

**ПОШУК ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ ДИНАМІКИ
АРТЕРІАЛЬНОГО ТИСКУ НА ОСНОВІ АПРОКСИМАЦІЇ
ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДАНИХ
ЗА КРИТЕРІЄМ ГЛАДКОСТІ**

Д.В. ГАНЧУКОВА, В.М. ПОДЛАДЧІКОВ

Щоб відтворити тенденції досліджуваного процесу, необхідно зменшити варіабельність вихідних даних, тобто згладити, провести більш плавну, гладку криву, яка має бути максимально близькою до експериментальних точок. Для підвищення ефективності апроксимації експериментальних даних запропоновано використовувати комплексний критерій, що включає мінімізацію середнього квадрата похибки апроксимації із застосуванням умов гладкості апроксимуючої кривої на основі аналізу її других похідних. Виконано порівняльний аналіз запропонованого підходу з методом рухомого середнього, широко застосовуваного для згладжування процесів в умовах апіорної невизначеності. Запропоновані методики застосовано для згладжування даних моніторингу артеріального тиску. Показано, що оптимальні згладжені залежності забезпечують достатню гладкість для виділення короткострокових коливань середнього артеріального тиску, виявлення стійких закономірностей їх динаміки, що має важливе значення для прогнозування функціонального стану людини.

ВСТУП

Окрім близькості до експериментальних даних природною вимогою до алгоритмів апроксимації є згладжування, очищення наявних даних від спотворювальних шумів. Тому, щоб відтворити тенденції досліджуваного процесу, необхідно зменшити варіабельність (скачкоподібність) вихідних даних, тобто згладити, провести більш плавну, гладку криву, яка повинна бути максимально близькою до експериментальних точок.

Дані спостережень, як правило, спотворені вимірювальними шумами. За високої флуктуації вимірювань можливості аналізу відновлюваних закономірностей процесу обмежені. У цих умовах на етапі попереднього аналізу доцільно використовувати процедуру згладжування експериментальних даних для зменшення впливу вимірюваних шумів, пошуку стійких закономірностей. Процедура згладжування уможливує наближення до істинного процесу, на основі якого приймаються рішення.

Методи оптимального згладжування найбільш ефективні з точки зору строгої теорії, але потребують виконання ряду умов для успішного застосування. Необхідним є передусім точний опис моделі процесу. Оптимальні точні методи оцінювання часто гублять практичну цінність через нестійкість до незначних змін умов функціонування фізичної системи, неадекватність математичної моделі фізичному процесу, велику розмірність та складність алгоритмів, що реалізуються. Тому одночасно з оптимальними методами оцінювання розвивалися робастні квазіоптимальні методи, які

принципово застосовуються незалежно від того, чи описано математично точно закономірності процесу, чи ні. Часто виявляється більш доцільним виконувати квазіоптимальне згладжування даних, застосовуючи вагові коефіцієнти досить простого виду аналогічно використанню квазіоптимальних операторів рухомого середнього, запропонованих Є. Слущким [3]. Ці методи не пов'язані з ризиком розбіжності результатів оцінювання, тобто зі зростанням похибок згладжування у процесі оброблення експериментальних даних. Тому часто на практиці не беруть до уваги припущення, за яких можна застосовувати робастні квазіоптимальні методи.

У цій роботі пропонується для підвищення ефективності апроксимації експериментальних даних використовувати комплексний критерій, що включає мінімізацію середнього квадрата похибки апроксимації із застосуванням умов гладкості апроксимуючої кривої на основі аналізу її других похідних [5]. Цей критерій, окрім близькості до експериментальних даних, ураховує вимогу до зменшення варіабельності вихідних даних.

Проводиться порівняльний аналіз запропонованого підходу з методом рухомого середнього [3], який широко застосовується для згладжування процесів в умовах апріорної невизначеності.

Запропонована методика застосовується для згладжування даних моніторингу артеріального тиску, дозволяє виявляти стійкі закономірності цього процесу.

ЗГЛАДЖУВАННЯ НА ОСНОВІ РУХОМОГО СЕРЕДНЬОГО

Рухома середня, рухоме середнє — загальна назва для сім'ї функцій, значення яких у кожній точці визначення дорівнюють середньому значенню вихідної функції за попередній період. Рухомі середні зазвичай використовуються з даними часових рядів для згладжування короткострокових коливань і виокремлення основних тенденцій та циклів. Математично рухоме середнє є одним з видів згортки, і тому його можна розглядати як фільтр низьких частот, що використовуються для оброблення сигналів.

