УДК 004.423

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ БАЗОВОГО АЛГОРИТМА АДАПТИВНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Г.Б. ОДИШАРИЯ, Г.И. КОЧОРАДЗЕ

Приводятся результаты качественного (графического) анализа основных свойств работы базового алгоритма при воздействии гауссовых шумов. На основе компьютерного моделирования с использованием MatLab v.6.5 показано, что воздействие шумов усложняет динамику сходимости. При отсутствии шумов возрастает качество идентификации для реализаций с большим количеством шагов. При воздействии шумов реализации, имеющие количество шагов, меньшее или равное размерности входного вектора объекта управления, ухудшают качество идентификации, а затем с увеличением их количества многошаговые реализации базового алгоритма улучшают качество с меньшим количеством шагов.

ВВЕДЕНИЕ

На основе методов компьютерного моделирования в статье исследуется алгоритм адаптивной идентификации, полученный с применением метода наименьших квадратов в результате минимизации функционала, отражающего среднеквадратичное отклонение модельных и измеряемых значений. Алгоритм назван базовым [например, 1, 2], потому что из него в зависимости от числа вычислительных шагов, т.е. числа измеряемых значений, используемых в процессе оценивания параметров модели, получаются разные алгоритмы, которые далее в тексте описываются как конкретные реализации базового алгоритма с соответствующим числом вычислительных шагов.

Ранние исследования посвящены 1-шаговым [1, 2] и 2-шаговым [2, 3] реализациям базового алгоритма, формализовать которые из обобщенного выражения базового алгоритма удается сравнительно легко. Однако с ростом количества вычислительных шагов, используемых в конкретной реализации базового алгоритма, вывод соответствующих формул, пригодных для программных вычислений затрудняется или становится практически невозможным и неудобным в расчетах. Из этого положения авторы предлагаемой статьи нашли выход в использовании матрично-ориентированного языка программирования MatLab v.6.5.

Свойства базового алгоритма адаптивной идентификации при отсутствии стохастических воздействий на моделируемый объект управления исследованы в работе [5]. Цель данной статьи — описать поведение разных реализаций базового алгоритма при воздействии на выходе объекта управления непредсказуемых помех и произвести соответствующий анализ полученных результатов.

ФОРМАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ И БАЗОВОГО АЛГОРИТМА

Рассматривается открытая система (рис.1), состоящая из обьекта управления (ОУ) и измеряющего устройства (ИУ). Предполагается, что на выходе системы с интенсивностью K_ξ воздействует нормально распределенный гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией 1. На рис. 1 y — скалярный выход системы; ξ — воздействущий скалярный гауссовский шум; x — измеряемый n-компонентный вектор входных переменных (обозначен двойной стрелкой).

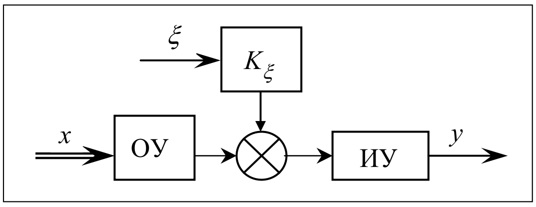

Рис. 1

Модель ОУ, описывающая зависимость скалярного выхода y от измеряемых компонентов входного вектора x в дискретные моменты времени N , представляется следующим образом:

$$y_N = h_N^T x_N + K_\xi \xi_N \,, \tag{1}$$

где h^T — неизвестный вектор параметров модели объекта управления, который в результате процесса идентификации заменяется его оценочным вектором k^T , определение каждой из компонент которого в каждый текущий дискретный момент времени N происходит с помошью конкретной m -шаговой реализации так называемого базового алгоритма

$$k_{iN} = \frac{\left|(1-\alpha)E_i + \alpha \sum\limits_{j=N-m+1}^{N} a_i(j)\right|}{\left|(1-\alpha)E + \alpha \sum\limits_{j=N-m+1}^{N} a(j)\right|}, \quad i = 1,2,\ldots,n, \;\; j = 1,2,\ldots,m, \;\; N = 1,2,\ldots, \tag{2}$$

