

МЕТОДОЛОГІЧНІ ПИТАННЯ ПОБУДОВИ ПРОСТОРОВИХ СИСТЕМ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ НА ОСНОВІ МЕТОДІВ ІТЕРАТИВНОГО АГРЕГУВАННЯ

Б.І. СУХОВІРСЬКИЙ

Розглянуто окремі методологічні питання розробки просторових систем підтримки прийняття рішень (ПСППР) для проектів регіонального управління. Обґрунтовується погляд на те, що методологічною базою таких систем можуть бути процеси ітеративного агрегування розв'язання окремих задач великої розмірності, які дозволяють узгоджувати розв'язки локальних задач з розв'язком глобальних.

Середні величини в різних галузях знання використовуються насамперед для узагальненої характеристики просторово розподілених об'єктів. Прикладом тут може бути така узагальнена характеристика, як урожайність зернових у Чернігівській області. Послідовна деталізація цієї характеристики пов'язана з такими поняттями: урожайність зернових у Городнянському районі — урожайність зернових у фірмі «Світанок» — урожайність ярої пшениці на полі № 321. Послідовний перелік цієї характеристики не простий, особливо, якщо площі під зернові невизначені і є предметом розв'язання іншої задачі.

Проблема забезпечення строго узгодженого розв'язання незалежно від взаємопов'язаних часткових (локальних) задач є формулюванням проблеми великої розмірності. Задача великої розмірності — це задача, яку недоцільно розв'язувати стандартними методами або виявляється недоцільним розв'язувати як єдину, і тому її доводиться розбивати на часткові задачі, розв'язки яких потребують узгодження. Водночас, ретельне строге узгодження часткових задач, поставлених окремо (локально), можливе, якщо ми окреслимо ту загальну (глобальну) задачу, яка розв'язуватиметься внаслідок процесу узгодження, а сам процес буде розглядатися як певний метод розв'язання відповідної задачі великої розмірності.

Особливо багато таких задач у регіональному управлінні, бо ефективність регіонального управління вимірюється насамперед кількістю розв'язуваних відповідних задач великої розмірності.

Те, що в реальному житті подібні задачі не розв'язуються, пояснюється багатьма причинами. Річ у тім, що деталізована інформація просторово розподілена і зібрати її в єдиному місці важко і недоцільно, бо розв'язати задачу великої розмірності (глобальну задачу) в єдиному центрі неможливо.

Вихід із цього становища полягає в розпаралелюванні розв'язання глобальної задачі шляхом розв'язання локальних задач та поступового узгодження їх розв'язків. Для цього необхідно створити регіональну інформаційну мережу, створити математичне та програмне забезпечення функціонування такої мережі у вигляді просторової системи підтримки рішень.

При цьому зберігання деталізованої інформації, її оновлення та поповнення може здійснюватись лише в локальних пунктах інформаційної мережі.

КЛАСИЧНЕ АГРЕГУВАННЯ

Ведучи мову про різні спроби боротьби з труднощами, пов'язані з великою розмірністю, неможливо не згадати про намагання замінити початкову глобальну задачу іншою задачею, більш агрегованою. Але внаслідок розв'язання агрегованої задачі ми вже не одержуємо деталізованих змінних початкової задачі. Більше того, знайдені значення агрегованих величин не збігаються зі значеннями аналогічних агрегатів, одержаних при агрегуванні точного розв'язку початкової задачі. Це відбувається тому, що значення агрегованих величин, крім звичайних похибок, які виникають у будь-яких розрахунках, обов'язково мають похибки нового виду — похибки агрегування.

