

УДК 62-50

**СИНТЕЗ БАГАТОВИМІРНИХ КООРДИНУЮЧИХ СИСТЕМ
КЕРУВАННЯ З РІЗНОТЕМПОВОЮ ДИСКРЕТИЗАЦІЄЮ
В ДЕТЕРМІНОВАНОМУ СЕРЕДОВИЩІ**

В.Д. РОМАНЕНКО, Ю.Л. МІЛЯВСЬКИЙ

Поставлено та вирішено задачу керування співвідношеннями між вихідними координатами багатовимірного різномірного об'єкта в детермінованому середовищі. Запропоновано новий алгоритм керування, що дозволяє одночасно забезпечувати виконання задачі слідкування і задачі координації в перехідному та усталеному режимах. Наведено результати чисельного моделювання, що підтверджують практичну цінність цієї розробки.

ВСТУП

Задача керування співвідношеннями, відома як проблема координуючого керування [1], почала розв'язуватись на досить загальному теоретичному рівні відносно недавно, хоча технічні системи, для яких принциповим є дотримання заданих співвідношень, відомі давно. До таких систем належать системи синхронного керування електрогенераторами, двигунами, стержнями ядерних реакторів, системи автоматичного дозування речовин тощо. У наш час до області застосування методів координації відносять також дослідження природних (біологічних, екологічних) та соціально-економічних систем, що складаються з великої кількості елементів, що взаємодіють, і функціонування яких полягає в дотриманні певних співвідношень між вихідними величинами.

Загальноприйняті підходи теорії керування, як виявилось, не дозволяють забезпечувати достатню точність керування співвідношеннями між вихідними координатами об'єкта в динаміці. Більшість методів, розроблених на сьогодні в теорії координуючого керування, на жаль, підходять лише для досить вузьких класів об'єктів або типів співвідношень [2, 3], і тому не можуть розглядатись як універсальне вирішення проблеми. У [1] розглядається задача координації на узагальненому рівні, але лише для неперервних систем. У цій роботі задача координуючого керування розглядається для дискретних систем, причому із різноміровою дискретизацією.

Нині теорія дискретних різномірових систем характеризується інтенсивним розвитком. Це зумовлено наявністю широких класів об'єктів і підсистем у хімічній технології, енергетиці, економіці, екології та інших сфе-

рах, яким властиві різні швидкості перебігу процесів. Наприклад, у фінансово-економічній сфері актуальними є побудова й аналіз різнотемпових моделей динаміки курсів валют, процентних ставок, рівня безробіття, ВВП, обсягу виробництва чи витрат тощо, оскільки різні показники, що входять до цих моделей, змінюються і вимірюються з різною частотою. У теорії керування вже відомо досить багато цифрових алгоритмів, що забезпечують управління об'єктами з різнотемповою дискретизацією (тобто з різною частотою дискретизації входів та виходів) [4]. Але задача керування співвідношеннями для систем з різнотемповою дискретизацією досі не розглядалась. Проте її актуальність є очевидною вже тому, що на практиці майже завжди різні величини, співвідношення між якими необхідно забезпечувати, вимірюються в різні моменти часу, із різною частотою.

Отже, у цій роботі вперше поставлено задачу координуючого керування для систем із різнотемповою дискретизацією та запропоновано новий метод синтезу регуляторів для таких систем.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ КООРДИНУЮЧОГО КЕРУВАННЯ ПРИ РІЗНОТЕМПОВІЙ ДИСКРЕТИЗАЦІЇ

Нехай є дискретний багатовимірний різнотемповий об'єкт керування з n входами та n виходами, причому вхідні сигнали $u_j(kT_0)$, $j=1, \dots, n$ усі мають період дискретизації T_0 , а вихідні сигнали $y_i(l_i h_i)$ мають у загальному

випадку різні періоди дискретизації $h_i = m_i T_0$, $m_i \geq 1$, $l_i = \left\lfloor \frac{k}{m_i} \right\rfloor$, $i=1, \dots, n$,

де $\lfloor \cdot \rfloor$ — позначення цілої частини числа. Динаміка цього об'єкта задається за допомогою матричної дискретної передаточної функції (МДПФ) у формі z -перетворення $W(z, z_1, \dots, z_n) = \{W_{ij}(z, z_i)\}$, $i, j=1, \dots, n$, де $W_{ij}(z, z_i) = \frac{y_i(z_i)}{u_j(z)}$, $z_i = z^{m_i}$. Оскільки z^{-1} — оператор зворотного зсуву на період

T_0 , то $z_i^{-1} = z^{-m_i}$ — оператор зворотного зсуву на період $m_i T_0 = h_i$. Якщо

підставити $z_i = z^{m_i}$ у вираз для $W_{ij}(z, z_i)$, отримаємо $W_{ij}(z) = \frac{y_i(z^{m_i})}{u_j(z)}$, і

тоді можна розглядати $W(z, z_1, \dots, z_n)$ як $W(z) = \{W_{ij}(z)\}$, $i, j=1, \dots, n$.

У роботі розглядається проблема синтезу регулятора для цього об'єкта, що має забезпечити виконання одразу двох задач, які надалі будемо називати задачею слідкування та задачею координації. Під задачею координації розумітимемо вимогу виконання в динаміці системи лінійних співвідношень між вихідними координатами

$$AY = b, \quad (1)$$

де $Y = (y_1, \dots, y_n)^T$, A — задана матриця розмірності $r \times n$, $r < n$, що має повний ранг, b — заданий вектор розмірності r . Оскільки координати $y_i(l_i h_i)$ вимірюються в різні моменти часу, то припускаємо, що

$y_i(l_i h_i + k' T_0) = y_i(l_i h_i)$, $0 \leq k' < m_i$, $i = 1, \dots, n$, та будемо вимагати виконання рівності (1) при кожному k у сенсі $AY(kT_0) = b$, де $Y(kT_0) = (y_1(kT_0), \dots, y_n(kT_0))^T$.

