

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЗАДАЧ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРЕДВИДЕНИЯ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ОТРАСЛИ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Н.Д. ПАНКРАТОВА

Предложена на содержательном и математическом уровне формализация задач формирования исходной информации. Разработан аппарат их решения, открывающий новые возможности в построении сценариев технологического предвидения в условиях концептуальной неопределенности.

Рассмотрим применение Платформного Сценарного Анализа [1] для решения задач технологического предвидения в масштабе отрасли промышленности. При этом выполним формализацию данного класса задач на содержательном и математическом уровне. Разработаем общую процедуру их решения.

**Содержательная формулировка задачи.** Отрасль включает конечное множество производственных предприятий, которые различаются номенклатурой и объемом выпускаемой продукции, уровнем конкурентоспособности различных видов продукции на внутреннем и внешнем рынках, технико-экономической эффективностью производства и некоторыми другими показателями. Требуется разработать сценарий развития отрасли с целью повышения ее эффективности в целом на основе рациональной организации деятельности каждого предприятия.

Для разработки сценария и достижения поставленной цели необходимо решить ряд задач, среди которых большое значение имеют системные задачи многокритериального оценивания каждого вида продукции, технологий, оборудования и других функциональных элементов производственного цикла предприятия. Главная цель такого оценивания состоит в ранжировании предприятий по уровню конкурентоспособности и перспективности сбыта продукции, рентабельности, технико-экономической эффективности и перспективности развития производства в целом. Результаты оценивания открывают возможность рационального использования финансовых, материальных, кадровых и других ресурсов на предприятии и в отрасли в целом. Особенность рассматриваемых задач оценивания состоит в наличии латентных свойств, показатели которых не могут непосредственно быть измерены, вычислены или определены другими инструментальными средствами. Более того, оценивание может относиться к латентным свойствам, характеризующимся информационной неопределенностью и определяющимся будущими неопределенными ситуациям, например, будущим состоянием и будущей динамикой рынков сбыта и спроса. К таким свойствам, в частности, относятся конкурентоспособность и перспективность продукции. Оценивание латентных свойств может выполнить человек на основе знаний, опыта, интуиции и предвидения. Однако в условиях неопределенности человек не

способен давать точную оценку, а может давать ее только с определенной степенью возможности реализации свойства и определенной степенью уверенности в такой оценке.

Поэтому появляется необходимость использования экспертных процедур оценивания. Математическую формализацию экспертной процедуры рассмотрим на примере оценивания продукции, выпускаемой определенным предприятием исследуемой отрасли. Постановка задачи приводится для конечного количества видов продукции, показателей качества. Количество видов продукции и данные о показателях качества предоставляются предприятием. Дополнительно оценивание выполняется для следующих качественных показателей каждого вида продукции: конкурентоспособность на внутреннем и внешнем рынках; перспективность спроса и сбыта; производственно-экономическая эффективность. Группа экспертов формируется из условия получения требуемого уровня достоверности результирующей оценки каждого вида продукции и может изменяться по численности и составу в процессе экспертизы. Количественные результаты численного примера приводятся для оценивания конкурентоспособности продукции.

**Математическая постановка задачи.** Номенклатура продукции предприятия представлена в виде конечного перечня (множества)  $O_0$  видов продукции  $O_n$ ,  $O_0 = \{O_n | n = \overline{1, N}\}$ . Каждый вид продукции  $O_n \in O_0$  характеризуется конечным множеством  $Q_0$  показателей  $Q_j$ ,  $Q_0 = \{Q_j | j = \overline{1, J}\}$ .

