УДК 519.7

МЕРЫ ВНУТРЕННЕЙ И ВНЕШНЕЙ ИНФОРМАЦИИ (НА ПРИМЕРЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ СИТУАЦИЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ). ЧАСТЬ I

Н.Н. ДИДУК

Показано, что положенные в основу современной кибернетики представления об информации, о способах ее изучения и об ее преобразованиях, *неверны*. Впервые обнаружена непосредственная связь информации с *ситуациями неопределенности* (там, где нет неопределенности, не может быть и информации). Показано, что преобразования информации не могут осуществляться иначе, чем путем преобразования соответствующих ситуаций неопределенности. Получен вывод, что система мер информации, предложенная К. Шенноном, нуждается в развитии и в пополнении мерами, предназначенными для измерения интенсивности преобразований. Рассмотрен первый пример “настоящего” преобразования информации — *квантование*, — и построена первая мера интенсивности преобразования.

В статье сделана попытка развить предложенную Клодом Шенноном систему мер информации и дополнить ее новыми мерами, предназначенными для измерения *интенсивности преобразований* ситуаций неопределенности. Эта работа естественным образом делится на три этапа. Сначала необходимо рассмотреть *примеры* “настоящих” преобразований информации и построить для них недостающие меры интенсивности преобразований. Примеры лучше всего продемонстрировать на ситуациях неопределенности *вероятностного типа*, т.е. того типа, который был положен Шенноном в основу аппарата классической теории информации (поскольку объяснять новые идеи на незнакомом материале — дело безнадежное). Это и является целью статьи.

Затем необходимо разработать некоторую *систему* элементарных преобразований — своеобразную ***азбуку преобразований информации*** для кибернетики, которая могла бы использоваться для конструирования разнообразных более сложных преобразований. Для всех элементарных преобразований нужно построить недостающие меры интенсивности преобразований. Все это тоже можно сделать сначала для привычного частного случая — вероятностных ситуаций неопределенности.

Наконец, все элементарные преобразования и новые меры информации необходимо распространить на *все типы неопределенности*. Для этого уже необходим новый математический аппарат, который разрабатывается в рамках ***теории ситуаций неопределенности*** (ТСН). Это, в конечном счете, должно привести к возникновению совершенно новых представлений, как об информации, так и об ее преобразованиях, а также к образованию двух взаимосогласованных комплексов мер *внутренней* и *внешней* информации для ситуаций неопределенности всех типов.

В действительности значительная часть этой работы уже выполнена. Однако полученные результаты до такой степени не стыкуются с распространенными сейчас ошибочными представлениями об информации и ее преобразованиях, что публикацию этих результатов все равно желательно начинать так, как это делается в настоящей статье, т.е. с рассмотрения примеров “настоящих” преобразований информации для привычного частного случая — *вероятностных ситуаций.*

1. КАК СЛЕДУЕТ ИЗУЧАТЬ ИНФОРМАЦИЮ И ЕЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ?

Это не праздный вопрос. И не риторический. Уже давно назревала необходимость получить на него ответ. А для этого прежде всего необходимо было выяснить, чт***о*** такое информация и при каких обстоятельствах мы с ней сталкиваемся. Однако никто даже и не собирался это выяснять. Вместо этого об информации говорят и пишут так, как будто ответы на оба вопроса давно известны. К сожалению, однако, б***о***льшую часть этих “говорений” и “писаний” вообще нельзя принимать всерьез. Это касается, например, безответственного (и к тому же — безапелляционного) отождествления информации со *сведениями* («Словарь по кибернетике» [1, с. 221–222], «Энциклопедия кибернетики» [2, том 1, с. 408]). Безответственного потому, что сведения — это только часть существующей в Природе информации, причем, ***микроскопическая часть*** (та, которая освоена человеком). Это касается также сложившейся стойкой привычки говорить и писать, что работа любого компьютера состоит в преобразовании, или в так называемой “переработке”, информации. И эта привычка держится несмотря на то, что породившая ее “знаменитая” концепция *“переработки информации в компьютерах”* основана на грубейшей ошибке, состоящей в том, что с некоторых пор информацию разучились отличать от ее материального носителя — *текстов* (т.е. последовательностей букв, цифр и других значков).

Фактически концепция “переработки информации в компьютерах” представляет собой результат введения в обращение внутренне противоречивого “понятия”, означающего *невозможный сплав* двух понятий: (материального) *текста* и (нематериальной) *информации*.

Еще пример. Многие, кажется, до сих пор думают, что бывают такие “разновидности информации”, как “*цифровая*, *буквенная*, *графическая* информация”. И что этими “разновидностями информации” определяются и разновидности ее преобразований. По их мнению, книги, например, содержат в основном “буквенную информацию”. А перевод книги с одного языка на другой якобы представляет собой некоторое преобразование “буквенной информации”. Так, в своей брошюре «Мышление и кибернетика» В.М. Глушков написал:

«Представим себе теперь, что мы имеем дело с какой-либо задачей преобразования буквенной информации, например с проблемой перевода с английского языка на русский… Существует целый ряд различных систем элементарных преобразований буквенной и числовой информации, которые обладают *свойством полноты*, т.е. возможностью составления из них л ю б ы х п р а в и л п р е о б р а з о в а н и я буквенной и числовой информации» [3, с. 4, 6].

Таким образом, (хотя в это невозможно поверить) Глушков не отличал тексты от информации, а перевод текста с английского языка на русский он представлял себе как преобразование “буквенной информации”. Но легко показать, что с такими представлениями нельзя не только решить проблему перевода — ее нельзя даже сформулировать! В самом деле, хорошо известно, что при переводе текста (на другой язык) содержащуюся в нем *информацию* (имеется в виду *настоящая информация*, а не "буквенная"!) необходимо не преобразовать, а по возможности наилучшим образом ***сохранить*** (в этом и состоит смысл хорошего перевода). С другой стороны, сам текст, очевидно, необходимо при этом ***преобразовать***. Но тогда возникает пара "наивных" вопросов: 1) можно ли решить проблему перевода, не понимая разницу между текстом и информацией? и 2) может ли в таком случае помочь в решении этой проблемы свойство полноты системы операций над *текстами*? (Подчеркнем особо, что ни о каких операциях над собственно *информацией* в приведенной цитате речь вообще не идет!)

Все эти представления — как о "буквенной и цифровой информации", так и о "переработке информации в компьютерах", — по существу, родом из *до-шенноновской эпохи*. Но уже пора, наконец, проснуться и вспомнить, что эта эпоха давно кончилась! Это произошло в середине XX века, когда Клод Шеннон получил свои поразительные результаты, составившие основу теории информации. Ничего подобного мировая наука не знала. И, как это ни удивительно, *"не знает"* до сих пор! Чтобы убедиться в *последнем*, достаточно обратить внимание на то, как принято оценивать сами эти результаты. Например, А.М. Яглом и И.М. Яглом — авторы очень хорошей популярной книги «Вероятность и информация» (выдержавшей несколько изданий), — считают, что теория информации Шеннона представляет собой новую важную область… чего бы Вы думали? Ни за что не догадаетесь! Оказывается — важную область ***математики***. Так, в предисловии к первому изданию своей книги они написали:

> «…значительной представляется заслуга замечательного американского математика и инженера Клода Шеннона, который в 1947–1948 гг. сумел указать новую важную область математики, истоки которой связаны с совсем элементарными соображениями» [4, с. 5].

