

## АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЕФАССИФИКАЦИИ

Ю.А. ЗАК

В случае наличия перекрытий (оверлеев) и различных по величине лингвистических термов у несимметричных функций принадлежности, представленных в виде  $LR$ -интервалов, в отличие от известных методов дефазификации, значение выходной переменной рассчитывается в диапазоне рассматриваемых только в  $L$ -й или  $R$ -й частей перекрывающихся друг друга лингвистических термов. Предлагаются алгоритмы и формульные выражения вычисления значения выходной переменной, определяемой на основе результатов Fuzzy-логического вывода. Предложенные алгоритмы могут быть использованы в системах управления, технической и медицинской диагностики.

### ВВЕДЕНИЕ

Методами дефазификации результат размытого Fuzzy-логического вывода должен быть преобразован в значение выходной переменной (управляющего воздействия), выраженное действительным числом и лежащим в допустимом диапазоне изменения этого параметра. Необходимо оптимально интерпретировать и представить содержащуюся в Fuzzy-множествах выходной переменной информацию в некоторое значение, которое наиболее правильно отражает мнения экспертов и согласуется с результатами обучающейся выборки.

В монографиях и периодической литературе приведены различные методы и алгоритмы дефазификации [1–6]:

- Max — метод максимума (Max-Height);
- Mom — метод среднего максимального значения (Mean-of-Maximum);
- COA — метод центра тяжести плоскости перекрытия (Center-of-Area);
- COG — обобщенный метод центра тяжести (Center-of-Gravity);
- метод дефазификации для функций принадлежности (в дальнейшем используется их обозначение ФП) импульсного вида (типа Singleton).

Различные результаты каждого из этих методов находятся в некотором диапазоне значений  $x \in [h_1, h_2]$ . На иллюстративном примере (рис. 1) показано, что значение выходной переменной в различных традиционных методах дефазификации определяется в пределах многоугольника  $abcdef$ , т.е. в диапазоне значений  $x \in [a = h_{-1}, f = h_{-2}]$ . При этом справедливы соотношения

$$x_{COG} < x_{MOM} < x_{COA} < x_{Max}; \quad h_1 = x_{COG}; \quad h_2 = x_{Max}.$$

При других видах и параметрах ФП логических термов выходной переменной и, следовательно, других областях перекрытия этих термов соотношения этих значений могут быть совершенно другими.

