

**ОБОБЩЕННЫЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК
СТРАТЕГИЙ КЛЕЙНРОКА-КАМОУНА ДЛЯ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БУФЕРА В СЕТЯХ КОММУТАЦИИ
ПАКЕТОВ****Л.А. ПОНОМАРЕНКО, А.З. МЕЛИКОВ, М.И. ФАТТАХОВА**

Проанализированы проблемы распределения буфера между конфликтующими трафиками в системах передачи сообщений с буферизацией. Рассмотрены классические стратегии такого распределения, предложенные Л.Клейнроком и Ф.Камоуном. Описан новый подход к решению проблемы расчета характеристик стохастических асинхронных систем передачи сообщений, основанный на принципах теории фазового укрупнения их состояний. Получены явные формулы для определения характеристик наиболее общей из стратегий.

ВВЕДЕНИЕ

В любой системе передачи сообщений с буферизацией, в т.ч. в сетях коммутации пакетов, возникают проблемы распределения буфера и исходящих линий (каналов) между конфликтующими трафиками для улучшения тех или иных характеристик системы. В системах, где каналы специализированы по типу сообщений, проблема распределения их общей пропускной способности не является актуальной, и поэтому для них важнее проблема распределения общего буферного накопителя. В данной работе рассматриваются системы последнего типа.

История указанной проблемы достаточно долгая и богатая. Обзор известных результатов в этой области приведен в работе [1]. Мы укажем лишь на то, что первыми исследованиями в данной области считаются работы [2, 3], в которых изучаются некоторые специфические стратегии распределения буфера, а также предлагаются эвристические процедуры для определения их оптимальных параметров.

Классической считается работа Клейнрока и Камоуна [4], в которой предложены пять стратегий распределения буфера, в дальнейшем ставших общеупотребительными [5, 6]. Нами для обозначения этих стратегий используются английские аббревиатуры [4] и русские названия [5].

Вкратце рассмотрим стратегии Клейнрока-Камоуна. Наиболее простой из них является полная разделенность (*Complete Partitioning (CP)*), при ее использовании общий буфер полностью разделяется между входящими

потоками, т.е. исходная многопоточковая система фактически распадается на N изолированных однопоточковых систем обслуживания, где N — число разнотипных потоков заявок (пакетов). При использовании полнодоступной стратегии (*Complete Sharing (CS)*) поступившие заявки любого типа принимаются до тех пор, пока общее их число в буфере не достигнет максимально возможного значения B , где B — размер общего буфера, т.е. заявка, поступившая в момент, когда общая длина очереди равна B , теряется независимо от ее типа, а также от состояния соответствующего канала (занят или свободен). Полнодоступность с индивидуальными потолками (*Sharing with Maximum Queue Length (SMXQ)*) подразумевает введение пороговых значений (потолков) для общего числа заявок каждого типа, находящихся в буфере, т.е. максимальное число заявок i -го типа в системе равно b_i , $i = 1, \dots, N$, и по достижении длиной очереди данного числа вновь поступившая заявка этого типа теряется независимо от числа свободных мест в буфере, а также от состояния соответствующего канала. При использовании неполнодоступной стратегии (*Sharing with Minimum Allocation (SMA)*) часть буфера размером a_i (индивидуальная зона) выделяется лишь для заявок i -го типа, а оставшаяся часть (общая зона) используется согласно стратегии *CS*. Наиболее общей стратегией является неполнодоступность с индивидуальными потолками (*Sharing with Maximum Queue or Minimum Allocation (SMQMA)*). Она представляет собой комбинацию стратегий *SMXQ* и *SMA*, т.е. для заявок i -го типа выделяется индивидуальная зона размером a_i (стратегия *SMA*), а общая зона используется согласно стратегии *SMXQ* с параметрами b_i , $i = 1, \dots, N$. Очевидно, что при соответствующих значениях a_i и b_i из неё получаются все остальные стратегии.

В работе [4] показано, что стационарное распределение системы при всех пяти стратегиях распределения буфера имеет мультипликативный вид. Основная проблема при исследовании характеристик подобных систем состоит в вычислении нормирующей константы при больших значениях N и B , так как при этом соответствующее пространство состояний модели имеет огромную размерность. Для преодоления этих трудностей разработан ряд рекуррентных алгоритмов [7].

