UDC 004.023; 624.078.4
DOI: 10.20535/SRIT.2308-8893.2023.2.09

ЗАСТОСУВАННЯ КРИВИХ БЕЗЬЄ ДЛЯ ОПИСУ ФОРМИ КОНСТРУКЦІЇ ПРИ ОПТИМІЗАЦІЇ КЛЕЙОВОГО З'ЄДНАННЯ

С.С. КУРЄННОВ, К.П. БАРАХОВ, Г.С. БАРАХОВА

Анотація. Розв'язано задачу топологічної оптимізації симетричного двозрізного з'єднання. Запропонована математична модель з'єднання змінної товщини є узагальненням класичної моделі Голанда–Рейсснера. Форма накладки описується за допомогою кривої Безьє. Шуканими величинами в задачі оптимізації є координати контрольних точок кривої Безьє. Цільовою функцією може бути як довжина з'єднання, так і площа поперечного перерізу накладки. Обмеження накладаються на напруження в клейовому шарі та в накладці. Пряму задачу зі знаходження напруженого стану з'єднання за заданих геометричних параметрів розв'язано за допомогою методу скінченних різниць. Для розв'язання задачі оптимізації використано генетичний алгоритм. З метою покращення збіжності генетичного алгоритму запропоновано острівну модель еволюції, яка забезпечує швидкість еволюційного відбору і стабільність досягнутих результатів. Розв'язано модельну задачу.

Ключові слова: тришарова конструкція, топологічна оптимізація, генетичний алгоритм.

ВСТУП

Клейові з'єднання внапуск є невід'ємною частиною конструкцій із композиційних матеріалів. Поширення клейових з'єднань у композитних конструкціях зумовлено їх високою технологічністю, герметичністю, малою масою, високою аеродинамічною ефективністю. Клейові з'єднання внапуск не порушують структуру композитів і дозволяють реалізувати у конструкції їх високі міцнісні та механічні властивості. Однак відомим недоліком з'єднань внапуск є концентрація напружень у клейовому шарі на краях ділянки склеювання [1; 2]. Для зниження концентрації напружень і підвищення міцності з'єднань використовуються різні конструктивні рішення, такі як збільшення товщини клейового шару на краях з'єднання [3], зменшення товщини пластин біля краю з'єднання [4], використання декількох різних типів клеїв [5], інші способи [6; 7]. Застосування симетричних двосторонніх з'єднань дозволяє усунути вигин конструкції і зменшити відривні напруження у клейовому шарі [8–10].

Задача топологічної оптимізації є якісно складнішою задачею, ніж задача класичної параметричної оптимізації. Топологічна оптимізація з'єднання внапуск, як правило, полягає в знаходженні оптимальної довжини з'єднання і залежності зміни товщини пластин, що з'єднуються по довжині ділянки склеювання. Одним із можливих способів розв'язання цієї задачі є дискретизація шуканої функції. У цьому випадку задача зводиться до знаходження товщини елементів конструкції в системі точок [11]. Перехід від неперервних функцій до дискретних дозволяє оптимізувати з'єднання з покроковою зміною товщини [12]. Якщо ж шукана функція є неперервною, то то

© *С.С. Курєннов, К.П. Барахов, Г.С. Барахова*, 2023

її можна описати за відомими значеннями в системі точок за допомогою сплайнів [13], функцій Безьє [14, 15] або рядів Фур'є [16; 17]. Оскільки кількість параметрів досить велика, а розв'язання оберненої задачі оптимізації навіть числовими методами є неможливим, то для розв'язання задачі оптимізації використовуються наближені методи, наприклад, генетичні алгоритми. Цей метод полягає в знаходженні оптимальних параметрів задачі шляхом розв'язання послідовності прямих задач. Зазвичай напружений стан конструкції за заданих параметрів задачі знаходять за допомогою методу скінченних елементів [13–15]. Оптимізації також може підлягати товщина клейового шару на краях ділянки склеювання [18], розмір і форма видавлених надлишків клею на краю з'єднання [19], а також структура композиту [20; 21]. Загальним недоліком застосування методу скінченних елементів для розв'язання задач топологічної оптимізації є відносно повільна швидкість роботи алгоритму.

Метою цієї роботи є розв'язання задачі топологічної оптимізації клейового з'єднання в одновимірній постановці. Застосування математичних моделей з'єднання [1], які добре себе зарекомендували, і які використовуються для опису напруженого стану з'єднань в аналітичній формі, дає змогу зменшити розмірність задачі без істотної втрати точності і тим самим підвищити швидкість виконання розрахунків.

