

**СИСТЕМАТИЗАЦІЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ  
С РАЗНОТЕМПОВОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИЕЙ  
ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ФИНАНСОВОЙ  
ИНФРАСТРУКТУРЫ**

**В.Д. РОМАНЕНКО, А.А. РЕУТОВ**

Выполнен анализ динамических каналов и определены взаимосвязи многомерных процессов финансовой инфраструктуры Украины и ее анализ, как составляющей мировой финансовой инфраструктуры. Составлена структурная схема выявленных взаимосвязей между координатами и проведен анализ выбора периодов дискретизации при измерении выходных управляемых координат и возмущений, а также при формировании управляющих воздействий. Для различных координат определены различные периоды дискретизации от одного дня до трех месяцев, а также переменный период дискретизации. Выполнена аргументация разработки математических моделей с разнотемповой дискретизацией для описания динамики финансовых процессов и проведена систематизация таких математических моделей для описания динамики процессов финансовой инфраструктуры. Приведены схемы каждой модели и результаты математического анализа моделей: в среднем абсолютная ошибка моделей составила от 0,24% до 5%, а необъясненная динамика моделей составила от 0,12% до 10,3% в зависимости от модели (коэффициент детерминации  $R^2$  — от 0,897 до 0,9988).

**ВВЕДЕНИЕ**

Систему финансовой инфраструктуры Украины можно разбить на несколько подсистем: монетарная политика, ценообразование курса соотношения валют и фискальная политика. Основу монетарной политики определяют остатки на корреспондентских счетах банков в НБУ. Остатки на корреспондентских счетах формируются как результат деятельности банка и отображают текущую ликвидность. Важность данного фактора в том, что он является оценкой доступной ликвидности в банковской системе. Остатки влияют на ожидания участников рынка, которые, в свою очередь, формируют кривую стоимости доходностей. Каждый банк обязан учитывать стоимость ресурсов на денежном рынке в своей работе, чтобы оставаться прибыльным. Все факторы подсистемы монетарной политики связаны в замкнутый цикл, который может усиливать воздействие «плохих» возмущений или наоборот уменьшать. Поддержка данной подсистемы в стабильном состоянии очень важна. Управление монетарной политикой может происходить как на

глобальном уровне — через интервенции НБУ на денежном рынке, заимствований Министерства Финансов и фискальной политикой, которую проводит государство, так и от управления ликвидностью на уровне отдельного банка, например, через управления остатками на текущих счетах клиентов [1]. От того, насколько взаимосвязано работают рычаги управления на глобальном и/или локальном уровне зависит стоимость на денежном рынке и стабильность всей монетарной системы в текущей и отдаленной перспективах соответственно.

Подсистема образования курса национальной валюты по отношению к иностранным валютам, которая является следствием валютной политики, основывается на соотношении импорта и экспорта. Разница между импортом и экспортом образует сальдо текущего счета. Также в нашей стране существование взаимосвязи между импортом и экспортом происходит по причине того, что страна не по всем направлениям производит конечный товар. Счет текущих операций совместно со счетом капитала образуют платежный баланс, дефицит/профицит которого влияет на интервенции НБУ на валютном рынке. А они в свою очередь влияют на оценку золотовалютных резервов и на курс гривна/доллар, который воздействует на импорт/экспорт. Поэтому в подсистеме валютной политики образуется еще один цикл. Курс гривна/евро также влияет на импорт и экспорт, поскольку относительная стоимость импортированного и экспортированного товара оценивается через разницу в стоимости товаров внутри стран производителей и соотношении курсов в странах импортерах или экспортерах. Вследствие значительной импортозависимости нашей страны, импорт очень сильно влияет на индекс потребительских цен, который определяет инфляцию. В случае значительной девальвации, инфляция будет расти ускоренными темпами.

Фискальная политика формируется через четыре основных внутренних фактора: ВВП, инфляция, денежная масса и ожидания инвесторов, а также зависит от политики правительств других стран, и их центральных банков. Инфляция является тем фактором, на который в нашей стране влияет множество других факторов, но который имеет ограниченное давление, пока находится на стабильном уровне. В случае значительного ускорения роста цен на товары, инфляция становится тем фактором, который становится причиной изменения как монетарной, так и валютной политики из-за значительного влияния на ожидания инвесторов («внутренних» и «внешних»).

Основное влияние на состояние экономики, которое происходит через банки, представляет ликвидность банковской системы или остатки на корреспондентских счетах. Чем выше ликвидность, тем более гибкая стратегия банков в выдаче кредитов реальному сектору экономики. Выдача кредитов позволяет создать дополнительный импульс развитию реального сектора и, следовательно, экономике Украины. Остатки на корреспондентских счетах образуются как остатки от сформированных обязательств, которые являются источником фондирования после выдачи кредитов или вложения в другие активы. Чем выше свободные средства банков, тем слабее спекулятивные влияния и давление на ставки на денежном рынке. Ставки на рынке, в свою очередь, влияют на внутреннее ценообразование в банке (ставка фондирования), которое используется для контроля над прибыльностью банка и напрямую воздействует на стоимость привлечения и размещения ресурсов, образовывается очередная спираль.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящее время все разработанные математические модели, которые описывают динамику процессов финансовой инфраструктуры (инфляции, волатильности, курса валют, индекса потребительских цен, реальной процентной ставки) [2, 3, 4], представлены в дискретном времени с одним периодом квантования, то есть с однотемповой дискретизацией. Однако все координаты финансовой инфраструктуры невозможно измерить в дискретном времени с наименьшим периодом дискретизации, который выбирается для наиболее быстроизменяющейся координаты. При этом, медленноизменяемые координаты, например ВВП и счет движения капиталов, можно измерить (зафиксировать) только через период дискретизации равный одному кварталу.