Рухомі середні використовуються:

- у статистиці та економіці для згладжування числових рядів (передусім часових);
- у техніці для оброблення сигналів, аналізу систем;
- у технічному аналізі як самостійний технічний індикатор або у складі інших інструментів.

У загальному випадку зважені рухомі середні обчислюють за формулою

$$WWM A_t = \sum_{i=0}^{n-1} w_{t-i} p_{t-i} , \quad (1)$$

де $WWM A_t$ — значення зваженої рухомої середньої в точці t ; n — кількість значень вихідної функції для розрахунку рухомої середньої; w_{t-i} — нормо-

вана вага (ваговий коефіцієнт) $t-i$ -го значення вихідної функції; p_{t-i} — значення вихідної функції в момент часу, віддалений від поточного на i інтервалів.

Нормування вагових коефіцієнтів означає, що

$$\sum_{t=0}^{n-1} w_{t-i} = 1.$$

Формулу (1) з довільними значеннями вагових коефіцієнтів можна переписати у вигляді

$$WMA_t = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} w_{t-i} p_{t-i}}{\sum_{i=0}^{n-1} w_{t-i}}, \quad (2)$$

де WMA_t — значення зваженої рухомої середньої в точці t ; n — кількість значень вихідної функції для розрахунку рухомої середньої; w_{t-i} — вага (ваговий коефіцієнт).

Вагові коефіцієнти у формулах (1) і (2) співвідносяться як

$$w_{t-i} = \frac{W_{t-i}}{\sum_{i=0}^{n-1} W_{t-i}}.$$

Часто як вагу використовують або формулу (1) (для простого рухомого середнього — SMA), або формальні ряди, наприклад, арифметичну прогресію (WMA) або експоненціальну функцію (EMA). Але як ваговий коефіцієнт може бути також значення зв'язаного часового ряду. Наприклад, для зважування біржових цін за обсягами угоди (VMA) p_{t-i} слід розглядати ціну угоди за інструментом, а $W_{t-i} = V_{t-i}$ — обсяг у момент часу $t-i$:

$$VMA_t = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} V_{t-i} p_{t-i}}{\sum_{i=0}^{n-1} V_{t-i}}.$$

ЗГЛАДЖУВАННЯ НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ДРУГИХ ПОХІДНИХ

Нехай p_i — значення деякої функції, яку необхідно згладити, і заданої на множині рівновіддалених точок: $i = \overline{1, N}$; g_i — значення згладженої функції, які необхідно визначити; $x_i = p_i - g_i$ — різниця між вихідною та згладженою функціями, що визначає відхилення вихідної функції від згладженої; $\Delta_i = g_{i+1} - g_i$, $i = \overline{1, N-1}$ — перша різниця згладженої функції; $\delta_i = \Delta_i^2 = \Delta_{i+1} - \Delta_i = g_{i+2} - 2g_{i+1} + g_i$, $i = \overline{1, N-2}$ — друга різниця згладженої функції.

Щоб згладжена функція була досить гладкою і мало відрізнялась від згладжуваної функції, необхідно шукати такі значення g_i , які мінімізують функціонал:

$$J = \rho \sum_i x_i^2 + \sum_j \delta_j, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, N-2},$$

де ρ — коефіцієнт згладжування. За великих значень ρ шукана функція проходить поблизу вихідної функції, а за малих ρ більше від неї відхиляється, але стає більш гладкою;

$$J = \rho \sum_i (p_i - g_i)^2 + \sum_j (g_j - 2g_{j+1} + g_{j+2})^2, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, N-2}. \quad (3)$$

Перший доданок у формулі (3) визначає внесок у критерій вимогу близькості згладженої кривої до експериментальних даних. Другий доданок враховує вимогу до її гладкості. Коефіцієнт ρ визначає чутливість апроксимуючої кривої до вимоги її близькості до вимірювань. Значення цього коефіцієнта потрібно обрати, виходячи з цілей та умови задачі. Зі збільшенням ρ згладжена крива наближається до вихідних даних. У разі зменшення ρ процедура згладжування послаблює шуми, згладжена крива, навпаки, віддаляється, але стає більш гладкою.

