

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ КОМПЛЕКС
«ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ»
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

МІЖНАРОДНИЙ НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 3

2021

ЗАСНОВАНО У ЛИПНІ 2001 р.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Головний редактор

М.З. ЗГУРОВСЬКИЙ, акад. НАН України

Заступник головного редактора

Н.Д. ПАНКРАТОВА, чл.-кор. НАН України

Члени редколегії:

П.І. АНДОН, акад. НАН України

А.В. АНІСІМОВ, чл.-кор. НАН України

Г.-В. ВЕБЕР, проф., Турція

О.Д. ГВІШАНИ, акад. РАН, Росія

П.О. КАСЬЯНОВ, проф., д.ф.-м.н.,
Україна

В.М. КУНЦЕВИЧ, акад. НАН України

О.А. ПАВЛОВ, проф., д.т.н., Україна

Л. САКАЛАУСКАС, проф., Литва

А.М. САЛЕМ, проф., Єгипет

І.В. СЕРГІЄНКО, акад. НАН України

Х.-М. ТЕОДОРЕСКУ, акад. Румунської
Академії

Е.О. ФАЙНБЕРГ, проф., США

Я.С. ЯЦКІВ, акад. НАН України

У номері:

• **Прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи**

• **Проблеми прийняття рішень та управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах**

• **Математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем**

АДРЕСА РЕДАКЦІЇ:

03056, м. Київ,

просп. Перемоги, 37, корп. 35,

ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського

Тел.: **204-81-44**; факс: **204-81-44**

E-mail: journal.iasa@gmail.com

<http://journal.iasa.kpi.ua>

NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE
EDUCATIONAL AND SCIENTIFIC COMPLEX
«INSTITUTE FOR APPLIED SYSTEM ANALYSIS»
OF THE NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF UKRAINE
«IGOR SIKORSKY KYIV POLYTECHNIC INSTITUTE»

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

№ 3

2021

IT IS FOUNDED IN JULY 2001

EDITORIAL BOARD:

The editor – in – chief

M.Z. ZGUROVSKY, Academician of
NASU

Deputy editor – in – chief

N.D. PANKRATOVA, Correspondent
member of NASU

Associate editors:

F.I. ANDON, Academician of
NASU

A.V. ANISIMOV, Correspondent
member of NASU

E.A. FEINBERG, Prof., USA

A.D. GVISHIANI, Academician of RAS,

P.O. KASYANOV, Prof., Ukraine

V.M. KUNTHEVICH, Academician of NASU

A.A. PAVLOV, Prof., Ukraine

L. SAKALAIUSKAS, Prof., Lithuania

A.M. SALEM, Prof., Egypt

I.V. SERGIENKO, Academician of NASU

H.-N. TEODORESCU, Academician of
Romanian Academy

G.-W. WEBER, Prof., Turkey

Ya.S. YATSKIV, Academician of NASU

In the issue:

• **Progressive information technologies, high-efficiency computer systems**

• **Decision making and control in economic, technical, ecological and social systems**

• **Mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research**

THE EDITION ADDRESS:

03056, Kyiv,
av. Peremogy, 37, building 35,
Institute for Applied System Analysis
at the Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute
Phone: **204-81-44**; Fax: **204-81-44**
E-mail: journal.iasa@gmail.com
<http://journal.iasa.kpi.ua>

Шановні читачі!

Навчально-науковий комплекс «Інститут прикладного системного аналізу» Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» видає міжнародний науково-технічний журнал

«СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ».

Журнал публікує праці теоретичного та прикладного характеру в широкому спектрі проблем, що стосуються системних досліджень та інформаційних технологій.

Провідні тематичні розділи журналу:

Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу; теоретичні та прикладні проблеми інформатики; автоматизовані системи управління; прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи; проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах; теоретичні та прикладні проблеми інтелектуальних систем підтримання прийняття рішень; проблемно і функціонально орієнтовані комп'ютерні системи та мережі; методи оптимізації, оптимальне управління і теорія ігор; математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем; методи аналізу та управління системами в умовах ризику і невизначеності; евристичні методи та алгоритми в системному аналізі та управлінні; нові методи в системному аналізі, інформатиці та теорії прийняття рішень; науково-методичні проблеми в освіті.

Головний редактор журналу — ректор Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», академік НАН України Михайло Захарович Згуровський.

Журнал «Системні дослідження та інформаційні технології» включено до переліку фахових видань ВАК України.

Журнал «Системні дослідження та інформаційні технології» входить до таких наукометричних баз даних: Scopus, EBSCO, Google Scholar, DOAJ, Index Copernicus, реферативна база даних «Україніка наукова», український реферативний журнал «Джерело», наукова періодика України.

Статті публікуються українською, російською та англійською мовами.

Журнал можна передплатити. **Наш індекс 23918.** Якщо ви не встигли передплатити журнал, його можна придбати безпосередньо в редакції за адресою: 03056, м. Київ, просп. Перемоги, 37, корп. 35.

Завідувачка редакції **С.М. Шевченко**

Редакторка **Р.М. Шульженко**

Молодша редакторка **Л.О. Тарин**

Комп'ютерна верстка, дизайн **А.А. Патюхи**

Свідоцтво про реєстрацію КВ № 23234–13074 ПР від 22.03.2018 р.

Підписано до друку 30.09.2021. Формат 70x108 1/16. Папір офс. Гарнітура Times.

Спосіб друку – цифровий. Ум. друк. арк. 14,411. Обл.-вид. арк. 28,56. Наклад 112 пр. Зам. № 11/04

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Свідоцтво про державну реєстрацію: ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

просп. Перемоги, 37, м. Київ, 03056.

ФОП Пилипенко Н.М., вул. Мічуріна, б. 2/7, м. Київ, 01014.

Виписка з Єдиного державного реєстру № 2 070 000 0000 0214697 від 17.05.2019 р.,

тел.: (044) 361 78 68.

Dear Readers!

Educational and Scientific Complex «Institute for Applied System Analysis» of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute» is published of the international scientific and technical journal

**«SYSTEM RESEARCH AND
INFORMATION TECHNOLOGIES».**

The Journal is printing works of a theoretical and applied character on a wide spectrum of problems, connected with system researches and information technologies.

The main thematic sections of the Journal are the following:

Theoretical and applied problems and methods of system analysis; theoretical and applied problems of computer science; automated control systems; progressive information technologies, high-efficiency computer systems; decision making and control in economic, technical, ecological and social systems; theoretical and applied problems of intellectual systems for decision making support; problem- and function-oriented computer systems and networks; methods of optimization, optimum control and theory of games; mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research; methods of system analysis and control in conditions of risk and uncertainty; heuristic methods and algorithms in system analysis and control; new methods in system analysis, computer science and theory of decision making; scientific and methodical problems in education.

The editor-in-chief of the Journal is rector of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», academician of the NASU Michael Zaharovich Zgurovsky.

The articles to be published in the Journal in Ukrainian, Russian and English languages are accepted. Information printed in the Journal is included in the Catalogue of periodicals of Ukraine.

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

3 • 2021

ЗМІСТ

ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ

<i>Matsuki Y., Bidyuk P.I.</i> Simulation of a rotating strong gravity that reverses time	7
<i>Мельник І.В., Тугай С.Б., Кирик В.О., Швед І.С.</i> Методи та алгоритм розрахунку фокальних параметрів порожнистого конусного електронного пучка в електронних гарматах високовольтного тліючого розряду з фокусувальною магнітною лінзою	17
<i>Гусак Е.М., Гусак В.В.</i> Совершенствование системы противопожарного мониторинга лесов путем расширения информационно-технологических возможностей современных квадрокоптеров	33
<i>Кондратюк Т.Є., Науменко Т.О.</i> Порівняння використання Apache OpenWhisk та Google Cloud Functions для розроблення безсерверних застосунків на базі Google Cloud Platform	47

ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ТА УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ, ЕКОЛОГІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ

<i>Зак Ю.А.</i> Нечеткие логические выводы и заключения в экспертных системах медицинской диагностики	55
<i>Gorelova G.V., Magomedova S.R., Feilamazova S.A.</i> Cognitive modeling of informatization influence on socio-economic indicators of the region	72
<i>Junfeng Yu, Zijiang Yang, Jianping Guo, Larysa Globa.</i> Analysis and review on fuzzy evaluation of the performance	86
<i>Lopatin A.K.</i> Technology progress implementation based on a modified version of R.M. Solow economic growth model: with production S-curve consisting of n -steps	99

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ І ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

<i>Бодяньський Є.В., Шафроненко А.Ю., Плісс І.П.</i> Правдоподібна нечітка кластеризація даних на основі еволюційного методу божевільних котів	110
<i>Кирилюк В.С., Левчук О.І.</i> Математичне моделювання контактної взаємодії двох п'єзоелектричних півпросторів (без електродного покриття поверхонь) за наявності жорсткого дископодібного включення між ними і тиску в зоні розшарування	120
<i>Городецький В.Г., Осадчук М.П.</i> Розв'язання проблеми надлишковості математичних моделей деяких нелінійних коливальних систем	135
Відомості про авторів	149

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

3 • 2021

CONTENT

PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES, HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS	
<i>Matsuki Y., Bidyuk P.I.</i> Simulation of a rotating strong gravity that reverses time	7
<i>Melnyk I.V., Tugay S.B., Kyryk V.O., Shved I.S.</i> Methods and algorithm for calculating the focal parameters of a hollow conical electron beam in high-voltage glow discharge electron guns with a focusing magnetic lens	17
<i>Husak O.M., Husak V.V.</i> Improvement of forest fire monitoring system by expanding information and technological possibilities of modern quadcopters	33
<i>Kondratiuk T.Y., Naumenko T.O.</i> Comparison of using Apache OpenWhisk and Google Cloud Functions for development of serverless applications on Google Cloud Platform	47
DECISION MAKING AND CONTROL IN ECONOMIC, TECHNICAL, ECOLOGICAL AND SOCIAL SYSTEMS	
<i>Zack Yu.A.</i> Fuzzy logical conclusions and conclusions in expert systems of medical diagnostics	55
<i>Gorelova G.V., Magomedova S.R., Feilamazova S.A.</i> Cognitive modeling of informatization influence on socio-economic indicators of the region	72
<i>Junfeng Yu, Zijiang Yang, Jianping Guo, Larysa Globa.</i> Analysis and review on fuzzy evaluation of the performance	86
<i>Lopatin A.K.</i> Technology progress implementation based on a modified version of R.M. Solow economic growth model: with production S-curve consisting of <i>n</i> -steps	99
MATHEMATICAL METHODS, MODELS, PROBLEMS AND TECHNOLOGIES FOR COMPLEX SYSTEMS RESEARCH	
<i>Bodyanskiy Ye.V., Shafronenko A.Yu., Pliss I.P.</i> Credibilistic fuzzy clustering based on evolutionary method of crazy cats	110
<i>Kirilyuk V.S., Levchuk O.I.</i> Mathematical modeling of contact interaction of two electroelastic half-spaces (without electrode coating of surfaces) in the presence of a hard disk-like inclusion between them and pressure in the area of separation	120
<i>Gorodetskiy V.G., Osadchuk M.P.</i> Solving of the problem of mathematical models overparameterization for some nonlinear oscillating systems	135
Information about the authors	149

SIMULATION OF A ROTATING STRONG GRAVITY THAT REVERSES TIME

Y. MATSUKI, P.I. BIDYUK

Abstract. In this research we simulated how time can be reversed with a rotating strong gravity. At first, we assumed that the time and the space can be distorted with the presence of a strong gravity, and then we calculated the angular momentum density of the rotating gravitational field. For this simulation we used Einstein's field equation with spherical polar coordinates and the Euler's transformation matrix to simulate the rotation. We also assumed that the stress-energy tensor that is placed at the end of the strong gravitational field reflects the intensities of the angular momentum, which is the normal (perpendicular) vector to the rotating axis. The result of the simulation shows that the angular momentum of the rotating strong gravity changes its directions from plus (the future) to minus (the past) and from minus (the past) to plus (the future), depending on the frequency of the rotation.

Keywords: gravitational field, distortion of time and space, angular momentum, curvature tensor, stress-energy tensor.

INTRODUCTION – RESEARCH QUESTION

In our previous research [1] we simulated a rotating strong gravity, in which time and space are distorted; and we found that the direction of the angular momentum changes as the strong gravity changes its frequency of the rotation. However, the scope of the previous research was limited to the space components. In this new research we also simulate the component of the distorted time, and we examine if time can be reversed.

In the previous research [1] we assumed that the component of the rotation matrix of the spherical polar coordinates of ρ has anti-symmetric components, $R_{22} \sin \varphi$, and $-R_{11} \sin \varphi$; and then as the result we found that the angular momentum of the spatial coordinates changed its turning direction. So now, we assume that there are also anti-symmetric components in the distorted time coordinate, τ ; and, we assume that the direction of the angular momentum of the τ — vector must also change. Therefore, the research question now is whether or not, the τ — coordinate can reverse its direction backward (change to the vector of time back to the past), because of the anti-symmetry.

Curvature tensors

In this research we used the same curvature tensors that we derived and used in our previous researches [1–3]:

$$R_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} R_{00} & R_{01} & 0 & 0 \\ R_{10} & R_{11} & R_{12} & 0 \\ 0 & R_{21} & R_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{33} \end{bmatrix},$$

where $R_{00} = \frac{5}{9(\rho - \tau)^2}$; $R_{01} = R_{10} = \frac{-4}{9(\rho - \tau)^2}$; $R_{11} = \frac{20}{3(\rho - \tau)^2} + \frac{11\mu}{18m(\rho - \tau)^{4/3}}$;

$$R_{12} = R_{21} = \frac{-2 \cot \theta}{3(\rho - \tau)}, \text{ and } \frac{2 \cot \theta}{3(\rho - \tau)};$$

$$R_{22} = \frac{28}{9\mu^2(\rho - \tau)^{10/3}} + \frac{140m}{9\mu^2(\rho - \tau)^4} + \frac{4}{\sin^2 \theta} + \cot^2 \theta,$$

and $R_{33} = \frac{-28}{9\mu^2(\rho - \tau)^3 \sin^2 \theta} + \frac{140m}{9\mu^3(\rho - \tau)^4 \sin^2 \theta} + \frac{4}{\sin^2 \theta} + \frac{11 \cot^2 \theta}{\sin^2 \theta},$

where $\mu = \left(\frac{3}{2}\sqrt{2m}\right)^{2/3}$ [2].

In this research we simulate the distorted time component τ , and the distorted distance component ρ , so that we can formulate the body vector of the

rotating object: $R = \begin{bmatrix} R_{00} \\ R_{11} \end{bmatrix}.$

We take only orthogonal components of this gravitational field for simulating its rotation. Then we calculate the angular momentum of this rotation by anti-symmetric rotation operator, $\sin \varphi$ and $-\sin \varphi$, to calculate the projections of the vectors in the normal components (perpendicular to the curved spherical surface), where φ is angle of the rotation.

Distortion of time and space in strong gravity

We used the same assumption of our previous researches [1–3] for simulating the distortion of time and space, as shown in Fig. 1, 2.

Note: r is the distance from the center of the strong gravity, t is the time to travel on the distance, f and g are given functions, and $\tau = t + f(r)$; and $\rho = t + g(r)$.

In these figures τ is a relative time in the coordinate system, which expands and shrinks depending on the distance r , where $\tau = t + f(r)$; and ρ is the relative distance, which expands and shrinks depending on the time t , where $\rho = t + g(r)$; and $f(r)$ and $g(r)$ are functions of r . For the simulation we as assumed Case-1: $f(r) = \log r$ and $g(r) = e^r$ (non-linear); and Case-2: $f(r) = \frac{1}{r}$ and $g(r) = r$ (linear).

ALGORITHM

We use the same algorithm that we used for our previous research [1–3] to simulate the relative strengths (intensities) of the curvature tensors, which are reflected by the stress-energy tensor that is placed at the end of the distance r in Fig. 1, 2.