Разные периоды дискретизации данных возникают также через недостаточную инфраструктуру обработки данных и неравномерного доступа к ним. Большие затраты во время сбора данных приводят к физической задержке в доступе к данным. Вследствие этого, разработка адекватных многомерных математических моделей динамических процессов финансовой инфраструктуры, которая выполняется на реальной выборке измерений координат в дискретные моменты времени, может быть только с разнотемповой дискретизацией. Поэтому в данной работе необходимо выполнить:

- анализ динамических каналов финансовой инфраструктуры Украины;
- определение взаимосвязей многомерных финансовых процессов;
- выделение выходных управляемых координат, управляющих и возмущающих воздействий указанных процессов;
- определение периодов дискретизации при измерении и формировании координат процессов;
- систематизацию математических моделей динамики многомерных финансовых процессов с разнотемповой дискретизацией.

**Цель работы** — анализ финансовой инфраструктуры Украины и темпов дискретизации координат с последующей разработкой моделей с разнотемповой дискретизацией.

## СТРУКТУРНАЯ СХЕМА ДИНАМИЧЕСКИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ ПРОЦЕССОВ ФИНАНСОВОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ С РАЗНОТЕМПОВОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИЕЙ

В составе финансовой инфраструктуры Украины, структурная схема, которая представлена на рис. 1, можно выделить следующие процессы с одной выходной и многими входными координатами:

- оценка индекса потребительских цен (уровня инфляции);
- формулирование стоимости курса гривна/доллар на межбанковском валютном рынке Украины;
- формулирование ресурсной базы банка (остатков денег клиентов на текущих счетах);
- сведение платежного баланса Украины (счет движения капиталов);

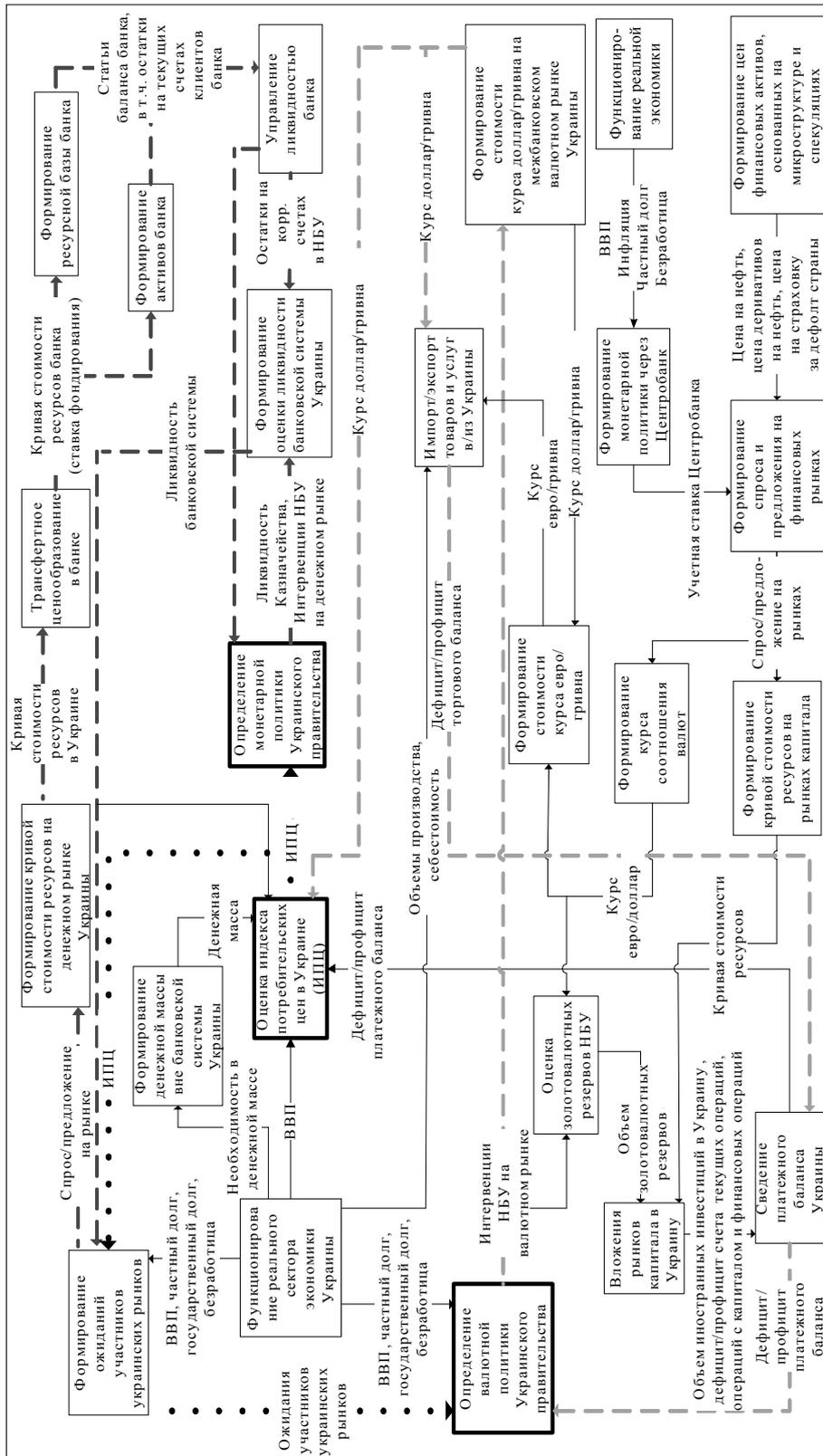


Рис. 1. Структурная схема финансовой инфраструктуры Украины

- формирование денежной массы вне банковской системы Украины;
- оценка золотовалютных резервов НБУ;
  - формулирование курса соотношения валют евро/доллар;
  - оценка функционирования реального сектора экономики Украины;
  - формулирование ожиданий участников украинских рынков.

