

ТЕОРЕТИЧНІ МОДЕЛІ КЕРУВАННЯ ПРИСТІНКОВИМИ ПОТОКАМИ В ГІДРОДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ

І.М. ГОРБАНЬ, О.В. ХОМЕНКО

Розвинено нелінійний алгоритм керування пристінковим потоком, який використовує спіймані вихори в поперечних канавках, а також ежекцію рідини. Побудований контролер ґрунтується на моделі точкових вихорів з одним ступенем свободи і складається з рівняння рівноваги вихору та умови Кутта-Жуковського в гострих крайках канавки. Розраховано параметри керуючої системи для канавок різної глибини в стаціонарному потоці. Одержано, що в мілких канавках область стійкості вихорів є ширшою, ніж в глибоких, тому вони є більш перспективними для керування. Ці результати використано для розрахунку параметрів активної керуючої схеми зі зворотним зв'язком у нестационарному потоці, коли система оперативно реагує на зовнішні збурення. Наведено приклади реалізації цієї схеми, коли швидкість течії змінюється періодично або за лінійним законом.

ВСТУП

Трансформація турбулентної течії в систему регулярних вихорів із заданими властивостями є однією з успішних стратегій керування пристінковими потоками рідини. Вона застосовується, зокрема, для поліпшення гідродинамічних характеристик погано обтічних тіл [1–3]. Локальні вихрові зони у пристінковій області можуть генеруватися за допомогою штучних нерівностей (ребер, виступів, заглиблень), деформацій поверхні, вібрацій тіла, тощо. Зважаючи на чутливість циркуляційної течії до зовнішніх збурень [4], практична реалізація алгоритмів керування такого типу в широкому діапазоні чисел Рейнольдса потребує розвитку активних (із залученням зовнішньої енергії) схем стабілізації вихорів.

Проблема активного керування нестационарними потоками рідини є нелінійною. Оскільки на сьогодні не існує загального розв'язку задачі про керування нелінійними системами, важливу роль в алгоритмах керування течіями відіграє модель рідини, на якій вони побудовані. Контролери, що використовують в'язку модель, є дуже складними, оскільки мають ґрунтуватися на розв'язанні рівнянь Нав'є-Стокса і враховувати інформацію про велику кількість фізичних параметрів. З іншого боку, прості лінійні моделі не можуть забезпечити бажаного результату. Тому почали розвиватись алгоритми керування на основі топологічної інформації, яка отримується з динамічного аналізу поля течії [5, 6]. Сучасні підходи у цій галузі пов'язані з формуванням необхідної топології, за якої бажаний результат досягається з мінімальними енергетичними витратами.

Для дослідження динамічних властивостей вихрових течій використовується переважно нев'язка модель точкових вихорів, в якій поле завихреності представляється дискретною множиною перпендикулярних до площини потоку ізольованих сингулярних відрізків [7]. Оскільки точковий вихор

є «слабким» розв'язком рівнянь динаміки ідеальної рідини Ейлера, то поле течії зводиться тут до кінцевої системи вихорів, які рухаються за траєкторіями частинок рідини. На основі вихрової моделі одержано багато важливих результатів щодо поведінки когерентних структур у турбулентних потоках [8], а також у галузі керування потоками рідини [6]. Докладний огляд досліджень, присвячених хаотизації вихрових систем та її зв'язку з двовимірною турбулентністю, представлений в роботі [9]. Приклади течій, для яких результати розрахунків з використанням ідеалізованої моделі точкових вихорів є дуже близькими до експериментальних даних, наведено в [10].

Як вже було зауважено, ефективним способом генерації великомасштабних вихорів у пристінковій області є розташування на поверхні, що обтікається, поперечних канавок, за допомогою яких завихреність з граничного шару «збирається» у циркуляційні зони. Вперше цю технологію запропонував Рінглеб для зменшення гідравлічних втрат у дифузорах [11]. Розвинута ним модель спійманих вихорів у канавках типу «сніговий карниз» ґрунтувалася на аналізі критичних точок потоку і дозволила одержати геометричні параметри нерівності, які забезпечують існування стійкої циркуляційної течії без підведення зовнішньої енергії. Прикладом реалізації концепції спійманих вихорів в аеродинаміці є крило Каспера, що застосовується для збільшення під'ємної сили літальних апаратів [3]. Клас поверхонь, поблизу яких можлива генерація стійких областей завихреності, розширює теоретична модель спійманих вихорів у канавках, запропонована в роботі [12].

Аналіз динамічної поведінки спійманих вихорів у циліндричних канавках, проведений в роботах [5, 13], показав, що такі вихори розташовуються на осі канавки і мають нейтральну стійкість. Через це вони виявляють вибірково чутливість до зовнішніх збурень, особливо реагуючи на ті з них, які мають періодичну складову. У періодично збуреному потоці вихор відхиляється від положення рівноваги, демонструючи резонансну поведінку, коли частота збурень наближається до власної частоти вихору.

У реальних умовах пульсації вихрової зони призводять до витоків завихреності з канавки, що істотно знижує ефективність керування. Для стабілізації циркуляційної течії в канавці можуть бути застосовані активні (з підводом енергії) методи контролю: відбір рідини, інжекція струменю, ротори для введення додаткового імпульсу тощо [14, 15]. Їх ефективність та доцільність застосування залежать від рівня необхідних енерговитрат. Тому розробка активної керуючої схеми має містити розв'язання задач оптимізації і стабілізації щодо контролера, який запропоновано [6, 16].