Під задачею слідкування розумітимемо класичну задачу приведення вихідного сигналу Y до рівня сигналу задаючого діяння $G = (g_1, \dots, g_n)^T$ (якщо $G = \text{const}$, то задача слідкування стає задачею стабілізації). Очевидно, що для того, щоб задачі слідкування та координації були узгодженими, G слід подавати спеціальним чином. Запропонуємо дві схеми. Згідно з рис. 1, задаючі діяння одразу формуються так, щоб задовольняти (1), тобто $AG(kT_0) = b$. При цьому вони формуються без зворотного зв'язку (рис. 1). Перевагою схеми на рис. 1 є простота і «чистота» задаючого сигналу, не пов'язаного з якістю роботи системи. Недоліком є те, що задаюче діяння не враховує, чи виконується реально співвідношення між вихідними координатами, тобто вимагається виконання співвідношення лише між ідеальними, бажаними сигналами, а не між дійсними.

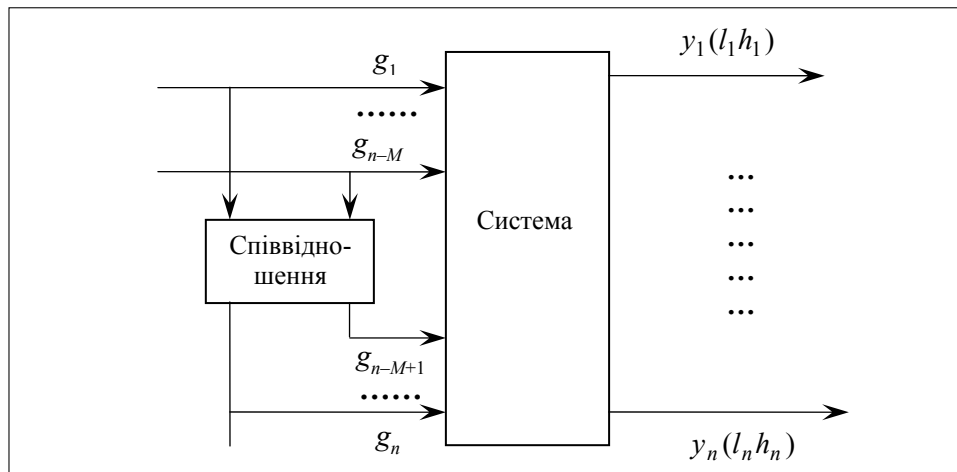


Рис. 1. Схема 1 координуючого керування

Щодо частоти дискретизації задаючих діянь, розглянемо два варіанти. У варіанті 1 всі задаючі діяння дискретизуються з періодом T_0 , тобто $G(kT_0) = (g_1(kT_0), \dots, g_n(kT_0))^T$. У варіанті 2 частота дискретизації задаючого діяння дорівнює частоті відповідної вихідної координати, тобто $G = (g_1(l_1 h_1), \dots, g_n(l_n h_n))^T$. У цьому разі для виконання при кожному k $AG(kT_0) = b$ припускається, що $g_i(l_i h_i + k' T_0) = g_i(l_i h_i)$, $0 \leq k' < m_i$, $i = 1, \dots, n$.

Згідно зі схемою на рис. 2 із фізичних міркувань серед вихідних змінних обирається $n - M$ ведучих і M ведених координат. Оскільки за припущенням усі співвідношення лінійно незалежні, то ведені координати можна виразити однозначно як лінійні комбінації ведучих. По прямих каналах ведучих координат подаються певні задаючі діяння (без обмежень), а замість задаючих діянь для ведених координат подаються відповідні лінійні комбінації ведучих вихідних координат (рис. 2). Перевагою схеми 2 є той факт,

що ми в явному вигляді вимагаємо від системи, щоб ведені вихідні координати відповідали потрібним співвідношенням ведучих вихідних координат, тобто виконання співвідношення тепер є не додатковою умовою, поряд із відпрацюванням вхідних сигналів, а основною умовою. Недоліком схеми є відносна складність та внесення деякого запізнення в задаюче діяння по веденому каналу внаслідок інерційності системи. За умови застосування схеми на рис. 2 для обчислення задаючих діянь для ведених вихідних координат доведеться шукати лінійні комбінації ведучих вхідних координат із різною частотою дискретизації. Для простоти будемо, як завжди, припускати, що вони не змінюють своє значення в проміжку часу між моментами квантування, тоді в загальному випадку найзручнішим для схеми 2 буде варіант дискретизації 1 (з малим періодом для всіх g_1, \dots, g_n), хоча в конкретних ситуаціях можливі й інші варіанти дискретизації.

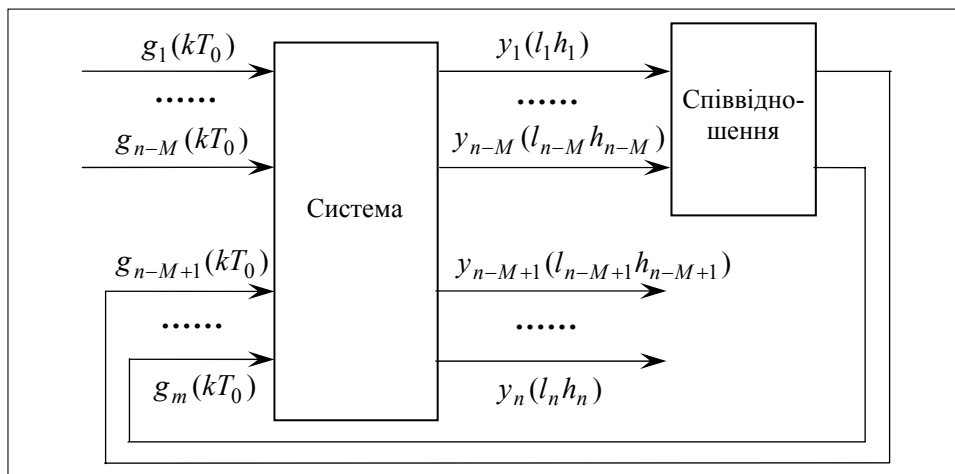


Рис. 2. Схема 2 координуючого керування

Далі ми не будемо уточнювати, згідно з якою схемою подається задаюче діяння, оскільки це не впливає на подальші викладки.