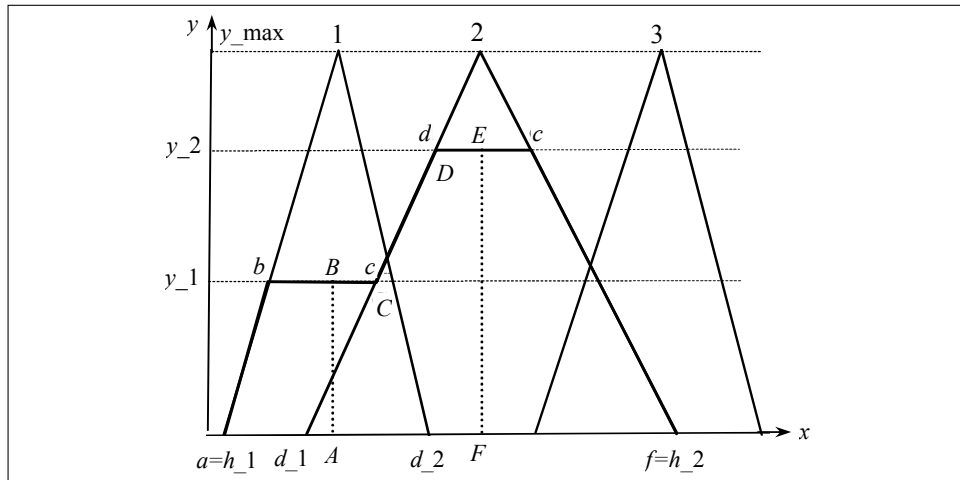


Рис. 1. Иллюстрация методов дефаззификации

В случае несимметричных ФП логических термов применение известных алгоритмов дефаззификации может привести к трудно интерпретируемым, а зачастую и непонятным с физической или экономической точки зрения результатам. При перекрытии (оверлея) в диапазоне значений выходной переменной  $x \in [d_{1i}, d_{2i}]$  (на рис.1  $x \in [d_{_1}, d_{_2}]$ ) ФП  $i$ -го и  $(i+1)$ -го термов и при значениях ФП этих логических термов, отличных от нуля (т.е.  $\mu_{A_i}(x) > 0, \mu_{A_{i+1}}(x) > 0$ ), а также значениях ФП всех остальных логических термов, равных нулю ( $\mu_{A_j}(x) = 0, j \neq i, j \neq (i+1)$ ), вычисленное значение выходной переменной также должно лежать в диапазоне  $x \in [d_{1i}, d_{2i}]$  или где-то вблизи от него. При этом, если справедливы соотношения  $S_i^1 \approx S_{i+1}^1; S_i^2 < S_{i+1}^2$  ( $S_i^1, S_{i+1}^1; S_i^2, S_{i+1}^2$  — соответственно площади  $L$ -й и  $R$ -й части ФП  $i$ -го и  $(i+1)$ -го термом), то выбранное значение может принадлежать только  $(i+1)$ -му логическому терму и расположено существенно правее значения  $x = d_{2i}$ , что трудно объяснить с физической или экономической точки зрения. Так, в примере на рис. 1 в качестве области выбора значения выходной переменной может рассматриваться многоугольник меньших размеров  $ABCDEF$ , показанный пунктирными линиями.

Предлагаемые в работе алгоритмы дефаззификации, которые, как показано в [5], более правильно интерпретируют с технической и экономической точки зрения полученный результат, могут найти применение в системах управления, технической и медицинской диагностики с несимметричными термами значения выходных переменных.

**ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

ФП каждого из лингвистических термов выходной переменной могут быть представлены несимметричными LR-функциями вида

$$\mu_{A_i}(x) = \begin{cases} L_{A_i}(x) = L_i\left(\frac{x - m_{1i}}{\alpha_i}\right), & \text{если } x \in [a_i, m_{1i}], \\ \max \mu_{A_i}(x), & \text{если } x \in (m_{1i}, m_{2i}), \quad i = 1, \dots, n, \\ R_{A_i}(x) = R_i\left(\frac{m_{2i} - x}{\beta_i}\right), & \text{если } x \in [m_{2i}, b_i], \end{cases} \quad (1)$$

где  $n$  — количество лингвистических термов выходной переменной.

Пусть  $m_{1i} - a_i \neq b_i - m_{2i}$  и  $S_i^1 \neq S_i^2$ , где

$$S_i^1 = \int_{x \in [a_i, m_{1i}]} L_i\left(\frac{x - m_{1i}}{\alpha_i}\right) dx \quad \text{и} \quad S_i^2 = \int_{x \in [m_{2i}, b_i]} R_i\left(\frac{m_{2i} - x}{\beta_i}\right) dx \quad (2)$$

соответственно площади L-й и R-й части ФП.

Во всех известных методах дефаззификации [1–6] при определении значения выходной переменной рассматриваются все части ФП термов, значения которых  $\mu_{A_i}(x) > 0$  или  $\mu_{A_i}(x) \geq \varepsilon$ , где  $\varepsilon > 0$  — некоторое число. При этом вычисленное значение выходной переменной  $x$  может лежать в любой точке отрезка  $x \in [h_{-1}, h_{-2}]$ , принадлежащей многоугольнику, выделенному на рис. 2 жирными линиями, и находится достаточно далеко