Сформирована группа  $E_0$  экспертов  $E_k$ ,  $E_0 = \{E_k | k = \overline{1, K}\}$ . Каждый эксперт  $E_k \in E_0$  проводит в режиме on-line экспертизу на основе предоставляемой ему информации в форме шкалы качественного и количественного оценивания показателей (табл. 1). Эксперт независимо выполняет оценивание и не имеет информации об оценках других экспертов. Оценка  $j$ -го показателя  $n$ -го объекта  $k$ -м экспертом определяется для каждого уровня  $s \in S_0$   $S_0 = [1, S]$  в виде нечеткой переменной  $\tilde{Q}_{njs}^k = \langle Q_{njs}^k, \mu_{njs}^k \rangle$ . Оценка  $j$ -го показателя для всех  $s = \overline{1, S}$  формируется системой экспертного опроса в виде

**Таблица 1.** Исходные данные для оценивания конкурентоспособности  $n$ -го типа продукции

№ $s$	Качественная характеристика $s$ -го уровня конкурентоспособности	Количественная характеристика $s$ -го уровня конкурентоспособности	Оценка эксперта возможности реализации $s$ -го уровня конкурентоспособности
1	Чрезвычайно низкий	[0 ... 0,1]	
2	Очень низкий	[0,1 ... 0,25]	
3	Низкий	[0,25 ... 0,4]	
4	Средний	[0,4 ... 0,6]	
5	Высокий	[0,6 ... 0,75]	
6	Очень высокий	[0,75 ... 0,9]	
7	Чрезвычайно высокий	[0,9 ... 1]	

$$\tilde{Q}_{nj}^k = \left\{ \left\langle Q_{njs}^k, \mu_{njs}^k \right\rangle \mid n \in N_0; j \in J_0; s = \overline{1, S} \right\}, \quad (1)$$

$$N_0 = [1, N], \quad J_0 = [1, J],$$

где  $\mu_{njs}^k$  определяет результат оценивания  $k$ -м экспертом степени возможности реализации оценки  $Q_{njs}^k$  для  $s = \overline{1, S}$  в виде, приведенном в табл. 2. Оценка  $k$ -м экспертом  $n$ -го объекта в целом формируется системой экспертного опроса в виде массива

$$\tilde{Q}_n^k = \left\{ \tilde{Q}_{nj}^k \mid n \in N_0; j = \overline{1, J}; k \in K_0 \right\}; \quad K_0 = [1, K]. \quad (2)$$

Результаты экспертизы  $n$ -го объекта всеми экспертами формируются системой экспертного опроса в виде массива

$$\tilde{Q}_n = \left\{ \tilde{Q}_n^k \mid n \in N_0; k = \overline{1, K} \right\}. \quad (3)$$

Требуется определить оценки всех объектов  $O_n, n = \overline{1, N}$  множества  $O_0$  всеми  $k = \overline{1, K}$  экспертами.

**Таблица 2.** Результаты  $k$ -го эксперта оценивания конкурентоспособности  $n$ -го типа продукции

№ $s$	Качественная характеристика $s$ -го уровня конкурентоспособности	Количественная характеристика $s$ -го уровня конкурентоспособности	Оценка эксперта возможности реализации $s$ -го уровня конкурентоспособности
1	Чрезвычайно низкий	[0 ... 0,1]	0,05
2	Очень низкий	[0,1 ... 0,25]	0,15
3	Низкий	[0,25 ... 0,4]	0,35
4	Средний	[0,4 ... 0,6]	0,9
5	Высокий	[0,6 ... 0,75]	0,45
6	Очень высокий	[0,75 ... 0,9]	0,05
7	Чрезвычайно высокий	[0,9 ... 1]	0,01

**Метод решения задачи.** Необходимо сделать ряд пояснений к задаче. Главной ее целью является формирование исходной информации, которая необходима для разработки сценария развития отрасли. Поэтому в постановке задачи реализуется индивидуальная стратегия оценивания, в соответствии с которой каждый эксперт не знает количества экспертов, которые выполняют экспертизу, и не получает никакой информации о ее результатах. Выбор такой стратегии обусловлен необходимостью исключить влияние авторитетов на индивидуальную оценку каждого эксперта и повысить его ответственность как представителя определенной социально-профессиональной группы. Учитывая различие взглядов профессиональных групп разных специальностей в понимании сложных системных проблем