РОЗРОБКА ЕТАЛОННОЇ МОДЕЛІ ДИНАМІКИ ЗАМКНЕНОЇ СИСТЕМИ З РІЗНОТЕМПОВОЮ ДИСКРЕТИЗАЦІЄЮ. СИНТЕЗ СЛІДКУЮЧОГО РЕГУЛЯТОРА

Запропонуємо контур слідкуючого керування, зображений на рис. 3, де позначено $E = (e_1, \dots, e_n)^T = G - Y$ — вектор помилок керування.

Для проектування регулятора $W^P(z)$ використовуватимемо метод безпосереднього синтезу регулятора, в одновимірному випадку описаний у [6]. Для цього спочатку задамо бажану МДПФ замкненої системи. Її вигляд залежить від обраного варіанта дискретизації задаючих діянь. Очевидно, що для забезпечення автономності її потрібно обирати діагональною. При варіанті 1 матимемо $H(z, z_1, \dots, z_n) = \text{diag} \{H_i(z, z_i)\}$, $i = 1, \dots, n$, де $H_i(z, z_i) = \frac{y_i(z_i)}{g_i(z)}$. Ця різнотемпова передаточна функція має ті ж властивості, що

і розглянена вище передаточна функція об'єкта керування $W_{ij}(z, z_i)$, і так само приводиться до вигляду $H_{ij}(z)$. Під час використання варіанта 2 отримаємо $H(z_1, \dots, z_n) = \text{diag} \{H_i(z_i)\}$, $i = 1, \dots, n$, де $H_i(z_i) = \frac{y_i(z_i)}{g_i(z_i)}$, тобто передаточна функція по i -му каналу буде однотемповою з періодом дискретизації h_i . Зрозуміло, що і в цьому випадку за потреби можна підставити $z_i = z^{m_i}$ та отримати $H(z) = \text{diag} \{H_i(z)\}$, $i = 1, \dots, n$, $H_i(z) = \frac{y_i(z^{m_i})}{g_i(z^{m_i})}$.

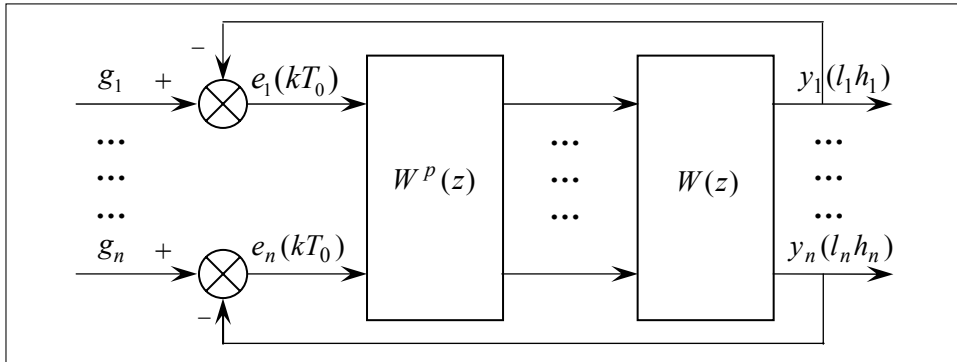


Рис. 3. Контур слідкуючого керування

Запропонуємо конкретний вигляд бажаної МДПФ замкненої системи для слідкуючого контуру. Найчастіше бажаним є перехідний процес, що моделюється в неперервному випадку аперіодичною ланкою першого порядку $\frac{1}{Ts+1}$, де T — постійна часу, що обирається із міркувань швидкодії. Якщо на вході системи знаходиться екстраполятор нульового порядку з частотою квантування T_0 , тобто задаюче діяння змінюється в моменти часу kT_0 , $k = 1, 2, \dots$, то дискретна передаточна функція відповідної цифрової системи має вигляд $\frac{(1-\alpha)z^{-1}}{1-\alpha z^{-1}}$, де $\alpha = e^{-\lambda T_0}$, $\lambda = \frac{1}{T}$ [5]. У загальному випадку, коли задаюче діяння дискретизується з періодом $h = mT_0$, $m > 1$, а вихідна координата — з періодом T_0 , передаточну функцію аперіодичної ланки першого порядку можна представити (шляхом домноження чисельника та знаменника на $1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{-m}$) як

$$\frac{(1-\alpha)(z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{-m-1})}{1 + (1-\alpha)(z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{-m}) - \alpha z^{-m-1}}. \quad (2)$$

У випадку, коли, навпаки, вихідна координата дискретизується з періодом $h = mT_0$, $m > 1$, а вхідна — з періодом T_0 , шляхом домноження чисельника та знаменника передаточної функції аперіодичної ланки на $1 + \alpha z^{-1} + \alpha^2 z^{-2} + \dots + \alpha^{m-1} z^{-m}$, отримуємо її різнометровий аналог:

$$\frac{(1-\alpha)(z^{-1} + \alpha z^{-2} + \dots + \alpha^{m-1} z^{-m})}{1 - \alpha^m z^{-m}} = \frac{(1-\alpha)(z^{-1} + \alpha z^{-2} + \dots + \alpha^{m-1} z^{-m})}{1 - \alpha^m z_1^{-1}}, \quad (3)$$

де $z_1 = z^m$.

Таким чином, підставляючи потрібне m , отримуємо бажані дискретні різномішурні передаточні функції для кожного з каналів. Ці передаточні функції, об'єднані в єдину МДПФ, утворюють еталонну модель динаміки замкненого контуру, що виступає як критерій оптимальності для синтезу регулятора.

