

УДК 681.513

НЕЧЕТКИЙ МЕТОД ИНДУКТИВНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Ю. П. ЗАЙЧЕНКО

Рассмотрен нечеткий метод группового учета аргументов. Изложены основные идеи и принципы метода и исследован вопрос адаптации полученных нечетких моделей при поступлении новой информации. Проанализировано влияние различных видов функций принадлежности на точность прогноза. Приводятся результаты экспериментальных исследований применения метода для прогнозирования в макроэкономике.

ВВЕДЕНИЕ

Статья посвящена исследованию нечеткого метода индуктивного моделирования, известного под названием метода группового учета аргументов (МГУА) в задачах моделирования и прогнозирования в макроэкономике.

Проблема состоит в построении прогнозирующих моделей и нахождении неизвестной функциональной зависимости между прогнозируемой величиной и заданным набором макроэкономических показателей по экспериментальным точкам. При этом аналитический вид модели (функциональной зависимости) неизвестен.

Достоинством метода индуктивного моделирования МГУА является построение объективной модели в процессе работы алгоритма, а также возможность работать на коротких выборках. Особенностью нечеткого МГУА является получение интервальных оценок для прогнозируемой переменной, что позволяет судить о точности получаемого прогноза.

В статье дается обзор основных результатов, полученных в области нечеткого метода самоорганизации, проводится анализ применения различных видов функций принадлежности (ФП), оцениваются перспективы использования нечеткого МГУА в задачах прогнозирования в макроэкономике и отмечаются некоторые направления его дальнейших исследований.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задано множество исходных данных: входные переменные $\{X(1), X(2), \dots, X(M)\}$ и выходная переменная $\{y(1), y(2), \dots, y(M)\}$, где $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ — n -мерный вектор; M — число точек наблюдения.

© Ю. П. Зайченко, 2003

Системні дослідження та інформаційні технології, 2003, № 3

25

Требуется на основе наблюдаемых данных построить адекватную модель $Y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$, причем полученная модель должна быть наименьшей сложности. В частном случае при решении задачи прогнозирования в качестве выходной переменной используется модель $y(M) = x_i(M + K)$, где K — величина интервала упреждения.

Отличительные особенности данной задачи:

1. Вид функциональной зависимости неизвестен, определен только класс моделей, например, полиномиальная произвольной степени нелинейности или гармонический ряд (Фурье).
2. Короткая выборка данных.
3. Временные ряды $x_i(t)$ в общем случае нестационарные.

В таком случае применение классических методов статистического анализа (регрессионного или дисперсионного) невозможно, и необходимо использовать нестандартные методы, например, основанные на применении идей искусственного интеллекта.

К их числу относится МГУА, предложенный и развитый в многочисленных работах А.Г. Ивахненко [1] и его учеников [2,3]. МГУА — метод индуктивного моделирования сложных систем.

Он заимствует идеи из биологии, а именно механизмы эволюции:

1. Скрещивание или гибридизация родительских пар (аргументов) и генерация потомков.
2. Селекция и отбор лучших.

Основные достоинства метода, обусловившие его популярность и широкое использование не только в Украине, но и за рубежом:

1. Не требует задания модели в явном виде. Модель конструируется сама в процессе работы алгоритма.
2. Работает на коротких выборках (когда число определяемых коэффициентов модели n меньше числа точек наблюдения M).

Вместе с тем классический МГУА имеет недостатки:

1. При близких экспериментальных точках возможно явление вырожденности матрицы нормальных уравнений Гаусса («индуцит» в терминологии А.Г. Ивахненко), вследствие чего возникает необходимость применения специальных методов регуляризации.
2. Дает точечную модель (прогноз), а в ряде случаев желательно иметь доверительный интервал, который характеризует точность прогноза.

Поэтому в последние годы ведется интенсивная разработка новых методов, лишенных указанных недостатков. Таким методом является нечеткий МГУА (НМГУА), который строит интервальную модель регрессии и для нахождения модели (прогноза) не использует МНК. Поэтому явление вырожденности здесь отсутствует.

Цель данной статьи — обзор различных алгоритмов НМГУА, анализ применяемых функций принадлежности, их влияния на качество прогноза, оценка перспектив развития нечеткого МГУА и целесообразности его применения в задачах макроэкономического прогнозирования.

2. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ МГУА

Напомним основополагающие принципы МГУА, справедливые и для нечеткого его варианта.

Достаточно полная зависимость между входами $X(i)$ и выходами $Y(i)$ в классе полиномиальных моделей может быть представлена с помощью обобщенного полинома Колмогорова-Габора.

Пусть есть $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, тогда такой полином имеет вид

$$Y = a_0 + \sum_{i=1}^N a_i x_i + \sum_{j=1}^N \sum_{i \leq j} a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^N \sum_{j \leq i} \sum_{k \leq j} a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots,$$

где все коэффициенты $\hat{a}_0, \hat{a}_i, \hat{a}_{ij}$ неизвестны.

При построении модели (определении значений коэффициентов) в качестве критерия используется критерий регулярности (точности)

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i))^2.$$

Необходимо обеспечить $\overline{\varepsilon^2} \rightarrow \min$.

Принцип множественности моделей. Существует множество моделей на данной выборке, обеспечивающее нулевую ошибку (достаточно повышать степень полинома модели). Т.е., если имеется N узлов интерполяции, то можно построить целое семейство моделей, каждая из которых при прохождении через экспериментальные точки будет давать нулевую ошибку.

$$\overline{\varepsilon^2} = 0.$$

Обычно степень нелинейности берут не выше $n-1$, если n — количество точек выборки.

Обозначим S — сложность модели (определяется числом членов полинома Колмогорова-Габора).

Значение ошибки $\overline{\varepsilon^2}$ зависит от сложности модели. Причем по мере роста сложности сначала она будет падать, а затем расти. Нам же нужно выбрать такую оптимальную сложность, при которой ошибка будет минимальной. Кроме того, если учитывать действие помех, то можно выделить следующее:

1. При различном уровне помех зависимость $\overline{\varepsilon^2}$ от сложности S будет меняться, сохраняя при этом общую направленность (с ростом сложности она сначала будет уменьшаться, а затем — возрастать).
2. При увеличении уровня помех величина $\min_S \overline{\varepsilon^2}$ будет расти.
3. С ростом уровня помех $S_0 = \arg \min \overline{\varepsilon^2}$ будет уменьшаться (оптимальное значение сложности будет смещаться влево). Причем $\overline{\varepsilon^2}(S_0) > 0$, если уровень помех не нулевой.

Один из способов преодоления неполноты выборки данных, которая является следствием теоремы неполноты Геделя, — использование **принципа внешнего дополнения**. В качестве внешнего дополнения применяется дополнительная (проверочная) выборка, точки которой не использовались при обучении системы (т.е. при поиске оценочных значений коэффициентов полинома Колмогорова-Габора).

Поиск наилучшей модели осуществляется таким образом.

• Вся выборка делится на обучающую и проверочную: $N_{\text{выб}} = N_{\text{обуч}} + N_{\text{пров}}$.

- На обучающей выборке $N_{\text{обуч}}$ определяются значения $\hat{a}_0, \hat{a}_i, \hat{a}_{ij}$.
- На проверочной выборке $N_{\text{пров}}$ отбираются лучшие модели.

Принцип свободы выбора (неокончателности промежуточного решения).