Для указанных процессов можно выделить следующие группы переменных (изменяющихся координат):

- выходные управляемые координаты;
- управляющие воздействия;
- возмущающие воздействия.

### АНАЛИЗ ПЕРИОДОВ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ И ФОРМИРОВАНИИ КООРДИНАТ ПРОЦЕССОВ ФИНАНСОВОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ

При разработке реальных математических моделей динамических процессов финансовой инфраструктуры Украины необходимо для каждой координаты установить период дискретизации, через который можно сформировать выборку данной координаты в дискретные моменты времени на основе измерения или формирования их в процессе обработки информации. Естественно наименьший период дискретизации, через который выполняется фиксация наиболее быстроизменяющихся координат, равняется одному дню.

При составлении многих координат информация формируется один раз в месяц, то есть период дискретизации равняется 30 дней. Наиболее обобщенные координаты, например, валовый внутренний продукт, можно определить только через период дискретизации, равный одному кварталу, то есть один раз в 3 месяца, или 92 дня, что в 92 раза реже, чем наиболее быстроизменяющиеся координаты.

В таблицах 1, 2, 3 выполнена систематизация выходных управляемых координат, управляющих воздействий и возмущений для процессов финансовой инфраструктуры и определены реальные периоды дискретизации для указанных координат (переменных), через которые производится выборка (измерение) их значений в дискретные моменты времени.

**Таблица 1.** Выходные и управляемые координаты (переменные)

№	Наименование и описание переменной	Обозначение переменной	Период дискретизации
1	Остатки на корреспондентских счетах в банках для выполнения нормы обязательного резервирования и выполнения платежей	$y_1 \left[ \left[ \frac{k}{m_1} \right] h_1 \right]$	30 дней
2	Курс гривна/доллар	$y_2 (kh_2)$	1 день; 10 дней (для модели)
3	Инфляция (индекс потребительских цен)	$y_3 \left[ \left[ \frac{k}{m_1} \right] h_1 \right]$	30 дней
4	Курс евро/доллар	$y_4 (kT_1)$	1 день; 5 дней (для модели)

Продолжение табл. 1

5	Счет движения капиталов (сведения платежного баланса страны, выражающий соотношение вывоза и ввоза государственных и частных капиталов, полученных и предоставленных кредитов)	$y_5 \left[ \begin{matrix} k \\ m_1 \end{matrix} \right] h_1$	30 дней
6	Золотовалютные резервы (высоликвидные активы, представленные в виде иностранной валюты или ценных бумаг, которые номинированы в иностранной валюте, и золоте, которые находятся под контролем НБУ и могут быть использованы для финансирования дефицита платежного баланса)	$y_6 \left[ \begin{matrix} k \\ m_1 \end{matrix} \right] h_1$	30 дней

Таблица 2. Управляющие воздействия

№	Наименование и описание переменной	Обозначение переменной	Период дискретизации
1	Ставка фондирования ресурсов внутри банка для перераспределения рисков между подразделениями банка	$u_1 \left[ \begin{matrix} k \\ m_1 \end{matrix} \right] h_1$	Переменный период
2	Процентные ставки на гривну на межбанковском рынке	$u_2(kh_2),$ $u_3 \left[ \begin{matrix} k \\ m_1 \end{matrix} \right] h_1$	1 день; 10 и 30 дней (для моделей)
3	Процентная ставка на ценные бумаги, которую инвестор получает, вкладывая деньги в ценные бумаги Минфина Украины сроком к погашению свыше одного года	$u_4 \left[ \begin{matrix} k \\ m_1 \end{matrix} \right] h_1$	30 дней
4	Политика Центрального банка, которая проводится для поддержания устойчивости экономики страны на макро- и микроуровне	—	Переменный период
5	Фискальная или монетарная политика правительства	—	Переменный период
6	Ставки Федеральной Резервной Системы США	$u_5(kT_1)$	Переменный период; 5 дней (для модели)
7	Ставка рефинансирования Европы	$u_6(kT_1)$	Переменный период; 5 дней (для модели)

Таблица 3. Возмущающие воздействия

№	Наименование и описание переменной	Обозначение переменной	Период дискретизации
1	Ставка на гривну на межбанковском рынке на 1 месяц	$\varepsilon_1(kT_0)$	1 день; 15 дней (для модели)
2	Ставка на гривну на межбанковском рынке сроком 3 месяца	$\varepsilon_2(kT_0)$	1 день; 15 дней (для модели)
3	Процентная ставка на ценные бумаги Казначейства США сроком 1 год	$\nu_1(kh_2)$ $\varphi_7(kT_0)$	1 день; 10 и 15 дней (для моделей)