У цій роботі розвинено комплексну схему керування пристінковим потоком рідини за допомогою «спійманого» (стоячого) вихору, розташованого в поперечній канавці, стабілізація якого забезпечується відбором (або вдувом) рідини. Для теоретичного обґрунтування запропонованого алгоритму використовується спрощена динамічна модель з одним ступенем свободи, коли циркуляційна течія в канавці замінюється точковим вихором, розташованим у центрі вихрової зони. Оскільки метою керування в цьому випадку є усунення генерації завихреності в кутах канавки, то контролер будується таким чином, щоб задовольнити умові Кутта-Жуковського в гострих кутах границі. Крім того, знайдено оптимальні параметри управляючого пристрою, за яких стійка конфігурація течії підтримується з мінімальними енергетичними витратами.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ КЕРУВАННЯ

Розглядається течія ідеальної нестисливої рідини в області, яка обмежена стінкою з вирізаною у ній циліндричною канавкою (рис. 1). Вважається, що параметри нерівності значно перевищують товщину граничного шару, сформованого перед нею. Вісь Ox системи координат спрямована вздовж стінки, а вертикальна вісь Oy проходить через центр нерівності. Геометрія канавки описується напівхордою a та кутом β між віссю Ox й дотичною до канавки в точці їх перетину (рис. 1). Залежно від глибини канавки, її центр (x_c, y_c) може бути розташовано вище або нижче стінки. Швидкість зовнішньої течії в загальному випадку складається зі швидкості рівномірного потоку U_∞ та нестационарної компоненти $u(t)$: $U(t) = U_\infty + u(t)$. Циркуляційна зона, яка генерується в канавці внаслідок відриву граничного шару в гострих крайках, замінюється точковим вихором циркуляції Γ_v з координатами (x_v, y_v) . Процес відбору рідини, що застосовується для стабілізації вихрової течії, моделюється стоком інтенсивності $Q(x_q, y_q)$, розташованим на стінці канавки. Його положення однозначно задається кутовою координатою α (рис. 1): $x_q = r \sin \alpha$, $y_q = -r \cos \alpha + y_c$.

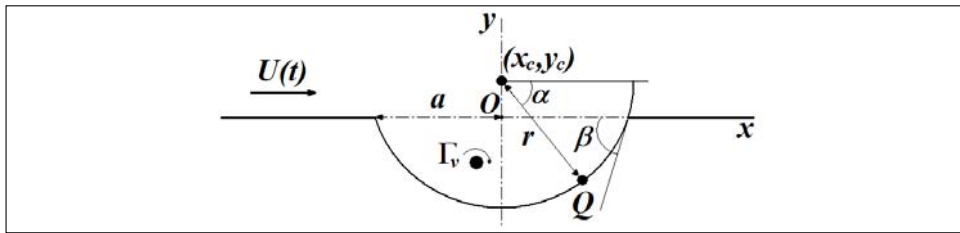


Рис. 1. Геометрія області течії

Практична мета керування полягає в тому, щоб сформувати і підтримувати в канавці стаціонарну циркуляційну течію, яка б запобігала генерації вихрових пелен поблизу гострих кутів. Виходячи з цього, теоретичне моделювання процесу зводиться до визначення параметрів відбору рідини Q , α , при яких забезпечується існування стійкого нерухомого (стоячого) вихору за умови, що в гострих крайках границі задовольняється теорема Кутта-Жуковського про скінченність швидкості.

Динамічна система, що розглядається, має один ступінь свободи, отже, її еволюція описується нелінійним диференціальним рівнянням в R^2 :

$$\frac{d\vec{X}(t)}{dt} = f(\vec{X}), \quad (1)$$

де $\vec{X}(t) \in R^2$ — вектор координат вихору, вектор-функція $f : R^2 \rightarrow R^2$ задає швидкість вихору, яка генерується тут зовнішнім потоком і відбором рідини. Якщо швидкість зовнішньої течії не змінюється з часом, рівняння (1) є автономним, а його права частина виражається через функцію течії, яка є Гамільтоніаном цієї системи [9]. Оскільки вихор рухається вздовж ліній те-

чії, фазовий простір динамічної системи співпадає з областю течії, а його зв'язаними змінними є координати вихору. Таким чином, положення рівноваги вихору у потоці, які знаходяться з рівняння

$$f(\vec{X}) = 0, \quad (2)$$

співпадають з критичними точками течії. Тип критичних точок, а отже, відповідні моди поведінки рівноважного вихору, визначається з аналізу власних чисел Якобіану лінеаризованої системи:

$$\frac{dX'}{dt} = AX', \quad (3)$$

де $\vec{X}'(t)$ — вектор малих збурень рівноважного розв'язку \vec{X}_0 , $A = \nabla f(\vec{X}_0)$.

Згідно з теоремою Кутта-Жуковського, кути канавки будуть обтікати безвідривно, якщо виконується:

$$\vec{V}(z_1^*) = C_1, \quad \vec{V}(z_2^*) = C_2, \quad (4)$$

де \vec{V} — швидкість течії, z_1^* , z_2^* — комплексні координати гострих крайок, C_1 , C_2 — довільні константи.

Сукупність рівнянь (2)–(4) повністю описує проблему керування, яка розглядається, в тому сенсі, що вони дозволяють однозначне визначення характеристик циркуляційної течії і параметрів відбору рідини, за яких забезпечується безвідривне обтікання кутів канавки.

ГІДРОДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ

Поле швидкості \vec{V} в області знаходиться з гідродинамічної задачі, яку для обмеженої течії ідеальної нестисливої рідини представлено рівняннями Ейлера з граничною умовою непротікання:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = 0 \text{ в } S \times (0, T), \quad (5)$$

$$\vec{V} \cdot \vec{n}|_{\partial S} = 0, \quad (6)$$

$$\vec{V}|_{t=0} = U_\infty, \quad (7)$$

де S — область течії, ∂S — її границя, T — проміжок часу, що розглядається.

Однією з важливих переваг вихрових моделей є потенційність течії у всій області, що розглядається, за винятком точок, де розташовуються вихори. Це дозволяє під час розв'язання задачі (5)–(7) застосовувати апарат теорії функцій комплексної змінної. Гранична умова (6) задовольняється конформним перетворенням області течії в фізичній площині $z(x, y)$ у півплощину допоміжної площини $\zeta(\xi, \eta)$, де функція Гріна для вихору будуватиметься його дзеркальним відображенням відносно стінки. Функція $\zeta = f(z)$, яка реалізує вказане перетворення для півплощини з вирізаною циліндричною канавкою (рис. 1), має такий вигляд [17]:

$$f(z) = a\gamma \frac{1 + \left(\frac{z-a}{z+a}\right)^\gamma}{1 - \left(\frac{z-a}{z+a}\right)^\gamma}, \quad \gamma = \frac{\beta}{\pi - \beta}. \quad (8)$$

Конфігурація течії у фізичній і канонічній площинах, а також відповідність точок при перетворенні показано на рис. 2.

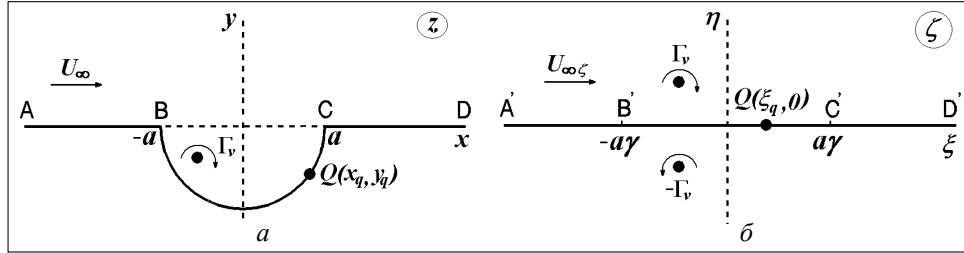


Рис. 2. Течія над поперечною канавкою: a — фізична полщина; b — канонічна площина

Комплексний потенціал течії у канонічній площині будується суперпозицією основних потоків:

$$W(\zeta) = U_{\infty\zeta} \zeta + \frac{\Gamma_v}{2\pi i} [\ln(\zeta - \zeta_v) - \ln(\zeta - \bar{\zeta}_v)] + Q(t) \ln(\zeta - \zeta_q), \quad (9)$$

де $U_{\infty\zeta}$, $\zeta_v(\xi_v, \eta_v)$, $\zeta_q(\xi_q, 0)$ — швидкість бічної течії і комплексні координати вихору та стоку в площині ζ .

З інваріантності комплексного потенціалу при конформному перетворенні та властивостей функції (8) випливає:

$$U_\infty = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{dW}{dz} = \lim_{\zeta \rightarrow \infty} \frac{dW}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dz} = U_{\infty\zeta}. \quad (10)$$

Тоді комплексно-спряжена швидкість в області має вигляд:

$$\bar{V}(x, y) = \frac{dW}{d\zeta} \frac{df}{dz} = \left(U_\infty + \frac{\Gamma_v}{2\pi i} \left[\frac{1}{\zeta - \zeta_v} - \frac{1}{\zeta - \bar{\zeta}_v} \right] + \frac{Q(t)}{\zeta - \xi_q} \right) \frac{df}{dz}. \quad (11)$$

Швидкість вихору знаходиться з (11) з урахуванням поправки Раусса [18]:

$$\bar{V}(x_v, y_v) = \left(U_\infty + \frac{\Gamma_v}{4\pi \eta_v} + \frac{Q(t)}{\zeta_v - \xi_q} \right) \frac{df}{dz} \Big|_{\zeta=\zeta_v} + \frac{\Gamma_v}{4\pi i} \left(\frac{d^2 f}{dz^2} / \frac{df}{dz} \right) \Big|_{\zeta=\zeta_v}. \quad (12)$$

Систему рівнянь для визначення параметрів стоячого вихору і контролера будемо, виділяючи дійсну та уявну частини (12) і покладаючи, що кожна з них дорівнює нулю, а також з умов (4) у гострих крайках $z_{1,2}^*$.

З урахуванням того, що функція $f(z)$ в точках $z_{1,2}^*$ має сингулярність, виконання теореми Кутта-Жуковського забезпечується співвідношенням

$$\frac{dW}{d\zeta} \Big|_{\zeta=\zeta_{1,2}^*} = 0, \text{ або}$$

$$U(t) + \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma_v \eta_v}{(\xi_{1,2}^* - \xi_v)^2 + \eta_v^2} + \frac{Q(t)}{\xi_{1,2}^* - \xi_q} = 0, \quad (13)$$

де $\xi_{1,2}^*(\xi_{1,2}^*, 0)$ — координати крайок канавки в площині ζ .