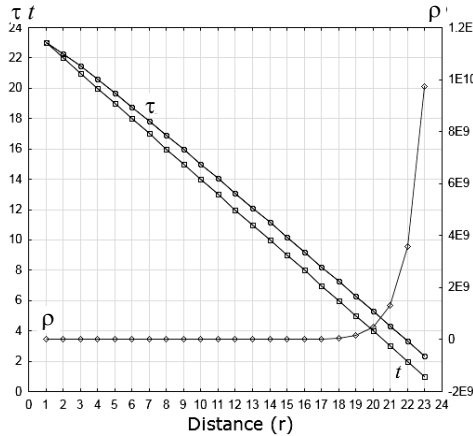


Fig. 1. Time and distance from the center of the gravitational field, Case-1 (non-linear distortion): $f(r) = \log r$ and $g(r) = e^r$

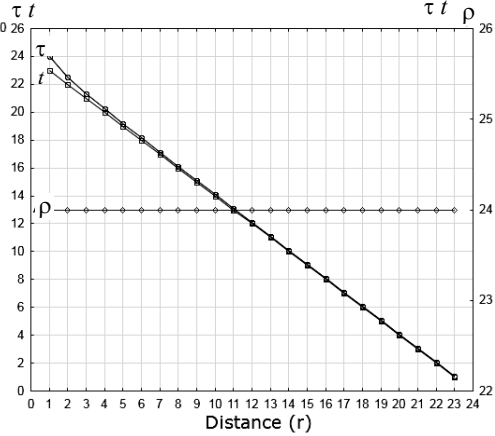


Fig. 2. Time and distance from the center of the gravitational field, Case-2 (linear distortion): $f(r) = (1/4)$ and $g(r) = r$

Einstein’s field equation [4] that rules the motion of particles in the gravitational field is: $(R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R)_{,\nu} = 0$. Then, $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = kT$, where T is the stress-energy tensor and k is a constant [5]. By calculating c and $V(c)$, as shown below, we estimated the relative strength of each component of $R_{\mu\nu}$ to the stress-energy tensor in the system of spherical polar coordinates:

$H = kT - R_{\mu\nu} = kT - (c_0X_0 + c_1X_1)$ and $H^2 = \{kT - (c_0X_0 + c_1X_1)\}^2$, where c_0 and c_1 are the coefficients, which make a column vector c . And $X = [X_0 \ X_1]$, then $H = kT - Xc$. Then we set the constraint $X'H = 0$, and then $X'(kT - Xc) = 0$, where X' is transpose matrix of X .

Then $X'Xc = X'kT$, $c = (X'X)^{-1}X'kT$, and $\Sigma = V(c) = \hat{\sigma}^2(X'X)^{-1}$, where $V(c) = \sigma^2$ is the variance of the c , and $\hat{\sigma}^2 = e'e/(n-l)$, where $e = M \cdot kT$, $M = I - X(X'X)^{-1}X'$, n is the number of rows of each column of X (in this simulation $n = 23$), l is the number of columns of X , I is a (23×23) unit matrix that holds ones on all diagonal elements and 0 for the other elements, $(X'X)^{-1}$ is the inverse matrix of $X'X$, and e' is the transpose vector of e .

Rotation of the object , which contains strong gravity that distorts time and space

When an object rotates as shown in Fig. 3, its coordinate system will be transformed by the transformation matrix D of the Euler’s angles [5]. For the rotation

around one axis of φ , the tensors of the object's coordinate system will be multiplied by:

$$D = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}.$$

And then the curvature tensor $R_{\mu\nu}$ will be transformed to:

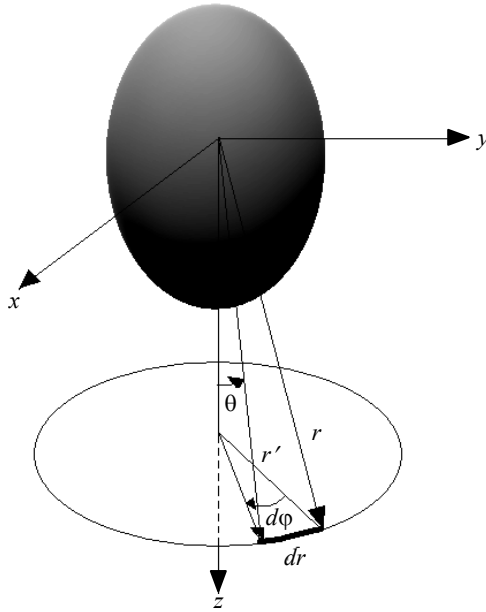


Fig. 3. Rotation of an object

$$\begin{aligned} DR_{\mu\nu} &= \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{00} & 0 \\ 0 & R_{11} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos \varphi \cdot R_{00} & \sin \varphi R_{11} \\ -\sin \varphi \cdot R_{00} & \cos \varphi R_{11} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Here the components $\sin \varphi \cdot R_{11}$ and $-\sin \varphi \cdot R_{00}$ are antisymmetrical, which are perpendicular to the rotational axis $z = x_3$ for φ of Fig. 3.

Given the above transformed curvature tensor after the rotation, at first, we also calculate the antisymmetrical components of $D \cdot R_{\mu\nu}$, which are as follows:

$$\begin{bmatrix} 0 & \sin \varphi \cdot R_{11} \\ -\sin \varphi \cdot R_{00} & 0 \end{bmatrix} \text{ to calculate } \begin{bmatrix} dR_{00} \\ dR_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_{00} d\Omega_3 \\ R_{11} d\Omega_3 \end{bmatrix}, \text{ and to formu-}$$

late

$$\begin{aligned} H &= kT - (-c_0 R_{00} d\Omega_3 + c_1 R_{11} d\Omega_3) = \\ &= kT - \left\{ -c_0 \frac{5}{(\rho - \tau)^2} \sin \varphi + c_1 \left(\frac{20}{3(\rho - \tau)^2} + \frac{1}{(\rho - \tau)^{4/3}} \right) \sin \varphi \right\}, \end{aligned}$$

then the same algorithm follows as explained above.

Note 1. As shown in the Introduction, $R_{11} = \frac{20}{3(\rho - \tau)^2} + \frac{11\mu}{18m(\rho - \tau)^{4/3}}$, but

in our calculation we use $R_{11} = \frac{20}{3(\rho - \tau)^2} + \frac{1}{(\rho - \tau)^{4/3}}$.

Note 2. Here $\begin{bmatrix} 0 & d\Omega_3 & 0 \\ -d\Omega_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \varepsilon$ is an infinitesimal rotation operator; while

in general $\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & d\Omega_3 & -d\Omega_2 \\ -d\Omega_3 & 0 & d\Omega_1 \\ d\Omega_2 & -d\Omega_1 & 0 \end{bmatrix}$, according to the Reference [5], but in this

our simulation $d\Omega_1 = d\Omega_2 = 0$ and $d\Omega_3 = \sin \varphi$. It calculates a rotated vector as the cross-product of $R_{\mu\nu}$, and $d\Omega$,

$$\begin{bmatrix} dR_{11} \\ dR_{22} \\ dR_{33} \end{bmatrix} = R_{\mu\nu} \times d\Omega = \begin{bmatrix} R_{11} \\ R_{22} \\ R_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d\Omega_1 \\ d\Omega_2 \\ d\Omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{22}d\Omega_3 - R_{33}d\Omega_2 \\ R_{33}d\Omega_1 - R_{11}d\Omega_3 \\ R_{11}d\Omega_2 - R_{22}d\Omega_1 \end{bmatrix}.$$

And then we also calculate the relative strength of the gravitational field's energy before and after the the rotation by the diagonal components of $DR_{\mu\nu}$,

which are $\begin{bmatrix} \cos \varphi \cdot R_{00} & 0 \\ 0 & \cos \varphi \cdot R_{11} \end{bmatrix}$ to formulate

$$H = kT - \left\{ c_0 \frac{5}{(\rho - \tau)^2} \cos \varphi + c_1 \left(\frac{20}{3(\rho - \tau)^2} + \frac{1}{(\rho - \tau)^{4/3}} \right) \cos \varphi \right\},$$

then the algorithm follows as explained above.

SIMULATION

Input data

Time t is set as shown in Fig. 1 for the Case-1, and in Fig. 2 for Case-2, with which its slope to the distance r from the center of the gravitational field is a constant. For simulating the spatial expansion of the gravitational field we assume as if θ becomes larger in far distance. For simulating the rotation of the object we set two cases, assuming φ_1 (the rotation 1) and φ_2 (the rotation 2) also as shown in Fig. 4. With these settings, $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\cot \theta$ and $\cos \varphi$ behave like as shown in Fig. 5.

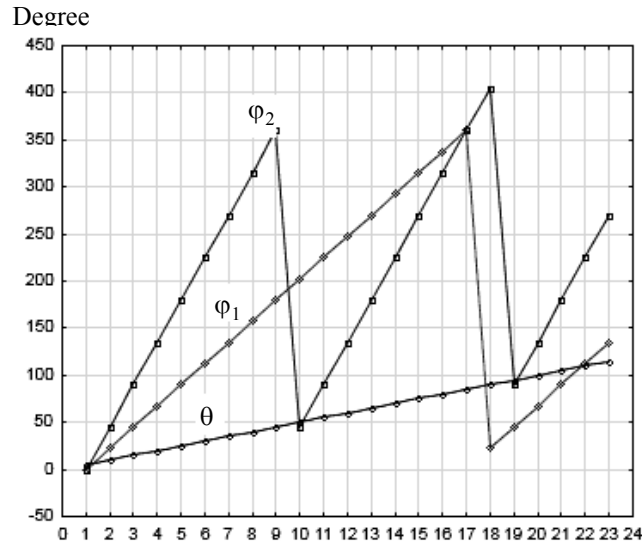


Fig. 4. Angles, θ and φ , for the simulation

In addition, for this simulation we set the stress-energy tensor $kT=1$; because the purpose of this simulation is to measure the order of magnitude of the

relative strength of each component of $R_{\mu\nu}$ and the gravitational waves to the stress-energy tensor.

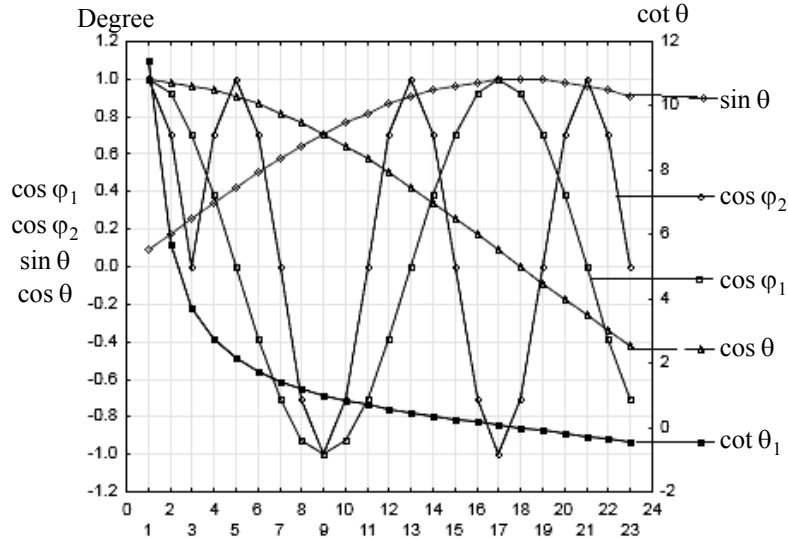


Fig. 5. $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\cot \theta$ and $\cos \phi$ for the simulation

Result

Fig. 6 (Table 1) shows that the perpendicular vector (angular momentum) changes its direction from minus to plus as the frequency of the rotation changes from the rotation 1 to the rotation 2; and Fig. 7 (Table 2) and Fig. 8 (Table 3) also show that the angular momentum changes its direction, while the directions are opposite between the non-linear distortion (Case-1) and the linear-distortion (Case-2).

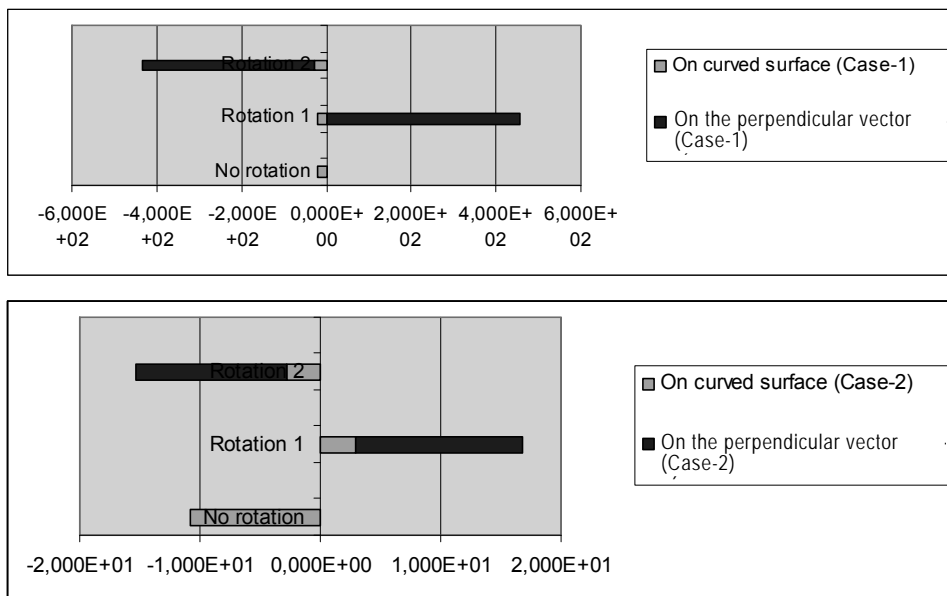


Fig. 6. Gravitational field's energy projected on the curved surface and the angular momentum on the perpendicular direction from the surface

Table 1. Strengths of gravitational field

Case	Case-1		Case-2	
	On curved surface	On perpendicular vector	On curved surface	On perpendicular vector
No rotation	-21,91	—	-10,81	—
Rotation 1	-21,63	$4,561 \times 10^2$	2,989	13,82
Rotation 2	-27,52	$-4,046 \times 10^2$	-2,854	-12,53

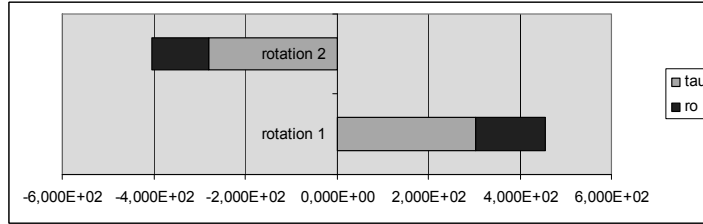


Fig. 7. Rotation momentum of the gravitational field in two directions of τ and ρ , Case-1 (non-linear distortion)

Table 2. Strength of the perpendicular vector to the principal axis z of gravitational field. Case-1

Components	C and $\sqrt{V(c)}$ (Rotation 1)	C and $\sqrt{V(c)}$ (Rotation 2)
$dR_{00} = -R_{00} \cdot d\Omega_3 = -\sin \varphi R_{00}$ (Component of τ)	$3,022 \cdot 10^2$ $(2,526 \cdot 10^2)$	$-2,796 \cdot 10^2$ $(1,958 \cdot 10^2)$
$dR_{11} = R_{11} \cdot d\Omega_3 = \sin \varphi R_{11}$ (Component of ρ)	$1,540 \cdot 10^2$ $(1,158 \cdot 10^2)$	$-1,250 \cdot 10^2$ $(90,88)$

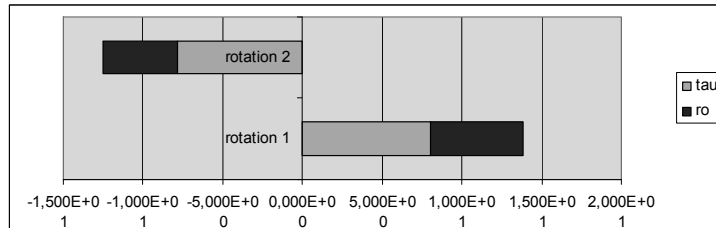


Fig. 8. Rotation momentum of the gravitational field in two directions of τ and ρ , Case-2 (linear distortion)

Table 3. Strength of the perpendicular vector of the rotating gravitational field. Case-2

Components	C and $\sqrt{V(c)}$ (Rotation 1)	C and $\sqrt{V(c)}$ (Rotation 2)
$dR_{00} = -R_{00} \cdot d\Omega_3 = -\sin \varphi R_{00}$ (Component of τ)	7,997 (11,83E+01)	-7,870 (12,09)
$dR_{11} = R_{11} \cdot d\Omega_3 = \sin \varphi R_{11}$ (Component of ρ)	5,819 (7,039)	-4,662 (7,405)

The spherical surface components (the energy density) don't show the clear difference in these plus-minus signs in Case-1 (non-linear distortion) in Fig. 9 (Table 4); while the sign of the distance component (ρ) changes in Case-2 (linear distortion) in Fig. 10 (Table 5) as the strong gravity rotates (*Note 3*: In our previous research [1] we had included two other spatial components of the vector, θ and φ ; although we didn't include these components in this research because the aim of this research is to examine the effect of the rotation in the distorted time coordinate (τ)).