Генетичні алгоритми дозволяють розв'язувати задачі оптимізації за наявності обмежень [22]. У цьому випадку є обмеження на максимальні напруження, розміри конструкції тощо. Відомим недоліком генетичних алгоритмів є складність їх налаштування. Для підвищення швидкості збіжності генетичного алгоритму у роботі використовується удосконалена острівна модель генетичного алгоритму (Island Model GA) [23; 24]. Острівні моделі можна класифікувати за декількома ознаками, такими як можливі напрямки міграцій та умови еволюційного відбору на островах. Якщо для всіх островів умови однакові, модель називають гомогенною [25; 26]. Відповідно, якщо умови різні, то модель називають гетерогенною [27]. У запропонованому у цій роботі варіанті еволюційного алгоритму на одному з трьох островів мутагенез відбувається частіше і з більшою дисперсією, ніж на двох інших островах. Така комбінація високої варіабельності на одному острові та стабільності на двох інших у сукупності з регулярною міграцією кращих особин між островами забезпечує задовільну швидкість роботи еволюційного алгоритму та стабільність досягнутих результатів [17].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо конструкцію, що складається із двох пластин, з'єднаних за допомогою симетричних накладок (рис. 1, *а*). Така конструкція не відчуває вигину за розтягування-стискання і тому часто використовується в машинобудуванні. З огляду на симетрію конструкції розглядаємо лише її четверту частину. Поперечні переміщення центрального шару (основної пластини) дорівнюють нулю. Якщо розглядати деформування даної конструкції у межах теорії стрижнів, можна розглянути лише ділянку склеювання. Конструкцію навантажено поздовжніми зусиллями $2F$. Товщину клейового шару вважаємо постійною по довжині з'єднання і однаковою на всіх ділянках. Довжина ділянки склеювання L. Диференціальний елемент області склеювання і діючі на нього силові чинники наведено на рис. 1, *б*.

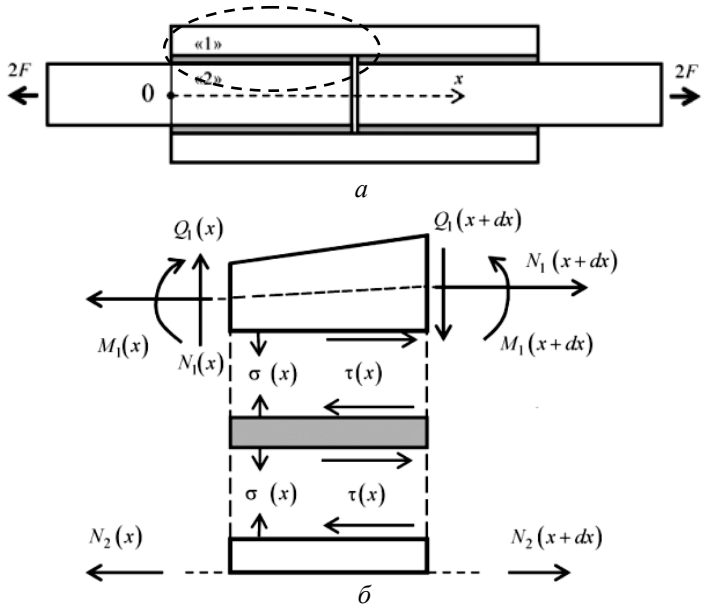


Рис. 1. Клейове з'єднання: *а* — схема конструкції, *б* — диференціальний елемент

Рівняння рівноваги накладки та основної пластини мають вигляд:

$$\frac{dN_1}{dx} = -\tau\,; \quad \frac{dN_2}{dx} = \tau\,; \quad \frac{dQ_1}{dx} = \sigma\,,$$

$$\frac{dM_1}{dx} - s_1(x)\tau - N_1\frac{ds_1}{dx} + Q_1 = 0\,, \tag{1}$$

де N_1, N_2 — поздовжні зусилля в несних шарах; Q_1, M_1 — зрізне зусилля і згинальний момент у накладці; τ, σ — дотичні і нормальні напруження в клейовому шарі; s_1 — відстань від нейтральної осі накладки до клейового шару у разі симетричної структури накладки $s_1(x) = 0.5\,\delta_1(x)$, де $\delta_1(x)$ — товщина накладки.

Рівняння деформації стрижнів мають вигляд:

$$N_1 = B_1\frac{dU_1}{dx}\,; \quad N_2 = B_2\frac{dU_2}{dx}\,; \quad D_1\frac{d^2W_1}{dx^2} = M_1\,, \tag{2}$$

де U_1, U_2 — поздовжні переміщення несних шарів; W_1 — поперечні переміщення накладки; $B_1(x)$ і B_2 — жорсткості шарів на розтягування-стиснення, якщо шари однорідні за товщиною, то $B_1(x) = \delta_1(x)E_1$, $B_2 = \delta_2 E_2$, де E_1, E_2 — модуль пружності відповідного шару; $D_1(x)$ — згинальна жорсткість накладки; $D_1(x) = \dfrac{\delta_1^3(x)E_1}{12}$.

Напруження в клейовому шарі можна записати у вигляді [1; 9]

$$\sigma = K\cdot W_1\,; \quad \tau = P\left(U_1 - U_2 + s_1(x)\frac{dW_1}{dx}\right), \tag{3}$$

де K, P — жорсткості клейового шару на розтягування-стиснення і на зсув, які можуть бути обчислені, наприклад як $K = \frac{E_0}{\delta_0}$, $P = \frac{G_0}{\delta_0}$, де δ_0 — товщина клейового шару; E_0, G_0 — модуль пружності і модуль зсуву клею.