Припустимо, що МДПФ об'єкта не вироджена, тобто $\det W(z, z_1, \dots, z_n) \neq 0$. Згідно з методом безпосереднього синтезу отримуємо МДПФ слідкуючого регулятора такого вигляду:

$$W^P(z) = W^{-1}(z)(I - H(z))^{-1}H(z). \quad (4)$$

Покажемо, що за умови застосування такого регулятора замкнена система дійсно матиме бажану МДПФ $H(z)$. Для цього знайдемо МДПФ замкненого контуру:

$$\begin{aligned} [I + W(z)W^P(z)]^{-1}W(z)W^P(z) &= \\ &= [I + W(z)W^{-1}(z)(I - H(z))^{-1}H(z)]^{-1}W(z) \times \\ &\quad \times W^{-1}(z)(I - H(z))^{-1}H(z) = \\ &= [I + (I - H(z))^{-1}H(z)]^{-1}(I - H(z))^{-1}H(z) = \\ &= [(I - H(z))(I + (I - H(z))^{-1}H(z))]^{-1}H(z) = \\ &= [I - H(z) + H(z)]^{-1}H(z) = H(z). \end{aligned}$$

Отже, регулятор (4) забезпечує задану через $H(z)$ динаміку контуру слідкування.

Таким чином, побудовано регулятор, що має забезпечувати відслідковування вихідними координатами Y задаючих діянь G . Але задача координації вирішена тільки частково, в усталеному стані, оскільки і в схемі 1, і в схемі 2 задаюче діяння задовольняє співвідношенню (1), і тому, коли після завершення перехідного процесу виконається $Y = G$, то рівність (1) буде задовольнятися і для вихідних координат. Але цього, як правило, недостатньо. На практиці найчастіше вимагається, щоб співвідношення (1) виконувалось по можливості також і під час перехідного процесу, а не лише в усталеному стані. Іншими словами, задача координації має вищий пріоритет і тому має бути вирішена «швидше», ніж задача слідкування.

СИНТЕЗ КООРДИНУЮЧОГО ТА КОМБІНОВАНОГО КОНТУРІВ КЕРУВАННЯ

У цій роботі пропонується синтезувати додатковий контур координації. Оскільки співвідношення за припущенням мають задовольнятися у кожний

момент часу kT_0 , цей контур буде однотемповим з періодом T_0 . Введемо в розгляд уявний об'єкт керування з МДПФ $AW(z)$. Оскільки за визначенням $W(z)U(kT_0) = Y(kT_0)$, де $U(kT_0) = (u_1(kT_0), \dots, u_n(kT_0))^T$ — сигнал керування, то вихідним сигналом уявного об'єкта буде $AW(z)U(kT_0) = AY(kT_0)$. Розглянемо контур координації, в якому вектор b буде відігравати роль задаючого діяння, уявний об'єкт — роль об'єкта керування, а $E^k(kT_0) = (e_1^k(kT_0), \dots, e_r^k(kT_0))^T = b - AY(kT_0)$ — помилки керування (рис. 4).

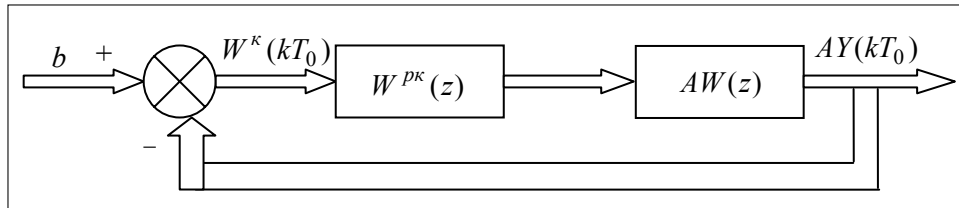


Рис. 4. Контур координації

Необхідно синтезувати координуючий регулятор $W^{PK}(z)$, який буде підтримувати «вихідну координату» уявного об'єкта $AY(kT_0)$ на рівні задаючого діяння b , тобто забезпечуватиме виконання (1). Виберемо бажану МДПФ контуру координації $H^k(z) = \text{diag} \{H_s^k(z)\}$, $s = 1, \dots, r$, де $H_s^k(z) = \frac{x_s(z)}{b_s}$, $AY(z) = (x_1(z), \dots, x_r(z))^T$, $b = (b_1, \dots, b_r)^T$.

Суттєвою особливістю цього контуру є те, що об'єкт і регулятор мають різні кількості входів і виходів, а саме об'єкт має n входів і r виходів, а регулятор — r входів та n виходів, $r < n$. Отже, не існує оберненої матриці до $AW(z)$, і метод безпосереднього синтезу застосувати неможливо.

Виберемо деяку опорну матрицю C розмірності $r \times n$ так, щоб $\det(AW(z)C) \neq 0$. За аналогією з (4) запропонуємо такий регулятор:

$$W^{PK}(z) = C(AW(z)C)^{-1}(I - H^k(z))^{-1}H^k(z). \quad (5)$$

Знайдемо МДПФ замкненого контуру координації:

$$\begin{aligned} & [I + AW(z)W^{PK}(z)]^{-1}AW(z)W^{PK}(z) = \\ & = [I + AW(z)C(AW(z)C)^{-1}(I - H^k(z))^{-1}H^k(z)]^{-1}AW(z)C \times \\ & \quad \times (AW(z)C)^{-1}(I - H^k(z))^{-1}H^k(z) = \\ & = [I + (I - H^k(z))^{-1}H^k(z)]^{-1}(I - H^k(z))^{-1}H^k(z) = \\ & = [(I - H^k(z))(I + (I - H^k(z))^{-1}H^k(z))]^{-1}H^k(z) = \\ & = [I - H^k(z) + H^k(z)]^{-1}H^k(z) = H^k(z). \end{aligned}$$

Отже, регулятор (5) забезпечує задану через $H^k(z)$ динаміку контуру координації. В якості еталонної моделі візьмемо

$$H^k(z) = \text{diag} \{H_i^k(z)\}, \quad i=1, \dots, r, \quad H_i^k(z) = \frac{(1 - e^{-\lambda_i^k T_0})z^{-1}}{1 - e^{-\lambda_i^k T_0} z^{-1}},$$

де $\lambda_i^k = \frac{1}{T_i^k}$, T_i^k — стала часу i -го каналу замкненого контуру координації.

Тепер об'єднаємо контури слідкування і координації в єдиний контур керування. На вхід реального об'єкта будемо подавати суму керуючих діянь, що виробляються слідкуючим та координуючим регуляторами, тобто $U(kT_0) = W^p(z)E(kT_0) + W^{pk}(z)E^k(kT_0)$ (рис. 5).