Якщо обчислити похідні виразу (3) за g_i ($i = 1, \dots, N$) і дорівняти похідні до нуля, то отримаємо систему N нормальних рівнянь з N невідомими, які у векторно-матричній формі записують таким чином:

$$AG = \rho P. \quad (4)$$

Тут A — п'ятидіагональна стрічкова матриця розмірності $N \times N$, яка має вигляд:

$$A = \begin{bmatrix} 1+\rho & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -2 & 5+\rho & -4 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -4 & 6+\rho & -4 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 1 & -4 & 6+\rho & -4 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -4 & 5+\rho & -2 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & -2 & 1+\rho \end{bmatrix};$$

$G = [g_1 \ g_2 \ \dots \ g_N]^T$ — N -вимірний вектор згладжених значень;

$P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_N]^T$ — N -вимірний вектор, компонентами якого є вихідні вимірювання.

Система рівнянь (4) є системою лінійних рівнянь з п'ятидіагональною стрічковою матрицею. Таким чином, алгоритм згладжування зводиться до знаходження розв'язку цієї системи.

Якщо розв'язати рівняння (4) відносно невідомого вектора G , то буде знайдено набір згладжених значень:

$$G = \rho A^{-1} P.$$

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

Аналіз закономірностей процесу зміни артеріального тиску в сучасних умовах стає одним із вирішальних елементів організації досліджень діагностики та лікування серцево-судинної системи, оскільки значущість прийнятих рішень більшою мірою визначається їх майбутніми наслідками. Виявлення цих закономірностей є визначальним фактором для його прогнозування. Добре відомо, що артеріальний тиск здорової людини характеризується значними змінами протягом доби, що пов'язано з рухливою та психічною активністю, а також з біологічною дією природних, техногенних та геомагнітних електромагнітних полів на людський організм. Інші закономірності не такі очевидні і для їх виявлення необхідно проводити спеціальні дослідження, нагромаджувати велику кількість інформації.

Одноразове та однодобове вимірювання тиску не є діагностичним тестом, яке може використовуватися для визначення закономірностей його зміни та порушення функціонування організму людини, профілактики та лікування захворювань, зумовлених артеріальною гіпертензією та перспективами її лікування. З метою теоретичного вивчення загальних закономірностей та відмінностей рівнів синхронізації ритмів показників серцево-судинної системи категорій більш молодих та більш похилих досліджуваних Російським університетом дружби народів проводився тривалий семидобовий 24-годинний моніторинг артеріального тиску. Реєстрація артеріального тиску була проведена за допомогою амбулаторного автоматичного апарата TM2421 (A&D Co., Японія). Пристрій налаштовували так, щоб знімати дані з 30-хвилинними інтервалами з 6:00 до 22:00, та з 60-хвилинними інтервалами з 22:00 до 6:00. Під час проведення експерименту спостерігалися відхилення від режиму вимірювань, хоча в середньому заданий режим роботи виконувався.

Середній артеріальний тиск

$$MAP = \frac{SBP + 2DBP}{3},$$

де *SBP* — систолічний тиск, *DBP* — диастолічний тиск.

Дані вимірювань середнього артеріального тиску чотирьох піддослідних, двох молодих чоловіків 24-х та 32-х років, чоловіка 54-х та жінки 57-ми років подано на рис. 1.

Аналіз даних вимірювань *MAP* (рис. 1) показує наявність значної флуктуаційної складової, що залежить від вікової групи досліджуваних. Утім у зміні *MAP* проявляється регулярна добова відтворюваність варіації артеріального тиску. Максимум значень амплітуди досягається у період від 10-ї до 17-ї години дня. Причому, як видно з рис. 1, у денний час спостерігається два максимуми артеріального тиску. Мінімум спостерігається від 3-ї до 7-ї години ранку. Для старшої вікової групи характерна висока варіабельність, скачкоподібність зміни *MAP*, зумовлена здебільшого наявністю непередбачуваних збоїв, порушень процесів регуляції організму, що істотно деформують досліджуваний процес.

