

**ХАРАКТЕР СВЯЗАНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМЫ  
ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ  
ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ**

**А.Б. КАЧИНСКИЙ, Н.В. АГАРКОВА**

Рассмотрено применение методов структурного анализа систем для исследования функционирования системы безопасности гидротехнических сооружений (ГТС). С помощью  $Q$ -анализа представлены основные принципы построения модели связанности системы обеспечения безопасности ГТС на примере двух множеств: множества угроз и множества мер по предупреждению разрушения ГТС. Исследована связанность элементов данной системы. Рассчитаны числовые значения эксцентриситетов,  $p$ -дыр и проанализированы степени сложности комплекса элементов системы безопасности. Принимая во внимание системный характер безопасности, сделан вывод, что элементы двух множеств системы безопасности ГТС — множества угроз и множества мер по предупреждению разрушения ГТС — взаимосвязаны и составляют основу системы обеспечения их безопасности.

**ВВЕДЕНИЕ**

В настоящее время математические методы теории систем широко используются во всех областях науки и техники. Особенно актуальны они при исследовании объектов критической инфраструктуры.

Установлено, что причинами разрушения гидротехнических сооружений (ГТС) могут быть как природные явления, так и антропогенные факторы [1]. Ежегодно в мире по разным причинам на плотинах происходит более 3000 аварий, зачастую с весомым материальным ущербом и гибелью людей. Наряду со стихийными и антропогенными, человеческий фактор также может быть причиной повреждений хозяйственных объектов, в т.ч. и ГТС. Также непосредственными причинами повреждений и нарушений могут быть случайные отклонения от расчетных значений, ошибки в прогнозах и расчетах при проектировании, строительстве и эксплуатации сооружений, а также расчетные ситуации, вызванные со спонтанными явлениями природы и умышленными или неумышленными действиями человека [2].

**Цель работы** — математическое описание связанности элементов системы обеспечения безопасности ГТС с помощью теории алгебраической топологии ( $Q$ -анализ). Метод оценки структурной связности, базирующийся на математическом аппарате  $Q$ -анализа, способен в значительной степени ускорить решение указанной выше задачи [3].

## АНАЛИЗ СВЯЗАННОСТИ СИСТЕМЫ БЕЗОПАСНОСТИ ГТС

Для систем безопасности ГТС важно количественно определить, силу связи между элементами, поскольку это влияет на степень взаимодействия между ними. Очевидно, что с исчезновением структурной связанности исчезает и сама система.

Принимая во внимание системный характер безопасности, можно сделать предположение, что элементы двух множеств системы безопасности ГТС  $\Sigma$  — множества угроз и множества мер по предотвращению разрушения ГТС, которые взаимосвязаны и составляют основу системы обеспечения их безопасности.

Зададим отношение  $\lambda$  между двумя множествами элементов системы безопасности ГТС  $Y$  и  $X$  как подмножество декартового произведения  $X \times Y$ , где  $\lambda \subset Y \times X$ . Здесь  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_{17}\}$  — множество угроз разрушения ГТС, где:

$X_1$  — землетрясения и «возбужденная сейсмичность»;

$X_2$  — оползни;

$X_3$  — обвалы (в водохранилища массивов неустойчивых горных пород);

$X_4$  — сели;

$X_5$  — снежные лавины;

$X_6$  — ураганы;

$X_7$  — снегопады;

$X_8$  — ливни;

$X_9$  — наводнения;

$X_{10}$  — смерчи;

$X_{11}$  — тайфуны, штормы;

$X_{12}$  — волны прорыва в нижних бьефах поврежденных ГТС;

$X_{13}$  — отказы в работе затворных механизмов управления ГТС;

$X_{14}$  — человеческий фактор (непрофессионализм, некомпетентность и безответственность);

$X_{15}$  — военные действия;

$X_{16}$  — террористические акты;

$X_{17}$  — изменения климата и глобальное потепление.

$Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_{12}\}$  — множество механизмов (мер по предупреждению разрушения ГТС), направленных на ликвидацию соответствующих угроз и их предотвращение, где:

$Y_1$  — разработка современных методов оперативного прогнозирования геодинамических, геофизических и атмосферных процессов;

$Y_2$  — устранение недостатков гидрологического и инженерно-геологического обоснования проектов;

$Y_3$  — оповещение центральных и региональных органов власти о возможных угрозах;

$Y_4$  — установление сейсмостойкого технологического оборудования;

$Y_5$  — соблюдение строительных норм и правил эксплуатации сооружений;

$Y_6$  — разработка сценариев гипотетических аварий и расчет их последствий (оценка риска);

$Y_7$  — повышение надежности работы механизмов управления затворами водосборов;

$Y_8$  — систематический просмотр расчетных параметров стока (водосборных расходов);

$Y_9$  — систематическое осуществление инженерно-геологических работ, связанных с укреплением берегов и массивов неустойчивых горных пород;

$Y_{10}$  — заключение Международной конвенции об охране напорных ГТС;

$Y_{11}$  — совершенствование нормативно-правовой базы относительно культуры безопасности на ГТС;

$Y_{12}$  — усиление охраны гидросооружений.

Таким образом, множество механизмов безопасности  $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_{12}\}$  связано отношением  $\lambda$  с множеством угроз  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_{17}\}$ , если на вопрос «Способен ли данный механизм  $Y_i$  повлиять на предотвращение или нейтрализацию возникшей угрозы  $X_j$ ?», для каждой пары целых чисел  $(i, j)$ , где  $i = 1, 2, \dots, 12$ ,  $j = 1, 2, \dots, 17$ , можно дать однозначный ответ. Тогда пара  $(Y_i, X_k) \in \lambda$  и элемент безопасности  $Y_i$  находится в отношении  $\lambda$  к  $X_k$ , где  $\lambda_{ij} = 1$  в случае положительного ответа на вопрос и  $\lambda_{ij} = 0$  — отрицательного ответа.

Отношение между множествами элементов системы безопасности ГТС можно представить с помощью матрицы инцидентности безопасности  $\Delta = (\lambda_{ik})$ , где  $\lambda_{ik} = 1$ , если  $(Y_i, X_k) \in \lambda$ , и  $\lambda_{ik} = 0$ , если  $(Y_i, X_k) \notin \lambda$  (таблица).

**Таблица.** Матрица инцидентности системы безопасности ГТС  $\Delta$

Множества	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$	$X_{11}$	$X_{12}$	$X_{13}$	$X_{14}$	$X_{15}$	$X_{16}$	$X_{17}$
$Y_1$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1
$Y_2$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
$Y_3$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0
$Y_4$	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$Y_5$	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
$Y_6$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1
$Y_7$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0
$Y_8$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
$Y_9$	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$Y_{10}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
$Y_{11}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
$Y_{12}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Отношение  $\lambda$  порождает симплициальный комплекс, который обозначается как  $K_Y(X; \lambda)$ , где, с геометрической точки зрения, элементы множества  $Y$  рассматриваются как вершины, а элементы множества  $X$  — как симплексы. Комплекс  $K_Y(X; \lambda)$  определяется как [4]:

1.  $K_Y(X; \lambda)$  есть множество симплексов  $\{\sigma_p; p = 0, 1, \dots, N\}$  (т.е. граней).

2. Каждый симплекс  $\sigma_p \in K$  однозначно определяется некоторым подмножеством из  $(p+1)$  разных  $X_k$ , если для него существует по крайней мере одно  $Y_n \in Y$ , такое, что  $(Y_n, X_k) \in \lambda$  для каждого из  $(p+1)$  значений  $i$  (т.е. вершин).

3. Симплекс  $\sigma_i^0$  отождествляется с  $X_k$ , для любого  $i = 1, \dots, n$  ( $n$  — число элементов множества  $X$ ).

4. Каждое подмножество симплекса  $\sigma_p$ , которое определяется его  $q+1$  вершиной ( $q < p$ ), называется  $q$ -гранью симплекса  $\sigma_p$  и образует  $\sigma_q \in K$  ( $\sigma_q < \sigma_p$ ).

5. Каждое подмножество симплекса  $\sigma_p$ , которое определяется его  $q+1$  вершиной ( $q < p$ ), называется  $q$ -гранью симплекса  $\sigma_p$  и образует  $\sigma_q \in K$  ( $\sigma_q < \sigma_p$ ).

Число  $N$  из пункта 1 называется *размерностью* комплекса  $K$  и записывается как  $\dim K$  и означает максимальную размерность для любых  $\sigma_p \in K$ . Множество  $X$  также называется *множеством вершин* комплекса  $K_Y(X; \lambda)$ . Заметим также, что согласно п. 2, каждый симплекс  $\sigma_p \in K$  соответствует хотя бы одному  $Y_n \in Y$ . Симплициальный комплекс  $K_Y(X; \lambda)$  образован множеством симплексов, связанных между собой общими гранями, т.е. общими вершинами. Отметим, что  $n$ -симплекс состоит из  $n+1$  вершин и его размерность на единицу меньше числа вершин.

