повозки должны очищаться между производством партий. Такая очистка будет намного легче, если партия светлых изделий обрабатывается до темных. Поэтому модель производства партий должна быть более гибкой и выразительной.

Традиционная задача составления расписаний производства партий дополняется следующими условиями [8]:

- Промежуточное хранение между стадиями обработки.
- Ограничения на порядок обработки между операциями.

- Времена перемещения между различными обрабатывающими модулями.
- Допускаются одновременные многократные действия.
- Структура сети обработки.

Качество расписания партий, на которое критически влияет структура сети обработки и промежуточное хранилище, может быть измерено одним или комбинацией следующих критериев производительности:

- Длина расписания (суммарное время для завершения всех работ).
- Максимальное или среднее (по всем работам) время потока (от момента поступления заявки до ее завершения).
- Максимальное или среднее (по всем работам) запаздывание (задержка между завершением работы и директивным сроком).
- Суммарная стоимость переключения, или стоимость наладки (включается в случае переключения между операциями работ).

Длина расписания, среднее время потока и максимальное запаздывание — наиболее изученные критерии, в то время как длина расписания, суммарное запаздывание и суммарная стоимость наладки — три критерия, чаще всего используемые в промышленности [9].

Многостадийный характер сети по производству партий допускает несколько вариантов хранения и ожидания [8]: неограниченное промежуточное хранение, конечное промежуточное хранение, без промежуточного хранения, бесконечное (неограниченное) ожидание, конечное ожидание, нулевое ожидание.

Планирование производства партий — метод, определяющий порядок выполнения изделия для оптимизации желаемого критерия при существующих ограничениях. В работах [8, 10] приведены краткие обзоры роли планирования, указывающие на зависимость планирования от структуры сети, т.е. расположения машин и потока материалов, характерных для химической промышленности. Проблемы планирования определяются наличием таких составляющих [8]:

- множества  $n$  изделий (выполненных);
- множества  $m$  машин (доступных);
- критерия оптимальности планирования;
- множества времен (длительностей) выполнения операций;
- множества правил, управляющих процессом производства (порядком действий, емкости хранения и т.д.).

Рассматриваются следующие типы структуры сети: параллельные, последовательные и параллельно-последовательные, или обобщенные последовательные (рис. 1, 2). Параллельные сети состоят из нескольких машин (механизмов), которые могут выполнять один и тот же процесс параллельно. В параллельной сети не рассматриваются промежуточные области хранения. Каждая параллельная поточная линия состоит из ряда машин (механизмов) и независима от других параллельных поточных линий. Параллельные поточные линии называют последовательными сетями. Хотя параллельные структуры весьма распространены в химической промышленности, последовательные сети наиболее приемлемы для многономенклатурных химических заводов. В отличие от параллельной, последовательная сеть рассматривает промежуточные емкости хранения.