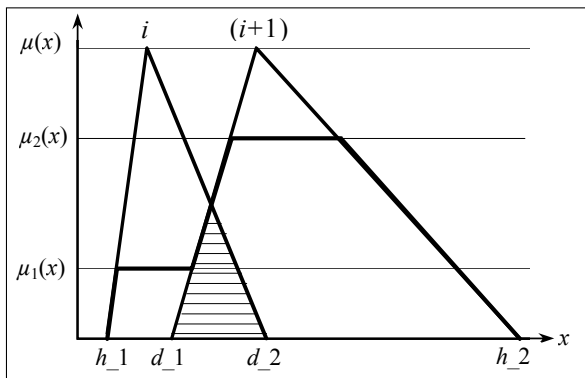


Рис. 2. Области определения выходной переменной

от области перекрытия двух соседних лингвистических термов, представленных на рис. 2 в виде заштрихованного треугольника.

Рассматривая только часть ФП логических термов, расположенных ближе к области их перекрытия, в случае несимметричных ФП полученный результат вычислений может более понятным с прикладной точки зрения. При этом вы-

деление этой части ФП логического терма может осуществляться одним из следующих способов.

1) Пусть  $Z(x_i)$  — координата оси  $x$  центра тяжести ФП  $i$ -го логического терма, которая вычисляется следующим образом:

$$Z(x_i) = \frac{\int_{x \in X_i} \mu_i(x) x dx}{\int_{x \in X_i} \mu_i(x) dx}, \quad (3)$$

где  $X_i = \{x \in [h_{1i}, h_{2i}]\}$  — область изменения координаты оси  $x$   $i$ -го логического термина.

Если  $\mu_{A_i}(x) \geq \varepsilon$  и  $\mu_{A_{i+1}}(x) \geq \varepsilon$ , т.е. существует область перекрытия  $i$ -го и  $(i+1)$ -го логических термов, то рассмотрим только части этих ФП

$$X_i^2 = \{x \in [Z(x_i), h_{2i}]\} \text{ и } X_{i+1}^1 = \{x \in [h_{1,i+1}, Z(x_{i+1})]\}. \quad (4)$$

При этом диапазон выбора значения выходной переменной определяется следующим образом  $\bar{X} = \{x | x \in [Z(x_i), Z(x_{i+1})]\}$ .

2) В случае ФП логических термов, представленных LR-функциями (1), подмножества  $X_i^2$  и  $X_{i+1}^1$  могут определяться одним из следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \text{а) } X_i^2 &= R_{A_i}(x) = \{x | x \in [m_{2i}, b_i]\}; \\ X_{i+1}^1 &= L_{A_{i+1}}(x) = \{x | x \in [a_{i+1}, m_{1,i+1}]\}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\bar{X} = \{x | x \in [m_{2i}, m_{1,i+1}]\}. \quad (6)$$

$$\text{б) } X_i^2 = \{x | x \in [\bar{m}_i, b_i]\}; \quad X_{i+1}^1 = \{x | x \in [a_{i+1}, \bar{m}_{i+1}]\}, \quad (7)$$

где  $\bar{m}_i = 0,5(m_{1i} + m_{2i})$ ,  $\bar{m}_{i+1} = 0,5(m_{1,i+1} + m_{2,i+1})$ ;

$$\bar{X} = \{x | x \in [\bar{m}_i, \bar{m}_{i+1}]\}. \quad (8)$$

в) Границами области перекрытия

$$\bar{X} = X_i^2 = X_{i+1}^1 = \{x | x \in [a_{i+1}, b_i]\}. \quad (9)$$

Для выделенных частей ФП соседних пересекающихся логических термов могут использоваться все описанные в литературе алгоритмы дефаззификации [1–3]: Mean-of-Maximum, Center-of-Area (COA) и Center-of-Gravity (COG).

## ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ ДЕФАЗЗИФИКАЦИИ

Обозначим  $d_1$  и  $d_2$  как границы диапазона значений выходной переменной, определенной выражениями (4)–(9), т.е.  $\bar{X} = \{x | x \in [d_1, d_2]\}$ . Рассмотрим модификации различных алгоритмов дефаззификации.

