

УДК 519.8

**ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ СТОХАСТИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ
ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ
ТРАНСФОРМАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ В ЕКОНОМІЦІ**

І.В. СЕРГІЄНКО, М.В. МИХАЛЕВИЧ

Узагальнено досвід застосування стохастичних оптимізаційних моделей протягом останнього десятиліття для дослідження перехідної економіки та підтримки прийняття управлінських рішень. Розглянуто моделі фіскальної політики, формування інвестиційних пріоритетів та експортно-імпортової діяльності. Показано, як існуючі методи стохастичної оптимізації можна використовувати для розрахунків за цими моделями при різних припущеннях щодо природи ризику та невизначеності.

ВСТУП

Процеси трансформації економіки від централізовано керованої до ринкової призвели до появи численних явищ, раніше невідомих або недостатньо вивчених економічною наукою. Аналіз цих явищ доцільно здійснювати на основі системного підходу, що потребує застосування різноманітних кількісних та якісних методів, у тому числі математичного моделювання. При цьому потрібно враховувати вплив випадкових чинників, які суттєво впливають на перебіг процесів та явищ. Зокрема, це зміни зовнішньоекономічної кон'юнктури (для більшості країн з перехідною економікою частка експорту у ВВП становить 45–65%, отже, навіть невеликі його зміни суттєво впливатимуть на всю економіку), можливість реалізації довгострокових інвестиційних проектів, необхідність додаткових бюджетних витрат, що обумовлені виникненням непередбачуваних ситуацій. Таким чином, моделі трансформаційних процесів в економіці є типовою сферою застосування ймовірнісних методів, наприклад, стохастичної оптимізації. Як показав досвід моделювання, остання може використовуватись у двох напрямках:

- 1) проведення розрахунків за оптимізаційними моделями, в яких враховано дію випадкових чинників;
- 2) аналіз динамічних моделей неоптимізаційного характеру, які, подібно до алгоритмів стохастичної оптимізації, є системами різницевих рівнянь із випадковими параметрами.

Використовуючи методику дослідження збіжності алгоритмів стохастичної оптимізації, можна одержати висновки щодо асимптотичних властивостей зазначених моделей. Певні можливості для аналізу дає інтерпретація

граничних точок одержаних послідовностей як точок екстремуму деякої функції. Далі будуть наведені результати, одержані в обох цих напрямках.

УРАХУВАННЯ РИЗИКУ В ЗАДАЧАХ БЮДЖЕТНОГО ПРОГНОЗУВАННЯ

Підвищення обґрунтованості прогнозів щодо наповнення та виконання бюджету держави за умов перехідної економіки набуває великого значення для формування раціональної фіскальної політики. Бюджет є типовим прикладом складної системи із сформованою ієрархічною структурою та численними горизонтальним та вертикальними зв'язками між окремими складовими системи. Це обумовлює складність задач бюджетного прогнозування за будь-яких економічних відносин. Проте у перехідної економіки є свої особливості, які додатково ускладнюють розв'язання цієї задачі.

Традиційно розробка бюджету спирається на короткострокові макроекономічні прогнози щодо динаміки ВВП, змін рівнів виробництва, доходів та витрат окремих груп суб'єктів господарювання тощо. Одним із визначальних чинників економічної динаміки є попит на товари кінцевого (невиробничого) споживання. За умов перехідної економіки значна частина цього попиту (до 40 – 50 %) забезпечується державою як безпосередньо через державні витрати та закупки, так і опосередковано, у вигляді оплати праці робітників і службовців, зайнятих у бюджетній сфері. Крім того, за цих умов держава є головним інвестором. Прямі та непрямі (у вигляді податкових пільг) бюджетні субсидії суттєво впливають на ціни та обсяги виробництва на тих підприємствах, які їх одержують. Таким чином, на короткостроковому проміжку часу структура витрат бюджету визначатиме економічну динаміку. Як наслідок, результати макроекономічного прогнозування залежатимуть від прийнятого бюджету, який має формуватися за цими результатами. Отже, задачі макроекономічного та бюджетного прогнозування мають вирішуватись у рамках однієї моделі. Враховуючи це, в роботі [1] була запропонована імітаційна модель виконання державного бюджету. Від аналогічних моделей, створених у Польщі [2] та країнах Скандинавії [3], вона відрізняється урахуванням впливу чинників ризику та невизначеності, моделюванням дії різних механізмів ціноутворення та можливістю проведення оптимізаційних розрахунків для вдосконалення податкових ставок.

Розглянемо цю модель більш детально.

У моделі враховуються n галузей матеріального виробництва, невиробничий сектор, m груп споживачів, виділених за джерелами, величиною доходів та іншими ознаками, а також державний бюджет. Джерелами наповнення бюджету є надходження від сплати податків підприємствами визначених галузей та споживачами, а також інші (неподаткові) надходження.

У моделі враховані такі види податків: 1) податок на додану вартість (ПДВ), який характеризується ставкою $q^{(1)}$ з її можливою галузевою диференціацією (таким чином враховується можливість пільг, для деяких видів продукції значення $q^{(1)}$ може бути нульовим); 2) прибутковий податок зі ставкою $q^{(2)}$, що також припускає диференціацію; 3) податки з продажу та (або) акцизи на окремі види продукції (утворюють частину $q^{(3)}$ у ціні продукції); 4) непрямі податки та соціальні відрахування від фонду оплати

праці зі ставкою $q^{(4)}$; 5) прибутковий податок (сплачують споживачі за середньою ставкою $q^{(5)}$, яка може набувати окремих значень для різних груп); 6) фіксовані платежі, які сплачують до бюджету окремі виробники та споживачі (рентні платежі, земельний податок тощо); 7) інші доходи. Величина таких платежів та доходів вважається наперед відомою.

Серед витрат бюджету окремо розглядаються: 1) витрати на державні закупки (залежать від цін на продукцію, що купується); 2) платежі з бюджету споживачам (можуть змінюватись у залежності від зміни цін, якщо мова йде, наприклад, про оплату праці), або лишатися незмінними, наприклад, відшкодування раніше виниклої заборгованості; 3) державні інвестиції; 4) субсидії для окремих галузей (можуть залежати від обсягів виробництва у цих галузях); 5) інші витрати.

У моделі передбачено три стратегії державного регулювання цін: 1) фіксовані ціни (продукція продається за наперед визначеною ціною, а різниця між такою ціною та витратами виробника покривається у певних межах з бюджету); 2) контрольовані ціни (з бюджету сплачується частина витрат); 3) вільні ціни (за відсутності субсидіювання).

Позначимо множину галузей з фіксованими цінами Ω_1 , керованими — Ω_2 , вільними — Ω_3 . Для опису дії окремих механізмів ціноутворення використовуються економетричні моделі, які містять показники собівартості продукції, попиту та пропозиції, а також індикатори монетарної політики.

Розглянута модель є динамічною, час у моделі змінюється дискретно, на проміжку $[0; T]$ з кроком Δt .