Продолжение табл. 3

4	Общий размер внешних заимствований	$v_2 \left[ \left[ \frac{k}{m_2} \right] h_1 \right]$ $\varphi_4 \left[ \left[ \frac{k}{m_2} \right] h_1 \right]$	30 дней
5	Импорт товаров	$v_3 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$	90 дней
6	Экспорт услуг	$v_4 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$	90 дней
7	Импорт услуг	$v_5 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$	90 дней
8	Счет текущих операций	$v_6 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$	90 дней
9	Счет операций с капиталом и финансовых операций	$v_7 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$ $\varphi_2 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$	90 дней
10	Нетто между экспортом и импортом услуг	$\varphi_1 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$	90 дней
11	Валовый внутренний продукт (рыночная стоимость всех конечных товаров и услуг, произведенных за год во всех отраслях экономики)	$\varphi_3 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$	90 дней
12	Минимальный курс гривна/доллар на протяжении месяца	$\varphi_5 \left[ \left[ \frac{k}{m_1} \right] h_1 \right]$	30 дней
13	Максимальный курс гривны/доллар на протяжении месяца	$\varphi_6 \left[ \left[ \frac{k}{m_1} \right] h_1 \right]$	30 дней
14	Индекс MICEX на нефть и газ	$\zeta_1(kT_1)$	1 день; 5 дней (для модели)
15	Индекс Чикагской биржи на опционы на нефть	$\zeta_2(kT_1)$	1 день; 5 дней (для модели)
16	Процентная ставка по пятилетним облигациям на ценные бумаги Казначейства США	$\zeta_3(kT_1)$	1 день; 5 дней (для модели)
17	Процентная ставка по пятилетним облигациям на ценные бумаги по долгу стран Евросоюза	$\zeta_4(kT_1)$	1 день; 5 дней (для модели)
18	Индекс Блумберга по цене газа и нефти в США	$\zeta_5(kT_1)$	1 день; 5 дней (для модели)
19	Спотовые цены на сырую нефть в Европе	$\zeta_6(kT_1)$	1 день; 5 дней (для модели)
20	Стоимость страховки на дефолт по компаниям США	$\zeta_7(kT_1)$	1 день; 5 дней (для модели)

Продолжение табл. 3

21	Стоимость страховки на дефолт по компаниям Евросоюза	$\zeta_8(kT_1)$	1 день; 5 дней (для модели)
22	Безработица в Европе	$\zeta_9\left[\left[\frac{k}{m_4}\right]h_1\right]$	30 дней
23	Безработица в США	$\zeta_{10}\left[\left[\frac{k}{m_4}\right]h_1\right]$	30 дней
24	Инфляция в США за исключением продуктов и нефти	$\zeta_{11}\left[\left[\frac{k}{m_4}\right]h_1\right]$	30 дней
25	Спекулятивные влияния, которые возникают на рынке из-за присутствия человеческого фактора и сложной финансовой инфраструктуры	—	Переменный период дискретизации

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ФИНАНСОВОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ С РАЗНОТЕМПОВОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИЕЙ КООРДИНАТ

#### Математическая модель динамики остатков на текущих счетах клиентов банка

Разработка этой модели с однотемповой дискретизацией описана в [1]. Структурная схема динамического процесса остатков на текущих счетах клиентов приведена на рис. 2, где  $\varepsilon_1(kT_0)$  — первое возмущение, определяющее ставку на межбанковском рынке сроком 1 месяц, период квантования  $T_0 = 7$  дней;  $\varepsilon_2(kT_0)$  — второе возмущение, определяющее ставку на межбанковском рынке сроком 3 месяца. Данные возмущения являются выходными координатами процесса «Формирование кривой стоимости ресурсов на денежном рынке Украины» согласно обобщенной схеме рис. 1.

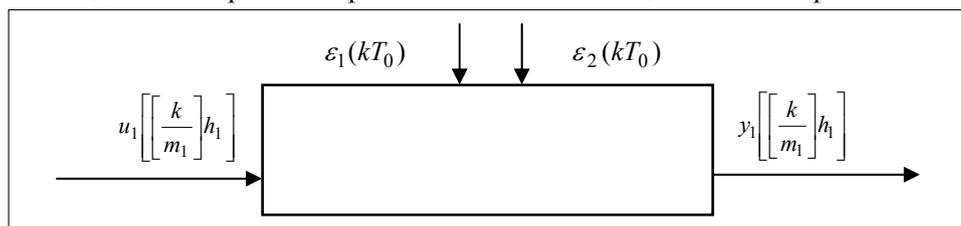


Рис. 2. Схема динамического процесса остатков на текущих счетах клиентов банка

Выходная координата  $y_1\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right]$  определяет остатки на текущих счетах клиентов банка с периодом квантования  $h_1 = 30$  дней. При этом,  $\left[\frac{k}{m_1}\right]$  — целое число от деления номера дискретного отсчета возмущения  $k$  на коэффициент  $m_1 = 3$ .

В качестве управляющего воздействия  $u_1 \left[ \left[ \frac{k}{m_1} \right] h_1 \right]$  выбрана ставка фондирования ресурсов внутри банка.

Математическая модель разработана в виде уравнения ARMAX (1, 2, 3) с разнотемповой дискретизацией и запаздыванием по возмущению:

$$\begin{aligned}
 y_1 \left[ \left[ \frac{k}{m_1} \right] h_1 \right] &= a_1 y_1 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_1} \right] - 1 \right) h_1 \right] + b_1 u_1 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_1} \right] - 1 \right) h_1 \right] + \\
 &+ b_2 u_1 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_1} \right] - 2 \right) h_1 \right] + c_1 \varepsilon_1 [(k-1)T_0] + c_2 \varepsilon_1 [(k-3)T_0] + \\
 &+ c_3 \varepsilon_1 [(k-5)T_0] + r_1 \varepsilon_2 (kT_0) + r_2 \varepsilon_2 [(k-4)T_0] + r_3 \varepsilon_2 [(k-5)T_0], \quad (1)
 \end{aligned}$$

где коэффициенты равняются:  $a_1 = 0,83$ ;  $b_1 = 7,85$ ;  $b_2 = -5,94$ ;  $c_1 = -53,7$ ;  $c_2 = -12,74$ ;  $c_3 = -17,99$ ;  $r_1 = 49,56$ ;  $r_2 = -17,15$ ;  $r_3 = 53,15$ .