В настоящей работе предложен новый подход к решению указанной проблемы, основанный на принципах теории фазового укрупнения состояний стохастических систем [8]. Он позволяет получить явные (хотя и приближённые) формулы для определения характеристик наиболее общей из стратегий Клейнрока-Камоуна. Данный подход ранее был использован для стратегий *CS* [9,10] и *SMXQ* [11]. Поскольку стратегия *SMQMA* является комбинацией стратегий *SMXQ* и *SMA*, то вначале изучается стратегия *SMA*, а затем полученные здесь и в [11] результаты используются совместно при определении окончательных данных для стратегии *SMQMA*.

1. РАСЧЁТ ХАРАКТЕРИСТИК СТРАТЕГИИ *SMA*

Буферное пространство размера B используется совместно пакетами двух типов, при этом исходящие линии специализированы по типу заявок, т.е. через i -й порт передаются лишь заявки i -го типа (i -заявки), $i = 1, 2$. Процесс

поступления i -заявок подчиняется закону Пуассона с параметром λ_i , а время их обслуживания является экспоненциально распределённой случайной величиной со средним μ_i^{-1} , $i=1,2$. Заявка любого типа освобождает своё место в буфере лишь после полного завершения её обслуживания в канале.

При использовании стратегии *SMA* поступившая i -заявка при наличии свободных мест в обеих (индивидуальной и общей) зонах занимает место в индивидуальной зоне. Будем также считать, что по завершении обслуживания i -заявки, находящейся в индивидуальной зоне, освобождённое место передаётся в общую зону при наличии там i -заявки, а место в общей зоне, занятое i -заявкой, закрепляется за i -й индивидуальной зоной (эта процедура в [7] называется управлением со стягиванием).

Здесь предполагается, что $\lambda_2 \gg \lambda_1$ и $\mu_2 \gg \mu_1$. Заметим, что такой режим является обычным для сетей мультимедиа, в которых нагрузочные параметры речевых пакетов намного превосходят соответствующие параметры пакетов видеoinформации [12].

Функционирование данной системы описывается цепью Маркова (ЦМ) с состояниями вида $\mathbf{n} = (n_1, n_2)$, где n_i — число i -заявок в системе, $i=1,2$. Фазовое пространство состояний (ФПС) этой цепи задаётся так:

$$E_{SMA} := \left\{ \mathbf{n} : 0 \leq n_i \leq B - a_j, i \neq j; (n_1 - a_1)^+ + (n_2 - a_2)^+ \leq B - a_1 - a_2 \right\},$$

где $x^+ := \max(0, x)$.

Элементы производящей матрицы (ПМ) $q(\mathbf{n}, \mathbf{n}')$, $\mathbf{n}, \mathbf{n}' \in E_{SMA}$ данной ЦМ определяются следующим образом:

$$q(\mathbf{n}, \mathbf{n}') = \begin{cases} \lambda_i, & \text{если } \mathbf{n}' = \mathbf{n} + \mathbf{e}_i, \\ \mu_i, & \text{если } \mathbf{n}' = \mathbf{n} - \mathbf{e}_i, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

где $\mathbf{e}_1 = (1, 0)$; $\mathbf{e}_2 = (0, 1)$.

Граф модели при $B=6$, $a_1=2$ и $a_2=3$ показан на рис. 1, а.

Стационарную вероятность состояния $\mathbf{n} \in E_{SMA}$ обозначим $p(\mathbf{n})$. Как отмечено выше, стационарное распределение модели имеет мультипликативный вид, и с его помощью определяются её основные характеристики.

В частности, вероятность потери i -заявок, $PB_{SMA}^i(B, a_1, a_2)$, $i=1,2$ определяется так:

$$PB_{SMA}^i(B, a_1, a_2) = \sum_{\mathbf{n} \in E_{SMA}} p(\mathbf{n}) I(n_i \geq a_i, (n_1 - a_1)^+ + (n_2 - a_2)^+ = B - a_1 - a_2), \quad (3)$$

где $I(A)$ — индикаторная функция события A .