З (12), (13) впливають 4 трансцендентні рівняння для розрахунку в кожен момент часу координат стоячого вихору x_v, y_v , його циркуляції Γ_v , інтенсивності стоку Q й кутової координати α точки відбору рідини. Для того, щоб ця система була замкненою, один із цих параметрів потрібно зафіксувати. Якщо задати координату x_v , отримаємо криву, на якій розташовано стоячі вихори, і відповідні до неї значення Q, α . Зважаючи на складність одержаних рівнянь, вони розв'язуються чисельно. Зазначимо також, що задача розглядається у безрозмірному вигляді, де за характерні параметри покладено напівхорду канавки a й швидкість незбуреної течії U_∞ , так що $\bar{x} = x/a, \bar{y} = y/a, \bar{t} = tU_\infty/a, \bar{\Gamma}_v = \Gamma_v/aU_\infty, \bar{Q} = Q/aU_\infty$ (надалі риси, що позначають безрозмірні величини, будемо пропускати).

ЦИРКУЛЯЦІЙНА ТЕЧІЯ В КАНАВЦІ БЕЗ ВІДБОРУ РІДИНИ

За відсутності відбору рідини течія складається з бічного потоку швидкості U_∞ й вихору, який моделює циркуляційну зону в канавці. Тоді координати критичної точки обчислюються з рівняння (2), а циркуляція стоячого вихору однозначно знаходиться з умови Кутта–Жуковського в одній з гострих крайок канавки [13]. Результати розрахунків і аналіз стійкості критичних точок показують, що стоячий вихор, який реалізується в циліндричній канавці, розташовується на її осі і має нейтральну стійкість, що відповідає спряженій парі уявних власних значень Якобіану лінеаризованої системи (3). Такий вихор обертається у малому околі критичної точки з частотою, яка дорівнює власному значенню, тому останнє можна вважати частотою вихору ω_0 .

Одержана залежність вертикальної координати вихору від геометрії області (рис. 3) показує, що для канавок з $\beta \leq 80^\circ$ стоячий вихор розташовується над стінкою, що дозволяє використовувати мілкі канавки для створення у пристінній течії так званої «вихрової змазки», коли турбулентний граничний шар замінюється системою регулярних вихорів. Циркуляція стоячого вихору Γ_v є приблизно постійною в мілких та середніх канавках і різко зростає в глибоких канавках (рис. 4, крива 1). Найвища частота вихору ω_0 спостерігається в канавках середнього розміру (при $\beta = 90^\circ$), у великих і малих заглибленнях вона падає (рис. 4, крива 2).

Рух частинок рідини в області, що розглядається, описується системою рівнянь:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \frac{dy}{dt} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (14)$$

де функція течії ψ представляє собою Гамільтоніан системи, а координати x, y є канонічними змінними. Якщо вихор знаходиться у положенні рівно-

ваги, тобто, конфігурація течії з часом не змінюється, то система (14) буде автономною та інтегрованою. Її права частина знаходиться з виразу для комплексно-спряженої швидкості (11) при $Q = 0$. Одержана картина ліній течії (рис. 5,а) свідчить про регулярний характер руху рідини навколо стоячого вихору. З іншого боку, на ній є лінія, яка з'єднує дві точки можливого відриву потоку (гострі крайки) і розділяє траєкторії різних типів. Наявність такої гетероклінної орбіти є передумовою виникнення хаотичного перемішування частинок рідини в збуреній системі.

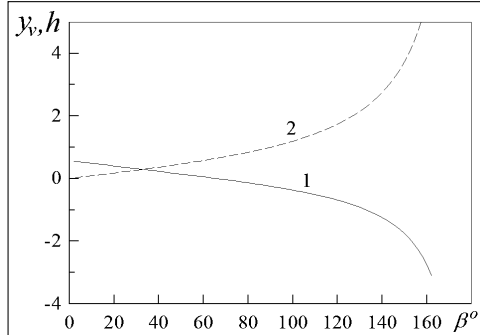


Рис. 3. Залежності координати стоячого вихору y_v (крива 1) і глибини канавки h (крива 2) від кута β

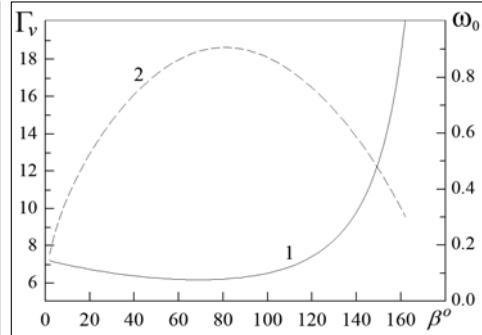


Рис. 4. Залежності циркуляції стоячого вихору Γ_v (крива 1) і його частоти ω_0 (крива 2) від кута β

Якщо стоячий вихор відхилити від положення рівноваги, його траєкторії у фазовому просторі (x_v, y_v) знаходяться інтегруванням рівняння (1), де права частина обчислюється з виразу (12). Одержаний портрет траєкторій стоячого вихору в канавці (рис. 5,б) демонструє лінії різних типів, які пов'язані як зі стійкою критичною точкою, що лежить на осі, так і з двома гіперболічними точками типу «сідло», розташованими над кутами канавки. З рис. 5,б випливає, що за незначних відхилень від точки рівноваги вихор буде рухатися навколо свого стаціонарного положення, але за істотних збурень він може перейти через сепаратрису між різними траєкторіями і «вимитися» з канавки.

