УДК 519.86

ПРО РІВНОВАГУ ВІДКРИТОЇ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ ЗА НАЯВНОСТІ НЕВИКОРИСТАНОГО КАПІТАЛУ ТА ЗАДАНИХ РІВНІВ СПОЖИВАННЯ

А.П. МАХОРТ

Досліджено відкриту економічну систему за наявності монополістів та споживачів, що не є ненасичуваними. Ступені задоволення потреб всіх споживачів в економічній системі та рівні оподаткування задано. Наявність споживачів, що не є ненасичуваними призводить до утворення невикористаного капіталу, який у свою чергу, призводить до зменшення ефективності функціонування економічної системи. Визначено стани рівноваги економічної системи, які відповідають мінімальним значенням невикористаного капіталу. У моделі використано принципи рівноваги Вальрасового типу. Запропоновано алгоритм розв'язання задачі щодо економічної рівноваги. Отримані обмеження на модельні характеристики забезпечують існування рівноваги такої економічної системи. Знайдено характеристики стану рівноваги, що є оптимальним з огляду на ефективність функціонування економічної системи у випадку як наявності, так і відсутності в ній монополістів.

ВСТУП

Важливою проблемою у моделюванні поведінки економічних систем є дослідження рівноваги [1–2]. Якщо економічна система не перебуває у стані рівноваги, то складно зробити однозначний висновок щодо можливості її подальшого функціонування без суттєвих трансформацій. Для економічних систем природно зазнавати трансформації у процесі функціонування, але суттєві трансформації пов'язані зі зміною структури економічної системи, а це означатиме певну видозміну її суб'єктів, що може призводити до негативних наслідків. З іншого боку, рівноважний підхід аналізу економічних систем якраз і дає змогу виявляти чинники, що призводять як до дестабілізації, так і до підвищення ефективності функціонування. Разом з тим, рівноважний підхід залишає поза увагою питання щодо черговості реалізацій станів рівноваги. Важливо мати на увазі, що послідовність реалізацій станів рівноваги не обов'язково має бути впорядкована в часі, що є вагомим аргументом на користь відмови від необхідності враховувати переходи між станами рівноваги.

Серед чинників, які є потенційними джерелами дестабілізації економічних систем, слід згадати монопольні явища та наявність невикористаного капіталу в економічній системі. Що стосується монополізму, то це явище призводить до виникнення цінових дисбалансів в економічній системі. Накопичення невикористаного капіталу пов'язують з інфляційними процесами.

Мета дослідження — з'ясування впливу невикористаного капіталу на рівновагу економічної системи, можливості обмеження його обсягу та умов реалізації стану рівноваги з характеристиками, які б мали належати до заданого інтервалу значень.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ

Нехай економічна система сформована l споживачами товарів. Набір товарів, що ними цікавиться i-й споживач і яких є n різновидів, визначатиме вектор $\{c_{ki}\}_{k=1}^{n}$, $i=\overline{1,l}$. Сукупність цих векторів утворюватиме матрицю попиту $C=\left\|c_{kj}\right\|_{k=1,\,j=1}^{n,l}$. Споживання товарів суб'єктами економічної системи вимагає певних витрат, а отже й наявності у них відповідних фінансових ресурсів. Тому вважатимемо, що одна частина споживачів за рахунок власного виробництва намагається самостійно забезпечити собі потрібні фінансові ресурси, а решта споживачів залежна від обсягів зовнішнього фінансування. Джерелом зовнішнього фінансування оберемо надходження від оподаткування виробників. Споживач прагне мати той рівень прибутку, який дозволить йому придбати бажаний набір товарів у повному обсязі, а цей набір може містити також і ті товари, потреба в яких залежить від ситуації на ринку. Через наявність таких товарів у споживчому наборі поведінка суб'єктів економічної системи відрізнятиметься. Отримавши прибуток, споживач може бути ненасичуваним і повністю його витратити або дотримуватись іншої стратегії — лишати частину свого капіталу невикористаним. Якщо i-й споживач не є ненасичуваним, то поряд з набором товарів $\{c_{ki}\}_{k=1}^{n}$, $i=\overline{1,l}$, який тепер описуватиме його потенційні інтереси, буде ще й альтернативний набір $\{\hat{c}_{ki}\}_{k=1}^{n}$, $i=\overline{1,l}$, $\hat{c}_{ki}\le c_{ki}$, який і визначатиме остаточний вибір потрібних товарів. Введемо вектор, що задаватиме ціни товарів $p=\{p_i\}_{i=1}^{n}$. Тоді оподаткований (чистий прибуток) кожного споживача може бути подано виразом:

$$\widetilde{D}_j(p)=y_j\sum_{s=1}^{n}c_{sj}p_s, \qquad j=\overline{1,l}. \tag{1}$$

У формулі (1) міститься добуток вартості максимального набору товарів, у яких зацікавлені суб'єкти економічної системи, і вектора ступенів задоволення потреб споживачів $y=\{y_i\}_{i=1}^{l}$. Його компоненти задають те, як співвідноситимуся між собою отриманий і необхідний для купівлі всіх бажаних товарів обсяги прибутку, тому ці величини також є й мірою рівнів споживання. Відтак діапазон значень компонентів вектора y належатиме інтервалу $(0,1]$.