Аналогичный взгляд высказал и А.Н. Колмогоров. В предисловии к русскому изданию сборника «Работы по теории информации и кибернетике» он отметил выдающееся значение работ Шеннона для… ***чистой математики*** [5, с. 5]. Такие оценки заслуг Шеннона выглядят как очень "похвальные" (правда, с некоторым покровительственным оттенком). Однако представьте себе, что кто-то высказался бы по поводу открытия Ньютоном *закона всемирного тяготения* в таком духе:

> Своим законом всемирного тяготения Ньютон сумел указать новую важную область ***математики***, истоки которой связаны с совсем элементарными соображениями.

Представили? Это как раз *тот случай*. Ни Ягломы, ни Колмогоров *не заметили* достижений Шеннона ***в естествознании*** — достижений, которые *несоизмеримо* (!) выше его математических и инженерных достижений, вместе взятых. Хорошо известно, что ни одну из своих знаменитых теорем Шеннон как следует не доказал — т***а***к, как это требуется в математике (и многие математики по этой причине называли его "инженером"). Но, по-видимому, никто так и не понял, что Шеннон ***открыл*** эти теоремы и что сами теоремы в действительности являются ***законами природы***, причем, законами ***неведомого до сих пор типа*** (так как они не имеют никакого отношения к физике). И он дал только наброски доказательств, добровольно предоставив другим честь получения полноценных доказательств. (В разных странах защищались сотни диссертаций и были изданы многие десятки монографий, в которых авторы только тем и занимались, что доказывали теоремы Шеннона.)

И вот, в этой *странной обстановке* (когда, например, создается новая наука — *информатика*, — которая к информации имеет такое же отношение, как и “переработка информации в компьютерах”) до сих пор так и не было получено ясного ответа на вопрос, является ли информация *математическим понятием*. Но автор настоящей статьи показал, что ответ должен быть ***отрицательным***. Для получения этого ответа необходимо было закончить линию рассуждений, начатую еще У.Р. Эшби в его книге «Введение в кибернетику». Эшби написал:

«*Передаваемая информация не является внутренним свойством индивидуального сообщения*… информация, передаваемая отдельным сообщением, зависит от того множества, из которого оно выбрано» [6, с. 177].

В связи с этой цитатой возникает вопрос: тогда, может быть, информация является внутренним свойством упомянутого в цитате множества? Легко убедиться, что это не так, поскольку содержащаяся в сообщении информация зависит *не только* от этого множества, а от чего-то еще. От чего? Иначе говоря, возникает новый вопрос: *существует ли нечто такое, что информация оказывается внутренним свойством этого “нечто”?* Автор настоящей статьи получил такой ответ:

Информация не является внутренним свойством текстов (Эшби), но “зато” она является внутренним свойством **ситуаций неопределенности** (причем, это касается ситуаций **всех типов неопределенности**, а не одного только вероятностного типа).

Но чт*о* такое ситуации неопределенности ***всех типов***? Многие ли знают, чт*о* такое *тип неопределенности*? Несмотря на то, что в этой статье мы имеем дело практически только с одним типом неопределенности — *вероятностным*, — желательно дать читателю представление и о других наиболее известных типах. *Самый* известный из них — *бесструктурный*. Он характерен тем, что, по существу, совпадает с понятием *множество*. Однако бесструктурные ситуации до сих пор вообще не рассматривались как *полноценные* ситуации неопределенности, поскольку отсутствовал необходимый для работы с ними *аппарат неопределенности* (теоретико-множественный аппарат заменить его не может). Более того, существовало твердое убеждение, что никакой такой аппарат в данном случае и нельзя создать, поскольку было совершенно непонятно, чт***о*** с бесструктурными ситуациями вообще можно делать. Следующий известный пример — *нечеткие ситуации*. С этим типом неопределенности возникла та же проблема — был создан математический аппарат, аналогичный теоретико-множественному. Попытки же создать *аппарат неопределенности* ни к чему путному не привели.

В статье [7] показано, как перечисленные типы неопределенности (в том числе и вероятностный) *погружаются* в общий аппарат неопределенности (и получают в результате доступ ко всем содержащимся в нем средствам и инструментам). Еще один практически важный тип неопределенности — *поливероятностный* — рассмотрен в статье [8]. Однако работа по освоению новых типов неопределенности вряд ли когда-нибудь закончится, поскольку их номинальное количество ***бесконечно***.

Из сказанного выше следуют два важных вывода. Во-первых, ***нельзя изучать информацию, не рассматривая какую-либо ситуацию неопределенности*** (там, где нет неопределенности, не может быть и информации). Во-вторых, ***преобразования информации — это преобразования ситуаций неопределенности*** (а вовсе не преобразования текстов).

Таким образом, полученные выводы опровергают основную идею, содержащуюся в концепции “переработки информации в компьютерах”, — идею, согласно которой преобразования текстов — это и есть преобразования информации. Однако полученное опровержение порождает новую проблему: теперь необходимо начать систематическое изучение “настоящих” преобразований информации. Но это не все. Как будет показано ниже, эти выводы опровергают также представления об информации как о такой сущности, которую может изучать математика.

2. РОЛЬ СИТУАЦИЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В ИЗУЧЕНИИ ИНФОРМАЦИИ

Полученные выше выводы ведут к радикальному изменению представлений о том, чт***о*** такое информация и чт***о*** такое ее преобразования. Хотя и очевидно, что информация *может быть* как-то связана с текстами, но для ее *изучения* необходимо обращаться не к текстам, а к ситуациям неопределенности. Это значит, что необходимо специально заняться изучением ситуаций неопределенности и их преобразований. А в связи с этим возникает новый вопрос:

Можно ли изучение ситуаций неопределенности считать **математической** проблемой?

Любопытная особенность этого вопроса состоит в том, что он звучит как бы несерьезно, так как ни у одного специалиста не возникает даже тени сомнения в том, что на него нужно ответить утвердительно (ну какой же еще может быть эта проблема, если не математической?). Однако (вот беда!) утвердительный ответ является ***неверным***. Попытаемся объяснить, почему.

Ситуации неопределенности в одном важном отношении принципиально отличаются от текстов: они являются частью ***реальности*** — той, в которой мы живем, принимаем решения и действуем. За исключением некоторых особых случаев, мы не можем произвольным образом изменить ситуацию неопределенности, в которой мы оказались. Так что эти ситуации нельзя, например, “загонять” в какие-то специальные преобразователи и там подвергать произвольным преобразованиям по нашему желанию, как это делается с текстами.