Аналогично, если  $Y$  является множеством вершин, то  $\lambda^{-1}$  есть связный комплекс, в котором  $X_k$  — симплексы. Отношение  $\lambda^{-1}$  между  $X$  и  $Y$  существует тогда и только тогда, когда между  $y_i$  и  $x_j$  существует отношение  $\lambda$ .

Заметим, что в данном случае матрицей инцидентности для  $\lambda^{-1}$  есть матрица  $\Delta^T$ , которую можно получить с помощью операции транспонирования  $\Delta$ .

Вообще,  $p$ -симплекс  $\sigma_p$  представляется выпуклым многогранником с вершинами в евклидовом пространстве  $E^p$ , а комплекс  $K_Y(X; \lambda)$  — совокупностью таких многогранников в евклидовом пространстве  $E^\alpha$  соответствующей размерности. Поскольку размерность  $\alpha$  не превышает сумму размерностей всех симплексов из  $K_Y(X; \lambda)$  и много симплексов имеют общие грани, то размерность  $\alpha$  на самом деле будет меньше.

Геометрической реализации комплекса можно достичь в евклидовом пространстве  $E^H$ , если  $K$  не имеет  $r$ -симплексов ( $r \geq 3$ ).

### Q-АНАЛИЗ СИСТЕМЫ БЕЗОПАСНОСТИ ГТС

Понятие  $q$ -связи может быть определено следующим образом [4].

Считается, что заданная пара симплексов  $\sigma_p, \sigma_r \in K$  связана цепью, когда существует конечная последовательность симплексов  $\sigma_{a_1}, \sigma_{a_2}, \dots, \sigma_{a_h}$ , таких что:

1.  $\sigma_{a_1}$  — грань симплекса  $\sigma_p$ ;
2.  $\sigma_{a_h}$  — грань симплекса  $\sigma_r$ ;
3.  $\sigma_{a_i}$  и  $\sigma_{a_{i+1}}$  — отделены общей гранью, например,  $\sigma_{\beta_i}$  для  $i = 1, \dots, (h-1)$ .

Будем считать, что эта цепь связи является  $q$ -связью, если  $q$  наименьшее из целых чисел

$$\{a_1, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{h-1}, a_h\}.$$

Алгоритм нахождения значений  $q$  для общих граней всех пар симплексов системы безопасности ГТС в  $K$  и алгоритм получения значений  $Q_q$  использует матрицу инцидентности  $\Delta$ , которая определяет  $K$ .

Очевидно, если множества  $Y$  и  $X$  состоят из  $m$  и  $n$  элементов соответственно, то матрица  $\Delta$  будет матрицей размерности  $(m \times n)$  и будет состоять из нулей и единиц. Произведение  $\Delta \Delta^T$  — число, которое стоит на месте  $(i, j)$ . Это скалярное произведение строк  $i$  и  $j$  матрицы  $\Delta$ , которое равно числу единиц, находящихся на одних и тех же местах в строках  $i$  и  $j$  матрицы  $\Delta$  и соответствует значению  $(q+1)$ , где  $q$  — размерность общей грани симплексов  $\sigma_p$  и  $\sigma_r$ , заданных строками  $i$  и  $j$ .

Таким образом, суть алгоритма следующая: для нахождения  $q$ -общих граней всех пар  $Y$ -симплексов в  $K_Y(X; \lambda)$  необходимо [4]:

1. Составить матрицу  $\Delta \Delta^T$  размером  $(m \times m)$ .
2. Оценить  $\Delta \Delta^T - \Omega$ , где  $\Omega = (\omega_{ij})$ , а  $\omega_{ij} = 1$  для  $i, j = 1, 2, \dots, m$ .

Целые числа на диагонали являются размерностями симплексов  $Y$ , а  $Q$ -анализ осуществляется проверкой других комбинаций столбцов и строк.

Выполняя  $q$ -анализ, получили следующие значения связности.