Очевидно, що попит на товари споживачів має будуватись за матрицею C, а також і за матрицею $\hat{C}=\left\|\hat{c}_{kj}\right\|_{k=1,\,j=1}^{n,l}$, тому що не всі споживачі будуть ненасичуваними. Отже, попит i-го споживача на k-й товар зручно записати у вигляді

$$\Lambda_{ik}(p)=\frac{\hat{c}_{ki}p_k}{\sum_{s=1}^{n}c_{si}p_s}, \quad i=\overline{1,l}, \quad k=\overline{1,n},$$

де елемент $\hat{c}_{ki}$ матриці $\hat{C}$ співпадатиме з елементом c_{ki} матриці C, якщо i-й споживач ненасичуваний. За попитом споживачів та їх наявним прибутком формується попит Φ_k на k-й товар в економічній системі:

$$\Phi_k = \frac{1}{p_k}\sum_{i=1}^{l}\Lambda_{ik}(p)\widetilde{D}_i(p), \qquad k=\overline{1,n}. \tag{2}$$

Щоб мати змогу отримати потрібні фінансові ресурси, виробники здійснюють вибір технологій виготовлення своїх товарів. Вважатимемо, що кожному з них достатньо продукувати лише один з можливих типів товарів. Тому, як і товарів, кількість виробників в економічній системі n. Технології виробництва товарів розглядатимемо з урахуванням наявності постійних витрат, тому для їх опису використовуватимемо матрицю вигляду $\left\| a_{kj} + b_{kj} / x_j \right\|_{k,j=1}^{n}$. Доданок з величинами a_{kj} задає витрати на виготовлення одиниці випуску j-го товару у натуральних показниках k-м виробником, а доданок з характеристиками b_{kj} визначає постійні витрати, які потрібні щоб утримувати виробництво у працездатному стані. Обсяги випуску товарів в економічній системі подано вектором $x=\{x_i\}_{i=1}^{n}$. Економічна система відкрита і ринок товарів утворюватиметься з урахуванням її взаємодії з зовнішнім оточенням. Загалом, ринок формуватиметься товарами з запасу, виготовленими внутрішніми виробниками, та тими, що надходять ззовні. Слід мати на увазі, що частина товарів використовується у потребах виробництва, є імпорт товарів за межі економічної системи. У підсумку, для чистого продукту або пропозиції Ψ_k на k-й товар у відкритій економічній системі отримаємо формулу:

$$\Psi_k = x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki}x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} + \sum_{i=1}^{n} b_{ki}^{1} - e_k + i_k, \qquad k=\overline{1,n}, \tag{3}$$

де $\{e_i\}_{i=1}^{n}$ — вектор експорту, $\{i_i\}_{i=1}^{n}$ — вектор імпорту.

У результаті реалізації виготовлених товарів, виробники зможуть отримати оподаткований прибуток, рівень якого записується за допомогою виразу:

$$\widetilde{D}_j(p) = \pi_j x_j\left(p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj}p_k\right) - \pi_j\sum_{k=1}^{n} b_{kj}p_k + \pi_j\sum_{k=1}^{n} b_{kj}^{1}p_k, \qquad j=\overline{1,n}, \tag{4}$$

де $\pi=\{\pi_i\}_{i=1}^{n}$ — вектор оподаткування, а елементи матриці $\left\| b_{kj}^{1} \right\|_{k,j=1}^{n}$ подають структуру запасу товарів, який може бути наявний у суб'єктів економічної системи. Внаслідок оподаткування виробників утворюється капітал, який може бути розподілено серед фінансованих ззовні споживачів таким чином:

$$\sum_{j=n+1}^{l}\widetilde{D}_j(p) = \sum_{j=1}^{n}(1-\pi_j)D_j(p). \tag{5}$$

Зауважимо, що у цих споживачів не припускається наявність якогось запасу товарів, тому що тоді їх слід розглядати як спроможних самостійно забезпечувати себе необхідними фінансовими ресурсами. Також наголосимо, що зовнішнє фінансування може бути пов'язане з вимогою, щоб такі споживачі були ненасичувані, а значення їх заданих рівнів споживання мають узгоджуватись з виконанням рівності (5).