Поэтому мы также не можем преобразовывать и информацию, являющуюся внутренним свойством этих ситуаций. А, значит, мы вообще не можем подвергать информацию произвольным преобразованиям в специально построенных для этого “преобразователях”, поскольку *всякая* информация является внутренним свойством одной или нескольких ситуаций неопределенности.

Иначе говоря, ситуации неопределенности, так же, как и информация — это ***не математические объекты***, т.е. не то, что мы *выдумываем* “из головы” (как треугольники или интегралы), а то, с чем мы *сталкиваемся* (в практической деятельности). Поэтому их изучение просто не может быть математической проблемой. А если эта проблема — не математическая, то какая? Очевидно, ***естественнонаучная***, так как она состоит в нахождении способа удовлетворительно описать некий *фрагмент реальности* — ситуации неопределенности — и (по возможности) обнаружить какие-либо ***свойства*** данного фрагмента реальности (такие, как ***информация***), а также действующие в его пределах ***законы***.

Этот вывод является ключевым — он должен существенно повлиять на то, как данную проблему следует формулировать и решать. В самом деле, если пытаться сравнивать естественнонаучные проблемы с математическими, то бросается в глаза следующее: как способы постановки и решения тех и других проблем, так и критерии правильности их решения не имеют между собой почти ничего общего.

Однако…

Главной особенностью проблемы изучения ситуаций неопределенности является то, что ее естественнонаучный характер с самого начала оказался в интересной оппозиции к общепринятой трактовке теории вероятностей. Действительно, ведь вся эта огромная наука тоже изучает ситуации неопределенности, но только лишь одну конкретную их разновидность — *вероятностные ситуации*. В то же время, сейчас считается общеизвестным, что теория вероятностей — это ***раздел математики***. Вот цитата из известной популярной книги Б.В. Гнеденко и А.Я. Хинчина «Элементарное введение в теорию вероятностей»:

«Теория вероятностей есть одна из глав математической науки, подобно арифметике или геометрии» [9, с. 15].

Но если теория вероятностей — *раздел математики*, то все объекты, которые она изучает, являются не реальными, а математическими объектами. Это, конечно, в полной мере относится и к вероятностным ситуациям неопределенности. К сожалению (точнее — к счастью), попытка согласовать подобные представления с тем, чт***о*** мы уже знаем о ситуациях неопределенности, ведет к откровенному абсурду. Например, возникает вопрос, может ли быть так, что вероятностные ситуации — это математические объекты, а все остальные ситуации неопределенности — реальные? Вероятно, так быть не может. Где же выход из этого тупика?

Выход находится у всех на виду. Действительно, вероятностные ситуации ничуть не лучше и не хуже всех остальных (они только гораздо лучше изучены). И *все знают*, что с ними мы тоже *сталкиваемся* в практической деятельности. Однако вероятностные ситуации имеют одну особенность, которая заинтересовала прежде всего *математиков*. Вот что написал об этом А.В. Скороход в книге «Вероятность вокруг нас»:

«…мы окружены явлениями, природа которых случайна. Как же может оказаться, что тем не менее существуют точные законы, которым явления подчиняются?.. Чтобы ответить на вопрос, нужно изучить случайные события, отвлекаясь от их конкретных свойств, а лишь имея в виду случайность» [10, с. 4].

Вот так и получилось, что теория вероятностей стала развиваться не как естественная наука, а как «одна из глав математической науки». Благодаря такому (математическому) способу изучения случайных явлений теория вероятностей приобрела своеобразное совершенство и стройность. Глядя на это совершенство, хочется спросить, не поспешили ли мы с выводом о том, что изучение ситуаций неопределенности является естественнонаучной (а не математической) проблемой. Поэтому сейчас мы приведем еще более веское — *логическое* — обоснование этого вывода. Но для этого нужно сначала дать краткую формулировку проблемы. Вот она.

Необходимо разработать **теорию ситуаций неопределенности** (ТСН), которая должна обеспечивать возможность удовлетворительно описывать (с помощью специально созданного для этой цели математического аппарата) **<u>произвольные</u> ситуации неопределенности**, встречающиеся на практике, а также их преобразования и систему их информационных характеристик (в том числе таких, как **количество информации**, **энтропия**, **мера неопределенности**).

Автор настоящей статьи занимается созданием этой теории около тридцати лет. Первая публикация на эту тему [11] вышла в 1983 г.; а в 1993 г. вышла статья [12] (в двух частях), в которой была сделана попытка осмыслить возникшее новое направление, подвести предварительные итоги и дать этому направлению название. Но впоследствии выяснилось, что предложенное в этой статье название *«Теория неопределенности»* является неудачным как слишком общее и не отражающее суть проблемы.

В 2004 г. автором была подготовлена к публикации рукопись книги «Теория неопределенности», которую так и не удалось опубликовать из-за “небольших” разногласий с потенциальными рецензентами. Каждый из них не понимал какой-то мелочи: один не понимал того, что вообще существует рассматриваемая в книге проблема; другой не понимал связи информации с ситуациями неопределенности; третий не понимал названия. При этом *все они* не понимали естественнонаучного характера решаемой проблемы (интересно, как можно рецензировать научную работу, не понимая даже, к какой *области знания* она относится?).

Более подходящее название *«Теория ситуаций неопределенности»* появилось совсем недавно.

Теперь наш вопрос выглядит так: почему, все-таки, нельзя теорию ситуаций неопределенности развивать “математическим способом” подобно тому, как развивается теория вероятностей? Ведь подобный подход обладал бы даже некоторым преимуществом: он позволил бы упростить терминологию, так как в этом случае незачем (да и невозможно) различать ситуации неопределенности и их математические описания (теория вероятностей не позволяет их различать). Имея в виду эту особенность “математического способа”, достаточно задать следующий вопрос:

Как изменится проблема изучения ситуаций неопределенности и ее формулировка, если кто-то собирается ее решать “математическим способом”?

Пусть читатель (используя аналогию с теорией вероятностей) сам попытается изменить формулировку данной проблемы таким образом, чтобы она превратилась в чисто математическую проблему. Очевидно, что если предварительно не принять решения об отождествлении описаний рассматриваемых ситуаций неопределенности с самими этими ситуациями, то это сделать не удастся. Ну, а если принять такое решение? Пусть читатель самостоятельно убедится, что в этом случае мы не получим ничего — никакой математической проблемы, — а получим полную бессмыслицу. Так что какая бы то ни было формулировка станет невозможной.

Действительно, если кому-то хочется видеть себя *чистым математиком* и по этой причине он будет настаивать на том, чтобы описания ситуаций неопределенности отождествлялись с самими этими ситуациями (автор имел “удовольствие” сталкиваться с такими “чистыми математиками”), то для него наша проблема просто *исчезнет* (а он скажет: «я же говорил, что эта проблема не существует!»). Однако, “к сожалению”, уничтожение проблемы таким способом не избавляет нас от нее, так как в первоначальной формулировке проблема останется. Так что мы получаем следующий *окончательный вывод*:

Проблема изучения разнообразных ситуаций неопределенности и разработки ТСН может иметь **ТОЛЬКО** естественнонаучную формулировку, но не может иметь математической формулировки.