На рис. 2 подано дані вимірювань середнього артеріального тиску (пунктирна крива) та згладжені на основі принципу рухомого середнього значення для одного з досліджуваних 24-річного пацієнта (суцільна крива)

за різної кількості значень вихідної функції для розрахунку рухомої середньої $n = 3$, $n = 9$ та $n = 21$.

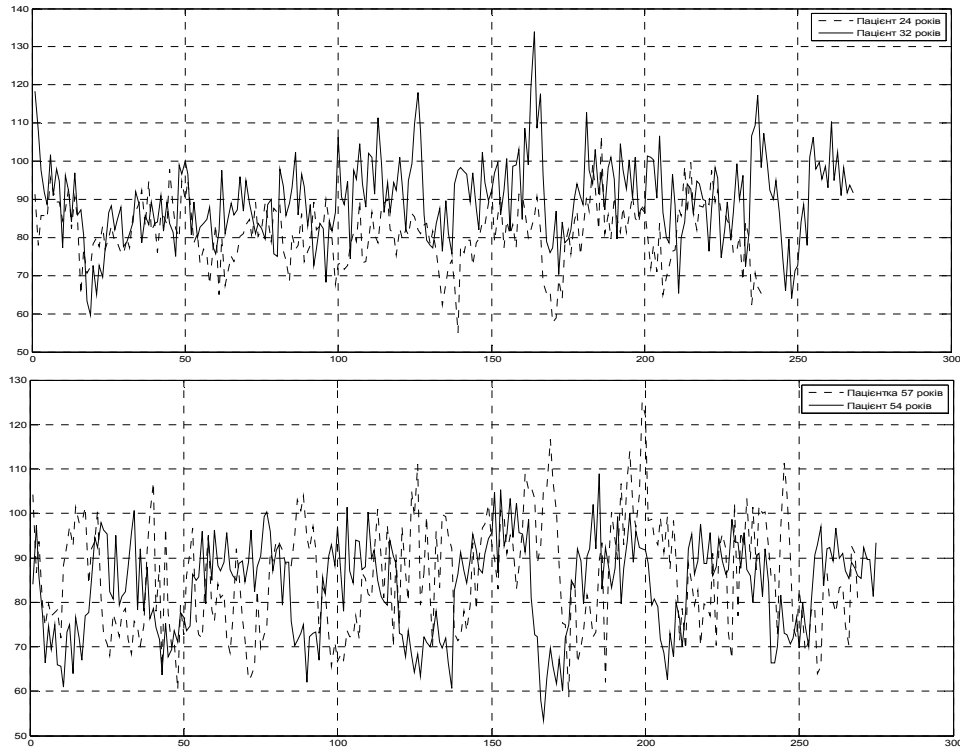


Рис. 1. Виміряні значення MAP для пацієнтів різного віку

Зі збільшенням точок для згладжування крива, що згладжена рухомих середнім, стає більш гладкою і більш явно виявляє добову відтворюваність варіації артеріального тиску, проте більше відхиляється від вимірюваних значень.

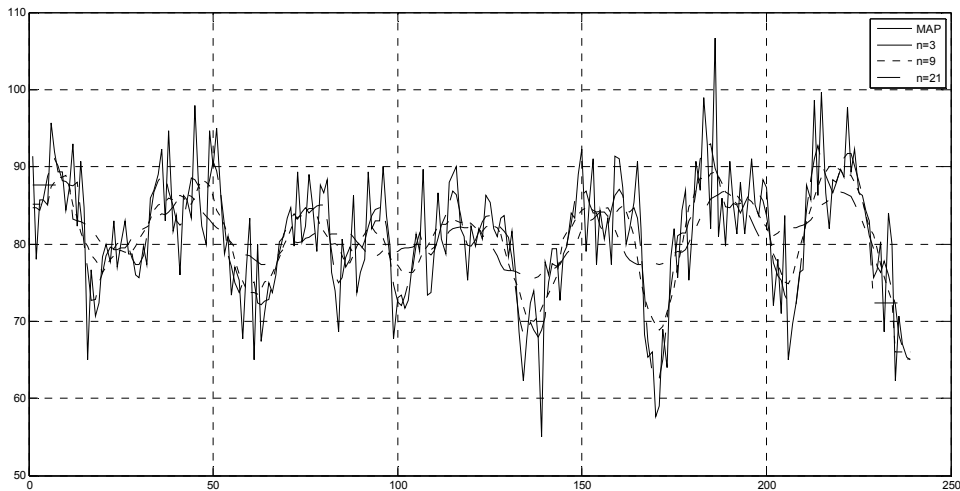


Рис. 2. Результати згладжування даних вимірювань пацієнта віком 24 роки

Апроксимуючі циклічні криві можна умовно поділити на інтервали зростання (фаза зростання) та спадання (спадна фаза) та інтервали варіацій

