МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ І ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

УДК 519.711

СТРУКТУРНО-ВАРІАЦІЙНИЙ ПІДХІД ДО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЗБІЖНОСТІ ПРОЦЕСУ КОНТРОЛЮ ПАРАМЕТРІВ І СТАНУ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

В.М. ГАЛАЙ, А.М. СІЛЬВЕСТРОВ, О.В. ШЕФЕР

Розглянуто задачу сумісного оцінювання параметрів і змінних стану динамічних об'єктів. Показано, що при розв'язанні цієї задачі виникає проблема забезпечення збіжності процесу оцінювання. Запропоновано підхід, що гарантує збіжність за будь-яких початкових умов.

ВСТУП

Суттєва доля відмов у динамічних системах пов'язана з поступовою зміною параметрів і змінних стану. Важливо своєчасно виявити ці зміни і зпрогнозувати їх розвиток. Для цього необхідно періодично оцінювати значення параметрів і змінних стану контролюючих об'єктів. Складність такого оцінювання полягає в тому, що, як правило, неможливо забезпечити високий рівень співвідношення «сигнал / завада» у вимірах обмежених відхилень змінних стану, в нелінійності задачі одночасного оцінювання змінних стану і параметрів [1] контролюючих об'єктів.

В роботі [2] для розпізнавання передаварійних ситуацій пропонується процедура класифікації ситуацій по співвідношенню коефіцієнтів розкладання імпульсної перехідної функції (ІПФ) системи, яка контролюється, в ряд по ортогональним функціям. Але, як відомо [3], задача оцінювання ІПФ, особливо за умови пасивного експерименту, відноситься до некоректних. Окрім цього, в ІПФ нелінійно неявно входять коефіцієнти диференційного рівняння, що описує динаміку об'єкта, який контролюється. А саме ці коефіцієнти мають відповідний фізичний зміст, і краще контролювати безпосередньо їх, та й розмірність їх набагато менша, ніж коефіцієнтів розкладання ІПФ в ортогональному базисі. Бажано поєднати корисні властивості апроксимації ортогональними функціями (які гарантують збіжність алгоритму та асимптотичну незміщеність оцінок) з простотою і фізичною обумовленістю диференційних рівнянь або передаточних функцій, що описують динаміку об'єкта, який контролюється. Наведений нижче структурно-варіаційний підхід ілюструє можливість забезпечення збіжності процесу — як змінних стану, так і параметрів об'єкта — моделлю у вигляді диференційного рівняння, що відповідає фізиці процесу.

СТРУКТУРНО-ВАРІАЦІЙНИЙ ПІДХІД

Нехай, як приклад, задача полягає в оцінюванні вектору коефіцієнтів β моделі

$$\frac{d^2 x_{\mathrm{M}}}{dt^2} = -\beta_1 x_{\mathrm{M}}(t) - \beta_2 \frac{d\, x_{\mathrm{M}}}{dt} + \beta_3 u(t), \tag{1}$$

яка описує динаміку об’єкта, що контролюється. Контролю підлягають вихідна змінна $x(t)$ і параметри β_1, β_2, β_3, від яких залежить стійкість і керованість об’єкта (наприклад, динаміка електроприводу, механічної системи, теплового процесу та ін.). Нехай вхідна змінна $u(t)$ — «сходинка». Вихідна $y(t)$ — вимірюється з некорельованою завадою $\delta\, x(t)$.

$$y(t) = x(t) + \delta\, x(t). \tag{2}$$

Незміщена оцінка β^* відповідає умові

$$\beta^* = \arg\min_{\beta} \left\| y(t) - x_{\mathrm{M}}(t) \right\|^2, \tag{3}$$

де в $x_{\mathrm{M}}(t)$ шукані оцінки β входять нелінійно. Тому збіжність процесу пошуку β^* гарантується лише для обмежених відхилень $\Delta\beta$ оцінок β відносно шуканої β^*. Щоб потрапити в цю зону, побудуємо таку послідовність апроксимаційних процедур.

1. Апроксимація за умови (3) відображення «вхід $u(t)$ — вихід $x(t)$ об’єкта» системою ортогональних операторів, наприклад, поліномів Лягерра

$$X_{\mathrm{M}}(s) = \left[b_0 + \sum_{i=1}^{n} b_i \frac{\sqrt{2\alpha}}{s+\alpha} \left(\frac{s-\alpha}{s+\alpha} \right)^{i-1} \right] U(s), \tag{4}$$

де α і b_i — параметри, які оптимізуються; s — змінна перетворень Лапласа.