1. Для каждой пары x_i и x_j строим частичные описания (всего C_N^2) вида

• или $\hat{Y}^{(s)} = \varphi(x_i, x_j) = a_0 + a_i x_i + a_j x_j$, $s = 1 \dots C_N^2$ (линейные);

• или $\hat{Y}^{(s)} = \varphi(x_i, x_j) = a_0 + x_i + a_j x_j + a_{ii} x_i^2 + a_{ij} x_i x_j + a_{jj} x_j^2$,

$s = 1 \dots C_N^2$ (квадратичные).

2. Определяем коэффициенты этих моделей по МНК, используя обучающую выборку. Т.е. находим $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_j, \dots, \hat{a}_N, \hat{a}_{11}, \dots, \hat{a}_{ij}, \dots, \hat{a}_{NN}$.

3. Далее на проверочной выборке для каждой из этих моделей ищем оценку

$$\overline{\varepsilon_s^2} = \frac{1}{N_{\text{пров}}} \sum_{k=1}^{N_{\text{пров}}} [Y(k) - \hat{Y}_k^{(s)}]^2$$

(где $Y(k)$ — действительное значение выходной переменной в k -й точке проверочной выборки; $\hat{Y}_k^{(s)}$ — выходное значение в k -й точке проверочной выборки в соответствии с s -й моделью) и определяем F лучших моделей.

Выбранные y_i подаются на второй ряд. Ищем

$$z_I = \varphi^{(2)}(x_i, x_j) = a_0^{(2)} + a_1^{(2)} y_i + a_2^{(2)} y_j + a_3^{(2)} y_i^2 + a_4^{(2)} y_i y_j + a_5^{(2)} y_j^2.$$

Оценка здесь такая же, как на первом ряде. Отбор лучших осуществляется опять так же, но $F_2 < F_1$. Процесс конструирования рядов повторяем до тех пор, пока средний квадрат ошибки уменьшается. Когда на слое m получим увеличение ошибки $\overline{\varepsilon^2}$, то прекратим работу алгоритма.

3. НЕЧЕТКИЙ МГУА. ОСНОВНЫЕ ИДЕИ

В работах [4,5] рассмотрена линейная интервальная модель регрессии

$$Y = A_0 Z_0 + A_1 Z_1 + \dots + A_n Z_n, \quad (1)$$

где A_i — нечеткие числа треугольного вида, описываемые парой параметров

$$A_i = (\alpha_i, c_i),$$

где α_i — центр интервала; c_i — его ширина; $c_i \geq 0$.

Тогда Y — нечеткое число, параметры которого определяются следующим образом:

$$\text{центр интервала } \alpha_y = \sum_i \alpha_i z_i = \alpha_i^T z, \quad (2)$$

$$\text{ширина интервала } c_y = \sum_i c_i |z_i| = c^T |z|. \quad (3)$$

Для того чтобы интервальная модель была корректной, необходима принадлежность действительного значения выходной величины Y интервалу неопределенности, что описывается следующими ограничениями:

$$\begin{cases} \alpha^T z - c^T |z| \leq y \\ \alpha^T z + c^T |z| \geq y \end{cases}. \quad (4)$$

Например, для частичного описания вида

$$f(x_i, x_j) = A_0 + A_1 x_i + A_2 x_j + A_3 x_i x_j + A_4 x_i^2 + A_5 x_j^2 \quad (5)$$

в общей модели (1) необходимо положить $z_0 = 1$, $z_1 = x_i$, $z_2 = x_j$, $z_3 = x_i x_j$, $z_4 = x_i^2$, $z_5 = x_j^2$.

Предположим, что мы наблюдаем обучающую выборку $\{z_1, z_2, \dots, z_M\}$, $\{y_1, y_2, \dots, y_M\}$. Тогда для адекватной модели вида (1) необходимо найти также $(\alpha_i, c_i)_{i=\overline{1, n}}$, для которых бы выполнялись соотношения вида

$$\begin{cases} \alpha^T z_k - c^T |z_k| \leq y_k \\ \alpha^T z_k + c^T |z_k| \geq y_k \end{cases}, \quad k = \overline{1, M}. \quad (6)$$

Сформулируем основные требования к оценочной линейной интервальной модели для частичного описания вида (5).

Найти такие значения параметров (α_i, c_i) нечетких коэффициентов, при которых:

- а) наблюдаемые значения y_k попадали бы в оценочный интервал для Y_k ;
 - б) суммарная ширина оценочного интервала была бы минимальной.
- Эти требования можно свести к следующей задаче ЛП.

$$\min \left(C_0 M + C_1 \sum_{k=1}^M |x_{ki}| + C_2 \sum_{k=1}^M |x_{kj}| + C_3 \sum_{k=1}^M |x_{ki} x_{kj}| + C_4 \sum_{k=1}^M |x_{ki}^2| + C_5 \sum_{k=1}^M |x_{kj}^2| \right) \quad (7)$$

при условиях

$$\alpha_0 + \alpha_1 x_{ki} + \alpha_2 x_{kj} + \alpha_3 x_{ki} x_{kj} + \alpha_4 x_{ki}^2 + \alpha_5 x_{kj}^2 - \left(C_0 + C_1 |x_{ki}| + C_2 |x_{kj}| + C_3 |x_{ki} x_{kj}| + C_4 |x_{ki}^2| + C_5 |x_{kj}^2| \right) \leq y_k, \quad k = \overline{1, M}, \quad (8)$$

$$\alpha_0 + \alpha_1 x_{ki} + \alpha_2 x_{kj} + \alpha_3 x_{ki} x_{kj} + \alpha_4 x_{ki}^2 + \alpha_5 x_{kj}^2 + \left(C_0 + C_1 |x_{ki}| + C_2 |x_{kj}| + C_3 |x_{ki} x_{kj}| + C_4 |x_{ki}^2| + C_5 |x_{kj}^2| \right) \geq y_k, \quad C_p \geq 0, \quad p = \overline{0, 5}, \quad (9)$$

где k — номер точки измерения.

Как видим, задача (7) – (9) является задачей линейного программирования (ЛП). Однако неудобство формы (7)–(9) для применения стандартных методов ЛП состоит в том, что нет ограничений неотрицательности для переменных α_i . Поэтому для ее решения переходим к двойственной задаче, введя двойственные переменные $\{\delta_k\}$ и $\{\delta_{k+M}\}$. Она записывается так:

$$\max \left(\sum_{k=1}^M Y_k \delta_{k+M} - \sum_{k=1}^M Y_k \delta_k \right), \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^M \delta_{k+M} - \sum_{k=1}^M \delta_k &= 0 \\ \sum_{k=1}^M X_{ki} \delta_{k+M} - \sum_{k=1}^M X_{ki} \delta_k &= 0 \\ \dots \\ \sum_{k=1}^M X_{kj}^2 \delta_{k+M} - \sum_{k=1}^M X_{kj}^2 \delta_k &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^M \delta_k + \sum_{k=1}^M \delta_{k+M} &\leq M \\ \sum_{k=1}^M |X_{ki}| \delta_k + \sum_{k=1}^M |X_{ki}| \delta_{k+M} &\leq \sum_{k=1}^M |X_{ki}| \\ \dots \\ \sum_{k=1}^M |X_{kj}^2| \delta_k + \sum_{k=1}^M |X_{kj}^2| \delta_{k+M} &\leq \sum_{k=1}^M |X_{kj}^2| \end{aligned} \right\}. \quad (12)$$

Эта задача ЛП всегда является разрешимой, так как при $\delta_k = 0$, $k = \overline{1, 2M}$ все ограничения (11), (12) выполняются.