**1. Модифицированные методы Mean-of-Maximum.** Значение выходной переменной  $\bar{x}_1$  определяется в диапазоне области перекрытия. Отрезок  $\bar{X} = \{x | x \in [d_1, d_2]\}$  делится на две части следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{x}_1 - a_{i+1}}{b_i - \bar{x}_1} &= \frac{S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\}}{S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\}}, \\ \bar{x}_1 &= \frac{a_{i+1} \cdot S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\} + b_i \cdot S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\}}{S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\} + S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\}$  — площадь правой части ФП  $A_i$ -го логического термина выходной переменной, ограниченная по оси  $y$  значением  $\mu_i(x)$ ,  $S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\}$  — площадь левой части ФП  $(i+1)$ -го логического термина выходной переменной, ограниченная по оси  $y$  значением  $\mu_{i+1}(x)$ . Так, на рис. 2  $S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\}$  — это площадь треугольника, а  $S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\}$  — площадь трапеции.

Обозначим

$$\bar{\mu}_{A_i}(x) = \begin{cases} \mu_i(x), & \text{если } \mu_{A_i}(x) > \mu_i(x), \\ \mu_{A_i}(x), & \text{если } \mu_{A_i}(x) \leq \mu_i(x), \end{cases} \quad (11)$$

где  $\mu_i(x)$  — полученное значение ФП  $A_i$ -го термина выходной переменной.

Аналогичным образом вычисляется значение  $\bar{\mu}_{A_{i+1}}(x)$ . Тогда значения величин  $S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\}$  и  $S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\}$  определяются по формулам:

$$S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\} = \int_{x \in X_i^2} \bar{\mu}_{A_i}(x) dx, \quad S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\} = \int_{x \in X_{i+1}^1} \bar{\mu}_{A_{i+1}}(x) dx. \quad (12)$$

В зависимости от выбранного в соответствии с выражениями (4)–(9) способа определения множеств  $X_i^2$ ,  $X_{i+1}^1$  и допустимого диапазона изменения выходной переменной  $\bar{X}$  при одних и тех же значениях  $\mu_i(x)$  и  $\mu_{i+1}(x)$  могут быть получены 16 различных значений выходной переменной  $\bar{x}_1$ .

## 2. Модифицированные алгоритмы центра тяжести (Center-of-Area).

В известных методах Center-of-Area находится координата  $x$  центра тяжести плоской фигуры, образованная ФП двух соседних термов  $A_i$  и  $A_{i+1}$ , отсеченными по оси ординат значениями ФП  $\mu_i(x) > 0$  и  $\mu_{i+1}(x) > 0$ . В предлагаемых алгоритмах эта фигура включает лишь правую часть логического термина  $A_i$  —  $S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\}$ , а также левую часть логического термина  $A_{i+1}$  —  $S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\}$ . По оси ординат эта плоская фигура ограничена значениями  $\mu_i(x) > 0$  и  $\mu_{i+1}(x) > 0$ . В зависимости от выбора алгоритма вычисления площадей частей этой плоской фигуры  $S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\}$  и  $S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\}$  для одних и тех же значений  $\mu_i(x) > 0$  и  $\mu_{i+1}(x) > 0$  могут быть также получены различные значения выходной переменной  $\bar{x}_2$ . Координаты центра этой фигуры вычисляются по формуле

$$\bar{x}_2 = \frac{\int_{x \in X_i^2} x \cdot \bar{\mu}_{A_i} \cdot dx + \int_{x \in X_{i+1}^1} x \cdot \bar{\mu}_{A_{i+1}} \cdot dx}{\int_{x \in X_i^2} \bar{\mu}_{A_i} \cdot dx + \int_{x \in X_{i+1}^1} \bar{\mu}_{A_{i+1}} \cdot dx}. \quad (13)$$

При этом значения интервалов интегрирования выбираются одним из возможных способов (4), (5), (7) и (8). В результате этого будут получены 4 различных значения выходной переменной  $\bar{x}_2$ . Если ФП логических термов  $A_i$  и  $A_{i+1}$  не заданы аналитически, то при вычислении  $\bar{x}_2$  могут использоваться численные методы интегрирования.