Здесь для преодоления «тирании размерности», которая ощущается при больших значениях B , предлагается использовать подход, основанный на принципах теории фазового укрупнения.

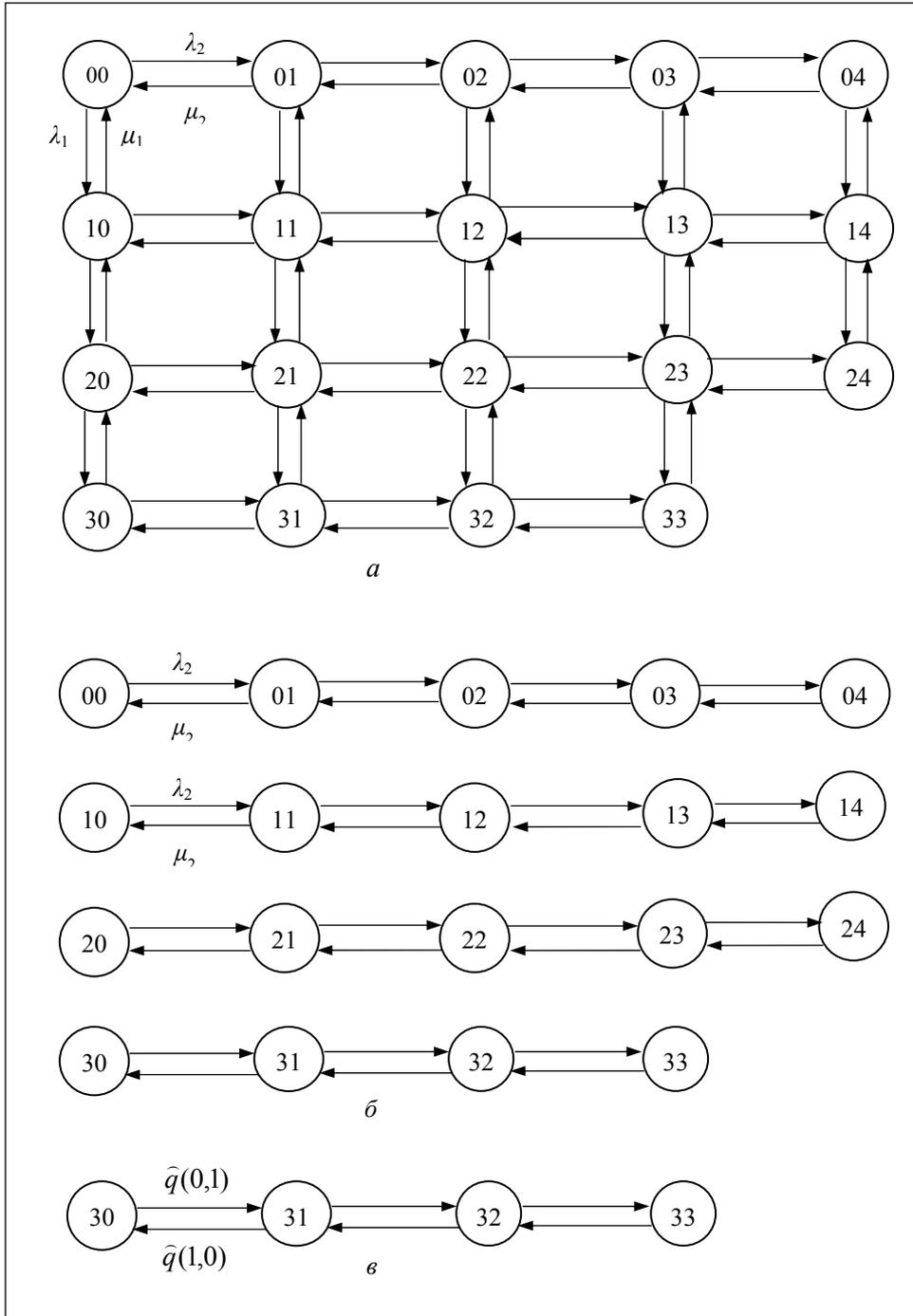


Рис.1. Фазовое укрупнение системы при стратегии SMA, $B = 6$, $a_1 = 2$, $a_2 = 3$.