- Для комплекса  $K_Y(X; \lambda)$   $\dim K_X = 7$ , поскольку  $X_{12}$  — симплекс максимальной размерности 7 и

- при  $q = 7$ ,  $Q_7 = 1$ , а именно  $\{X_{12}\}$ ;
- при  $q = 6$ ,  $Q_6 = 1$ , а именно  $\{X_1, X_2\}$ ;
- при  $q = 5$ ,  $Q_5 = 1$ , а именно  $\{X_1, X_2, X_3, X_{12}\}$ ;

при  $q = 4$ ,  $Q_4 = 1$ , а именно  $\{X_3, X_9, X_{10}, X_{12}\}$ ;

при  $q = 3$ ,  $Q_3 = 4$ , а именно  $\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}\}$ ;  $\{X_{15}\}$ ;  $\{X_{16}\}$  и  $\{X_{17}\}$ ;

при  $q = 1$ ,  $Q_1 = 2$ , а именно

$\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{14}, X_{16}, X_{17}\}$  и  $\{X_{13}\}$ .

• Для комплекса  $K_X(Y; \lambda^{-1})$  имеем  $\dim K_Y = 13$ , поскольку,  $Y_3$  и  $Y_6$  — симплексы размерности 13 и

при  $q = 13$ ,  $Q_{13} = 2$ , а именно  $\{Y_3\}$ ,  $\{Y_6\}$ ;

при  $q = 12$ ,  $Q_{12} = 1$ , а именно  $\{Y_1, Y_6, Y_3\}$ ;

при  $q = 11$ ,  $Q_{11} = 1$ , а именно  $\{Y_2, Y_3, Y_6\}$ ;

при  $q = 4$ ,  $Q_4 = 1$ , а именно  $\{Y_7\}$ ;

при  $q = 3$ ,  $Q_3 = 2$ , а именно  $\{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_6, Y_9\}$ , и  $\{Y_5\}$ ;

при  $q = 1$ ,  $Q_1 = 3$ , а именно  $\{Y_1, Y_6, Y_8\}$ ,  $\{Y_3, Y_{10}, Y_{12}\}$  и  $\{Y_{11}\}$ .

Структурный вектор отношения механизмов системы безопасности ГТС имеет вид

$$Q_{\text{мех}} = \{0; 3; 0; 2; 1; 0; 0; 0; 0; 0; 1; 1; 2\},$$

а для отношения угроз структурный вектор имеет вид

$$Q_{\text{угр}} = \{0; 2; 0; 4; 1; 1; 1\}.$$

С помощью этих структурных векторов можно получить и сравнить меру (числовое значение) сложности комплексов отношений. Для этого необходимо воспользоваться формулой [3]:

$$\phi(K) = \frac{2 \left[ \sum_{i=0}^N (i+1) Q_i \right]}{(N+1)(N+2)},$$

где  $N = \dim K$  — размерность комплекса  $K$ ;  $Q_i$  —  $i$ -тая компонента структурного вектора  $Q$ , полученного с помощью  $Q$ -анализа.

Для нашего случая,  $\phi_{\text{мех}} = 0,55$ , а  $\phi_{\text{угр}} = 1,28$ , что свидетельствует о большей «сложности» угроз системе безопасности ГТС. Заметим, что такое определение сложности охватывает только статическую сложность системы безопасности [5].

Поскольку индивидуальные свойства симплексов могут иметь важное значение для решения поставленной задачи, необходимо определить степень интегрированности каждого отдельного симплекса в структуре всего комплекса системы безопасности ГТС. Для этого введем понятие эксцентриситета, которое отражает степень изоляции симплексов друг от друга. Это понятие отражает как относительную важность данного симплекса для комплекса в целом (через его размерность), так и его значимость как связующего звена (через максимальное число его вершин, что принадлежат также любому другому симплексу). Иными словами, эксцентриситет позво-

ляет увидеть и оценить, насколько «плотно» каждый симплекс вложен в комплекс.

Эксцентриситет симплекса определяется следующей формулой, которая отражает степень изоляции симплексов друг от друга [3]:

$$\text{Есс}(\sigma) = \frac{\hat{q} - \check{q}}{\check{q} + 1},$$

где верхнее значение  $q$  для  $P_i$ , т. е.  $\hat{q} = \dim P_i$  в  $K$ . Нижнее значение  $q$  для  $P_i$ , т. е.  $\check{q}$  равно наибольшему значению  $q$ , при котором  $P_i$  становится связанным с любым отдельным  $P_j$ .

Расчитанные значения эксцентриситетов для многомерных симплексов комплекса множества угроз разрушения ГТС также дают возможность определить их важность. Наиболее влиятельными среди них оказались: *волны прорыва в нижних бьефах поврежденных ГТС* (0,33); *террористические акты* (1,0); *изменения климата и глобальное потепление* (1,0).

