

О ДЕКОМПОЗИЦИИ ЗАДАЧ МУЛЬТИКРИТЕРИАЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ АЛЬТЕРНАТИВ ПРИ ПОДДЕРЖКЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

В.Г. ТОЦЕНКО

Предложены два метода декомпозиции. Первый состоит в сведении задачи принятия решений на заданном множестве альтернатив к нескольким задачам оценивания значений признаков альтернатив и описании альтернатив кортежами декартовых произведений значений этих признаков. Второй заключается в предварительном ранжировании альтернатив, разбиении их множества на ранжированные пересекающиеся подмножества мощности не более 7 ± 2 и последовательном взаимозависимом применении метода «треугольник» парных сравнений.

Системы поддержки принятия решений, основанные на использовании мультикритериальных методов оценивания альтернатив (СППРМК), получили в настоящее время наибольшее распространение [1–11]. Для их применения должны выполняться два необходимых условия:

- 1) должно существовать множество критериев, по каждому из которых можно оценить каждую альтернативу;
- 2) лицо, принимающее решение (ЛПР), должно «полностью владеть проблемой», т.е. быть способным сформулировать множество альтернатив, множество критериев их оценки и оценить каждую из альтернатив по каждому из критериев.

Первое необходимое условие выполняется, когда решение заключается в определении относительной эффективности (или ранжировании, или выборе наилучшей) однородных альтернатив (например, мест работы или автомобилей). Когда приходится сравнивать различные по своей природе альтернативы (например, принятие закона о льготах отечественному товаропроизводителю и закупка новой технологии), это условие не выполняется и поэтому используются методы целевого оценивания альтернатив [12–14]. В дальнейшем будем предполагать, что СППРМК применяется ко множеству однородных альтернатив, и первое необходимое условие выполняется.

Выполнение второго необходимого условия предполагает, что ЛПР выступает как в роли собственно лица, в интересах которого принимается решение, так и в роли эксперта. В последнем качестве он должен вначале сформулировать множество альтернатив. Эту задачу ЛПР часто не способно решить из-за недостатка информации и (или) соответствующих специальных знаний. Чтобы убедиться в этом, предлагаем читателю, не являющемуся инженером-автомобилистом, информированным о последних достижениях в автомобилестроении, сформулировать, даже используя рекламные материалы, множество альтернативных предложений, среди которых находится оптимальный для Вас вариант автомобиля. Вероятно

Вас затруднит вопрос: каким двигателем, карбюраторным, дизельным, инжекторным, моно- или турбоинжекторным должен быть Ваш автомобиль? В то же время Вы без труда выберете цвет автомобиля. Кроме того, в числе критериев выбора автомобиля Вы назовете возможно, престижность модели, надежность, экономичность, комфорт, внешний вид и т.д.

Рассмотрим другой пример, связанный с выбором вида деятельности. С ним чаще всего приходится сталкиваться выпускникам школ и военнослужащим, увольняемым в запас и не имеющим гражданской специальности. Критерии оценки видов деятельности Вы сформулируете, исходя из своих жизненных потребностей (например, величина зарплаты, престижность деятельности, возможность творческой работы, возможность достичь высокого общественного положения, наличие вредных условий труда и т.д.). Но вот сформулировать множество альтернативных вариантов и сравнить их по названным критериям Вы скорее всего не сможете как из-за отсутствия у Вас необходимых знаний и информации, так и из-за большого количества (несколько сотен) альтернатив.

В статье предлагается подход к сокращению размерности задачи принятия решений, решаемой ЛПР, за счет декомпозиции задачи и использования базы данных, создаваемой экспертами и не изменяемой ЛПР при использовании СППРМК. Кроме того, предложен метод декомпозиции задачи парных сравнений, используемый в случае, когда число сравниваемых объектов превышает психофизиологические возможности человека.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При принятии решений на основе оценивания альтернатив $a_i \in A$, $i = (1, n)$ по множеству критериев $K = \{k_j\}$, $j = (1, m)$ предполагается известным для каждой альтернативы $a_i \in A$ кортеж $R_i = \{r_{ij}\}$ оценок этой альтернативы по каждому из этих критериев. Критерии в общем случае могут иметь различную природу, т.е. быть либо качественными, либо количественными.