Економічну систему описує набір характеристик. Серед них є задані протягом всього періоду часу, в якому відбувається дослідження, і ті, що можуть змінювати свої значення (пов'язані із поточним станом економічної системи). Заданими характеристиками у моделі є матриці запасу товарів $\left\|b_{kj}^1\right\|_{k,j=1}^n$, технологічних коефіцієнтів $\left\|a_{kj}\right\|_{k,j=1}^n$, $\left\|b_{kj}\right\|_{k,j=1}^n$, попиту $\left\|c_{kj}\right\|_{k=1,j=1}^{n,l}$ й $\left\|\hat{c}_{kj}\right\|_{k=1,j=1}^{n,l}$. Стратегію оподаткування визначатиме вектор $(\pi_1^0,\ldots,\pi_n^0)$. Також вважатимемо, що й рівні споживання суб'єктів економічної системи, подані компонентами вектора $y=\{y_i\}_{i=1}^l$, відомі. Якщо в економічній системі є монополісти, то відомими будуть і ціни на їх товари. Поточний стан економічної системи є одним зі станів рівноваги. Відповідно, для визначення характеристик, які стосуються стану рівноваги, слід записати умови рівноваги економічної системи.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Згідно з принципами рівноваги за Вальрасом вимагатимемо, щоб попит на товари в економічній системі не мав перевищувати пропозиції. У результаті для опису станів рівноваги економічної системи отримаємо систему нерівностей:

$$\frac{1}{p_k}\sum_{i=1}^{l}\Lambda_{ik}(p)\widetilde{D}_i(p)\le\Psi_k,\qquad k=\overline{1,n}. \tag{6}$$

З усіх ймовірних станів рівноваги варті уваги лише економічно прийнятні, зокрема ті, за яких виробництво суб'єктів економічної системи буде прибуткове. Виключити з розгляду неприйнятні стани рівноваги можна за допомогою наступної процедури [1]. За векторами попиту споживачів $\Lambda_i=\{\Lambda_{ik}\}_{k=1}^n$, $i=\overline{1,l}$ будуються допоміжні вектори $\Lambda_i^*=\{\Lambda_{ik}^*\}_{k=1}^n$, $i=\overline{1,l}$, для компонентів яких виконуватимуться рівності

$$\sum_{k=1}^{n}\Lambda_{ik}^*(p)=1,\quad i=\overline{1,l}.$$

Якщо замість сукупності векторів $\{\Lambda_i\}_{i=1}^n$ використати вектори $\{\Lambda_i^*\}_{i=1}^n$, тоді система нерівностей (6) зводиться до системи рівнянь. Компоненти векторів Λ_i^*, $i=\overline{1,l}$ вибиратимемо у вигляді

$$\Lambda_{ik}^*(p)=\frac{z_k\Lambda_{ik}(p)}{\sum_{s=1}^{n}z_s\Lambda_{is}(p)}=\frac{z_k\hat{c}_{ki}p_k}{\sum_{s=1}^{n}z_s\hat{c}_{si}p_s},\ i=\overline{1,l},\ k=\overline{1,n},$$

де $\{z_i\}_{i=1}^n$ — деякий строго додатній вектор. У цьому випадку всі вимоги до векторів $\{\Lambda_i^*\}_{i=1}^n$ задовольнятимуться.

У підсумку матимемо систему нелінійних рівнянь:

$$\sum_{j=1}^{l} z_k \hat{c}_{kj} \frac{\sum_{s=1}^{n} c_{sj} p_s}{\sum_{m=1}^{n} z_m \hat{c}_{mj} p_m} y_j = x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} + \sum_{k=1}^{n} b_{kj}^1 p_k - e_k + i_k, \; k = \overline{1,n}; \quad (7)$$

$$\pi_j x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj} p_k \right) - \pi_j \sum_{k=1}^{n} b_{kj} p_k + \pi_j \sum_{k=1}^{n} b_{kj}^1 p_k = y_j \sum_{s=1}^{n} c_{sj} p_s, \; j = \overline{1,n}, \quad (8)$$

яку слід розв'язувати відносно векторів $p = \{p_i\}_{i=1}^n$ й $x = \{x_i\}_{i=1}^n$. Розв'язком буде пара строго додатних векторів (p, x), які разом із іншими заданими характеристиками визначатимуть один зі станів рівноваги економічної системи. Розв'язків і відповідно станів рівноваги може виявитись багато. Внаслідок цього одразу постане проблема вибору — який зі станів рівноваги є більш прийнятним для економічної системи. Якщо ґрунтуватись на ефективності функціонування суб'єктів економічної системи, всі отримані стани рівноваги будуть еквівалентними, тому що компоненти вектора $\{y_i\}_{i=1}^l$ є заданими. Різницю між станами рівноваги може виявити інша характеристика. Через те, що не всі споживачі є ненасичуваними, в економічній системі накопичуватиметься невикористаний капітал:

$$D_i^*(p) = \left(1 - \sum_{k=1}^{n} \Lambda_{ik}(p) \right) \widetilde{D}_i(p) = \left(1 - \sum_{k=1}^{n} \frac{\hat{c}_{ki} p_k}{\sum_{s=1}^{n} c_{si} p_s} \right) y_i \sum_{s=1}^{n} c_{si} p_s, \qquad i = \overline{1,l}. \quad (9)$$

Наявність невикористаного капіталу є потенційним чинником розвитку інфляційних процесів. Тому для більш ефективного функціонування економічної системи бажано, щоб обсяги невикористаного капіталу були якомога меншими. Отже, слід визначити такий розв'язок системи рівнянь (7), (8), для якого значення функцій невикористаного капіталу $\{D_i^*(p)\}_{i=1}^l$ з виразу (9) були мінімальними.