Рассмотрим следующее разбиение ФПС (1) (см. рис. 1, б):

$$E = \bigcup_{m=0}^{B-a_2} E^m, \quad E^m \cap E^{m'} = \emptyset, \quad m \neq m', \quad (4)$$

где $E^m := \{n \in E : n_1 = m\}$ (здесь и далее в этом пункте для упрощения обозначения индекс *SMA* опускается).

Далее классы состояний E^m объединяются в отдельные укрупненные состояния $\langle m \rangle$ и вводится функция укрупнения на исходном ФПС E :

$$U(n) = \langle m \rangle, \quad n \in E^m, \quad m = 0, 1, \dots, B - a_2.$$

Функция укрупнения (5) задает укрупненную модель, которая также является ЦМ с ФПС $\hat{E} = \{\langle m \rangle : m = \overline{0, B - a_2}\}$. Для определения элементов ПМ укрупнённой модели вначале следует найти стационарное распределение $\rho^m = \{\rho^m(n) : n \in E^m\}$ внутри классов E^m (см. рис. 1, б). С учётом (2) оно легко вычисляется как стационарное распределение одномерного процесса размножения и гибели. При этом различают два случая: $\nu_2 \neq 1$ и $\nu_2 = 1$.

Случай $\nu_2 \neq 1$:

$$\rho^m(m, k) = \begin{cases} \nu_2^m (1 - \nu_2) / (1 - \nu_2^{B - a_1 + 1}), & \text{если } m = 0, 1, \dots, a_1, \quad k = 0, 1, \dots, B - a_1, \\ \nu_2^k (1 - \nu_2) / (1 - \nu_2^{B - m - 1}), & \text{если } m = a_1 + 1, \dots, B - a_2, \quad k = 0, 1, \dots, B - m. \end{cases} \quad (6)$$

Случай $\nu_2 = 1$:

$$\rho^m(m, k) = \begin{cases} 1 / (B - a_1 + 1), & \text{если } m = 0, 1, \dots, a_1, \quad k = 0, 1, \dots, B - a_1, \\ 1 / (B - m + 1), & \text{если } m = a_1 + 1, \dots, B - a_2, \quad k = 0, 1, \dots, B - m + 1. \end{cases} \quad (7)$$

Тогда, с учётом (2), (6), (7) заключаем, что элементы ПМ $\hat{q}(x, y)$ $x, y \in \hat{E}$ укрупнённой модели, которая также является одномерным процессом размножения и гибели (рис. 1, в), определяются так.

Случай $\nu_2 \neq 1$:

$$\hat{q}(x, y) = \begin{cases} \lambda_1 [m \leq a_1 - 1] + (1 - L(\nu_2, m)) I(m > a_1 - 1), & \text{если } x = \langle m \rangle, y = \langle m \rangle, \\ \mu_1, & \text{если } x = \langle m + 1 \rangle, y = \langle m \rangle, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (8)$$

где $L(\nu, m)$ — стационарная вероятность потери в системе $M/M/1/m+1$ с нагрузкой ν , т. е. $L(\nu, m) = \nu^m (1 - \nu) / (1 - \nu^{m+1})$.

Случай $\nu_2 = 1$:

$$\hat{q}(x, y) =$$

$$= \begin{cases} \lambda_1 [I(m \leq a_1 - 1) + \frac{B-m}{B-m+1} I(m > a_1 - 1)], & \text{если } x = \langle m \rangle, y = \langle m+1 \rangle, \\ \mu_1, & \text{если } x = \langle m+1 \rangle, y = \langle m \rangle, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (9)$$

Следовательно, с учётом (8) (или (9)) находится стационарное распределение $\pi(\langle m \rangle)$, $\langle m \rangle \in \hat{E}$ укрупнённой модели.