При мультикритериальном оценивании альтернатив с использованием множества кортежей оценок альтернатив приходится решать задачи нескольких типов:

- выбрать наилучшую с точки зрения ЛПР альтернативу;
- ранжировать альтернативы с учетом предпочтений ЛПР;
- найти количественные оценки относительной полезности альтернатив с учетом предпочтений ЛПР.

Нетрудно видеть, что каждая следующая в этом списке задача является более общей, чем задачи, предшествующие ей.

Часто количество сравниваемых объектов (альтернатив, критериев) превышает психофизиологические возможности человека, ограниченные, как известно [15], числом 7 ± 2 одновременно обрабатываемых объектов. Поэтому возникает проблема декомпозиции задачи принятия решений при мультикритериальном оценивании множества объектов, превышающим указанные ограничения, к совокупности задач приемлемой сложности.

СУЩНОСТЬ ПОДХОДА

В настоящее время множество альтернатив задается, как правило, перечислением его элементов. При большом количестве альтернатив (сотни, а это реально в практических задачах) такой способ задания существенно затрудняет сравнение альтернатив по множеству критериев с использованием эффективных методов парных сравнений и вынуждает применять методы сокращения размерности задачи путем формирования подмножеств альтернатив, «почти» неразличимых по некоторому критерию, что естественно понижает достоверность решения.

Второй применяемый в настоящее время прием, позволяющий справиться с задачей принятия решений такой размерности, заключается в следующем. ЛПР определяет критерии оценки альтернатив и их значимость, выражая тем самым свои предпочтения, разделяет множество альтернатив на непересекающиеся подмножества приемлемой мощности (не более 8 - 10) и поручает оценивание альтернатив из каждого такого подмножества одному эксперту или группе из 2–3 экспертов. Назовем такую декомпозицию множества альтернатив *аддитивной*. В этом случае *каждый эксперт* оценивает *альтернативы* из порученного ему подмножества *по каждому критерию*. При этом адекватность оценок альтернатив по каждому из критериев их действительным качествам определяется уровнем профессионализма экспертов и их добросовестностью. Сравнение альтернатив при этом осуществляется *опосредованно*, через названные экспертами значения оценок по критериям. Непосредственное сравнение альтернатив в пределах всего множества, например, одним из методов парных сравнений, в этом случае исключено из-за большого количества альтернатив.

В статье предлагается использовать другой способ декомпозиции задачи принятия решения, называемой *декартовой*. Он основан на описании множества альтернатив декартовым произведением значений некоторой совокупности признаков. Признак альтернативы отличается от критерия ее оценки, во-первых, тем, что его содержание и совокупность значений определяются не предпочтениями ЛПР, а используется только для классификации альтернатив, причем эта классификация одинакова для всех ЛПР — пользователей данной СППРМК.

Рассмотрим вначале способ описания множества альтернатив $A = \{a_i\}$, $i = (1, n)$. Предложим экспертам, исходя из специфики решаемой проблемы, определить множество $Q = \{Q_t\}$, $t = (1, T)$ признаков и для каждого признака — множество $Q_t = \{q_{tl}\}$, $l = (1, s_t)$ его значений, так чтобы выполнялось необходимое условие изоморфного отображения множества альтернатив A во множество $U = \{q_{1l} \times q_{2l} \times \dots \times q_{Tl}\}$ кортежей, каждый из которых есть декартово произведение множеств значений признаков:

$$\prod_{t=1}^T s_t \geq n.$$

Во многих случаях формирование такого множества признаков не представляет труда, так как можно использовать общепотребимые классификационные признаки.

Например, для задачи определения вида деятельности при построении системы поддержки принятия решений по профориентации были сформированы следующие подмножества признаков:

Q_1 — признак «Форма собственности» со значениями:

1.1. Государственное предприятие; 2.1. Акционерное предприятие; 3.1. Частное предприятие.

Q_2 — признак «Отрасль» со значениями:

1.2. Строительство; 2.2. Промышленность; 3.2. Транспорт; 4.2. Связь; 5.2. Сфера услуг; 6.2. Торговля; 7.2. Органы управления; 8.2. Педагогика; 9.2. Культура; 10.2. Медицина; 11.2. Наука; 12.2. Сельское хозяйство; 13.2. Жилищно-коммунальное хозяйство; 14.2. Информационно-вычислительное обслуживание; 15.2. Материально-техническое обеспечение; 16.2. Социальное обеспечение; 17.2. Физкультура и спорт; 18.2. Охранно-правовые учреждения.