Крайові умови мають такий вигляд:

$$N_2(0) = F, \quad N_2(L) = 0, \quad N_1(0) = 0, \quad Q_1(0) = 0,$$

$$M_1(0) = 0, \quad U_1(L) = 0, \quad Q_1(L) = 0, \quad dW_1/dx\big|_{x=L} = 0.$$

Систему рівнянь (1)–(3) можна звести до системи диференціальних рівнянь відносно U_1, U_2 і W_1:

$$\frac{B_1}{P}\frac{d^2U_1}{dx^2} + \frac{1}{P}\frac{dB_1}{dx}\frac{dU_1}{dx} - U_1 + U_2 - s_1\frac{dW_1}{dx} = 0, \quad U_1 + \frac{B_2}{P}\frac{d^2U_2}{dx^2} - U_2 + s_1\frac{dW_1}{dx} = 0$$

$$\frac{D_1}{P}\frac{d^4W_1}{dx^4} + \frac{2}{P}\frac{dD_1}{dx}\frac{d^3W_1}{dx^3} + \left(\frac{1}{P}\frac{d^2D_1}{dx^2} - s_1^2\right)\frac{d^2W_1}{dx^2} - 2s_1\frac{ds_1}{dx}\frac{dW_1}{dx} + \frac{K}{P}W_1 -$$

$$- \frac{B_1}{P}\frac{ds_1}{dx}\frac{d^2U_1}{dx^2} + \frac{ds_1}{dx}U_2 - \left(\frac{1}{P}\frac{ds_1}{dx}\frac{dB_1}{dx} + s_1 + \frac{B_1}{P}\frac{d^2s_1}{dx^2}\right)\frac{dU_1}{dx} -$$

$$- \frac{ds_1}{dx}U_1 + s_1\frac{dU_2}{dx} = 0. \qquad (4)$$

До цих самих змінних U_1, U_2 і W_1 можна звести і крайові умови.

ЗАДАЧА ОПТИМІЗАЦІЇ

Задачу оптимізації сформулюємо так. Необхідно знайти довжину з'єднання L і залежність товщини накладки від поздовжньої координати $\delta_1(x)$, які забезпечують екстремальне значення деякого критерію оптимальності за умови виконання обмежень за міцністю. Як критерій оптимальності візьмемо масу накладки, яка з точністю до довільного множника пропорційна площі поперечного перерізу накладки:

$$M = \int_0^L \delta_1(x)dx \to \min. \qquad (5)$$

Обмеження можуть бути накладені на максимальні напруження в клейовому шарі. При цьому можна використовувати різні критерії міцності, наприклад, критерій максимальних головних напружень [28]:

$$\sigma_g^*(x) = \frac{|\sigma(x)|}{2} + \frac{\sqrt{\sigma^2(x) + 4\tau^2(x)}}{2} \le \sigma_g^{\max}, \qquad (6)$$

де $x \in [0; L]$; $\sigma_g^*(x)$ — модуль першого головного напруження в клейовому шарі; $\sigma_g^{\max}$ — границя міцності клею.

Руйнування з'єднання може відбуватися у формі розриву накладки. Тому необхідно ввести обмеження на максимальні напруження в накладці:

$$\sigma_p^* = \frac{N_1(x)}{\delta_1(x)} + \frac{\delta_1(x)}{2D_1(x)} M_1(x) \le \sigma_p^{\max}, \qquad (7)$$

де $x \in [0; L]$; $\sigma_p^*(x)$ — максимальні напруження у поперечному перерізі накладки; $\sigma_p^{\max}$ — границя міцності матеріалу накладки.

На функцію $\delta_1(x)$ можуть бути накладені обмеження знизу і зверху. Товщина накладки не повинна бути меншою за деяке задане значення

$$\delta_1(x) \ge \delta_{\min}, \qquad (8)$$

де $\delta_{\min}$ — деяка технологічно мінімально можлива товщина накладки.

Обмеження на максимальну товщину накладки може бути продиктовано міркуваннями аеродинамічної ефективності, можливостями контролю якості, технології виробництва тощо.

ГЕНЕТИЧНИЙ АЛГОРИТМ ОПТИМІЗАЦІЇ

Для розв'язання задачі запропоновано використовувати генетичний алгоритм. Для цього беремо за шукані змінні довжину з'єднання L і товщину накладки у вузлових точках $\delta_i^{(1)}$ і знаходимо такі їх оптимальні значення, які забезпечують мінімум маси накладки (5) під час виконання обмежень за міцністю (6) і (7). Однак, на відміну від задачі про знаходження оптимального розподілу матеріалу вздовж балки [11], якщо значення товщини $\delta_i^{(1)}$ в сусідніх точках значно відрізняються (що може статися внаслідок схрещування або мутацій у процесі виконання генетичного алгоритму), то напруження в клейовому шарі (3), які обчислено з використанням скінченно-різницевого методу, матимуть неправдоподібні стрибки. Тому шукатимемо оптимальну залежність $\delta_i^{(1)}$ серед гладких функцій. Це також випливає з інтуїтивних міркувань про те, що ймовірно шукана функція $\delta_1(x)$ є гладкою, не має розривів, кутових точок і стрибків. Шукаємо функцію $\delta_1(x)$ у вигляді кривої Безьє, яка має досить багато контрольних точок. У цьому випадку задача оптимізації зводиться до пошуку оптимальних координат опорних точок. Тобто форма і довжина накладки визначаються впорядкованим набором координат контрольних точок кривої Безьє $[(x_1, y_1), (x_2, y_2), ..., (x_n, y_n)]$, де n — кількість контрольних точок. Тоді довжина з'єднання $L = x_n$.