**3. Модификации обобщенного метода центра тяжести (Center-of-Gravity).** Ниже приведен приближенный метод определения координаты  $x$  центра тяжести этой фигуры, который требует существенно меньшего объема вычислений, чем по формуле (13), являющийся модификацией известного в литературе метода Center-of-Gravity.

а) На предварительном этапе решения задачи вычисляются интегралы и площади фигур

$$\bar{S}_1\{G_{A_i}\} = \int_{x \in X_i^2} x \mu_{A_i}(x) dx, \quad \hat{S}_2\{G_{A_i}\} = \int_{x \in X_i^2} \mu_{A_i}(x) dx; \quad (14)$$

$$\bar{S}_1\{G_{A_{i+1}}\} = \int_{x \in X_{i+1}^1} x \mu_{A_{i+1}}(x) dx, \quad \hat{S}_2\{G_{A_{i+1}}\} = \int_{x \in X_{i+1}^1} \mu_{A_{i+1}}(x) dx. \quad (15)$$

б) На оперативном этапе в процессе функционирования системы, когда определены величины  $\mu_i(x)$  и  $\mu_{i+1}(x)$ , значение координаты центра тяжести  $\bar{x}_3$  вычисляются на основе простых вычислений по формуле

$$\bar{x}_3 = v \frac{\mu_i(x) \bar{S}_1\{G_{A_i}\} + \mu_{i+1}(x) \bar{S}_1\{G_{A_{i+1}}\}}{\mu_i(x) \hat{S}_2\{G_{A_i}\} + \mu_{i+1}(x) \hat{S}_2\{G_{A_{i+1}}\}}. \quad (16)$$

Как и в модифицированном методе Center-of-Area, значения интервалов интегрирования могут выбираться одним из возможных способов (4), (5), (7) и (8), в результате чего также будут получены 4 различных значения  $\bar{x}_3$ .

#### АЛГОРИТМЫ ДЕФАЗЗИФИКАЦИИ В СЛУЧАЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ $L$ - $X$ $R$ - $X$ ЛОГИЧЕСКИХ ТЕРМОВ ФП ТРАПЕЦИЯМИ И ТРЕУГОЛЬНИКАМИ

В случае представления  $L$ - $x$   $R$ - $x$  частей логических термов ФП треугольниками и трапециями объемы вычислений в предложенных алгоритмах дефаззификации существенно сокращаются.

##### Модификации обобщенного метода центра тяжести (Center-of-Gravity).

На рис. 3,а  $\mu_i(x) < \mu_{i+1}(x)$ , а на рис. 3,б  $\mu_i(x) > \mu_{i+1}(x)$ .  $L$ -е  $R$ -е части ФП здесь являются трапециями. В качестве многоугольника, в котором ищется значение  $\bar{x}$ , в этом случае, рассматривается многоугольник  $ABCDEF$ .

Обозначим  $m = 0,5(m_1 + m_2)$ ,  $n = 0,5(n_1 + n_2)$ ;  $a_{i+1}$  — координата  $x$  крайней левой точки  $(i+1)$ -го логического терма, т.е. точки  $a$  на рис. 3,а;  $b_i$  — координата  $x$  крайней правой точки терма  $A_i$ , т.е. точки  $c$  на рис. 3,а и точки 2 на рис. 3,б. Пусть  $y_{\max} = 1$ . Площадь многоугольника  $ABCDEF$  (рис. 3,а) в первом случае вычисляется по формуле

$$\hat{S}_2 = (n - m)\mu_i(x) + 0,5[(n - x(C)) + (n - x(D))][\mu_{i+1}(x) - \mu_i(x)], \quad (17)$$