Q_3 — признак «Характер деятельности» со значениями:

1.3. Административная деятельность; 2.3. Инженерно-организационная деятельность; 3.3. Научно-исследовательская деятельность; 4.3. Исполнительская деятельность; 5.3. Вспомогательная деятельность.

Эти признаки были использованы при построении системы поддержки принятия решений по выбору гражданской профессии военнослужащими, увольняющимися в запас. Система была создана под руководством автора коллективом в составе: Ларин Л.К., Цыцарев В.Н., Деев А.А., Овчинников А.П. для программы «Социальная адаптация военнослужащих» Международного фонда «Відродження».

Нетрудно видеть, что, используя 36 значений этих трех признаков, удастся однозначно описать различными тройками значений признаков 270 альтернатив. Примеры описания видов деятельности с использованием введенных признаков и их значений: «Научно-исследовательская деятельность в промышленности на государственном предприятии», «Исполнительская деятельность в частном торговом предприятии».

В общем случае некоторые кортежи значений признаков могут не иметь смысла. Поэтому альтернативы, соответствующие этим кортежам, должны быть исключены.

Следующим этапом принятия решений является формирование критериев оценки альтернатив. Предлагаемый способ поддержки принятия решений отличается от известных двумя особенностями.

Первая заключается в том, что предлагается формировать критерии для сравнительной оценки значений признаков альтернатив, в то время как известные методы предполагают формирование критериев для сравнительной оценки альтернатив. Следует отметить, что в общем случае

$$K_t \cap K_h \neq \emptyset,$$

где K_t , K_h — множества критериев для оценивания значений признаков Q_t , Q_h соответственно.

Вторая особенность предлагаемого подхода состоит в том, что множества критериев для сравнительной оценки значений признаков альтернатив формируют в режиме настройки СППРМК эксперты —

специалисты в соответствующих областях, а ЛПР при использовании системы предлагается список множества

$$K = \bigcup_{t=1}^T K_t$$

критериев, из которого он выбирает значимые по его мнению.

Обозначим подмножество выбранных ЛПР критериев через K_c . Это множество разделяется на T подмножеств $K_{c1}, K_{c2}, \dots, K_{cT}$, определяемых выражением

$$K_{ct} = K_c \cap K_t, \quad t = (1, T),$$

где K_{ct} — подмножество множества выбранных ЛПР критериев, которое используется для оценивания важности для него значений t -го признака альтернатив.

Далее ЛПР предлагается одним из методов экспертного оценивания [10, 11, 16–18] определить для всех t показатели w_{ht} относительной значимости для него критериев $k_h \in K_{ct}$. При этом ЛПР может и не знать, значения какого именно признака альтернатив будут сравниваться по выбранному им множеству критериев. Для него эти критерии определяют значимость альтернатив.

Следующей особенностью предлагаемого метода поддержки принятия решений является использование базы данных о проблеме при формировании решения каждым ЛПР — пользователем СППРМК. База данных представляет собой множество $D = \{D_{tg}\}$ множеств $D_{tg} = \{d_{tgr}\}$, где d_{tgr} — коэффициент относительной важности r -го значения t -го признака по g -му критерию $k_g \in K_t$. Для формирования базы данных привлекаются эксперты — специалисты в соответствующих областях знаний.

Таким образом, путем введения T признаков альтернатив осуществляется декартова декомпозиция задачи принятия решения на T задач оценки показателей v_{rt} важности r -х значений признаков $Q_1, Q_2, \dots, Q_t, \dots, Q_T$ альтернатив по результатам оценивания экспертами относительно критериев $k_g \in K_t, t = (1, T)$ и оценивания ЛПР относительной значимости w_g критериев $k_g \in K_{ct}$ из подмножества критериев, им отобранных.