являющегося общим решением задачи минимизации с критерием [1]

$$J = (1-\alpha)(k_N k_{N-1})^T (k_N - k_{N-1}) + \alpha \sum_{j=N-m+1}^{N} (y_N - k_j^T x_j)^2 \,. \tag{3}$$

Первое слагаемое в правой части (3) отражает оценку дисперсии модельного и реального значений за все прошедшее время, а второе — текущую оценку той же дисперсии. Поэтому когда алгоритмический параметр α выбран максимальным, т.е. когда $\alpha = 1$, первое слагаемое в правой части выражения (3), отражающее предысторию процесса, становится малозначимой, и оценивание соответствующих параметров происходит на основе текущих измеряемых значений. Противоположный случай, т.е. когда значение α близко к нулю, отражает факт учета с очень малым весом в оцениваниях параметров модели (1) текущих измеряемых значений. Таким образом, алгоритмический параметр α может меняться на полусегменте (0,1]. В зависимости от того, насколько достоверны текущие измеряемые значения, выбирается конкретное значение α. Например, если процесс детерминированный, и стало быть измеряемые значения максимально достоверны, α выбирается равной 1.

В выражении (2) E — единичная матрица; E_i — матрица, полученная из единичной при замене в ней i-го столбца вектором

$$k_{N-1}^T = \{k_{1,N-1}, k_{2,N-1}, \ldots, k_{n,N-1}\}^T,$$

а матрица $a(j)$ является оценкой корреляционной матрицы входных воздействий, соответствующей j-му такту. Матрица $a_i(j)$ отличается от $a(j)$ тем, что i-й столбец в ней заменен столбцом

$$\left\| x_{1,N-m} + j y_{N-m+j} x_{2,N-m+j}, \ldots, x_{n,N-m+j} y_{N-m+j} \right\|,$$

$$j = 1, 2, \ldots, m, \quad j = 1, 2, \ldots, n, \quad n = 1, 2, \ldots \tag{4}$$

В выражениях (2) – (4) m — число вычислительных шагов, отражающее количество измеряемых величин в вычислениях для оценивания параметров модели (1). Таким образом число m определяет количество вычислительных шагов в расчетах по оцениваниям неизвестных параметров с использованием конкретной реализации базового алгоритма (2).

В результате проведения процедуры оценивания неизвестного вектора h^T исходная модель (1) заменяется оценочной моделью

$$y_N^* = k_{n-1}^T x_N. \tag{5}$$

Структура, приведенная на рис. 1, выбирается потому, что в данной статье акцентируется внимание именно на оценивании модели, а координаты входного вектора x должны быть линейно независимы. Это обеспечивает наиболее возможную сходимость той или иной реализации базового алгоритма адаптивной идентификации. Исследование свойств алгоритма адаптивной идентификации в режиме управления с обратной связью, т.е. в режиме включения в цепи обратной связи адаптивного идентификатора, является темой дальнейших исследований. В таком режиме были проведены исследования одношагового алгоритма [1, 2]. Сходимость в этом случае ухудшалась по сравнению с открытой схемой (рис. 1), поскольку одна из входных компонент воспринималась как управляющее воздействие, линейно зависящее от других составляющих входного вектора x, чем нарушалась линейная независимость.

УСЛОВИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Компьютерное исследование свойств алгоритма происходит следующим образом.

Вводится вектор ошибки $\theta_N^T = (h - k_N)^T$, компоненты которого рассчитываются по формуле

$$\theta_{i,N} = h_i - \frac{\left|(1-\alpha)E_i + \alpha \sum_{j=N-m+1}^{N} a_i(j)\right|}{\left|(1-\alpha)E + \alpha \sum_{j=N-m+1}^{N} a(j)\right|}, \quad j = 1,2,...,m, \; i = 1,2,...,n. \qquad (6)$$

Компоненты h_i, $i = 1,2,...,n$ неизвестного вектора h^T из (2) выбираются как равномерно распределенные случайные величины в соответствующем цикле соответствующей программы.

Ошибка идентификации оценивается евклидовой нормой

$$|\theta_N|^2 = \theta_N^T \theta_N = \theta_{1,N}^2 + \theta_{2,N}^2 + ... + \theta_{\nu,N}^2 + ... + \theta_{n,N}^2 \qquad (7)$$

с исходным значением $|\theta_0|^2 = 100$.