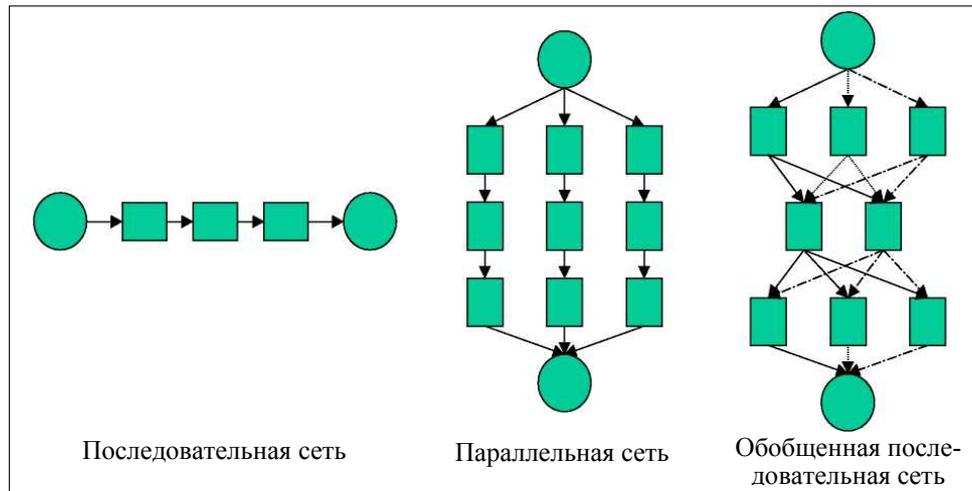


Рис. 1. Структуры сети для производства партий

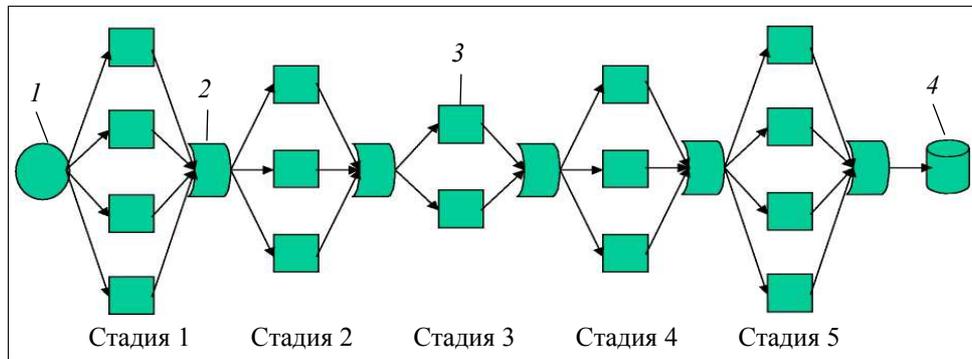


Рис. 2. Пример последовательно-параллельной сети из пяти стадий: 1 — сырье; 2 — область хранения; 3 — обрабатывающий модуль; 4 — конечное изделие

Химические заводы обычно состоят из одной или более стадий (областей) обработки с множеством параллельных машин на каждой стадии [10]. Это известно как последовательно-параллельная система.

Другие характеристики планирования: открытый/закрытый цех, отсутствие/наличие прерываний. В открытом цехе все заказы клиента выполняются непосредственно, без складирования. В закрытом — все запросы клиента обслуживаются со склада, и в результате пополняются склады [11].

На многономенклатурных заводах работы следуют по установленному маршруту через завод партия за партией. Эти заводы обычно имеют одностадийные серийные производственные линии, т.е. одну группу однотипных приборов. Особенная конфигурация завода известна как многоцелевой завод или рабочий цех. Он состоит из общецелевого оборудования для производства множества разнообразных изделий, следующих по различным маршрутам через завод. Отличительная особенность таких заводов: в среде с многоцелевыми приборами заданный прибор может использоваться в различных процессах, т.е. допускается существование альтернативных приборов. Многоцелевые заводы выполняют упорядоченные работы одновременно

но на всем заводе, и очередность последовательных запусков производства партий может меняться [12].

## МОДЕЛЬ ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА ПАРТИЙ МНОГОНОМЕНКЛАТУРНОГО ЗАВОДА

Рассмотрим многономенклатурный завод по производству партий в химической промышленности. Структура процесса производства представлена одной или более стадиями обработки с параллельными приборами (производственными линиями) на каждой стадии. Заводов такого типа большинство среди химических производств [13]. Задача исследования заключается в составлении расписаний производства для химического завода с многостадийной последовательно-параллельной сетью по критериям минимизации суммарного запаздывания или суммарного взвешенного запаздывания выполнения заданий.

**Постановка задачи.** Дано:

- открытый поточный цех с последовательно-параллельной сетью и фиксированным промежуточным хранением;
- многономенклатурный завод партий с фиксированными размерами партии, зависящими от размера транспортного средства;
- множество заказов потребителя, для которых известны директивные сроки.

Партии многократно проходят через  $n$  стадий обработки с несколькими внефазными параллельными приборами на каждой стадии. Поточная линия работает без прерываний. Изделия производятся в одном и том же порядке на всех стадиях. В любой момент времени все приборы одного типа могут использоваться только для одного изделия. Заданы времена обслуживания на приборах и времена погрузки/разгрузки/транспортировки (ПРТ) для каждой стадии. Длительность обработки равна сумме времени механической обработки и времени ПРТ. Заданы зависящие от изделия времена наладки.

Ограничения:

- сырье всегда доступно;
- все исполнители и поточная линия работают непрерывно;
- отсутствуют поломки и износ приборов;
- все работы доступны в начальный момент времени;
- времена ПРТ не зависят от изделия;
- каждый заказ потребителя содержит только одно изделие;
- каждый заказ может быть изготовлен на доступном оборудовании;
- каждый заказ может быть обработан в разное время;
- каждый заказ содержит целое число партий полного размера, все партии одного и того же размера;
- машинное время для заказа зависит от изделия;
- период наладки оборудования необходим перед производством нового изделия.