Решив двойственную задачу симплекс-методом и найдя оптимальные значения двойственных переменных $\{\delta_k\}$, $\{\delta_{k+M}\}$, найдем также оптимальные значения искомым переменных c_i , α_i , $i = \overline{0, 5}$, а также искомую нечеткую модель для частичного описания (5).

4. ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА НМГУА

Краткое описание алгоритма.

1. Выбрать общий вид модели, которой будет описываться искомая зависимость.
2. Выбрать внешний критерий оптимальности (критерий регулярности $\overline{\delta}^2$ или несмещенности $N_{см}$).
3. Выбрать общий вид опорной функции (вид частичных описаний), например, линейный или квадратичный.

4. Разбить выборки на обучающую $N_{об}$ и проверочную $N_{пров}$.
5. Присвоить нулевые значения счетчику числа моделей k и счетчику числа рядов r .
6. Сгенерировать новую частичную модель f_r вида (5) на обучающей выборке. Решить задачу ЛП (10) – (12) и найти искомые значения α_i, c_i .
7. Определить по проверочной выборке $N_{пров}$ значение внешнего критерия ($N_{см k}^{(r)}$) или ($\delta_k^{(2)}(r)$).
8. $k = k + 1$. Если $k \geq C_F^2$, то $k = 0, r = r + 1$.
9. Вычислить средний критерий для моделей r -й итерации ($N_{см}^{(r)}$ или $\delta^{(2)}(r)$). Если $r = 1$, то переходим на шаг 6, иначе — на шаг 10.
10. Если $|N_{см}(r) - N_{см}(r-1)| \leq \varepsilon$, то переходим на шаг 11, иначе — отбираем F лучших моделей и, положив $r = r + 1, k = 1$, переходим на шаг 6 и выполняем следующую $(r + 1)$ -ю итерацию.
11. Из F моделей предыдущего ряда найти по критерию регуляризации наилучшую модель. Восстановить аналитический вид лучшей модели, используя геделевскую нумерацию.

5. АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

В первых работах, посвященных нечеткому МГУА [3,4], рассматривались функции принадлежности нечетких коэффициентов треугольного вида. Поскольку нечеткие числа могут иметь и другой вид функции принадлежности (ФП), то представляют интерес другие классы ФП в задачах моделирования на основе МГУА. В работе [7] рассмотрены нечеткие модели с гауссовскими и колоколообразными ФП.

5.1. Нечеткие числа с гауссовской ФП

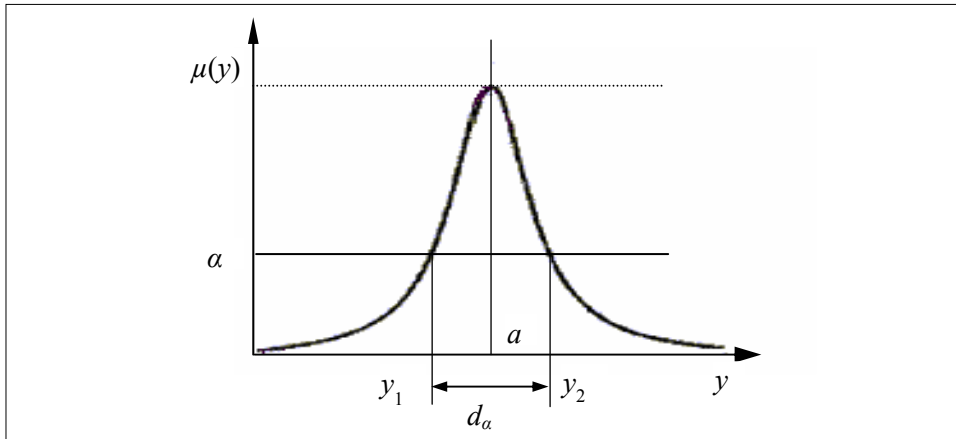
Назовем нечетким числом B с гауссовской ФП нечеткое множество с ФП вида

$$\mu_B(x) = e^{-\frac{1}{2} \frac{(x-a)^2}{c^2}}. \quad (13)$$

Такое НЧ задается парой чисел $\beta = (a, c)$, где a — центр, а c — величина, характеризующая ширину интервала (рис.1).

Пусть оценочная линейная интервальная модель для частичного описания НМГУА имеет вид (5). Тогда задача ставится в виде: найти такие нечеткие числа A_i , т.е. параметры (a_i, c_i) , чтобы:

- 1) наблюдение y_k принадлежало данному оценочному множеству Y_k со степенью, не меньшей, чем $\alpha, 0 < \alpha < 1$;
- 2) ширина оценочного интервала уровня α была бы минимальной.

Рис. 1. Подмножество уровня α

Ширина оценочного интервала уровня α (рис. 1)

$$d_\alpha = y_2 - y_1 = 2(y_2 - a),$$

где $(y_2 - a)$ определяется из условия

$$\alpha = \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \frac{(y_2 - a)^2}{c^2}\right\}. \quad (14)$$

Отсюда $d_\alpha = 2c\sqrt{-2\ln\alpha}$.

Итак, целевая функция может быть записана в виде

$$\min \sum_{k=1}^M d_\alpha^k = \min \sum_{k=1}^M 2C_k \sqrt{-2\ln\alpha} = 2\sqrt{-2\ln\alpha} \min \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^n C_i |z_{ik}|. \quad (15)$$

Так как $2\sqrt{-2\ln\alpha}$ — положительная константа, не влияющая на набор c_i , который минимизирует целевую функцию (15), то можно разделить целевую функцию на эту константу и привести целевую функцию к исходному виду.

Теперь рассмотрим первое требование $\mu(y_k) \geq \alpha$. Оно эквивалентно

$$\exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \frac{(y_k - a_k)^2}{c_k^2}\right\} \geq \alpha.$$

Это неравенство приводится к системе неравенств вида

$$\begin{aligned} a_k + c_k \sqrt{-2\ln\alpha} &\geq y_k, \\ a_k - c_k \sqrt{-2\ln\alpha} &\leq y_k. \end{aligned} \quad (16)$$

С учетом того, что

$$a_k = \sum_{i=1}^n a_i z_{ki}, \quad c_k = \sum_{i=1}^n c_i |z_{ki}|$$

задача нахождения нечеткой модели сводится окончательно к задаче ЛП следующего вида:

$$\min \left(C_0 M + C_1 \sum_{k=1}^M |x_{ki}| + C_2 \sum_{k=1}^M |x_{kj}| + C_3 \sum_{k=1}^M |x_{ki} x_{kj}| + C_4 \sum_{k=1}^M |x_{ki}^2| + C_5 \sum_{k=1}^M |x_{kj}^2| \right) \quad (17)$$

при условиях

$$\left. \begin{aligned} a_0 + a_1 x_{ki} + \dots + a_5 x_{kj}^2 + (C_0 + C_1 |x_{ki}| + \dots + C_5 |x_{kj}^2|) \sqrt{-2 \ln \alpha} &\geq y_k \\ a_0 + a_1 x_{ki} + \dots + a_5 x_{kj}^2 - (C_0 + C_1 |x_{ki}| + \dots + C_5 |x_{kj}^2|) \sqrt{-2 \ln \alpha} &\leq y_k \end{aligned} \right\}, \quad k = \overline{1, M}. \quad (18)$$