Генетичний алгоритм потребує розв'язання прямої задачі зі знаходження напруженого стану з'єднання за відомої довжини з'єднання та функції $\delta_1(x)$. Для числового розв'язання системи (4) використовується прямий метод скінченних різниць.

Якщо функція $\delta_1(x)$ задана, то відомі і функції $s_1(x)$, $B_1(x)$ і $D_1(x)$. Для реалізації методу скінченних різниць розіб'ємо ділянку склеювання $x \in [0; L]$ на систему вузлових точок з номерами від 0 до N. Інтервал розбиття $h = L/N$. Переміщення несних шарів у точках позначимо через $U_1(x_i) = u_i^{(1)}$, $U_2(x_i) = u_i^{(2)}$ і $W_1(x_i) = w_i^{(1)}$.

Розв'язання системи (4) зводиться до знаходження величин $u_i^{(1)}$, $u_i^{(2)}$ і $w_i^{(1)}$. Наявність крайових умов дозволяє ввести як невідомі переміщення у зовнішніх вузлах за межами ділянки склеювання. Функція $\delta_1(x)$ та пов'язані з нею функції $s_1(x)$, $B_1(x)$ і $D_1(x)$ задано тільки на ділянці склеювання $x \in [0; L]$. Тобто задано лише $\delta_0^{(1)},..,\delta_N^{(1)}$, $B_0^{(1)},..,B_N^{(1)}$, $D_0^{(1)},..,D_N^{(1)}$. Тому в крайніх точках x_0 і x_N похідні від переміщень у виразі (4) і в крайових умовах можна записати в різницевій формі за симетричним скінченно-різницевим шаблоном. Однак для запису похідних від $s_1(x)$, $B_1(x)$ і $D_1(x)$ у різницевій формі в межових точках необхідно використовувати односторонні праві та ліві шаблони. Записавши у різницевій формі систему (4) для точок $0,1,...,N$, а також крайові умови, отримаємо систему лінійних рівнянь відносно невідомих $u_{-1}^{(1)},...,u_{N+1}^{(1)}$, $u_{-1}^{(2)},...,u_{N+1}^{(2)}$, і $w_{-2}^{(1)},...,w_{N+2}^{(1)}$, яка містить $3N+11$ рівнянь. Розв'язавши отриману систему рівнянь, знайдемо переміщення несних шарів у вузлових точках. Це дозволяє знайти напруження у клейовому шарі (3) та інші силові чинники в з'єднанні.

Для реалізації генетичного алгоритму необхідно ввести фітнес-функцію, яка давала б можливість ранжувати за якістю різні набори шуканих параметрів $[(x_1, y_1),(x_2, y_2),...,(x_n, y_n)]$. Якщо за критерій оптимальності взяти масу конструкції (5) і накласти обмеження на максимальні перші головні напруження у клейовому шарі (6) і мінімальну товщину накладки (8), то фітнес-функцію можна подати у вигляді

$$\Phi = \int_0^L \delta_1(x)dx + \sum_j f_j, \tag{9}$$

де f_j — штрафні функції, які більші нуля, якщо обмеження порушені, і дорівнюють нулю, якщо обмеження виконується. Залежність штрафних функцій від відхилення відповідного параметра від обмеження може бути лінійною або ступеневою, наприклад

$$f_1 = \begin{cases} Z_1(\max(\sigma_g^*)/\sigma_g^{\max} - 1)^2, \max(\sigma_g^*) > \sigma_g^{\max}; \\ 0, \quad \max(\sigma_g^*) \le \sigma_g^{\max}, \end{cases}$$

де Z_1 — деяке велике число. Аналогічним чином уводяться функції f_2, f_3 тощо, які відповідають обмеженням (7), (8) та іншим обмеженням.

Генетичні алгоритми мають деякі недоліки, найістотнішим з яких є складність налаштування. За високої мінливості порушується збіжність і навіть знайдені прийнятні значення шуканих параметрів ризикують бути втраченими в результаті мутацій. За низької мінливості наближений розв'язок знаходиться швидко, але потім уповільнюється збіжність і вироджується популяція (стабілізація біля деяких неоптимальних значень параметрів). Одним з можливих виходів з цієї суперечності є острівна модель еволюційного алгоритму. Згідно з цією моделлю загальна популяція розбивається на кілька ізольованих субпопуляцій (островів), і на кожному з островів еволюційний процес відбувається незалежно. Але із заданою періоди-

чністю найкращі особини з популяції можуть мігрувати з острова на острів. У роботі пропонується модель з трьома островами, на одному з яких ймовірність мутацій і дисперсія мутацій вищі ніж на двох інших островах. Таке поєднання двох відносно стабільних островів з одним островом, на якому рівень мутагенезу більш високий, дозволяє поєднувати швидкість пошуку розв'язків зі стабільністю і збереженням кращих розв'язків у загальній популяції. Робота еволюційного алгоритму на одному острові складається з таких етапів:

1) створення стартової популяції;

2) селекція — відбір найкращих особин для схрещування;

3) поділ відібраних особин на пари;

4) схрещування та мутації;

5) повернення нових особин у популяцію;

6) вимирання найгірших особин;

7) перевірка критерію зупинки. Якщо критерій виконується, то зупинка алгоритму, якщо ні — повернення до пункту 2.