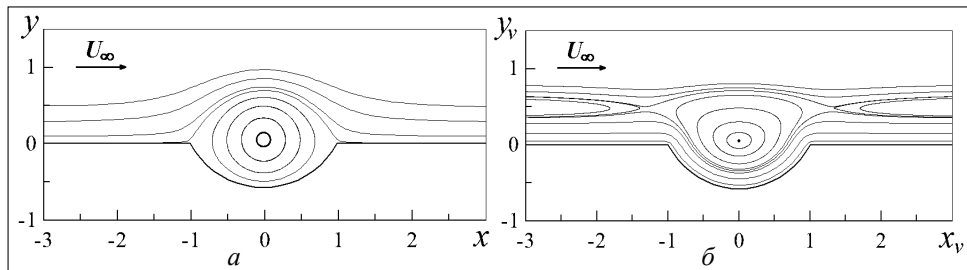


Рис. 5. Топологія течії: а — картина ліній течії при обтіканні стоячого вихору в канавці; б — фазовий портрет траєкторій стоячого вихору при $\beta = 60^\circ$

Передбачається, що відбір рідини, який пропонується ввести в управляючу схему, має зробити вихор більш стійким та в разі відхилення вихору повертати його в положення рівноваги.

ЦИРКУЛЯЦІЙНА ТЕЧІЯ В КАНАВЦІ З ВІДБОРОМ РІДИНИ

Розглянемо, як змінюється топологія течії в канавці, коли на її стінці реалізується відбір рідини. Якщо горизонтальну координату стоячого вихору x_v вважати заданою, то інша його координата y_v , циркуляція Γ_v , а також інтенсивність і положення точки відбору Q , α обчислюються однозначно з рівнянь (12), (13). Стаціонарні криві, порашовані для канавок різної форми, показано на рис. 6. Кожній точці цієї кривої відповідає вихор, який не рухається і задовольняє умову Кутта–Жуковського в крайках канавки. Залежності циркуляції стоячого вихору Γ_v та потужності відбору рідини Q від горизонтальної координати x представлено на рис. 7 відповідно.

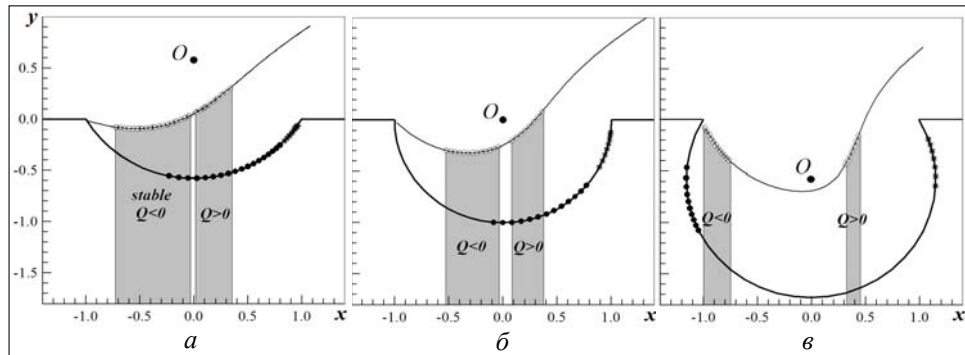


Рис. 6. Криві стоячих вихорів в канавках різної глибини: a — $\beta = 60^\circ$, b — $\beta = 90^\circ$, v — $\beta = 120^\circ$

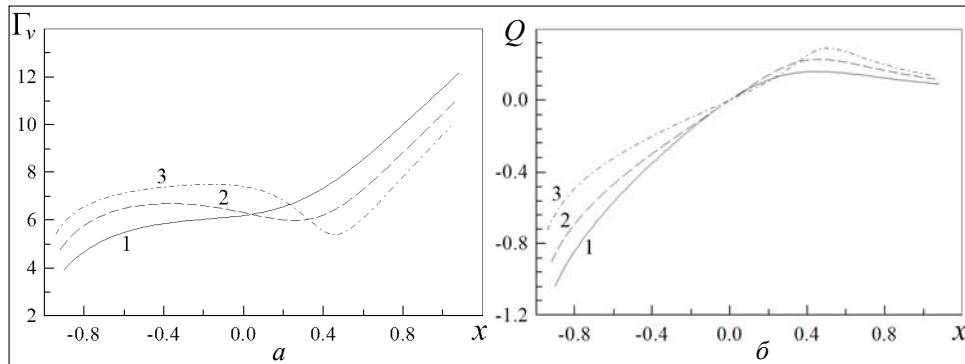


Рис. 7. Характеристики для канавок різної глибини 1 — $\beta = 60^\circ$, 2 — $\beta = 90^\circ$, 3 — $\beta = 120^\circ$: a — циркуляція стоячих вихорів; b — потужність відбору рідини

Аналіз власних чисел матриці A лінеаризованої системи рівнянь (3) виявив наступні топологічні моди стоячого вихору:

- стійкий фокус, якому відповідають спряжені власні числа з від'ємною дійсною частиною;
- нестійкий фокус, коли дійсні частини обох власних чисел є додатними;
- сідло, для якого властиві протилежні за знаком дійсні власні числа.