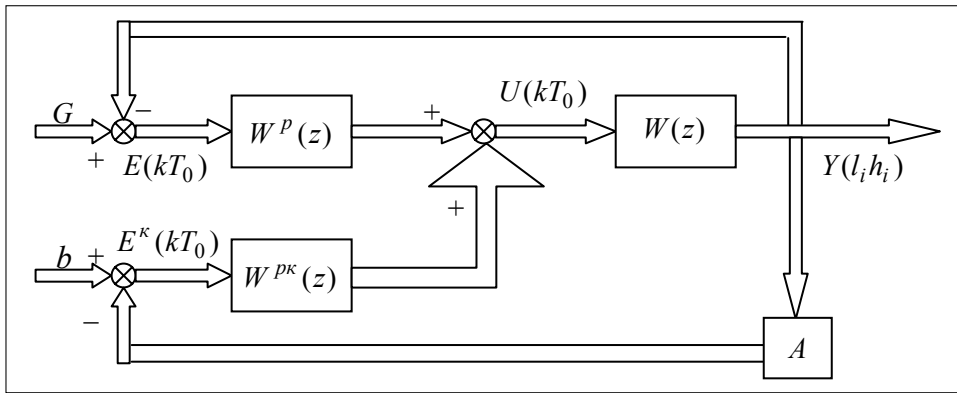


Рис. 5. Комбінований контур керування

Вимога щодо більшої швидкодії контуру координації в порівнянні з контуром слідкування може бути забезпечена відповідним вибором бажаних $H(z)$ і $H^k(z)$. Можна також явно ввести деяке $\alpha < 1$ і обчислювати $U(kT_0) = \alpha W^p(z)E(kT_0) + W^{pk}(z)E^k(kT_0)$, але для простоти вважатимемо, що $H^k(z)$ одразу вибрано більш швидкодіючим по всіх каналах, ніж $H(z)$, тобто відповідні сталі часу $H^k(z)$ менші, ніж $H(z)$.

Найголовніша умова, яку мають задовольняти всі параметри системи, — це стійкість комбінованого замкненого контуру. Виведемо цю умову математично. Очевидно, що контури слідкування і координації є стійкими за побудовою (тому що бажані МДПФ вибираються стійкими), але після їх об'єднання система може втратити стійкість. Для знаходження умови стійкості комбінованого контуру виведемо спочатку його рівняння динаміки, представивши все в однотемповій формі:

$$\begin{aligned} Y(z) &= W(z)U(z) = W(z)(W^p(z)E(z) + W^{pk}(z)E^k(z)) = \\ &= W(z)W^p(z)(G(z) - Y(z)) + W(z)W^{pk}(z)(b - AY(z)) = \\ &= W(z)W^p(z)G(z) + W(z)W^{pk}(z)b - (W(z)W^p(z) + W(z)W^{pk}(z)A)Y(z); \end{aligned}$$

$$Y(z) = [I + W(z)W^P(z) + W(z)W^{PK}(z)A]^{-1} [W(z)W^P(z)G(z) + W(z)W^{PK}(z)b].$$

Отже, характеристичне рівняння замкненого комбінованого контуру буде

$$\det[I + W(z)W^P(z) + W(z)W^{PK}(z)A] = 0 \quad (6)$$

або, після підстановки (4), (5)

$$\det[I + (I - H(z))^{-1}H(z) + W(z)C(AW(z)C)^{-1}(I - H^k(z))^{-1}H^k(z)A] = 0.$$

Тоді стійкість замкненого контуру забезпечується розміщенням коренів рівняння (6) всередині круга одиничного радіусу на комплексній площині.

ПРИКЛАД: СИНТЕЗ ДВОВИМІРНОЇ КООРДИНУЮЧОЇ СИСТЕМИ З РІЗНОТЕМПОВОЮ ДИСКРЕТИЗАЦІЄЮ. РЕЗУЛЬТАТИ МОДЕЛЮВАННЯ

Розглянемо для прикладу двовимірний об'єкт керування з частим квантуванням на першому виході та вдвічі рідшим на другому. Нехай різнометрова МДПФ об'єкта має вигляд:

$$W(z, z_1) = \begin{pmatrix} W_{11}(z) & W_{12}(z) \\ W_{21}(z, z_1) & W_{22}(z, z_1) \end{pmatrix}, \text{ де } z_1 = z^2 \text{ та}$$

$$W_{11}(z) = \frac{y_1(z)}{u_1(z)} = \frac{0,013z^{-1} + 0,01148z^{-2}}{1 - 1,64565z^{-1} + 0,6703z^{-2}},$$

$$W_{12}(z) = \frac{y_1(z)}{u_2(z)} = \frac{0,039z^{-1} + 0,016z^{-2}}{1 - 1,2875z^{-1} + 0,37334z^{-2}},$$

$$W_{21}(z, z_1) = \frac{y_2(z_1)}{u_1(z)} = \frac{0,13z^{-1} + 0,012873z^{-2} + 0,0076z^{-3} + 0,00769z^{-4}}{1 - 1,16756z_1^{-1} + 0,2493z_1^{-2}},$$

або інакше

$$W_{21}(z) = \frac{y_2(z^2)}{u_1(z)} = \frac{0,13z^{-1} + 0,012873z^{-2} + 0,0076z^{-3} + 0,00769z^{-4}}{1 - 1,16756z^{-2} + 0,2493z^{-4}},$$

$$W_{22}(z, z_1) = \frac{y_2(z_1)}{u_2(z)} = \frac{0,013z^{-1} + 0,032873z^{-2} + 0,0276z^{-3} + 0,00769z^{-4}}{1 - 1,36756z_1^{-1} + 0,4493z_1^{-2}},$$

або інакше

$$W_{22}(z) = \frac{y_2(z^2)}{u_2(z)} = \frac{0,013z^{-1} + 0,032873z^{-2} + 0,0276z^{-3} + 0,00769z^{-4}}{1 - 1,36756z^{-2} + 0,4493z^{-4}}.$$