исследуемого производства, можно ожидать, что в условиях неопределенности такой подход позволит расширить диапазон мнений от сугубо пессимистичного до особо оптимистичного. Такой подход позволяет в дальнейшем на основе методов качественного анализа [2] обеспечить согласованность мнений как в окрестностях граничных оценок, так и в окрестностях середины интервала оценок. Это дает возможность создавать три различных сценария развития, которые будем называть: оптимистичный, прагматичный и пессимистичный. На основе этих сценариев появляется возможность выявлять их свойства и условия реализации, а также своевременно корректировать решения и деятельность в динамике реально складывающейся ситуации.

При решении реальных задач экспертизы и предвидения важное значение имеет рациональный выбор метрики и критериев, на основе которых необходимо выполнять сравнение показателей исследуемых процессов или объектов. Принимаем во внимание, что показатели качества объектов, как правило, являются положительными величинами. Для многих практических приложений требуется непосредственное сопоставление показателей качества объектов. Например, при выборе технологического оборудования непосредственно сравниваются производительность, точность обработки и др. показатели. Аналогичные сравнения применяются при экспертизе проектов и изделий. В таких условиях для сравнения целесообразно использовать чебышевский критерий. Поэтому будем применять чебышевский критерий и метрику. Тогда мера отличия любой пары экспертных оценок  $j$ -го показателя  $n$ -го объекта будет определяться соотношением

$$\tilde{\rho}_{njs} = \left\{ \left| \tilde{Q}_{njs}^p - \tilde{Q}_{njs}^q \right| \mid p, q \in K_0, p \neq q; s \in S_0; n \in N_0 \right\}. \quad (4)$$

Учитываем, что в соответствии с исходной информацией (см. табл.1), количественная характеристика  $s$ -го уровня  $j$ -го показателя качества, например, конкурентоспособности, для  $n$ -го вида продукции зависит только от  $j \in J_0, s \in S_0$ . Поэтому для всех  $n \in N_0, p, q \in K_0$  выполняется условие  $Q_{njs}^p = Q_{njs}^q$ , где  $p$  и  $q$  определяют порядковые номера экспертов в группе  $K_0$ . Следовательно, отличие любой пары экспертных оценок (1) определяется только различием оценок экспертов и характеризуется соотношением

$$\tilde{\rho}_{njs} = \left| \mu_{njs}^p - \mu_{njs}^q \right|. \quad (5)$$

На основе приведенных выше пояснений и введенной метрики решение задачи можно свести к следующим процедурам.

1. Сформировать общую оценку  $j$ -го показателя  $n$ -го вида продукции на основе результатов оценивания всеми  $k = \overline{1, K}$  экспертами.

2. Определить предельные границы интервала для  $j$ -го показателя  $n$ -го вида продукции. Границы определяются соотношениями

$$\tilde{\rho}_{nj}^+ = \max_{p, q \in K_0} \left\{ \max_{s=1, S} \left| \mu_{njs}^p - \mu_{njs}^q \right|, n \in N_0 \right\},$$

$$\tilde{\rho}_{nj}^- = \min_{p, q \in K_0} \left\{ \min_{s=1, S} \left| \mu_{njs}^p - \mu_{njs}^q \right|, n \in N_0 \right\}. \quad (6)$$

3. Определить центр интервала для  $j$ -го показателя  $n$ -го вида продукции. Центр определяется как половина суммы границ интервала

$$\hat{\rho}_{nj} = \frac{\tilde{\rho}_{nj}^+ - \tilde{\rho}_{nj}^-}{2}.$$

4. Определить предельные границы относительно центра интервала для  $j$ -го показателя  $n$ -го вида продукции. Границы определяются соотношениями

$$\rho_{nj}^+ = \max_{p \in K_0} \left\{ \min_{s=1, S} \left| \hat{\rho}_{nj} - \mu_{njs}^p \right|, n \in N_0 \right\}, \quad (7)$$

$$\rho_{nj}^- = \min_{p \in K_0} \left\{ \min_{s=1, S} \left| \hat{\rho}_{nj} - \mu_{njs}^p \right|, n \in N_0 \right\}.$$

5. Выполнить для  $n$ -го вида продукции процедуры 1...4 для всех показателей  $j_1 \in J_0 \setminus j$ .