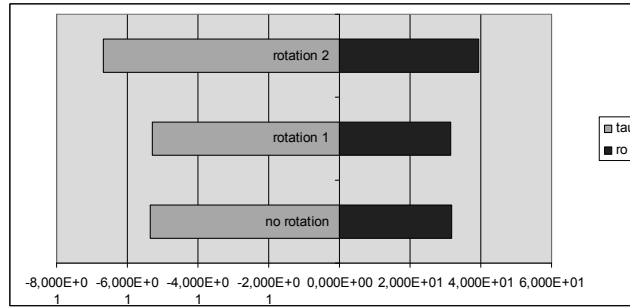


Fig. 9. Gravitational field energy in 2 directions on the spherical curved surface, Case-1 (non-linear distortion)

Table 4. Strength of gravitational field on principal axis z . Case-1

Diagonal Components of $R_{\mu\nu}$	C and $\sqrt{V(c)}$ of $R_{\mu\nu}$ before the rotation	Diagonal Components of rotated $R_{\mu\nu}$	C and $\sqrt{V(c)}$ (Rotation 1)	C and $\sqrt{V(c)}$ (Rotation 2)
R_{00}	-53,61 (42,23)	$\cos \varphi \cdot R_{00}$	-52,97 (47,82)	-66,89 (64,99)
R_{11}	31,70 (24,19)	$\cos \varphi \cdot R_{11}$	31,34 (27,42)	39,36 (37,34)
The values in the brackets are: $\sqrt{V(c)}$.				

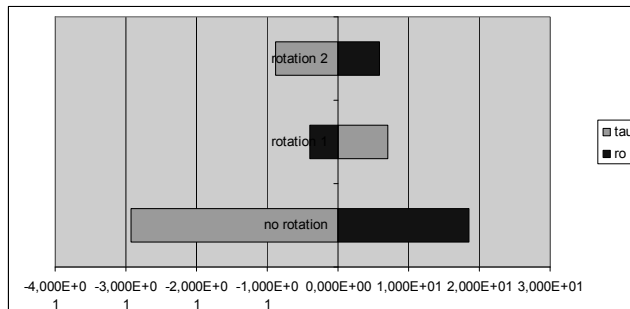


Fig. 10. Gravitational field energy in 2 directions on the spherical curved surface, Case-2 (linear distortion)

Table 5. Strength of gravitational field on principal axis z . Case-2

Diagonal Components of $R_{\mu\nu}$	C and $\sqrt{V(c)}$ of $R_{\mu\nu}$ before the rotation	Diagonal Components of rotated $R_{\mu\nu}$	C and $\sqrt{V(c)}$ (Rotation 1)	C and $\sqrt{V(c)}$ (Rotation 2)
R_{00}	-29,32 (5,205)	$\cos \varphi \cdot R_{00}$	7,011 (14,04)	-8,767 (12,84)
R_{11}	18,52 (3,201)	$\cos \varphi \cdot R_{11}$	-4,022 (8,713)	5,912 (7,934)

PHYSICAL MEANING OF THE RESULT

Fig. 11 shows the projected vector on the spherical curved surface, which is tangential to the sphere of the gravitational field. This component of the vector is the energy density of the gravitational field, which our previous researches [1, 6] reported. Fig. 12 shows the projected vector on the perpendicular directions of the distorted time (τ) and the distorted distance (ρ). These components are the angular momentum density, which our previous researches [1, 6] reported.

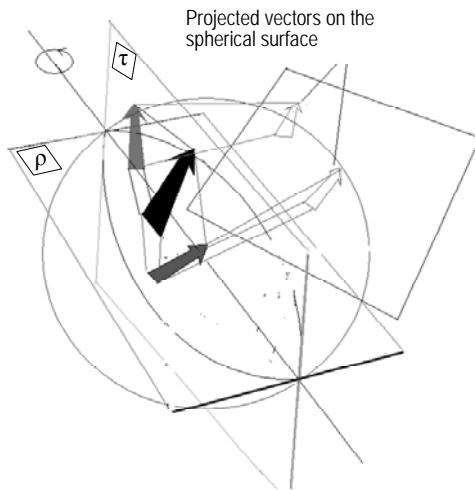


Fig. 11. The Vector projected on tangential (surface) component of the spherical curvature

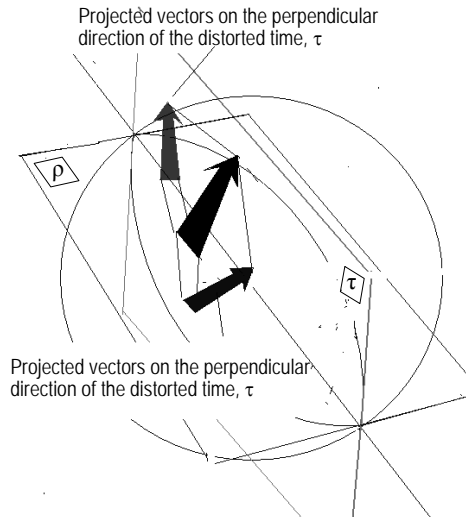


Fig. 12. The Vector projected on the normal (perpendicular) components of the spherical curvature

CONCLUSIONS AND RECOMMENDATIONS

We simulated how a rotating strong gravity can change the direction of time-space, by assuming that the direction of the angular momentum of the rotation indicates the direction of the time. At first, we thought that the time and space could be distorted with the strong gravity, and made the input data upon two cases (the non-linear distortion model and the linear distortion model). Then for simulating the rotating strong gravity, we used the spherical polar coordinate system with the Euler transformation matrix; and then we used Einstein's field equation for calculating the relative strength of the angular momentum to the stress-energy tensor that is placed at the end of the gravitational field.

The result of the simulation shows that the direction of time changes between the future and the past, with the distorted time and space at the presence of a rotating strong gravity.

Further research is needed for verifying this result.

REFERENCES

1. Y. Matsuki and P.I. Bidyuk, "Simulating angular momentum of gravitational field of a rotating black hole and spin momentum of gravitational waves", *System Research & Information Technology*, no. 1, pp. 7–20, 2021.
2. Y. Matsuki and P.I. Bidyuk, "Numerical simulation of gravitational waves from a black hole, using curvature tensors", *System Research & Information Technology*, no. 1, pp. 54–67, 2020.

3. Y. Matsuki and P.I. Bidyuk, "Simulating the rotation of a black hole and antigravity", *System Research & Information Technology*, no. 3, pp. 124–137, 2020.
4. P.A.M. Dirac, *General Theory of Relativity*. New York, Florida University: A Wiley-Interscience Publication. John Wiley & Sons, 1975, 70 p.
5. H. Goldstein, C.P. Poole, and J.L. Safko, *Classical Mechanics*. 3rd Edition, published by Pearson Education Inc., 2002, 690 p.
6. Y. Matsuki and P.I. Bidyuk, "Calculating energy density and spin momentum density of Moon's gravitational waves in rectilinear coordinates", *System Research & Information Technology*, no. 3, pp. 7–17, 2019.

Received 02.07.2020

INFORMATION ON THE ARTICLE

Petro I. Bidyuk, ORCID: 0000-0002-7421-3565, Educational and Scientific Complex "Institute for Applied System Analysis" of the National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Ukraine, e-mail: pbidyuke_00ukr.net

Yoshio Matsuki, ORCID: 0000-0002-5917-8263, National University of Kyiv-Mohyla Academy, Ukraine, e-mail: matsuki@wdc.org.ua

ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИЛЬНОЇ ОБЕРТОВОЇ ГРАВІТАЦІЇ, ЩО ЗМІНЮЄ НАПРЯМ ЧАСУ / Й. Мацукі, П.І. Бідюк

Анотація. Змодельовано, як можна змінити напрям часу за допомогою обертової сильної гравітації. Зроблено припущення, що час і простір можуть бути викривлені за наявності сильної гравітації, обчислено момент імпульсу обертового гравітаційного поля. У моделюванні використано рівняння поля Ейнштейна зі сферичними полярними координатами та матрицю перетворень Ейлера для моделювання обертання. Крім того, припускалося, що тензор енергії-імпульсу, розміщений у кінці сильного гравітаційного поля, відображає величину моменту імпульсу, який є вектором нормалі (перпендикулярним вектором) до обертової осі. Результат імітаційного моделювання показує, що момент імпульсу обертової сильної гравітації змінює її напрям з плюса (майбутнє) на мінус (минуле) та з мінуса (минуле) на плюс (майбутнє) залежно від частоти обертання.

Ключові слова: гравітаційне поле, створення часу і простору, кутовий момент, тензор кривизни, тензор енергії збудження.

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛЬНОЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ГРАВИТАЦИИ, КОТОРАЯ МЕНЯЕТ НАПРАВЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ / Й. Мацуки, П.И. Бидюк

Аннотация. Смоделировано, как можно изменить направление времени с помощью вращающейся сильной гравитации. Вначале предполагалось, что время и пространство могут быть искажены при наличии сильной гравитации, а затем вычислили момент импульса вращающегося гравитационного поля. В этом моделировании использовано уравнение поля Эйнштейна со сферическими полярными координатами и матрицу преобразований Эйлера для моделирования вращения. Кроме того, предполагалось, что тензор энергии-импульса, размещенный в конце сильного гравитационного поля, отражает величину момента импульса, который является вектором нормали (перпендикулярным вектором) к вращающейся оси. Результат имитационного моделирования показывает, что момент импульса вращающейся сильной гравитации меняет ее направление с плюса (будущее) на минус (прошлое) и с минуса (прошлое) на плюс (будущее) в зависимости от частоты вращения.

Ключевые слова: гравитационное поле, искажение времени и пространства, угловой момент, тензор кривизны, тензор энергии возбуждения.

МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ ФОКАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ПОРОЖНИСТОГО КОНУСНОГО ЕЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ЕЛЕКТРОННИХ ГАРМАТАХ ВИСОКОВОЛЬТНОГО ТЛІЮЧОГО РОЗРЯДУ З ФОКУСУВАЛЬНОЮ МАГНІТНОЮ ЛІНЗОЮ

І.В. МЕЛЬНИК, С.Б. ТУГАЙ, В.О. КИРИК, І.С. ШВЕД

Анотація. Розглянуто алгоритм розрахунку фокусної відстані порожнистого конусного електронного пучка, який формується електронними гарматами високовольтного тліючого розряду з магнітним фокусуванням пучка за умови дрейфу, а також спосіб розрахунку діаметра фокального кільця та його товщини для такого пучка. Запропонований алгоритм ґрунтується на теорії дрейфу електронів у полі фокусувальної магнітної лінзи і сформований з використанням методів дискретної математики та мінімаксного аналізу. Отримані результати моделювання дозволили встановити вплив струму магнітної лінзи на фокальний діаметр порожнистого конусного електронного пучка та на товщину фокального кільця. Показано, що фокальні параметри порожнистого конусного електронного пучка можна ефективно змінювати через регулювання струму магнітної лінзи.

Ключові слова: високовольтний тліючий розряд, магнітна лінза, порожнистий електронний пучок, модель дрейфу електронів, мінімаксний аналіз, фокальний діаметр електронного пучка, товщина фокального кільця.

ВСТУП

Електронні гармати високовольтного тліючого розряду (ВТР) знаходять широке впровадження в різних галузях промисловості: електронній, приладобудування, машинобудування, металургійній, автомобільній, авіаційній тощо. Це насамперед зумовлено тим, що гармати ВТР мають низку переваг порівняно із традиційними електронними гарматами з розжарюваними катодами за умови роботи в низькому вакуумі в середовищі різних технологічних газів, зокрема інертних та активних [1–7]. Серед цих переваг варто відзначити передусім такі [1–3, 7]:

- 1) високу стабільність роботи електронних гармат ВТР та довговічність охолоджуваних катодів у діапазоні робочого тиску 0,1–10 Па;
- 2) відносну простоту конструкцій електронних гармат ВТР і можливість їх оновлення та ремонту із заміною головних функціональних вузлів, насамперед охолоджуваних катодів;
- 3) простоту та дешевизну вакуумного технологічного обладнання;
- 4) можливість формування профільних електронних пучків з кільцевим або лінійним фокусом за умови використання охолоджуваних катодів з відповідною просторовою геометрією;

5) простоту керування потужністю електронного пучка зміною тиску газу у розрядній камері або електричним способом через запалювання допоміжного низьковольтного розряду;

6) можливість роботи електронних гармат ВТР в імпульсному режимі.

Проте подальший розвиток та впровадження у промисловість електронних гармат ВТР дещо стримується відсутністю ефективних методів їх моделювання [8]. Крім цього, необхідно розробляти нові конструкції гармат ВТР, призначені для виконання специфічних технологічних операцій, пов'язаних із термічним обробленням речовини. Одним зі шляхів удосконалення конструкцій електронних гармат ВТР є розроблення гармат з відповідною просторовою геометрією холодних катодів, які формують профільні електронні пучки з кільцевим або лінійним фокусом [7]. Головною перевагою таких гармат є висока стабільність роботи та висока продуктивність у разі термічного оброблення циліндричних або плоских поздовжніх виробів у масовому виробництві. З метою спрощення охолодження вузлів таких гармат та підвищення стабільності їх роботи ефективним є використання імпульсного режиму роботи гармати [1]. Головний недолік конструкцій таких гармат — формування збіжного електронного пучка зі сферичної поверхні катода, що не дає змоги регулювати положення фокуса електронного пучка і значною мірою ускладнює конструкцію гармати. Можливим є формування порожнистого конусного електронного пучка з кільцевим фокусом з плоскої поверхні холодного катода. У цьому разі для формування порожнистого конусного електронного пучка використовується фокусувальна магнітна лінза. Перевага такого способу формування електронного пучка — можливість зміни положення та розміру фокального кільця зміною струму магнітної лінзи. Тобто така конструкція гармати ВТР є більш універсальною і може бути пристосованою для виконання різних термічних технологічних операцій. Спрощену конструктивну схему електродної системи електронної гармати ВТР з магнітною лінзою, яка формує порожнистий конусний електронний пучок із кільцевим фокусом, зображено на рис. 1.

У праці [9] описано узагальнений алгоритм, призначений для визначення фокальних параметрів електронних пучків із кільцевим фокусом, що формується в електродних системах ВТР зі сферичним катодом та конусним анодом. У праці [10] оцінювались топологічні та геометричні параметри таких електродних систем ВТР з урахуванням похибок вимірювань цих параметрів та інженерних допусків на них. У цілому, система топологічних параметрів, яка була запропонована у праці [10], є досить універсальною і може бути застосована для електродної системи з плоским катодом та фокусувальною магнітною лінзою, конструктивну схему якої зображено на рис. 1. Проте алгоритм визначення фокальних параметрів порожнистого конусного електронного пучка у разі його проходження в магнітному полі фокусувальної лінзи має певні особливості. Описання та аналіз цих особливостей, а також формування відповідного алгоритму, призначеного для обчислення положення фокального кільця та його товщини для електродної системи ВТР, зображеної на рис. 1, є головною метою цієї роботи.

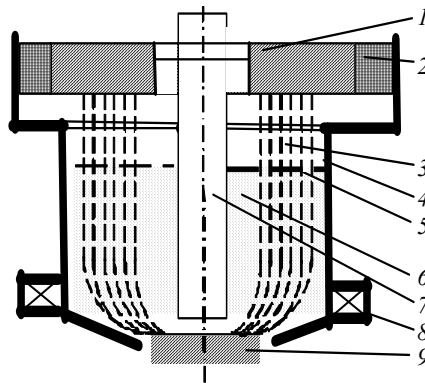


Рис. 1. Конструктивна схема аксіально-симетричної електродної системи ВТР, призначеної для формування порожнистого конусного електронного пучка: 1 — катод; 2 — високовольтний ізолятор; 3 — електронний пучок; 4 — анод; 5 — плазмова межа; 6 — анодна плазма; 7 — допоміжний циліндричний електрод; 8 — магнітна лінза; 9 — виріб, який обробляється

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Узагальнену методику розв'язування самоузгодженої електронно-оптичної задачі для електродних систем ВТР сформульовано у праці [8]. Насамперед слід відзначити, що методи розв'язування задачі визначення розподілу електричного поля та розрахунку траєкторій заряджених частинок в ділянці катодного падіння для системи з магнітним фокусуванням конусного електронного пучка не відрізняються від подібних методів для електродних систем зі сферичною формою катода, які формують порожнисті конусні електронні пучки з кільцевим фокусом. Методику моделювання таких електродних систем ВТР досконало розглянуто у працях [8–10]. Головною особливістю цієї методики є визначення положення плазмової межі відносно катода на основі трьох припущень [8–10].

1. Плазмова межа в джерелах електронів ВТР розглядається як рухомий, прозорий для електронів пучка електрод, з фіксованим значенням потенціалу, а також як джерело іонів.

2. За умови однакового струму ВТР анодна плазма в лінійній одновимірній електродній системі та в системі зі складною просторовою геометрією електродів займає однаковий об'єм.

3. Для великих значень струму розряду плазмова межа є паралельною поверхні катода.