Итак, мы еще раз пришли к выводу, что ситуации неопределенности нельзя изучать “математическим способом”. То же самое можно сказать и о способе изучения *информации* и ее *преобразований*. Действительно, мы убедились, что никакими уловками информацию не удастся превратить в математический объект, поскольку она является внутренним свойством *реальных* ситуаций. Причины же, по которым ситуации неопределенности (а следовательно, и информация) могут изменяться, вообще не имеют ничего общего ни с математикой, ни с компьютерами. А математика нам нужна не для того, чтобы *осуществлять* эти изменения, а для того только, чтобы суметь их *описать*, когда они происходят.

3. ЗАМЕЧАНИЯ ОБ ИСПОЛЬЗУЕМОМ ЯЗЫКЕ

То, что в статье в качестве ведущего примера используется вероятностный тип неопределенности, вовсе не значит, что здесь потребуется весь мощный аппарат *современной* теории вероятностей. Напротив, нам здесь нужна лишь простейшая вероятностная модель, сводящаяся к следующему.

1. Задано некоторое абстрактное множество X, о котором известно только то, что его мощность не более чем счетна (ради краткости такие множества были названы *дискретными*).

Понятие дискретного множества не следует смешивать с *топологическим* понятием *дискретного пространства* (дискретное пространство — это множество, наделенное *дискретной топологией*) [13, гл. I, § 1, п. 1].

2. Элементы множества X будем называть *событиями*, или возможными *состояниями природы* (состояниями среды, возможными значениями некоторого параметра и т.п.). Само множество X будем называть *множеством возможностей* (оно же является и полной системой событий).

3. На множестве возможностей X *задано* некоторое распределение вероятностей (РВ) p.

Теория вероятностей уже давно перестала интересоваться такой простой моделью, и сейчас забыта даже соответствующая ей терминология. Дело в том, что главная область интересов современной теории вероятностей относится к случаю, когда множество событий может быть *несчетным*. Именно переход к несчетной модели потребовал привлечения аппарата теории меры (который к тому времени уже был разработан). В результате появились вероятностные пространства, σ-алгебры, измеримые отображения, а также новые проблемы, связанные с интегрированием.

В то же время, все эти хлопоты, связанные с несчетными множествами, нас не касаются (пока), поскольку мы здесь занимаемся не теорией вероятностей, а *теорией ситуаций неопределенности*, которая до рассмотрения несчетного множества возможностей не доросла (и неизвестно, сможет ли когда-нибудь дорасти). Тем не менее построение общей ТСН даже в предположении, что множество возможностей счетно, является серьезным достижением, поскольку номинальное количество типов неопределенности, охватываемых теорией, *бесконечно* (напомним, что классическая теория информации была разработана только для *одного* типа неопределенности — вероятностного).

Как видно из приведенной выше формулировки, главная задача, возникшая при разработке ТСН, состояла в создании совершенно нового математического аппарата — аппарата, который, конечно, не может (и не должен) быть похожим на аппарат теории вероятностей (поскольку большинство ситуаций неопределенности, подлежащих описанию, не имеют ничего общего ни со случайностью, ни с вероятностями). Элементы же вероятностного языка нам здесь необходимы только потому, что вероятностные ситуации являются одним из важных частных случаев ситуаций неопределенности.

Однако — и *это очень важно* — даже тот простейший вероятностный язык, который здесь используется, все равно не может полностью совпадать с языком теории вероятностей. Причина отличий в языке неустранима, так как она обусловлена различным отношением двух упомянутых теорий к реальному Миру. Согласно сказанному выше эти две теории относятся к *разным областям знания*: теория вероятностей относится к *математике*, а ТСН — к *естествознанию*.

Первое отличие. С точки зрения теории вероятностей имеется единственный способ, позволяющий *задать* некоторую (вероятностную) ситуацию неопределенности: для этого необходимо ее *описать*. С другой стороны, в ТСН вообще нельзя говорить о *задании* ситуаций неопределенности, поскольку *задать реальную ситуацию* неспособен никто (если, конечно, не принимать во внимание возможности Господа Бога). Это первое отличие ведет к тому, что даже самую обычную для теории вероятностей фразу «на множестве X *задано* распределение вероятностей p» в ТСН применять *нежелательно*, так как здесь эта фраза не может иметь того смысла, который она имеет в теории вероятностей — она не задает (и даже не описывает) никакую ситуацию неопределенности.

Поэтому, если в ТСН мы хотим *описать* реальную вероятностную ситуацию, характеризуемую распределением p на множестве X, то мы говорим, что на множестве X ***действует*** распределение p. В этом случае неизвестное состояние природы из множества X оказывается ***случайным событием***. Также в этом случае, если на множестве X определена некоторая числовая функция *f*, то она оказывается ***случайной величиной*** (относительно действующего распределения p). Математическое ожидание $\mathbf{E} f$ этой случайной величины характеризуется выражением

$$\mathbf{E} f = \sum_{x \in X} p(x) \cdot f(x) . \qquad (1)$$

Второе отличие. Возможен ряд более сложных *квазивероятностных* ситуаций, которые в ТСН должны поддаваться как содержательному, так и формальному описанию. Все они связаны с разнообразными случаями, когда сведения о *действующем* на множестве X распределении ошибочны, неполны или вообще отсутствуют. Для содержательного описания в ТСН каждого из этих случаев должна быть выработана терминология (теория вероятностей в такой терминологии никогда не нуждалась, поскольку ее формальный аппарат все равно не позволял рассматривать подобные случаи).

Первый из этих трех случаев (когда сведения о *действующем* на множестве X распределении ошибочны) может быть содержательно описан путем указания *пары* (p, q) распределений вероятностей на множестве возможностей X, где p — *действующее* РВ, а q — ***гипотеза*** о действующем РВ. Эта ситуация превращается в обычную вероятностную ситуацию тогда и только тогда, когда $q = p$. В противном случае мы получаем так называемую ***ситуацию заблуждения*** (2-я часть статьи, разд. 10, п. 1).

Все остальные случаи (когда сведения о действующем на множестве X распределении неполны или вообще отсутствуют) связаны с возникновением различных ситуаций неопределенности, но уже не на множестве X, а на множестве всех РВ на множестве X (это новое множество несчетно). Поэтому понятно, каково здесь разнообразие возможных частных случаев. Одним из наиболее интересных примеров такого рода являются так называемые ***поливероятностные ситуации*** (их содержательное описание и способ *погружения* в общий аппарат неопределенности предложены в работе [8, разд. 8, 9]).