ОПТИМАЛЬНІ ЦІНИ ЗА ВІДСУТНОСТІ МОНОПОЛІСТІВ

Знайдемо вектор цін $\{p_i\}_{i=1}^n$, на якому функції невикористаного капіталу $\{D_i^*(p)\}_{i=1}^l$ набуватимуть найменших значень та з'ясуємо за яких умов вони задовольнятимуть і рівнянням (7), (8).

Функції невикористаного капіталу суб'єктів економної системи запишемо у вигляді

$$D_i^*(p)=y_i\left(\sum_{s=1}^{n}c_{si}p_s-\sum_{k=1}^{n}\hat{c}_{ki}p_k\right)=y_i\sum_{s=1}^{n}c_{si}^*p_s,\quad i=\overline{1,l}.$$

Елементи матриці $\left\|c_{kj}^*\right\|_{k=1,\,j=1}^{n,\ \ l}$ невід'ємні. Якщо i-й споживач ненасичуваний, то відповідний стовпчик $\{c_{ki}^*\}_{k=1}^n$, $i\in[1,l]$ цієї матриці є нульовим, нульовою буде і його функція $D_i^*(p)$. А для решти споживачів, які не є ненасичуваними, досить нескладно побачити, що найменше значення невикористаного капіталу досягатиметься на векторі цін з принаймні однією нульовою компонентою. Але такий вектор не може бути розв'язком рівнянь рівноваги (7), (8). Виберемо деякий рівень невикористаного капіталу Δ, який вважатимемо прийнятним, і визначимо додатний вектор цін, що найбільше наближатиме функції $\{D_i^*(p)\}_{i=1}^l$ до цього значення. Слід врахувати, щоб цей вектор цін забезпечував прибутковість виробникам. Бажаного можна досягти, розв'язавши оптимізаційну задачу:

$$\min_p F^*(p,\Delta),\quad F^*(p,\Delta)=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\left[p_j-\lambda\sum_{k=1}^{n}a_{kj}p_k\right]^2+\frac{1}{2}\sum_{i\in\mathcal{J}}[\widetilde{D}_i^*(p)-\Delta]^2.\ (10)$$

Множина $\mathcal{J}$ утворена так, щоб з інтервалу індексів $[1,l]$ виключити ті, які стосуються ненасичуваних споживачів. Умови існування додатного розв'язку екстремальної задачі (10) сформулюємо у наступному твердженні.

Теорема. Нехай матриця $\left\|a_{kj}\right\|_{k,j=1}^{n}$ продуктивна, значення параметра Δ визначається виразом:

$$\Delta=\frac{1}{|\mathcal{J}|}\rho_0\min_{s\in[1,n]}\sum_{i=1}^{n}c_{si}^*y_i.$$

Якщо знайдеться додатна величина ρ_0^*, яка задовольнятиме нерівностям

$$\frac{1}{|\mathcal{J}|}\min_{k\in[1,n]}\sum_{i\in\mathcal{J}}c_{ki}^*y_i\sum_{i\in\mathcal{J}}c_{si}^*y_i-\max_{k\in[1,n]}\left[\sum_{i\in\mathcal{J}}y_i^2c_{ki}^*c_{si}^*+\lambda^2\sum_{j=1}^{n}a_{kj}a_{sj}-\lambda a_{ks}-\lambda a_{sk}\right]\geq$$

$$\geq\frac{\rho_0^*}{\rho_0},\quad s\in\mathcal{N}^*,$$

і виконується умова

$$\frac{1}{|\mathcal{J}|}\min_{k\in[1,n]}\sum_{i\in\mathcal{J}}c_{ki}^*y_i\sum_{s=1}^{n}\sum_{i\in\mathcal{J}}c_{si}^*y_i\leq$$

$$\leq 1+\min_{k\in[1,n]}\left[\sum_{s=1}^{n}\sum_{i\in\mathcal{J}}y_i^2c_{ki}^*c_{si}^*+\lambda^2\sum_{s=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{kj}a_{sj}-\lambda\sum_{j=1}^{n}a_{kj}-\lambda\sum_{j=1}^{n}a_{jk}\right],$$

тоді існує додатний розв'язок $\overline{p}_i$, $i\in\mathcal{N}^*=[1,n]$ оптимізаційної задачі (10).