а значение определенного  $\bar{S}_1$  интеграла (числителя выражения (16)) — по формуле

$$\begin{aligned} \bar{S}_1 = & 0,5[(m^2 - [x(C)]^2)\mu_i(x)] + \left\{ \frac{\lambda}{3}([x(D)]^3 - [x(C)]^3) - \right. \\ & \left. - \frac{\gamma}{2}([x(D)]^2 - [x(C)]^2) + \frac{1}{2}(n^2 - [x(D)]^2) \right\} [\mu_{i+1}(x) - \mu_i(x)], \quad (18) \end{aligned}$$

где  $x(C)$  и  $x(D)$  — координаты  $x$  точек  $C$  и  $D$ , которые вычисляются по формулам

$$x(C) = n_1 - \mu_i(x)(n_1 - a_{i+1}), \quad x(D) = n_1 - \mu_{i+1}(x)(n_1 - a_{i+1}); \quad (19)$$

$$\lambda = \frac{\mu_i(x)}{x(C) - a_2}, \quad \gamma = \frac{a_2 \cdot \mu_i(x)}{x(C) - a_2}. \quad (20)$$

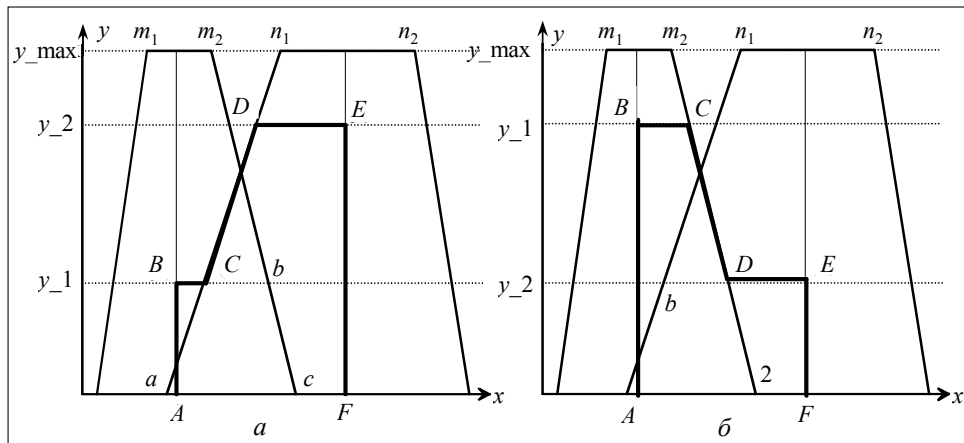


Рис. 3. Области определения значения выходной переменной в алгоритмах дефаззификации

Здесь и ниже в тексте  $\lambda$  и  $\gamma$  — параметры прямой  $R$ -й части  $A_{i+1}$ -го или  $L$ -й части  $A_i$ -го логического термина ФП выходной переменной. Координаты центра тяжести рассматриваемого многоугольника вычисляются согласно выражению

$$\bar{x}(Z) = \frac{\bar{S}_1}{\hat{S}_2}. \quad (21)$$

Во втором случае (рис. 3, б) площадь многоугольника  $ABCDEF$  вычисляется по формуле

$$\hat{S}_2 = (n - m)\mu_i(x) + 0,5[(n - x(C)) + (n - x(D))][\mu_{i+1}(x) - \mu_i(x)], \quad (22)$$

а значение  $\bar{S}_1$  — согласно выражению

$$\bar{S}_1 = 0,5[(n^2 - m^2)\mu_{i+1}(x)] + ([x(D)]^2 + 0,5[x(C)]^2)[\mu_i(x) - \mu_{i+1}(x)] +$$

$$+ \left\{ \frac{\lambda}{3} ([x(D)]^3 - [x(C)]^3) - \frac{\gamma}{2} ([x(D)]^2 - [x(C)]^2) + \frac{1}{2} ([x(D)]^2 - [x(C)]^2) \right\} \times \\ \times [\mu_{i+1}(x) - \mu_i(x)], \quad (23)$$

где

$$x(C) = m_2 + (b_i - m_2)[1 - \mu_{i+1}(x)], \quad x(D) = m_2 + (b_i - m_2)[1 - \mu_i(x)], \quad (24)$$

$$\lambda = \frac{\mu_i(x)}{b_1 - x(C)}, \quad \gamma = \mu_i(x) + \frac{x(C) \cdot \mu_i(x)}{b_1 - x(C)}. \quad (25)$$

Координаты центра тяжести определяются по формуле (21).