Головні топологічні параметри електродної системи ВТР зі сферичним катодом та конусним анодом, у якій формується порожнистий конусний електронний пучок з кільцевим фокусом, а також відповідні обмеження, що накладаються на ці параметри, та інженерні допуски на них, розглядалися у працях [9, 10]. Запропонована у праці [10] топологічна модель електродної системи ВТР є універсальною, а відповідні співвідношення можуть бути використані в електродній системі з магнітним фокусуванням конусного електронного пучка, конструктивну схему якої зображено на рис. 1. Розрахунки за цією методикою значною мірою спрощуються, оскільки плазмова

межа у цьому випадку має не сферичну, а лінійну форму. Тобто аналіз розподілу потенціалу та траєкторій заряджених частинок в електродній системі ВТР (рис. 1) не має жодних суттєвих особливостей і не становить особливої концептуальної проблеми. У праці [11] наведено матричні арифметико-логічні співвідношення для розрахунку розподілу потенціалу та траєкторій заряджених частинок у ділянці катодного падіння потенціалу електронних гармат ВТР. Ці співвідношення ґрунтуються на базових поняттях рекурентної матриці та вектор-функції і значною мірою спрощують реалізацію матричних рекурентних алгоритмів у сучасних системах програмування [12–14].

Проте аналіз проходження електронів пучка за умови вільного дрейфу для електродної системи з магнітним фокусуванням має свої певні особливості, які, з алгоритмічної точки зору, слід розглянути окремо. Загалом завдання аналізу траєкторій електронів за умови вільного дрейфу у фокусувальному магнітному полі є комплексним і поділено на окремі задачі [15–17].

1. Розрахунок магнітного поля фокусувальної лінзи.

2. Формування алгоритму розрахунку траєкторій електронів за умови вільного дрейфу з урахуванням відповідних фізичних процесів, головними з яких є такі:

– розсіювання електронів на атомах залишкового газу;

– вплив власного просторового заряду електронів пучка;

– вплив позитивного заряду іонів залишкового газу;

– розрахунок траєкторій електронного пучка в магнітному полі фокусувальної лінзи.

Узагальнене описання алгоритму розрахунку траєкторій електронів за умови вільного дрейфу для електродної системи (рис. 1) є головною метою цієї роботи.

ВИЗНАЧЕННЯ РОЗПОДІЛУ МАГНІТНОГО ПОЛЯ КОРОТКОЇ ФОКУСУВАЛЬНОЇ ЛІНЗИ

Сьогодні для коротких фокусувальних магнітних лінз найбільш правдоподібною і точною вважається апроксимація значення індукції магнітного поля за Явором [15–17]. Ця апроксимація завжди є адекватною і забезпечує похибку експериментальних значень не вищу за 3%; у разі відсутності ефекту насичення феромагнітного матеріалу та виконання умови щодо просторових розмірів короткої лінзи [15–17]:

$$0,5 \leq D_{\text{л}} / S_{\text{л}} \leq 2, \quad (1)$$

де $S_{\text{л}}$ — ширина немагнітного зазору; $D_{\text{л}}$ — товщина ділянки намотаного дроту. Відповідні геометричні розміри лінзи показано на рис. 2.

Згідно з апроксимацією за Явором, у разі виконання співвідношення (1) та відсутності ефекту насичення феромагнітного матеріалу, індукція магнітного поля на осі симетрії лінзи B_{z0} розраховується з використанням аналітичного співвідношенням [15–17]:

$$B_{z0} = \frac{1,257 \cdot 10^{-4} I_{\text{л}} N_{\text{л}}}{2S_{\text{л}}} \left(\frac{z_{\text{л}} + \frac{S_{\text{л}}}{2}}{\sqrt{\left(\frac{D_{\text{л}}}{3}\right)^3 + \left(z_{\text{л}} + \frac{S_{\text{л}}}{2}\right)^2}} - \frac{z_{\text{л}} - \frac{S_{\text{л}}}{2}}{\sqrt{\left(\frac{D_{\text{л}}}{3}\right)^3 - \left(z_{\text{л}} + \frac{S_{\text{л}}}{2}\right)^2}} \right), \quad (2)$$

де $I_{\text{л}}$ — струм лінзи; $N_{\text{л}}$ — кількість витків. Без насичення магнітного матеріалу похибка обчислень за формулою (2) становить кілька відсотків [15–17].

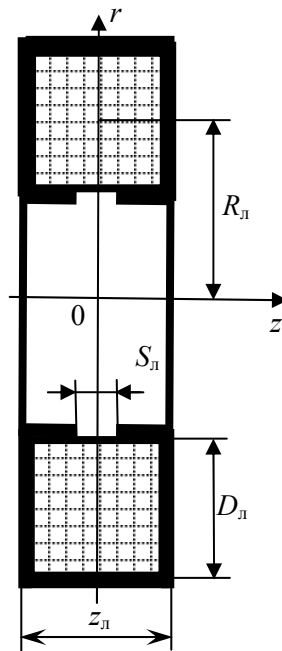


Рис 2. Конструктивні параметри короткої фокусувальної магнітної лінзи: $S_{\text{л}}$ — ширина немагнітного зазору; $z_{\text{л}}$ — ширина лінзи; $D_{\text{л}}$ — товщина ділянки намотаного дроту; $R_{\text{л}}$ — радіус лінзи

За умови відомого розподілу магнітного поля на осі симетрії лінзи $B_{z0}(z)$, яке розраховується з використанням співвідношення (2), можна знайти індукцію магнітного поля у будь-якій точці електродної системи газорозрядного пристрою розкладанням у ряд Тейлора складових магнітної індукції B_r і B_z . Відповідні аналітичні співвідношення мають такий вигляд [15–17]:

$$B_r = \frac{r}{2} B'_{z0} + \frac{r^3}{16} B'''_{z0} + \dots, \quad B_z = \frac{r}{2} B_{z0} - \frac{r^2}{16} B''_{z0} + \dots \quad (3)$$

Рівняння (2), (3) застосовують для розрахунку траєкторій електронів пучка за умови вільного дрейфу. Приклад розрахунку траєкторії електронного пучка з використанням цих співвідношень подано на рис. 3. Результати отримано для таких електричних і геометричних параметрів магнітної лінзи: $I_{\text{л}} = 10 \text{ А}$; $N_{\text{л}} = 1000$; $z_{\text{л}} = 0,02 \text{ м}$; $D_{\text{л}} = 0,05 \text{ м}$; $0,1 \text{ м}$; $0,15 \text{ м}$; $0,2 \text{ м}$ [12].

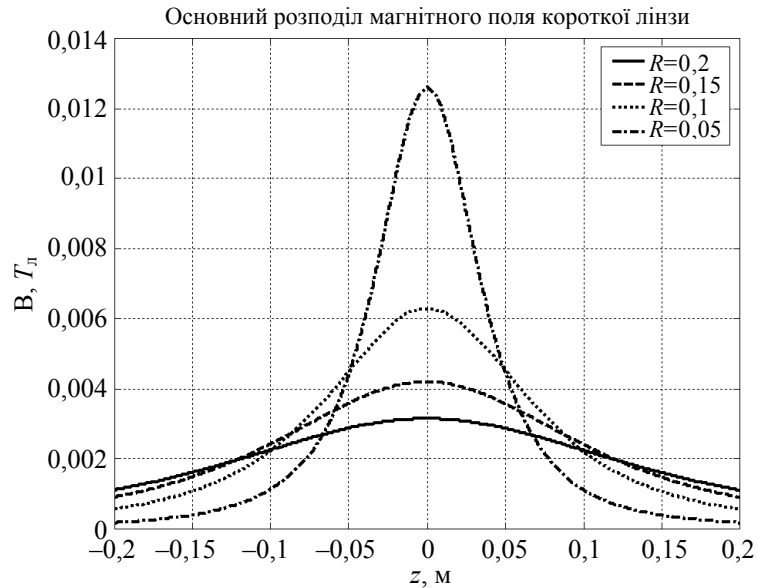


Рис. 3. Осьовий розподіл магнітного поля тонкої магнітної лінзи для різних її геометричних розмірів

УЗАГАЛЬНЕНИЙ АЛГОРИТМ ОБЧИСЛЕННЯ ФОКАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ПОРОЖНИСТОГО КОНУСНОГО ЕЛЕКТРОННОГО ПУЧКА, ЩО ҐРУНТУЄТЬСЯ НА МЕТОДАХ ДИСКРЕТНОЇ МАТЕМАТИКИ ТА МІНІМАКСНОГО АНАЛІЗУ

Модель вільного дрейфу електронів пучка в іонізованому газі досконало розглянуто у працях [9, 17]. Із фізичного погляду ця модель ґрунтується на тому, що за відсутності електричного поля електрони рухаються між іонами у заданому напрямку та зіштовхуються з ними, а просторовий заряд електронів пучка та іонів залишкового газу безпосередньо впливає на цей рух. Проте, у разі наявності магнітного поля траєкторії електронів мають досить складний тривимірний характер з обертанням навколо осі z на кут φ . Приклад розрахованої тривимірної траєкторії електрона в полі фокусувальної магнітної лінзи ілюструє рис. 4. Результати отримано для таких електричних та геометричних параметрів лінзи: $I_{\text{л}} = 10 \text{ А}$; $N_{\text{л}} = 1000$; $D_{\text{л}} = 0,05 \text{ м}$ [12].

Алгоритм пошуку фокальних параметрів порожнистого конусного електронного пучка з кільцевим фокусом ґрунтується на методах дискретної математики [18] та мінімаксного аналізу [19] і в загальній формі його записують так [9].

1. Виконують дискретизацію ділянки за координатами r і z .

2. За даними попереднього траєкторного аналізу для ділянки катодного падіння потенціалу формують масив векторів швидкості електронів пучка v_e для всіх значень радіальної координати r . На цьому етапі вважають, що номер поточної ітерації $k = 0$.

Траєкторія електрона у фокусувальній магнітній лінзі при струмі лінзи $I=10$ А

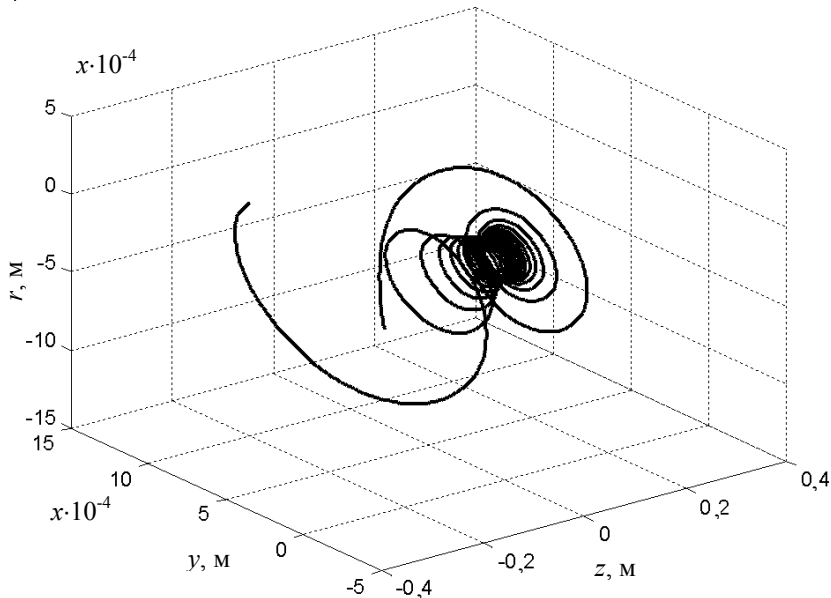


Рис. 4. Траєкторія електрона за струму магнітної лінзи 10 А

3. Вважають, що номер поточної ітерації $k = k + 1$.

4. За умови відомої швидкості електронів пучка v_e обчислюють зміну радіальної координати r і кута нахилу траєкторій електронів φ на малому відрізку h_z за координатою z .

5. Визначають положення елементарної трубки електронного пучка з номером i , для якої струм j є максимальним. Для цього перебирають усі значення струму трубок j за змінною i з метою пошуку максимального значення j_{\max} .

6. Виконують пошук координати z , для якої значення r_{\min} для трубки з максимальним струмом j_{\max} є мінімальним. Положення фокуса електронного пучка F_{Π} відповідає цій координаті z .

7. Радіус фокального кільця R_{Φ} відповідає положенню трубки з максимальним струмом за координатою r у фокальній площині, тобто значенню F_{Π} .

8. Товщину фокального кільця T_{Φ} розраховують як різницю положення двох віддалених трубок з мінімальними струмами.

9. За умови $r_{\Pi}^{\max}(k) > r_{\Pi}^{\max}(k-1)$ обчислення закінчують, у противному випадку — перехід до пункту 3 алгоритму.

Сформульований алгоритм у формі аналітичних співвідношень дискретної математики записують у такий спосіб [9]:

$$\Omega_k = \{k | \overline{1 \dots K}, k \in N\}; \quad M = [D / h_r]; \quad \Omega_i = \{i | \overline{1 \dots K}, k \in N\};$$

$$r(i, k) = r(i, k - 1) + h_z \operatorname{tg}(\varphi(i, k)); j_{\Pi}^{\max} = \max_{i \in \Omega_i} [j_{\Pi}(i, k)]; \quad (4)$$

$$r_{\Pi}^{\max} = \max_{i \in \Omega_i} [r_{\Pi}(i, k)]; F_{\Pi} = d_{k\Pi} + h_z \operatorname{argmin}_{i \in \Omega_i} (r_{\Pi}^{\max});$$

$$r_{\Pi 1}^{\max}(k) = \operatorname{arg}[0, 1 j_{\Pi}^{\max}(k)] \Big|_{z=F_{\Pi}, r_{\Pi} < r_{\Pi}^{\max}};$$

$$r_{\Pi 2}^{\max}(k) = \operatorname{arg}[0, 1 j_{\Pi}^{\max}(k)] \Big|_{z=F_{\Pi}, r_{\Pi} > r_{\Pi}^{\max}}; r_{\Pi}^{\max}(k) T_{\Phi}(r_{\Pi 2}^{\min}(k) - r_{\Pi 1}^{\min}(k)) \Big|_{z=F_{\Pi}},$$

де Ω_k — діапазон значень змінної k ; Ω_i — діапазон значень змінної i ; $r(i, k)$ $r(i, k)$ — поточна радіальна координата r , яка характеризує положення трубки струму з номером i ; D — довжина ділянки, яка розраховується; h_z — крок її дискретизації; $r_{\Pi}(k)$ — радіус пучка для поточної поперечної координати z , заданої відліковою точкою k ; $j_{\Pi}^{\max}(k)$ — максимальне значення струму у поперечному перетині електронного пучка.

УРАХУВАННЯ ВПЛИВУ НА ФОРМУВАННЯ ЕЛЕКТРОННОГО ПУЧКА ПРОЦЕСУ РОЗСИЮВАННЯ ЕЛЕКТРОНІВ ТА ФОКУСУВАННЯ В ПОЛІ МАГНІТНОЇ ЛІНЗИ

Загалом аналітичні співвідношення, за якими розраховують вплив розсіювання на атомах залишкового газу та просторового заряду на процес формування електронного пучка, наведено у працях [8, 9, 15–17]. Головні з них такі.

Процес розсіювання електронів пучка на атомах залишкового газу.

Для фізичних умов горіння ВТР зазвичай може бути використана модель багатократного пружного розсіювання Резерфорда. Відповідну систему рівнянь записують у такому вигляді [15–17]:

$$\operatorname{tg}(0,5 \cdot \theta_{\min}) = \frac{10^{-4} z^{4/3}}{2\gamma_p \beta^2}; \operatorname{tg}(0,5 \cdot \theta_{\max}) = \frac{Ze^2}{m_e v^2 r_{\Pi}(i)};$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}; \gamma_p = \sqrt{1 - \frac{v_e^2}{c^2}};$$

$$dL = h_z \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2(\varphi)}; d\theta = \frac{4Z(Z+1)r_e^2 \gamma_p^2}{(\gamma_p^2 - 1)^2} n_0 dL \ln\left(\frac{\theta_{\min}}{\theta_{\max}}\right); \quad (5)$$

$$\varphi(i, k) = \varphi(i, k - 1) + d\theta,$$

де φ — кут вльоту електронів; Z — заряд ядра атомів робочого газу; m_e — маса електрона; r_e — радіус електрона відповідно до моделі Бора; γ_p — релятивістський фактор; θ_{\max} — максимальний кут розсіювання; θ_{\min} —

мінімальний кут розсіювання; $\bar{\theta}$ — середній кут розсіювання; $\beta = v_e/c$ — відношення швидкості електронів пучка до швидкості світла; r_{Π} — радіус електронного пучка на даній ітерації; n_0 — концентрація атомів газу.

Ефект іонного фокусування електронного пучка. Вплив іонного фокусування на траєкторії електронів пучка залежить безпосередньо від тиску газу в порожнині конусного анода p і визначається концентрацією іонів на поверхні симетрії електронного пучка n_{i0} . Цей внутрішній параметр системи транспортування порожнистого конусного електронного пучка за умови відомого значення тиску p і прискорювальної напруги $U_{\text{пр}}$ розраховують за таким співвідношенням [15–17]:

$$n_{i0} = \sqrt{\pi} r_{\Pi}^2 B_i p n_e \sqrt{\frac{m_i \varepsilon_0 n_e}{m_e U_{\text{пр}}}} \exp\left(-\frac{U_{\text{пр}}}{\varepsilon_0 n_e r_{\Pi}^2}\right), \quad (6)$$

де n_e — концентрація електронів у пучку; n_{i0} — концентрація іонів на поверхні симетрії електродної системи; m_i — молекулярна маса іонів газу; B_i — ступінь іонізації газу; ε_0 — діелектрична стала.