Расчеты эксцентриситетов множества механизмов (мер по предупреждению разрушения ГТС) показали, что среди них наибольшую величину имеют: *оповещение центральных и региональных органов власти о возможных угрозах* (0,077); *разработка сценариев гипотетических аварий и расчет их последствий (оценка риска)* (0,077).

Используя результаты Q-анализа и численные значения элементов, основанные на количественных оценках их эксцентриситетов, можно определить отношения системы обеспечения безопасности ГТС по сферам национальной безопасности.

## ОЦЕНКА СИСТЕМЫ БЕЗОПАСНОСТИ ГТС ПО СФЕРАМ НАЦИОНАЛЬНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Согласно Закону Украины «Об основах национальной безопасности» выделяются следующие сферы национальной безопасности: внешнеполитическая; сфера государственной безопасности; военная сфера и сфера безопасности государственной границы Украины; внутривнутриполитическая; экономическая; социальная и гуманитарная; научно-технологическая; экологическая; информационная [6].

Множество угроз и механизмов в системе безопасности ГТС отражает все сферы национальной безопасности, исключая внутривнутриполитическую.

В структуре системы безопасности ГТС отношение между множеством угроз и множеством механизмов безопасности, определяет направленность на предотвращение угроз и ликвидацию их последствий. По результатам Q-анализа были рассчитаны относительные значения множества угроз разрушения ГТС и элементов множества механизмов предупреждения разрушения ГТС, основанные на количественных оценках их эксцентриситетов.

Как уже отмечалось, индивидуальные свойства симплексов имеют важное значение для решения проблем безопасности, где мерой интегрированности каждого отдельного симплекса в структуре всех комплексов системы безопасности является эксцентриситет. Понятие эксцентриситета

отражает относительную важность данного симплекса для комплекса безопасности в целом. Поэтому не удивительно, что угрозы экологической сферы составляют почти 40% от общин угроз национальной безопасности Украины (рис. 1).

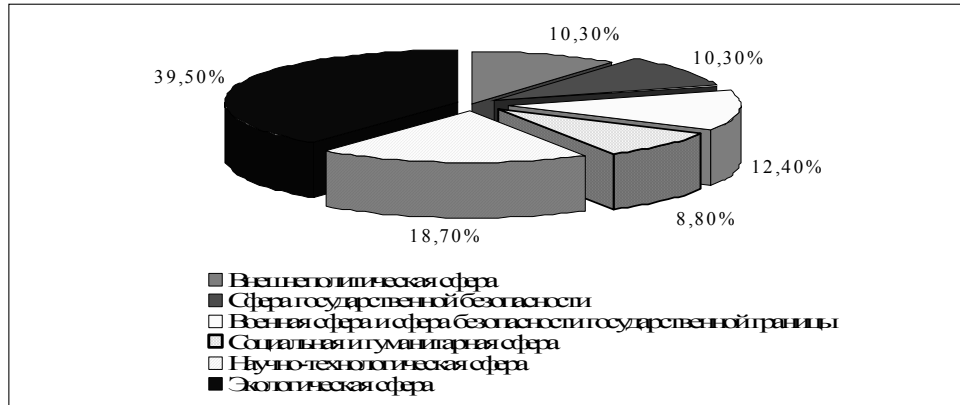


Рис. 1. Распределение множества угроз системы безопасности ГТС по сферам национальной безопасности Украины

При этом необходимо учесть, что 18,7% угроз системы безопасности ГТС относятся к научно-технологической сфере. Этот показатель свидетельствует о том, что сейчас невозможно построить надежную систему безопасности без знаний фундаментальных научных законов влияния негативных факторов на систему безопасности ГТС, а также человека. Только учитывая законы и придерживаясь основных строительных норм, можно заранее спрогнозировать изменения состояния системы и предвидеть нежелательные последствия таких изменений или заблаговременно предотвратить их.

Важным направлением деятельности в сфере обеспечения безопасности системы ГТС должно быть предотвращение угроз военной и государственной безопасности — 12,4%. Потенциальной угрозой безопасности системы ГТС и государственной безопасности в целом может стать терроризм [7, 8].