Похибки агрегування з'являються в процесі формування агрегованих показників макрозадачі, оскільки при цьому вимушено використовуються не реальні, а передбачувані значення деталізованих змінних. Як наслідок за будь-якого способу дезагрегації одержаних значень змінних макрозадачі ми не можемо, узагальнюючи викладене, зразу ж дати до розв'язку початкової глобальної задачі. Бажання зменшити похибку агрегування в розвитку макрозадачі вибором найкращого способу агрегування призвело до виникнення загальновідомої класичної теорії агрегування. Але методи класичного агрегування дозволяють лише зменшити похибку агрегування у розв'язку макрозадачі і не можуть (за винятком часткових випадків) звільнитися від неї повністю. Головне, що ці методи не дозволяють одержати розв'язок початкової задачі великої розмірності. Така проблема в теорії класичного агрегування навіть не ставиться. Вперше методи класичного агрегування були розроблені для моделі міжпродуктового балансу [1].

Для регіонального управління територіями найважливішими є формулювання двох задач великої розмірності: 1) балансові моделі (системи лінійних алгебраїчних рівнянь); 2) оптимізаційні моделі (задачі лінійного програмування). Покажемо, як для цих моделей формулюються умови точного агрегування.

Балансова лінійна модель територіального управління загалом може бути записана у вигляді

$$Ax = y, \quad (1)$$

де $A = (a_{gq})_1^N \geq 0$ - нерозкладна квадратна матриця N -го порядку деталізованих коефіцієнтів; $x = (x_q)_1^N \geq 0$ — шуканий деталізований розв'язок системи (1), $y = (y_q)_1^N > 0$ — заданий додатний вектор правих частин системи.

Нехай $A^* = (a_{ij}^*)_1^n$ — матриця агрегованих коефіцієнтів; $X = (X_i)_1^n$ — шуканий агрегований розв'язок; $Y = (Y_i)_1^n$ — заданий агрегований

вектор правих частин; T — агрегуюча матриця, в i -му рядку ($i = \overline{1, n}$) та q -му стовпчику ($q = \overline{1, N}$) якої стоїть 1, якщо деталізована змінна x_q потрапляє до i -го агрегату X_i , та 0 — в протилежному випадку:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

Для простоти припускається, що всі деталізовані змінні перенумеровані в порядку їх об'єднання в агрегати, тобто

$$M_i = \{g : s_{i-1} < g \leq s_i\},$$

де $0 = s_0 < s_1 < \dots < s_n = N$;

$$X_i = \sum_{g \in M_i} X_g, Y_i = \sum_{g \in M_i} y_g, \quad i = \overline{1, n};$$

$$a_{ij}^* = \frac{\sum_{g \in M_i} \sum_{q \in M_j} a_{gq} x_q}{X_j} = \sum_{q \in M_j} P_q \sum_{g \in M_i} a_{gq},$$

$$P_q = \frac{x_q}{X_j}, \quad g \in M_i, \quad j = \overline{1, n}.$$

Введемо також вагову матрицю

$$P = \begin{pmatrix} P_1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{s_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & P_{s_1+1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & P_{s_2} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & P_{s_{n-1}+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & P_{s_n} \end{pmatrix},$$

яка одержується з матриці T транспонуванням та зміною кожної одиниці питомою вагою P_q відповідної деталізованої змінної X_q .

Тоді агрегована модель може бути записана в матричному вигляді

$$A^* X = Y, \tag{2}$$

де

$$X = Tx, \quad Y = Ty, \quad A^* = TAP. \quad (3)$$

Легко впевнитися у справедливості такого твердження (аналог теореми М. Хатанака [2] для моделі міжпродуктового балансу): *для того, щоб умова точного агрегування $X = Tx$ виконувалася для будь-якого вектора $y > 0$, необхідно і достатньо виконання умови*

$$TA = A^*T. \quad (4)$$

Отже, щоб агрегування було точним за будь-якого деталізованого вектора правих частин системи $y > 0$, необхідно і достатньо, щоб напівагреговані коефіцієнти з одного і того ж самого агрегата були рівні, тобто

$$\sum_{g \in M_i} a_{gq} = \sum_{g \in M_i} a_{gh}, \quad q, \quad h \in M_i; \quad i, j = \overline{1, n}. \quad (5)$$

На жаль, у реальних системах умова Хатанака не виконується навіть наближено, і напівагреговані коефіцієнти істотно відрізняються в межах кожного агрегата.