Вхідною інформацією моделі є:

- матриця $A = \{a_{ij}\}$ коефіцієнтів прямих витрат міжгалузевого балансу для розглянутих галузей;
- частка фонду оплати праці у ціні продукції кожної галузі j , яка позначається \bar{q}_j ;
- мінімально прийнятна частка прибутку в ціні продукції галузі j , що позначається \hat{q}_j ;
- q_j^+ — частка інших складових доданої вартості в ціні такої продукції;
- прогнозовані обсяги виробництва продукції галузі j у момент часу t , які позначаються $x_j(t)$; цю величину слід розглядати як верхню межу для обсягів реалізації продукції зазначеної галузі;
- величина питомих витрат $B_j(t)$ на виробництво продукції галузі j у момент часу t , які не залежать безпосередньо від внутрішніх цін;
- $W_j(t)$ — нижня прогнозна оцінка прибутку, що одержують підприємства галузі j у момент часу t ;
- $\bar{W}_j(t)$, $j \in \Omega_2$ — питома величина субсидій для галузей з керованими цінами у момент часу t ;
- $H(t)$ — доходи бюджету від сплати фіксованих платежів у момент часу t ;

- $\hat{H}(t)$ — інші доходи бюджету в момент часу t ;
 - $\bar{p}_j(t)$ — фіксовані ціни на продукцію галузі j у момент часу t ($j \in \Omega_1, t \in [0, T]$);
 - g_j — частка продукції галузі j , яка йде на споживання ($j = \overline{1, n}$);
 - β_{jk} — частка продукції галузі j в обсязі індивідуального споживання споживачів групи k ($j = \overline{1, n}, k = \overline{1, m}$);
 - $Q_k^{(1)}(t)$ — заплановані платежі з бюджету споживачам k -ї групи, які можуть змінюватись відповідно до зміни цін;
 - $Q_k^{(2)}(t)$ — заплановані платежі з бюджету споживачам групи k , які не змінюватимуться у разі зміни цін;
 - $\bar{G}_j(t)$ — обсяги державних закупівель продукції галузі j (у сталих цінах) в момент часу t ;
 - $G(t)$ — інші витрати бюджету в момент часу t ;
 - c_{jk} — частка доходів споживачів групи k у фонді оплати праці галузі j ($j = \overline{1, n}, k = \overline{1, m}$);
 - $D_k(0)$ — грошові заощадження споживачів групи k на початок періоду моделювання;
 - $\bar{M}(t)$ — прогнозована маса грошей в обігу в момент часу t за умов відсутності бюджетного дефіциту, який покривається емісійним шляхом;
 - γ — частка бюджетного дефіциту, яка покривається за рахунок емісій.
- Змінними моделі є:
- $p_j(t)$ — ціна продукції галузі j у момент часу t ($j \in Q_2 \cup Q_3, t \in [0, T]$);
 - $\tilde{p}_j(t)$ — собівартість продукції галузі j ($j = \overline{1, n}$);
 - $y_j(t)$ — обсяги пропозиції продукції галузі j у момент часу t для невиробничого споживання;
 - $z_j(t)$ — обсяги реалізації продукції галузі j у момент часу t ;
 - $\Pi_j(t)$ — прибуток підприємств галузі j у момент часу t ;
 - $\bar{\Pi}_j(t)$ — дохід, одержаний споживачами усіх груп від підприємств галузі j ;
 - $\hat{p}(t)$ — зважений індекс цін (дефлятор ВВП) на момент часу t ;
 - S_j^k — попит споживачів групи k на продукцію групи j ;
 - $M(t)$ — маса грошей в обігу на момент часу t (з урахуванням грошової емісії, що має за мету покриття бюджетного дефіциту);
 - $D_k(t)$ — збереження споживачів групи k на момент часу t ;
 - $A^0(t)$ та $B^0(t)$ — відповідно доходи та витрати бюджету на момент часу t .

Модель утворено такими співвідношеннями.

Спочатку обчислюються нормативи частки доданої вартості q_j у продукції галузі j та коефіцієнти цінового впливу \bar{a}_{ij} за формулами

$$q_j = \frac{\bar{q}_j + q_j^+}{1 - q_j^{(1)}} + \frac{\hat{q}_j}{(1 - q_j^{(1)})(1 - q_j^{(2)})} + q_j^{(3)}, \quad j = \overline{1, n},$$

$$\bar{a}_{ij} = \frac{a_{ij}}{1 - q_j}, \quad i, j = \overline{1, n}.$$

Також обчислюються коефіцієнти повних витрат \hat{a}_{ij} як елементи матриці, оберненої до $(E - A)$, де E — одинична матриця.

Далі для кожного з моментів часу $t = 0, \Delta t, 2\Delta t \dots$ здійснюються такі обчислення.

1. Визначаються ціни на продукцію галузей.

$$\begin{aligned} \tilde{p}_j(t + \Delta t) = & \sum_{i \in \Omega_1} \bar{a}_{ij} \bar{p}_i(t) + \sum_{i \in \Omega_2 \cup \Omega_3} \bar{a}_{ij} p_i(t) + B_j(t + \Delta t) + \\ & + \frac{1 - q_j^{(2)}(1 - q_j^{(1)})}{1 - q_j^{(1)}} W_j(t + \Delta t) - v_j(t + \Delta t), \quad j \in \Omega_2 \cup \Omega_3, \end{aligned}$$

де

$$v_j(t + \Delta t) = \begin{cases} \bar{W}_j(t + \Delta t), & \text{якщо } j \in \Omega_2, \\ 0, & \text{якщо } j \in \Omega_3, \end{cases}$$

$$p_j(t + \Delta t) = \max \left(\tilde{p}_j(t + \Delta t), \exp \left((\ln p_j(t) - \ln M(t) + \gamma) e^{-\alpha^{-1} \Delta t} + \ln M(t) - \gamma \right) \right),$$

$$j \in \Omega_2 \cup \Omega_3.$$

2. Обчислюється потреба в субсидіях для галузей з фіксованими цінами.

$$\begin{aligned} \bar{W}_j(t + \Delta t) = & \sum_{i \in \Omega_1} \bar{a}_{ij} \bar{p}_i(t) + \sum_{i \in \Omega_2 \cup \Omega_3} \bar{a}_{ij} p_i(t) + B_j(t + \Delta t) + \\ & + \frac{1 - q_j^{(2)}(1 - q_j^{(1)})}{1 - q_j^{(1)}} W_j(t + \Delta t) - \bar{p}_j(t + \Delta t), \quad j \in \Omega_1. \end{aligned}$$

3. Визначається пропозиція товарів кінцевого споживання

$$y_i(t + \Delta t) = (x_i(t + \Delta t) - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j(t + \Delta t)) g_i, \quad i = \overline{1, n}$$

та попит на ці товари

$$S_j^k(t + \Delta t) = \frac{D_k(t) \beta_{jk}}{p_j(t + \Delta t)}, \quad j = \overline{1, n}, \quad k = \overline{1, m}.$$

4. Визначаються обсяги реалізації продукції.

$$z_i(t + \Delta t) = \sum_{j=1}^n \widehat{a}_{ij} \left(\min \left(\sum_{k=1}^m S_j^k(t + \Delta t), y_j(t + \Delta t) \right) + \widetilde{z}_j(t + \Delta t) \right) + \overline{G}_i(t + \Delta t), \quad i = \overline{1, n},$$

де $\widetilde{z}_j(t + \Delta t)$ — обсяги інвестиційного споживання продукції галузі j .

5. Обчислюється дефлятор ВВП.

$$\widehat{p}(t + \Delta t) = \frac{\sum_{j \in \Omega_1} \overline{p}_j(t + \Delta t) z_j(t + \Delta t) + \sum_{j \in \Omega_2 \cup \Omega_3} p_j(t + \Delta t) z_j(t + \Delta t)}{\sum_{j=1}^n z_j(t + \Delta t)}.$$

6. Оцінюються прибутки виробників та доходи споживачів.

$$\begin{aligned} \Pi_j(t + \Delta t) &= p_j(t + \Delta t) z_j(t + \Delta t) - \\ &- \left(\sum_{i \in \Omega_1} \overline{a}_{ij} \overline{p}_i(t) + \sum_{i \in \Omega_2 \cup \Omega_3} \overline{a}_{ij} p_i(t) + B_j(t + \Delta t) + \frac{1 - q_j^{(2)}(1 - q_j^{(1)})}{1 - q_j^{(1)}} \times \right. \\ &\quad \left. \times W_j(t + \Delta t) - v_j(t + \Delta t) \right) x_j(t + \Delta t), \quad j \in \Omega_2 \cup \Omega_3, \end{aligned}$$

$$\Pi_j(t + \Delta t) = \widehat{q}_j z_j(t + \Delta t) \overline{p}_j(t + \Delta t), \quad j \in \Omega_1,$$

$$\overline{\Pi}_j(t + \Delta t) = \begin{cases} \overline{p}_j(t + \Delta t) \overline{q}_j z_j(t + \Delta t), & j \in \Omega_1, \\ p_j(t + \Delta t) \overline{q}_j z_j(t + \Delta t), & j \in \Omega_2 \cup \Omega_3. \end{cases}$$

7. Формуються баланси витрат та доходів споживачів.