Доведення. Відповідно до необхідних і достатніх умов існування мінімуму екстремальної задачі матимемо два типи умов:

$$\frac{\partial F^*(p)}{\partial p_s}=\sum_{i\in\mathcal{I}}\widetilde{D}_i^*(p)\frac{\partial\widetilde{D}_i^*(p)}{\partial p_s}-\Delta\sum_{i\in\mathcal{I}}\frac{\partial\widetilde{D}_i^*(p)}{\partial p_s}+\sum_{j\in\mathcal{N}^*}p_j\frac{\partial p_j}{\partial p_s}-$$

$$-\sum_{j=1}^{n}\left[\lambda\frac{\partial p_j}{\partial p_s}\sum_{k=1}^{n}a_{kj}p_k+\lambda p_j\sum_{k=1}^{n}a_{kj}\frac{\partial p_k}{\partial p_s}-\lambda^2\sum_{k=1}^{n}a_{kj}p_k\sum_{i=1}^{n}a_{ij}\frac{\partial p_j}{\partial p_s}\right]= \quad (11)$$

$$=\sum_{k=1}^{n}\left[\delta_{ks}+\sum_{i\in\mathcal{I}}y_i^2c_{ki}^*c_{si}^*+\lambda^2\sum_{j=1}^{n}a_{kj}a_{sj}-\lambda a_{ks}-\lambda a_{sk}\right]p_k-\Delta\sum_{i\in\mathcal{I}}c_{si}^*y_i=0,\ \ s\in\mathcal{N}^*;$$

$$\sum_{j\in\mathcal{N}^*}\sum_{i\in\mathcal{N}^*}\frac{\partial^2F^*(p)}{\partial p_i\partial p_j}\alpha_i\alpha_j>0, \quad (12)$$

де $\{\alpha_j\}_{j\in\mathcal{N}^*}$ — деякий довільно вибраний ненульовий вектор. Перевіримо справедливість умови (12):

$$\sum_{j\in\mathcal{N}^*}\sum_{i\in\mathcal{N}^*}\frac{\partial^2F^*(p)}{\partial p_i\partial p_j}\alpha_i\alpha_j=\sum_{k\in\mathcal{N}^*}\left|\alpha_k\right|^2+\sum_{k\in\mathcal{I}}\left|\alpha_k^0\right|^2+\lambda^2\sum_{k\in\mathcal{N}^*}\left|\alpha_k^1\right|^2-$$

$$-2\lambda\sum_{k\in\mathcal{N}^*}\alpha_k^1\alpha_k=\sum_{k\in\mathcal{N}^*}\left|\alpha_k-\lambda\alpha_k^1\right|^2+\sum_{k\in\mathcal{I}}\left|\alpha_k^0\right|^2>0,$$

$$\alpha_k^0=y_k\sum_{j=1}^{n}c_{jk}^*\alpha_j,\quad k\in\mathcal{I},\quad \alpha_k^1=\sum_{j\in\mathcal{N}^*}a_{jk}\alpha_j,\quad k\in\mathcal{N}^*.$$

Що стосується вимоги (11), то вона виконуватиметься для того вектора цін $\{\overline{p}_i\}_{i=1}^n$, компоненти якого визначаються за формулою:

$$p_s=\Delta\sum_{i\in\mathcal{I}}c_{si}^*y_i-\sum_{k=1}^{n}\left[\sum_{i\in\mathcal{I}}y_i^2c_{ki}^*c_{si}^*+\lambda^2\sum_{j=1}^{n}a_{kj}a_{sj}-\lambda a_{ks}-\lambda a_{sk}\right]p_k,\ s\in\mathcal{N}^*. \quad (13)$$

Відповідно до принципу Шаудера [3], умови теореми дозволяють зробити висновок про існування розв'язку рівняння (13), який належатиме множині

$$\left\{p_j-\rho_0^*\in R_+,\quad \sum_{j\in\mathcal{N}^*}p_j\le\rho_0,\quad j=\overline{1,n}\right\}.$$

Теорему доведено.

За допомогою вибору параметра λ мають досягатись додатні значення різниць

$$p_j-\sum_{k=1}^{n}a_{kj}p_k>0,\quad j=\overline{1,n}.$$

Вектор цін із компонентами, поданими виразом (13) буде рівноважним, якщо задовольнятиме рівнянням (7), (8). Перш ніж перевірити це, звернемо увагу, що досі розглядався випадок, коли виробники в економічній системі не є монополістами. З'ясуємо, що відбуватиметься, якщо в економічній системі будуть наявні монополісти.