максимальних значень близько 15-ї години та мінімальних о 3-й годині ранку. Методичні помилки згладжування поточного значення *MAP* збільшуються зі зростанням нестабільності зміни швидкості у фазі підвищення або спадній фазі.

У всіх випадках отримані таким чином оцінки можна розглядати як характеристики середнього значення *MAP* на інтервалі часу декілька годин, динаміка яких відображає закономірності функціонування людського організму.

На рис. 3 подано дані вимірювань середнього артеріального тиску (пунктирна крива) та згладжені за комплексним критерієм значення g_i для одного з досліджуваних пацієнтів віком 24 роки для коефіцієнтів згладжування $\rho = 0,01$, $\rho = 0,08$ і $\rho = 0,008$. Як видно з рис. 3, за меншого значення коефіцієнта згладжування ρ відстань між згладженими значеннями та даними вимірювань збільшується, але апроксимуюча крива стає більш гладкою.

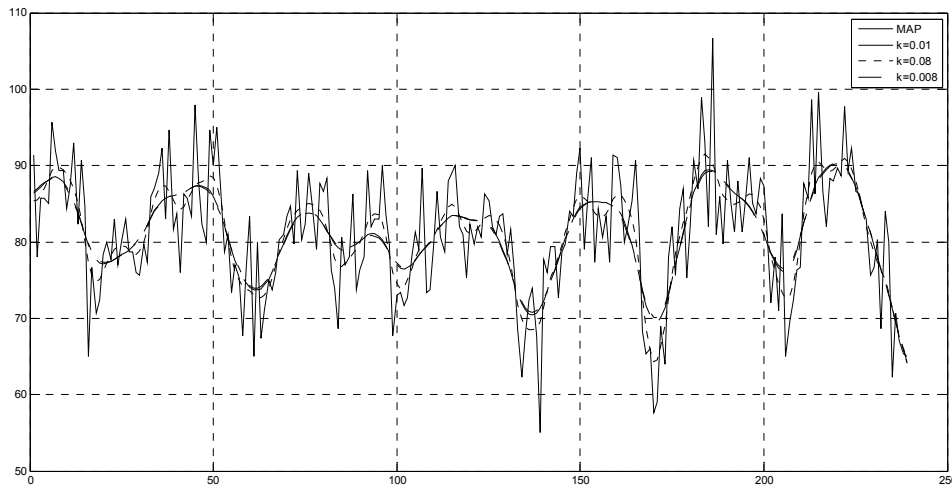


Рис. 3. Результати згладжування даних вимірювань пацієнта 24 років

Порівняння переваг комплексного критерію ілюструють рис. 2 і 3.

Згладжування за обома способами є близькими до експериментальної кривої, але крива, згладжена з використанням комплексного критерію, є більш гладкою, ніж крива, згладжена рухомих середнім.

Близькість до експериментальних даних та гладкість апроксимуючих кривих якісно оцінено для рухомого середнього та пропонуваного методу.

Розраховані значення суми квадратів відхилень вихідної кривої від згладженої, яка визначає, наскільки згладжена крива близька до вихідної (на прикладі 24-річного пацієнта), подано на рис. 4. Вісь ординат — значення суми квадратів відхилень, вісь абсцис — значення коефіцієнта згладжування з використанням комплексного критерію. Як видно з рис. 4, значення суми квадратів відхилення змінюються залежно від коефіцієнта згладжування та кількості точок для згладжування. Найбільше наближеною до експериментальних даних виявляється згладжена крива по 3 точках для згладжування (із використанням рухомого середнього). По 9 точках вона вже не так близько розміщена і по 21 точках для згладжування міститься далеко від експериментальних значень. При цьому згладжена крива з використанням критерію

рію гладкості за найменшого із взятих коефіцієнтів згладжування (0,008) є приблизно такою ж близькою, як і по 9 точках для згладжування рухомим середнім, а в разі найбільшого коефіцієнта згладжування (0,08) є настільки близькою, як і по 3 точках для згладжування рухомим середнім.