Усі елементи алгоритму припускають різні способи реалізації. Наприклад, селекція може виконуватися у формі відбору заданої кількості кращих особин або у формі ймовірнісного відбору. Причому ймовірність може залежати як від значень цільової функції (9), так і від місця особи в ранжованому списку. Поділ особин на пари може бути абсолютно випадковим, а може залежати від ступеня близькості або відмінності особин. Такий підхід потребує введення міри близькості особин. У наведеній роботі з цією метою використовується сума квадратів відстаней між контрольними точками кривих Безьє кожних двох особин. Тобто як критерія схожості особин з номерами i та j використовується сума

$$\Delta_{i,j} = \sum_{k=1}^{n} [(x_k^{(i)} - x_k^{(j)})^2 + (y_k^{(i)} - y_k^{(j)})^2] .$$

Чим особини i та j більше схожі, тим величина $\Delta_{i,j}$ буде меншою. У цій роботі використано стратегію аутбридингу, тобто чим більше особини відрізняються одна від одної, тим з більшою імовірністю вони утворюють пару для схрещування. Схрещування реалізовано у формі випадкового обміну контрольних точок двома батьківськими особинами. Тобто контрольна точка з номером k нащадка особин i та j є результатом випадкового вибору з двох відповідних контрольних точок батьківських особин $(x_k^{(i)}, y_k^{(i)})$ і $(x_k^{(j)}, y_k^{(j)})$. Мутації в даному випадку полягають у зміні координат деяких контрольних точок нащадка на деяку випадкову величину, яка має нульове середнє значення. Кількість контрольних точок, що мутують, є також випадковою величиною. Вимирання найгірших особин, як і відбір особин для схрещування, також може бути реалізовано кількома способами. Критерієм зупинки може бути виконання заданої кількості ітерацій або досягнення популяцією заданого рівня гомогенності.

Наведений алгоритм застосовується для кожного з островів окремо. Загальний алгоритм оптимізації складається з таких етапів:

1) створення стартових популяцій на кожному з островів;

2) виконання K циклів еволюційного відбору всіх островах;

3) міграція з острова на острів деякої кількості найкращих особин;

4) перевірка критерію зупинки. Якщо критерій досягнуто — зупинка алгоритму. Якщо критерію не досягнуто — повернення до пункту 2.

Після зупинки роботи алгоритму необхідно виділити оптимальний розв'язок із всієї сукупності особин. Середнє ж значення параметрів у популяції є стійкішим до випадкових відхилень, ніж параметри окремої особини. Тому як розв'язок задачі оптимізації пропонується брати зрізну вибіркову середню параметрів кращих особин усіх (або однієї з трьох) популяцій. Для обчислення зрізного вибіркового середнього можна використовувати, наприклад, половину особин популяції.

ЧИСЛОВА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА РЕЗУЛЬТАТИ

Розглянемо результати розв'язку запропонованого в роботі алгоритму топологічної оптимізації клейового з'єднання на конкретному прикладі. Розглянемо з'єднання, яке має такі параметри: $E_1 = 100$ ГПа, $E_2 = 70$ ГПа, $\delta_2 = 3$ мм, $\delta_0 = 0{,}1$ мм, $E_0 = 2{,}274$ ГПа, $G_0 = 0{,}54$ ГПа, $\sigma_g^{\max} = 30$ МПа, $\delta_{\min} = 0{,}5$ мм. З'єднання навантажено поздовжнім зусиллям $F = 300$ кН/м. Максимальні напруження в накладці обмежимо величиною $\sigma_p^{\max} = 115$ МПа.

Використовується 6 контрольних точок кривої Безьє. Розрахунки показали, що довжина оптимального з'єднання $L = 133{,}85$ мм. Графік зміни товщини накладки по довжині ділянки склеювання і положення контрольних точок кривої Безьє зображено на рис 2.

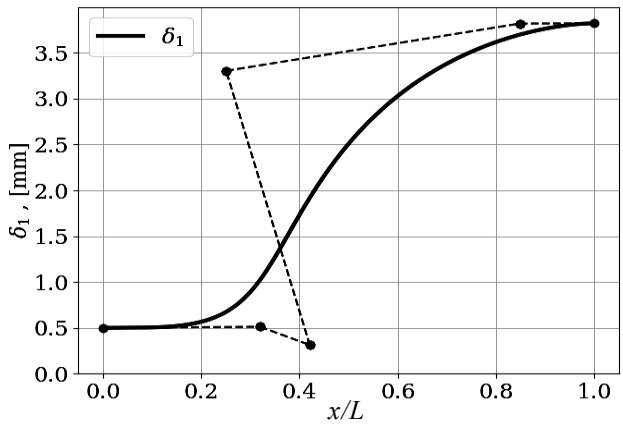
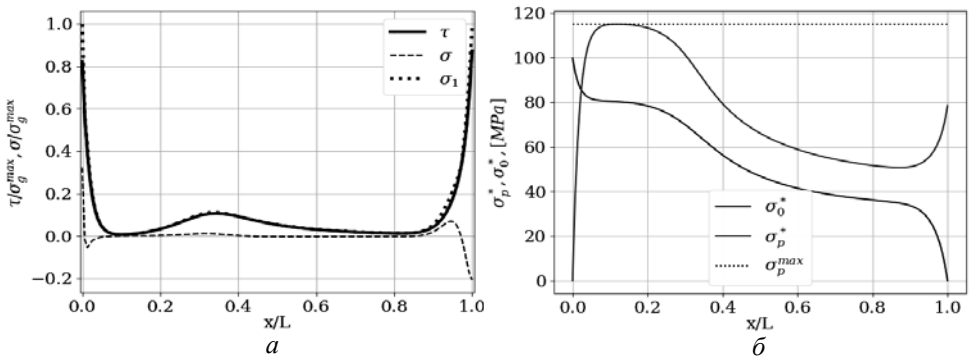