Для решения этой задачи, как и в случае ФП треугольного вида, можно перейти к двойственной задаче вида

$$\max \left(\sum_{k=1}^M y_k \delta_{k+M} - \sum_{k=1}^M y_k \delta_k \right) \quad (19)$$

при условиях-равенствах (11) и условиях-неравенствах

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^M \delta_k + \sum_{k=1}^M \delta_{k+M} &\leq \frac{M}{\sqrt{-2 \ln \alpha}} \\ \sum_{k=1}^M |X_{ki}| \delta_k + \sum_{k=1}^M |X_{ki}| \delta_{k+M} &\leq \frac{\sum_{k=1}^M |X_{ki}|}{\sqrt{-2 \ln \alpha}} \\ \dots \\ \sum_{k=1}^M |X_{kj}^2| \delta_k + \sum_{k=1}^M |X_{kj}^2| \delta_{k+M} &\leq \frac{\sum_{k=1}^M |X_{kj}^2|}{\sqrt{-2 \ln \alpha}} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$$\delta_k \geq 0, \quad k = \overline{1, 2M}.$$

Эта задача решается стандартными методами.

5.2. Нечеткие модели с колоколообразной функцией принадлежности

Распространенный класс нечетких чисел (НЧ) составляют НЧ с колоколообразной ФП вида

$$\mu_B(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-a}{c} \right)^2}.$$

Такое НЧ B задается парой чисел $B = (a, c)$, где a — центр, а c — величина, характеризующая ширину функции (рис. 2).

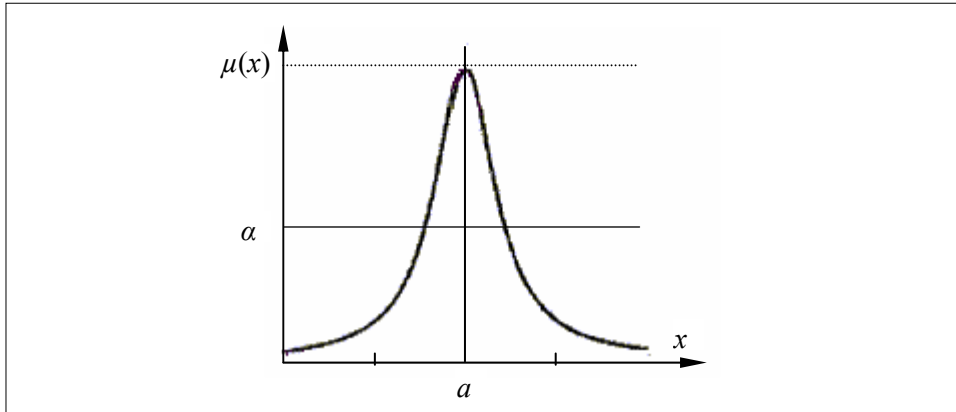


Рис. 2. Колоколообразная ФП

Для нечеткой модели $Y = A_0 + A_1 x_i + A_2 x_j + A_3 x_i x_j + A_4 x_i^2 + A_5 x_j^2$.

Соответствующая задача ЛП для нахождения неизвестных параметров (α_i, c_i) имеет вид

$$\min \left(C_0 M + C_1 \sum_{k=1}^M |x_{ki}| + C_2 \sum_{k=1}^M |x_{kj}| + C_3 \sum_{k=1}^M |x_{ki} x_{kj}| + C_4 \sum_{k=1}^M |x_{ki}^2| + C_5 \sum_{k=1}^M |x_{kj}^2| \right) \quad (21)$$

при условиях

$$\begin{aligned} a_0 + a_1 x_{ki} + \dots + a_5 x_{kj}^2 + (C_0 + C_1 |x_{ki}| + \dots + C_5 |x_{kj}^2|) \sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}} &\geq y_k, \\ a_0 + a_1 x_{ki} + \dots + a_5 x_{kj}^2 - (C_0 + C_1 |x_{ki}| + \dots + C_5 |x_{kj}^2|) \sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}} &\leq y_k, \end{aligned} \quad (22)$$

$$k = \overline{1, M}, \quad C_i > 0, \quad i = \overline{0, 5}.$$

Перейдя от этой задачи к двойственной, можно найти искомое решение стандартными методами ЛП.

6. АДАПТАЦИЯ НЕЧЕТКИХ МОДЕЛЕЙ

При прогнозировании с использованием методов самоорганизации (в частности, НМГУА) возникает проблема коррекции полученной модели в процессе ее использования для прогнозирования после получения новых экспериментальных данных.

Поскольку полный пересчет модели «в лоб» требует больших вычислительных затрат, более рациональным является адаптация коэффициентов найденной на предыдущем этапе оптимальной модели по методу МГУА. В

работе [5] рассмотрен и исследован алгоритм адаптации на основе метода стохастической аппроксимации.

Метод стохастической аппроксимации позволяет просто учитывать новые поступающие данные и относится к числу рекурсивных методов структурной идентификации. Оценка \hat{P}_{n+1} вектора параметров p на шаге $(n+1)$ при условии, что известна оценка вектора P на шаге n , определяется так:

$$\hat{P}_{n+1} = \hat{P}_n - \rho_n \Psi_n, \quad (23)$$

где Ψ_n — функция, зависящая от $I_n(\hat{p}_n)$ — скалярного критерия качества идентификации (например, интегрального среднеквадратичного критерия); ρ_n — величина шага.

Условия сходимости метода:

1) $\rho_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$.

2) $\sum_{n=0}^{\infty} \rho_n = \infty$.

3) $\sum_{n=0}^{\infty} \rho_n^2 < \infty$.

Если в качестве критерия оптимизации выбран критерий

$$I(P) = (y - \Phi(X, P))^2,$$

где $P = (p_1, p_2, \dots, p_k)$ — вектор искоемых параметров нечетких коэффициентов, то

$$\Psi = \left[\frac{\partial I}{\partial p_k} \right]_{k=1, \overline{K}}; \quad \frac{\partial I}{\partial p_k} = -2(y - \Phi(X, P)) \frac{\partial \Phi(X, P)}{\partial p_k}.$$

В случае линейной модели относительно параметров $P = [p_k]$ рекуррентное соотношение (23) для поиска неизвестного на $(n+1)$ -м шаге параметра p_k запишется так:

$$p_k[n+1] = p_k[n] + \rho_n (Y_{n+1} - \Phi(X[n+1], P[n])x_k[n+1]), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

7. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

В работах [5, 6] проводились исследования алгоритмов нечеткого МГУА с треугольной ФП в задачах прогнозирования макроэкономических показателей Украины. В качестве выходной прогнозируемой величины был выбран индекс потребительских цен (ИПЦ). В качестве существенных входных переменных по результатам регрессионного анализа выбраны следующие переменные:

- ИПЦ текущего периода.

- ИОЦ (индекс оптовых цен) текущего периода.
- Денежный агрегат M2 (лаг -7).
- Объем кредитов, вложенных в экономику (лаг -7).
- Официальный обменный курс доллара на текущий период.

Приведем некоторые из полученных результатов выполненных экспериментов.

1. Результаты структурной идентификации на окне прогнозирования размером в 15 точек, из которых 10 было выделено на обучающую и 5 на проверочную выборки. При идентификации на следующий этап синтеза передавалось 10 лучших моделей текущего этапа.