Случай $\nu_2 \neq 1$:

$$\pi(\langle m \rangle) = \begin{cases} \nu_1^m \pi(\langle 0 \rangle), & \text{если } m = 1, \dots, a_1, \\ \nu_1^m \prod_{i=b-m+1}^{B-a_1} (1 - L(\nu_2, i)) \pi(\langle 0 \rangle), & \text{если } m = a_1 + 1, \dots, B - a_2, \end{cases} \quad (10)$$

где

$$\pi(\langle 0 \rangle) = \left(\frac{1 - \nu_1^{a_1+1}}{1 - \nu_1} + \sum_{i=a_1+1}^{B-a_2} \nu_1^i \prod_{j=B-i+1}^{B-a_1} (1 - L(\nu_2, j)) \right)^{-1}.$$

Случай $\nu_2 = 1$:

$$\pi(\langle m \rangle) = \begin{cases} \nu_1^m \pi(\langle 0 \rangle), & \text{если } m = 1, \dots, a_1, \\ \nu_1^m \frac{B-m+1}{B-a_1+1} \pi(\langle 0 \rangle), & \text{если } m = a_1 + 1, \dots, B - a_2, \end{cases} \quad (12)$$

где

$$\pi(\langle 0 \rangle) = \left(\sum_{i=0}^{a_1} \nu_1^i + \frac{1}{B-a_1+1} \sum_{i=a_1+1}^{B-a_2} (B-i+1) \nu_1^i \right)^{-1}. \quad (13)$$

Стационарное распределение $p(\mathbf{n})$, $\mathbf{n} \in E$, исходной модели приближённо определяется так:

$$p(\mathbf{n}) \simeq \rho^{n_1}(\mathbf{n}) \pi(\langle n_1 \rangle), \quad \mathbf{n} \in E^{n_1}. \quad (14)$$

Окончательно, с использованием (6)–(14) находим следующие (приближённые) формулы для вычисления вероятностей блокировки (3).

Случай $\nu_2 \neq 1$:

$$PB^1(B, a_1, a_2) = \pi(\langle B - a_2 \rangle) + \sum_{i=a_2+1}^{B-a_1} L(\nu_2, i) \pi(\langle B - i \rangle), \quad (15)$$

$$PB^2(B, a_1, a_2) = (\nu_1^{a_1} / L(\nu_1, a_1)) L(\nu_2, B - a_1) \pi(\langle 0 \rangle) +$$

$$+ \sum_{i=a_2}^{B-a_1-1} L(\nu_2, i) \pi(\langle B - i \rangle). \quad (16)$$

Случай $v_2 = 1$:

$$PB^1(B, a_1, a_2) = \begin{cases} \frac{\pi(<0>)}{B - a_1 + 1} \left[(a_2 + 1)v_1^{B-a_2} + \frac{v_1^{a_1}(1 - v_1^{B-a_1-a_2})}{1 - v_1} \right], & \text{если } v_1 \neq 1, \\ \pi(<0>), & \text{если } v_1 = 1. \end{cases} \quad (17)$$

$$PB^2(B, a_1, a_2) = \begin{cases} \frac{\pi(<0>)}{B - a_1 + 1} \frac{1 - v_1^{B-a_2+1}}{1 - v_1}, & \text{если } v_1 \neq 1, \\ \pi(<0>), & \text{если } v_1 = 1. \end{cases} \quad (18)$$

Сложность предложенного алгоритма оценивается как $O(B^2)$. Другим достоинством данного алгоритма является то, что при вычислениях он использует хорошо известные параметры $L(v, m)$, которые табулированы [13].

Рассмотрим следующие частные случаи.

а) Стратегия *CS* получается из стратегии *SMA* при $a_1 = a_2 = 0$. Действительно, если в (15)–(18) положить $a_1 = a_2 = 0$, то они полностью совпадут с соответствующими результатами [9, 10], т.е.

$$PB^1(B, 0, 0) = PB^2(B, 0, 0) = \sum_{i=0}^B L(v_2, i) \pi(<B-i>).$$

б) Стратегия *CP* получается из стратегии *SMA* при условии $a_1 + a_2 = B$. Действительно, если в (15)–(18) положить $a_2 = B - a_1$, то они превратятся в известные точные формулы для вычисления вероятностей блокировок в классических одноканальных системах обслуживания с конечными очередями:

$$PB^1(B, a_1, B - a_1) = L(v_1, a_1), \quad PB^2(B, a_1, B - a_1) = L(v_2, a_2).$$