Рис. 2. Товщина накладки та контрольні точки кривої Безьє

Як бачимо, на лівому краю з'єднання товщина накладки дорівнює мінімально допустимій 0,5 мм. На рис. 3 показано напруження в з'єднанні: напруження в клейовому шарі — на рис. 3, *а*, (у безрозмірній формі); максимальні напруження в накладці та основі — на рис. 3, *б*.

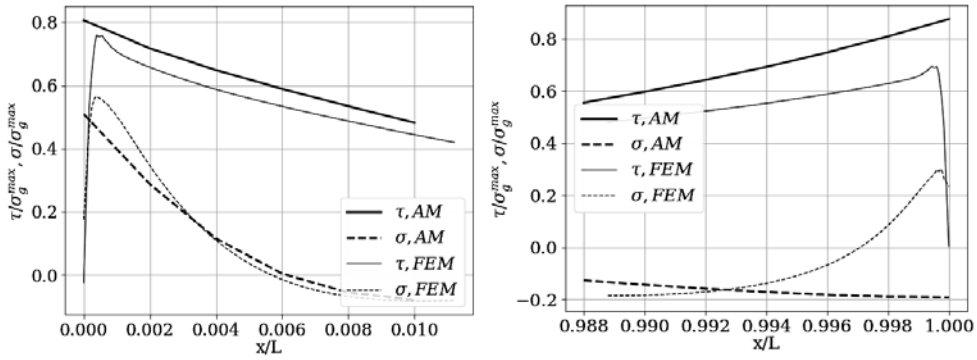
Як бачимо, на обох кінцях з'єднання максимальні головні напруження дорівнюють максимально допустимим. Максимально допустимі напруження в накладці $\sigma_p^{\max}$ позначено на рис. 3, *б* чорною пунктирною лінією. Обмеження (7) також виконується як рівності.



а *б*

Рис. 3. Напруження в клейовому шарі

Для верифікації запропонованої моделі виконано розрахунок напруженого стану з'єднання за допомогою методу скінченних елементів. Використано двовимірну скінченно-елементну модель. Клейовий шар розбивався на елементи з максимальним розміром $0{,}1\,\delta_0$. На рис. 4 зображено графіки компонентів напружень (3) у клейовому шарі в околі кінців з'єднання (тобто в найбільш напружених ділянках), які обчислені за допомогою запропонованої моделі та скінченно-елементного моделювання (наведено напруження в серединній площині клейового шару) .



а *б*

Рис. 4. Напруження в клейовому шарі на кінцях з'єднання: AM — аналітична модель; FEM — скінченно-елементна модель

ВИСНОВКИ

Результати розв'язання низки задач та аналізу результатів:

1. Залежність довжини та форми накладки від навантаження має нелінійний характер.

2. Наявність у задачі оптимізації обмеження на мінімально допустиму товщину накладки призводить до того, що знайдена оптимальна форма містить на ненавантаженому краю накладки горизонтальну площини мінімально допустимої товщини. Таке конструктивне рішення, наскільки відомо авторам роботи, раніше ніким не пропонувалося.

3. Домогтися рівномірного розподілу напружень у з'єднанні за заданих умов задачі неможливо. Ключовим обмеженням, мабуть, є стала по довжині з'єднання товщина основної пластини. Як наслідок несна здатність з'єднання обмежена.

4. Використання кривих Безьє порівняно з розвиненням профілю накладки у тригонометричний ряд має ряд переваг — менша кількість шуканих параметрів, можливість автоматично враховувати деякі відомі ефекти (наприклад, горизонтальність дотичної до графіка товщини на початку координат).

Запропонований підхід може бути розвинений та узагальнений у таких напрямах:

1. Застосування запропонованого генетичного алгоритму оптимізації для розв'язання задач топологічної оптимізації з'єднань коаксіальних циліндричних труб та з'єднань з коловою симетрією [9; 10].

2. Розвиток та ускладнення острівної моделі генетичного алгоритму. Використання, наприклад, різних цільових функцій на кожному з островів, і навіть комбінацій генетичних алгоритмів з іншими сучасними методами оптимізації.

3. Оптимізація з'єднань з урахуванням температурних та технологічних напружень у конструкції [29].