$$\begin{aligned} D_k(t + \Delta t) &= D_k(t) + \sum_{j=1}^n c_{jk} \overline{\Pi}_j(t + \Delta t) + \widehat{p}(t + \Delta t) Q_k^{(1)}(t + \Delta t) + Q_k^{(2)}(t + \Delta t) - \\ &- \sum_{j \in \Omega_1} \overline{p}_j \min \left(S_j^k(t + \Delta t), y_j(t + \Delta t) \frac{S_j^k(t + \Delta t)}{\sum_{i=1}^m S_j^i(t + \Delta t)} \right) - \\ &- \sum_{j \in \Omega_2 \cup \Omega_3} p_j(t + \Delta t) \min \left(S_j^k(t + \Delta t), y_j(t + \Delta t) \frac{S_j^k(t + \Delta t)}{\sum_{i=1}^m S_j^i(t + \Delta t)} \right). \end{aligned}$$

8. Визначаються доходи бюджету:

а) від ПДВ

$$h^{(1)}(t + \Delta t) = \sum_{j \in \Omega_1} q_j^{(1)} q_j \bar{p}_j(t + \Delta t) z_j(t + \Delta t) + \\ + \sum_{j \in \Omega_2 \cup \Omega_3} q_j^{(1)} q_j p_j(t + \Delta t) z_j(t + \Delta t);$$

б) від податку на прибуток

$$h^{(2)}(t + \Delta t) = \sum_{j=1}^n q_j^{(2)} \Pi_j(t + \Delta t);$$

в) від податку з продажу та акцизів

$$h^{(3)}(t + \Delta t) = \sum_{j \in \Omega_1} q_j^{(3)} \bar{p}_j(t + \Delta t) z_j(t + \Delta t) + \sum_{j \in \Omega_2 \cup \Omega_3} q_j^{(3)} p_j(t + \Delta t) z_j(t + \Delta t);$$

г) від непрямих податків та соціальних відрахувань від фонду оплати праці

$$h^{(4)} = \sum_{j \in \Omega_1} q_j^{(4)} \bar{\Pi}_j(t + \Delta t) + \sum_{j \in \Omega_2 \cup \Omega_3} q_j^{(4)} \bar{\Pi}_j(t + \Delta t);$$

д) від прибуткового податку з фізичних осіб

$$h^{(5)} = \sum_{k=1}^m q_k^{(5)} \left(\sum_{j=1}^n c_{jk} \bar{\Pi}_j(t + \Delta t) + \hat{p}(t + \Delta t) Q_k^{(1)}(t + \Delta t) + Q_k^{(2)}(t + \Delta t) \right).$$

9. Обчислюється величина надходжень до бюджету.

$$B^0(t + \Delta t) = \sum_{l=1}^5 h^{(l)}(t + \Delta t) + H(t + \Delta t) + \hat{H}(t + \Delta t).$$

10. Визначається потреба у субсидіях.

$$\bar{W}(t + \Delta t) = \sum_{j \in \Omega_1 \cup \Omega_2} \bar{W}_j(t + \Delta t) x_j(t + \Delta t).$$

11. Оцінюються бюджетні витрати.

$$A^0(t + \Delta t) = \bar{W}(t + \Delta t) + \sum_{k=1}^m (\hat{p}(t + \Delta t) Q_k^{(1)}(t + \Delta t) + Q_k^{(2)}(t + \Delta t)) + \\ + G(t + \Delta t) + \sum_{j \in \Omega_1} \bar{p}_j(t + \Delta t) \bar{G}_j(t + \Delta t) + \sum_{j \in \Omega_2 \cup \Omega_3} p_j(t + \Delta t) \bar{G}_j(t + \Delta t).$$

12. Визначається зміна грошової маси

$$M(t + \Delta t) = M(t) + (\bar{M}(t + \Delta t) - \bar{M}(t)) + \gamma(A^0(t + \Delta t) - B^0(t + \Delta t)).$$

Змінні моделі у момент часу $t = 0$ визначаються таким чином. Значення $D_k(0)$, $k = \overline{1, m}$, $p_j(0)$, $j \in \Omega_2 \cup \Omega_3$, $\overline{W}_j(0)$, $j \in \Omega_1$ вважаються наперед відомими. Значення $y_i(0)$, $S_j^k(0)$, $\Pi_j(0)$ обчислюються за формулами

$$y_j(0) = \left(x_i(0) - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j(0) \right) g_i, \quad i = \overline{1, n},$$

$$S_j^k(0) = \frac{D_k(0) \beta_{jk}}{p_j(0)}, \quad k = \overline{1, m}, \quad j \in \Omega_2 \cup \Omega_3, \quad S_j^k(0) = \frac{D_k(0) \beta_{jk}}{\overline{p}_j(0)}, \quad j \in \Omega_1,$$

$$\Pi_j(0) = p_j(0) z_j(0) - \left(\sum_{i \in \Omega_1} \overline{a}_{ij} \overline{p}_i(0) + \sum_{i \in \Omega_2 \cup \Omega_3} \overline{a}_{ij} p_i(0) + B_j(0) + \frac{1 - q_j^{(2)}(1 - q_j^{(1)})}{1 - q_j^{(1)}} W_j(0) - v_j(0) \right) x_j(0), \quad j \in \Omega_2 \cup \Omega_3.$$

Інші змінні визначаються за раніше наведеними формулами, де вважається $t + \Delta t = 0$.

У розглянутій моделі є дві групи керованих змінних та параметрів, що слід розглядати як випадкові. До першої належать, насамперед, ставки оподаткування $q_j^{(1)}, \dots, q_j^{(5)}$, галузеві субсидії $\overline{W}_j(t)$ та фіксовані ціни $\overline{p}_j(t)$. До другої групи — величини позаекономічних витрат $G(t)$ та інших доходів $H(t)$, які іноді важко точно оцінити, а також зміни грошової маси $\overline{M}(t)$, на що впливає ситуація на світових валютних ринках, та початкові заощадження $D_k(0)$. Тому становить інтерес розгляд оптимізаційного варіанта такої моделі з метою обґрунтування нормативів фіскальної (бюджетної та податкової) політики. Як видно з наведених співвідношень, модель утворена системою кінцево-різницевих рівнянь, отже її оптимізаційний варіант можна розглядати як задачу оптимального управління випадковим процесом з нелінійними рівняннями переходу.

Для розв'язання такої задачі можна застосувати аналог методу стохастичних квазіградієнтів [4]. Деякі проблеми виникають внаслідок того, що функції переходу є недиференційованими, оскільки для їхнього визначення застосовувались операції $\min(\cdot)$ та $\max(\cdot)$. При вирішенні цих проблем такі функції замінюються виразами виду $Mf(x + w)$, де $f(\cdot)$ — функція переходу; x — її змінні; w — випадковий вектор з незалежними, рівномірно розподіленими на $[-\alpha; \alpha]$ компонентами, величина α є достатньо малою. Для розв'язання одержаної задачі можна застосувати вищезазначений алгоритм. При цьому виникає проблема вибору критерію оптимальності. Враховуючи цілі бюджетної політики, такими функціями можуть бути:

- математичне очікування величини бюджетного дефіциту

$$F_1 = M \left(\sum_{t=1}^T A^0(t) - \sum_{t=1}^T B^0(t) \right) \rightarrow \min$$

(зауважимо, що з урахуванням можливої випадковості параметрів моделі усі її змінні будуть випадковими величинами);

- математичне очікування величини бюджетного дефіциту в деякі важливі моменти часу

$$F_2^t = M(A^0(t) - B^0(t)) \rightarrow \min, \quad t \in \bar{3};$$

- середні обсяги виробництва та середні темпи зростання на період планування

$$F_3 = M \left(\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n Z_i(t) \right), \quad F_4 = M \left(\frac{\sum_{i=1}^n Z_i(T)}{\sum_{i=1}^n Z_i(1)} \right);$$

- середні темпи інфляції

$$F_5 = \frac{\hat{p}(T)}{\hat{p}(1)} \rightarrow \min.$$

Жоден з цих критеріїв не здатний замінити інші, тому всі вони мають враховуватись одночасно. Отже, виникає задача багатокритеріальної оптимізації.