Розраховані значення суми квадратів других різниць значень згладженої кривої, яка визначає гладкість кривої після процедури згладжування (на прикладі 24-річного пацієнта), ілюструє рис. 4. Вісь ординат — значення суми квадратів других різниць, вісь абсцис — значення коефіцієнта згладжування з використанням комплексного критерію. Із рис. 5 бачимо, як змінюються значення суми квадратів других різниць залежно від коефіцієнта згладжування та кількості точок для згладжування; апроксимуюча крива з використанням комплексного критерію за будь-якого коефіцієнта згладжування стає більш гладкою, ніж згладжена крива рухомим середнім.

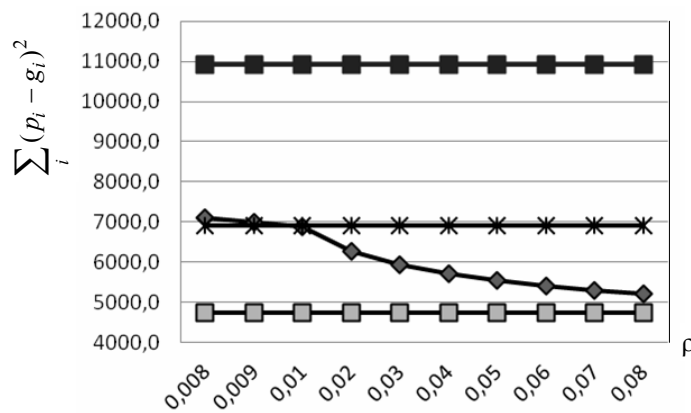


Рис. 4. Сума квадратів відхилень: —◆— згладжування за допомогою комплексного критерію; —✱— згладжування рухомим середнім по 9 точках для згладжування; —■— згладжування рухомим середнім по 21 точках для згладжування; —□— згладжування рухомим середнім по 3 точках для згладжування

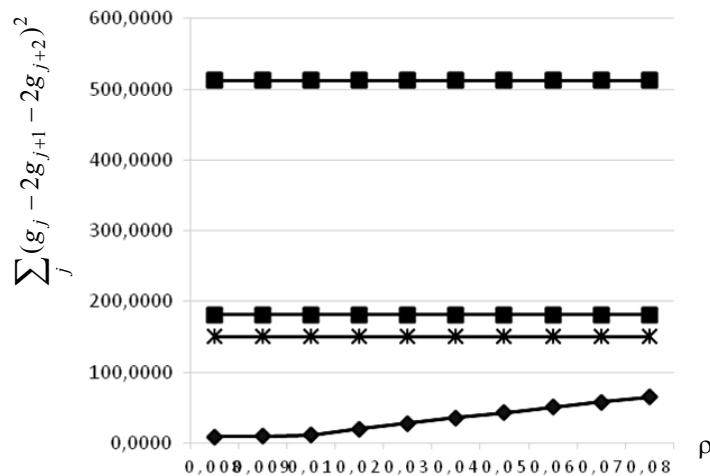


Рис. 5. Сума квадратів других різниць: —◆— згладжування за допомогою комплексного критерію; —✱— згладжування рухомим середнім по 9 точках для згладжування; —■— згладжування рухомим середнім по 21 точках для згладжування; —□— згладжування рухомим середнім по 3 точках для згладжування

Таким чином, згладжування з використанням критерію гладкості дає кращий результат (більш гладкий, але при цьому зберігає «корисні» значення), ніж згладжування за допомогою рухомого середнього. Тому комплексний критерій згладжування забезпечує більше можливостей для виявлення прихованих закономірностей досліджуваного процесу та визначення більш точної оцінки амплітуди добового коливання артеріального тиску, часу досягнення максимуму і мінімуму та інтервалу часу між ними. Аналогічні результати і висновки маємо для інших трьох пацієнтів.

ВИСНОВКИ

Будь-яка математична модель спирається на деякі вихідні припущення або передумови. Ефективність моделі може бути знижена через недостовірні вихідні припущення або обмежені можливості отримання необхідної інформації. Недостовірні вихідні припущення спричиняють методичну похибку, яка може значно спотворити опис процесу та призвести до хибних висновків.