6. Сформировать общую оценку  $\tilde{Q}_n$  в форме (3) для  $n$ -го вида продукции по результатам его оценивания (2) всеми  $k = \overline{1, K}$  экспертами.

7. Выполнить процедуры 1...6 для всех видов  $n_1 \in N_0 \setminus n$  продукции.

Следует отметить, что в принятых условиях отсутствия обмена информацией между экспертами наиболее вероятной будет ситуация, в которой в результате выполнения перечисленных процедур предельные границы интервала для каждого показателя каждого вида продукции окажутся чрезмерно широкими. При этом оценки экспертов могут распределяться по всему интервалу почти равномерно или сосредотачиваться в трех областях: в центре интервала и около его границ, отражая соответственно мнение осторожных прагматиков, оптимистов и пессимистов. Такие результаты для принятия реальных решений, как правило, непригодны на этом этапе. Поэтому требуется корректировка результатов на основе согласования и уточнения мнений экспертов. Возможны два основных варианта корректировки: непосредственное уменьшение размеров интервала путем концентрации равномерно распределенных оценок к центру отрезка или концентрации неравномерно распределенных оценок к центру трех областей, которые определяются соответственно ответами осторожных прагматиков, оптимистов и пессимистов. Решение таких задач целесообразно выполнять на основе метода Дельфи или его модификаций [3, 4].

Решение задачи рассмотрим на примере оценивания показателей. Для этого на основе теории группированной выборки определим математическое ожидание и дисперсию массива экспертного опроса для  $j$ -го показателя  $n$ -го вида продукции. Будем учитывать ряд особенностей формирования исходных данных. Так, вследствие независимого оценивания экспертами

$j$ -го показателя, полученные результаты для каждого  $s$ -го уровня образуют группированные данные, которые определяются соотношением

$$\tilde{Q}_{njs} = \left\{ \left\langle Q_{njs}^k, \mu_{njs}^k \right\rangle \mid n \in N_0; j \in J_0; s \in S_0; k = \overline{1, K} \right\}. \quad (8)$$

Для вычисления параметров  $j$ -го показателя удобно за начало отсчета принять центр  $\hat{\rho}_{nj}$  интервала. Тогда выборочное среднее и дисперсия определяются в виде

$$M\tilde{Q}_{nj} = \hat{\xi}_{nj} = \hat{\rho}_{nj} + \frac{1}{K} \sum_{s=1}^S k_s \left| \hat{\rho}_{nj} - \mu_{njs}^{k_s} \right|, \quad (9)$$

$$D\tilde{Q}_{nj} = \sigma_{nj}^2 = \frac{1}{K} \sum_{s=1}^S \left| k_s (\mu_{njs}^{k_s})^2 - \hat{\xi}_{nj}^2 \right|, \quad (10)$$

где  $k_s$  — количество экспертов, оценка которых по  $s$ -й градации шкалы входит в пределы среднего интервала с центром  $\hat{\rho}_{nj}$  и границами (7)  $\rho_{nj}^+, \rho_{nj}^-$ .

На основе данных соотношений, используя метод Дельфи или другой метод согласования, можно выполнить корректировку результатов экспертизы. Решение этой задачи можно свести к следующим процедурам.