В работе [1] разработан алгоритм минимизации обобщенной дисперсии выходной координаты  $y_1$  и управляющего воздействия  $u_1$  на основе модели (1), который позволяет минимизировать риски ликвидности.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ КУРСА ГРИВНА/ДОЛЛАР

Разработка и описание этой модели приведены в работе [5]. Структурная схема динамики соотношения гривна/доллар имеет вид согласно рис. 3, где  $y_2(kh_2)$  — максимальный курс гривна/доллар в дискретные моменты времени  $kh_2$  с периодом квантования  $h_2 = 10$  дней;  $u_2(kh_2)$  — управляющее воздействие, которое формируется на межбанковском рынке как ставка на гривну сроком овернайт.

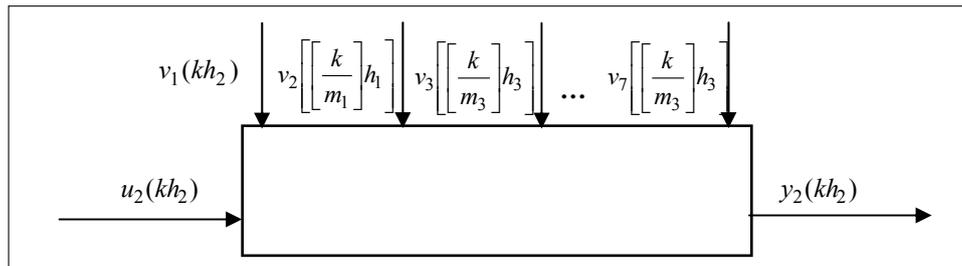


Рис. 3. Схема динамического процесса соотношения курса валют гривна и доллар

На выходную координату воздействуют следующие возмущения:  $v_1(kh_2)$  — процентная ставка на ценные бумаги Казначейства США сроком 1 год;  $v_2 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$  — общий размер внешних заимствований с периодом квантования  $h_3 = 90$  дней при  $m_3 = 9$ ;  $v_3 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_1 \right]$  — размер импорта това-

ров с периодом квантования  $h_1 = 30$  дней при  $m_1 = 3$ ;  $v_4 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$  — экспорт услуг с периодом квантования  $h_3 = 90$  дней при  $m_3 = 9$ ;  $v_5 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$  — импорт услуг;  $v_6 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$  — счет текущих операций;  $v_7 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$  — счет операций с капиталом и финансовых операций.

Математическая модель курса гривна/доллар разработана в виде уравнения ARMAX с запаздываниями по возмущениям  $v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7$  и описана в работе [5]:

$$\begin{aligned}
 y_2(kh_2) = & \alpha_1 y_2[(k-1)h_2] + \alpha_2 y_2[(k-9)h_2] + \beta_0 u(kh_2) + \beta_1 u[(k-1)h_2] + \\
 & + \phi_0 v_1(kh_2) + \chi_1 v_2 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_3} \right] - 1 \right) h_3 \right] + \pi_1 v_3 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_1} \right] - 1 \right) h_1 \right] + \sigma_1 v_4 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_3} \right] - 1 \right) h_3 \right] + \\
 & + \rho_1 v_5 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_3} \right] - 1 \right) h_3 \right] + \tau_1 v_6 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_3} \right] - 1 \right) h_3 \right] + \psi_1 v_7 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_3} \right] - 1 \right) h_3 \right], \quad (2)
 \end{aligned}$$

где коэффициенты равняются:  $\alpha_1 = 0,55033$ ;  $\alpha_2 = 0,17794$ ;  $\beta_0 = 0,0868$ ;  $\beta_1 = 0,05046$ ;  $\phi_0 = -0,38$ ;  $\chi_1 = -0,000198$ ;  $\pi_1 = 0,000065$ ;  $\sigma_1 = -0,00000163$ ;  $\rho_1 = 0,00000094$ ;  $\tau_1 = -0,000147$ ;  $\psi_1 = -0,0000359$ . При этом  $h_2 = \frac{1}{3}$  месяца = 10 дней — базовый период дискретизации.

В модели (2) было использовано значительно больше возмущений, чем изображено на структурной схеме динамических взаимосвязей (рис. 1), на которой показано в качестве возмущения «Интервенции НБУ на валютном рынке». Это возмущение необходимо оценивать, так как объем интервенций НБУ публикуется раз в месяц.

В работе [5] разработан алгоритм минимизации обобщенной дисперсии выходной координаты  $y_2$  и управляющего воздействия  $u_2$  на основе модели (2), который обеспечивает стабилизацию курса гривна/доллар в условиях воздействия возмущений  $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7$  с разнотемповой дискретизацией.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ИНДЕКСА ПОТРЕБИТЕЛЬСКИХ ЦЕН (ИПЦ)

Разработка этой модели описана в [6]. На рис. 4 представлена структурная схема ИПЦ, где  $y_3 \left[ \left[ \frac{k}{m_1} \right] h_1 \right]$  — индекс потребительских цен в дискретные моменты времени с периодом дискретизации  $h_1 = 30$  дней при  $m_1 = 2$ ; базо-

вый период  $T_0 = \frac{1}{2}$  месяца = 15 дней;  $\left[ \frac{k}{m_1} \right]$  — целое число от деления номера дискретного отсчета возмущения  $k$  на коэффициент  $m_1$ . В качестве управляющих воздействий выбраны  $u_3 \left[ \left[ \frac{k}{m_1} \right] h_1 \right]$  — процентная ставка на межбанковском рынке на гривну сроком овернайт, а также  $u_4 \left[ \left[ \frac{k}{m_1} \right] h_1 \right]$  — процентная ставка на внутренние ценные бумаги министерства финансов сроком 3 года.