2. РАСЧЁТ ХАРАКТЕРИСТИК СТРАТЕГИИ *SMQMA*

Теперь мы можем совместно использовать полученные в п. 1 результаты для стратегии *SMA* и результаты [11] для стратегии *SMXQ* с целью разработки обобщенного алгоритма расчёта характеристик наиболее общей стратегии Клейнрока-Камоуна *SMQMA*. Для краткости изложения здесь опускаются промежуточные математические выкладки и приводится лишь окончательный вид расчётных формул для случая $v_2 \neq 1$ (исследование случая $v_2 = 1$ не представляет никаких трудностей).

Таким образом, алгоритм расчёта характеристик стратегии *SMQMA* состоит из следующих шагов.

Шаг 1. Вычислить $\pi_q(< m >)$:

$$\pi_q(< m >) = \begin{cases} v_1^m \pi(< 0 >), & \text{если } m = 1, \dots, B - b_2 - a_2, \\ v_1^m \prod_{k=b-m+1}^{a_2+b} (1 - L(v_2, k)) \pi_q(< 0 >), & \text{если } m = B - b_2 - a_2 + 1, \dots, a_1 + b_1, \end{cases} \quad (19)$$

где

$$\pi_q(< 0 >) = \left(\frac{1 - v_1^{B-b_2-a_2+1}}{1 - v_1} + \sum_{k=B-b_2-a_2+1}^{a_2+b_1} v_1^k \prod_{j=B-k+1}^{a_2+b_2} (1 - L(v_2, j)) \right)^{-1}.$$

Шаг 2. Вычислить вероятности блокировки заявок i -го типа, $PB_q^i(B, a_1, a_2, b_1, b_2)$, $i = 1, 2$:

$$PB_q^1(B, a_1, a_2, b_1, b_2) = \pi_q(< a_1 + a_2 >) + \sum_{k=B-b_1-a_1+1}^{a_2+b_2} L(v_2, k) \pi_q(< B - k >), \quad (21)$$

$$PB_q^2(B, a_1, a_2, b_1, b_2) = (v_1^{B-b_2-a_2} / L(v_1, B - b_2 - a_2)) L(v_2, a_2 + b_2) +$$

$$\sum_{k=B-b_1-a_1}^{a_2+b_2-1} L(v_2, k) \pi_q(< B - k >). \quad (22)$$

Отметим, что из формул (19)–(20) в частных случаях получаются результаты для стратегий *SMXQ* (при $a_1 = a_2 = 0$) [11], *SMA* (при $b_i = B - a_1 - a_2$, $i = 1, 2$) (см. п.1), а также *CS* [9, 10] и *CP* [14].

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На основе предложенных алгоритмов разработана вычислительная программа на языке Турбо Паскаль. С ее помощью проведены объёмные вычислительные эксперименты в широком диапазоне изменения структурных и нагрузочных параметров модели. В табл. 1 показаны некоторые численные результаты этих экспериментов для стратегии *SMQMA* (из-за ограниченности объёма работы результаты для стратегии *SMA*, а также их анализ здесь не приводятся).

Соответствующие характеристики были вычислены также и с использованием мультипликативного решения. Сравнение результатов предложенного подхода и подхода, основанного на мультипликативном решении, свидетельствует о высокой точности полученных здесь формул, так как в отдельных случаях они отличаются только десятым знаком после десятичной точки и эта точность увеличивается с возрастанием B . Иными

словами, предложенные формулы являются асимптотически точными, и они могут быть успешно использованы для научных и инженерных расчетов.

Таблица 1. Характеристики стратегии *SMQMA* при $B=100$, $\nu_1=0,4$, $\nu_2=0,6$.