Для її розв'язання здійснювалось «згортання» векторного критерію до скалярної форми методом порядкової регресії, який формулюється таким чином.

Розглянемо векторний критерій

$$F = (F_1, \dots, F_K),$$

де K — кількість критеріїв задачі (у нашому випадку $K = 5$).

Скалярна «згортка» цих критеріїв матиме вигляд

$$U(F) = \min_{k=1, K} (\alpha_k F_k - \beta_k) + \sum_{k=1}^K \gamma_k F_k,$$

де $\alpha_k, \beta_k, \gamma_k$ — невідомі коефіцієнти.

Функція $U(F)$ дозволяє враховувати зміни відносної корисності окремих критеріїв, які можуть зростати або зменшуватись. Оскільки тут використовується кусково-лінійна форма, така функція може бути зростаючою за малих значень якогось з критеріїв та спадною — за великих його значень (або навпаки). Поряд з цим зміна одного з критеріїв може бути компенсована за рахунок іншого, у якого коефіцієнт у лінійному доданку функції $U(F)$ не дорівнює нулю. Це забезпечує достатню гнучкість такої форми при відображенні різних переваг щодо окремих критеріїв.

Невідомі коефіцієнти $\alpha_k, \beta_k, \gamma_k$ визначаються таким чином. Спочатку добираються декілька альтернатив $F^{(1)}, \dots, F^N$ щодо значень векторного

критерію. Потім експертним шляхом встановлюються переваги типу «не гірше» (відношення \succ) між цими альтернативами. Коефіцієнти визначаються як розв'язок системи нерівностей

$$U(F^{(i)}) \geq U(F^{(j)})$$

для альтернатив i, j таких, що $F^{(i)} \succ F^{(j)}$.

Цю систему можна розв'язати за допомогою чисельних методів недиференційованої оптимізації, наприклад, r -алгоритмом.

Після побудови функції $U(F)$ розв'язується задача її максимізації за обмежень, утворених співвідношеннями раніше розглянутої моделі, для чого застосовується вищезазначений аналог методу стохастичних квазіградієнтів.

За цією схемою здійснювались модельні розрахунки з метою визначення раціональних ставок оподаткування. Результати розрахунків детально аналізувались у роботі [5]. Зупинимося на головних висновках, що впливають з них.

За умов перехідної економіки доцільним є застосування ставок ПДВ, диференційованих за галузевою ознакою (або за ознакою великих товарних груп). Ці ставки мають змінюватись від 5–7% для продукції ПЕК до 22–25% для сфери послуг. Доцільним також є застосування окремих ставок ПДВ у зовнішньоекономічних операціях. Ставка податку на прибуток підприємств має бути знижена до 23–27%, потрібне подальше скорочення ставок відрахувань від фонду оплати праці з існуючої сукупної ставки у 37,5% до 31–32%. Одночасно слід ширше застосовувати фіксовані платежі (у тому числі земельний та майновий податки), забезпечивши покриття ними 30–35% бюджетних витрат. Вищенаведені рекомендації увійшли до аналітичних документів Міністерства економіки України.

МОДЕЛЬ ВПЛИВУ РИЗИКУ ТА НЕВИЗНАЧЕНОСТІ НА ДИНАМІКУ НАДХОДЖЕННЯ ІНВЕСТИЦІЙ

Залучення іноземних інвестицій є одним із найбільш важливих напрямків зовнішньоекономічної політики держави. Від ефективного вирішення проблем, що виникають при цьому, суттєво залежить конкурентоспроможність вітчизняної продукції на світових ринках, технічне оновлення виробництва, наповнення кредитно-фінансових ресурсів банківської системи, а також оборотних коштів підприємства, і, зрештою, місце держави у світовому розподілі праці. Особливого значення набуває підвищення інвестиційної привабливості за умов перехідної економіки, якій притаманна фінансова нестабільність, хронічний дефіцит коштів у суб'єктів господарювання, швидка зміна форм власності та власників підприємств. Обсяги залучених інвестицій за цих умов будуть визначати швидкість подолання кризи та гальмування розвитку тих негативних процесів, що її супроводжують.

Разом з цим вказані особливості перехідної економіки сукупно із нестабільністю нормативно-правової системи, політичними та іншими неекономічними факторами, змінами у ринковій кон'юнктурі створюють неви-

значеність відносно рівня доходності інвестицій, а іноді і самої можливості одержання прибутку. Це підсилює інвестиційний ризик, що негативно впливає на надходження інвестицій.

Компенсувати інвестиційний ризик можна шляхом підвищення прибутковості інвестування і прийняття тих заходів, які повинні підсилити впевненість інвестора в отриманні прибутку. Для аналізу їх дієвості необхідне вивчення поведінки інвестора, його мотивацій до інвестування. Ця задача багатопланова, її вирішення потребує проведення економічних, психологічних, соціологічних, політологічних та інших досліджень, а також застосування сучасних методів обробки їхніх результатів, у тому числі системного аналізу та математичного моделювання.

Розглянемо модель формування пріоритетів інвестування вільного капіталу, наведену та досліджену у роботах [6, 7].

Нехай у інвестора головна мета інвестування — одержання максимального прибутку у ВКВ на капітал, що інвестується. В умовах невизначеності відносно результатів інвестування він змушений діяти методом спроб та помилок, вкладаючи свій капітал у ті країни та напрямки інвестування, де він одержував найбільший прибуток, і зменшуючи інвестування там, де прибуток був найменшим. Мета запропонованої моделі — відобразити динаміку такої зміни пріоритетів.

Позначимо N число країн, де інвестор здійснює інвестування (можлива також деталізація за напрямками інвестування та окремими інвестиційними проектами). Нехай α_i^t — коефіцієнти пріоритетності i -ї країни для інвестора у момент часу t , згідно з якими він розподіляє інвестиції.

У кожний момент часу ці коефіцієнти повинні задовольняти умови

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^t \leq 1, \quad \alpha_i^t \geq 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (1)$$

Виконання умови $\sum_{i=1}^n \alpha_i^t < 1$ означає, що в момент часу t частина віль-

ного капіталу в розмірі $1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i^t$ не використовується для інвестування.

Нехай t змінюється дискретно, приймаючи значення $t = 0, 1, 2, \dots$. Позначимо I_i доходність інвестування в i -у країну за умови одержання прибутку в її національній валюті, P_i — курс обміну національної валюти i -ї країни на ВКВ. Ці величини залежать від факторів невизначеності, які позначимо θ . Таким чином, будемо вважати, що в момент часу t маємо

$$I_i = I_i(\alpha_i^t, \theta^t) \quad \text{та} \quad P_i = P_i(\alpha_i^t, \theta^t),$$

де θ^t — значення фактора θ у даний момент часу. У загальному випадку θ можна вважати випадковою величиною, а θ^t — спостереження над її реалізаціями. Враховуючи, що при інших однакових обставинах вищий інвестиційний пріоритет країни укріплює національну валюту і сприяє підви-

щенню ефективності виробництва, але вплив змін у пріоритетах на вказані процеси обмежений, можна припустити, що $I_i(\alpha_i, \theta)$ та $P_i(\alpha_i, \theta)$ при фіксованому θ будуть неперервними неспадними функціями від α_i .

Припускаємо, що пріоритетність для інвестора зростає, якщо питомий дохід у ВКВ, отриманий від інвестування у цю країну, більше питомого доходу \hat{I} , отриманого альтернативним шляхом, і зменшується, якщо дохід від інвестування менший. Конкретні масштаби змін у пріоритетності будуть визначатися випадковими коефіцієнтами $k_i(\theta)$, які можуть відображати деякі суб'єктивні смаки інвестора, та коефіцієнтом ρ_t , що відображує загальну тенденцію до змін його пріоритетів у часі. Якщо нові коефіцієнти пріоритетності не задовольняють умови (1), логічно припустити, що інвестор буде шукати ті значення, які задовольняють ці умови і будуть якомога ближчими до одержаних.