4. ПОНЯТИЯ ВНУТРЕННЕЙ И ВНЕШНЕЙ ИНФОРМАЦИИ

С тех пор, как была создана классическая теория информации, параллельно сосуществуют две хорошо известные точки зрения по вопросу о том, как следует измерять *количество информации*. Поскольку эти точки зрения несовместимы, одна из них должна быть отброшена. Какая? Очевидно, та, которая (несмотря на свою интуитивную привлекательность) противоречит теории информации. Однако ниже будет показано, что ее можно использовать для развития аппарата информационных мер.

Мы рассмотрим здесь упомянутые точки зрения на примере того типа неопределенности — *вероятностного*, — в рамках которого они возникли. Предположим, что на множестве X *имеет место* вероятностная ситуация неопределенности, характеризуемая *действующим* на X распределением p (причем, РВ p известно). Тогда, согласно теории информации, с каждым элементом x множества X связано число $I_p(x)$, характеризуемое выражением

$$I_p(x) = \log \frac{1}{p(x)}. \tag{2}$$

Величина $I_p(x)$ называется **количеством собственной информации** элемента x.

Но, несмотря на то, что представление о количестве информации, соответствующее выражению (2), сейчас уже вошло во все учебники по теории информации, иногда можно столкнуться с другим мнением о том, как нужно измерять количество информации. Вот что, например, написал Н.И. Кондаков в своем «Логическом словаре-справочнике»:

> «...информация — это сведения, которые снимают существовавшую до их получения неопределенность... Степень неопределенности сообщений стали измерять величиной, получившей название *энтропия* и являющейся функцией вероятности. Если вероятность равна 1, то энтропия равна нулю, а если вероятность равна 0, то энтропия равна бесконечности. Количество информации, полученное как разность между начальной энтропией (до получения сообщения) и конечной энтропией (после получения сообщения), называется негэнтропией (отрицательной энтропией). Поэтому информацию иногда называют отрицательной энтропией» [14, с. 210, 211].

К сожалению, этот отрывок является своеобразным “портретом” широко распространенных представлений об информации — это смесь ошибок, путаницы и неуместных намеков на термодинамику. Автор начинает с традиционной ошибки — отождествления информации со *сведениями* (об этом мы уже говорили). Затем выясняется (2-я и 3-я фразы), что автор *не знает*, что́ такое теоретико-информационная энтропия (он путает ее с *количеством собственной информации* (2)). Заканчивается отрывок отождествлением информации с *негэнтропией*. А это противоречит сказанному выше, так как негэнтропия — это понятие, принадлежащее не теории информации, а *термодинамике* [15, стр. 156].

(Попытки использования понятия физической энтропии в качестве “подпорки” для освоения понятия информации были начаты еще Винером, а затем приобрели большую популярность. Эти попытки привели к целому ряду судьбоносных для кибернетики ляпсусов в трактовке понятия *информация*.)

Несмотря на неразбериху и путаницу, составляющие основное содержание приведенного выше отрывка, в нем можно отыскать также некую *мысль*, ради которой он здесь и приведен. Ее нетрудно сформулировать очень коротко. Например, так: *информация — это то, что устраняет (или хотя бы уменьшает) неопределенность*. Однако легко увидеть, что такое представление об информации явно противоречит представлению, связанному с выражением (2). Действительно, рассмотрим ***информационную функцию***

$$I_p = x \mapsto I_p(x) \Diamond X \tag{3}$$

(функция I_p определена на множестве X и каждому элементу $x \in X$ ставит в соответствие количество его собственной информации $I_p(x)$). Очевидно, что функция I_p является случайной величиной (относительно действующего распределения p). Ее математическое ожидание $\mathsf{E}\, I_p$ имеет вид

$$\mathsf{E}\, I_p = \sum_{x \in X} p(x) \cdot I_p(x). \tag{4}$$

В теории информации число $\mathsf{E}\, I_p$ называется **энтропией** распределения p и обозначается $H(X, p)$. Энтропию рассматривают также как **меру неопределенности** ситуации, характеризуемой распределением p.

Таким образом, для вероятностных ситуаций эти две меры — *энтропия* и *мера неопределенности* — совпадают *по определению* (Шеннон). Однако, как показано в работе [16], в общем случае эти меры различны. Поэтому в ТСН для них приняты и разные обозначения (обе эти меры одинаково хорошо обоснованы — соответственно общей и усиленной теоремами кодирования [17, 16]).

В ТСН энтропия и мера неопределенности вероятностной ситуации, которая характеризуется действующим на X распределением p, обозначаются соответственно $H(X, p)$ и $G(X, p)$. Причем, имеет место равенство $H(X, p) = G(X, p)$. Но поскольку в этой статье всюду идет речь не об энтропии, а о неопределенности, будет логичнее в дальнейшем использовать символ $G(X, p)$. Итак, мера неопределенности $G(X, p)$ имеет вид

$$G(X, p) = \mathsf{E}\, I_p = \sum_{x \in X} p(x) \cdot I_p(x). \tag{5}$$

Очевидно, что число $G(X, p)$ измеряет также количество той неопределенности, которая будет снята (исчезнет) в результате наступления любого события $x \in X$. Но легко понять, что в общем случае равенство $I_p(x) = G(X, p)$ выполняться не может (только в исключительных случаях значение случайной величины может равняться ее математическому ожиданию).

Фактически оба упомянутые подхода впервые возникли в связи с работами Р. Хартли. И тогда они не противоречили друг другу — равенство

$I_p(x) = G(X, p)$ можно было обеспечить предположением, что p — *равномерное* распределение на множестве X (Хартли предполагал, что множество X конечно). Однако после работ К. Шеннона, а в особенности — его последователей, стало ясно, что эти подходы несовместимы.

Тем не менее сопоставление этих двух подходов явно указывает на некую насущную потребность в дальнейшем развитии как представлений об информации, так и аппарата информационных мер. Так, в аппарате теории информации нет четкого разграничения между информационными мерами, которые относятся к событиям, *внутренним* по отношению к данной ситуации неопределенности, и к *внешним* событиям, влияющим (со стороны) на ситуацию неопределенности (взятую в целом).

Легко понять, что представления о внутренней и внешней информации и о способах измерения количества той и другой должны опираться на совершенно непохожие соображения. В то время как под *внутренней информацией* естественно понимать информацию, непосредственно связанную с *событиями*, относящимися к данной ситуации, понятие *внешней информацией*, по-видимому, следует связать с *преобразованиями* самих ситуаций неопределенности. Появление понятия внешней информации позволяет по-новому отнестись к вышеупомянутой идее о способе измерения информации. Действительно, эту идею теперь можно сформулировать так:

Внешняя *информация — это то, что устраняет (или хотя бы уменьшает) неопределенность.*

В такой формулировке она уже не противоречит классическим представлениям. И поэтому ее можно было бы рассматривать как предположение о том, как следует измерять количество внешней информации. Вот развернутая формулировка этого предположения.