Оскільки в більш загальній моделі лінійного програмування оптимальний розв'язок є розв'язком певної підсистеми лінійних рівнянь, то умова точного агрегування Хатанака поширеться і на задачу лінійного програмування, про що свідчать результати роботи [3].

Таким чином, похибки в агрегованих показниках, як і неможливість забезпечити розумну дезагрегацію, є практично невідворотними, якщо розрахунки макромоделей з певних причин не ув'язувати з частковими (локальними) розрахунками. Строгого розв'язання проблеми великої розмірності вдається досягнути завдяки розробці нового підходу до проблеми агрегування. В основу цього підходу покладена ідея перегляду звичного відношення до агрегації та дезагрегації. Одержані внаслідок першої агрегації та розв'язання агрегованої задачі показники не слід розглядати як завершені. Вони повинні розглядатися як проміжні, тобто як деякий етап першої ітерації розв'язання початкової задачі. Самі ці операції мають здійснюватися на кожній ітерації і проводитися у такий спосіб, щоб разом з іншими операціями забезпечити збіжність ітеративного процесу до розв'язку початкової задачі.

Розроблені внаслідок використання цих ідей строгі методи взаємозгодження планових розрахунків з показниками різного ступеня деталізації одержали назву процесів ітеративного агрегування або, інакше кажучи, послідовного переагрегування збільшених показників, відповідно до їх дезагрегування і уточнення деталізованих показників.

Сутність кожної ітерації такого роду процесів полягає у відшуканні значень змінних агрегованої моделі (агрегатів) за тимчасово фіксованих пропорцій між значеннями початкових змінних, що складають кожний агрегат, та уточненні значень деталізованих змінних відповідно до зміни значень агрегатів.

Складність реалізації цієї, на перший погляд, простої ідеї полягає в згаданій неясності процедури переходу від розрахунків агрегованих показників до деталізованих. У класичній теорії агрегування використовується оператор дезагрегації збільшених показників. Але цей оператор повертає до тих самих пропорцій деталізованих змінних, що приймалися на початковому формуванні агрегованих показників. При складанні агрегованих нормативів для макромоделі використовуються орієнтовні (в кращому разі прогнозні) пропорції деталізованих змінних. Отже, внаслідок дезагрегації за допомогою вказаного оператора ми одержували б ті самі пропорції деталізованих змінних. Тому й стверджують, що класичне агрегування залишається лише загальною теорією, а будь-який прогрес може бути досягнутий, коли дослідження спрямовані на дезагрегування.

Методи ітеративного агрегування спеціальним методом, узагальнюючи і синтезуючи ідею агрегації і дезагрегації та ідею ітеративності, дозволяють розв'язати проблему забезпечення строгого узгодження задач, що мають справу з показниками різного ступеня деталізації.

ОДНОРІВНЕВИЙ ПРОЦЕС ІТЕРАТИВНОГО АГРЕГУВАННЯ

В однорівневому алгоритмі ітеративного агрегування відсутній верхній рівень, отже відсутня і задача центра, а кожний агрегат (господарство) буде власну модель, в якій невідомі змінні самого агрегату (господарства) представлені детально; інші змінні, що характеризують інші агрегати (господарства), представлені агрегованими показниками.

Одна ітерація $\delta = 1, 2, \dots$ такого однорівневого процесу ітеративного агрегування має два етапи:

1) формування деталізовано-агрегатних та міжагрегатних показників, одержаних на попередній ітерації:

$$x_{gj}^{\delta-1} = \sum_{q \in M_j} a_{gq} x_q^{\delta-1}, \quad X_{ij}^{\delta-1} = \sum_{g \in M_i} x_{gj}^{\delta-1}; \quad (6)$$

2) розв'язання окремої деталізовано-агрегованої моделі для кожного агрегату $j = 1, 2, \dots, n$:

$$\sum_{g \in M_j} a_{gq} x_q + \sum_{r \neq j} x_{gr}^{\delta-1} \cdot Z_r^j = y_g, \quad g \in M_j;$$

$$\sum_{g \in M_i} \tilde{a}_{iq} x_q + \sum_{r \neq j} X_{ir}^{\delta-1} \cdot Z_r^j = \tilde{y}_i, \quad i \neq j, \quad (7)$$

де

$$\tilde{a}_{iq} = \sum_{g \in M_i} a_{gq}, \quad \tilde{y}_i = \sum_{g \in M_i} y_g,$$

а змінна Z_i^j показує, в скільки разів з точки зору агрегату j повинен бути змінений обсяг виробництва агрегата i на даній ітерації проти попередньої.