Нехай задаюче діяння для першої координати є незалежним і квантується з подвійним періодом, а задаюче діяння для другої координати обчислюється як лінійна функція від першого виходу (рис. 2) і, відповідно, квантується з малим періодом. Виберемо для двовимірної системи бажану

$$\text{МДПФ } H(z) = \begin{pmatrix} H_1(z) & 0 \\ 0 & H_2(z) \end{pmatrix}.$$

У нашій системі H_1 та H_2 мають бути різнотемповими: H_1 має великий період дискретизації на вході та малий на виході, H_2 — навпаки. Підставимо в (2) $m=2$ та будемо мати $H_1(z) = \frac{(1-\alpha)(z^{-1} + z^{-2} + z^{-3})}{1 + (1-\alpha)(z^{-1} + z^{-2}) - \alpha z^{-3}}$. Потім підставимо в (3) $m=2$ і отримаємо $H_2(z, z_1) = \frac{(1-\alpha)(z^{-1} + \alpha z^{-2})}{1 - \alpha^2 z_1^{-1}}$ або $H_2(z) = \frac{(1-\alpha)(z^{-1} + \alpha z^{-2})}{1 - \alpha^2 z^{-2}}$.

Отже, при $\alpha = e^{-\lambda T_0}$, вибравши деякі λ_1, λ_2 (обернені до сталих часу еталонних моделей слідкуючого контуру по обох каналах), отримуємо:

$$H(z) = \begin{pmatrix} \frac{(1 - e^{-\lambda_1 T_0})(z^{-1} + z^{-2} + z^{-3})}{1 + (1 - e^{-\lambda_1 T_0})(z^{-1} + z^{-2}) - e^{-\lambda_1 T_0} z^{-3}} & 0 \\ 0 & \frac{(1 - e^{-\lambda_2 T_0})(z^{-1} + e^{-\lambda_2 T_0} z^{-2})}{1 - e^{-2\lambda_2 T_0} z^{-2}} \end{pmatrix}$$

Таким чином, за формулою (4) можна синтезувати слідкуючий регулятор $W^p(z)$.

Нехай потрібно забезпечити виконання співвідношення $y_1(kT_0) - 2y_2(kT_0) = 1$, тобто $A = (1 - 2)$, $b = 1$. Побудуємо (однотемповий) контур координації. Знову виберемо бажану передаточну функцію замкненого контуру координації (що в цьому прикладі виявився одновимірним) у формі $H^k(z) = \frac{(1 - e^{-\lambda_k T_0})z^{-1}}{1 - e^{-\lambda_k T_0} z^{-1}}$, де $\lambda_k = \frac{1}{T_k}$, T_k — постійна часу контуру координації, і синтезуємо координуючий регулятор $W^{pk}(z)$ за формулою (5). Матрицю C , а також параметри $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_k$ вибираємо так, щоб $\det(AW(z)C) \neq 0$ і виконувалась умова (6). У цьому прикладі вибрано $C = (2 \ 1)^T$, $\lambda_1 = 0,3$, $\lambda_2 = 0,6$, $\lambda_k = 1$, де виконується умова $\lambda_k > \lambda_1$, $\lambda_k > \lambda_2$, що забезпечує більшу швидкодню контуру координації в порівнянні зі слідкуючим контуром. Схему комбінованого контуру зображено на рис. 6.

Модельовання проводилось у середовищі Simulink 7.4 for Matlab 7.9. Нехай першим задаючим діянням є синусоїдний сигнал, а друге задаюче діяння формується згідно зі схемою на рис. 2, тобто, у цьому випадку, як $g_2(kT_0) = \frac{y_1(kT_0) - 1}{2}$. На рис. 7 зображено ведучу координату та її задаюче діяння, на рис. 8 — ведену координату та її задаюче діяння, на рис. 9 — похибку співвідношення (тобто $e^k(kT_0) = 1 - y_1(kT_0) + 2y_2(kT_0)$). Щоб переконатись у доцільності введення запропонованого в роботі додаткового контуру координації, наведемо на рис. 10–12 результати моделювання для тієї ж системи, але без цього додаткового контуру.