1. Определить оценки экспертов  $j$ -го показателя  $n$ -го вида продукции, которые наиболее отличаются от математического ожидания  $\hat{\xi}_{nj}$  или увеличивают разброс выборки относительно центра  $\hat{\rho}_{nj}$  интервала. Такие оценки будем определять на основе следующих формул:

$$\hat{\mu}_{njs}^{k_s} = \max_{k \in K_0} \left( \left| \mu_{njs}^k - \hat{\xi}_{nj} \right|; n \in N_0; j \in J_0; s = \overline{1, S_0} \right), \quad (11)$$

$$\tilde{\mu}_{njs}^{k_s} = \max_{k \in K_0} \left( \left| \mu_{njs}^k - \hat{\rho}_{nj} \right|; n \in N_0; j \in J_0; s = \overline{1, S_0} \right). \quad (12)$$

2. Определить соотношения между величинами  $\hat{\mu}_{njs}^{k_s}$  и  $\hat{\xi}_{nj}$  и между  $\tilde{\mu}_{njs}^{k_s}$  и  $\hat{\rho}_{nj}$ . Для реальных задач, как известно, устанавливаются допуски, которые соответствуют определенным физическим условиям производства, эксплуатации, применения, хранения или другим ограничениям для продукции. В процессе экспертного оценивания допуски математически определяются величиной максимального отклонения получаемых оценок от математического ожидания  $\hat{\xi}_{nj}$  или от центра  $\hat{\rho}_{nj}$  допустимого интервала значений показателей. Поэтому целью данной процедуры является определение наличия или отсутствия соответствия между полученными экспертными оценками и заданными допустимыми отклонениями. Это выявляется

анализом соотношения между приведенными выше парами величин. Анализ позволяет выявить следующие практически важные варианты результатов экспертизы.

- Выполняются условия согласования для величин  $\widehat{\mu}_{njs}^{k_s}$  и  $\widetilde{\mu}_{njs}^{k_s}$

$$0 < \left| \widehat{\mu}_{njs}^{k_s} \right| \leq \widehat{\beta}_{nj} \xi_{nj}; \quad 0 < \left| \widetilde{\mu}_{njs}^{k_s} \right| \leq \widetilde{\beta}_{nj} \widehat{\rho}_{nj}. \quad (13)$$

- Выполняется условие для  $\widehat{\mu}_{njs}^{k_s}$ , но не выполняется для  $\widetilde{\mu}_{njs}^{k_s}$

$$0 < \left| \widehat{\mu}_{njs}^{k_s} \right| \leq \widehat{\beta}_{nj} \xi_{nj}; \quad \left| \widetilde{\mu}_{njs}^{k_s} \right| > \widetilde{\beta}_{nj} \widehat{\rho}_{nj}. \quad (14)$$

- Выполняется условие для  $\widetilde{\mu}_{njs}^{k_s}$ , но не выполняется для  $\widehat{\mu}_{njs}^{k_s}$

$$0 < \left| \widetilde{\mu}_{njs}^{k_s} \right| \leq \widetilde{\beta}_{nj} \widehat{\rho}_{nj}; \quad \left| \widehat{\mu}_{njs}^{k_s} \right| > \widehat{\beta}_{nj} \xi_{nj}. \quad (15)$$

В соотношениях (13)–(15) учитывается, что величины  $\widehat{\beta}_{nj}$  и  $\widetilde{\beta}_{nj}$  могут задаваться техническими условиями для допустимых отклонений показателей изделия или определяются экспертами в процессе согласования мнений по конкретным объектам экспертизы. Допустимые отклонения при симметричных допусках ограничены пределами

$$0 < \left| \widehat{\mu}_{njs}^{k_s} \right| \leq 0,5 \xi_{nj}; \quad 0 < \left| \widetilde{\mu}_{njs}^{k_s} \right| \leq 0,5 \widehat{\rho}_{nj}, \quad (16)$$

поэтому величины  $\widehat{\beta}_{nj}$  и  $\widetilde{\beta}_{nj}$  должны ограничиваться интервалами

$$0 < \widehat{\beta}_{nj} \leq 0,5; \quad 0 < \widetilde{\beta}_{nj} \leq 0,5. \quad (17)$$

3. Выполнить процедуры 1 и 2 для всех видов  $n = \overline{1, N}$  продукции и для всех  $j = \overline{1, J}$  показателей качества каждого вида  $n \in N_0$  продукции. Необходимость данной процедуры непосредственно следует из постановки задачи экспертизы.