Величины v_{rt} — есть значения некоторой функции ценности $f(d_{tgr}, w_g)$, вид которой определяется семантикой критериев, отобранных для оценивания значений признаков альтернатив. Если и только если множество этих критериев взаимнонезависимо, то $f(d_{tgr}, w_g)$ — аддитивная функция вида [1]:

$$v_{rt} = \sum_{k_g \in K_{ct}} d_{tgr}, w_g.$$

Так как каждая альтернатива однозначно описывается кортежем значений признаков, то показатель относительной значимости l -й альтернативы, описываемой кортежем $U_l = \{q_{1l} \times q_{2l} \times \dots \times q_{Tl}\}$, равен:

$$v_l = \prod_{q_{tr} \in U_l} \sum_{k_g \in K_{ct}} d_{lgr} \cdot w_g.$$

Применительно к рассматриваемому примеру выбора вида деятельности:

- для сравнительной оценки значений (1.1. Государственное предприятие; 2.1. Акционерное предприятие; 3.1. Частное предприятие) признака Q_1 «Форма собственности» были сформулированы следующие критерии: 1.1. Престижность деятельности; 2.1. Возможность достичь высокого общественного положения; 3.1. Зарботная плата; 4.1. Возможность улучшить жилищные условия;

- для сравнительной оценки значений признака Q_2 «Отрасль» предлагалось использовать следующие критерии: 1.2. Эстетические аспекты труда; 2.2. Материальность результатов труда; 3.2. Наличие вредных условий труда; 4.2. Престижность деятельности; 5.2. Возможность творчески работать; 6.2. Возможность достичь высокого общественного положения; 7.2. Зарботная плата; 8.2. Возможность улучшить жилищные условия. 9.2. Возможность поддерживать и укреплять здоровье;

- значения признака Q_3 «Характер деятельности» предлагается оценивать по критериям: 1.3. Эстетические аспекты труда; 2.3. Разнообразие деятельности; 3.3. Материальность результатов труда; 4.3. Наличие вредных условий труда; 5.3. Командировки; 6.3. Престижность деятельности; 7.3. Возможность творчески работать; 8.3. Возможность работать в роли руководителя; 9.3. Возможность достичь высокого общественного положения; 10.3. Зарботная плата; 11.3. Возможность улучшить жилищные условия. 12.3. Наличие льгот; 13.3. Возможность поддерживать и укреплять здоровье.

ДЕКОМПОЗИЦИЯ МАТРИЦ ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ

При использовании описанного выше метода декартовой декомпозиции задачи поддержки принятия решений размерность задачи может быть существенно уменьшена, однако при оценивании значений признаков относительно некоторого критерия, так же как и при определении относительной значимости критериев количество сравниваемых объектов может превысить предельно допустимое число 7 ± 2 , определенное в [15]. Пренебрежение этим обстоятельством может привести к снижению точности экспертных оценок. Поэтому возникает задача разработки метода парных сравнений, при реализации которого эксперт сравнивает объекты из нескольких подмножеств, мощность каждого из них не превышает указанного ограничения, обусловленного психофизиологическими возможностями человека.

Сущность предлагаемого метода заключается в следующем. Пусть необходимо выполнить парные сравнения множества объектов $O = \{o_h\}$, $h = 1, N$, $N > 7$. Проранжируем это множество объектов в соответствии со следующим алгоритмом.

Алгоритм 1

1. $k := 1$;
2. $h := 1$; $O_m = \emptyset$;
3. Если $h \leq N = |O|$, то п.4, иначе — п.6.
4. Сравнить по заданному критерию объект o_h с объектом $o_m \in O_m$, $|O_m|=1$. Если o_h превосходит o_m (будем обозначать это через $o_h > o_m$), то $o_h = o_m$ ($\forall h[o_h > \emptyset]$).
5. $h := h + 1$, п.3.
6. Поместить o_m на k -е место в заключительном ранжировании объектов, $O = O \setminus o_m$, $N := N - 1$; $k := k + 1$.
7. Если $O_m \neq \emptyset$, то п.2., иначе п.8.
8. Конец.

Нетрудно видеть, что при формировании ранжирования объектов описанным алгоритмом указанные ограничения не нарушаются.