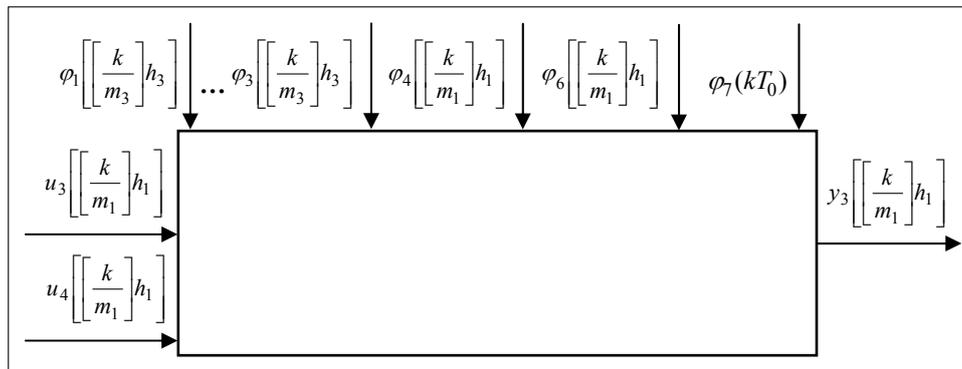


Рис. 4. Схема динамического процесса индекса потребительских цен

На индекс потребительских цен воздействуют следующие входные возмущения:  $\varphi_1 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$  — нетто между экспортом и импортом услуг в дискретные моменты времени с периодом дискретизации = 90 дней при  $m_3 = 6$ ;  $\varphi_2 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$  — счет операций с капиталом и финансовых операций;  $\varphi_3 \left[ \left[ \frac{k}{m_3} \right] h_3 \right]$  — валовый внутренний продукт Украины;  $\varphi_4 \left[ \left[ \frac{k}{m_1} \right] h_1 \right]$  — объем внешних инвестиций в Украину;  $\varphi_5 \left[ \left[ \frac{k}{m_1} \right] h_1 \right]$  — минимальный курс гривна/доллар на протяжении месяца;  $\varphi_6 \left[ \left[ \frac{k}{m_1} \right] h_1 \right]$  — максимальный курс гривна/доллар на протяжении месяца;  $\varphi_7(kT_0)$  — процентная ставка на ценные бумаги Казначейства США в дискретные моменты времени с периодом дискретизации  $T_0 = \frac{1}{2}$  месяца.

Математическая модель индекса потребительских цен разработана в виде уравнения ARMAX с разнотемповой дискретизацией с запаздыва-

ниями по возмущениям на один соответствующий период дискретизации и описана в [6]:

$$\begin{aligned}
 y_3 \left[ \left[ \frac{k}{m_1} \right] h_1 \right] = & l_1 y_3 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_1} \right] - 1 \right) h_1 \right] + l_2 y_3 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_1} \right] - 2 \right) h_1 \right] + l_3 y_3 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_1} \right] - 3 \right) h_1 \right] + \\
 & + g_0 u_3 \left[ \left[ \frac{k}{m_1} \right] h_1 \right] + g_1 u_4 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_1} \right] - 1 \right) h_1 \right] + p_1 \varphi_1 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_3} \right] - 1 \right) h_3 \right] + \\
 & + p_2 \varphi_2 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_3} \right] - 1 \right) h_3 \right] + p_3 \varphi_3 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_3} \right] - 1 \right) h_3 \right] + p_4 \varphi_4 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_1} \right] - 1 \right) h_1 \right] + \\
 & + p_5 \varphi_5 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_1} \right] - 1 \right) h_1 \right] + p_6 \varphi_6 \left[ \left[ \frac{k}{m_1} \right] h_1 \right] + p_7' \varphi_7 (kT_0) + p_7'' \varphi_7 [(k-1)T_0], \quad (3)
 \end{aligned}$$

где коэффициенты равняются:  $l_1 = 1,417225$ ;  $l_2 = -1,10376$ ;  $l_3 = 0,298$ ;  $g_0 = 0,587058$ ;  $g_1 = 0,202557$ ;  $p_1 = -7,63$ ;  $p_2 = -0,00109$ ;  $p_3 = -3,76$ ;  $p_4 = 0,001329$ ;  $p_5 = -1,412745$ ;  $p_6 = 0,88417$ ;  $p_7' = 3,903509$ ;  $p_7'' = -3,609543$ .

На динамический процесс индекса потребительских цен, согласно структурной схемы на рис. 1, действует возмущение «Дефицит/профицит платежного баланса», который измеряется раз в квартал. Поэтому в модели (3) его влияние заменено возмущениями  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_4$ , которые являются измеримыми и аппроксимируют значение необходимого возмущения.