Внешнеполитической сфере и сфере государственной безопасности принадлежит по 10,3% всех угроз системы безопасности ГТС. Негативные последствия антропогенного воздействия на экологию в глобальном масштабе приводят к экологическому кризису. Его проявлением являются изменения, угрожающие жизни человека и негативно влияющие на развитие общества, генетический фонд, энергетическую, минерально-сырьевую и продовольственную безопасность, демографические процессы, чистоту окружающей среды [9]. Для Украины среди угроз, связанных с глобальными негативными явлениями, основными являются глобальное потепление, трансграничное загрязнение и истощение озонового слоя [10].

На социальную и гуманитарную сферу приходится 8,8% угроз системе безопасности ГТС. Они уже существенно сказываются на здоровье населения, качестве жизни и демографической ситуации в государстве в целом.

Для множества механизмов системы безопасности ГТС (рис. 2) наиболее влиятельной является научно-технологическая сфера (эксцентриситет равен 38,6%).



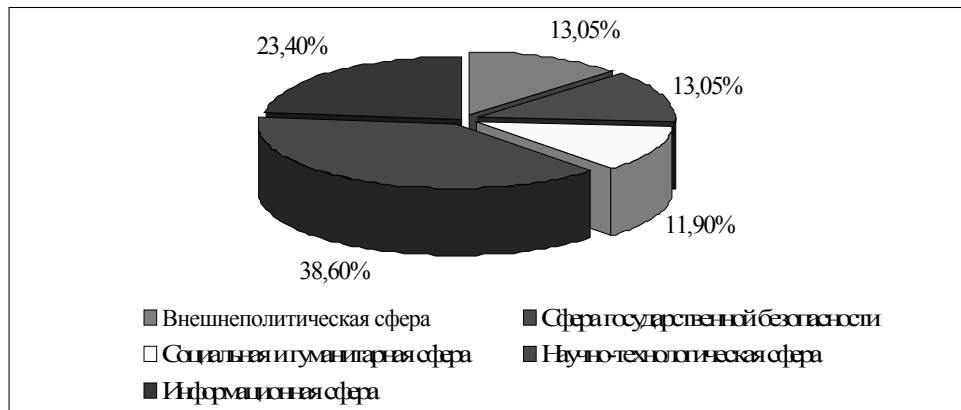


Рис. 2. Распределение элементов множества механизмов (мер по предотвращению разрушения ГТС) по сферам национальной безопасности Украины

Для функционирования системы безопасности ГТС важное место отведено информационной сфере (23,4%), и, прежде всего, своевременному предупреждению населения о возможных угрозах и стихийных бедствиях. Гарантирование права граждан Украины на свободный доступ к экологической информации должен стать главным правом, без которого ни один гражданин не сможет защищать свои экологические права.

На территории Украины находится значительное количество ГТС, которые могут стать мишенями для диверсий и террористических актов и других преступных действий, что может иметь опасные социальные и экономические последствия для государства и его национальной безопасности. Учитывая, что в настоящее время отсутствует надежная физическая защита на большей части потенциально опасных объектов, внешнеполитическая сфера и сфера государственной безопасности (по 13,05% соответственно) являются одними из приоритетных для механизмов системы безопасности ГТС.

Восприятие и понимание процессов природы и ее явлений требует учитывания и дальнейшего разработки социальных и гуманитарных сфер (11,9% от общего количества) для обеспечения механизмов системы безопасности ГТС. Они должны обеспечивать устойчивость сложных технических и социальных систем [8].

## ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СИСТЕМЫ БЕЗОПАСНОСТИ ГТС

$Q$ -анализ симплициального комплекса дает информацию о многомерных цепях связи симплексов, которые составляют комплекс  $K$ . Однако, особый интерес вызывает вопрос структуры, которая создается этими цепями. Можно представить себе комплекс  $K$  в виде воображаемого многомерного швейцарского сыра с цепями  $q$ -связей, что формируются его содержимым. В этом случае задача сводится к исследованию структуры дыр в таком сыре [5]. Изучение многомерных дыр в комплексе языком алгебраической топологии является прерогативой теории гомологий.

Границу любой цепи можно рассматривать как образ этой цепи относительно оператора  $\partial$ , задающего отображение  $\partial: C_p \rightarrow C_{p-1}$  для  $p = 1, \dots, n$ .