Значения компонент $x_{1N},...,x_{nN}$ входного вектора выбраны нормально распределенными случайными величинами с нулевым математическим ожиданием и дисперсией 1. Как отмечалось выше, воздействующий на модель (1) шум ξ_N, является гауссовским и имеет также математическое ожидание, равное нулю, и дисперсию, равную 1. С целью обеспечения статистической эквивалентности воздействующего на объект шума относительно компонент входного вектора x в выражении (1) предполагалось $K_\xi = 1$.

Исследуется модель (1) с десятью компонентами входного вектора x, т.е. полагается $n = 10$.

Так как в данной статье предлагается сугубо компьютерное исследование, то исходная информационная выборка измерительных данных формируется соответствующим генератором случайных чисел из MatLab v.6.5.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ БАЗОВОГО АЛГОРИТМА

Приведенные ниже графики отображают зависимость изменения во времени ошибки идентификации, т.е. на осях абсцисс изображено дискретное время N (шаги итерации), а на осях ординат — соответствующее изменение квадрата нормы ошибки идентификации (7), расчитываемой по формуле (6). Изображенные кривые — 1-, 2-, 5-, 10-, 50-, 100- и 500-шаговые реализации базового алгоритма — при значениях $m = 1, 2, 5, 10, 50, 100, 500$.

1. Алгоритмический параметр в (2) очень мал: $\alpha = 0{,}0001$. На рис. 2 видна монотонная сходимость ошибки идентификации к нулю с разной скоростью сходимости. Наилучшую сходимость имеет 500-шаговая реализация базового алгоритма (2), квадрат ошибки идентификации меньше $\varepsilon = 0{,}0001$

в пределах $N = 500 \ldots 600$. 100- и 50-шаговые реализации (2) сходятся удовлетворительно в пределах $N = 600$ шагов итераций, причем 100-шаговая реализация сходится лучше, чем 50-шаговая. Остальные, приведенные на рис. 2, в пределах 600 шагов итерации далеки от даже удовлетворительной сходимости.

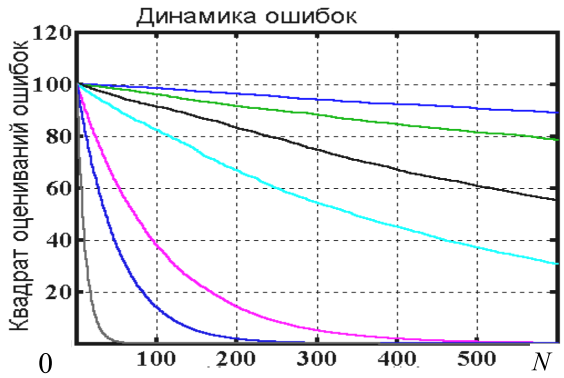

Рис. 2

На рис. 3 дано сравнение поведения 100- и 500-шаговых реализаций базового алгоритма при развитии процесса оцениваний параметров во времени. Основываясь на изменении соответствующих кривых, можно заключить, что динамика сходимости у 500-шаговой реализации лучше.

Рис. 3

2. Дальнейший рост α, в частности до $\alpha = 0{,}01$, улучшает сходимость всех реализаций базового алгоритма, и это показывают кривые на рис. 4, которые расположились ближе к оси ординат.

На рис. 4 кривая, соответствующая 1-шаговой реализации базового алгоритма почти совмещается с осью абсцисс примерно при $N = 250$, в то время как при $\alpha = 0{,}0001$ (см. рис. 2) эта же кривая далека от сходимости. 500- и 100-шаговые реализации (2) на рис. 4 почти перекрылись и сходятся очень быстро, так как они, начиная почти с нуля, совмещены с осью абсцисс. Это указывает на существенное улучшение сходимостных качеств при $\alpha = 0{,}01$ по сравнению с $\alpha = 0{,}0001$ (см. рис. 2).

Как и при $\alpha = 0{,}0001$ (см. рис. 3) более высокошаговые реализации здесь также ведут себя лучше, что видно на рис. 5. 500-шаговая реализация (сплошная линия) расположена ниже 100-шаговой (прерывистая линия). Средние значения обеих кривых колеблются соответственно в пределах $0{,}01-0{,}02$ для 500-шаговой и $0{,}02-0{,}06$ для 100-шаговой реализаций базового алгоритма (2).