Внаслідок зроблених припущень та враховуючи, що питомий дохід від інвестування в i -у країну в момент часу t дорівнює $P_i(\alpha_i^t, \theta^t) \times (1 + I_i(\alpha_i^t, \theta^t))$, зміна значень коефіцієнтів пріоритетності визначається рівняннями

$$\alpha_i^{t+1} = \pi_D(\alpha_i^t + \rho_t(k_i(\theta^t)P_i(\alpha_i^t, \theta^t)(1 + I_i(\alpha_i^t)) - \hat{I})), \quad (2)$$

$$i = \overline{1, n}, \quad t = 0, 1, 2, \dots,$$

де $\pi_D(\cdot)$ — операція проектування n -вимірному вектора на множину

$$D = \left\{ \alpha : \sum_{i=1}^n \alpha_i \leq 1, \alpha_i \geq 0, i = \overline{1, n} \right\};$$

ρ_t — детерміновані величини.

Зазначимо, що послідовність $\{\alpha^t\}$, де $\alpha^t = (\alpha_1^t, \dots, \alpha_n^t)$, буде випадковою. Вивчимо її збіжність за деяких припущень відносно зміни множника ρ_t .

Для цього розглянемо оптимізаційну задачу

$$F(\alpha) = \sum_{i=1}^n M(k_i(G_i(\alpha_i, \theta) + H_i(\alpha_i, \theta)) - \hat{I}\alpha_i) \rightarrow \max \quad (3)$$

за умов $\sum_{i=1}^n \alpha_i \leq 1, \alpha_i \geq 0, i = \overline{1, n}$, де $M(\cdot)$ — операція знаходження математичного очікування випадкової величини;

$$G_i(\alpha_i, \theta) = \int_0^{\alpha_i} P_i(\tau, \theta) d\tau;$$

$$H_i(\alpha_i, \theta) = \int_0^{\alpha_i} P_i(\tau, \theta) I_i(\tau, \theta) d\tau.$$

На базі зроблених раніше припущень відповідні інтеграли існують, функції диференційовні по α_i для кожного θ .

Справедливі такі твердження, доведені у роботі [6].

Теорема 1. Нехай $0 < C \leq P_i(\alpha_i, \theta) \leq \bar{C} < \infty$ та $0 \leq C \leq I_i(\alpha_i, \theta) \leq \bar{C} < \infty$, $i = \overline{1, n}$ для любых α_i, θ , а також виконується

$$\rho_t \geq 0, \quad t = 0, 1, \dots, \quad \sum_{t=0}^{\infty} \rho_t = \infty, \quad \sum_{t=0}^{\infty} \rho_t^2 < \infty.$$

Тоді всі граничні точки послідовності $\{\alpha^t\}$ з ймовірністю 1 будуть належати множині

$$X^* = \{\alpha : \|\alpha - \pi_D(\alpha - \nabla F(\alpha))\| = 0\},$$

де $\nabla F(\alpha)$ — градієнт функції $F(\alpha)$.

Використовуючи умови теореми Куна-Таккера у диференційній формі, вивчимо властивості X^* у випадку, коли $k_i (i = \overline{1, n})$ є детермінованими величинами.

Теорема 2. Нехай $\alpha^* = (\alpha_1^*, \dots, \alpha_n^*)$ — довільний елемент із X^* . Позначимо $J(\alpha^*)$ множини його ненульових компонент. Тоді для любых $i, j \in J(\alpha^*)$ повинна виконуватись нерівність

$$\begin{aligned} k_i (M(P_i(\alpha_i^*, \theta)) + M(P_i(\alpha_i^*, \theta) I_i(\alpha_i^*, \theta))) = \\ = k_j (M(P_j(\alpha_j^*, \theta)) + M(P_j(\alpha_j^*, \theta) I_j(\alpha_j^*, \theta))); \end{aligned} \quad (4)$$

якщо ж $i \in \overline{J(\alpha^*)}$, а $j \in \overline{I(\alpha^*)}$, тоді

$$\begin{aligned} k_i (M(P_i(0, \theta)) + M(P_i(0, \theta) I_i(0, \theta))) \leq \\ \leq k_j (M(P_j(\alpha_j^*, \theta)) + M(P_j(\alpha_j^*, \theta) I_j(\alpha_j^*, \theta))). \end{aligned} \quad (5)$$

Дамо тепер економічну інтерпретацію співвідношенням (4), (5). Пріоритетність об'єкта інвестування в умовах ризику буде визначатися, згідно (4), середнім значенням курсу обміну на ВКВ національної валюти тієї країни, яка залучає інвестиції, та коефіцієнтом коваріації між курсом обміну та доходністю інвестування. Середнє значення останньої не впливає безпосередньо на інвестиційну привабливість. Рівень доходів \hat{I} від альтернативного використання капіталу впливає лише на рішення потенційного інвестора про саму можливість інвестування, але не на його інвестиційні пріоритети.

Збільшення цього рівня може призвести до відмови інвестора вкладати гроші (при тому, що раніше він робив інвестиції). Суму середнього курсу обміну національної валюти на ВКВ та коефіцієнта коваріації курсу і доходності, помножену на коефіцієнт k_i , можна розглядати як показник привабливості країни для інвестицій (так званий показник інвестиційної привабливості). При цьому ненульові інвестиційні пріоритети отримають тільки ті країни, де цей показник буде більшим. Значення таких пріоритетів можуть бути знайдені із системи рівнянь (4). Для того щоб досягти позитивного пріоритету, а саме, перейти від виконання нерівності (5) до рівності (4), необхідно або збільшити середнє значення курсу обміну, тобто підсилити національну валюту, або підвищити доходність інвестицій, узгоджуючи останній показник з валютним курсом. При цьому важливо, щоб у тих випадках, коли проходило зниження курсу обміну, це компенсувалось збільшенням доходності інвестицій та навпаки. Таким чином, проведення свідоми курсової політики є чи не найважливішим фактором залучення іноземних інвестицій за умов ризику.

ДВОХЕТАПНА СТОХАСТИЧНА МОДЕЛЬ ВДОСКОНАЛЕННЯ СТРУКТУРИ ЕКСПОРТУ ТА КРИТИЧНОГО ІМПОРТУ

Критичний імпорт є окремою складовою зовнішньоторговельного обороту із специфічними механізмами формування його обсягів та структури. До складу критичного імпорту входять ті види товарів та послуг, споживання яких конче необхідне для функціонування національної економіки, але обсяги їх виробництва всередині країни недостатні або ж вони взагалі не виробляються внаслідок відсутності потрібних для цього ресурсів (сировини, виробничих потужностей, know-how тощо). До складу критичного імпорту здебільшого входять товари проміжного споживання — енергоресурси, конструкційні матеріали, вузли та комплектуючі. Це обумовлює особливості у змінах обсягів критичного імпорту внаслідок змін у валютній, тарифно-митній та ціновій політиці держави. Попит на товари критичного імпорту слабо залежить від змін у цінах на них, але подорожчання цих товарів в умовах перехідної економіки передається за технологічним ланцюгом іншим товарам, у процесі виробництва яких використовується критичний імпорт. Зазначений процес може стати важливим чинником інфляції витрат, типової для ранніх стадій перехідної економіки. З іншого боку, суттєві зміни обсягів виробництва товарів кінцевого споживання, навіть за умов стабільних цін, можуть істотно вплинути на попит на товари критичного імпорту.

Є певні відмінності також у цілях та методах державного регулювання щодо критичного імпорту. Крім диверсифікації джерел надходження таких товарів, що має унеможливити прояви монополізму, важливою метою регулювання є пошук джерел компенсації витрат на їх придбання. Отже, зростання обсягів критичного імпорту у довгостроковій перспективі має супроводжуватися адекватним збільшенням обсягів експорту та перерозподілом кінцевого продукту, зокрема, у формі зменшення питомої ваги внутрішнього споживання продукції експортноорієнтованих галузей. Все це можна вра-

хувати, застосувавши методи міжгалузевого балансу. Розглянемо деякі з моделей, побудованих на цій основі.