2. Апроксимація відображення «вхід $u(t)$ — вихід $x_{\mathrm{M}1}\left(\alpha^*, b^*, t\right)$ моделі (4)» лінійною відносно оцінюваних параметрів послідовно-паралельною моделлю

$$\varepsilon_1(s) = \beta_3 U(s) - \left(s^2 + \beta_2 s + \beta_1 \right) X_{\mathrm{M}1}(s), \tag{5}$$

де коефіцієнти β_i, $i = 1,2,3$ знаходяться з умови мінімуму середнього квадрата узагальненої похибки $\varepsilon_1(t_k)$, $k = \overline{1,N}$. Це приводить до розв’язання системи нормальних рівнянь

$$A^{\mathrm{T}} A \hat{\beta} = A^{\mathrm{T}} B, \tag{6}$$

де

$$A=\begin{bmatrix} x_1(t_1) & \dfrac{d\,x_1(t_1)}{d\,t} & u(t_1) \\ x_1(t_2) & \dfrac{d\,x_1(t_2)}{d\,t} & u(t_2) \\ \ldots & & \\ x_1(t_N) & \dfrac{d\,x_1(t_N)}{d\,t} & u(t_N) \end{bmatrix}, \quad \hat{\beta}=\begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \end{bmatrix}, \quad B=\begin{bmatrix} \dfrac{d^2x_1(t_1)}{d\,t^2} \\ \ldots \\ \dfrac{d^2x_1(t_N)}{d\,t^2} \end{bmatrix};$$

$x_1(t_k)$, $u(t_k)$ — сигнали $x_1(t)$ і $u(t)$, взяті в точках t_k, $k=\overline{1,N}$.

Розв'язання системи (6)

$$\hat{\beta}=\left(A^{\mathrm{T}}A\right)^{-1}A^{\mathrm{T}}B \tag{7}$$

дає оцінки $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$ першого наближення до шуканих коефіцієнтів моделі (1).

3. Підставимо оцінку (7) $\hat{\beta}$ в модель (1) і знайдемо сигнал $x_{\mathrm{M}}(t,\hat{\beta})$. Подамо цей сигнал замість $u(t)$ на вхід моделі (4). Тепер вона буде уточнювати відображення вхідного сигналу $u(t)$ в вихідний $x(t)$. В операторному зображенні

$$X_{\mathrm{M}}(s)=\left[b_0+\sum_{i=1}^{n}b_i\,\frac{\sqrt{2\alpha}}{s+\alpha}\left(\frac{s-\alpha}{s+\alpha}\right)^{i-1}\right]X_{\mathrm{M}}(s,\hat{\beta}), \tag{8}$$

де

$$X_{\mathrm{M}}(s,\hat{\beta})=\frac{\hat{\beta}_3}{s^2+\hat{\beta}_2 s+\hat{\beta}_1}\,U(s). \tag{9}$$

Параметри α і β моделі (8), як і раніше, оптимізуються за умови (3).

Композиція відображень (8), (9) дає більш точну апроксимацію точної складової $x(t)$ сигналу (2).

4. Повторюється алгоритм п. 2 апроксимації, але вже у вигляді композиції операторів (8), (9) моделлю (5).

5. Повторюється п. 3, але вже з уточненою моделлю (9) і простішою (з меншим n) моделлю (8). Остання спрощується завдяки тому, що уточнюється модель (8), і моделі (9) залишається лише наблизити вихід $x_2(t)$ до точної складової $x(t)$ виходу об'єкта.

Така послідовна варіація структур системи ідентифікації приводить до того, що оцінки параметрів моделі (1) при будь-яких початкових відхиленнях $\Delta\beta$ гарантовано сходяться до таких, які забезпечують умову (3). Структурну схему такої системи ідентифікації наведено на рисунку.

На першому кроці процесу оцінювання β^* і $x(t)$ коефіцієнти оператора

$$W_1(\beta, s) = \frac{\beta_{3M}}{s^2 + \beta_{1M}\, s + \beta_{2M}} \tag{10}$$

взято довільно, наприклад, $W_1 = 1$. Блоком, що реалізує умову (3), для різних значень α оператора ортогональної моделі настроюються параметри b_i, $i = \overline{1, n}$ ортогональної моделі (8) (ключ *Кл 1* замкнено). За шукані беруться ті значення α і b_i^*, які забезпечують мінімум $\|e\|$.

На другому кроці (*Кл 1* і *Кл 3* розімкнено, *Кл 2* замкнено) блоком $\beta^* = \arg\min \|\varepsilon\|$ настроюють параметри β_1, β_2, β_3 моделі (5), яка складається з двох операторів: β_3 і $s^2 + \beta_1 s + \beta_2$.

На третьому кроці (*Кл 3* і *Кл 1* замкнено, *Кл 2* розімкнено) параметри β_1^*, β_2^*, β_3^* встановлюються в моделі (10), а блок оптимізації параметрів b ортогонально моделі (8) перестроює їх попередні значення у нові з урахуванням нових значень параметрів моделі (10).