Используемое частичное описание

$$A_{00} + A_{01} x_1 + A_{02} x_2 + A_{12} x_1 x_2 .$$

Величина СКО: 0,7119462.

2. Результаты структурной идентификации на окне прогнозирования размером в 12 точек, из которых 7 было выделено на обучающую и 5 на проверочную выборки. Последние 3 точки, показанные на графике, спрогнозированы в пошаговом режиме без адаптации коэффициентов модели. При идентификации на следующий этап синтеза передавалось 10 лучших моделей текущего этапа.

Используемое частичное описание

$$A_{00} + A_{01} x_1 + A_{02} x_2 + A_{12} x_1 x_2 + A_{11} x_1^2 + A_{22} x_2^2 .$$

Величина СКО (на выборке, состоящей из обучающих и спрогнозированных точек): 0,249623.

3. Результаты структурной идентификации на окне прогнозирования размером в 12 точек, из которых 7 было выделено на обучающую и 5 на проверочную выборки. При идентификации на следующий этап синтеза передавалось 10 лучших моделей текущего этапа.

Используемое частичное описание

$$A_{00} + A_{01} x_1 + A_{02} x_2 + A_{12} x_1 x_2 + A_{11} x_1^2 + A_{22} x_2^2 .$$

Величина СКО: 0,116168.

4. Результаты структурной идентификации на окне прогнозирования размером в 12 точек, из которых 7 было выделено на обучающую и 5 на проверочную выборки. При идентификации на следующий этап синтеза передавалось 10 лучших моделей текущего этапа.

Используемое частичное описание

$$A_{00} + A_{01} x_1 + A_{02} x_2 .$$

Величина СКО: 0,7151176.

5. Прогноз 10 точек при помощи модели, синтезируемой единственный раз, без пошаговой адаптации коэффициентов.

Частичное описание, используемое при синтезе прогнозирующей модели,

$$A_{00} + A_{01} x_1 + A_{02} x_2 + A_{12} x_1 x_2 + A_{11} x_1^2 + A_{22} x_2^2.$$

Величина СКО на спрогнозированных точках: 0,990959.

6. Прогноз тех же 10 точек, что и в п. 5, при помощи пошаговой адаптации коэффициентов прогнозирующей модели (адаптация использовалась в случае выхода реального значения прогнозируемой переменной за спрогнозированную полосу).

Частичное описание, используемое при синтезе прогнозирующей модели,

$$A_{00} + A_{01} x_1 + A_{02} x_2 + A_{12} x_1 x_2 + A_{11} x_1^2 + A_{22} x_2^2.$$

Величина СКО на спрогнозированных точках: 0,813633824.

7. Прогноз 11 точек при помощи пошаговой адаптации коэффициентов прогнозирующей модели (адаптация использовалась в случае выхода реального значения прогнозируемой переменной за спрогнозированную полосу).

Частичное описание, используемое при синтезе прогнозирующей модели,

$$A_{00} + A_{01} x_1 + A_{02} x_2 + A_{12} x_1 x_2 + A_{11} x_1^2 + A_{22} x_2^2.$$

Величина СКО на спрогнозированных точках: 0,88312.

8. Прогноз тех же 11 точек, что и в п. 7, при помощи модели, синтезируемой единственный раз, без пошаговой адаптации коэффициентов.

Частичное описание, используемое при синтезе прогнозирующей модели,

$$A_{00} + A_{01} x_1 + A_{02} x_2 + A_{12} x_1 x_2 + A_{11} x_1^2 + A_{22} x_2^2.$$

Величина СКО на спрогнозированных точках: 1,16648.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как видно из приведенных ниже графиков (рис. 3–6), идентификация структуры моделей с использованием нечеткого МГУА дает достаточно высокие результаты при прогнозировании даже для моделей с линейными частичными описаниями. Для линейных моделей СКО не превышает значения 0,72, для описаний вида

$$A_{00} + A_{01} x_1 + A_{02} x_2 + A_{12} x_1 x_2 + A_{11} x_1^2 + A_{22} x_2^2$$

СКО не превышает значения 0,3.

Наилучшие результаты структурной идентификации и прогнозирования получены на окне размером 12 точек (т.е. при размерах окна, полученных с помощью регрессионного анализа) с использованием квадратичных частичных описаний и максимально возможной свободе выбора (на каждом этапе синтеза отбирались 10 лучших моделей).

Долгосрочные прогнозы величины ИПЦ в результате описанных экспериментов имеют высокое качество (как для моделей с пошаговой адаптацией коэффициентов, так и без нее), что свидетельствует о возможности ус-

пешного применения нечеткого МГУА в задачах долгосрочного прогнозирования макроэкономических показателей для экономики переходного периода. Особый интерес представляло сравнение результатов прогнозирования с использованием моделей с адаптацией и без нее.

Во всех экспериментах точность прогноза с адаптацией коэффициентов модели оказалась несколько выше. Так при прогнозе 10 точек (с 09.1998 г. по 06.1999 г.) СКО для моделей с адаптацией и без нее составило соответственно 0,813634 и 0,99096.

При прогнозе 11 точек (с 02.1998 г. по 12.1998 г.) СКО составило соответственно 0,88312 и 1,16648. Эти результаты свидетельствуют о целесообразности применения адаптации для корректировки коэффициентов модели по вновь поступающим данным и позволяют избежать большого объема вычислений, связанного с повторным синтезом модели. Однако следует отметить, что в условиях экономики переходного периода зависимость между входными и выходными процессами может существенно изменяться на коротком отрезке времени и адаптация коэффициентов модели при этом не даст желаемого эффекта, так как текущая модель становится неадекватной, и тогда необходим синтез новой модели. Следовательно, для повышения точности прогноза необходимо определить некоторый баланс между адаптацией существующей и синтезом новой модели. В частности, значительная ошибка прогноза является сигналом для синтеза новой модели.

Таблица 1. Пример 2

Предсказанное значение			Точное значение	Отклонение	Квадрат отклонения
Ряд 1	Ряд 2	Ряд 3			
Нижняя граница	Центр	Верхняя граница	Ряд 4		
-0,53722196	-0,098627941	0,339966077	0	0,098627941	0,009727471
0,829243012	1,267837031	1,70643105	1,2	0,067837031	0,004601863
0,751614352	1,19020837	1,628802389	0,9	0,29020837	0,084220898
0,605627406	1,044221425	1,482815444	0,9	0,144221425	0,020799819
0,540008112	0,97860213	1,417196149	1,4	0,42139787	0,177576164
0,177188037	0,738594019	1,3	1,3	0,561405981	0,315176676
-0,007019976	0,431574042	0,870168061	0,2	0,231574042	0,053626537
-0,554785551	-0,116191533	0,322402486	0,2	0,316191533	0,099977085
0,847198903	1,285792922	1,724386941	1,3	0,014207078	0,000201841
-0,23758945	0,201004569	0,639598587	0	0,201004569	0,040402837
-0,151796964	0,286797055	0,725391073	0	0,286797055	0,082252551
-1,352722255	-0,914128236	-0,475534218	-0,9	0,014128236	0,000199607
-0,030902591	0,407691428	0,846285446	0,2	0,207691428	0,043135729
3,396947499	3,835541518	4,274135536	3,8	0,035541518	0,001263199
5,722489177	6,161083196	6,599677214	6,2	0,038916804	0,001514518
				СКО	0,249623289