Одержані із часткових деталізовано-агрегованих моделей значення змінних $x_q = x_q^\delta$, що характеризують деталізовані змінні, утворюють наступне наближення вектора деталізованих змінних, а змінні $Z_r^j = Z_r^{j\delta}$ — наступне наближення значень агрегованих змінних.

Хоча в процесі однорівневого ітеративного агрегування знаходження агрегованих і деталізованих змінних відбувається одночасно, однак знаходження міжагрегатних пропорцій (змінні Z_r^j) здійснюється в кожній локальній задачі за фіксованих пропорцій деталізованих змінних всередині агрегатів, крім того агрегату, для якого розв'язується локальна задача, а пошук деталізованих змінних кожного агрегату ведеться з урахуванням міжагрегатних пропорцій, що склалися на даній ітерації.

Таким чином, можна вважати, що в процесі однорівневого ітеративного агрегування відбувається послідовне уточнення міжагрегатних та внутрішньоагрегатних пропорцій. Наведений алгоритм є паралельним, тобто всі агрегати (господарства) можуть вести свої розрахунки одночасно.

ДВОРІВНЕВИЙ ПРОЦЕС ІТЕРАТИВНОГО АГРЕГУВАННЯ

Для побудови дворівневого процесу необхідно модель (1) представити у вигляді системи лінійних алгебраїчних рівнянь, підготовленої до проведення ітераційного процесу:

$$x = \bar{A}x + \bar{y}, \quad \|\bar{A}\| < 1 \quad (8)$$

(будь-яка з норм матриці строго менше одиниці). Оскільки саме ця властивість виявляється вирішальною для збіжності як дворівневого, так і однорівневого алгоритмів, то спосіб переводу загальної системи (1) до вигляду (2) одночасно визначає структуру агрегування векторів x та \bar{y} в моделі (8) (отже векторів x та y в моделі (1) відповідно). Якраз у такий спосіб знімається з порядку денного питання про структуру агрегування для моделі (1). Структуру агрегування вектора x визначають фізично існуючі агрегати (господарства), а структуру агрегування вектора y визначає спосіб приведення моделі (1) до вигляду (8).

Для розв'язання статичної моделі балансового типу (8) в найбільш компактній формі процес дворівневого процесу ітеративного агрегування представляється у вигляді, запропонованому в [1]. Тут не подаються відповідні розрахункові формули (див. [1]), а визначається сутність однієї ітерації двохрівневого процесу ітеративного агрегування. Спочатку, виходячи з деяких фіксованих пропорцій деталізованих змінних у кожному з агрегатів, за допомогою агрегованої моделі установлюються обсяги агрегатів. Потім за фіксованих обсягів агрегованих змінних проводиться дезагрегація, тобто уточнюються внутрішньоагрегатні значення деталізованих змінних.

Загальна схема багаторівневих процесів ітеративного агрегування аналогічна схемі процесу формування та руху інформації в реальній економіці з ієрархічною структурою управління. Аналогія полягає ось у чому. На практиці на нижніх рівнях управління розв'язуються локальні задачі для окремої групи змінних глобальної задачі великої розмірності. Потім інформація агрегується і після цього передається на верхні рівні управління, де і проводяться макророзрахунки в агрегованих показниках. Результати макророзрахунків, тобто інша (порівняно з одержаною знизу) агрегована інформація, «спускаються» на нижні рівні управління, де знову розв'язуються локальні задачі з урахуванням агрегованої інформації, одержаної з верхніх рівнів управління. Істотна відмінність процесів ітеративного агрегування від процесів, що здійснюються на практиці, зводиться до того, що будується спеціальний оператор дезагрегації і логічно строга загальна схема переходу від локальних деталізованих розрахунків до макромоделі і навпаки.