В работе [6] разработан алгоритм минимизации обобщенной дисперсии выходной координаты  $y_3$  и управляющих воздействий  $u_3$ ,  $u_4$  на основе модели (3), который обеспечивает стабилизацию инфляции при воздействии возмущений  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$ ,  $\varphi_4$ ,  $\varphi_5$ ,  $\varphi_6$ ,  $\varphi_7$  с разнотемповой дискретизацией.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ КУРСА ЕВРО/ДОЛЛАР

На рис. 5 представлена структурная схема динамического процесса курса евро/доллар, где  $y_4(kT_1)$  — курс евро/доллар в дискретные моменты времени с периодом дискретизации  $T_1 = 5$  дней. В качестве управляющих воздействий выбраны  $u_5(kT_1)$  — ставка Федеральной резервной системы США и  $u_6(kT_1)$  — ставка рефинансирования Евросоюза.

На курс евро/доллар воздействуют следующие входные возмущения:  $\zeta_1(kT_1)$  — индекс MICEX на нефть и газ;  $\zeta_2(kT_1)$  — индекс Чикагской биржи на опционы по нефти;  $\zeta_3(kT_1)$  — процентные ставки по пятилетним облигациям на ценные бумаги Казначейства США;  $\zeta_4(kT_1)$  — процентные ставки по пятилетним облигациям на ценные бумаги по долгу стран Евросоюза;  $\zeta_5(kT_1)$  — индекс Блумберга по цене газа и нефти в США;  $\zeta_6(kT_1)$  — спотовые цены на сырую нефть в Европе;  $\zeta_7(kT_1)$  — стоимость страховки на дефолт по компаниям США;  $\zeta_8(kT_1)$  — стоимость страховки на дефолт по

компаниям Евросоюза;  $\zeta_9 \left[ \left[ \frac{k}{m_4} \right] h_1 \right]$  — безработица в Евросоюзе в дискретные моменты времени с периодом дискретизации = 30 дней, при  $m_4 = 5$  дней коэффициент = 6;  $\zeta_{10} \left[ \left[ \frac{k}{m_4} \right] h_1 \right]$  — безработица в США;  $\zeta_{11} \left[ \left[ \frac{k}{m_4} \right] h_1 \right]$  — инфляция за исключением продуктов и нефти в США.

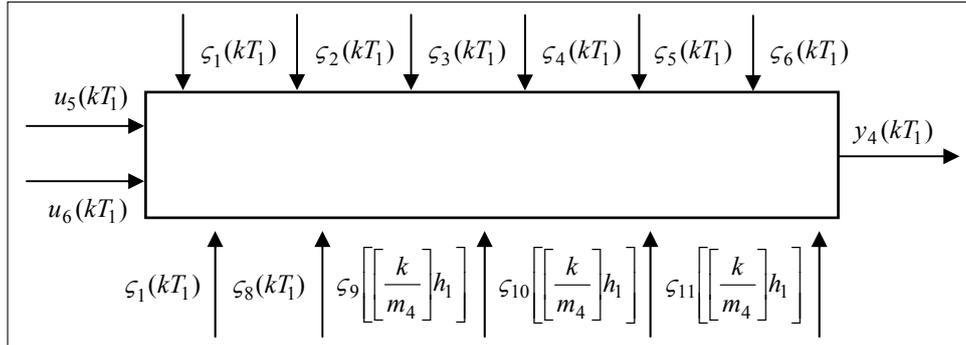


Рис. 5. Схема динамического процесса соотношения курса валют евро и доллар

Математическая модель курса евро/доллар разработана в виде уравнения ARMAX с разнотемповой дискретизацией с различными запаздываниями по возмущениям  $\zeta_1, \zeta_3, \zeta_4, \zeta_5, \zeta_6, \zeta_8, \zeta_9, \zeta_{10}$  и по управляемому воздействию  $u_1$ . Описание и исследование модели приведено в работе [7]:

$$\begin{aligned}
 y_4(kT_1) = & f_1 y_4[(k-1)T_1] + f_2 y_4[(k-4)T_1] + \\
 & + q'_1 u_5[(k-3)T_1] + q''_1 u_5[(k-4)T_1] + q'''_1 u_5[(k-5)T_1] + \\
 & + q'_2 u_6(kT_1) + q''_2 u_6[(k-12)T_1] + \\
 & + s'_1 \zeta_1[(k-5)T_1] + s''_1 \zeta_1[(k-6)T_1] + \\
 & + s'_2 \zeta_2(kT_1) + s''_2 \zeta_2[(k-1)T_1] + s'''_2 \zeta_2[(k-6)T_1] + \\
 & + s'_3 \zeta_3[(k-4)T_1] + s''_3 \zeta_3[(k-11)T_1] + \\
 & + s'_4 \zeta_4[(k-1)T_1] + s''_4 \zeta_4[(k-4)T_1] + s'''_4 \zeta_4[(k-11)T_1] + \\
 & + s'_5 \zeta_5[(k-1)T_1] + s''_5 \zeta_5[(k-6)T_1] + \\
 & + s'_6 \zeta_6[(k-2)T_1] + s''_6 \zeta_6[(k-4)T_1] + \\
 & + s'_7 \zeta_7(kT_1) + s''_7 \zeta_7[(k-1)T_1] + s'''_7 \zeta_7[(k-8)T_1] + \\
 & + s''''_7 \zeta_7[(k-9)T_1] + s''''''_7 \zeta_7[(k-10)T_1] + s''''''''_7 \zeta_7[(k-12)T_1] + s_8 \zeta_8[(k-2)T_1] + \\
 & + s_9 \zeta_9 \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_4} \right] - 2 \right) h_1 \right] + s_{10} \zeta_{10} \left[ \left( \left[ \frac{k}{m_4} \right] - 3 \right) h_1 \right] + s_{11} \zeta_{11} \left[ \left[ \frac{k}{m_4} \right] h_1 \right], \quad (4)
 \end{aligned}$$