Назовем  $p$ -циклами те цепи  $c_p \in C_p$ , у которых границы исчезают (т.е.  $(\partial c_p) = 0$ ). Такие цепи образуют подгруппу группы  $C_p$ , обозначаемую символом  $Z_p$  и являющуюся ядром гомоморфизма  $\partial$ . Очевидно, что элементы  $B_p$ , или, что то же самое —  $\partial C_{p+1}$ , — циклы и, очевидно,  $B_p \subset Z_p$ . Фактически же  $B_p$  — подгруппа  $Z_p$ . Элементы  $B_p$  называются *граничными циклами* (они не являются циклами в обычном или тривиальном понимании). Те элементы  $Z_p$ , которые не принадлежат  $B_p$ , можно отождествлять с элементами фактор-группы  $Z_p/B_p$ . Фактор-группа  $Z_p/B_p$  называется  *$p$ -группой гомологий* и обозначается как

$$H_p = Z_p/B_p, \quad p = 0, 1, \dots, n.$$

Если учесть, что группа  $Z_p$  — это ядро гомоморфизма  $\partial (Z_p = \ker \partial)$ , то группу гомологий можно представить так:

$$H_p = \ker \partial / \text{im } \partial.$$

Число составляющих (число свободных составляющих  $H_p$ ) называют  $p$ -числом Бетти комплекса  $K$  и обозначают  $\beta_p$  [4].

В алгебраической топологии числа Бетти применяются для распознавания топологических пространств. Каждому пространству  $X$  соответствует определенная последовательность чисел Бетти. Первое число Бетти интуитивно представляет собой максимальное число разрезов этого пространства, которые можно сделать без увеличения числа компонентов связности. Число Бетти является натуральным числом. Для конечного пространства (например, конечного симплицеального комплекса), все числа Бетти конечны и, начиная с некоторого номера, равны нулю. Наличие  $p$ -дыр (и соответствующих чисел Бетти), очевидно, означает, что при определенных размерностях существует некоторый вид циркуляции между элементами соответствующих множеств [4].

С геометрической точки зрения, числа Бетти показывают количество сквозных (от края до края) разрезов, которое выдерживает фигура, не распадаясь на части, а сохраняя свою целостную структуру [11].

Рассмотрим отношения  $\lambda$  и  $\lambda^{-1}$  с гомологической точки зрения, проверив в них наличие нетривиальных граничных циклов.

Внутри комплекса  $K_Y(X; \lambda)$  для размерности  $q = 1$  имеем 3 симплекса  $\sigma_8, \sigma_{10}, \sigma_{12}$  и цепь  $\sigma_8 + \sigma_{10} - \sigma_{12}$ , которая есть граничным циклом комплекса. Поскольку она  $\partial(\sigma_8 + \sigma_{10} - \sigma_{12}) = 0$  и  $\beta_i = 1$  для  $i = 8, 10, 12$  и  $\beta_i = 0$  для  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11$ . Для размерности  $q = 3$  имеем 2 симплекса  $\sigma_4, \sigma_9$  и цепь  $\sigma_4 + \sigma_9$ , что есть граничным циклом и  $\beta_i = 1$  для  $i = 4, 9$  и  $\beta_i = 0$  для всех остальных  $i$ . Для размерности  $q = 11$  имеем 1 симплекс  $\sigma_2$  и для размерности  $q = 12$  имеем 1 симплекс  $\sigma_1$ , т. е.  $\beta_i = 0$  для всех остальных  $i$  (в общем виде  $i = 0, \overline{\dim K}$ ).

Внутри комплекса  $K_X(Y; \lambda^{-1})$  для размерности  $q=3$  имеем 5 симплексов  $\sigma_4, \sigma_5, \sigma_6, \sigma_7, \sigma_8$  и цепь  $\sigma_4 + \sigma_5 - \sigma_6 - \sigma_7 + \sigma_8$ , что есть граничным циклом комплекса и  $\beta_i = 1$  для  $i = 4, 5, 6, 7, 8$  и  $\beta_i = 0$  для  $i = 1, 2, 3, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17$ . Для размерности  $q=4$  имеем 2 симплекса  $\sigma_9, \sigma_{10}$  и цепь  $\sigma_9 + \sigma_{10}$ , которые есть граничным циклом.  $\beta_i = 1$  для  $i = 9, 10$  и  $\beta_i = 0$  для всех остальных  $i$ . Для размерности  $q=6$  имеем два симплекса  $\sigma_1, \sigma_2$  и цепь  $\sigma_1 - \sigma_2$ , которая есть граничным циклом и  $\beta_i = 1$  для  $i = 1, 2$ .  $\beta_i = 0$  для всех остальных  $i$ .

Для остальных симплексов не обнаружено цепей, которые могут претендовать на предельные циклы, поскольку там не существует больше двух симплексов одной размерности.