На стаціонарних кривих (рис. 6) зони стійкості вихору затемнені. В мілких канавках, вони ширші і розташовані в центральній частині (рис. 6, *a, б*). В глибоких канавках (рис. 6, *в*) області стійких вихорів звужуються і переміщуються до крайок. Такі результати свідчать про те, що мілкі канавки є більш перспективними з точки зору створення стійких циркуляційних зон у пристінному потоці. Кожному вихору зі стаціонарної кривої відповідають свої положення та потужність відбору рідини. На рис. 7, *б* видно, що стійкість циркуляційної зони може бути досягнута не лише відсмоктуванням, а й вдувом (інжекцією) рідини в канавку. Розраховані положення точок відбору-вдуву рідини, які відповідають стійким стоячим вихорам, на рис. 6 показано маркерами на границях канавок (\bullet — $Q < 0$, $*$ — $Q > 0$). Картини ліній течії зі стоячим вихором та відбором/або вдувом рідини представлено на рис. 8*a, б* відповідно. Рис. 8, *a* вказує на наявність достатньо широкого шару рідини, яка засмоктується управляючим пристроєм. Розділяючи циркуляційну зону і зовнішній потік, цей шар підтримує стійку вихрову конфігурацію в області. Розміри циркуляційної зони тут істотно зменшуються у порівнянні з неконтрольованим потоком (рис. 5, *a*). Лінії течії на рис. 8, *б* свідчать про те, що рідина, яка вдувається у канавку, закручується навколо вихору, тим самим, підсилюючи його і збільшуючи розміри циркуляційної зони відносно неконтрольованого випадку.

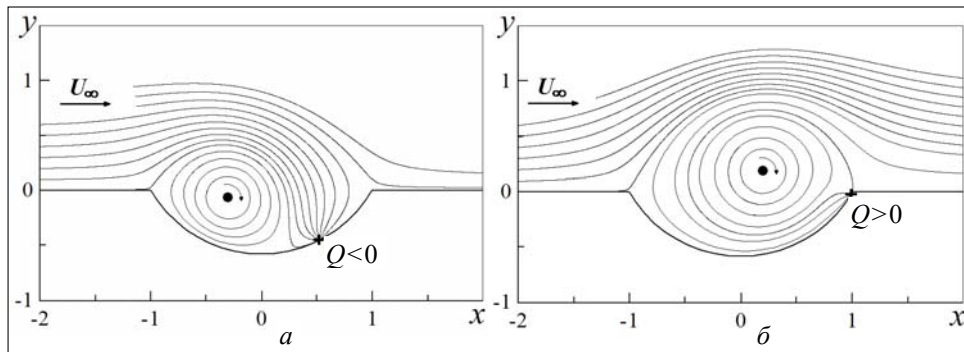


Рис. 8. Картини ліній течії при обтіканні стоячого вихору в канавці $\beta = 60^\circ$: *a* — при відборі рідини; *б* — при інжекції рідини

Інтенсивність притягання чи відштовхування вихору відносно критичної точки визначається дійсною частиною власних чисел. Одержані в розрахунках значення λ_r в зоні стійкого фокусу мають порядок 10^{-2} при відборі рідини і 10^{-4} при її інжекції. Із цього факту, а також з аналізу рис. 8 випливає, що відбір рідини забезпечує більш стійку вихрову конфігурацію в канавці, ніж її вдув, і є більш перспективним для керування течією.

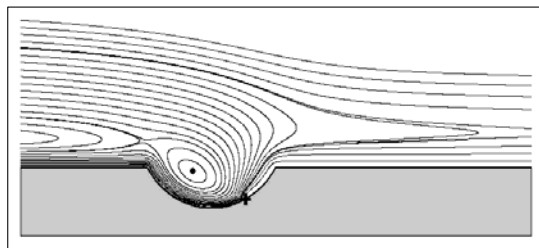


Рис. 9. Фазовий портрет траєкторій стоячого вихору в канавці із відбором рідини ($\beta = 60^\circ$): \bullet — стійка точка рівноваги, $+$ — положення відбору

На рис. 9 показано картину траєкторій, по яким буде руха-

тися стоячий вихор в управляючій схемі з відбором рідини у разі відхилення його від рівноважного положення. Вона свідчить про те, що відбір перешкоджає виносу вихору з канавки в напрямку течії. Але, крім замкнутих обертальних траєкторій навколо стійкої критичної точки, тут існують параболічні криві, зумовлені наявністю нестійкої особливості над переднім кутом канавки, по яких вихор може рухатися проти течії. Для того, щоб стабілізувати вихор в околі стійкої критичної точки і не дати йому перейти через сепаратрису, яка розділяє траєкторії різних типів, має застосовуватися активне керування зі зворотнім зв'язком, коли параметри управляючого пристрою вибираються в залежності від змін у потоці.

КЕРУВАННЯ ТЕЧІЄЮ В КАНАВЦІ ЗІ ЗВОРОТНІМ ЗВ'ЯЗКОМ

Рух стоячого вихору з великими амплітудами, який виникає при збуреннях його початкового положення, призводить до порушення умови Кутта-Жуковського в гострих крайках канавки, і вони стають генераторами вихрових шарів. У цьому випадку не досягається головна мета керування — мінімізація вихроутворення на границях області течії. Для стабілізації вихору у збуреному потоці має застосовуватися активна управляюча схема, в якій потужність відбору рідини реагує на зміну зовнішніх умов.

Існують різні підходи до керування циркуляційною течією в пристінному потоці за допомогою відбору рідини. В роботі [19] з метою керування слідом за вертикальною пластиною контролюється сумарна циркуляція, яка сходиться в потік в гострих кромках. В цій статті запропоновано відслідковувати положення стоячого вихору, так, щоб при збуреннях зовнішньої течії забезпечувалося виконання умови Кутта-Жуковського в гострих крайках канавки. Для розрахунку нових координат стоячого вихору і потужності відбору рідини в цій схемі застосовується контролер, що складається з рівнянь (12), (13). Якщо за початкові дані взято параметри стоячого вихору і точки відбору рідини, відомі зі стаціонарного розв'язку, то розв'язання цих рівнянь за наявності збурень дозволить отримати реакцію системи на зміни зовнішніх умов.