У цій роботі розглянуто методи апроксимації експериментальних даних, що дозволяють уникнути похибок через недостовірні вихідні припущення про модель, оскільки вони не потребують припущень, що впливають на побудову та використання моделей.

Запропоновано алгоритм згладжування, оптимальний за критерієм, що не залежить від моделі процесу, який включає вимоги гладкості шуканої кривої та її близькості до експериментальних даних. Як критерій оптимальності алгоритму пошуку апроксимуючої кривої незалежно від моделі процесу взято мінімум зважених сум: суми квадратів відхилень вихідних даних від шуканої кривої та суми квадратів других різниць цієї кривої. Перша сума визначає внесок у критерій вимоги близькості шуканої кривої до вихідних даних. Друга сума враховує вимогу до гладкості шуканої кривої, оскільки «ламаність» (варіабельність) апроксимуючої кривої визначається її другими різницями.

Запропонований алгоритм згладжування даних вимірювань з традиційним згладжуванням в умовах невизначеності за допомогою рухомого середнього. Дослідження проводилося за експериментальними даними, отриманими у результаті моніторингу артеріального тиску пацієнтів.

Показано, що статистично оптимальна техніка згладжування за критерієм, що включає вимогу гладкості апроксимуючої залежності, демонструє істотні переваги порівняно з рухомих середнім, яке зазвичай використовується. Запропонований підхід не лише точніше відтворює динаміку артеріального тиску, але й забезпечує більшу гладкість апроксимуючої кривої, і таким чином уможливує виявлення прихованих закономірностей досліджуваного процесу.

Оптимальні згладжені залежності забезпечують достатню гладкість для виокремлення короткострокових коливань середнього артеріального тиску та виявлення стійких закономірностей їх динаміки, що мають важливе значення для прогнозування функціонального стану людини.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Мінцер О.П.* Інформаційні технології в охороні здоров'я і практичній медицині: у 10 кн. Кн. 5. Оброблення клінічних і експериментальних даних у медицині: навч. посіб. / О.П. Мінцер, Ю.В. Вороненко, В.В. Власов. — К.: Вища шк., 2003. — 350 с.
2. *Сейдж Э.* Теория оценивания и ее применение в связи и управлении / Э. Сейдж, Дж Мелс: [пер. с англ; под ред. проф. Б. Р. Левина]. — М.: Связь, 1976. — 496 с.
3. *Метод скользящих средних* [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.ievbras.ru/ecostat/Kiril/Library/Book2/Content222/Content222.htm>
4. *Чибисов С. М.* Оценка и прогноз результатов мониторингования среднего артериального давления у различных возрастных групп [Электронный ресурс] / С.М. Чибисов, Т.В. Подладчикова, Д.Г. Стрелков, М.В. Рагульская // Науч. труды VIII Междунар. конгресса «Здоровье и образование в XXI веке. Концепции болезней цивилизации» (14–17 нояб. 2007 г.). — М.: РУДН. — С. 731–742. — Режим доступа: <http://www.chronobiology.narod.ru/chibisovpodladchikova.html>
5. *Глухов Г.Н.* Алгоритм цифрового сглаживания [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.gkr.su/images/Algorithm.pdf>
6. *Панкратова Н.Д.* Квазиоптимальное сглаживание как инструментальный анализа сложных слабоструктурированных динамических процессов [Электронный ресурс] / Н.Д. Панкратова, Т.В. Подладчикова, Д.Г. Стрелков // Кибернетика и системный анализ. — 2009. — № 6. — С. 79–87. — Режим доступа: <http://dspace.nbuv.gov.ua/bitstream/handle/123456789/44485/09-Pankratova.pdf?sequence=1>
7. *Подладчикова Т.В.* Долгосрочное мониторингование и математическое моделирование хронобиологических изменений среднего артериального давления у различных возрастных групп [Электронный ресурс] / Т.В. Подладчикова, М.В. Рагульская, С.М. Чибисов, Д.Г. Стрелков // Науч. журн. «Успехи современного естествознания». — 2008. — № 2. — С. 20–31. — Режим доступа: <http://www.rae.ru/use/pdf/2008/2/2.pdf>

Надійшла 17.09.2015