Предположение 1. Если *в результате полученной внешней информации* некоторая ситуация неопределенности изменилась, то ***количество*** этой информации (по-видимому) равно разности между степенями неопределенности до и после изменения.

На первый взгляд это предположение кажется многообещающим. Однако попытка положить его в основу разработки системы мер внешней информации привела к выводу, что оно является ***неудовлетворительным*** сразу по нескольким причинам.

Во-первых, преобразования ситуаций неопределенности могут быть связаны не только с приобретением информации, но и с ее потерей. Во-вторых, в случаях, когда информация приобретается (поступая из какого-то внешнего источника), результат преобразования ситуации неопределенности, вызванного поступившей информацией, иногда оказывается парадоксальным: степень неопределенности заключительной ситуации может (вопреки ожиданиям) оказаться *большей*, чем степень неопределенности исходной ситуации. В-третьих, преобразования ситуаций неопределенности, связанные с потерей информации, тоже ведут себя парадоксально: разность между степенями неопределенности до и после такого преобразования в некоторых случаях оказывается положительной, а в некоторых — отрицательной.

Все это означает, что идея, содержащаяся в предположении 1, фактически не работоспособна. Тем не менее мы покажем, что ее можно использовать как (очень грубую) подсказку при разработке конкретных мер внешней информации.

5. “ЛИШНИЕ” ПРОБЛЕМЫ

Изучать преобразования ситуаций неопределенности мы начинаем с анализа таких преобразований, как *квантование* (с двумя его частными случаями: *концентрация информации* и *образование проекций*) и *ограничение разнообразия*. Эти преобразования выбраны не случайно: они не только являются важными примерами “настоящих” преобразований информации, но и могут послужить хорошей иллюстрацией тех проблем, которые возникают при разработке математического аппарата ТСН. Читатель скоро убедится, что описания преобразований *квантование* и *ограничение разнообразия* для *вероятностных* ситуаций хорошо известны (и очень просты). Но поскольку таким преобразованиям могут подвергаться не только вероятностные ситуации, возникла проблема нахождения *универсальных* описаний этих преобразований (т.е. описаний, применимых к ситуациям всех типов неопределенности).

Проблема состояла в следующем. В разработке математического аппарата ТСН уже был сделан решающий шаг: было показано, что ***любую*** ситуацию неопределенности, существующую на (дискретном) множестве X, можно описать с помощью некоторого *пространства неопределенности*, имеющего вид $(X,\top)$, где $\top$: $\overline{\mathbf{R}}_+^X \to \overline{\mathbf{R}}$ — *возрастающий* функционал (а $\overline{\mathbf{R}}$ и $\overline{\mathbf{R}}_+$ — результаты пополнения числовых множеств $\mathbf{R}$ и $\mathbf{R}_+$ “бесконечным числом” $+\infty$) [7]. Из этого следовало, что описание произвольного преобразования ситуации, описываемой пространством $(X,\top)$, должно сводиться к некоторому преобразованию самого этого пространства. Так что осталось *“всего лишь”* узнать, каким преобразованиям нужно подвергнуть пространство $(X,\top)$ для того, чтобы получить универсальные описания преобразований *квантование* и *ограничение разнообразия*.

Но как это узнать? Очевидно, что нужно искать аналогию. Можно заметить, что пара (X, p), фигурирующая в выражении (5), в каком-то смысле аналогична паре $(X,\top)$. Действительно, пары вида (X, p) и $(X,\top)$ являются *универсальными* способами описания соответственно *вероятностных* и *произвольных* ситуаций неопределенности на (дискретном) множестве X. Далее, пары (X, p) и $(X,\top)$ напоминают обозначения разнообразных *математических пространств*, примеры которых в математике хорошо известны (алгебраические, топологические, векторные, тензорные, проективные, аффинные пространства, группы, кольца, тела, поля, модули). А с формальной точки зрения преобразования *квантование* и *ограничение разнообразия* представляют собой (как станет ясно немного позже) переход к таким *производным* математическим пространствам, как *факторпространства* и *подпространства* соответственно. Так что, казалось бы, все остальное — дело техники.

Но вот тут-то и начинаются “лишние” проблемы. Их суть состоит в следующем. Считается, что понятие *математическое пространство* относится к так называемым *“общематематическим понятиям”* (наряду с такими *производными* понятиями, как *подпространство*, *факторпространство*, *изоморфизм*). Поэтому естественно ожидать, что должно быть известно, как строить подпространства и факторпространства *произвольных* математических пространств. Но не тут-то было! Оказывается, что не только это неизвестно, но неизвестно даже, чт***о*** такое вообще *произвольное математическое пространство* (несмотря на большое количество известных частных случаев).

Такое положение объясняется тем, что как традиционная, так и современная математика (а также логика и метаматематика) не восприняли ***общий*** подход к математике, предложенный Н. Бурбаки в знаменитом трактате «Элементы математики». В первом томе трактата, которому автор присвоил вводящее в заблуждение название «Теория множеств» [18], фактически излагается ***метатеория математики***, которая является ключом к пониманию языка, архитектуры и способа изложения трактата. А наиболее важный раздел первого тома — ***Теория структур*** [18, гл. IV].

Неприятие подхода Бурбаки проявилось, в частности, в том, что ***нигде*** в традиционной или современной математике (кроме самого трактата «Элементы математики») не используется введенное Н. Бурбаки ***общее*** понятие математической ***структуры*** и, в особенности, понятие ***рода структуры*** [18, гл. IV, § 1, п. 4]. Вместо этого в каждом разделе математики (и в метаматематике) до сих пор используются свои "местные" понятия математической структуры, которые не стыкуются между собой. Это значит, что каждая математическая теория должна была *самостоятельно* определять все основные и производные "общематематические понятия" и даже понятие *изоморфизма* (без которого нельзя построить ни одно из производных понятий). Вот что написал по этому поводу Бурбаки:

«...каждая новая аксиоматическая теория естественно приводила к определению понятия изоморфизма; но только с современным понятием структуры было окончательно признано, что каждая структура несет в себе понятие изоморфизма и нет никакой нужды давать особое определение изоморфизма для каждого рода структуры» [18, с. 323] (или — в другом переводе — [19, с. 35]).

Использование "местных" разновидностей математических структур в свою очередь вело и к "местным" разновидностям математических пространств. Известные примеры трудно даже перечислить. Тем не менее упомянутые выше пары (X, p) и $(X, \top)$ среди этих примеров не числятся, и они также не подпадают под определения каких-либо "местных" разновидностей математических пространств. Следовательно, современная математика не дает никаких оснований для отнесения пар (X, p) и $(X, \top)$ к категории математических пространств. Откуда сразу следует, что и производные пространства (факторпространства и подпространства) от них получить нельзя...