Частичное описание, используемое при синтезе моделей,

$$A_{00} + A_{01} x_1 + A_{02} x_2 + A_{12} x_1 x_2 + A_{11} x_1^2 + A_{22} x_2^2.$$

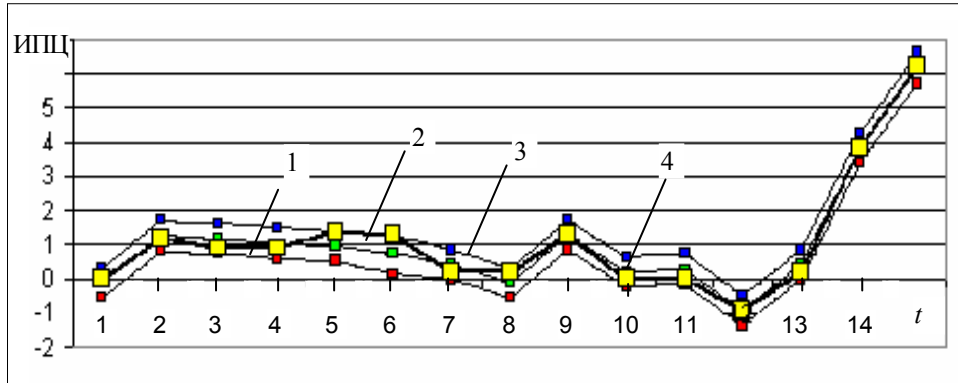


Рис. 3. Графики прогнозных и действительных значений: 1, 2, 3, 4 — ряды (пример 2)

Таблица 2. Пример 3

Предсказанное значение			Точное значение	Отклонение	Квадрат отклонения
Ряд 1	Ряд 2	Ряд 3			
Нижняя граница	Центр	Верхняя граница	Ряд 4		
0,741907027	0,820953513	0,9	0,9	0,079046487	0,006248347
1,4	1,530499329	1,660998657	1,4	0,130499329	0,017030075
0,852220261	1,07611013	1,3	1,3	0,22388987	0,050126674
0,2	0,276785899	0,353571799	0,2	0,076785899	0,005896074
0,2	0,284920755	0,36984151	0,2	0,084920755	0,007211535
1,104810941	1,202405471	1,3	1,3	0,097594529	0,009524692
0	0,135304494	0,270608989	0	0,135304494	0,018307306
-0,879510732	-0,103400602	0,672709528	0	0,103400602	0,010691684
-1,76330477	-0,987194639	-0,211084509	-0,9	0,087194639	0,007602905
-0,406016651	0,370093479	1,14620361	0,2	0,170093479	0,028931792
3,007468704	3,783578834	4,559688965	3,8	0,016421166	0,000269655
5,433833205	6,209943335	6,986053466	6,2	0,009943335	9,88699E-05
				СКО	0,116167841

Частичное описание, используемое при синтезе моделей,

$$A_{00} + A_{01} x_1 + A_{02} x_2 + A_{12} x_1 x_2 + A_{11} x_1^2 + A_{22} x_2^2.$$

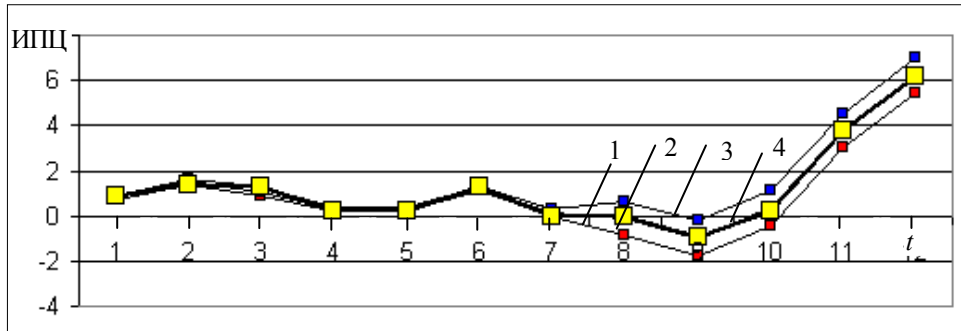


Рис. 4. Графики прогнозных и действительных значений: 1, 2, 3, 4 — ряды (пример 3)

Таблица 3. Пример 6

Предсказанное значение			Точное значение	Отклонение	Квадрат отклонения
Ряд 1 Нижняя граница	Ряд 2 Центр	Ряд 3 Верхняя граница			
3,96	4,4	4,84	6,2	1,8	3,24
2,36	2,8	3,24	3	0,2	0,04
2,51	2,95	3,39	3,3	0,35	0,1225
1,61	2,05	2,49	1,5	0,55	0,3025
1,36	1,8	2,24	1	0,8	0,64
1,36	1,8	2,24	1	0,8	0,64
2,01	2,45	2,89	2,3	0,15	0,0225
2,06	2,5	2,94	2,4	0,1	0,01
0,91	1,35	1,79	0,1	1,25	1,5625
-1,24	-0,8	-0,36	-1	0,2	0,04
				СКО	0,813633824

Частичное описание, используемое при синтезе моделей,

$$A_{00} + A_{01}x_1 + A_{02}x_2 + A_{12}x_1x_2 + A_{11}x_1^2 + A_{22}x_2^2.$$

Количество описаний, передаваемых на следующий этап синтеза: 10.

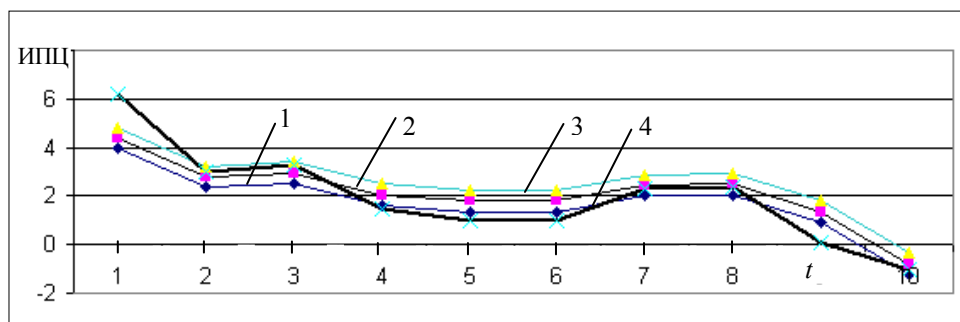


Рис. 5. Графики прогнозных и реальных значений ИПЦ: 1, 2, 3, 4 — ряды (пример 6)

Таблица 4. Пример 7

Предсказанное значение			Точное значение	Отклонение	Квадрат отклонения
Ряд 1 Нижняя граница	Ряд 2 Центр	Ряд 3 Верхняя граница			
0,447247747	1,376050257	2,304852767	0,2	1,176050257	1,383094207
0,35431648	1,297410503	2,240504527	1,3	0,002589497	6,70549E-06
-0,82637542	0,102427091	1,031229601	0	0,102427091	0,010491309
-0,774994098	0,150991763	1,076977625	0	0,150991763	0,022798513
-1,023589667	-0,094787157	0,834015353	-0,9	0,805212843	0,648367723
-0,665987341	0,260363951	1,186715244	0,2	0,060363951	0,003643807
1,197507568	2,12504098	3,052574392	3,8	1,67495902	2,805487719
3,6	4,4	5,2	6,2	1,8	3,24
2	2,8	3,6	3	0,2	0,04
2,15	2,95	3,75	3,3	0,35	0,1225
1,25	2,05	2,85	1,5	0,55	0,3025
				СКО	0,883118955

Частичное описание, используемое при синтезе моделей,

$$A_{00} + A_{01}x_1 + A_{02}x_2 + A_{12}x_1x_2 + A_{11}x_1^2 + A_{22}x_2^2.$$

Количество описаний, передаваемых на следующий этап синтеза: 10.