Реалізація керування буде більш зручною, якщо зафіксувати положення точки відбору рідини (кут α) і кількість завихреності в канавці, тобто, циркуляцію стоячого вихору Γ_v . Для розрахунку координат стоячого вихору x_v , y_v та потужності відбору Q застосуємо рівняння (12) та умову Кутта-Жуковського (13) в передній крайці канавки. Оскільки в задній крайці вихроутворення є незначним і не буде істотно впливати на пристінну течію, то ним можна знехтувати. Таким чином, контролер зі зворотнім зв'язком складається з трьох рівнянь і використовує дані, відомі зі стаціонарного розв'язку.

На рис. 10 представлено реакцію керуючої системи на малі періодичні збурення швидкості потоку, які задаються наступним рівнянням:

$$U(t) = U_\infty (1 + \varepsilon \sin \Omega t), \quad \varepsilon \ll 1, \quad (15)$$

де ε , Ω — амплітуда та частота коливань відповідно. У правому верхньому кутку на рис. 10,а можна бачити, як змінюється швидкість зовнішньої течії у межах періоду $[0, T]$, де $T = 2\pi/\Omega$.

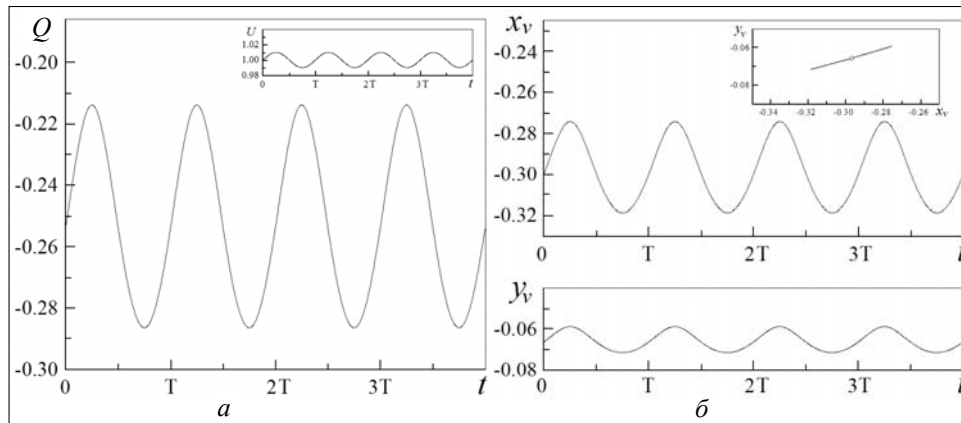


Рис. 10. Характеристики для мілкої ($\beta = 60^\circ$) канавки в періодично збуреному потоці при $\varepsilon = 0,01$, $\Omega/\omega_0 = 1$: *a* — потужність відбору рідини; *б* — координати стоячого вихору

Одержана функція $Q(t)$ знаходиться у протифазі до $U(t)$, її амплітуда приблизно у три рази вища за амплітуду коливань швидкості. Положення стоячого вихору (рис. 10,б) коливається в малому околі стаціонарної критичної точки (на рис. 10,б її помічено кружечком). З аналізу рис. 10 випливає, коли в межах періоду швидкість потоку збільшується, інтенсивність відбору падає, а вихор, який забезпечує безвідривне обтікання передньої крайки канавки, переміщується вгору. Надалі процес іде в зворотному напрямку.

Цей висновок підтверджується також даними, які одержані при застосуванні розробленого контролера до потоку, в якому швидкість змінюється за лінійним законом від 1 до 0,5 і навпаки (рис. 11). На рис. 11 видно, коли швидкість U падає на 50%, то потужність відбору, яка забезпечує стійкість стоячого вихору, збільшується за абсолютним значенням приблизно у 4 рази. Положення стоячого вихору переміщується при цьому ближче до передньої крайки канавки.

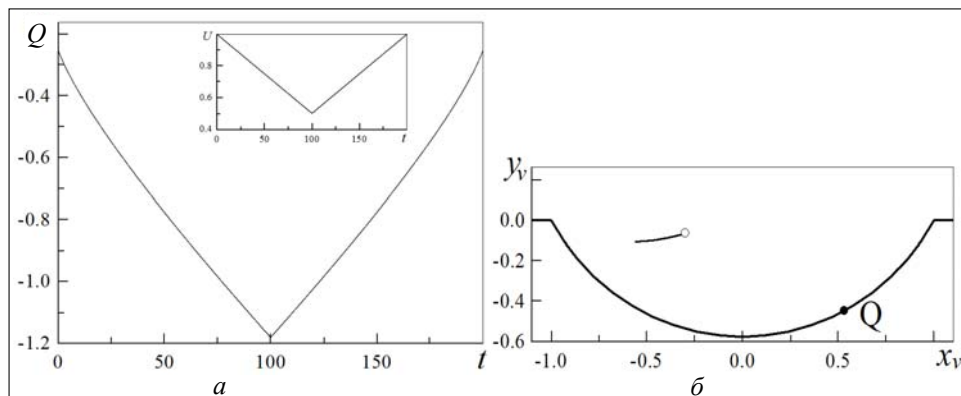


Рис. 11. Характеристики при зміні швидкості потоку за лінійним законом: *a* — потужність відбору рідини; *б* — положення стоячого вихору

Представлені результати демонструють здатність розробленого контролера реагувати на збурення у зовнішньому потоці, чим забезпечується головна мета керування — створення стійкої циркуляційної зони і безвідривне обтікання крайок канавки.