Хотя все это очень печально (точнее — смешно), но здесь и закончились бы наши поиски аналогии, если бы не теория структур Н. Бурбаки, содержащая *ключевое* понятие ***рода структуры***. Из этой теории следует, что как РВ p, так и возрастающий функционал $\top$, представляют собой разновидности структур на множестве X. И хотя *род структуры* p отличается от *рода структуры* $\top$, имеется целый ряд стандартных процедур, применимых к структурам *любого рода* (что и является основой для искомой аналогии). К сожалению, однако, сам Бурбаки не ввел понятие *математическое пространство*. И это стало, хотя и не самой главной, но одной из причин исключительной тяжеловесности языка, на котором изложена теория структур. Действительно, гораздо удобнее вместо ***рода структуры*** говорить о ***роде пространства***. Поэтому здесь дается формальное определение понятия *математическое пространство* (с одиночным носителем).

Определение 1. Пусть X — абстрактное множество и $\mathfrak{s}$ — заданная на нем математическая структура в смысле Н. Бурбаки [18, рез, § 8, п. 2]. Тогда пару $(X, \mathfrak{s})$ будем называть **математическим пространством**, а множество X — носителем пространства $(X, \mathfrak{s})$. ■

Важно понимать, что если $(X, \mathfrak{s})$ — математическое пространство, то род структуры $\mathfrak{s}$ однозначно характеризует род пространства $(X, \mathfrak{s})$. Но если тому и другому роду присваивают имена, то *имя рода пространства* $(X, \mathfrak{s})$ должно (по чисто лингвистическим причинам) отличаться от *имени рода структуры* $\mathfrak{s}$. А это как раз и позволяет сделать язык изложения более выразительным.

Теперь, наконец, мы имеем все основания для отнесения пар (X, p) и $(X, \top)$ к категории математических пространств (со всеми вытекающими последствиями). Пары вида (X, p) (которые являются одним из наиболее простых примеров математических пространств) мы будем называть **пространствами вероятностей** (понятие *пространство вероятностей* следует отличать от известного понятия *вероятностное пространство*). А пары вида $(X, \top)$ (о которых шла речь выше) названы **пространствами неопределенности**.

Отсутствие в математике общего понятия математического пространства очень мало волнует специалистов, работающих в устоявшихся разделах математики. Однако, если по какой-то причине Вам понадобится построить ***новую*** аксиоматическую теорию, т.е. теорию таких пространств $(X, \mathfrak{s})$, что соответствующий им род структуры еще никем не изучался, то Вы попадете в ситуацию, которая описана выше, и у Вас просто не будет другого выхода, кроме обращения к определению понятия математического пространства и к теории структур Н. Бурбаки [18, гл. IV].

При разработке ТСН как раз возникла такая ситуация — создание необходимого для ТСН аппарата неопределенности потребовало построения аксиоматической теории ***рода пространств неопределенности***. И эту теорию пришлось строить ***с самого начала***. В статьях [7, 20] показано, как такую работу следует начинать — с построения соответствующего рода структуры и *вывода* понятия изоморфизма (рассматриваемых математических пространств). В статьях [21, 22] показано, чт***о*** следует делать дальше — выбрать *систему морфизмов* и построить *образы* пространств (в частности — *факторпространства* и *проекции* двумерных пространств) и их прообразы (в частности — *подпространства*).

6. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ «КВАНТОВАНИЕ»

Мы теперь переходим к рассмотрению конкретных примеров “настоящих” преобразований информации. Квантование — одно из наиболее простых преобразований. Оно имеет следующий смысл. Пусть X есть множество возможностей исходной ситуации неопределенности. Бывают случаи, когда мы не хотим (или не умеем) отличать некоторые элементы множества X от некоторых других его элементов. И иногда оказывается возможным выделить такие подмножества множества X, внутри которых элементы неразличимы. Если набор всех таких *подмножеств неразличимости* образует *разбиение* множества X, то это разбиение можно рассматривать как новое множество возможностей.

Покажем способ описания этого преобразования на примере вероятностной ситуации неопределенности, которая описывается пространством вероятностей (X, p). Пусть $\mathcal{X}$ — *разбиение* множества X, которое получилось в результате выделения в множестве X *классов неразличимости* (они и стали элементами множества $\mathcal{X}$). Тогда можно построить новое пространство вероятностей вида $(\mathcal{X}, \boldsymbol{p})$, где РВ $\boldsymbol{p}$ характеризуется следующим условием: для каждого класса неразличимости $A \in \mathcal{X}$ имеет место

$$\boldsymbol{p}(A) = \sum_{a \in A} p(a) . \qquad (6)$$

Будем говорить, что ситуация неопределенности, описываемая построенным выше пространством вероятностей $(\mathcal{X}, \boldsymbol{p})$, является результатом **квантования** (относительно разбиения $\mathcal{X}$) исходной ситуации (описываемой пространством (X, p)).

Таким образом, нахождение способа описания преобразования *квантование* для вероятностных ситуаций неопределенности оказалось очень простым. Однако нельзя сказать то же самое о других типах неопределенности. Так, (как уже было отмечено в разд. 5) для получения адекватного описания этого преобразования в общем случае потребовалось привлечь *теорию структур* Н. Бурбаки [18, гл. IV].

Можно показать, что пространство вероятностей $(\mathcal{X}, \boldsymbol{p})$ является *факторпространством* пространства (X, p). Но это можно сделать тоже только путем привлечения теории структур Бурбаки. Для каждого $x \in X$ существует единственное множество $A \in \mathcal{X}$, такое, что $x \in A$. Это множество A (класс из разбиения $\mathcal{X}$, в который попал элемент x) обозначим $[x]_{\mathcal{X}}$. Существует так называемое *каноническое отображение*

$$\xi = x \mapsto [x]_{\mathcal{X}} \lozenge X \qquad (7)$$

множества X *на* множество $\mathcal{X}$, которое каждому $x \in X$ ставит в соответствие класс $[x]_{\mathcal{X}}$.

С помощью канонического отображения ξ можно (опираясь на теорию структур) построить факторпространство (когда оно существует) *любого* математического пространства $(X, \mathfrak{s})$. Для этого достаточно построить *образ* пространства $(X, \mathfrak{s})$ при отображении ξ [18, гл. IV, § 2, п. 6]. Поскольку построенное выше пространство вероятностей $(\mathcal{X}, \boldsymbol{p})$ является образом пространства (X, p) при отображении ξ, оно является факторпространством пространства (X, p).

1. **Информационный аспект квантования.** Приведенное выше выражение (2), показывает способ вычисления количества собственной информации $I_p(x)$ каждого элемента x пространства вероятностей (X, p). Легко построить аналогичное выражение для количества собственной информации $I_{\boldsymbol{p}}(A)$ каждого элемента $A \in \mathcal{X}$ нового пространства вероятностей $(\mathcal{X}, \boldsymbol{p})$:

$$I_{\boldsymbol{p}}(A) = \log \frac{1}{\boldsymbol{p}(A)} . \qquad (8)$$

Можно показать, что для любой пары (x, A), такой, что $A \in \mathscr{X}$ и $x \in A$, числа $I_p(x)$ и $I_{\boldsymbol{p}}(A)$ находятся в следующем отношении:

$$I_p(x) \geq I_{\boldsymbol{p}}(A). \tag{9}$$

Неравенство (9) показывает, что количество собственной информации при квантовании не возрастает. Это представляется вполне логичным.