Нехай економічна система складається з N галузей матеріального виробництва. Позначимо a_{ij} прямі питомі витрати продукції i -ї галузі на виробництво продукції j -ї галузі ($i, j = \overline{1, N}$); x_i — валову продукцію (у сталих внутрішніх цінах) i -ї галузі; \bar{x}_i — наявні виробничі потужності у цій галузі. (Під потужностями будемо розуміти максимально можливий за наявних ресурсів та інших виробничих чинників обсяг виробництва продукції цієї ж галузі.) Обсяг імпорту (критичного) продукції i -ї галузі позначимо I_i , а обсяг експорту — E_i . Питому вагу продукції i -ї галузі у кінцевому споживанні всередині країни позначимо α_i , а Z — рівень цього споживання по відношенню до існуючого, яке ми умовно вважаємо одиничним.

Задача полягає у визначенні таких обсягів внутрішнього виробництва x_i , експорту E_i та імпорту I_i продукції кожної з N галузей, за яких буде досягнута збалансованість між виробництвом, споживанням, експортом, імпортом та наявними потужностями, рівень споживання всередині країни буде не меншим, ніж його припустиме значення \bar{Z} , та матиме місце максимальна збалансованість між надходженнями експорту та витратами на імпорт.

Цю задачу можна сформулювати у вигляді оптимізаційної моделі

$$x_i + I_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} x_j + E_i + \alpha_i Z, \quad i = \overline{1, N}, \quad (6)$$

(умова збалансованості виробництва, імпорту, виробничого і невиробничого (кінцевого) споживання та експорту продукції кожної з галузей);

$$x_i \leq \bar{x}_i, \quad i = \overline{1, N} \quad (7)$$

(обмеження за наявними виробничими потужностями);

$$Z \geq \bar{Z}, x_i \geq 0, E_i \geq 0, I_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N} \quad (8)$$

(обмеження за гранично припустимим рівнем споживання та умови невід'ємності змінних);

$$F_1 = \sum_{i=1}^N \bar{p}_i E_i - \sum_{i=1}^N \bar{p}_i I_i \rightarrow \max \quad (9)$$

(умова максимального перевищення надходжень від експорту над витратами на імпорт).

Тут \bar{p}_i — середня ціна, за якою реалізується на зовнішніх ринках продукція i -ї галузі, вироблена всередині країни; \bar{p}_i — середня ціна закупки імпортованої продукції i -ї галузі.

Задача (6)–(9) є задачею лінійного програмування, яка може бути розв'язана відомими методами.

Становить інтерес розгляд багатокритеріального варіанта цієї задачі, у якому, крім функції мети (9), розглядатиметься ціль для досягнення максимально можливого рівня внутрішнього споживання

$$F_2 = Z \rightarrow \max. \quad (10)$$

Для розв'язання такої задачі можливе застосування методу «згорток», коли замість критеріїв F_1 або F_2 розглядатиметься критерій

$$G = \beta F_1 + (1 - \beta) F_2 = \beta \left(\sum_{i=1}^N \bar{p}_i E_i - \sum_{i=1}^N \bar{p}_i I_i \right) + (1 - \beta) Z \rightarrow \max. \quad (11)$$

У (11) β — це деякий сталий параметр, значення якого належать проміжку (0;1). Для його уточнення можливе застосування відомих методів багатокритеріальної оптимізації, про які йшлося у зв'язку з бюджетною моделлю. Базовою інформацією для цих методів є експертні оцінки більшої чи меншої прийнятності варіантів (альтернатив) з різними значеннями критеріїв F_1 та F_2 .

При використанні запропонованих моделей для довгострокового прогнозування виникає певна невизначеність, обумовлена неможливістю точного прогнозування цін на експортовану продукцію та імпорт і структури внутрішнього споживання. При цьому набуває важливого значення прогнозування змін у наявних виробничих потужностях та активне керування такими змінними. За цих умов значення параметрів $\alpha_i, \bar{p}_i, \bar{p}_i$ ($i = \overline{1, N}$) можна вважати випадковими з визначеним законом їхнього розподілу, а задачу пошуку потрібних змін у існуючих технологічних потужностях можна розглядати як двохетапну стохастичну задачу [4], першим етапом якої буде безпосереднє визначення таких змін з урахуванням пов'язаних з цим витрат, а другим — розв'язання задачі виду (6)–(9), або (6)–(8), (11).

Позначимо $\Delta \bar{x}_i^+, \Delta \bar{x}_i^-$ відповідно прогнозовані збільшення та зменшення виробничих потужностей i -ї галузі. Нехай ці зміни пов'язані з витрачанням ресурсів k видів (такими ресурсами можуть бути інвестиційні, трудові, природні тощо). Позначимо $g_{ki}^+(\Delta \bar{x}_i^+)$ залежність між збільшенням потужності i -ї галузі та необхідними для цього витратами k -го ресурсу, $k = \overline{1, K}$; $g_{ki}^-(\Delta \bar{x}_i^-)$ — залежність між зменшенням потужності i -ї галузі та необхідними для цього витратами k -го ресурсу (якщо $g_{ki}^-(\Delta \bar{x}_i^-) > 0$) або кількістю додатково одержаного внаслідок цього k -го ресурсу (коли $g_{ki}^-(\Delta \bar{x}_i^-) < 0$). Нехай R_k — наявна кількість ресурсу.

Позначимо $f_i^+(\Delta \bar{x}_i^+)$ загальні витрати (у грошовому вимірі), пов'язані зі збільшенням потужності i -ї галузі на $\Delta \bar{x}_i^+$, а $f_i^-(\Delta \bar{x}_i^-)$ — загальні витрати (якщо ця величина додатня) або прибуток (якщо вона від'ємна), пов'язані зі зменшенням потужностей i -ї галузі.

Тоді задача першого етапу може бути визначена таким чином.

Треба знайти значення $\Delta \bar{x}_i^+$, $\Delta \bar{x}_i^-$ ($i = \overline{1, N}$), які б мінімізували величину загальних витрат

$$\sum_{i=1}^n f_i^+(\Delta \bar{x}_i^+) + \sum_{i=1}^N f_i^-(\Delta \bar{x}_i^-) + MF(\Delta x, \theta) \rightarrow \min \quad (12)$$

за обмежень

$$\sum_{i=1}^N g_{ki}^+(\Delta \bar{x}_i^+) + \sum_{i=1}^N g_{ki}^-(\Delta \bar{x}_i^-) \leq R_k, \quad k = \overline{1, K} \quad (13)$$

(обмеження за наявними ресурсами) та

$$\Delta \bar{x}_i^+ \geq 0, \quad \Delta \bar{x}_i^- \geq 0 \quad (14)$$

(умова невід'ємності змінних).

Тут $F(\Delta x, \theta)$ — оптимальне значення функції мети задачі лінійного програмування, подібної до (6) – (9).

$$F = \sum_{i=1}^N p_i(\theta) I_i - \sum_{i=1}^N \bar{p}_i(\theta) E_i \rightarrow \min \quad (15)$$

за умов

$$x_i + I_i = \sum_{j=1}^N a_{ij} x_j + E_i + \alpha_i(\theta) Z, \quad i = \overline{1, N}, \quad (16)$$

$$x_i \leq \bar{x}_i + \Delta \bar{x}_i^+ - \Delta \bar{x}_i^-, \quad i = \overline{1, N}, \quad (17)$$

$$Z \geq \bar{Z}, \quad x_i \geq 0, \quad E_i \geq 0, \quad I_i \geq 0. \quad (18)$$

Запис $\bar{p}_i(\theta)$, $\bar{p}_i(\theta)$, $\alpha_i(\theta)$ означає, що ці параметри вважаються випадковими з відомим законом розподілу.

Для розв'язання двохетапної задачі (12) – (18) при проведенні модельних розрахунків використовувалися два підходи.

По-перше, це застосування методу стохастичних квазіградієнтів. Нелінійні обмеження (13) у задачі першого етапу враховувались шляхом побудови штрафної функції

$$G(\Delta x) = \sum_{i=1}^N f_i^+(\Delta \bar{x}_i^+) + \sum_{i=1}^N f_i^-(\Delta \bar{x}_i^-) + MF(\Delta x, \theta) - \lambda \sum_{k=1}^K \max(0, \sum_{i=1}^N g_{ki}^+(\Delta \bar{x}_i^+) + \sum_{i=1}^N g_{ki}^-(\Delta \bar{x}_i^-) - R_k),$$

де λ — штрафний множник. З результатів, наведених у роботі [8] випливає, що для достатньо великих значень λ задача мінімізації функції $G(\Delta x)$ за обмежень (14) буде еквівалентною до попередньо розглянутої. Стохастич-

ний квазіградієнт функції $MF(\Delta x, \theta)$ може обчислюватись будь-яким з методів, описаних у [8].