ОПТИМАЛЬНІ ЦІНИ ЗА НАЯВНОСТІ МОНОПОЛІСТІВ

Нехай в економічній системі $n-t$ її суб'єктів є монополістами. Поведінка монополістів відрізняється від поведінки інших виробників товарів. Найістотніша їх особливість полягає у можливості безпосередньо впливати на рівень цін своїх товарів. Внаслідок чого, ціни на товари монополістів слід вважати заданими $(p_{t+1}^0,\ldots,p_n^0)$, а оптимізація функціоналу $F^*(p,\Delta)$ має здійснюватись за тими компонентами вектора цін, що не стосуватимуться монополістів. Задані монопольні ціни змінять структуру невикористаного капіталу. Тепер величина Δ міститиме в собі частину, залежну від монопольних цін. Для різних споживачів монопольний внесок у значення Δ може суттєво відрізнятись, що позначатиметься і на ціноутворенні. Щоб знівелювати цей вплив замість параметра Δ у функціоналі $F^*(p,\Delta)$ використаємо різницю $\Delta-\Delta_1$. З'ясуємо, якою може бути залежність величини Δ_1 від характеристик монополістів. Насамперед перевіримо виконання необхідних і достатніх умов існування мінімуму функціонала $F^*(p,\Delta-\Delta_1)$. Вони полягатимуть у рівностях:

$$\frac{\partial F^*(p)}{\partial p_s}=\sum_{i\in\mathcal{J}}\widetilde{D}_i^*(p)\frac{\partial\widetilde{D}_i^*(p)}{\partial p_s}-(\Delta-\Delta_1)\sum_{i\in\mathcal{J}}\frac{\partial\widetilde{D}_i^*(p)}{\partial p_s}+\sum_{j=1}^{n}p_j\frac{\partial p_j}{\partial p_s}-$$

$$-\sum_{j=1}^{n}\left[\lambda\frac{\partial p_j}{\partial p_s}\sum_{k=1}^{n}a_{kj}p_k+\lambda p_j\sum_{k=1}^{n}a_{kj}\frac{\partial p_k}{\partial p_s}-\lambda^2\sum_{k=1}^{n}a_{kj}p_k\sum_{i=1}^{n}a_{ij}\frac{\partial p_j}{\partial p_s}\right]=$$

$$=\sum_{k=1}^{t}\left[\delta_{ks}+\sum_{i\in\mathcal{J}}y_i^2c_{ki}^*c_{si}^*+\lambda^2\sum_{j=1}^{n}a_{kj}a_{sj}-\lambda a_{ks}-\lambda a_{sk}\right]p_k-$$

$$-\Delta\sum_{i\in\mathcal{J}}c_{si}^*y_i+\Delta_1\sum_{i\in\mathcal{J}}c_{si}^*y_i+$$

$$+\sum_{k=t+1}^{n}\left[\sum_{i\in\mathcal{J}}y_i^2c_{ki}^*c_{si}^*+\lambda^2\sum_{j=1}^{n}a_{kj}a_{sj}-\lambda a_{ks}-\lambda a_{sk}\right]p_k^0=0,\quad s=\overline{1,t},\qquad(14)$$

та у нерівностях:

$$\sum_{j=1}^{t}\sum_{i=1}^{t}\frac{\partial^2F^*(p)}{\partial p_i\partial p_j}\alpha_i\alpha_j>0,\qquad(15)$$

для довільного ненульового вектора $(\alpha_1,\ldots,\alpha_t)$. Переконаємось спочатку, що умова (15) виконується. Матимемо

$$\sum_{j=1}^{t}\sum_{i=1}^{t}\frac{\partial^2F^*(p)}{\partial p_i\partial p_j}\alpha_i\alpha_j=\sum_{k\in\mathcal{J}}\left|y_k\sum_{j=1}^{t}c_{jk}^*\alpha_j\right|^2+\sum_{k=1}^{t}\left|\alpha_k-\lambda\alpha_k^1\sum_{j=1}^{t}a_{jk}\alpha_j\right|^2>0,$$

а з умови (14) отримаємо систему рівнянь на компоненти вектора цін:

$$p_s=(\Delta-\Delta_1)\sum_{i\in\mathcal{J}}c_{si}^*y_i-$$

$$-\sum_{k=1}^{n}\left[\sum_{i\in\mathcal{J}} y_i^2 c_{ki}^* c_{si}^* + \lambda^2\sum_{j=1}^{n} a_{kj}a_{sj} - \lambda a_{ks} - \lambda a_{sk}\right]p_k\,, \quad s=\overline{1,t}. \qquad (16)$$

За виглядом цей вираз відрізняється від аналогічного (13), записаного у випадку відсутності монополістів в економічній системі, лише наявністю параметра Δ_1 та звуженням множини індексів $\mathcal{N}^*$ із $[1,n]$ до $[1,t]$. Отже, якщо у сформульованій в попередньому розділі теоремі допоміжний параметр ρ_0^* вибрати рівним $\rho_0^* = \Delta_1 + \varepsilon,$ а значення параметра Δ_1 покласти

$$\Delta_1 = \frac{\sum\limits_{k=t+1}^{n} p_k^0}{\sum\limits_{s=1}^{n}\sum\limits_{i\in\mathcal{J}} c_{si}^* y_i},$$

то умови теореми гарантуватимуть існування додатного розв'язку системи рівнянь (16). Зокрема, розв'язок належатиме множині

$$\left\{p_j - \varepsilon \in R_+, \quad \sum_{j=1}^{n} p_j \le \rho_0, \quad j=\overline{1,n}\right\}.$$

Таким чином, задачу оптимізації, що враховує наявність монополістів зведено до випадку, коли їх наявність не враховувалась.