В случае представления левой и правой частей ФП логических термов треугольниками (рис. 4) справедливы формулы:

а)  $\mu_i(x) < \mu_{i+1}(x)$  (рис. 4,а), если  $y_{\max} = 1$ , то

$$x(C) = n - (n - a_2)\mu_i(x), \quad x(D) = n - (n - a_2)\mu_{i+1}(x), \quad (26)$$

где  $a_2$  — координата  $x$  крайней левой точки  $(i + 1)$ -го логического терма, т.е. точки 2 на рис. 4,а .

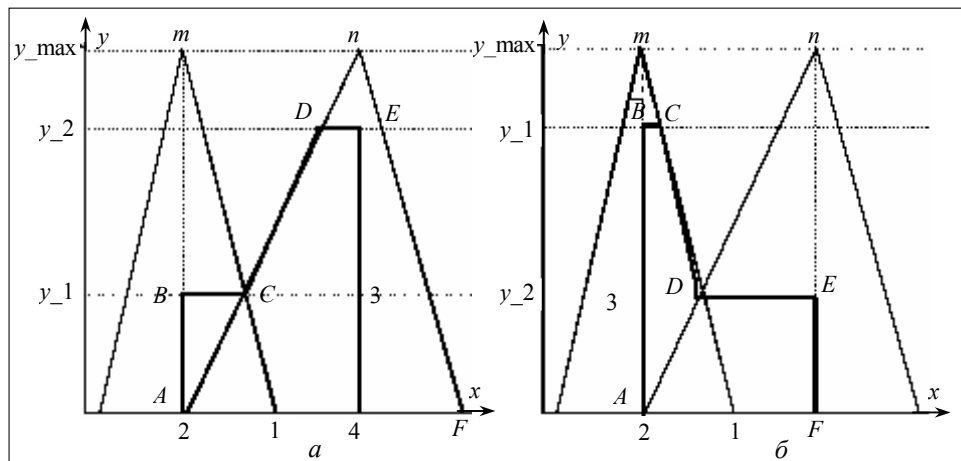


Рис. 4. Области определения значения выходной переменной в алгоритмах дефаззификации

Значения  $\hat{S}_2$ ,  $\bar{S}_1$  и  $\bar{x}(Z)$  вычисляются по формулам (17), (18), (21), а значения  $\lambda$  и  $\gamma$  — по формулам (20).

б)  $\mu_{i+1}(x) < \mu_i(x)$  (рис. 4,б), если  $y_{\max} = 1$ , то

$$x(C) = m - (b_1 - m)(1 - \mu_{i+1}(x)), \quad x(D) = m - (b_1 - m)(1 - \mu_i(x)),$$

где  $b_1$  — координата  $x$  крайней правой точки  $i$ -го логического терма, т.е. точки 1 на рис. 4,б.

Значения  $\hat{S}_2$ ,  $\bar{S}_1$  и  $\bar{x}(Z)$  вычисляются по формулам (22), (23) и (21), а значения  $\lambda$  и  $\gamma$  — по формулам (25). Аналогично могут быть вычислены координаты центра тяжести в случае, когда один из логических термов представлен треугольником, а второй — трапецией.