ЛІТЕРАТУРА

1. L.F.M. da Silva, P.J.C. Das Neves, R.D. Adams, and J.K. Spelt, "Analytical models of adhesively bonded joints. Part I: Literature survey," *International Journal of Adhesion and Adhesives*, vol. 29, pp. 319–330, 2009. Available: https://doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2008.06.005
2. M. Shishesaz and M. Hosseini, "Effects of joint geometry and material on stress distribution, strength and failure of bonded composite joints: an overview," *The Journal of Adhesion*, vol. 96, iss. 12, pp. 1053–1121, 2018. doi: 10.1080/00218464.2018.1554483.
3. K.P. Barakhov and I.M. Taranenko, "Influence of Joint Edge Shape on Stress Distribution in Adhesive Film," in *Nechyporuk M., Pavlikov V., Kritskiy D. (eds) Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering – 2021. ICTM 2021. Lecture Notes in Networks and Systems*, vol 367, pp. 123–132. Springer, Cham, 2022. Available: https://doi.org/10.1007/978-3-030-94259-5_12
4. R. Haghani, M. Al-Emrani, and R. Kliger, "Effect of Laminate Tapering on Strain Distribution in Adhesive Joints: Experimental Investigation," *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 29, iss. 7, pp. 972–985, 2009. doi: 10.1177/0731684408102698.
5. F. Ramezani, M.R. Ayatollahi, A. Akhavan-Safar, and L.F.M. Da Silva, "A comprehensive experimental study on bi-adhesive single lap joints using DIC technique," *International Journal of Adhesion and Adhesives*, vol. 120, 102674, 2020. Available: https://doi.org/10.1016/j.ijadhadh.2020.102674
6. X. Shang, E.A.S. Marques, J.J.M. Machado, R.J.C. Carbas, D. Jiang, and L.F.M. da Silva, "Review on techniques to improve the strength of adhesive joints with composite adherends," *Composites Part B: Engineering*, vol. 177, 107363, 2019. doi: 10.1016/j.compositesb.2019.107363.
7. J. Kupski and S. Teixeira de Freitas, "Design of adhesively bonded lap joints with laminated CFRP adherends: Review, challenges and new opportunities for aerospace structures," *Composite Structures*, vol. 268, 113923, 2021. Available: https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.113923
8. S. Amidi and J. Wang "An analytical model for interfacial stresses in double-lap bonded joints," *The Journal of Adhesion*, vol. 95, iss. 11, pp. 1031–1055, 2019. Available: https://doi.org/10.1080/00218464.2018.1464917
9. S. Kurennov and N. Smetankina, "Stress-Strain State of a Double Lap Joint of Circular Form. Axisymmetric Model," in *Nechyporuk M., Pavlikov V., Kritskiy D. (eds) Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering – 2021. ICTM 2021.*

Lecture Notes in Networks and Systems, vol 367, pp. 36–46. Springer, Cham, 2022. Available: https://doi.org/10.1007/978-3-030-94259-5_4

10. S. Kurennov, K. Barakhov, D. Dvoretska, and O. Poliakov, "Stress State of Two Glued Coaxial Tubes Under Nonuniform Axial Load," in *Nechyporuk M., Pavlikov V., Kritskiy D. (eds) Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering – 2020. ICTM 2020. Lecture Notes in Networks and Systems*, vol. 188, pp. 389–400. Springer, Cham, 2021. Available: https://doi.org/10.1007/978-3-030-66717-7_33
11. S. Kurennov, K. Barakhov, I. Taranenko, and V. Stepanenko, "A genetic algorithm of optimal design of beam at restricted sagging," *Radioelectronic and Computer Systems*, no. 2, pp. 83–91, 2022. Available: https://doi.org/10.32620/reks.2022.1.06.
12. Mehdi Veisytabar, Arash Reza, and Younes Shekari, "Stress analysis of adhesively-bonded single stepped-lap joints based on three-parameter fractional viscoelastic foundation model," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications,* no. 5, pp. 933–949, 2022. Available: https://doi.org/10.1177/14644207211062497
13. H.L. Groth and P. Nordlund, "Shape optimization of bonded joints," *International Journal of Adhesion and Adhesives*, vol. 11, no. 4, pp. 204–212, 1991. doi: 10.1016/0143-7496(91)90002-y.
14. H.C. Ayaz Ümütlü and Z. Kiral, "Airfoil shape optimization using Bézier curve and genetic algorithm," *Aviation*, vol. 26(1), pp. 32–40, 2022. Available: https://doi.org/10.3846/aviation.2022.16471
15. P. Zou, J. Bricker, and W. Uijttewaal, "Optimization of submerged floating tunnel cross section based on parametric Bézier curves and hybrid backpropagation – genetic algorithm," *Marine Structures*, vol. 74, 102807, 2020. doi: 10.1016/j.marstruc.2020.102807.
16. S.S. Kurennov, Topological optimization of a symmetric single-lap adhesive joint, *System Research & Information Technologies*, no. 2, pp. 75–84, 2022. Available: https://doi.org/10.20535/SRIT.2308-8893.2022.2.05
17. S. Kurennov, K. Barakhov, and O. Vambol, "Topological optimization of a symmetrical adhesive joint. Island model of genetic algorithm," *Radioelectronic and Computer Systems,* no. 3, pp. 67–83, 2022. doi: 10.32620/reks.2022.3.05.
18. A.R. Rispler, L. Tong, G.P. Steven, and M. R. Wisnom, "Shape optimisation of adhesive fillets," *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 20(3), pp. 221–231, 2000. doi: 10.1016/s0143-7496(99)00047-0.
19. G. Belingardi, L. Goglio, and A. Tarditi, "On the Optimization of Single Lap Metal/Plastics Adhesive Joints," *Key Engineering Materials*, vol. 221–222, pp. 161–172, 2001. doi: 10.4028/www.scientific.net/kem.221-222.161.
20. V.S. Symonov, I.S. Karpov, and J. Juračka, "Optimization of a Panelled Smooth Composite Shell with a Closed Cross-Sectional Contour by Using a Genetic Algorithm," *Mechanics of Composite Materials*, 49(5), pp. 563–570, 2013. Available: https://doi.org/10.1007/s11029-013-9372-0
21. M. HassanVand, H. Abbaszadeh, and M. Shishesaz, "Optimization of adhesive single-lap joints under bending moment," *The Journal of Adhesion*, vol. 98, iss. 11, pp. 1687–1712, 2021. Available: https://doi.org/10.1080/00218464.2021.1932485
22. V. Sineglazov, K. Riazanovskiy, and O. Chumachenko, "Multicriteria conditional optimization based on genetic algorithms," *System Research & Information Technologies*, no. 3, pp. 89–104, 2020. doi: 10.20535/SRIT.2308-8893.2020.3.07.
23. A.A. Gozali and S. Fujimura, "DM-LIMGA: Dual Migration Localized Island Model Genetic Algorithm—a better diversity preserver island model," *Evol. Intel.*, 12, pp. 527–539, 2019. Available: https://doi.org/10.1007/s12065-019-00253-2
24. J.M. Palomo-Romero, L. Salas-Morera, and L. García-Hernández, "An island model genetic algorithm for unequal area facility layout problems," *Expert Systems with Applications*, 68, pp. 151–162, 2017. Available: https://doi.org/10.1016/j.eswa.2016.10.004
25. X. Sun, P. Chou, C.-C. Wu, and L.-R. Chen, "Quality-Oriented Study on Mapping Island Model Genetic Algorithm onto CUDA GPU," *Symmetry*, 11(3), 318, 2019. doi: 10.3390/sym11030318