По-друге, за умов, коли випадкові змінні розподілені за дискретним законом, розглядався також декомпозиційний алгоритм розв'язання таких задач [9]. Цей випадок є досить типовим для даної задачі, оскільки у ній невідомість параметрів найчастіше враховується шляхом розробки окремих сценаріїв щодо їхніх значень, настання яких можливе з певними ймовірностями.

Розрахунки, проведені за моделлю, показали необхідність структурних змін щодо експорту та імпорту. Зокрема, питома вага у експорті таких галузей, як машинобудування, хімічна та нафтохімічна промисловість, має бути збільшена, а чорної металургії — зменшена.

ВПЛИВ ВИПАДКОВИХ ЗМІН У ЕКСПОРТНОМУ ПОПИТІ НА ЕКОНОМІЧНУ ДИНАМІКУ

У роботі [10] досліджувався вплив недосконалої конкуренції на ринку праці на процеси економічного зростання або спаду. Аналізуючи поведінку монополіста-роботодавця за припущень, що він намагається максимізувати свій прибуток на обмеженому проміжку часу, було показано, що у цьому випадку оплата праці, яку він встановлюватиме, визначатиметься співвідношенням

$$W = \min \left(S^{-1} \left(\frac{\alpha}{l} V \right), (S')^{-1} (Hl^{-1}) \right), \quad (19)$$

де W — величина оплати праці; l — продуктивність праці; a — рентабельність виробництва; V — попит на продукцію, яку виготовляє роботодавець; $S^{-1}(\cdot)$ — функція, обернена до функції пропозиції праці; $(S')^{-1}$ — функція, обернена до похідної функції пропозиції праці; $H = 1 + h$, h — додаткові витрати роботодавця при придбанні ним одиниці праці (непрямі податки на фонд оплати праці, соціально-страхові відрахування тощо).

Зміни у часі величини оплати праці впливатимуть на попит. Крім того, роботодавець, приймаючи рішення щодо встановлення оплати праці, орієнтується на попит не у поточний момент часу (цей попит йому невідомий, більш того, він залежатиме від прийнятого ним рішення), а на відому величину попиту у попередній момент часу. Крім оплати праці, на попит (особливо на такі його складові, як експортний та інвестиційний попит) впливатимуть інші важкопрогнозовані чинники: зміни цін на світових товарних ринках та обмінних курсів основних світових валют, коливання котировань акцій тощо. Ці чинники можна вважати випадковими.

Усі зазначені аспекти враховувалися у такій динамічній моделі.

Нехай час t змінюється дискретно, з кроком, що дорівнює 1. Позначимо V_t величину попиту у момент часу t , а W^t — величину оплати праці у цей момент часу. Тоді, з раніше зроблених зауважень та (19) випливає, що

$$W^t = \min \left(S^{-1} \left(\frac{\alpha}{l} V_{t-1} \right), (S')^{-1} (Hl^{-1}) \right). \quad (20)$$

При цьому припускається незмінність у часі решти параметрів моделі. Якщо вважати, що попит у момент часу t лінійно залежатиме від оплати праці у цей час, від попиту у попередній момент часу та від дії випадкових чинників, одержимо співвідношення

$$V_t = (1 - \rho)V_{t-1} + \rho W^t + \xi^t, \quad (21)$$

де $0 < \rho < 1$ — деякий коефіцієнт; ξ^t — сукупна величина випадкових впливів на попит у момент часу t .

Припустимо, що випадкова величина ξ^t вимірюється відносно Ω -алгебри, породженої (V_0, \dots, V_{t-1}) , та обмежена з ймовірністю 1. Оскільки $V_t \geq 0$ для будь-якого моменту часу t , то з ймовірністю 1 має виконуватись

$$\xi^t \geq (\rho - 1)V_{t-1} - \rho W^t.$$

Дослідження асимптотичних властивостей послідовності $\{V_t\}$ є досить складною задачею. Проте, розглянувши співвідношення (21) як аналог алгоритму стохастичної апроксимації зі сталим кроком ρ і скориставшись методикою аналізу збіжності таких алгоритмів, можна довести твердження.

Теорема 3. Нехай для будь-якого t з ймовірністю 1 виконується $M(\xi^t / V_0, \dots, V_{t-1}) \leq 1/4\rho |W^t - V_{t-1}|$, $M((\xi^t)^2 / V_0, \dots, V_{t-1}) \leq 1/4\rho^2 (W^t - V_{t-1})^2$. Нехай також $\rho < (2L)^{-1}$, де $L = 1 + L_1$, L_1 — константа Лівшиця для функції пропозиції праці $S(\cdot)$. Тоді для послідовності $\{V_t, W^t\}$, визначеної у відповідності до (20), (21), та для будь-якого $\varepsilon > 0$ буде виконуватись

$$P\{(W^t - V_{t-1})^2 > \varepsilon\} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0.$$

Умови теореми 3 означають, що сукупні випадкові впливи у будь-який момент часу повинні мати обмежені математичне очікування та дисперсію. Такі припущення є цілком прийнятними для реальних економічних ситуацій. У більшості досліджень ринку праці вважається, що функція $S(\cdot)$ є обмеженою, диференційованою та опуклою догори, а її похідна у нулі також обмежена. Тоді ця функція задовольнятиме умову Лівшиця. Отже, припущення теореми слід розглядати як реалістичні.

З теореми 3 випливає, що послідовність $\{V_t\}$ збігатиметься за ймовірністю до множини точок $\{V^*\}$, які є розв'язками рівняння

$$V^* = \min \left(S^{-1} \left(\frac{\alpha}{l} V^* \right), (S')^{-1} (Hl^{-1}) \right).$$

У роботі [10] також було дано змістовну інтерпретацію цих точок як станів рівноваги для узагальнення відомої макроекономічної кейнсіанської моделі («кейнсіанський хрест»). Використовуючи цю інтерпретацію, досліджувався вплив різних альтернатив макроекономічної політики на процеси зростання та спаду в економіці з недосконалою конкуренцією на ринку праці та зроблені висновки про непридатність у цій ситуації деяких традиційних стабілізаційних рекомендацій. Натомість були окреслені заходи, здатні забезпечити перехід від спаду до зростання за цих умов. У [10] також розглядався багатовимірний аналог моделі (20), (21), у якого V_t та W^t є векторами, а не скалярними величинами. Доведено твердження, подібне до теореми 3, та подана економічна інтерпретація цих результатів.

ЗАСТОСУВАННЯ ЙМОВІРНІСНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛЕЙ

Для випадкових чинників враховується в економіко-математичному моделюванні безпосередньо у вигляді стохастичних моделей та опосередковано шляхом статистичної обробки даних, які містять випадкові похибки. Типовим прикладом алгоритму, що базується на припущенні про існування таких похибок, є метод найменших квадратів. Він застосовувався під час досліджень з перехідної економіки для розв'язання таких задач.

1. Ідентифікація параметрів моделі інфляційних процесів

Значна інфляція на початку 90-х років справляла вкрай негативний вплив на усі основні економічні процеси. Проте не менш негативні наслідки мали спроби зупинити інфляцію шляхом різкого стискання реальної грошової маси. У монетарній політиці слід було шукати оптимум, компроміс між посиленням інфляції та поглибленням спаду, а для цього оцінювати інфляційні наслідки грошових емісій. З цією метою у роботі [1] запропонована модифікація моделі Кейгана

$$\ln \frac{M}{p} = \alpha \delta p + \gamma,$$

де M — грошова маса в обігу; p — рівень цін; δp — темпи зростання цін; α та γ — параметри моделі. Ідентифікація цих параметрів здійснювалась методом найменших квадратів за щомісячними даними 1990–1993 років.