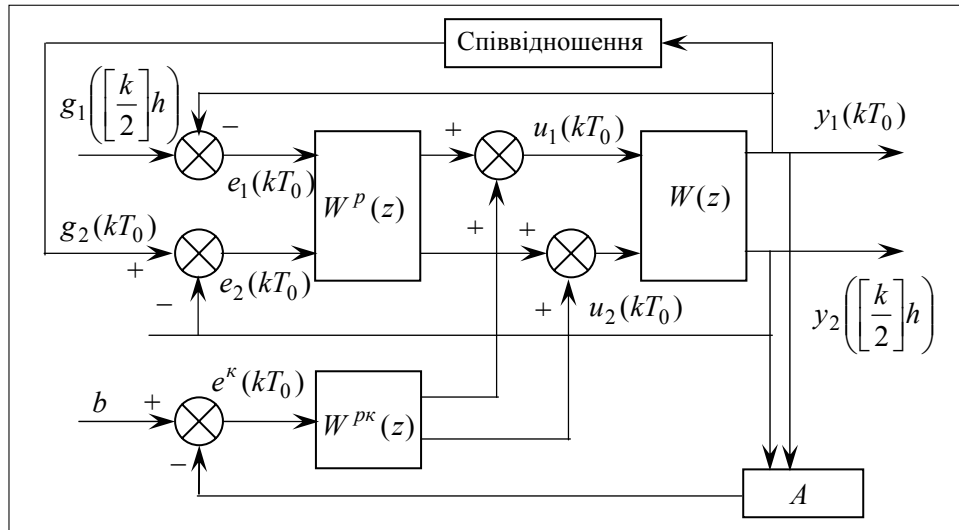


Рис. 6. Схема двовимірного різнометрового контуру для моделювання

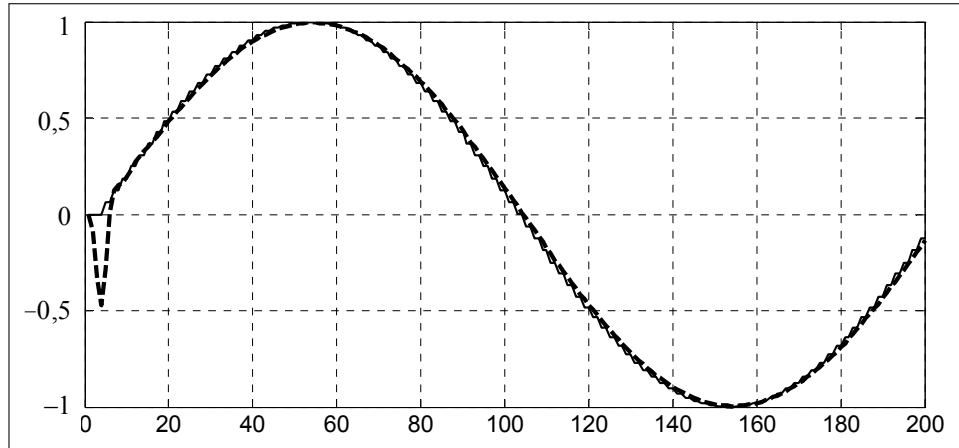


Рис. 7. Результати моделювання (неперервна лінія — задаюче діяння, пунктир — вихідна координата) для першого каналу

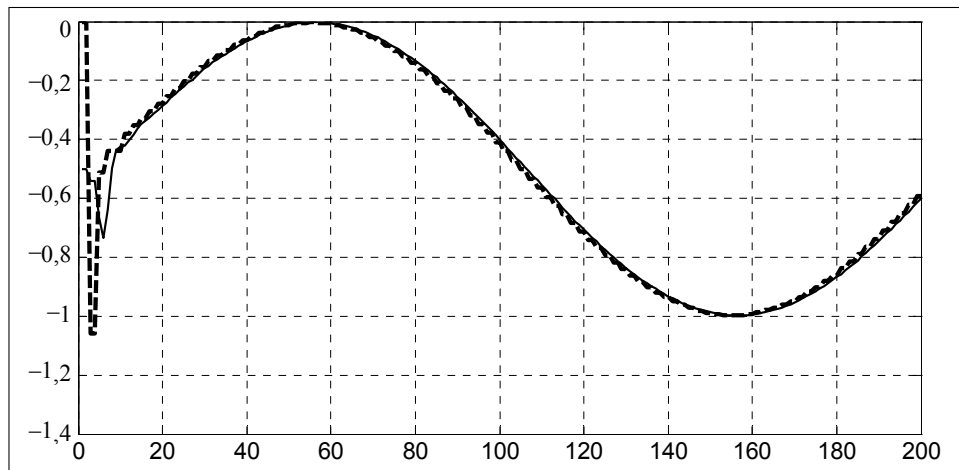


Рис. 8. Результати моделювання (неперервна лінія — задаюче діяння, пунктир — вихідна координата) для другого каналу

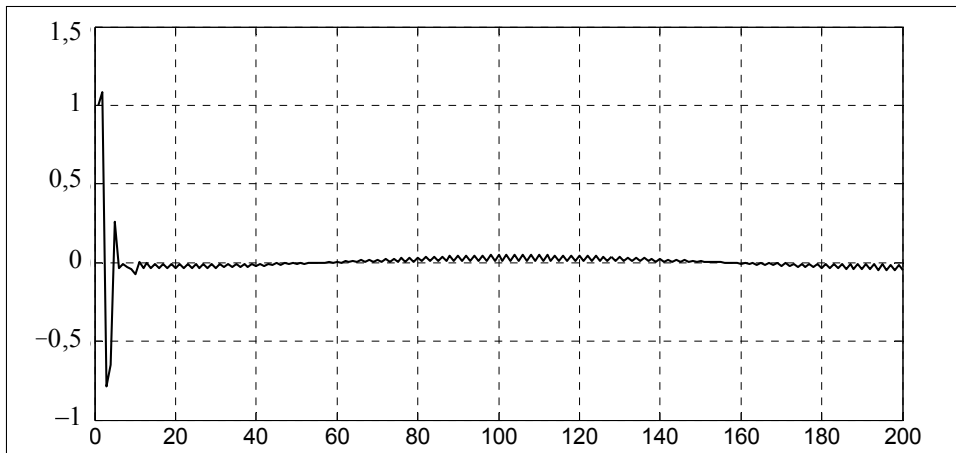


Рис. 9. Результати моделювання: графік похибки співвідношення

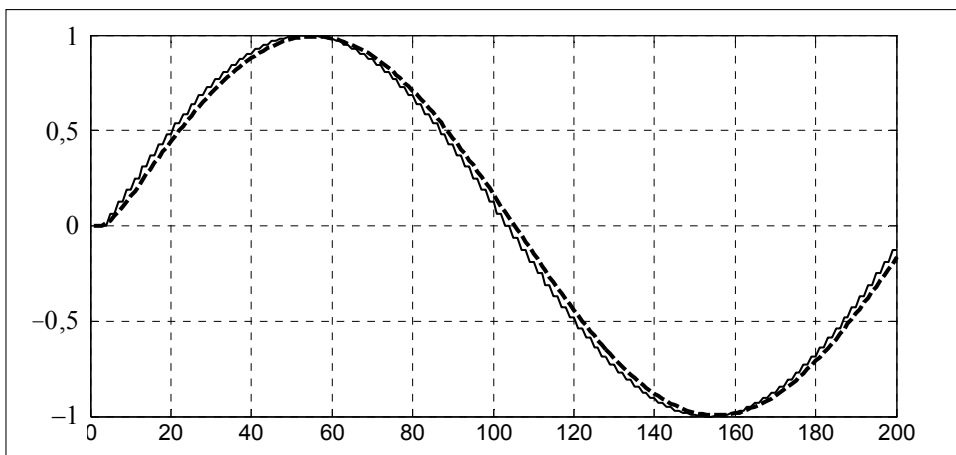


Рис. 10. Результати моделювання (неперервна лінія — задаюче діяння, пунктир — вихідна координата) для першого каналу за відсутності контуру координації