Если к процедуре ранжирования привлекаются несколько экспертов, то для определения результирующего ранжирования можно воспользоваться методом Кондорсе или Борда [16, 19, 20]. Сущность метода Кондорсе состоит в следующем. Каждый эксперт ранжирует альтернативы. На основе этого для каждой пары альтернатив (a_i, a_j) вычисляется s_{ij} — количество экспертов, которые признали альтернативу a_i лучшей, чем альтернатива a_j . Если $s_{ij} > s_{ji}$, альтернатива a_i считается лучшей, чем альтернатива a_j . Альтернатива a_i считается самой лучшей, если $s_{ij} > s_{ji}$ для всех $j \neq i$. Такой способ выбора самой лучшей альтернативы кажется более обоснованным, чем при принятии альтернативы по большинству поданных за нее голосов.

Сущность метода определения результирующего ранжирования и самой лучшей альтернативы, предложенного Бордом, состоит в том, что каждой альтернативе приписывается сумма рангов, полученных ею в различных ранжированиях. Ранги альтернатив в ранжировании, выполненном некоторым экспертом, определяются таким образом: если альтернатива — последняя в ранжировании, то ей приписывают ранг 0, если — предпоследняя, то ранг — 1 и т.д. На первом месте в результирующем ранжировании ставят альтернативу с самой малой суммой рангов, на втором — ту альтернативу, которая имеет следующую по порядку сумму баллов и т.д.

Разделим сформированное ранжированное множество объектов O на p ранжированных подмножеств O_1, O_2, \dots, O_p , причем $|O_\eta| = x(\eta) \leq 7$, а последний объект η -го подмножества входит также в качестве первого объекта $(\eta + 1)$ -го подмножества:

$$O = \bigcup_{\eta=1}^p O_\eta; \quad O_1 = \{o_{11}, o_{21}, \dots, o_{x(1)1}\}; \quad O_2 = \{o_{x(1)1}, o_{12}, o_{22}, \dots, o_{x(2)2}\}; \quad \dots \\ \dots \quad O_p = \{o_{x(p)p}, o_{p2}, o_{2p}, \dots, o_{x(p)p1}\}.$$

Величину p следует выбирать таким образом, чтобы мощности подмножеств O_η были примерно одинаковы.

При таком разбиении ранжированного множества объектов O последний объект $o_{x(\eta)\eta} \in O_\eta$ будет иметь минимальный относительный вес среди объектов подмножества O_η и в то же время будет доминирующим объектом подмножества $O_{\eta+1}$. Это обстоятельство позволяет организовать процесс определения показателей относительной значимости объектов множества O следующим образом. Выбираем подмножество O_1 объектов и выполняем парные сравнения методом «треугольник» с последовательной обработкой матрицы парных сравнений [17, 18]. При этом вес доминирующего объекта o_{11} этого подмножества полагают равным 1. В результате выполнения этого алгоритма определяются ненормированные значения показателей значимости объектов этого подмножества, в том числе и вес $v_{x(1)1}$ объекта $o_{x(1)1}$, который является наименее значимым для подмножества O_1 и, в то же время, доминирующим для подмножества O_2 . Поэтому при выполнении алгоритма «треугольник» для подмножества O_2 ненормированный вес доминирующего объекта подмножества O_2 полагают равным не 1, а $v_{x(1)1}$. Аналогично поступают при выполнении алгоритма «треугольник» и для остальных подмножеств O_η . Полученные значения весов объектов нормируют к 1, в результате чего получают относительные показатели значимости объектов полного множества O .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложены два метода сокращения размерности задачи поддержки принятия решений при мультикритериальном оценивании альтернатив. Первый заключается в декартовой декомпозиции задачи, в результате чего вместо оценивания большого множества альтернатив оцениваются признаки, декартовы произведения значений которых однозначно описывают альтернативы. При этом существенно уменьшается нагрузка на ЛПР как за счет уменьшения размерности задачи, так и за счет того, что благодаря привлечению экспертов к созданию базы данных на долю ЛПР остается лишь выбор приемлемых для себя критериев и оценки их сравнительной значимости. Второй метод уменьшения размерности задачи основан на специальной организации процедуры парных сравнений. Он может помочь сократить размерность задачи парных сравнений объектов (признаков, критериев), когда их число превосходит возможности человека. Метод основан на предварительном ранжировании альтернатив с последующим сравнением пар объектов ранжированных подмножеств приемлемой мощности.