2. Економетричне моделювання обсягів експорту чорних металів

Чорна металургія є однією з найважливіших складових експортного потенціалу України. Її частка у загальному експорті товарів на середину 90-х років перевищувала 30%. За наявності власних родовищ високоякісної сировини, дешевої робочої сили та ліберального природоохоронного законодавства Україна може увійти до міжнародного розподілу праці саме з виробництвом такої продукції. Це визначає актуальність поглибленого економічного аналізу процесів, які відбуваються у галузі, з метою більш точної оцінки її можливостей. Складовою цього аналізу є моделювання об-

сягів експорту, що дозволить визначити чинники, які впливають на ці процеси, та встановити особливості їх перебігу.

Побудова прогнозних моделей здійснювалась за окремими товарними групами, такими, як плаский прокат, напівфабрикати з заліза та сталі, феросплави тощо. Специфіка розглянутої продукції обумовлює застосування передусім методів цінової конкуренції для її просування на зовнішні ринки, отже, у моделях мають враховуватися насамперед цінові чинники. З огляду на це, доцільно застосування моделей олігопольного ціноутворення.

Розглянемо ситуацію, коли деякий товар, що експортується з однієї країни до іншої, вступає у конкуренцію з товаром, виробленим у цій країні. Для опису такої конкуренції часто застосовується модель олігопольного ціноутворення, у якій припускається, що обсяги реалізації конкуруючих товарів знаходяться у зворотній залежності від цін на них. Розглянемо цю модель.

Позначимо p середню ціну реалізації товару, що експортується з України, на внутрішньому ринку країни, до якої він експортується, \bar{p} — середню ціну реалізації аналогічного товару, що виробляється всередині цієї країни (або експортується з інших країн), z — обсяги експорту товару з України до зазначеної країни, \bar{z} — обсяги реалізації на внутрішньому ринку продукції, виробленої всередині країни. Вважається, що обсяги реалізації продукції, що експортується, та продукції, яка конкурує з нею, пов'язані з цінами на ці види продукції співвідношенням

$$\frac{p}{\bar{p}} = k \left(\frac{\bar{z}}{z} \right)^\alpha, \quad (22)$$

де $\alpha > 0$, $k > 0$ — деякі коефіцієнти.

Слід зазначити, що одержання інформації щодо обсягів реалізації продукції, яка конкурує з експортною, іноді пов'язане з певними труднощами. Тому цей показник можна оцінити опосередковано через загальний платоспроможний попит Φ на цю продукцію. Вважаючи, що цей попит повністю задовольняється сукупністю експортованої та іншої продукції, можна записати

$$pz + \bar{p}z = \Phi.$$

$$\text{Звідси } \bar{z} = \frac{\Phi - pz}{\bar{p}}.$$

Підставивши одержаний вираз для \bar{z} у (22) та розв'язавши нове рівняння відносно z , маємо

$$z = \frac{\Phi}{p \left(1 + \left(\frac{p}{k\bar{p}} \right)^{1/\alpha} \right)}. \quad (23)$$

У більшості випадків, оцінити на пряму величину Φ також досить складно. Тому для її визначення можна скористатися емпіричною залежністю між невідомим попитом та найважливішими макроекономічними показ-

никами, які впливають на нього. Зокрема, пропонується використати залежність

$$\Phi = \frac{1}{\delta \bar{p}} (a_1 V + a_2 I + a_3 W + a_4), \quad (24)$$

де $\delta \bar{p}$ — середньорічні темпи інфляції у країні, до якої здійснюється експорт; V — величина реального ВВП у цій країні; I — реальні чисті інвестиції; W — середня реальна заробітна платня у цій країні; $a_1 - a_4$ — коефіцієнти.

Співвідношення (23), (24) утворюють запропоновану модель.

Для проведення розрахунків за нею необхідно визначити (ідентифікувати) значення її параметрів, якими є k , α , $a_1 - a_4$. Для цього використовувалась така статистична інформація:

- дані за ряд років щодо обсягів експорту певного товару до певної країни (позначимо їх z_t , $t = \overline{1, T}$, де $[1; T]$ — період спостережень);
- дані за ті ж роки щодо середніх цін, за якими реалізується цей товар на внутрішньому ринку (позначимо їх p_t , $t = \overline{1, T}$);
- макроекономічні показники країни, до якої експортується зазначений товар, за ті ж роки:
 - а) величина реального ВВП V_t ,
 - б) чисті інвестиції I_t ,
 - в) середня реальна заробітна плата W_t ,
 - г) річні темпи інфляції $\delta \bar{p}^t$.

Ідентифікація параметрів моделі здійснювалася на основі цих даних нелінійним аналогом методу найменших квадратів. Згідно з останнім, параметри визначалися як розв'язок оптимізаційної задачі

$$F(k, \alpha, a_1, a_2, a_3, a_4) = \sum_{t=1}^T \left[Z_t - \frac{(\delta \bar{p}^t)^{-1} (a_1 V_t + a_2 I_t + a_3 W_t + a_4)}{p_t \left(1 + \left(\frac{p_t}{k \bar{p}_t} \right)^{1/\alpha} \right)} \right]^2 \rightarrow \min$$

за обмежень $k > 0$, $\alpha > 0$. Останні доцільно замінити на $k \geq \varepsilon$, $\alpha \geq \varepsilon$, де ε — деяке мале число. Ця задача була розв'язана чисельними методами градієнтного типу.

Слід зазначити, що даний підхід до ідентифікації параметрів нелінійних регресійних моделей розглядався ще у 70-х роках ХХ століття [4]. Його застосування для розв'язання цієї задачі дозволило побудувати прогнозні моделі та одержати на їх основі оцінки, які були використані при розробці аналітичних документів Міністерства економіки України, пов'язаних з підготовкою експерименту в чорній металургії.

ВИСНОВКИ

1. Застосування моделей та методів стохастичної оптимізації дозволяє врахувати дію чинників ризику та невизначеності, які властиві трансформаційним процесам у країнах з перехідною економікою.

2. Стохастичні моделі можуть використовуватись як для дослідження перебігу деяких процесів, так і як засіб підтримки прийняття управлінських рішень. В останньому випадку стохастичне моделювання може поєднуватись зі сценарним прогнозуванням.

3. Дослідження, проведені протягом останнього десятиліття з використанням стохастичних моделей, дозволили не тільки визначити деякі проблемні аспекти трансформаційних процесів в Україні, але й сформулювати рекомендації щодо покращення стану справ у цій сфері.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Михалевич В.С., Михалевич М.В.* Динамические макромоделли процессов це-нообразования в переходной экономике // Кибернетика и системный анализ. — 1995. — № 3. — С. 116–130.
2. *Gadomski J., Woroniecka I.* Dynamic model of the Polish economy during the transition period // Macromodels on Integration and Development. Proceeding of the Conference. — Lodz. — 1996. — 1. — P. 23–45.
3. *Hetermaki M., Kaski E.-L.* KESSU IV: An Econometric Model of the Finish Economy. Ministry of Finance. — Helsinki, 1992. — 472 p.
4. *Ермольев Ю.М.* Методы стохастического программирования. — М.: Наука, 1976. — 324 с.
5. *Koshlai L.B., Mikhalevich M.V.* Decision Support Multifunctional System «Ukrainian Budget» // Construction and Applying Objective Functions: Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems (510). — 2001. — P. 349–366.
6. *Кошлай Л.Б., Михалевич М.В., Сергиенко И.В.* Моделирование внешнеэкономической деятельности в условиях переходной экономики // Кибернетика и системный анализ. — 2001. — № 4. — С. 61–84.
7. *Кошлай Л.Б., Михалевич М.В.* Моделивання інвестиційних пріоритетів в умовах ризику // Ризикологія в економіці та підприємстві. — Київ: КНЕУ, 2001. — С. 270–271.
8. *Мирзоахмедов Ф., Михалевич М.В.* Прикладные аспекты стохастического программирования. — Душанбе: Маориф, 1989. — 342 с.
9. *Шор Н.З.* Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. — Киев: Наук. думка, 1978. — 420 с.
10. *Кошлай Л.Б., Михалевич М.В., Сергиенко И.В.* Моделирование процессов занятости и роста в переходной экономике // Кибернетика и системный анализ. — 1999. — № 3. — С. 58–75.

Надійшла 04.06.2004