Теперь запишем (по аналогии с (5)) выражение для *меры неопределенности* квантованной ситуации неопределенности, описываемой факторпространством $(\mathscr{X}, \boldsymbol{p})$:

$$G(\mathscr{X}, \boldsymbol{p}) = \mathbf{E}\, I_{\boldsymbol{p}} = \sum_{A \in \mathscr{X}} \boldsymbol{p}(A) \cdot I_{\boldsymbol{p}}(A). \tag{10}$$

А из выражений (5), (9) и (10) нетрудно получить следующее неравенство:

$$G(X, p) \geq G(\mathscr{X}, \boldsymbol{p}). \tag{11}$$

2. Мера интенсивности квантования. Теперь можно предложить следующую меру *внешней* информации:

$$E(X, p \,|\, \mathscr{X}) = G(X, p) - G(\mathscr{X}, \boldsymbol{p}). \tag{12}$$

Число $E(X, p \,|\, \mathscr{X})$ будем называть **мерой интенсивности квантования** (или **количеством внешней информации квантования**) пространства вероятностей (X, p) (относительно разбиения $\mathscr{X}$).

Из неравенства (11) следует, что, каким бы ни было разбиение $\mathscr{X}$, имеет место неравенство

$$E(X, p \,|\, \mathscr{X}) \geq 0. \tag{13}$$

Неслучайно для обозначения внутренних и внешних мер информации выбраны буквы I и E. Так, I есть начальная буква не только слова «information», но и таких слов, как «inner» (внутренний), «inside» (внутри), «interior» (внутренность), а E — это начальная буква таких слов, как «external», «exterior» (внешний, наружный), «externals» (внешность).

Что же измеряет мера интенсивности квантования $E(X, p \,|\, \mathscr{X})$? Нетрудно догадаться, что величина $E(X, p \,|\, \mathscr{X})$ выражает меру той информации, которая вследствие квантования была *потеряна*. Эта информация как бы осталась внутри классов неразличимости.

3. Примеры. Для того чтобы лучше познакомиться с мерой $E(X, p \,|\, \mathscr{X})$, рассмотрим два предельных частных случая, когда разбиение $\mathscr{X}$ тривиально: 1) каждый класс разбиения $\mathscr{X}$ содержит только один элемент множества X и 2) разбиение $\mathscr{X}$ содержит только один класс (и этот класс, конечно, совпадает с множеством X). Формально первый случай изображается так: $\mathscr{X} = \big\{\{x\} : x \in X\big\}$, а второй случай — так: $\mathscr{X} = \big\{\{X\}\big\}$.

Нетрудно понять, что в первом случае квантование является чисто фиктивным, поскольку в множестве $\mathscr{X}$ имеется в точности столько же элементов, сколько было в множестве X (т.е. *мощности* множеств X и $\mathscr{X}$ совпадают, что формально мы будем изображать так: $|\mathscr{X}| = |X|$). А это значит, что никакая информация не терялась. Действительно, можно показать, что в этом случае имеют место равенства $G(X, p) = G(\mathscr{X}, \boldsymbol{p})$ и $E(X, p \,|\, \mathscr{X}) = 0$.

Второй же случай соответствует настолько “радикальному” квантованию, что фактически вся информация теряется, т.е. остается внутри классов неразличимости. Действительно, ввиду того, что множество $\mathscr{X}$ в этом случае состоит только из одного класса, мера неопределенности $G(\mathscr{X}, \boldsymbol{p})$ должна равняться нулю, а тогда получится, что $E(X, p \,|\, \mathscr{X}) = G(X, p)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Словарь* по кибернетике. — К.: Гл. ред. УСЭ, 1979. — 624 с.
2. *Энциклопедия* кибернетики. — К.: Гл. ред. УСЭ, 1974. — **1**. — 608 с.; **2**. — 624 с.
3. *Глушков В.М.* Мышление и кибернетика. — М.: Знание, 1966. — 32 с.
4. *Яглом А.М., Яглом И.М.* Вероятность и информация. — 3-е изд. перераб. и доп. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1973. — 512 с.
5. *Шеннон К.* Работы по теории информации и кибернетике. — М.: Изд. ин. лит., 1963. — 830 с.
6. *Эшби У.Р.* Введение в кибернетику. — М.: Изд. ин. лит., 1959. — 432 с.
7. *Дидук Н.Н.* Пространства неопределенности и изоморфизм // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2002. — № 4. — С. 128–143.
8. *Дидук Н.Н.* Сигнальные пары и их применение // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2008. — № 2. — С. 128–143.
9. *Гнеденко Б.В., Хинчин А.Я.* Элементарное введение в теорию вероятностей. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1970. — 168 с.
10. *Скороход А.В.* Вероятность вокруг нас. — К.: Наук. думка, 1980. — 196 с.
11. *Дидук Н.Н.* Энтропия дискретных пространств неопределенности // Докл. АН УССР. Сер. А. — 1983. — № 1. — С. 63–65.
12. *Дидук Н.Н.* Теория неопределенности: назначение, первые результаты и перспективы. I, II // Кибернетика и системный анализ. — 1993. — № 4. — С. 160–168; — № 5. — С. 165–173.
13. *Бурбаки Н.* Общая топология. Основные структуры. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1966. — 272 с.
14. *Кондаков Н.И.* Логический словарь-справочник. — 2-е изд. испр. и доп. — М.: Наука, 1975. — 720 с.
15. *Бриллюэн Л.* Наука и теория информации. — М.: Гос. изд. физ.-мат. лит, 1960. — 392 с.
16. *Дидук Н.Н.* Информационные пространства. Понятия собственной информации и неопределенности // Кибернетика. — 1986. — № 4. — С. 74–80.
17. *Дидук Н.Н.* Пространства неопределенности. Энтропия и теорема кодирования // Кибернетика. — 1984. — № 2. — С. 69–73.
18. *Бурбаки Н.* Теория множеств. — М.: Мир, 1965. — 456 с.
19. *Бурбаки Н.* Очерки по истории математики. — М.: Изд. ин. лит., 1963. — 292 с.
20. *Дидук Н.Н.* Новая ветвь аппарата неопределенности широкого назначения. Изоморфизм // Управляющие системы и машины. — 2004. — № 2. — С. 13–22.
21. *Дидук Н.Н.* Система морфизмов для пространств неопределенности и ее применение // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2003. — № 1. — С. 34–47.
22. *Дидук Н.Н.* Прообразы пространств неопределенности. Простые подпространства // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2005. — № 1. — С. 127–142.

Поступила 01.06.2009

Стаття надрукована в редакції автора