Цель: построить расписание для заданной системы по критериям минимизации суммарного запаздывания или суммарного взвешенного запаздывания выполнения заданий.

Поставленная задача сводится к задаче для одного прибора по указанным критериям при условии, что заданы времена переналадки прибора. Эти задачи составляют третий уровень модели планирования мелкосерийного производства.

## МОДЕЛЬ ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА ПАРТИЙ МНОГОЦЕЛЕВОГО ЗАВОДА

**Постановка задачи.** Рассматривается многоцелевой завод по производству партий. Пусть  $I = \{I_1, I_2, \dots, I_n\}$  — множество заказов, конкурирующих за множество ограниченных ресурсов  $M = \{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ . Совокупность производственных средств разделена на отдельные производственные модули (ячейки), каждая из которых входит в одну из групп однотипных ячеек.

Для каждого заказа  $i \in I$  известны момент поступления  $r_i$ , директивный срок  $D_i$  и вес  $\omega_i$ , характеризующий единичную прибыль от выполнения заказа. Каждый заказ представлен сетью операций, связанных различными ограничениями предшествования. Операции могут выполняться одновременно, последовательно и независимо друг от друга. Для каждой операции  $j \in I_k$  известны длительность выполнения  $l_j$ , время наладки оборудования  $s_j$  и время перевозки  $u_j$ . Многостадийный характер сети по производству партий допускает неограниченное промежуточное хранение. Ресурсы, необходимые для выполнения операции  $j$ , задаются множеством  $R_j \subset M$ . Заданы описания производственного процесса для каждого заказа, в которых отражаются

- альтернативные процессы изготовления (группа технологически допустимых производственных альтернатив);
- список альтернативных приборов (все эквивалентные приборы, которые могут быть использованы для выполнения конкретной операции).

Цель: построить расписание для заданной системы по критериям (1)–(6) и их комбинациям таким образом, чтобы все временные ограничения, ограничения предшествования и ресурсов были удовлетворены.

Задача решается в два этапа: планирование и составление расписаний. При планировании может быть использовано математическое обеспечение общей модели планирования сложных организационно-технических объектов (первый и второй уровни модели).

Диалоговый анализ допустимых планов и расписаний позволяет определить эффективную по заданному критерию очередность запуска заказов в производство, наиболее выгодные маршруты их изготовления, наиболее эффективное использование ограниченных ресурсов, а также сформировать эффективное множество заказов (наиболее выгодные для предприятия, т.е. такие, выполнение которых обеспечит получение предприятием максималь-

ной прибыли). На этапе планирования исключается множество недопустимых решений, что позволяет на этапе составления расписаний сосредоточиться на допустимых решениях.

На этапе составления расписаний математическое обеспечение общей модели может быть использовано только для отдельных частных случаев поставленной задачи планирования производства партий.

## ПЛАНИРОВАНИЕ РАБОТ ПО СТРОИТЕЛЬСТВУ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

**Постановка задачи.** Задано множество операций (работ)  $J = \{J_1, J_2, \dots, J_n\}$  по застройке  $n$  объектов. На каждом подмножестве  $J_k \subset J$  задан частичный порядок ориентированным ациклическим графом  $G_k$ . Вершины графа отвечают операциям, связи указывают на отношения предшествования. Отношение предшествования задается на основе документации по застройке рассматриваемых объектов. Конечные вершины соответствуют готовым объектам. Для каждой вершины  $j$  графа  $G_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , известна длительность выполнения  $l_j$  (для некоторых вершин  $l_j$  может принимать различные значения в зависимости от размера вложенных инвестиций, которые определяют длительность выполнения операции (работы). Для каждого объекта  $i \in I$  ( $I$  — множество конечных вершин графов) задан вес  $\omega_i$  — коэффициент важности объекта. Для отдельных объектов заданы дополнительные условия: время  $r_i$  начала выполнения работ  $j \in J_i$  (время начала строительства  $i$ -го объекта,  $i \in I$ ), директивный срок окончания  $D_i$ .