### Модификации методов средневзвешенного максимального значения

Выбранный диапазон  $\bar{X} = \{x | x \in [d_1, d_2]\}$  должен быть разделен на две части пропорционально отношению площадей рассматриваемых частей двух соседних логических термов. На рис. 3,а — это отношение площади трапеции  $ABbc$  (обозначим ее  $P_1$ ) к площади трапеции  $aDEF$  (обозначим ее  $P_2$ ), а на рис. 3,б — площади трапеции  $ABC2$  (обозначим ее  $P_3$ ) к площади трапеции  $abEF$  (обозначим ее  $P_4$ ). На рис. 4, а — это отношение площади трапеции  $ABC1$  (обозначим ее  $P_5$ ) к площади трапеции  $2DE4$  (обозначим ее  $P_6$ ), а на рис. 4, б — площади трапеции  $2BC1$  (обозначим ее  $P_7$ ) к площади трапеции  $ADEF$  (обозначим ее  $P_8$ ). Эти площади вычисляются по простым геометрическим формулам:

$$P_1 = 0,5[(b_i - m) + (x(b) - m)]\mu_i(x), \quad P_2 = 0,5[(n - m) + (n - x(C))]\mu_{i+1}(x);$$

$$P_3 = 0,5[(n - m) + (x(C) - m)]\mu_i(x), \quad P_4 = 0,5[(n - a_{i+1}) + (n - x(b))]\mu_{i+1}(x);$$

$$P_5 = 0,5[(b_i - m) + (x(C) - m)]\mu_i(x), \quad P_6 = 0,5[(n - a_{i+1}) + (n - x(D))]\mu_{i+1}(x);$$

$$P_7 = 0,5[(b_i - m) + (x(C) - m)]\mu_i(x), \quad P_8 = 0,5[(n - a_{i+1}) + (n - x(D))]\mu_{i+1}(x).$$

Здесь  $b_i$  и  $a_{i+1}$  — соответственно координаты  $x$  правой крайней точки  $A_i$ -го и левой крайней точки  $A_{i+1}$ -го логических термов;  $n$  и  $m$  — соответственно координаты  $x$  середины верхней стороны трапеции или вершины треугольника  $A_i$ -го и  $A_{i+1}$ -го термов; а  $x(\cdot)$  — координаты  $x$  точек.

Для определения значения выходной переменной  $\bar{x}_2$  диапазон возможных значений выходной переменной  $\bar{X} = \{x | x \in [d_1, d_2]\}$  делится пропорционально одному из этих отношений  $\frac{\bar{x}_2 - d_1}{d_2 - \bar{x}_2} = \frac{P_k}{P_{k+1}}$ ,  $k = 1, 3, 5, 7$ .

В зависимости от выбора диапазона изменения этого значения  $\bar{X}$ , т.е. значений  $d_1$  и  $d_2$ , и в этом случае для одного и того же результата Fuzzy-логического вывода могут быть рассчитаны различные значения выходной переменной.

### ВЫВОДЫ

1. Предложенные в работе алгоритмы дефаззификации позволяют в случае при наличии оверлеев и различных по величине несимметричных логических термов ФП выходной переменной получить результат Fuzzy-логического вывода, который более правильно интерпретируется с физической и экономической точки зрения и более понятен эксперту.

2. Благодаря возможности варьирования параметров описанных в работе алгоритмов в каждом конкретном случае может быть найден вариант реализации, который наилучшим способом соответствует конкретной области приложений.

3. Небольшой объем вычислений, требуемый для реализации предложенных алгоритмов, позволяет реализовать их в системах управления реального времени на контроллерах малой производительности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Заде Л.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. — М.: Мир, 1976. — 169 с.
2. *Zadeh L.A.* Fuzzy sets // *Information and Control*. — 1965. — 8 (3). — P. 338–353.
3. *Zimmermann H-J.* Fuzzy set theory and its applications. — Boston: Kluwer Academic Publishers, 2001.
4. *Rommelfanger H.* Entscheiden bei Unschärfe. Fuzzy Decision Support-Systeme. — Berlin: Springer-Verlag, 1988. — 304 s.
5. *Зак Ю.А.* Принятие решений в условиях размытых и нечетких данных. — М.: URSS, Либроком, 2012. — 349 с.
6. *Згуровский М., Зайченко Ю.* Модели и методы принятия решений в нечетких условиях. — К.: Наук. думка, 2013. — 275 с.

*Поступила 13.01.2014*