N	a_1	a_2	b_1	b_2	PB_1	PB_2
1	5	5	30	90	6,2514E-05	3,3882E-22
2	5	10	30	85	6,4424E-07	3,3882E-22
3	5	15	40	80	6,5970E-09	3,3882E-22
4	5	20	40	75	6,7533E-11	3,3882E-22
5	10	20	40	70	6,9175E-13	4,3222E-21
6	15	20	40	65	7,0835E-15	5,5579E-20
7	20	20	45	60	7,2535E-17	7,1475E-19
8	25	20	45	55	7,4276E-19	9,1918E-18
9	30	20	50	50	7,6059E-21	1,1820E-16
10	35	25	40	40	7,9756E-25	1,5201E-15
11	40	25	35	30	8,1673E-27	2,5140E-13
12	45	30	25	20	7,3750E-32	3,2321E-12
13	50	10	40	30	7,9753E-25	5,3469E-10
14	55	10	10	35	8,1667E-27	4,1578E-11
15	65	10	25	20	8,5634E-31	1,8812E-04
16	75	10	15	15	9,2648E-35	1,3372E-06
17	80	10	10	10	1,2894E-36	1,4624E-05
18	10	80	10	10	8,0158E-25	4,3229E-21
19	20	70	10	10	1,3900E-26	7,1475E-19
20	30	60	10	10	2,4105E-28	1,1810E-16

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Одно из достоинств предложенного подхода состоит в том, что в отличие от мультипликативного решения он не требует генерации ФПС, что достаточно сложно при больших размерностях системы.

Отметим также, что предложенные формулы позволяют сформулировать и решить ряд интересных задач по оптимальному выбору структурных параметров стратегий *SMA* и *SMQMA* (задачи такого типа рассмотрены в [14]). Эти задачи представляют собой предмет специальных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Guerin R., Peris V. Quality-of-service in packet networks: Basic mechanism and directions // *Comp.Networks*. — 1999. — **31**. — P. 169–189.
2. Irland M.I. Buffer management in a packet switch // *IEEE Trans.Commun.* — 1978. — **26**. — P. 328–337.
3. Latouche G. Exponential server sharing a finite storage: Comparison of space allocation policies // *IEEE Trans.Commun.* — 1980. — **28**. — P. 910–915.

4. *Katoun F., Kleinrock L.* Analysis of shared storage in a computer network node environment under general traffic conditions // *IEEE Trans.Commun.* — 1980. **28**. — P. 992–1003.
5. *Башарин Г.П., Самуйлов К.Е.* Об оптимальной структуре буферной памяти в сетях передачи данных с коммутацией пакетов. — М.: ВИНТИ, 1982. — 70 с. — (Препринт НСК АН СССР).
6. *Жожикашвили В.А., Вишневецкий В.М., Винарский М.Г.* Буферная память узлов коммутации в сетях ЭВМ. — М., 1986. — 60 с. — (Препринт / АН СССР, ИПУ).
7. *Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган Я.А.* Анализ очередей в вычислительных сетях: Теория и методы расчета. — М.: Наука, 1989. — 336 с.
8. *Королюк В.С.* Стохастические модели систем. — Киев: Наук. думка, 1989. — 208 с.
9. *Пономаренко Л.А., Меликов А.З., Исмаилов Б.Г.* Применение алгоритмов фазового укрупнения для исследования характеристик буферных накопителей в узлах коммуникационных сетей // Тр. Междунар. конф. «Автоматика-2000», ч. 2, Львов, 2000. — С. 203–205.
10. *Melikov A. Z., Fattahova M. I.*, Performance of allocation strategy for large scale buffers in a packet switching networks // *Proc. of Electrical, Electronic & Computer Engineering Symposium.* — Cyprus, 2001. — P. 237–239.
11. *Меликов А.З., Фаттахова М.И.* Приближенный анализ показателей качества обслуживания в узлах интегральных сетей // *Автоматика и вычисл. техника.* — 2002. — № 2.
12. *Greenberg A.G., Srikant R., Whitt W.* Resource sharing for book-ahead and instantaneous-request calls // *IEEE /ACM Trans.Networking.* — 1999. — 7. — P. 10–22.
13. *Башарин Г.П.* Таблицы вероятностей потерь и средних квадратичных отклонений потерь на полнодоступном пучке линий. — М.: Изд-во АН СССР, 1962.
14. *Меликов А.З., Пономаренко Л.А., Рюмиин Н.А.* Математические модели многопоточковых систем обслуживания. — Киев: Техника, 1991. — 265 с.

Поступила 14.05.2002