Для выполнения работ используется система обслуживания в виде множества ограниченных ресурсов (бригад, оборудования), определяемых в соответствии с размером инвестиций.

Необходимо построить такой календарный план выполнения работ по строительству объектов, чтобы достигался оптимум одного из функционалов (1)–(6) или их комбинаций.

Задачи решаются при следующих ограничениях:

- длительность строительства каждого объекта определяется его критическим путем;
- общие бригадокомплекты разных объектов лежат на их критических путях и выполняются одной бригадой (бригадокомплект — это совокупность работ, выполняемых одной бригадой до передачи следующей бригаде).

План строительства осуществляется в два этапа. На первом — создается агрегированная модель, в которой весь объем работ представляется как совокупный граф выполнения бригадокомплектов. На основе агрегированной информации строится граф на критических путях. Вершины полученного графа — это бригадокомплекты. Дуги отражают последовательности выполнения бригадокомплектов согласно технологии строительства. Конечные вершины соответствуют готовым объектам. Если для некоторых групп однотипных бригадокомплектов требуется общее, достаточно большое время

на подготовительные работы, закупку или доставку материалов, то формируется один общий бригадокомплект. На графе связности это отражено общими вершинами. Для бригадокомплектов, входящих в состав общих вершин, уже не требуется учитывать время на наладку оборудования для каждого бригадокомплекта в отдельности, что позволяет существенно сократить длительность строительства объектов.

Для определения приоритетов объектов при построении согласованного плана строительства в соответствии с вышеуказанными критериями оптимальности, важно на первом этапе решить задачу МВМ для случая, когда весовые коэффициенты всех вершин графа связности, кроме конечных, равны нулю [14–16]. В результате решения этой задачи формируется последовательность выполнения бригадокомплектов  $\sigma^{\text{опт}}$ , в которой подпоследовательности их упорядочены по убыванию приоритетов, определяющих очередность запуска.

На втором этапе составляется согласованный план строительства объектов. Приоритеты бригадокомплектов, полученные на первом этапе, служат дополнительной информацией, позволяющей значительно повысить эффективность полученных решений.

## СТРУКТУРА АЛГОРИТМИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

### Блок 1

1. Построение графа взаимосвязи бригадокомплектов.
2. Построение алгоритмической модели.
3. Поиск критических путей объектов.
4. Поиск общих вершин на критических путях и построение графа на критических путях объектов.
5. Построение допустимого расписания выполнения бригадокомплектов (последовательности  $\sigma$ , содержащей вершины графа на критических путях).
6. Оптимизация последовательности  $\sigma$  согласно выбранному критерию оптимальности (построение последовательности  $\sigma^{\text{опт}}$ ).
7. Разбивка общих вершин на цепочки вершин по критическим путям и формирование нового графа на критических путях.
8. Распределение последовательности бригадокомплектов  $\sigma^{\text{опт}}$  по бригадам на выполнение в соответствии с новым графом на критических путях объектов.
9. Переопределение набора общих вершин согласно фактической информации о распределении. Если набор общих вершин не изменился, переход на шаг 11, иначе на шаг 10.
10. Формирование графа на критических путях с новым набором общих вершин и повторное выполнение шагов 5 и 6. Переход на шаг 11.
11. Дополнение последовательности бригадокомплектов  $\sigma^{\text{опт}}$  вершинами, которые не принадлежат критическим путям объектов (последовательность  $\sigma^*$ ).

## Блок 2

Построение плана строительства объектов (распределение бригадокомплектов последовательности  $\sigma^*$  для обслуживания их множеством бригад с учетом указанных выше критериев оптимальности).

Детальный анализ полученного плана строительства позволяет на этапе прогнозного планирования выявлять узкие места, принимать решения о привлечении дополнительных финансовых и производственных ресурсов (бригад), а также о дополнительном приобретении оборудования, определять загрузку оборудования и корректировать проектные решения при составлении плана строительства на всех уровнях планирования.

## ВЫВОДЫ

1. Исследована возможность эффективного применения трехуровневой модели планирования мелкосерийного производства [2] и ее математического обеспечения, основанного на новой конструктивной теории решения NP-трудных задач календарного планирования. В отличие от объемных методов планирования современных разработок, методы календарного планирования учитывают сетевое представление процесса производства и ограниченные ресурсы, что позволило создать высокоэффективные методы точного и приближенного решения задач теории расписаний, лежащих в основе разработанной модели, по критериям выполнения заказов точно в срок, минимизации суммарного взвешенного момента окончания выполнения заданий, суммарного взвешенного опоздания выполнения заданий, а также минимизации штрафов за опережение и опоздание относительно директивных сроков.