Использование предложенных методов упрощают работу ЛПР. Автор надеется, что это приведет к более широкому применению средств и методов поддержки принятия решений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Keeney R.L., Raiffa H.* Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs. — New York: John Wiley and Sons, 1976.
2. *Edwards W., Barron F.H.* SMARTS and SMARTER: Improved Simple Methods for Multiattribute Utility Measurement// Organizational Behavior and Human Decision Processes. — 1994. — **60**. — P. 306–325.
3. *Koksalan M.M., Taner O.V.* An Approach for Finding the Most Preferred Alternative in the Presence of Multiple Criteria // European Journal of Operational Research. — 1992. — **60**. — P. 52–60.
4. *Roy B.* ELECTRE III: Un Algorithme de Classement fonde sur une Representation Floue des Preferences en Presence de Criteres Multiple// Cahiers du Centre Etudes Recherche Operationelle. — 1978. — **20**. — P. 3–24
5. *Brans J.P., Vincke P., Mareschal B.* How to Select and How to Rank Projects: The PROMETHEE Method. //European Journal of Operational Research. — 1986. — **24**. — P. 228–238
6. *Brans J.P., Mareschal B.* PROMETHEE V: MCDM Problemsa with Segmentation Constraints // INFOR. — 1992. — **30**, N 2. — P. 85–96.
7. *Ларичев О.И., Зуев Ю.А., Гнеденко Л.С.* Метод ЗАПРОС (Замкнутые Процедуры у Опорных Ситуаций) решения слабоструктурированных проблем выбора при многих критериях. (Препринт). — М.: ВНИИСИ, 1979. — P. 75 с.
8. *Lotfi V., Stewart T.J., Zionts S.* An Aspiration- Level Interactive Model for Multiple Criteria Decision Making // Computers and Operations Research. — 1992. — **19**, N 7. — P. 671–681.
9. *Korhonen P.* A Visual Reference Direction Approach to Solving Discrete Multiple Criteria Problems, // European Journal of Operation Research. — 1988. — **34**, N 2. — P. 152–159.
10. *Saaty T.L., Vargas L.G.* The Logic of Priorities: Applications of the Analytic Hierarchy Process in Business, Energy, Health & Transportation. — Pittsburgh: RWS Publications, 1991.
11. *Saaty T.L.* Decision Making with Dependence and Feedback: The Analytic Network Process. — Pittsbupgh: RWS Publications, 1996.
12. *Тоценко В.Г.* Оценка сравнительной эффективности проектов комплексных целевых программ методом моделирования иерархий целей //Электронное моделирование.— 1998. — **20**, № 3. — С. 76–90.
13. *Totsenko V.G.* Estimation of Comparative Efficiency of Projects of Complex Target – oriented Programs Using the Simulation Method of Goal Hierarchy // Engineering Simulation // — 1999. **16**. — P. 361–375.
14. *Тоценко В.Г.* Об одном подходе к поддержке принятия решений при планировании исследований и развития. Ч. 2. Метод целевого динамического оценивания альтернатив // Проблемы управления и информатики, — 2001. — № 2. — С. 127–139.
15. *Миллер Г.* Магическое число семь плюс минус два. Инженерная психология. — М.: Прогресс, 1964.
16. *Миркин Б.Г.* Проблема группового выбора. — М.: Наука, 1974. — 256 с.
17. *Тоценко В.Г.* Генерация алгоритмов парных сравнений для моделирования предпочтений эксперта при поддержке принятия решений. Ч. 1. // Электронное моделирование. — 2000. — **22**, № 3. — С. 11–23.
18. *Тоценко В.Г.* Генерация алгоритмов парных сравнений для моделирования предпочтений эксперта при поддержке принятия решений. Ч. 2. //Электронное моделирование. — 2000. — **22**, №4. — 2000. — С. 16–24.

19. *Гюйбо Д.Т.* Теория общего интереса и логическая проблема агрегирования // Математические методы в социальных науках. Пер. с англ. — М.: Прогресс, 1973.
20. *Young H.P., Levenglick A.* A consistent extension of Condorset's election principle // *SIAM J. Appl. Math.* — 1978. — **35**, № 2.

Поступила 10.10.2001