где коэффициенты равняются:  $f_1 = 0,635996$ ;  $f_2 = -0,422$ ;  $q'_1 = 0,101566$ ;  $q''_1 = 0,176261$ ;  $q'''_1 = -0,147312$ ;  $q'_2 = 0,047511$ ;  $q''_2 = -0,067314$ ;  $s'_1 = 4,09 e^{-5}$ ;  $s''_1 = -3,71 e^{-5}$ ;  $s'_2 = 0,000283$ ;  $s''_2 = -0,00073$ ;  $s'''_2 = 0,001135$ ;  $s'_3 = -0,098859$ ;  $s''_3 = 0,04268$ ;  $s'_4 = -0,029926$ ;  $s''_4 = 0,099423$ ;  $s'''_4 = -0,052262$ ;  $s'_5 = 0,001472$ ;  $s''_5 = -0,003295$ ;  $s'_6 = 0,000605$ ;  $s''_6 = 0,000754$ ;  $s'_7 = -0,0001147$ ;  $s''_7 = 8,83 e^{-5}$ ;  $s'''_7 = 0,000116$ ;  $s''''_7 = -9,86 e^{-5}$ ;  $s''''''_7 = 0,000115$ ;  $s''''''''_7 = 0,000176$ ;  $s_8 = -0,00442$ ;  $s_9 = -0,07931$ ;  $s_{10} = 0,065725$ ;  $s_{11} = -0,065676$ .

На динамический процесс «Формирование курса соотношения валют», согласно структурной схемы рис. 1, воздействует обобщенное возмущение «спрос/предложение на рынках». Это возмущение является неизмеримым. Поэтому в модели (4) используются возмущения  $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \zeta_5, \zeta_6, \zeta_7, \zeta_8, \zeta_9, \zeta_{10}, \zeta_{11}$ , которые раскрывают обобщенное возмущение.

### СВОДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОДЕЛЕЙ

В таблице 4 сведены основные характеристики моделей, которые показывают качество их описание реальных динамических процессов и адекватность результатов.

**Таблица 4.** Качественные показатели оценки моделей

Показатель	Модель № 1	Модель № 2	Модель № 3	Модель № 4
Коэффициент детерминации $R^2$	0,967	0,897	0,9988	0,995
Скорректированный $R^2$	0,93	0,783	0,9971	0,99
Средняя ошибка к среднему значению в процентах	5%	1%	0,24%	0,4%
Статистика Дурбина-Ватсона	2,53	2,77	2,9	2,6
Коэффициент максимального правдоподобия	-290,32	63,4	3,37	251,67
Коэффициент Шварца	37,85	-1,54	1,56	-6,16
Количество коэффициентов с нарушением 5% порога на проверку равенства нулю (значение нарушений)	3 (9,17%; 15,34%; 15,88%)	3 (5,5%; 13,9%; 18,9%)	3 (8%; 14,57%; 14,95%)	1 (10,16%)

### ВЫВОДЫ

В статье была представлена структурная схема финансовой инфраструктуры Украины и ее зависимость от финансовой инфраструктуры мировой экономики. Также определены характерные периоды дискретизации для входных и выходных координат, управляющих воздействий и представлена аргументация, почему они не могут измеряться согласно наименьшего периода дискретизации по координатам модели. На основе структурной схемы показаны четыре модели динамических финансовых процессов с разнотемповой дис-

кретизацией и проанализированы с точки зрения математических показателей качества оценки моделей. Для каждой из них приведены схемы, которые показали структуру модели в разрезе входящих и исходящих координат, управляющий воздействием.

Качество оценки моделей находится на разных уровнях: самая лучшая модель показала коэффициент детерминации  $R^2$  равный 0,9988, в то время как худшая — 0,897, хотя средняя относительная ошибка для первой из этих моделей составляла 0,24%, в то время как для второй — 1%. Наихудшая модель согласно средней относительной ошибки показала ошибку в размере 5%, но коэффициент детерминации  $R^2$  равнялся 0,967. Таким образом 96,7% динамики процесса было учтено в модели.

В табл. 1 приведены важные выходные координаты, но в рамках статьи были рассмотрены модели только по четырем из них. В дальнейшем планируется разработать также модели по остальным выходным координатам, модели которых не были рассмотрены в этой статье.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Романенко В.Д., Реутов О.А. Моделювання та оптимальне управління залишками на поточних рахунках клієнтів банку // Економіко-математичне моделювання соціально-економічних систем. Зб. наукових праць. Вип. 16. — К.: Міжнародний науково-навчальний центр інформаційних технологій та систем НАН України та МОН України, 2011. — С. 378–398.
2. Бідюк П.І., Меньяйленко О.С., Половцев О.В. Методи прогнозування. Том. 1. — Луганськ «Альма-матер», 2008. — 301 с.
3. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. — М.: Финансы и статистика, 2003. — 414 с.
4. Бідюк П.І. Системний підхід до прогнозування на основі моделей часових рядів // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2003. — № 3. — С. 88–110.
5. Романенко В.Д., Реутов О.А. Прийняття оптимальних рішень щодо стабілізації курсу гривня/долар на основі математичних моделей з різнотемповою дискретизацією // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2011. — № 6 — С. 67–73.
6. Романенко В.Д., Реутов О.А. Моделювання та оптимальне прийняття рішень для підтримання стабільності індексу споживчих цін // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 23–34.
7. Романенко В.Д., Реутов О.А. Прийняття оптимальних рішень щодо стабілізації курсу євро/долар на основі математичних моделей з різнотемповою дискретизацією // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2011. — № 6 — С. 67–73.

Поступила 22.10.2012