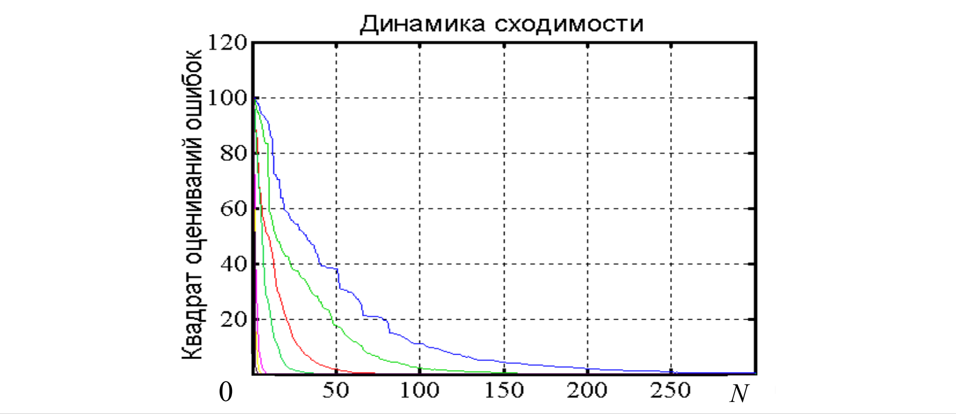

Рис. 4

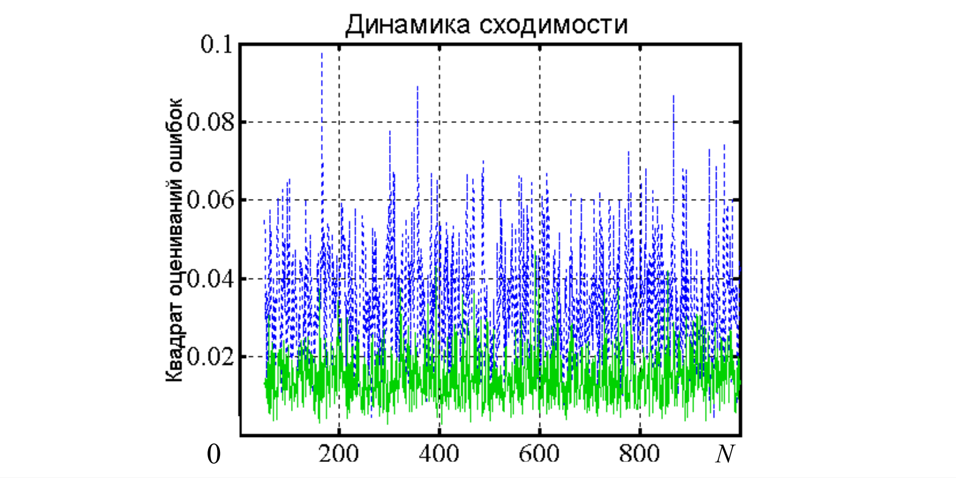

Рис. 5

3. Рассмотрим случай, когда α больше 0,1. На рис. 6 приведен график для $\alpha = 0{,}125$, из которого видно усиление тенденции повышения качеств сходимости. 1-шаговая реализация почти совмещается с осью абсцисс при значениях, меньших $N = 100$. 50-, 100- и 500-шаговые реализации перекрываются и совмещаются с осью абсцисс, начиная примерно с $N = 20...25$, вместо $N = 50...60$ на рис. 4. Но, в отличие от предыдущих случаев с более низкими значениями α, здесь появляется влияние возмущений в зоне сходимости для некоторых реализаций базового алгоритма (2), чему соответствует присутствие очень слабых пикообразных выступов на всем протяжении оси абсцисс. Поведение кривых в пределах зоны сходимости видно на рис. 6–10.