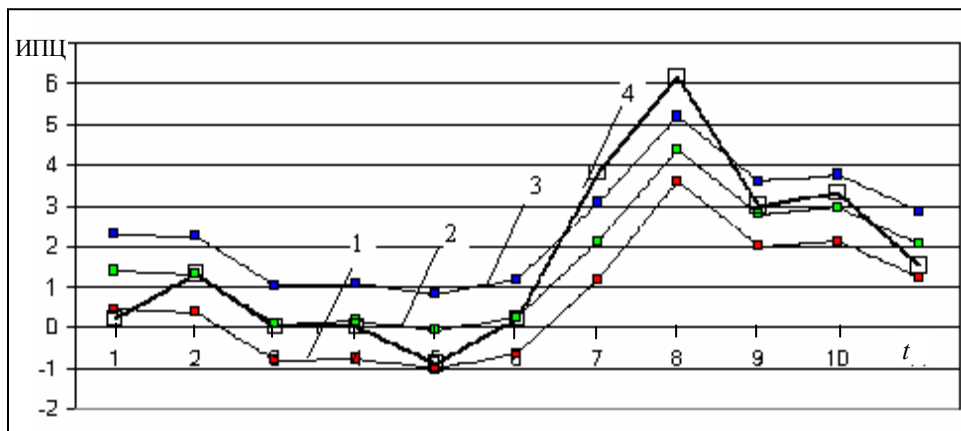


Рис. 6. Графики прогнозных и реальных значений: 1, 2, 3, 4 — ряды (пример 7)

Результаты проведенных экспериментов с различными ФП

В эксперименте по моделированию неизвестной функции с использованием программной реализации описанного выше алгоритма НМГУА с использованием различных ФП в качестве входных данных были взяты следующие макроэкономические показатели (данные с апреля 1996г. по июнь 1999г.):

- номинальный ВВП (НВВП);
- процент изменения индекса потребительских цен (ИПЦ);
- процент изменения индекса оптовых цен (ИОЦ);
- индекс реальной промышленной продукции (ИРПП);

- ставка рефинансирования НБУ за прошедший месяц (СР).

Выходной прогнозируемой переменной было значение номинального ВВП в следующем месяце.

Параметры моделирования.

Массив входных данных размером 28 точек был разбит на 11 окон (промежутков) данных, на которых строилась модель. Размер каждого окна 12 точек, каждое окно сдвинуто на один месяц относительно предыдущего. После этого проводился прогноз НВВП(+1) на 5 шагов вперед. На каждом этапе синтеза НМГУА выбирались 7 лучших полных квадратичных моделей частичных описаний. Соотношения критериев регулярности и несмещенности в определении погрешности частичных описаний: 0,7/0,3. Для гауссовской и колоколообразной функций принадлежности задавался уровень значимости 0,7.

Результаты экспериментов приведены в табл.5, 6.

Таблица 5. Результаты прогнозирования НВВП с различными ФП

Номер окна	MSE		
	Треугольная ФП	Гауссовская ФП	Колоколообразная ФП
1	1669,8620	1655,4260	1652,1840
2	458,4141	449,6609	447,6822
3	830,1062	826,8912	826,1713
4	1362,0540	1353,9970	1352,1930
5	1858,8730	1845,2010	1842,1330
Среднее	1235,8620	1226,2350	1224,0730

Таблица 6. Сравнительный анализ гауссовской и колоколообразной ФП с разными уровнями значимости

Уровень значимости	MSE с гауссовской ФП	MSE с колоколообразной ФП
0,3	1368,135	1365,201
0,5	1366,106	1363,162
0,7	1361,489	1361,162
0,8	1361,796	1358,851
0,9	1359,482	1359,201

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПО ЧЕТКОМУ И НЕЧЕТКОМУ МГУА

Были проведены сравнительные экспериментальные исследования четкого и нечеткого алгоритмов МГУА в задачах прогнозирования макроэкономических показателей. В качестве прогнозируемой переменной взяты ВВП Украины. В процессе экспериментов изменялись объем выборок, соотношение между объемом обучающей и проверочной выборок, число лучших моделей, передаваемых на следующий уровень.

Некоторые из полученных результатов приводятся ниже.

Эксперимент 1.

Использовалась выборка из 49 точек, из которых 30 были выделены на обучающую, 19 на проверочную. При идентификации на следующий этап

синтеза передавались 7 лучших моделей. Использовалось полное квадратичное описание.

$$y = A_0 + A_{01}x_1 + A_{02}x_2 + A_{11}x_1^2 + A_{22}x_2^2 + A_{12}x_1x_2 .$$

Результаты прогнозирования приведены на рис. 7.

Величина СКО на прогнозной выборке:
558174 — в нечетком алгоритме МГУА;
1071791 — в четком алгоритме МГУА.

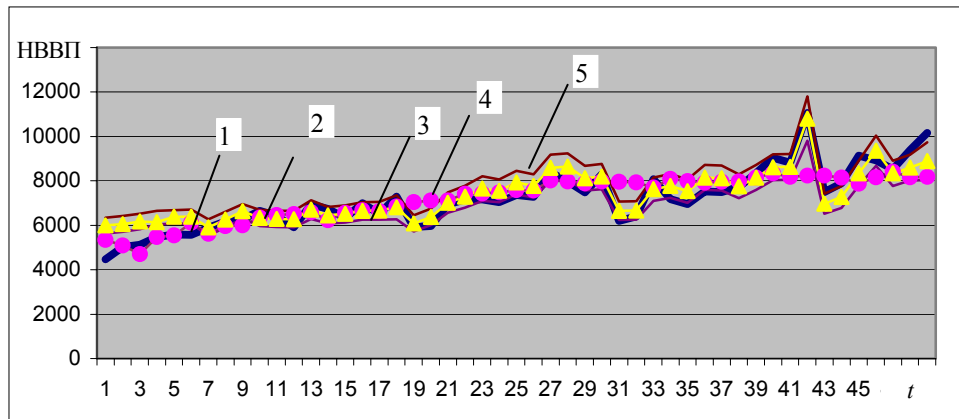


Рис. 7. Графики прогнозных и реальных значений НВВП: 1 — Y ; 2 — оценка по нечеткому МГУА; 3 — нижняя граница по нечеткому МГУА; 4 — оценка по четкому МГУА; 5 — верхняя граница по нечеткому МГУА

Эксперимент 2.

Использовалась выборка из 49 точек, из которых 35 были выделены на обобщающую, 14 на проверочную. При идентификации на следующий этап синтеза передавались 7 лучших моделей. Использовалось полное квадратичное описание.

Результаты прогнозирования приведены на рис.8.