26. Y. Niu, X. Xu, and S. Guo, “Structural Optimization Design of a Typical Adhesive Bonded Honeycomb-Core Sandwich T-joint in Side Bending Using Multi-Island Genetic Algorithm,” *Applied Composite Materials*, 2021. doi: 10.1007/s10443-021-09882-2
27. Lucas Angelo da Silveira, Thaynara Arielly de Lima, and Mauricio Ayala-Rincón, *Reconfigurable Hetero-geneous Parallel Island Models*. 2022. Available: https://doi.org/10.48550/arXiv.2205.02916
28. S.S. Kurennov, “Refined Mathematical Model of the Stress State of Adhesive Lap Joint: Experimental Determination of the Ad-hesive Layer Strength Criterion,” *Strength of Mater.,* 52, pp. 779–789, 2020. Available: https://doi.org/10.1007/s11223-020-00231-5
29. P. Tsokanas, T. Loutas, G. Kotsinis, V. Kostopoulos, W. M. van der Brink, and F. Martin de la Escalera, “On the fracture toughness of metal-composite adhesive joints with bending-extension coupling and residual thermal stresses effect,” *Composites Part B: Engineering*, vol. 185, 107694, 2019. doi: 10.1016/j.compositesb.2019.107694

Надійшла 29.11.2022

INFORMATION ON THE ARTICLE

Sergey S. Kurennov, ORCID: 0000-0002-3835-3288, National Aerospace University “Kharkiv Aviation Institute”, Ukraine, e-mail: kurennov.ss@gmail.com

Kostiantyn P. Barakhov, ORCID: 0000-0003-1714-7917, National Aerospace University “Kharkiv Aviation Institute”, Ukraine, e-mail: kpbarakhov@gmail.com

Hanna S. Barakhova, ORCID: 0000-0001-5209-836X, National Aerospace University “Kharkiv Aviation Institute”, Ukraine, e-mail: h.s.barakhova@khai.edu

APPLICATION OF BEZIER CURVES FOR DESCRIPTION OF STRUCTURE SHAPE IN OPTIMIZATION OF ADHESIVE JOINTS / S.S. Kurennov, K.P. Barakhov, H.S. Barakhova

Abstract. The problem of topological optimization of a symmetrical double-shear adhesive joint has been solved. The suggested mathematical model of a joint with variable thickness generalizes the classic Holland–Reissner model. The shape of the doubler is described by means of the Bezier curve. Seeking parameters in the optimization problem are coordinates of reference points of the Bezier curve. Both joint length and doubler cross-section area can be considered an objective function. The restriction is applied on stress in adhesive film and doubler. The direct problem of finding the joint stress state at given geometric parameters was solved using the finite difference method. The genetic algorithm was used to solve the optimization problem. In order to improve the convergence of the genetic algorithm, the island model of evolution is suggested, which ensures quick evolution selection and stability of obtained results. The model problem is solved.

Keywords: three layer construction, topological optimization, genetic algorithm.