Історично ієрархічні структури управління, як відомо, виникають, у разі необхідності практичного забезпечення управління великими і складними системами, а строгих методів узгодження розв'язків окремих підсистем бракує. За цих умов верхні поверхи емпірично створеної структури управління беруть на себе функції узгодження роботи підсистем у збільшених, тобто практично в агрегованих показниках. При цьому перехід від створеної на практиці послідовності планових розрахунків до строгої системи узгодження окремих задач у рамках існуючої організації структури дозволяють зберегти за працівниками апарату господарського управління ті об'єкти управління, які вони уже знають, і це дає їм можливість у новій системі узгодження приймати рішення щодо цих об'єктів з тією ж детальністю й конкретністю. Тим самим їх цінний досвід не відкидається з переходом до строгої системи узгодження рішень, а допомагає впровадженню останньої.

Із викладеного, звичайно, не слід робити висновок, що ієрархічність систем узгодження задач у великих і складних системах більш доцільна лише завдяки необхідності кращого пристосування до історично створених структур управління. Питання про порівняльні переваги ієрархічних та однорівневих систем управління повинне досліджуватися конкретно. Не можна не враховувати, що при дослідженні та побудові дуже складних за структурою систем управління істотним виявляється фактор труднощів оглядності досліджуваного (або проектного) об'єкта. Велика розмірність системи не дає можливості зрозуміти зв'язки задач усіх підсистем та побудувати алгоритм узгодження. За цих умов будується загальний комплексний ієрархічний алгоритм узгодження для такої великої і складної задачі. Коли такий алгоритм побудований, можна спробувати перебудувати його в однорівневий і провести порівняльне дослідження доцільності побудови відповідних однорівневих, дворівневих чи багаторівневих систем управління.

Із попередніх міркувань, зокрема, випливає, що ітеративне агрегування є науковим апаратом, який може стати основою створення конструктивної теорії дослідження та побудови складних систем.

Узагальнюючи викладене, зауважимо, що майже для всіх процесів ітеративного агрегування доведена стійкість та оптимальність нерухомої точ-

ки [1]. Тим самим доведено, що якщо відповідні процеси збігаються, то збігаються до оптимуму. Для багатьох алгоритмів доведена глобальна або локальна збіжність. Хоча на практиці багато задач управління мають нелінійні залежності і поряд з неперервними включають цілочисельні змінні; структура алгоритмів ітеративного агрегування для розв'язування відповідних задач зберігається в основному тією ж самою, що і в алгоритмах для розв'язання лінійних балансових задач та задач лінійного програмування [4, 5].

ЛІТЕРАТУРА

1. *Итеративное агрегирование и его применение в планировании* / Под ред. Л.М. Дудкина. — М.: Экономика, 1979. — 328 с.
2. *Hatanaka M.* Note on Consolidation with in a Leontieff System // *Econometrica*, 1952. — **20**, № 2. — P. 114–126.
3. *Day R.H.* On Aggregating Linear Programming Models of Production // *J. of Farm Economics*. — 1963. — **45**, № 4. — P. 224–239.
4. *Цурков В.И.* Декомпозиция в задачах большой размерности. — М.: Наука, 1981. — 364 с.
5. *Медницкий Ю.В.* О декомпозиции задачи линейного программирования со связывающими ограничениями и переменными // *Известия РАН. Теория и системы управления*. — 1998. — № 4. — С. 12–18.

Надійшла 24.09.2002

Суховірський Б.І., к.т.н., Чернігівський державний інститут економіки і управління, м.Чернігів.

Some methodological questions of making the spatial systems of supporting a decision making for regional management are given in this article. It is shown that the processes of interactive aggregation of the decision corresponding problems of big dimensionality, which allow to agree the decisions of local problems with decision of global problem, can serve as the methodological base of such systems.