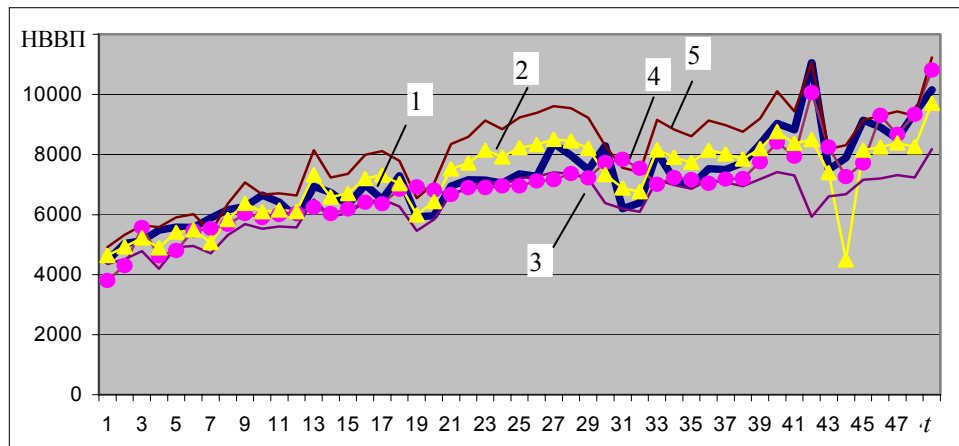


Рис. 8. Графики прогнозных и реальных значений: 1 — реальное значение; 2 — оценка по нечеткому МГУА; 3 — нижняя граница по нечеткому МГУА; 4 — оценка по четкому МГУА; 5 — верхняя граница по нечеткому МГУА

Величина СКО на прогнозной выборке:

249863 — в нечетком алгоритме МГУА;

521658 — в четком алгоритме МГУА.

Эксперимент 3.

Использовалась выборка из 49 точек, из которых 25 были выделены на обучающую, 24 на проверочную. Последние 5 точек, показанные на графике, спрогнозированы в пошаговом режиме без адаптации коэффициентов модели. При идентификации на следующий этап синтеза передавались 7 лучших моделей. Использовалось полное квадратичное описание.

Результаты экспериментов приведены на рис.9.

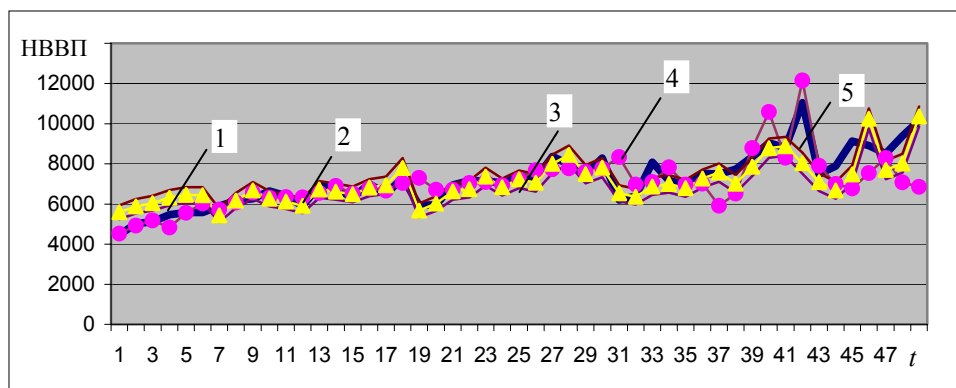


Рис. 9. Графики прогнозных и реальных значений: 1 — реальные значения; 2 — оценка по нечеткому МГУА; 3 — нижняя граница по нечеткому МГУА; 4 — оценка по четкому МГУА; 5 — верхняя граница по нечеткому МГУА

Величина СКО на прогнозной выборке:

1061710 — в нечетком алгоритме МГУА;

1652718 — в четком алгоритме МГУА.

Как следует из приведенных результатов, нечеткий алгоритм МГУА оказывается более точным, чем четкий. Это объясняется следующими достоинствами нечеткого МГУА:

1. Отсутствует проблема плохой обусловленности матриц, поскольку нет необходимости использовать МНК, а задача ЛП всегда разрешима.

2. Полученная интервальная (не точечная) оценка прогнозных величин позволяет оценить точность прогнозов.

3. В зависимости от варьируемых параметров в экспериментах можно получить большее количество входных параметров, что несомненно повышает качество прогнозов как в четком, так и в нечетком алгоритмах МГУА.

При одинаковом числе входных параметров изменение соотношения между обучающей и проверочной выборками (увеличение обучающей и уменьшение проверочной) ведет к ухудшению результатов прогноза. В частности, нечеткий метод дает более широкий интервал значений, четкий — более сглаженную кривую.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрен нечеткий метод индуктивного моделирования — НМГУА, проанализирована проблема адаптации коэффициентов нечетких моделей, описаны результаты экспериментальных исследований по применению нечеткого МГУА в задачах прогнозирования макроэкономических

показателей на примере экономики Украины. Исследовано влияние различных видов функций принадлежности на точность прогноза.

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Применение нечеткого МГУА в задачах прогнозирования экономических процессов со сложной динамикой и неизвестной функциональной взаимосвязью между процессами является вполне обоснованным и позволяет получить сравнительно высокую точность прогноза.

2. Использование адаптации коэффициентов найденной нечеткой модели по текущим данным позволяет повысить точность прогнозирования на 15–20%.

3. Результаты прогнозирования по нечеткому МГУА практически слабо зависят от типа функций принадлежности. Имеется некоторое предпочтение гауссовской и колоколообразной ФП перед треугольной. Но основным преимуществом нелинейных ФП по сравнению с треугольной состоит в том, что они определяются заданным уровнем значимости α , что может обеспечить дополнительную гибкость алгоритма.

4. Основные преимущества нечеткого МГУА перед четким:

- отсутствие явления вырожденности моделей при плохой обусловленности матрицы ограничений нормальных уравнений;
- возможность получения доверительного интервала для прогноза, что позволяет судить о точности получаемых оценок.

В качестве перспективных направлений дальнейших исследований в области нечеткого МГУА следует отметить исследование различных классов опорных функций (например, гармонических, обратных, показательных и др.), проведение сравнительного анализа МГУА с нейронными сетями, в том числе и нечеткими, в задачах моделирования и прогнозирования в экономике.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ивахненко А.Г., Мюллер И.А. Самоорганизация прогнозирующих моделей. — Киев: Техніка, 1985. — 221с.
2. Ивахненко А.Г., Зайченко Ю.П., Димитров В.Д. Принятие решений на основе самоорганизации. — М.: Сов. радио, 1976. — 280 с.
3. Mueller J.-A., Lemke F. Self-Organizing Data Mining. — Berlin, Dresden, 1999. — 225 p.
4. Зайченко Ю.П., Кебкал О.Г., Крачковський В.Ф. Нечіткий метод групового врахування аргументів та його застосування в задачах прогнозування макроекономічних показників // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2000, № 2, С. 18–26.
5. Зайченко Ю.П., Засць І.О. Синтез та адаптація нечітких прогнозуючих моделей на основі методу самоорганізації // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2001. — № 3. — С. 34 — 41.
6. Зайченко Ю.П., Засць І.О. Застосування рекурсивних методів ідентифікації в задачах синтезу нечітких прогнозуючих моделей // Міжнар. конф. з індуктивного моделювання. Львів, 20 — 25 травня 2002 р. Праці в 4-х томах. — 2. — С. 59–65.
7. Зайченко Ю.П., Засць І.О., Камоцький О.В., Павлюк О.В. Дослідження різних видів функцій належності в нечіткому методі групового врахування аргументів // УСИМ. — 2003. — № 2. — С. 56 — 67.

Поступила 03.06.2003