ВИСНОВКИ

Розвинено комплексну схему керування пристінковим потоком рідини, яка спрямована на перетворення турбулентної течії в систему регулярних вихорів із заданими властивостями. Для генерації вихорів у цій схемі застосовуються поперечні канавки, а їхня стійкість забезпечується відбором рідини. Теоретичний аналіз запропонованого алгоритму ґрунтується на спрощеній моделі, в якій циркуляційна течія замінюється точковим вихором, а відбір рідини моделюється гідродинамічним стоком.

Побудовано нелінійний контролер пристінної течії, який складається з рівняння рівноваги вихору і умови Кутта-Жуковського в гострих крайках канавки. Його використано для розрахунку параметрів керуючої системи, при яких забезпечується існування стійкого стоячого (спійманого) вихору та безвідривне обтікання кутів канавки. Проведений динамічний аналіз виявив, що при стаціонарному обтіканні канавки з відбором рідини критичні точки можуть бути стійкими або нестійкими фокусами, або сідлами. Одержано, що в мілких канавках область, яка відповідає стійкій точці притягання, є ширшою, ніж в глибоких, тому вони є більш перспективними для керування.

Розроблено контролер, який застосовано для розрахунку параметрів активної керуючої схеми зі зворотним зв'язком у нестационарному потоці, коли система оперативно реагує на зовнішні збурення. Наведено приклади реалізації цієї схеми, коли швидкість зовнішньої течії змінюється періодично або за лінійним законом. Робота частково підтримана грантом Президента України GP F50/049.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Gad-el-Hak M., Bushnell D.M.* Separation control: review // *Journal of Fluids Engineering*. — 1991. — **113**, № 1. — P. 5–30.
2. *Protas B., Wesfreid J.E.* Drag force in the open-loop control of the cylinder wake in the Laminar Regime // *Physics of Fluids*. — 2002. — **14**, № 2. — P. 810–826.
3. *Wu J.Z., Vakili A.D., Wu J.M.* Review of the physics of enhancing vortex lift by unsteady excitation // *Progress in Aerospace Sciences*. — 1991. — **28**, № 2. — P. 73–131.
4. *Roos F.W., Kegelmann J.T.* Control of coherent structures in reattaching laminar and turbulent shear layers // *AIAA Journal*. — 1980. — **24**, №12. — P. 1956–1963.
5. *Gorban V., Gorban I.* Dynamics of vortices in near-wall flows: eigenfrequencies, resonant properties, algorithms of control // *AGARD Report*. — 1998. — **827**. — P. 15–11.
6. *Protas B.* Vortex dynamics models in flow control problems // *Nonlinearity*. — 2008. — **21**, № 9. — P. 1–54.
7. *Бэтчелор Дж.* Введение в динамику жидкости. — М.: Мир. — 1973. — 757 с.
8. *Chorin A.J.* Vorticity and Turbulence. — Berlin: Springer. — 1994. — 330 p.
9. *Aref H., Kadtko J.B., Zawadski I.* Point vortex dynamics: recent results and open problems // *J. Fluid Dyn. Res.* — 1988. — **3**. — P. 63–64.
10. *Meleshko V.V., van Heijst G.J.F.* Interacting two-dimensional vortex structures: point vortices, contour kinematics and stirring properties // *Chaos, Solutions and Fractals*. — 1994. — **4**. — P. 977–1010.

11. *Ringleb F.O.* Two-Dimensional Flow with Standing Vortex in Ducts and Diffusers // ASME J. Basic Eng. — 1960. — **82**, № 4. — P. 921–927.
12. *Bunyakin A.V., Chernyshenko S.I., Stepanov G.Yu.* High-Reynolds-number Bftchelor-model asymptotics of a flow past an aerofoil with a vortex trapped in a cavity // J. Fluid Mech. — 1998. — **358**. — P. 283–297.
13. *Gorban I.M., Homenko O.V.* Dynamics of vortices in near-wall flows with irregular boundaries // Continuous and Distributed Systems: Theory and Applications. Solid Mechanics and Its Applications / M.Z. Zgurovsky, V.A. Sadovnichiy (Eds.). — 2014. — **211**. — P. 115–128.
14. *Cortelezzi L., Leonard A., Doyle J.* An example of active circulation control of the unsteady separated flow past a semi-infinite plate // J. Fluid Mech. — 1994. — **260**. — P. 127–154.
15. *Chernyshenko S.I.* Stabilization of trapped vortices by alternating blowing suction // J. Phys. Fluids. — 1995. — **7**, № 4. — P. 802–807.
16. *Iollo A., Zanetti L.* Trapped vortex optimal control by suction and blowing at the wall // European Journal of Mechanics B-fluids. — 2001. — **20**, № 1. — P. 7–24.
17. *Фильчаков П.Ф.* Приближенные методы конформных отображений. — К.: Наукова думка. — С. 531.
18. *Clements R.R.* An inviscid model of two-dimensional vortex shedding // Journal of Fluid Mechanics. — 1973. — **57**. — P. 321–336.
19. *Cortelezzi L.* Nonlinear feedback control of the wake past a plate with a suction point on the downstream wall // Journal of Fluid Mechanics. — 1996. — **327**. — P. 303–324.

Надійшла 29.08.2014