4. Определить условия завершения экспертного оценивания. Формально необходимым и достаточным условием завершения экспертного оценивания является реализация для всех  $n = \overline{1, N}$  и  $j = \overline{1, J}$  ограничений, которые характеризуются соотношениями (13). Однако может оказаться, что выполнение таких ограничений недостаточно для рационального решения реальных задач. В частности, объем выборки будет недостаточным для получения практически приемлемого уровня достоверности оценивания одного или нескольких видов продукции. Одной из возможных причин может быть неравномерное распределение результатов экспертного оценивания в пределах заданного интервала. Аналогичный результат получается при отбраковке той части выборки, значения компонентов  $\widehat{\mu}_{njs}^{k_s}$ ,  $\widetilde{\mu}_{njs}^{k_s}$  которых приводят к условиям (14) или (15). Могут быть и другие причины, приводящие

к такому объему выборки, который не позволяет получить требуемый уровень доверительного интервала оценки для всех объектов экспертизы. Поэтому появляется необходимость выполнения следующей процедуры.

5. Выполнить группой экспертов коллективное обсуждение результатов экспертизы и принять решение о завершении экспертизы или о корректировке объема выборки.

Принятием решения по итогам обсуждения завершается первый тур согласования результатов экспертизы. Если решение подтверждает необходимость увеличения объема выборки, то реализуется следующая процедура.

6. Выполнить корректировку объема выборки. Корректировка может осуществляться следующими способами.

- Исключение такого множества данных  $N_0^- \in N_0$ ;  $J_0^- \in J_0$ , которые определяют условия (14) или (15), и последующей заменой их новыми результатами оценивания, определяемыми ограниченным составом экспертов.

- Выполнение дополнительных экспертиз с целью увеличения объема выборки для уточнения показателей  $\hat{\rho}_{nj}$ ,  $\hat{\xi}$ ,  $\sigma_{nj}^2$  для всех  $n = \overline{1, N}$  и  $j = \overline{1, J}$ .

- Выполнение дополнительных экспертиз с целью уточнения показателей только для тех  $n \in N_0$  и  $j \in J_0$ , которые определяют значения  $\hat{\mu}_{njs}^{k_s}$ ,  $\tilde{\mu}_{njs}^{k_s}$ .

7. Обеспечить рациональный объем выборки, позволяющий получить практически приемлемый доверительный интервал для всех  $j = \overline{1, J}$  каждого  $n = \overline{1, N}$ . По результатам корректировки выполнить процедуры 1...6 и принять на этом этапе окончательное решение об итогах экспертного оценивания.

В заключение отметим, что предложенная в работе на содержательном и математическом уровне формализация задач формирования исходной информации и разработанный аппарат их решения открывают новые возможности в построении сценариев технологического предвидения в условиях концептуальной неопределенности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Zgurovsky M. The scenario analysis platform as a methodological base of the national foresight program of Ukraine // System Research and Information Technologies. — 2003. — № 1. — P. 7–25.
2. Згуровський М.З. Сценарний аналіз як системна методологія передбачення // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2002. — № 1. — С. 7–38.
3. *The Delphi method: Techniques and applications.* Adelson-Wesley, Reading, Mass., 1975.
4. Brockhaus W.L., Mickelsen J.F. An analysis of prior Delphi applications and some observations on its future applicability. — Technol. Forecast. and Soc. Change, 1977. — 10, № 1. — P. 103–110.

Поступила 9.01.2003