Розрахунок впливу просторового заряду на граничну траєкторію електронного пучка. З урахуванням співвідношень (5), (6) для визначення впливу просторового заряду на процес вільного дрейфу електронів в іонізованому газі можна записати систему рівнянь [15–17]:

$$f = \frac{n_e}{n_{i0} - n_e}; \quad C = \frac{I_{\Pi}(1 - f - \beta^2)}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m_e} U_{\text{пр}}^{3/2}}}, \quad (7)$$

де f — ступінь компенсації просторового заряду електронного пучка іонами залишкового газу; C — узагальнений коефіцієнт, який характеризує вплив просторового заряду на траєкторії електронів пучка.

Розрахунок граничної траєкторії електронного пучка з урахуванням впливу просторового заряду та магнітного поля фокусувальної лінзи. Ураховуючи співвідношення (4)–(7), остаточний розрахунок параметрів електронного пучка виконують через розв'язування диференціального рівняння другого порядку [15–17]:

$$\frac{d^2 r_{\Pi}}{dz^2} = \frac{C}{r_{\Pi}} - \frac{e r_{\Pi} B_z^2}{8 m_e U_{\text{пр}}}. \quad \theta = \frac{d^2 r_{\Pi}}{dz^2} dz + \theta_p. \quad (8)$$

Розмірність $\frac{d^2 r_{\Pi}}{dz^2}$ становить м^{-1} . Диференціальне рівняння системи (8)

на кожній ітерації за координатою z розв'язано числовим способом з використанням методу Рунге–Кутта четвертого порядку [20, 21].

Блок-схему алгоритму обчислення фокальних параметрів порожнистого конусного електронного пучка, заданого співвідношеннями (4)–(8), показано на рис. 5.

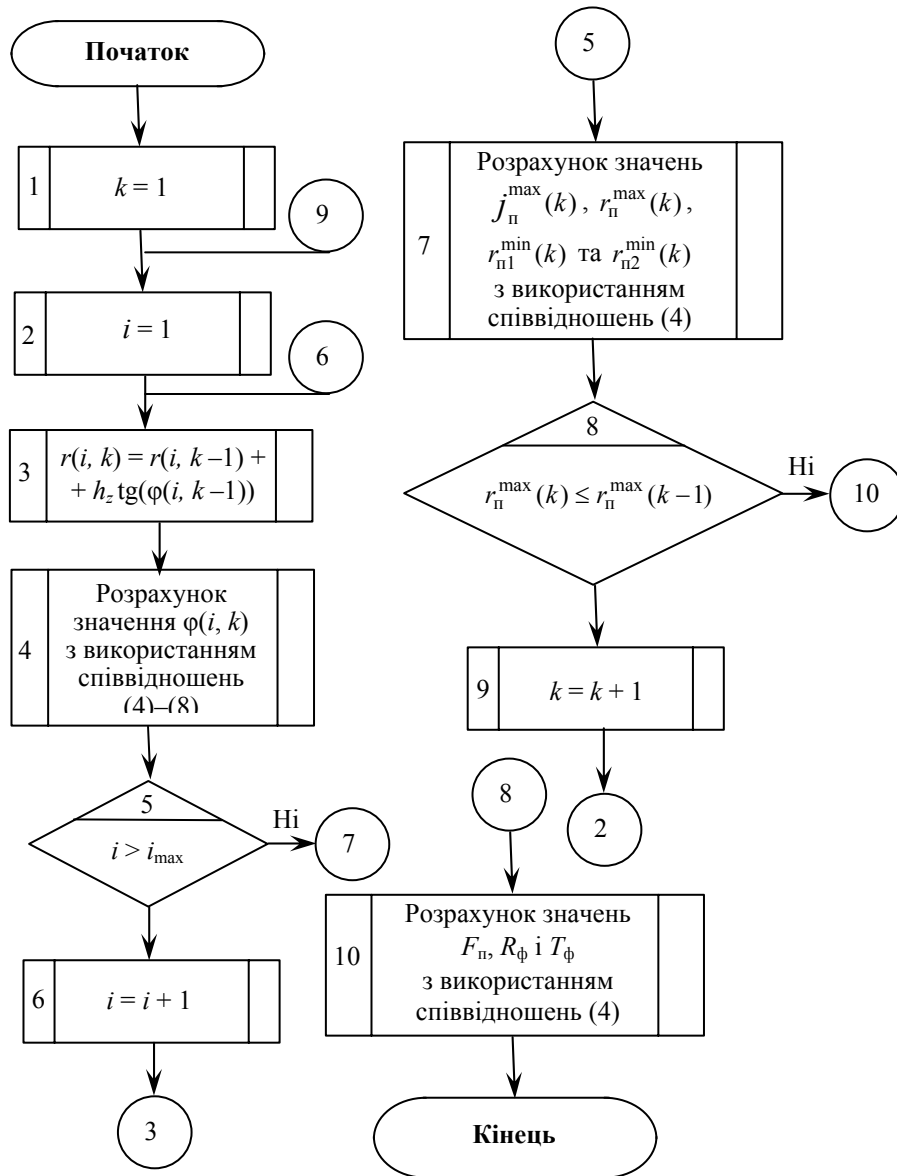


Рис. 5. Блок-схема алгоритму обчислення фокальних параметрів порожнистого конусного електронного пучка для електродної системи ВТР з фокусувальною магнітною лінзою, конструктивну схему якої зображено на рис. 1

Реалізація алгоритму обчислення фокальних параметрів електронного пучка з використанням засобів матричного програмування. У працях [12, 14] сформовано загальну концепцію теорії матричного програмування і теоретично обґрунтовано, що вагомою перевагою цих засобів програмування є простота запису математичних виразів з використанням регулярних мов та можливість ефективної оцінки ступеня розпаралелювання матричного алгоритму. Загалом концепція матричного програмування ґрунтується на формуванні рекурентної матриці і на записуванні арифметико-логічних виразів у матричній формі через рекурентні матриці та вектор-функції. Недолік програмної реалізації методів матричного програмування

— необхідність використання більшої ємності оперативної пам'яті. Проте запис ітераційних алгоритмів у формі матричних співвідношень значною мірою спрощує процес написання та відлагодження складних програм, що суттєво пришвидшує процес створення складного програмного забезпечення. Натепер цей фактор вважається на ринку програмних продуктів одним з найбільш вагомих. Сьогодні засоби матричного програмування є найбільш розвиненими у системі науково-технічних розрахунків MatLab [12] та системі програмування Anaconda, написаній мовою програмування Python [14].

У праці [11] показано і теоретично обґрунтовано, що рекурентну матрицю для алгоритму пошуку фокальних параметрів електронного пучка з кільцевим фокусом можна з урахуванням співвідношень (4)–(8) записати у такий спосіб:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \theta_{\max 0} & dL_0 & d\theta_0 & dz_0 & \varphi_0 & j_{п0} & r_{п0} & d_{п0} & F_{п0} \\ \theta_{\max 1} & dL_1 & d\theta_1 & dz_1 & \varphi_1 & j_{п1} & r_{п1} & d_{п1} & F_{п1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \theta_{\max n} & dL_n & d\theta_n & dz_n & \varphi_n & j_{пn} & r_{пn} & d_{пn} & F_{пn} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Масив значень \mathbf{M} розглядався як тривимірний масив розмірністю $9 \times k \times i$, де k — кількість ітерацій для кожної траєкторії; i — кількість траєкторій [11]. Для розрахунку мінімальних та максимальних значень для кожної сторінки тривимірного масиву \mathbf{M} запропоновано використовувати такі арифметико-логічні вирази [11, 12]:

$$\begin{aligned} x_{\max}(1) &= x(1); \quad x_{\max}(j) = (x(j) \geq x_{\max}(j-1))x(j) + \\ &+ (x(j) < x_{\max}(j-1))x_{\max}(j-1); \quad j = 2 \dots i; \\ x_{\min}(1) &= x(1); \quad x_{\min}(j) = (x(j) \leq x_{\min}(j-1))x(j) + \\ &+ (x(j) > x_{\min}(j-1))x_{\min}(j-1); \quad j = 2 \dots i. \end{aligned} \quad (10)$$

У праці [11] показано також, що коефіцієнт розпаралелювання алгоритму пошуку фокального діаметра електронного пучка з використанням матриці \mathbf{M} та арифметико-логічних співвідношень (9), (10) становить:

$$p = \frac{1}{1 - \frac{3i}{1+3i}}. \quad (11)$$

Наприклад, для кількості траєкторій $i = 100$, згідно зі співвідношенням (11), потенціально можливим є пришвидшення обчислення фокальних параметрів електронного пучка в 300 разів.

РЕЗУЛЬТАТИ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЇХ АНАЛІЗ

Згідно з алгоритмом, блок-схему якого зображено на рис. 5, з використанням співвідношень (4)–(8) і врахуванням (9), (10) отримано залежності розподілу струму електронного пучка у фокальній площині та знайдено

радіус фокального кільця і його товщину. Отримані результати розподілу густини струму електронного пучка вздовж поперечної координати наведено на рис. 6. Розрахунки виконано для прискорювальної напруги $U_{пр} = 15$ кВ; робочий газ — азот, тиск газу в розрядній камері $p = 4,5$ Па, струм магнітної лінзи $I_{л}$ — 1 А, 1,5 А та 2 А, кількість витків магнітної лінзи $N_{л}$ — 1000. За таких умов отримано числові результати для положення фокуса електронного пучка $F_{п}$ і товщини фокального кільця $T_{ф}$, які наведено у таблиці.

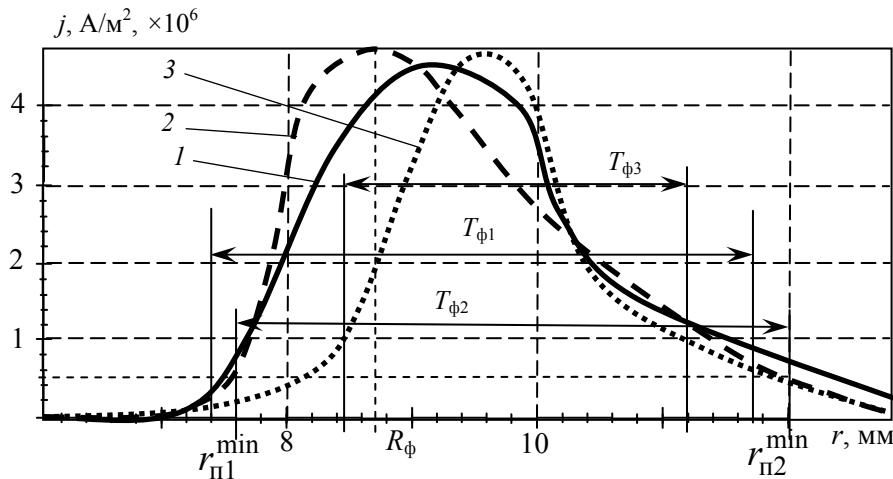


Рис. 6. Розподіл густини струму електронного пучка у його фокальній площині для різних значень струму магнітної лінзи: 1 — $I_{л} = 1$ А; 2 — $I_{л} = 1,5$ А; 3 — $I_{л} = 2$ А; $N_{л} = 1000$; $U_{пр} = 15$ кВ

Значення фокальних параметрів порожнистого конусного електронного пучка для різних струмів фокусувальної магнітної лінзи

Струм магнітної лінзи $I_{л}$, А	Положення фокуса електронного пучка $F_{п}$, мм	Товщина фокального кільця $T_{ф}$, мм
1	68, 25	4,3
1,5	64, 85	4,1
2	60, 31	2,1

Із фізичної точки зору зрозуміло, що зі зростанням струму магнітної лінзи збільшується кут повороту α для електронів пучка, що рухаються у площині лінзи. Тому фокальна площина електронного пучка $F_{п}$ для великих струмів лінзи наближається до катода. Тобто значення $F_{п}$ стає меншим. Закономірним є і те, що зі зростанням струму магнітної лінзи меншою стає товщина фокального кільця $T_{ф}$. Це зумовлено більш високим ступенем компресії пучка за умови великих струмів лінзи.

Слід відзначити, що зсув положення фокуса пучка відносно площини зрізу анода гармати для різних струмів фокусувальної лінзи зумовлено тим, що змінюється кут нахилу його граничних траєкторій. Щодо виникнення відповідної асиметрії відносно осі, яка відповідає максимуму функції $j(r)$,

вона зумовлена тим, що нижні та верхні траєкторії пучка фокусуються лінзою по-різному та з різним нахилом. Відповідні розрахунки виконано з використанням співвідношень (2)–(9).

Можливість регулювання фокальних параметрів порожнистого конусного електронного пучка зміною струму магнітної лінзи дозволяє забезпечити універсальність використання електронної гармати ВТР для термічного оброблення виробів різного діаметра з різними термодинамічними властивостями. За такої умови переналаштування положення фокуса електронного пучка, а також діаметр і товщину фокального кільця можна змінювати регулюванням струму магнітної лінзи. Тобто використання електронних гармат з магнітним фокусуванням порожнистого конусного електронного пучка в малосерійному виробництві зі зміною номенклатури виробів є вкрай ефективним і перспективним.

ВИСНОВКИ

У роботі запропоновано алгоритм розрахунку положення фокуса порожнистого конусного електронного пучка та товщини фокального кільця в електродній системі із фокусувальною магнітною лінзою. Алгоритм ґрунтується на методах дискретної математики, мінімаксного аналізу та на врахуванні фізичних процесів, які впливають на фокусування електронного пучка за умови дрейфу електронів в іонізованому газі в магнітному полі. Результати моделювання показали, що товщина фокального кільця порожнистого конусного електронного пучка для гармат такої конструкції становить кілька міліметрів і може бути змінена регулюванням струму магнітної лінзи. Гармати ВТР з магнітним фокусуванням порожнистого конусного електронного пучка можуть знайти широке застосування в малосерійному виробництві із частою зміною номенклатури виробів. Робота може бути цікавою для фахівців з моделювання та розроблення електронно-променевого обладнання і його подальшого впровадження у промислове виробництво.

ЛІТЕРАТУРА

1. А.А. Новиков, *Источники электронов высоковольтного тлеющего разряда с анодной плазмой*. М.: Энергоатомиздат, 1983, 96 с.
2. М.А. Завьялов, Ю.Е. Крейндель, А.А. Новиков, и Л.П. Шантурин, *Плазменные процессы в технологических электронных пушках*. М.: Атомиздат, 1989, 256 с.
3. С.В. Ладохин и др., *Электронно-лучевая плавка в литейном производстве*. Киев: Сталь, 2007, 605 с.
4. P. Feinaeugle, G. Mattausch, S. Schmidt, and F.H. Roegner, “A new generation of plasma-based electron beam sources with high power density as a novel tool for high-rate PVD”, *Society of Vacuum Coaters, 54-th Annual Technical Conference Proceedings, Chicago, 2011*, pp. 202–209.
5. G. Mattausch et al., “Gas discharge electron sources – proven and novel tools for thin-film technologies”, *Elektrotechnica and Electronica (E+E)*, vol. 49, no. 5–6, pp. 183–195, 2014.
6. M.I. Grechanyuk, A.G. Melnyk, I.M. Grechanyuk, V.G. Melnyk, and D.V. Kovalchuk, “Modern electron beam technologies and equipment for melting and physical vapor deposition of different materials”, *Elektrotechnica and Electronica (E+E)*, vol. 49, no. 5–6, pp. 115–121, 2014.