ОПТИМАЛЬНИЙ СТАН РІВНОВАГИ

З'ясуємо, нарешті, чи будуть оптимальні для досягнення найнижчих значень функцій невикористаного капіталу ціни рівноважними. Визначимо обсяги випусків товару суб'єктами економічної системи, що відповідатимуть цим оптимальним цінам. Це можна зробити за допомогою виразу (8). Матимемо:

$$x_j = \frac{1}{p_j - \sum\limits_{k=1}^{n} a_{kj} p_k}\left(\frac{y_j}{\pi_j}\sum_{s=1}^{n} c_{sj} p_s + \sum_{k=1}^{n} b_{kj} p_k - \sum_{k=1}^{n} b_{kj}^1 p_k\right), \quad j=\overline{1,n}. \qquad (17)$$

Різниці

$$p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj} p_k\,, \quad j=\overline{1,n},$$

є додатними, тому лише наявність великого обсягу запасу товарів у суб'єктів економічної системи може призводити до від'ємних значень обсягів випуску товарів. Такий сценарій буде неприйнятним. Вважатимемо, що забезпечення споживчих інтересів суб'єктів економічної системи здійснюється переважно за рахунок виготовлення нових товарів. Внаслідок цього для елементів матриці запасу товарів вимагатимемо виконання нерівностей:

$$\frac{y_j}{\pi_j} c_{kj} + b_{kj} - b_{kj}^1 \ge 0, \qquad k, j = \overline{1,n}, \qquad (18)$$

причому, для кожного k має існувати такий індекс j, що для обох індексів k, j знак рівності у виразі (18) не допускатиметься. Умова (18) гарантуватиме додатні значення всіх компонент вектора $\{x_k\}_{k=1}^n$. Але слід враховувати, що обсяги випусків товару мають гарантувати існування додатних компонент вектора пропозиції $\{\Psi_k\}_{k=1}^n$. З'ясуємо, як цього досягти.

Якщо ввести змінні $\varphi_j = x_i - \sum_{i=1}^n a_{ii} x_i$, $j = \overline{1,n}$, то для них можна записати рівняння:

$$\varphi_j = \frac{1}{p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k} \left(\frac{y_j}{\pi_j} \sum_{s=1}^n c_{sj} p_s + \sum_{k=1}^n b_{kj} p_k - \sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k \right) -$$

$$- \sum_{k=1}^n a_{jk} \sum_{s=1}^n (E-A)_{ks}^{-1} \varphi_s, \ j = \overline{1,n}. \tag{19}$$

Слід забезпечити існування додатного розв'язку $\varphi = \{\varphi_k\}_{k=1}^n$ системи рівнянь (19). Достатньою умовою цього є виконання нерівностей

$$\frac{1}{p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k} \left(\frac{y_j}{\pi_j} \sum_{s=1}^n c_{sj} p_s + \sum_{k=1}^n b_{kj} p_k - \sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k \right) -$$

$$- \beta \sum_{k=1}^n a_{jk} \sum_{s=1}^n (E-A)_{ks}^{-1} \ge \alpha, \ j = \overline{1,n};$$

$$\frac{1}{p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k} \left(\frac{y_j}{\pi_j} \sum_{s=1}^n c_{sj} p_s + \sum_{k=1}^n b_{kj} p_k - \sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k \right) -$$

$$- \alpha \sum_{k=1}^n a_{jk} \sum_{s=1}^n (E-A)_{ks}^{-1} \le \beta, \ j = \overline{1,n},$$

де $\beta > \alpha > 0$. У випадку, коли вираз (17) є додатним, такі параметри β й α можна підібрати. Тоді, побудувавши ітераційний процес

$$\varphi_j^{[k+1]} = \frac{1}{p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k} \left(\frac{y_j}{\pi_j} \sum_{s=1}^n c_{sj} p_s + \sum_{k=1}^n b_{kj} p_k - \sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k \right) -$$

$$- \sum_{k=1}^n a_{jk} \sum_{s=1}^n (E-A)_{ks}^{-1} \varphi_s^{[k]}, \ j = \overline{1,n},$$

початкова ітерація $\varphi^{[0]}$ якого належатиме множині $\{\alpha \le \varphi_j \le \beta, \ j = \overline{1,n}\}$, отримаємо, що всі наступні ітерації теж належатимуть цій множині.

І з принципу Шаудера випливатиме існування додатного вектора, до якого збігатиметься ітераційний процес.

Значення допоміжного параметра α може слугувати для оцінки впливу зовнішнього оточення. Структура зв'язків економічної системи з її зовнішнім оточенням має бути узгоджена зі структурою споживання товарів. Вимагатимемо надалі, щоб виконувалась нерівність:

$$\alpha - \sum_{i=1}^{n} b_{ji} + \sum_{i=1}^{n} b_{ji}^{1} - e_j + i_j > 0, \; j = \overline{1,n}, \tag{20}$$

а обсяги експорту й імпорту товарів задовольняли умові торговельного балансу

$$\sum_{i=1}^{n} e_i p_i = \sum_{i=1}^{n} i_i p_i .$$

У підсумку справедливість умови (20) і забезпечить існування додатних компонент вектора пропозиції $\{\Psi_k\}_{k=1}^{n}$.