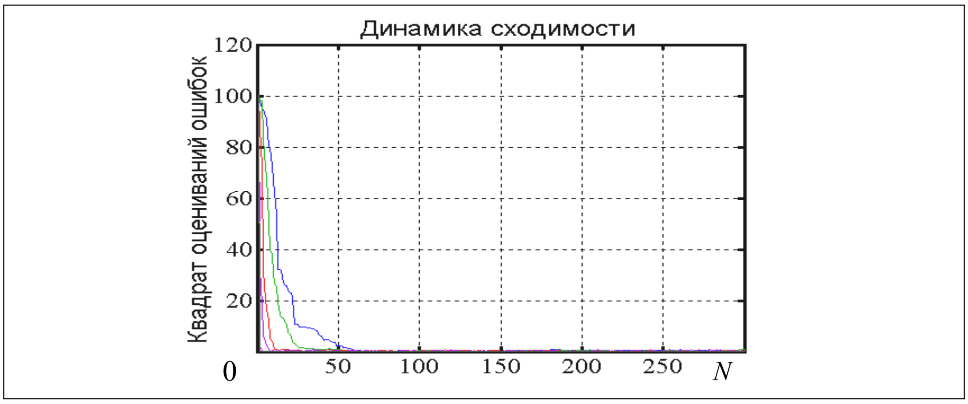

Рис. 6

Рис. 7

Рис. 8

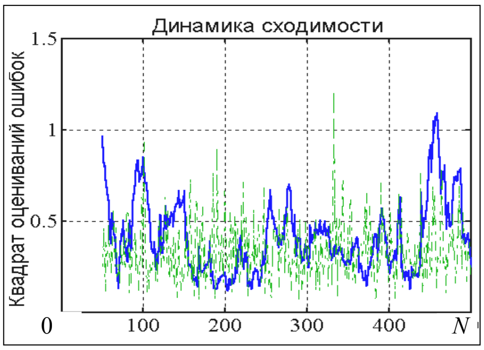

Рис. 9

Рис. 10

На рис. 7 изображены графики сравнения 1- и 5-шаговых реализаций базового алгоритма (2). В результате воздействия помех видим, что в начале 1-шаговая реализация имеет худшую сходимость, но потом она вместе с 5-шаговой ведут себя в среднем одинаково. Однако результаты исследований из работы [5] показывают, что при отсутствии шумов должно быть наоборот. Примерно такая же зависимость имеется и на рис. 8, где сравниваются 1- и 10-шаговые реализации. В дальнейшем более многошаговые реализации улучшают качества сходимости, что особенно заметно, начиная с 30-шаговых реализаций.

Как и в случае с α, меньшей 0,1, такая закономерность сохраняется у более многошаговых реализаций по сравнению с малошаговыми, что иллюстрируют кривые 100- и 500-шаговых реализаций на рис. 11.

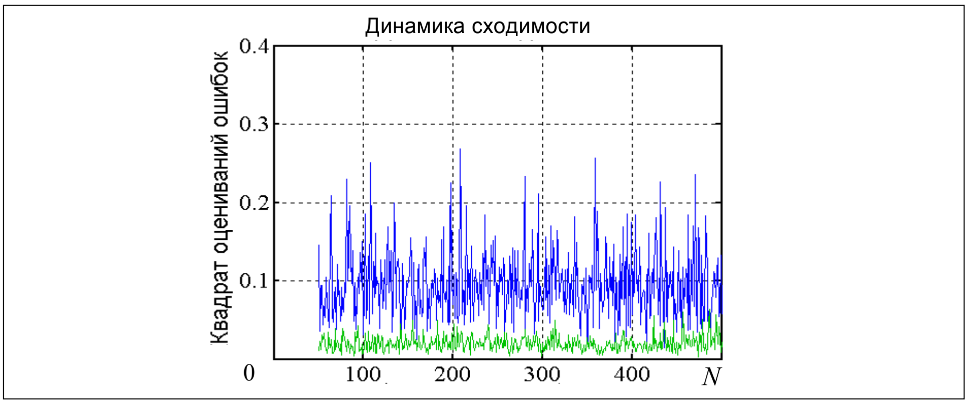

Рис. 11

4. При дальнейшем повышении α базовый алгоритм ведет себя так же, как и при $\alpha = 0{,}125$. При $\alpha = 0{,}875$ (см. рис. 12–15) так же, как и на рис. 7–10 одна из двух изображенных кривых соответствует 1-шаговой реализации базового алгоритма, а другая — сравниваемыми с ним соответствующими реализациям (рис. 12–15).