2. Формализована общая математическая модель иерархического планирования, учитывающая сетевое представление технологических процессов и ограниченные ресурсы и направленная на максимизацию прибыли в сложных организационно-производственных системах. Определены классы реальных объектов, для которых адекватна предложенная модель.

3. Приведено сравнение различных производств, существующих методов планирования и показано, как применять математическое обеспечение трехуровневой модели планирования мелкосерийного производства при планировании в других организационно-производственных системах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Pavlov A.A., Pavlova L.A.* PDC-algorithms for intractable combinatorial problems. Theory and methodology of design. — Uzhhorod: «Karpatskij region» shelf, 1997. — 320 p.
2. *Павлов А.А., Теленик С.Ф.* Информационные технологии и алгоритмизация в управлении. — Київ: Техніка, 2002. — 344 с.
3. *Bitran G.R., Tirupati D.* Hierarchical Production Planning // Handbooks in Operations Research and Management Science. V. 4. Logistics of Production and Inventory / Edited by S.C. Graves, A.H.G. Rinnooy Kan and P.H. Zipkin. — Amsterdam: Elsevier Science Publishers B. V. — 1993. — P. 523–568.

4. Павлов А.А., Павлова Л.А. Основы методологии проектирования ПДС-алгоритмов для труднорешаемых комбинаторных задач // Проблемы информатики и управления. — 1995. — № 4. — С. 135–141.
5. Liu R. A Framework for Operational Strategies for Pipeless Plants. Ph.D. thesis, Department of Chemical Engineering of The University of Leeds. — 1996. — P. 26–28.
6. Goldman R.P., Boddy M.S. A constraint-based scheduler for batch manufacturing // IEEE Expert. — 1997. — **12 (1)**. — P. 49–56.
7. Chen B., Potts C.N., Woeginger G.J. A Review of Machine Scheduling: Complexity, Algorithms and Approximability // Handbook of Combinatorial Optimization / Edited by Du D.-Z. and P. Pardalos P. — Kluwer Academic Publishers, 1998. — **3**. — P. 21–169.
8. Reklaitis G.V. Review of scheduling of process operations // AIChE Symposium Series: Computer-Aided Process Design and Analysis. — 1982. — **78 (214)**. — P. 119–133.
9. Scheduling in Batch Processes / H. Ku, D. Rajagopalan, I. Karimi // Chemical Engineering Progress. — 1987. — P. 35–45.
10. An approximate method for the production scheduling of industrial batch processes with parallel units / R.F.H. Musier, L.B. Evans // Computers & Chemical Engineering. — 1989. — **13 (1–2)**. — P. 229–38.
11. Graves S.C. A review of production scheduling // Operations Research. — 1981. — **29**. — P. 646–75.
12. Rich S.H., G.J. Prokopakis. Scheduling and sequencing of batch operations in a multipurpose plant // Industrial and Engineering Chemistry. Process Design and Development. — 1986. — **25**. — P. 979–88.
13. Overturf B.W., Reklaitis G.V., Woods J.W. GASP IV and the simulation of batch/semi-continuous operations: single train process // Industrial and Engineering Chemistry. Process Design and Development. — 1978. — **17 (2)**. — P. 161–165.
14. Конструктивные полиномиальные алгоритмы решения индивидуальных задач из класса NP / А.А. Павлов, Л.А. Павлова, Е.Б. Мисюра и др. — Київ: Техніка, 1993. — 126 с.
15. Основы системного анализа и проектирования АСУ: Учебн. пособие / А.А. Павлов, С.Н. Гриша, В.Н. Томашевский и др. Под общ. ред. А.А. Павлова. — Київ: Вища шк., 1991. — 367 с.
16. Решение задачи согласованного планирования функционирования предприятия по критерию минимизации суммарного взвешенного опоздания в системе СПУМП / А.А. Павлов, Е.Б. Мисюра, О.В. Щербатенко и др. // Вісн. НТУУ «КПІ». Інформатика, управління та обчислювальна техніка. — 2004. — № 42. — С. 3.

Поступила 10.07.2005