Отже, обидва вектори $x = \{x_i\}_{i=1}^{n}$ й $\{\Psi_k\}_{k=1}^{n}$ матимуть додатні компоненти. Лишається визначити додатний вектор $\{z_k\}_{k=1}^{n}$ для підтвердження факту, що раніше знайдені обсяги випуску товарів і ціни, на яких досягається мінімум функцій невикористаного капіталу, будуть рівноважними. На підставі виразів (3) й (7) можна записати:

$$z_k = \frac{\Psi_k}{\sum_{i=1}^{l} \frac{\hat{c}_{ki} \widetilde{D}_i(p)}{\sum_{s=1}^{n} z_s \hat{c}_{si} p_s}}, \; k = \overline{1,n}. \tag{21}$$

Справедливі оцінки

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{\Psi_k}{\sum_{i=1}^{l} \frac{\hat{c}_{ki} \widetilde{D}_i(p)}{\sum_{s=1}^{n} z_s \hat{c}_{si} p_s}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{\Psi_k p_k}{\sum_{i=1}^{l} \frac{\hat{c}_{ki} p_k \widetilde{D}_i(p)}{\sum_{s=1}^{n} z_s \hat{c}_{si} p_s}} \le \left(\sum_{s=1}^{n} z_s \right) \sum_{k=1}^{n} \frac{\Psi_k p_k}{\sum_{i=1}^{l} \frac{\hat{c}_{ki} p_k \widetilde{D}_i(p)}{\max\limits_{s \in [1,n]} \hat{c}_{si} p_s}} \le$$

$$\le \left(\sum_{s=1}^{n} z_s \right) \sum_{k=1}^{n} \max_{i \in [1,l]} \frac{\hat{c}_{ki} p_k}{\max\limits_{s \in [1,n]} \hat{c}_{si} p_s} \frac{\Psi_k p_k}{\sum_{i=1}^{l} \widetilde{D}_i(p)} \le \left(\sum_{s=1}^{n} z_s \right) \sum_{k=1}^{n} \frac{\Psi_k p_k}{\sum_{i=1}^{l} \widetilde{D}_i(p)} = \left(\sum_{s=1}^{n} z_s \right),$$

де враховано, що з вимоги торговельного балансу та виразів (3)–(5) випливає рівність

$$\sum_{k=1}^{n} \Psi_k p_k = \sum_{i=1}^{n} D_i(p) = \sum_{i=1}^{l} \widetilde{D}_i(p).$$

В результаті, згідно з принципом Шаудера, є всі підстави зробити висновок щодо існування розв'язку системи рівнянь (21), який належатиме множині

$$\left\{ z_s - \rho_1^* \in R_+, \quad \sum_{s=1}^{n} (z_s - \rho_1^*) \le \rho_1 \right\}.$$

Отже, вектори цін і обсягів випуску товарів з компонентами поданими виразами відповідно (13) і (17) будуть характеристиками стану рівноваги.

ВИСНОВКИ

Проведене дослідження дозволило виявити особливості ціноутворення у випадку заданих рівнів споживання та вимоги обмеження обсягів невикористаного капіталу в економічній системі. Обмеження обсягу невикористаного капіталу важливе, оскільки збільшення його обсягів стимулює розвиток інфляційних процесів. На відміну від ситуації, розглянутої в [4], стратегія оподаткування є заданою.

Запропоновано алгоритм знаходження станів рівноваги та визначено характеристики оптимального стану, перебування в якому дозволить знизити рівень невикористаного капіталу в економічній системі до прийнятних меж. Отримано інтегральні оцінки на задані характеристики економічної системи. Їх виконання сприяє реалізації оптимального стану рівноваги. Істотний вплив на рівновагу може спричиняти наявність великих обсягів запасу товарів в економічній системі, а також структура зовнішньоекономічних зв’язків. Стратегія оподаткування хоча і є заданою, однак лишається одним із важелів реалізації оптимального стану рівноваги. Іншим інструментом є керування заданими рівнями споживання.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Гончар М.С.* Математичні основи інформаційної економіки. — К.: Ін-т теор. фізики, 2007. — 464 с.
2. *Debreu G.* Existence of competitive equilibrium // Handbook of Mathematical Economics / Ed. by K.J. Arrow and M.D. Intriligator. — Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1982. — **II**. — P. 698–742.
3. *Канторович Л.В., Акилов Г.П.* Функциональный анализ. — М.: Наука, 1977. — 442 с.
4. *Махорт А.П.* Про вибір стратегії оподаткування в економічній системі за наявності монополістів // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2011. — № 2. — С. 76–87.

Надійшла 27.02.2014.