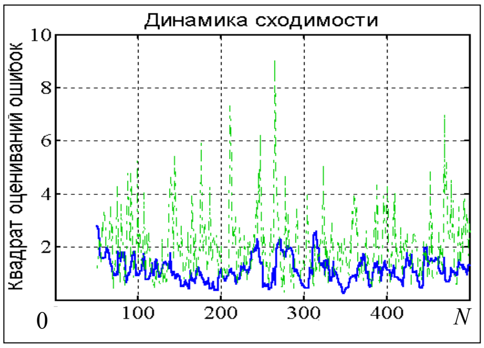

Рис. 12

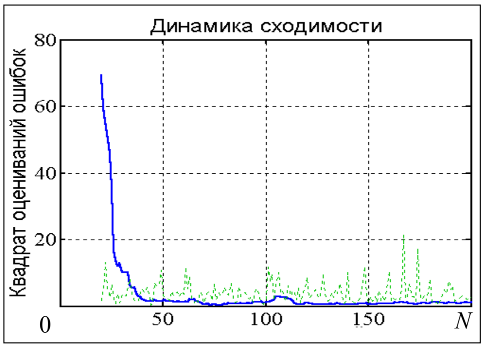

Рис. 13

Рис. 14

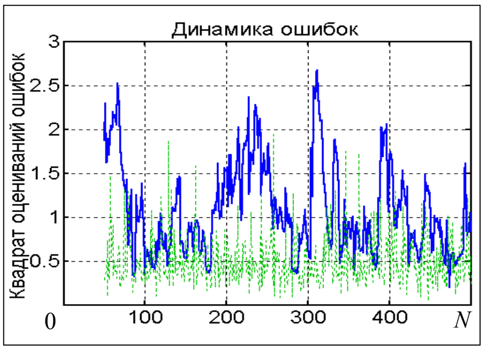

Рис. 15

Сравнение (см. рис. 12) кривых 1-шаговой и 5-шаговой реализаций показывает, что примерно с $N = 50$ 1-шаговая реализация улучшает свое поведение по сравнению с 5-шаговой. Средние значения погрешностей оцениваний параметров модели равны 1,1950 и 2,0158 соответственно для 1- и 5-шаговой реализаций базового алгоритма (2).

На рис. 13 изображены кривые сравнения 1-шаговой реализации с 10-шаговой, которая имеет тенденцию резкого ухудшения поведения по сравнению с 1- и 5-шаговой.

С увеличением количества шагов, т.е. когда $m > 10$, ситуация постепенно улучшается и, как показывает рис. 14, 1- и 20-шаговые реализации ведут себя примерно одинаково. Средние значения погрешностей идентификации примерно равны.

При $m = 30$ уже 1-шаговая ведет себя заметно хуже, чем 30-шаговая реализация базового алгоритма, что подтверждается рис. 15. Средние значения погрешностей идентификации равны 1,0826 и 0,5051 соответственно для 1- и 30-шаговых реализаций.

5. Наконец, приведем графики сравнительного поведения разных реализаций базового алгоритма при максимальном $\alpha = 1$ (рис. 16–19).