7. S. Denbnovetskiy et al., “Principles of operation of high voltage glow discharge electron guns and particularities of its technological application”, *Proceedings of SPIE – The International Society of Optical Engineering*, 2017, pp. 10445–10455.
8. I. Melnyk, S. Tyhai, and A. Pochynok, “Universal Complex Model for Estimation the Beam Current Density of High Voltage Glow Discharge Electron Guns”, *Lecture Notes in Networks and Systems*, 152, pp. 319–341, 2021. Available: <https://www.springer.com/gp/book/9783030583583>
9. І.В. Мельник та А.В. Починок, “Алгоритм розрахунку фокальних параметрів профільних електронних пучків, які формуються газорозрядними гарматами”, *Системні дослідження та інформаційні технології*, № 2, с. 7–17, 2019.
10. І.В. Мельник та А.В. Починок, “Система конструктивних геометричних параметрів моделі електронних гармат високовольтного тліючого розряду, які формують профільні електронні пучки”, *Системні дослідження та інформаційні технології*, № 1, с. 50–65, 2019.
11. И.В. Мельник и А.В. Починок, “Использование матричных алгоритмов для расчета траекторий заряженных частиц и определения фокальных параметров электронного пучка”, *Электронное моделирование*, т. 42, № 1, с. 73–90, 2020.
12. І.В. Мельник, *Система науково-технічних розрахунків MatLab та її використання для розв’язання задач із електроніки: навчальний посібник у 2-х томах. Т. 2. Основи програмування та розв’язання прикладних задач*. К.: Університет “Україна”, 2009, 327 с.
13. J.H. Mathews and K.D. Fink, *Numerical Methods. Using Matlab. Third Edition*. Amazon, 1998.
14. І.В. Мельник, *Основи програмування на мові Python. Том 2. Розвинені засоби мови програмування Python. Комплексний навчальний посібник з курсів “Об’єктно-орієнтоване програмування” та “Обчислювальні системи та мережі” для студентів-бакалаврів, які навчаються за освітньою програмою “Електронні прилади та пристрої”*. Київ: “Кафедра”, 2020, 492 с.
15. С.И. Молоковский и Д.И. Сушков, *Интенсивные электронные и ионные пучки*. Москва: Энергоатомиздат, 1991, 304 с.
16. М. Силадьи, *Электронная и ионная оптика*. Москва: Мир, 1990, 640 с.
17. I. Melnyk, “Methodic of Simulation of Guiding of Short-Focus Electron Beam in The Equipotential Transporting Channel of High Voltage Glow Discharge Electron Guns”, *Вісник кийвського національного університету імені Тараса Шевченка. Радіофізика та електроніка*, № 1 (23), с. 57–62, 2015.
18. Д. Андерсон, *Дискретная математика и комбинаторика*. Москва: Издательский дом “Вильямс”, 2004, 960 с.
19. В.П. Васильев, *Численные методы решения экстремальных задач: учебное пособие для вузов*. Москва: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1988, 552 с.
20. А.А. Самарский и А.В. Гулин, *Численные методы*. Москва: Наука, 1989, 432 с.
21. Э. Камке, *Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям*. Москва: Наука, 1976, 589 с.

Надійшла 30.07.2021

INFORMATION ON THE ARTICLE

Igor V. Melnyk, ORCID: 0000-0003-0220-0615, Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Ukraine, e-mail: imelnyk@phbme.kpi.ua

Sergey B. Tugay, ORCID: 0000-0001-7646-1979, Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Ukraine, e-mail: sbtuhai@gmail.com

Volodymyr O. Kyryk, Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Ukraine, e-mail: vo-va.kirik1975@gmail.com

Iryna S. Shved, Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Ukraine, e-mail: shvettd@gmail.com

МЕТОДЫ И АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ФОКАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОЛОГО КОНУСНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ЭЛЕКТРОННЫХ ПУШКАХ ВЫСОКОВОЛЬТНОГО ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА С ФОКУСИРУЮЩЕЙ МАГНИТНОЙ ЛИНЗОЙ / И.В. Мельник, С.Б. Тугай, В.А. Кирик, И.С. Швед

Аннотация. Рассмотрен алгоритм расчета фокусного расстояния полого конусного электронного пучка, формируемого электронными пушками высоковольтного тлеющего разряда с магнитной фокусировкой пучка в области дрейфа, а также способ расчета диаметра фокального кольца и его толщины для такого пучка. Предложенный алгоритм основан на теории дрейфа электронов в поле фокусирующей магнитной линзы и сформирован с использованием методов дискретной математики и минимаксного анализа. Полученные результаты моделирования позволили установить влияние тока магнитной линзы на фокальный диаметр полого конусного электронного пучка и на толщину фокального кольца. Показано, что изменение фокальных параметров полого конусного электронного пучка может эффективно осуществляться через регулирование тока магнитной линзы.

Ключевые слова: высоковольтный тлеющий разряд, магнитная линза, пустотный электронный пучок, модель дрейфа электронов, минимаксный анализ, фокальный диаметр электронного пучка, толщина фокального кольца.

METHODS AND ALGORITHM FOR CALCULATING THE FOCAL PARAMETERS OF A HOLLOW CONICAL ELECTRON BEAM IN HIGH-VOLTAGE GLOW DISCHARGE ELECTRON GUNS WITH A FOCUSING MAGNETIC LENS / I.V. Melnyk, S.B. Tugay, V.O. Kyryk, I.S. Shved

Abstract. The algorithm is considered for calculating the focal distance of a hollow conical electron beam generated by high-voltage glow discharge electron guns with magnetic focusing of the beam in the drift region, as well as a method for calculating the diameter of the focal ring and its thickness for such a beam. The proposed algorithm is based on the theory of electron drift in the field of a focusing magnetic lens and is designed using the methods of discrete mathematics and the minimax analysis. The obtained simulation results made it possible to establish the influence of the magnetic lens current on the focal diameter of a hollow conical electron beam and on its focal ring thickness. It is shown that the change in the focal parameters of a hollow conical electron beam can be effectively provided through the regulation of the magnetic lens current.

Keywords: high-voltage glow discharge, magnetic lens, hollow electron beam, electron drift model, minimax analysis, focal diameter of the electron beam, focal ring thickness.

REFERENCES

1. A.A. Novikov, *High Voltage Glow Discharge Electron Sources with Anode Plasma* [in rus]. Moscow: Energoatomiadat, 1983, 96 p.
2. M.A. Zavialiv, Yu.E. Kreindel, A.A. Novikov, and L.P. Shanturin, *Plasma Processes in technological Electron Guns* [in rus]. Moscow: Atomiadat, 1989, 256 p.
3. S.V. Ladokhin et al., *Electron Beam Melting in Foundry Production* [in rus]. Kiev: Steel, 2007, 605 p.
4. P. Feinaeugle, G. Mattausch, S. Schmidt, and F.H. Roegner, "A new generation of plasma-based electron beam sources with high power density as a novel tool for high-rate PVD", *Society of Vacuum Coaters, 54-th Annual Technical Conference Proceedings, Chicago*, 2011, pp. 202–209.
5. G. Mattausch et al., "Gas discharge electron sources – proven and novel tools for thin-film technologies", *Elektrotechnica and Electronica (E+E)*, vol. 49, no. 5–6, pp. 183–195, 2014.

6. M.I. Grechanyuk, A.G. Melnyk, I.M. Grechanyuk, V.G. Melnyk, and D.V. Kovalchuk, “Modern electron beam technologies and equipment for melting and physical vapor deposition of different materials”, *Elektrotechnica and Electronica (E+E)*, vol. 49, no. 5–6, pp. 115–121, 2014.
7. S. Denbnovetskiy et al., “Principles of operation of high voltage glow discharge electron guns and particularities of its technological application”, *Proceedings of SPIE – The International Society of Optical Engineering*, 2017, pp. 10445–10455.
8. I. Melnyk, S. Tyhai, and A. Pochynok, “Universal Complex Model for Estimation the Beam Current Density of High Voltage Glow Discharge Electron Guns”, *Lecture Notes in Networks and Systems*, 152, pp. 319–341, 2021. Available: <https://www.springer.com/gp/book/9783030583583>
9. I.V. Melnyk and A.V. Pochynok, “Algorithm for Calculating the Focal Parameters of Profile Electron Beams, Which Are Formed by Gas-Discharge Guns [in ukr]”, *Systems Research and Information Technology*, no. 2, pp. 7–17, 2019.
10. I.V. Melnyk and A.V. Pochynok, “System of Constructive Geometrical Parameters of The Model of Electronic Guns of High-Voltage Glow Discharge, Which Form Profile Electron Beams [in ukr]”, *Systems Research and Information Technology*, no. 1, pp. 50–65, 2019.
11. I.V. Melnyk and A.V. Pochynok, “Using Matrix Algorithms to Calculate the Trajectories of Charged Particles and Determine the Focal Parameters of the Electron Beam [in ukr]”, *Electronic Modeling*, vol. 42, no. 1, pp. 73–90, 2020.
12. I.V. Melnyk, *MatLab as Scientific and Technical Calculation System and Its Use for Solving Problems in Electronics: a Textbook in 2 Volumes. Vol. 2. Fundamentals of Programming and Solving Applied Problems* [in ukr]. Kyiv: University “Ukraine”, 2009, 327 p.
13. J.H. Mathews and K.D. Fink, *Numerical Methods. Using Matlab; 3rd edition*. Amazon, 1998.
14. I.V. Melnyk, *Basics of Programming in Python. Volume 2. Developed Python Programming Language. Comprehensive Textbook on the Courses “Object-Oriented Programming” and “Computing Systems and Networks” for Undergraduate Students Studying In The Educational Program “Electronic Devices* [in ukr]. Kyiv: “Kafedra”, 2020, 492 p.
15. S.I. Molokovsky and D.I. Sushkov, *Intense Electron and Ion Beams* [in rus]. Moscow: Energoatomizdat, 1991, 304 p.
16. M. Siladzy, *Electronic and Ionic Optics* [in rus]. Moscow: Mir, 1990, 640 p.
17. I. Melnyk, “Methodic of Simulation of Guiding of Short-Focus Electron Beam in the Equipotential Transporting Channel of High Voltage Glow Discharge Electron Guns”, *Bulletin of the Taras Shevchenko National University of Kyiv. Radiophysics and Electronics*, no. 1 (23), pp. 57–62, 2015.
18. J. Anderson, *Discrete Mathematics and Combinatorics* [in rus]. Moscow: Williams Publishing House, 2004, 960 p.
19. V.P. Vasiliev, *Numerical Methods for Solving Extreme Problems: Textbook for Universities* [in rus]. Moscow: “Nauka”, 1988, 552 p.
20. A.A. Samarskiy and A.V. Gulin, *Numerical methods* [in rus]. Moscow: “Nauka”, 1989, 432 p.
21. E. Kamke, *Handbook of Ordinary Differential Equations* [in rus]. Moscow: “Nauka”, 1976, 589 p.

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ СИСТЕМЫ ПРОТИВОПОЖАРНОГО МОНИТОРИНГА ЛЕСОВ ПУТЕМ РАСШИРЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ СОВРЕМЕННЫХ КВАДРОКОПТЕРОВ

Е.М. ГУСАК, В.В. ГУСАК

Аннотация. Предложено решение актуальной научно-технической задачи: разработка информационной технологии расширения функциональных возможностей неспециализированных беспилотных летательных аппаратов с целью усовершенствования мониторинга лесных и других ландшафтных пожаров. Описанная информационная технология поможет разрешить противоречие между высоким уровнем затрат на разработку и эксплуатацию высокотехнологических противопожарных средств и их недостаточной эффективностью. Привлечение в состав информационной технологии раннего обнаружения очагов лесных пожаров современных беспилотных летательных аппаратов при условии расширения их информационно-технологических возможностей позволяет в фоновом режиме без дополнительных затрат на высокотехнологическое оборудование получать оперативную информацию о наличии очагов лесных пожаров и своевременно извещать соответствующие службы о пожарной опасности. Приведены результаты экспериментов, которые проводились как для серии статических снимков, так и для видеорядов.

Ключевые слова: информационная технология, беспилотный летательный аппарат, методы обработки изображений, параллельные вычисления.

ВСТУПЛЕНИЕ

Противопожарная защита лесов является одной из основных составляющих обеспечения безопасности национальных природных богатств, поскольку последствия лесных пожаров катастрофичны как для биосферы, так и для атмосферы, гидросферы, литосферы.

В основе технологии охраны лесов от пожаров лежат средства предотвращения и раннего обнаружения лесных пожаров. Эффективность их деятельности является залогом быстрого реагирования оперативно-спасательных служб и предотвращения широкомасштабных экологических катастроф.

Ежегодно на Земле возникает 400 тис. лесных пожаров, которые уничтожают около 0,5% общей площади лесов, выбрасывая в атмосферу миллионы тонн продуктов сгорания. Для Украины охрана лесов от пожаров является одной из самых сложных и актуальных проблем, что обусловлено климатическими изменениями — повышением среднегодовой температуры воздуха, ведением боевых действий на востоке страны, а также последствиями Чернобыльской катастрофы. Ежегодно в Украине фиксируется около 25 тыс. лесных пожаров на площади 30 тыс. гектаров [1].

Несмотря на имеющийся арсенал современных средств и методов противопожарного мониторинга и охраны леса, лесные пожары, не будучи вовремя обнаруженными, часто из незначительных очагов возгорания перерастают в экологические катастрофы. Поэтому разработка новых и совершенствование существующих моделей, методов, информационных технологий противопожарной защиты лесов, ориентированных на мобильность и оперативность, является современной актуальной научно-прикладной задачей.

Предложенная в этом исследовании информационная технология, суть которой заключается в привлечении на добровольной основе дополнительных неспециальных технических ресурсов, владельцами которых являются простые пользователи, призвана помочь устранить существующее противоречие между высоким уровнем затрат на разработку высокотехнологичных противопожарных средств и их недостаточной эффективностью.

АНАЛИЗ ЛИТЕРАТУРНЫХ ДАННЫХ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основой для разработки информационной технологии расширения функциональных возможностей беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) с целью раннего обнаружения лесных пожаров являются результаты исследований в области противопожарного мониторинга, современное развитие беспилотной авиации и значительные достижения в повышении информативности цифровых изображений. Сегодня разработан ряд оптических и оптико-электронных методов их обработки с целью повышения информативности. В ряде исследований рассмотрены аэрозольные и наземные методы визуализации радара (SAR), основанные как на возможностях лазерных радаров, так и возможностях спутниковых технологий [2–6]. В частности, исследователи предложили новый подход к выполнению трехмерных измерений, характеризующих состояние зеленой биомассы. Была доказана точность и целесообразность использования технологии LIDAR для определения внезапных изменений в состоянии лесной биомассы, в том числе изменений, связанных с наличием очагов лесных пожаров и выгоревших участков. К недостаткам таких систем, основанных на LIDAR-технологиях, следует отнести их высокую технологичность и потребность в значительных финансовых затратах. Кроме того, инфракрасные лазеры, используемые во многих системах LIDAR, не способны проникнуть сквозь туман или дождь, а информация, полученная с помощью этих систем, предусматривает последующую дополнительную обработку.

В отдельных исследованиях представлены современные системы наблюдения и обнаружения очагов возгорания, основанные на использовании стационарных датчиков. Такие системы реализуются, в частности, в эффективных информационных технологиях обнаружения лесных пожаров на основе беспроводных сенсорных сетей (WSN), архитектура которых предусматривает видеонаблюдение, а в «слепых» и наиболее пожароопасных зонах — использование датчиков, объединенных в беспроводные сенсорные сети [7]. Результаты их работы, основанные на реальных экспериментальных подходах, свидетельствуют о достаточной эффективности предложенного метода. К таким системам относится система контроля лесных пожаров, созданная учеными Тернопольского национального экономического

университета. Авторы разработали архитектуру беспроводной распределенной, самоорганизующейся и устойчивой к отказам отдельных элементов сенсорную сеть, предназначенную для контроля состояния противопожарной безопасности леса [8]. Предложенная структура системы контроля и наблюдения за опасными для лесных пожаров участками обеспечивает мониторинг опасности возникновения пожаров и оперативное информирование аварийных служб в случае активации задействованных сенсоров измерения температуры, выявления открытого огня, углекислого газа, дыма, характерного звука и т.п. Использование технологии беспроводных сенсорных сетей обеспечивает эффективный мониторинг огромных участков леса с минимальным использованием различного типа оборудования.

Приведенные выше разработки приобретают особую актуальность в связи с необходимостью поиска эффективных методов раннего обнаружения и борьбы с лесными пожарами, возникающими на пораженной радиацией территории, в зоне отчуждения Чернобыльской АЭС. Недостатком этих систем является то, что они предназначены для ведения локального наблюдения, фиксируют эпицентры пожара значительной интенсивности, реагируя на пламя определенной высоты, которое сопровождается шлейфом дыма. Кроме того, система предусматривает значительные финансовые затраты на свою эксплуатацию (к дополнительным затратам относится также приобретение необходимого дополнительного кабельного оборудования и усилителей).

Особое место в исследовании и применении методов дистанционного противопожарного мониторинга занимает съемка в тепловом диапазоне. Возможности, принципы работы, а также перспективы использования современных информационных технологий основываются на использовании термовизионных и тепловизионных камер [9, 10].

Все большее количество современных производителей предлагают термовизионные системы, в том числе предназначенные для установки на БПЛА с целью осуществления различных видов мониторинга. Использование БПЛА, оборудованных термовизионными камерами, является новым и перспективным методом детектирования лесных пожаров, получившим высокую оценку зарубежных и отечественных специалистов. Существуют компании, которые специализируются на тепловизионных системах для БПЛА, как, например, чешская компания Workswell. Оснащение БПЛА тепловизионной камерой также значительно расширяет возможности использования систем тепловидения. Благодаря высокой оперативности (при средней скорости 56 километров в час за двадцать минут полета БПЛА способен охватить площадь 1200 гектаров, проявляя шлейф дыма от лесного пожара, огонь, выгоревших участков леса), мобильности, высокой контролируемости, стабильности, экономичности использования БПЛА для мониторинговых наблюдений леса усматривается оптимальным. Однако термо- и тепловизионное оборудование в условиях раннего лесопожарного мониторинга не вполне гарантирует успех, поскольку на его работу значительное влияние оказывает стороннее инфракрасное излучение от нагретых солнцем расположенных в зоне обзора объектов, что может исказить информацию о наличии незначительного очага пожара. Густой туман также может повлиять на работу инфракрасных датчиков, поскольку капли воды препятствуют проникновению инфракрасного излучения. Кроме того, установка и транспортировка инфракрасных камер требуют дополнительных ресурсов [11].