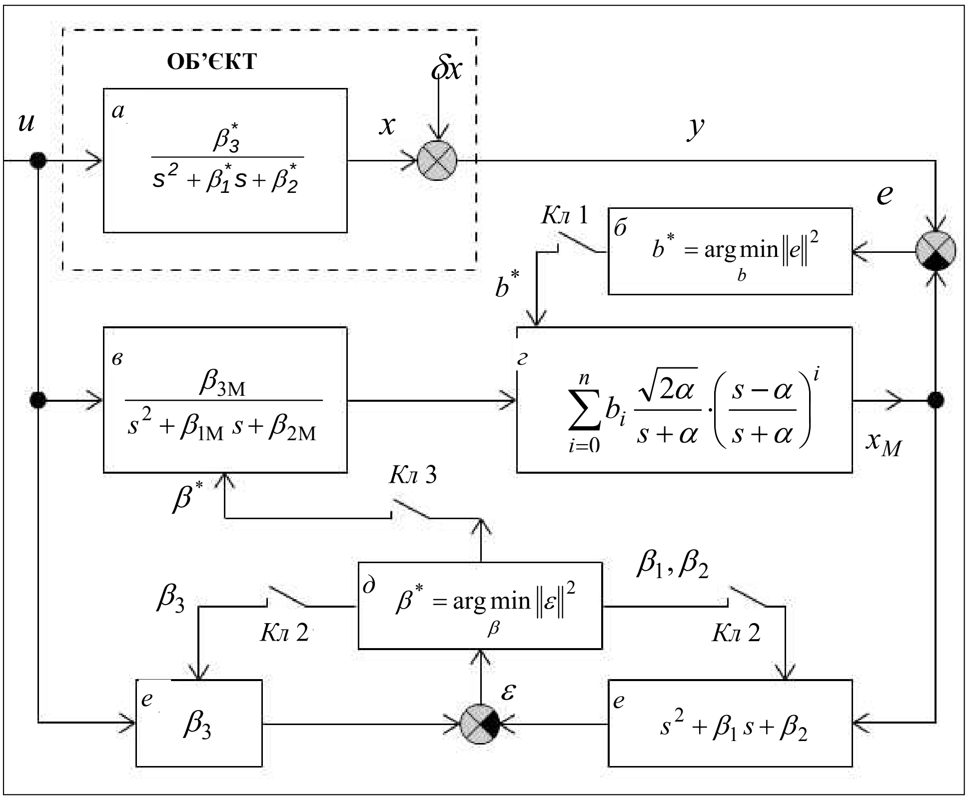

Схема ідентифікації зі змінною структурою, яка складається з об'єкта *(а)*, блоків оптимізації (*б*, *д*), паралельно ввімкненої його моделі *(в)*, ортогональної моделі *(г)*, розщепленої моделі (*е*)

Далі модель (5) уточнює параметри шуканої моделі (10), апроксимуючи відображення «точний вхід $u(t)$ — точний вихід $x_M(t)$». І так поступово оператор паралельної моделі від одиничного прямує до шуканого, а оператор ортогональної моделі — до одиничного.

У таблиці співставлені результати оцінювання параметрів $\beta_1^* = 3$, $\beta_2^* = 1$, $\beta_3^* = -0{,}5$ об'єкта, який контролюється (1), по вибірці даних на 100 дискретів k часу з кроком $0{,}05\,с$. Сигнал $y(k) = x(k) + \delta x(k)$, де $\delta x(k)$ — «білий шум», $u(k)$ — «ступінчастий керуючий вплив». Для різних співвідношень «шум / сигнал» співставлено широко використовуваний метод розщепленої моделі (МРМ) [1, 4] із запропонованим структурно-варіаційним (СВМ). У МРМ, окрім всього, сигнали $u(t)$ і $y(t)$ додатково було пропущено через згладжуючий заваду фільтр з передаточною функцією

$$W_ф(s) = \left(s^3 + 5s^2 + 6s + 7\right)^{-1}. \tag{11}$$

Результати оцінювання параметрів

«Шум / сигнал»	$\beta_{1М}$		$\beta_{2М}$		$\beta_{3М}$	
	МРМ	СВМ	МРМ	СВМ	МРМ	СВМ
0	3	3	1	1	-0,50	-0,50
0,1	3,06	3,05	1,03	1,02	-0,5047	-0,503
0,2	3,11	3,08	1,04	1,03	-0,508	-0,507
0,5	3,15	3,10	1,01	1,10	-0,517	-0,516
1,0	2,69	3,15	0,71	1,14	-0,60	-0,52
2,0	1,56	2,82	0,16	0,96	-0,49	-0,48
3,0	1,39	3,22	0,02	0,95	-0,53	-0,58

ВИСНОВОК

Незважаючи на додаткову фільтрацію сигналів, МРМ при відношенні «шум/сигнал» в $y(t)$ одиниця і більше дає суттєво гірші результати, ніж СВМ.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Эйкхоф П.* Основы идентификации систем управления. — М.: Мир, 1975. — 683с.
2. *Многоуровневое* управление динамическими объектами / В.И. Васильев и др. — М.: Наука, 1987. — 309 с.
3. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979. — 286 с.
4. *Методы* теории автоматического управления. Т. 2 / Под ред. К.А. Пупкова. — М.: МГТУ им. Баумана, 2000. — 735 с.

Надійшла 18.02.2003