Внутри комплекса  $K_Y(X; \lambda)$  для размерности  $q=1$  имеем 3 симплекса  $\sigma_8, \sigma_{10}, \sigma_{12}$  и цепь  $\sigma_8 + \sigma_{10} - \sigma_{12}$ , которая есть граничным циклом комплекса и  $\beta_i = 1$  для  $i = 8, 10, 12$  и  $\beta_i = 0$  для  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11$ . Для размерности  $q=3$  имеем 2 симплекса  $\sigma_4, \sigma_9$  и цепь  $\sigma_4 + \sigma_9$ , что есть граничным циклом и  $\beta_i = 1$  для  $i = 4, 9$  и  $\beta_i = 0$  для всех остальных  $i$ . Для размерности  $q=11$  имеем 1 симплекс  $\sigma_2$  и для размерности  $q=12$  имеем 1 симплекс  $\sigma_1$ , т.е.  $\beta_i = 0$  для всех остальных  $i$  (в общем виде  $i = \overline{0, \dim K}$ ).

## ВЫВОДЫ

Математический аппарат  $Q$ -анализа позволяет осуществлять исследования топологических, информационных и функциональных свойств системы безопасности ГТС. На основе исследования структурной связности системы появляется возможность провести формальную оценку ее уровня функциональности, определяющую способность к поглощению внешних неблагоприятных факторов за счет внутренних ресурсов. Это позволит эффективно управлять процессом принятия решений, улучшит управление существующими слабыми связями и, таким образом, даст возможность принятия обоснованного варианта развития системы безопасности в перспективе.

Полученные в результате  $Q$ -анализа системы ГТС характеристики (структурные векторы, эксцентриситеты множеств системы, наличие и количество чисел Бетти) определяют реакцию нынешней системы ГТС на изменения условий существования и функционирования.

Приведенные выше расчеты свидетельствуют о том, что система безопасности ГТС имеет чрезвычайно высокий уровень комплексности. Для того, чтобы два симплекса из множества угроз или механизмов принадлежали одной  $q$ -связной компоненте комплекса  $K$ , необходимо наличие цепи промежуточных симплексов, связывающих их, т.е. самый «слабый» из них должен иметь размерность большую или равную  $q$ , а поскольку  $q$ -связность угроз меньше, чем механизмов их предотвращения, то это означает, что данную угрозу не сможет нейтрализовать определенный механизм предот-

вращения, а решение возникшей проблемы возможно путем системного сочетания мер по предупреждению разрушения ГТС.

Система безопасности ГТС должна разрабатываться и функционировать в соответствии с этими особенностями. Органы, уполномоченные управлять безопасностью ГТС должны быть готовы с помощью технических, экономических, нормативных и силовых механизмов к ликвидации ряда угроз, которые могут спровоцировать друг друга.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. *Малик Л.К.* Факторы риска повреждения гидротехнических сооружений. — М.: Наука, 2005. — 354 с.
2. *Носова О.Н., Александровская Э.К.* К вопросу контроля за надёжностью и безопасностью эксплуатируемых гидротехнических сооружений // *Метеорология и гидрология.* — 1999. — № 1. — С. 21–26.
3. *Atkin R.H.* Mathematical structure in human affairs. — London: Heinemann Educational Books, 1973. — 142 p.
4. *Кастри Дж.* Большие системы. Связность, сложность и катастрофы. — М.: Мир, 1982. — 216 с.
5. *Нечипоренко В.И.* Структурный анализ и методы построения надежных систем. — М., Сов. радио, 1968. — 255 с.
6. Закон України «Про основи національної безпеки України» // *Відомості Верховної Ради України.* — 2003. — № 39. — С. 351.
7. *Бек У.* Что такое глобализация? Ошибки глобализма — ответы на глобализацию. — М.: Прогресс-Традиция, 2001. — 304 с.
8. *Возженников А.В.* Национальная безопасность: теория, практика, стратегия. — М.: НПО «МОДУЛЬ», 2000. — 240 с.
9. *Управление риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика.* — М.: Наука, 2000. — 431 с.
10. *Горбулін В.П., Качинський А.Б.* Системно-концептуальні засади стратегії національної безпеки України. — К.: ДП «НВЦ «Євроатлантикінформ», 2007. — 592 с.
11. *Эткин Р.* Городская структура // *Математическое моделирование / Под ред. Дж. Эндрюса.* — М.: Мир, 1979. — С. 234–238.

*Поступила 03.12.2013*