Таким образом, как показывает анализ, ни один из описанных методов не универсален и не в состоянии полностью решить задачу эффективного противопожарного мониторинга леса.

Идея привлечения и возможного расширения информационно-технологических возможностей БПЛА базируется на анализе их технических характеристик и возможных сфер их применения. Активное развитие БПЛА для решения задач мониторинга обусловлено их значительными преимуществами перед традиционными и космическими методами, а именно — возможностью ведения наблюдения при отсутствии экипажа на борту, достаточной продолжительностью и дальностью полета, маневренностью, способностью вести мониторинг в любое время суток, в благоприятных и ограниченных метеоусловиях, относительно небольшой стоимостью, малыми затратами на эксплуатацию, возможностью массового производства [12]. Основными преимуществами БПЛА, по мнению авторов, являются способность к автоматической работе в опасных условиях, в отсутствие исполнителя, способность к выполнению монотонной, требующей определенных профессиональных навыков и концентрации внимания, работы. Сравнивая технологии получения изображений, использующие БПЛА с традиционными космическими технологиями, авторы отмечают:

- небольшую высоту съемки (от 10 до 200 метров) для получения сверхвысокого разрешения (единицы и десятые доли сантиметра) на местности;
- точечность — возможность детальной съемки небольших объектов и малых участков там, где это нерентабельно или технически невозможно сделать другими способами, например, в лесу или в условиях городской застройки;
- мобильность — не нужны аэродромы или специально подготовленные взлетные площадки, БПЛА легко транспортируются легковыми автомобилями или переносятся вручную, отсутствует бюрократическая процедура, требующая разрешения и согласования полетов;
- высокую оперативность — весь цикл, от выезда на съемку до получения результатов, занимает несколько часов;
- экологическую чистоту полетов — используются маломощные бензиновые или бесшумные электрические двигатели, чем обеспечивается нулевая нагрузка на окружающую среду.

Использование БПЛА для сопровождения многих видов деятельности — мировая практика, которая приобретает все более широкое распространение в Украине. Особая их популярность в последние годы связана со способностью быстро и эффективно удовлетворить потребности в аэрофото-сканировании — получении оперативной информации с высоты птичьего полета [13]. Как свидетельствует статистика, 45% БПЛА принадлежат обычным гражданским пользователям, использующим их для своих собственных нужд. Таким образом, почти половина всех проданных беспилотников представляет собой потенциальный сегмент для привлечения разработанной нами системы противопожарного мониторинга. Идея привлечения неспециальных БПЛА основывается на том обстоятельстве, что он может заменить собой целую группу операторов, операторский кран и вертолет. При этом он обладает в несколько раз большей мобильностью и способен обеспечить передачу информации в режиме реального времени.

Беспилотные летательные аппараты сегодня с успехом применяются как в военных, так и в мирных целях. Существует также опыт их эксплуатации в ходе противопожарного пожарного мониторинга леса. Однако для этого необходима дополнительная оптико-электронная система с высоким разрешением и с несколькими каналами вывода информации: тепловизор, видеокамера, инфракрасная камера, мультиспектральная камера и т.д. [14].

Таким образом, можно сделать вывод о том, что сегодня отсутствуют информационные системы и технологии лесопожарного мониторинга, которые бы позволили без установки дополнительного высокотехнологичного оборудования, и только благодаря расширению имеющихся информационно-технологических возможностей стандартных неспециализированных БПЛА, владельцами которых являются индивидуальные пользователи, на устройствах которых установлена информационная система раннего мониторинга очагов лесных пожаров, проводиться эффективный противопожарный мониторинг леса со значительной высоты. Создание такого мобильного информационно-технологического сервиса на основе добровольной социокоммуникационной инициативы дополнит существующие методы противопожарного мониторинга леса и поможет повысить их эффективность — предоставит дополнительную возможность раннего обнаружения очагов лесных пожаров и получения информации об их возникновении раньше, чем из официальных источников. Следует особо отметить отсутствие необходимости государственного финансирования.

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Целью исследования является разработка информационной технологии раннего обнаружения лесных пожаров на основе расширения информационно-технологических возможностей БПЛА, которая может стать дополнительным инструментом противопожарного мониторинга леса.

Достижение цели предполагало решение таких задач:

- 1) усовершенствование методов автоматизированной обработки информации, передаваемой с борта БПЛА;
- 2) разработка информационной технологии оповещения оперативно-спасательных служб в случае обнаружения очага лесного пожара привлеченным БПЛА;
- 3) выбор математических методов с учетом особенностей их реализации в информационной технологии раннего обнаружения лесных пожаров;
- 4) анализ результатов, полученных в ходе тестирования разработанной информационной технологии.

В соответствии с поставленными задачами были выбраны методы, использование которых позволяет достичь максимального эффекта повышения информативности цифровых изображений в заданных условиях. В ходе проведенных экспериментов оказалось, что наилучший эффект достигается комбинацией нескольких математических методов, а именно — последовательным применением метода повышения контрастности изображения, метода вейвлет-преобразования и метода кластеризации. Именно эти методы были положены в основу будущей информационной технологии.

Были определены задачи, которые поэтапно должен выполнять БПЛА: проведение видеосъемки, передача видеосигнала на устройство управления, автоматический анализ изображения на предмет наличия очага пожара и, в случае обнаружения очага пожара, передача на центральный пульт оперативно-спасательной службы соответствующей информации. Эта информация должна содержать оригинал изображения (видео), его обработанную копию, а также GPS-координаты предполагаемого очага возгорания.

В ходе проведения эксперимента возникла потребность в адаптации математических методов по критериям скорость/точность распознавания в соответствии с техническими характеристиками устройств управления БПЛА.

Результат функционирования информационной технологии достигается в два этапа: на первом происходит адаптация параметров под технические характеристики устройства управления, на втором – непосредственный поиск очагов возгорания.

Рассмотрим теоретические основы представленной информационной технологии.

В общем представлении необходимо найти функциональную зависимость вида

$$Connect : Video^i \rightarrow Operator . \quad (1)$$

Функциональная зависимость (1) преобразует полученный видеопоток в сигнал, понятный оператору (обработанное видео).

Сигнал обрабатывается в режиме реального времени. Схему принятия решения удобно представить в виде сети Петри (рис. 1) — направленного графа, каждый узел которого представляет собой результат математического преобразования, а ветви графа — процесс преобразования одного узла в другой, для которого необходимо соответствующее время t . Модель процесса в виде сети Петри приведена на рис. 1.

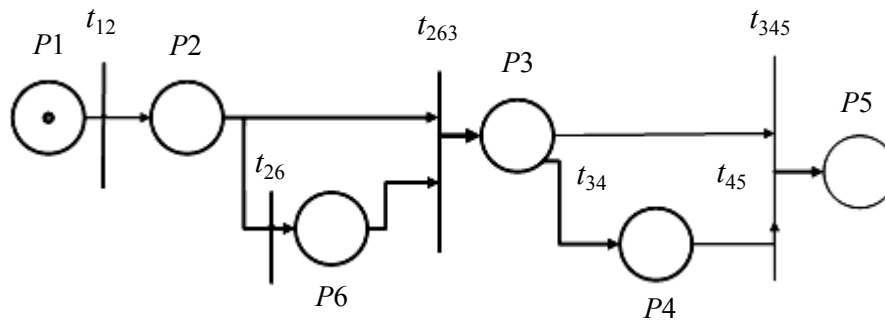


Рис. 1. Сеть Петри, моделирующая процесс принятия решения о наличии очага лесного пожара: P1 — получение видео; P2 — преобразование контраста; P3 — вейвлет-преобразование; P4 — обучение нейронной сети; P5 — кластеризация; P6 — адаптация в соответствии с техническими характеристиками устройства управления

Эту модель можно представить в виде кортежа отдельных функционалов, каждый из которых реализует три описанные выше этапа преобразования кадров изображения:

$$S(Operator) = \langle Etap_1, Etap_2, Etap_3 \rangle .$$

Для этого представим видеопоток в виде множества отдельных кадров:

$$Video^i = \{Cadr_1^i, Cadr_2^i, \dots, Cadr_{n_i}^i\}.$$

Каждый отдельный кадр претерпевает преобразование контраста:

$$Etap_1: Cadr_j \xrightarrow{\text{преобразование контраста}} Cadr'_j. \quad (2)$$

Результат преобразования, описанного формулой (2), — цифровой кадр, характеризующийся более высоким контрастом и яркостью. Затем осуществляется вейвлет-преобразование, которое описывается формулой

$$Etap_2: Cadr'_j \xrightarrow{\text{вейвлет-преобразование}} \overline{Cadr'_j} = (C'_{j_1}, C'_{j_2}, \dots, C'_{j_n}).$$

В результате получаем множество квантованных цифровых изображений оригинального кадра с меньшим разрешением. Далее преобразованный кадр подается на вход нейронной сети, которая разделяет его на кластеры. Этот процесс описан формулой

$$Etap_3: \overline{Cadr'_j} \xrightarrow{\text{кластеризация } k\text{-means, } c\text{-means}} Class_k.$$

В качестве метода преобразования контрастности был выбран метод эквализации гистограмм. Этот метод позволяет с большой скоростью без использования дополнительных настроек повысить контрастность кадра, содержащего задымленное или зашумленное изображение, в соответствии с которым

$$Cadr'_j = \int_0^1 f(\omega)_{Cadr_j} d\omega,$$

где $f(\omega)_{Cadr_j}$ — функция плотности распределения вероятностей уровней яркости кадра.

Для уменьшения размера изображения и минимизации потери информации, что является необходимым условием для повышения скорости обучения нейронной сети, следующими этапами обработки выбрано вейвлет-преобразование. Основной, важной для нас, идеей этого метода является замена множества базовых тригонометрических функций, при которых учитываются интегральные характеристики всего сигнального ряда новыми функциями, которые максимально учитывают поведение сигнала в окрестности исследованной точки и ограничивают влияние значений сигнала на точки удаленные от исследуемой. Основными критериями настройки преобразования являлись тип вейвлет-функции и процент нулевых вейвлет-коэффициентов:

$$\overrightarrow{Cadr'_j}(C'_{j_1}, C'_{j_2}, \dots, C'_{j_n}) = WF(C'_j, F_w, Z), \quad (3)$$

где — F_w вейвлет-функция; Z — процент нулевых коэффициентов; n — уровень квантования; $C'_{j_1}, C'_{j_2}, \dots, C'_{j_n}$ — квантованные изображения кадра C'_j .

Для дальнейшей обработки цифровых снимков и видеокадров, цель которой — обнаружение на них очагов возгорания, применены методы кластеризации. Основная гипотеза использования этих методов заключалась

в разделении цветов кадров на кластеры различного (естественного и неестественного) происхождения. Главные преимущества этого подхода — скорость принятия решения и отсутствие привязки к контурам искомого объекта. Следовательно появляется возможность определения очагов возгорания несмотря на присутствие помех (веток деревьев, листовой подстилки и т.п.).

В качестве используемых методов кластеризации были протестированы метод k -средних (k -means), алгоритм fuzzy c -means и карты Кохонена. Во время тестирования было установлено, что для решения заданного класса задач карты Кохонена не подходят, поскольку для их реализации необходимо весьма длительное обучение нейронной сети. Для реализации методов k -means и fuzzy c -means на обучение нейронной сети затрачивается меньше времени, однако для автоматического анализа наиболее удобным оказался метод fuzzy c -means, описанный формулой

$$Class_j(\mu_1, \mu_2, \mu_3) = FC(C'_{j_1}),$$

где C'_{j_1} — квантовое изображение первого уровня вейвлет-преобразования; FC — функция кластеризации; μ_1, μ_2, μ_3 — матрица функций принадлежности точек изображения к одному из кластеров — 1, 2, 3 соответственно.

Для установки критерия срабатывания системы (автоматической подачи сигнала об опасности) предложено определение порогового значения — относительного количества точек изображения, принадлежащих к нечеткому кластеру неестественных цветов α -уровня. Этот процесс описывается формулой

$$Signal = \begin{cases} 1, & \frac{\sum_{p=1, \mu_2 p > \alpha}^m 1}{m} > P; \\ 0, & \frac{\sum_{p=1, \mu_2 p > \alpha}^m 1}{m} \leq P, \end{cases}$$

где m — количество точек изображения C'_{j_1} ; P — пороговое значение точек изображения, принадлежащих ко второму кластеру α -уровня.

Если в течении серии из S последовательных кадров значение $Signal$ окажется равным единице, принимается решение об автоматическом информировании диспетчерского пункта оперативно-спасательных служб.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОБРАБОТКИ ВИДЕОПОТОКОВ НА ОСНОВЕ РЕАЛИЗАЦИИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Поскольку процесс принятия решений состоит из последовательных этапов вычислений с помощью ряда математических методов, для решения такого класса задач недостаточно одного мощного процессора. В работах [15, 16] показана целесообразность применения в подобных случаях параллельных алгоритмов — способа организации компьютерных вычислений, при котором программы разрабатываются как набор взаимодействующих вычислительных процессов, работающих параллельно (одновременно).

Реализация параллельных алгоритмов в рассматриваемом случае обеспечивает возможность одновременного наблюдения за объектами в видеопотоке. Процесс происходит в реальном масштабе времени, при этом видео является полноценным (30 fps). Реализация такого алгоритма на современных многоядерных CPU CUDA дает значительный прирост производительности — в 2–3 раза.

Процесс принятия решения возможно разделить на серию информационно независимых частей. Для этого был разработан метод автоматизированного поиска очагов лесных пожаров с использованием параллельных вычислений в фоновом режиме, что обеспечило распределение и оптимизацию использования ресурсов БПЛА и ускорило процесс обработки данных. Поскольку большинство современных устройств управления оснащены четырехъядерными процессорами, то метод был оптимизирован именно для них. Алгоритм приведен ниже.

Этап обучения и адаптации. Для серии кадров длительностью Δt_1 :

- каждый кадр полученного видеопотока проходит предварительную обработку (повышение контрастности и вейвлет-преобразования) на первом ядре процессора и формирует обучающую выборку нейронной сети;
- по окончании Δt_1 начальная обучающая выборка подается на второе ядро для обучения нейронной сети, которое длится в течение времени Δt_2 ;
- во время обучения нейронной сети первое ядро продолжает формировать обучающую выборку на основе следующих кадров;
- по прошествии времени Δt_2 обученная нейронная сеть направляется на третье ядро процессора, где происходит кластеризация и оценка времени выполнения вычисления;
- после оценки времени вычисления происходит модификация параметров вейвлет-преобразования n и частоты обработанных кадров l . Процесс происходит циклично до тех пор, пока не будут определены оптимальные параметры метода для конкретного устройства управления.

Этап принятия решения, который состоит из циклов обучения и кластеризации:

- длительность каждого цикла соответствует времени, необходимому для обеспечения процесса обучения нейронной сети и модифицируется в ходе функционирования алгоритма;
- по окончании процессов обучения и адаптации, а также в начале каждого цикла, обученная нейронная сеть передается на третье ядро для реализации процесса кластеризации кадров и формирования исходящего видеоряда. Видеоданные для обеспечения этого процесса непрерывно, в режиме реального времени, поступают с первого ядра;
- полученная дополненная обучающая выборка с первого ядра передается на второе ядро на обучение, после чего первое ядро формирует следующую обучающую выборку;
- второе ядро проводит обучение нейронной сети. После окончания процесса обучения цикл повторяется.

В случае выявления очага лесного пожара, согласно формуле (3), выходной видеоряд вместе с оригиналом и GPS-координатами пересылается на

пульт оперативно-спасательной службы, где оператор подтверждает или опровергает наличие опасности (очага лесного пожара) и принимает решение о незамедлительном принятии специальных мер или о дополнительном обследовании территории.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Один из 1000 результатов обработки цифровых изображений показан на рис. 2. Для обработки применялась последовательная комбинация методов повышения контрастности изображения, вейвлет-преобразования и кластеризации.