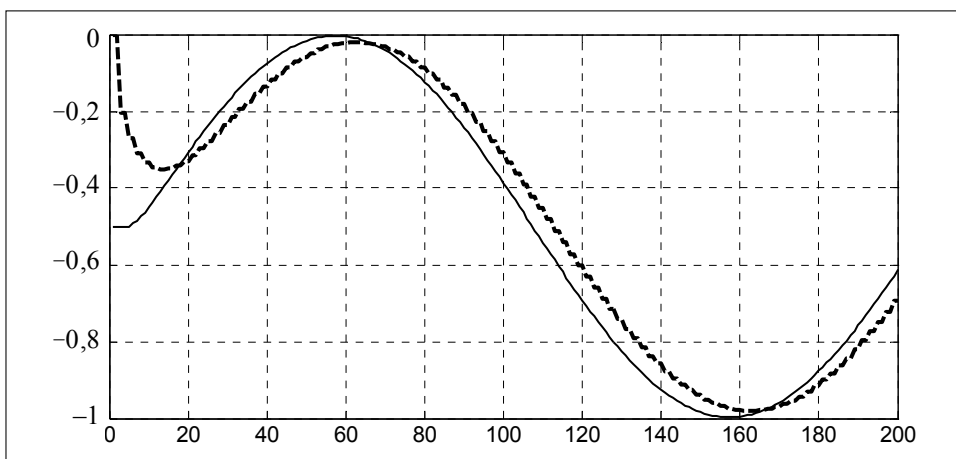


Рис. 11. Результати моделювання (неперервна лінія — задаюче діяння, пунктир — вихідна координата) для другого каналу за відсутності контуру координації

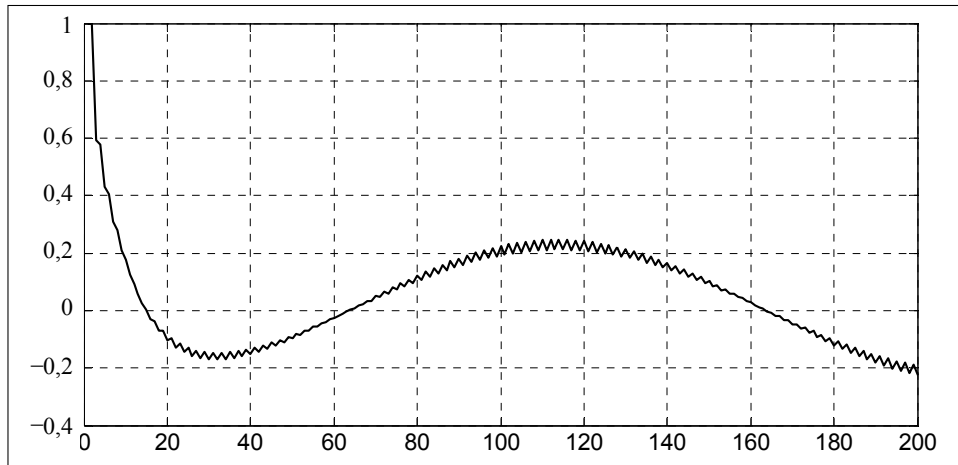


Рис. 12. Результати моделювання: графік похибки співвідношення за відсутності контуру координації

Із отриманих результатів випливає, що контур координації значно зменшує похибку співвідношення, що і було головною метою його введення. Крім того, виявляється, що якість слідкування також не тільки не погіршується, а навіть покращується, оскільки задаючі діяння задовольняють співвідношенню, і тому задачі слідкування і координації не суперечать, а доповнюють одна одну.

ВИСНОВКИ

У роботі досліджено проблему координуючого керування різномпвовим багатовимірним об'єктом у детермінованому середовищі.

1. Сформульовано математичну постановку задачі керування співвідношеннями (координуючого керування) між вихідними координатами об'єкта із різномпвовою дискретизацією та запропоновано декілька схем і варіантів формування задаючих діянь.

2. Розроблено різномпвові критерії оптимальності, які подані у формі бажаних дискретних передаточних функцій замкненого контуру цифрового керування з різномпвовою дискретизацією.

3. Спроектовано слідкуючий регулятор на основі методу безпосереднього синтезу при різномпвовій матричній передаточній функції об'єкта керування та різномпвовій еталонній моделі.

4. Запропоновано спеціальний швидкодіючий контур координуючого керування, що забезпечує виконання заданих співвідношень під час перехідних процесів із достатньою точністю.

5. Розроблено метод синтезу цифрового регулятора для об'єкта типу «вхід–вихід» із різною кількістю входів і виходів та застосовано його для проектування координуючого регулятора.

6. Виведено умови стійкості комбінованого (слідкуючого та координуючого) контуру керування.

7. Проведено чисельне моделювання двовимірної координуючої системи з різнометровою дискретизацією, що підтвердило ефективність та доцільність використання отриманих у роботі результатів.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Бойчук Л.М.* Синтез координирующих систем автоматического управления. — М.: Энергоатомиздат, 1991. — 160 с.
2. *Мирошник И.В.* Согласованное управление многоканальными системами. — Л.: Энергоатомиздат, 1990. — 129 с.
3. *Кабальнов Ю.С., Лютов А.Г., Насибуллин Ф.Г.* Координированное управление группой автономных динамических объектов // Выч. техника и новые инф. технологии: межвуз. сб. науч. тр. — 1999. — С. 45–48.
4. *Згуровский М.З., Романенко В.Д.* Системы фильтрации и управления с разделяющимися разнотемповыми движениями. — Киев: Наук. думка, 1998. — 376 с.
5. *Романенко В.Д.* Методи автоматизації прогресивних технологій: підруч. — Київ: Вища шк., 1995. — 519 с.
6. *Chiu K.C., Corripio A.B., Smith C.L.* Digital control algorithms. Part 1. Dahlin algorithm // Instruments and control systems. — 1973. — № 10. — P. 57–59.

Надійшла 06.10.2010