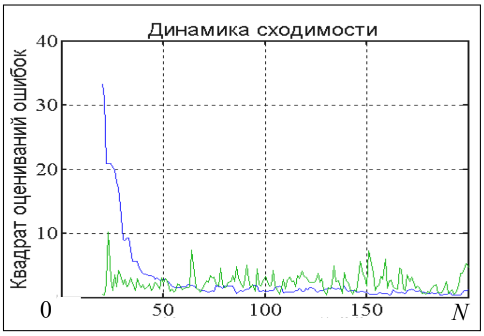

Рис. 16

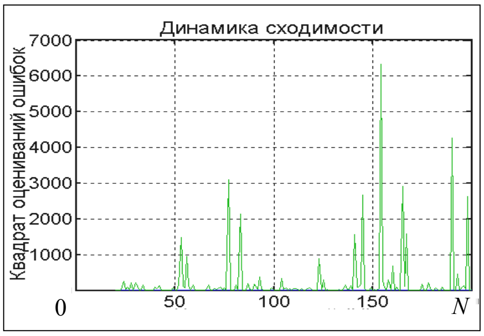

Рис. 17

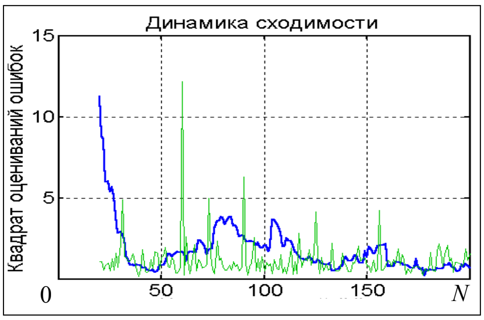

Рис. 18

Рис. 19

Основное отличие от предыдущих случаев состоит в том, что 10-шаговая реализация катастрофически ухудшает свою динамику. Разница в масштабах изменений кривых настолько велика, что кривая, соответствующая 1-шаговой реализации почти не видна на рис. 17. Согласно рис. 19 заметное улучшение по сравнению с 1-шаговой реализацией в основном наблюдается примерно при $m = 35$, в то время как в предыдущем случае, т.е. при $\alpha = 0{,}875$, это происходило при $m = 30$.

Таким образом, в результате компьютерного исследования базового алгоритма (2) с учетом результатов исследований [5] можно отметить следующие его свойства.

- При отсутствии шумов на протяжении всей области определения алгоритмического параметра α ($0<\alpha\leq 1$) сходимость и точность оцениваний улучшается для более многошаговых (т.е. с большей m) реализаций базового алгоритма (2).
- Под воздействием помехи, статистически эквивалентной компонентам входных воздействий, закономерность динамики сходимости меняется. Во-первых, оценивание параметров происходит на фоне заметно ухудшенной точности идентификации. Во-вторых, для значений m, меньших некоторого m_1, зависящего от алгоритмического параметра α, сходимость более многошаговых реализаций базового алгоритма (2) ухудшается по сравнению с менее шаговыми реализациями. В предлагаемой статье это произошло при $m=10$, т.е. при равенстве количества вычислительных шагов m с числом размерности n входного вектора x (исследования проводились при $n=10$). Эта закономерность сохраняется на всем полусегменте изменения алгоритмического параметра $0<\alpha\leq 1$. При $m>m_1$ сходимость более многошаговых реализаций постепенно улучшается.
- С возрастанием параметра α воздействие шумов все более ощутимо и наибольшее ухудшение качества идентификации происходит при максимальном α, т.е. при $\alpha=1$.
- Если при отсутствии шумов имеет место монотонное улучшение сходимости при росте количества вычислительных шагов m [5], то деструктивное воздействие шума, видимо, является наиболее сильным при $m=n$, т.е. когда количество вычислительных шагов конкретной реализации базового алгоритма (2) сравнивается с размерностью входного вектора x.

Все свойства базового алгоритма (2) пока еще не полностью исследованы. Однако заметно, что многошаговые реализации базового алгоритма при нынешнем бурном развитии вычислительной техники окажутся эффективными по сравнению с его малошаговыми реализациями. В перспективе — создание соответствующей базы данных, с помощью которой можно будет подобрать более подходящий к конкретной ситуации алгоритм.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Данилов Ф.А., Чадеев В.М., Имедадзе В.В. и др.* Адаптивное управление точностью прокатки труб. — М.: Металлургия, 1980. — 300 с.
2. *Клемперт Е.Д., Столетний М.Ф.* Точность прокатки труб. — М.: Металлургия, 1972. — 200 с.
3. *Rurua A.A., Chadeev V.M., Bodnya V.G.* A two-stage Algorithm for Identification of linear plants // Automation and Remote Control. — 1982. — № 8. — P. 52–55.
4. *Одишария Г.Б., Кочорадзе Г.И.* Исследование свойств двухшагового алгоритма адаптивной идентификации // Компьютерные науки и телекоммуникации. — 2003. — № 1(2). — С. 8–13.
5. *Одишария Г.Б., Кочорадзе Г.И.* Исследование свойств базового алгоритма адаптивной идентификации // Georgian Engineering News. — 2003.— № 1. — С. 182–185.

Поступила 20.02.2004