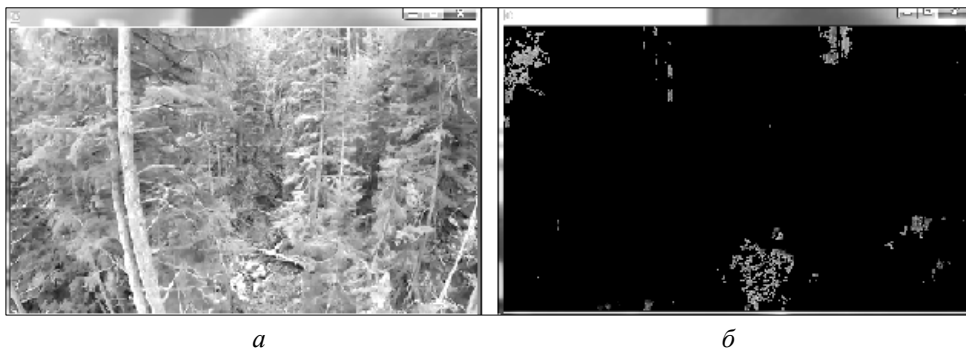


Рис. 2. Видеокadres, демонстрирующие результат обработки цифровых изображений: *a* — кадр до обработки; *б* — кадр после обработки

Как показали проведенные вычисления, для функционирования системы в режиме реального времени с обработкой каждого кадра необходимо, чтобы уровень разложения вейвлет-преобразования был равен 4.

Сравнение времени и безошибочности распознавания лесных пожаров на оригинальных изображениях и изображениях, обработанных с помощью разработанной информационной технологии, приведено в таблице.

Результаты эксперимента по распознаванию цифровых изображений

Критерий	Человек		Информационная система (ноутбук ASUS F541NC-GO054T (90NB0E93-M00700))		
	При предъявлении оригинальных изображений	При предъявлении обработанных изображений	$n=4, l=1$ (k -means/ c -means)	$n=6, l=2$ (k -means/ c -means)	$n=8, l=2$ (k -means/ c -means)
Среднее время распознавания, с	10	2	0,03	0,03	0,03
Средний процент правильных ответов (срабатываний)	70	90	75/78	78/80,5	80/82
Количество случаев «изображение не распознано»	30	10	25/24	22/20	20/20

Как видно из таблицы, время распознавания человеком-оператором очага возгорания на обработанных цифровых изображениях сократилось в 5 раз по сравнению со временем, затраченным на распознавание этих же объектов на оригинальных изображениях. Время их обработки и принятия решения автоматической системой, работающей под управлением Windows на ноутбуке ASUS F541NC-GO054T (90NB0E93-M00700), как правило, не превышает продолжительности одного кадра. То есть система способна функционировать в режиме реального времени.

Качество принятия решения оператором повысилось с 70% до 90%, причем существенно сократилось количество ложных распознаваний. Результаты эксперимента свидетельствуют о том, что количество случаев правильного срабатывания автоматизированной системы достаточно большое (80%), однако этот показатель все же ниже аналогичного показателя человека-оператора, следовательно система может использоваться как автоматизированная система, помогающая человеку принять оптимальное решение. Кроме того, данные таблицы свидетельствуют о том, что, работая в режиме автоматической фиксации очагов лесных пожаров, метод кластеризации *c-means* показывает лучший результат по сравнению с методом *k-means*.

Данные таблицы свидетельствуют также о том, что предложенная информационная технология обладает достаточной скоростью и качеством распознавания и способна стать дополнительным источником информации о наличии очагов лесных пожаров, что позволит повысить эффективность мониторинга и противопожарной защиты леса.

ВЫВОДЫ

В приведенном исследовании представлено решение актуальной научно-технической задачи — разработка информационной технологии раннего обнаружения очагов возгорания лесных пожаров на основе расширения уже имеющихся информационно-технологических возможностей неспециализированных БПЛА. Получены основные результаты:

1. Усовершенствован метод автоматизированной обработки информации, передаваемой с борта БПЛА, путем автоматической настройки параметров вейвлет-преобразования и адаптации их к техническим характеристикам устройств управления, что обеспечило бесперебойное функционирование информационной системы в фоновом режиме.

2. Усовершенствован метод автоматического обнаружения опасности лесного пожара, что позволяет автоматически сигнализировать об опасности.

3. Разработана информационная технология оповещения оперативно-спасательных служб привлеченным неспециализированными БПЛА, основанная на расширении информационно-технологических возможностей БПЛА, предоставляет дополнительную возможность оповещения и повышения эффективности противопожарной защиты леса.

4. В ходе проведенных экспериментов установлены оптимальные настройки параметров и обоснована целесообразность применения разработанной информационной системы в операторской деятельности, что в целом подтвердило эффективность основанной на ней информационной технологии раннего обнаружения очагов лесных пожаров.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Статистика лісових пожеж – Державне агентство лісових ресурсів України, Кабінет міністрів України. 2021.* [Онлайн]. Доступно: <http://dklg.kmu.gov.ua/forest/control/uk/index>
2. “Modeling Forest Aboveground Biomass and Volume Using Airborne LiDAR Metrics and Forest Inventory and Analysis Data in the Pacific Northwest”, *Remote Sensing*, no. 7, pp. 229–255, 2015. doi: 10.3390/rs70100229.
3. K. Zhao, D. Valle, and S. Popescu, “Hyperspectral remote sensing of plant biochemistry using Bayesian model averaging with variable and band selection”, *Remote Sensing of Environment*, no. 132, pp. 102–119, 2013. doi: 10.1016/j.rse.2012.12.026.
4. A. Habib, M. Ghanma, M. Morgan, and R. Al-Ruzouq, “Photogrammetric and lidar Data Registration Using Linear Features”, *Photogramm. Eng. Remote Sens.*, vol. 71, pp. 699–707, 2005.
5. G. Taylor, D. Kidner, and K. Brundsdon, “Modelling and prediction of GPS availability with digital photogrammetry and LiDAR”, *International Journal of Geographical Information Science*, vol. 21, no. 1, pp. 1–20, 2007. doi: 10.1080/13658810600816540
6. Li-Der Chang, K. Clint Slatton, and Carolyn Krekeler, “Bare-earth extraction from airborne LiDAR data based on segmentation modeling and iterative surface corrections”, *Journal of Applied Remote Sensing*, 4(1), 041884 (1 August 2010). doi: 10.1117/1.3491194.
7. K. Bouabdellah, H. Noureddine, and S. Larbi, “Using Wireless Sensor Networks for Reliable Forest Fires Detection”, *Procedia Computer Science*, no.19, pp. 794–801, 2013. doi: 10.1016/j.procs.2013.06.104.
8. В.В. Яцків та В.В. Башуцький, “Система контролю лісових пожеж на основі безпроводних сенсорних мереж”, *Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: матеріали V Всеукр. шк.-семінару молодих вчен. і студ. АСІТ'2015, м. Тернопіль, ТНЕУ, 22–23 трав. 2015*, с. 63–64.
9. A. Rogalski, “Infrared detectors: an overview”, *Infrared Physics & Technology*, no. 43, pp. 187–210, 2002. doi: 10.1016/S1350-4495(02)00140-8.
10. J.L. Dupuy, J. Marechal, and D. Morvan, “Fires from a cylindrical forest fuel burner: combustion dynamics and flame properties”, *Combust. Flame*, no. 135, pp. 65–76, 2003. doi: 10.1016/S0010-2180(03)00147-0
11. Chuan Li, George D. Skidmore, and C.J. Han, “DRS uncooled VOx infrared detector development”, *Optical Engineering*, vol. 50, no. 50, 2010. doi: 10.1117/12.851795.
12. О.М. Алексєєв та Д.І. Бондарєв, “Перспективи розвитку безпілотного та муніципального авіаційного транспорту в Україні”, *Системи обробки інформації*, № 8, с. 10–16, 2016.
13. П.В. Ефремов, К.А. Попов, Т.А. Капитонова, и Г.П. Стручкова, “Обработка и анализ данных дрона для мониторинга линейных объектов, эксплуатирующихся на севере”, *Международный журнал экспериментального образования*, № 10-2, с. 238–239, 2016.
14. М.М. Проценко, “Аналіз методів цифрової обробки відеозображень апаратурою безпілотного літального апарату”, *Вісник ЖДТУ*, № 1, с. 89–95, 2014.
15. Г.И. Шпаковский, *Реализация параллельных вычислений: MPI, OpenMP, кластеры, грид, многоядерные процессоры, графические процессоры, квантовые компьютеры*. Минск: БГУ, 2011, 176 с.
16. Г.А. Поляков, С.И. Шматков, Е.Г. Толстолужская, и Д.А. Толстолужский, *Синтез и анализ параллельных процессов в адаптивных время параметризованных вычислительных системах: монография*. Харьков: ХНУ имени В. Н. Каразина, 2012, 672 с.

Поступила 05.07.2021

INFORMATION ON THE ARTICLE

Olena M. Husak, ORCID: 0000-0003-4395-6355, Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Ukraine, e-mail: gusakolena17@gmail.com

Volodymyr V. Husak, ORCID: 0000-0002-1165-3010, Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Ukraine, e-mail: vgusak08@gmail.com

УДОСКОНАЛЕННЯ СИСТЕМИ ПРОТИПОЖЕЖНОГО МОНІТОРИНГУ ЛІСІВ ШЛЯХОМ РОЗШИРЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-ТЕХНОЛОГІЧНИХ МОЖЛИВОСТЕЙ СУЧАСНИХ КВАДРОКОПТЕРІВ / О.М. Гусак, В.В. Гусак

Анотація. Запропоновано вирішення актуального науково-технічного завдання: розроблення інформаційної технології розширення функціональних можливостей неспеціалізованих безпілотних літальних апаратів з метою вдосконалення моніторингу лісових та інших ландшафтних пожеж. Описана інформаційна технологія допоможе вирішити суперечність, що виникла між високим рівнем витрат на розроблення й експлуатацію високотехнологічних протипожежних засобів та їх недостатньою ефективністю. Залучення до складу інформаційної технології раннього виявлення осередків лісових пожеж сучасних безпілотних літальних апаратів, за умови розширення їх інформаційно-технологічних можливостей, дозволяє у фоновому режимі без додаткових витрат на високотехнологічне обладнання отримувати оперативну інформацію і своєчасно сповіщувати відповідні служби про небезпеку. Наведено результати експериментів, які проводилися як для серії статичних знімків, так і для відеорянів.

Ключові слова: інформаційна технологія, безпілотний літальний апарат, методи оброблення зображень, паралельні розрахунки.

IMPROVEMENT OF FOREST FIRE MONITORING SYSTEM BY EXPANDING INFORMATION AND TECHNOLOGICAL POSSIBILITIES OF MODERN QUADCOPTERS / O.M. Husak, V.V. Husak

Abstract. The article proposes a solution to an important problem — the development of an information technology based on expanding the functionality of non-specialized unmanned aerial vehicles (drones) for early detection of forest fires. The proposed information technology is designed to increase the effectiveness of monitoring forest fires. The existing level of information technology does not fully settle the issue of reliable fire protection of forests. Today, there is a contradiction between the high cost of developing high-tech fire-fighting equipment and lack of its efficiency. The elimination of this contradiction will be facilitated by the involvement of additional non-technical and technical resources in the information technology of early detection of forest fire hotspots. The results of the analysis of the use of modern drones prove that the involvement of unmanned aerial vehicles significantly increases the efficiency of many types of monitoring and they can successfully be used to solve the problems of early detection of forest fire hotspots. The results of experiments are presented, which were carried out both for a series of digital images and for video.

Keywords: information technology, unmanned aerial vehicle, image processing methods, parallel computing.

REFERENCES

1. *Statistics of forest fires - State Forest Resources Agency of Ukraine, Cabinet of Ministers of Ukraine*. 2021. Available at: <http://dklg.kmu.gov.ua/forest/control/uk/index>.
2. “Modeling Forest Aboveground Biomass and Volume Using Airborne Lidar Metrics and Forest Inventory and Analysis Data In The Pacific Northwest”, *Remote Sensing*, no. 7, pp. 229–255, 2015. doi: 10.3390/RS70100229.
3. K. Zhao, D. Valle, and S. Popescu, “Hyperspectral Remote Sensing of Plant Biochemistry Using Bayesian Model Averaging With Variable and Band Selection”,

- Remote Sensing of Environment*, no. 132, pp. 102–119, 2013. doi: 10.1016/j.rse.2012.12.026.
4. A. Habib, M. Ghanma, M. Morgan, and R. Al-Ruzouq, “Photogrammetric and Lidar Data Registration Using Linear Features”, *Photogramm. Eng. Remote Sens.*, vol. 71, pp. 699–707, 2005.
 5. G. Taylor, D. Kidner, and K. Brundson, “Modelling and Prediction of GPS Availability with Digital Photogrammetry and Lidar”, *International Journal of Geographical Information Science*, vol. 21, no. 1, pp. 1–20, 2007. doi: 10.1080/13658810600816540.
 6. Li-Der Chang, K. Clint Slatton, and Carolyn Krekeler, “Bare-Earth Extraction from Airborne Lidar Data Based on Segmentation Modeling and Iterative Surface Corrections”, *Journal of Applied Remote Sensing*, 4 (1), 041884, 2010. doi: 10.1117/1.3491194.
 7. K. Bouabdellah, H. Nouredine, and S. Larbi, “Using wireless sensor networks for reliable forest fires detection”, *Procedia Computer Science*, no. 19, pp. 794–801, 2013. doi: 10.1016/J.Procs.2013.06.104.
 8. V.V. Yatskov and V.V. Bashutsky, “System of control of forest fires based on wireless sensory networks”, *Modern Computer Information Technologies: Materials V Allukr. Sk.-seminar of young teachings and the studio, ASIT'2015, Ternopil, TNEU*, pp. 63–64.
 9. A. Rogalski, “Infrared Detectors: An Overview”, *Infrared physics & technology*, no. 43, pp. 187–210, 2002. doi: 10.1016/S1350-4495(02)00140-8.
 10. J.L. Dupuy, J. Marechal, and D. Morechal, “Fires from A Cylindrical Forest Fuel Burner: Combustion Dynamics and Flame Properties”, *Combust. Flame*, no. 135, pp. 65–76, 2003. doi: 10.1016/S0010-2180(03)00147-0
 11. Chuan Li, George D. Skidmore, and C.J. Han, “DRS uncooled VOx infrared detector development”, *Optical Engineering*, vol. 50, no. 50, 2010. doi: 10.1117/12.851795.
 12. O.M. Alexeyev and D.I. Bondariev, “Prospects for the development of unmanned and municipal aviation transport in Ukraine”, *Information processing systems*, no. 8, pp. 10–16, 2016.
 13. P.V. Efremov, K.A. Popov, and T.A. Kapitonova, “Analysis of Data Drill for Monitoring Line Objectives, Exploiting in Severe”, *International Journal of Experimental Education*, no. 10-2, pp. 238–239, 2016.
 14. M.M. Protsenko, “Analysis of digital video processing methods by the hardware of the unmanned aerial vehicle”, *Bulletin of ZHDTHOU*, no. 1, pp. 89–95, 2014.
 15. G.I. Shutkovsky, Realization of parallel spelled: MPI, *OpenMP, clusters, grid, multi-volume processor, graphic processor, quantum computers*. Minsk: BGU, 2011, 176 c.
 16. G.A. Polyakov, S.I. Shmatkov, E.G. Tolstoluzhskaya, and D.A. Tolstoluzhsky, *Synthesis and Analysis of Parallel Processes in Adaptive Time of Parameterised Systems: Monograph*. Kharkov: V.N. Karazin Kharkiv National University, 2012, 672 p.

ПОРІВНЯННЯ ВИКОРИСТАННЯ APACHE OPENWHISK ТА GOOGLE CLOUD FUNCTIONS ДЛЯ РОЗРОБЛЕННЯ БЕЗСЕРВЕРНИХ ЗАСТОСУНКІВ НА БАЗІ GOOGLE CLOUD PLATFORM

Т.Є. КОНДРАТЮК, Т.О. НАУМЕНКО

Анотація. Порівняно використання пропрієтарної хмарної платформи Google Cloud Functions з платформою з відкритим вихідним кодом Apache OpenWhisk для написання безсерверних застосунків на базі Google Cloud Platform. Для порівняння обрано такі критерії: підтримувані мови програмування, зручність та швидкість розроблення і розгортання функцій, можливості передавання параметрів до функцій, опції моніторингу стану функцій, швидкість холодного старту. У результаті визначено основні переваги й недоліки кожної платформи. На основі особливостей платформ наведено рекомендації щодо використання. Результати дослідження можуть бути використані для подальшого вивчення FaaS технологій, оскільки в цій царині існує величезна кількість рішень, котрі також необхідно порівнювати.

Ключові слова: Google Cloud Platform, Google Cloud Functions, Apache OpenWhisk, відкритий вихідний код, функція як сервіс, мікросервіси.

ВСТУП

Функція як сервіс (FaaS) є однією із форм безсерверної парадигми хмарних обчислень і визначається за допомогою платформ FaaS, котрі виконують фрагменти коду, які ініціюються подіями (тобто функції).

Після появи Amazon Lambda в 2014 р. безсерверні обчислення і, зокрема, функції як сервіси підкорили галузь розроблення програмного забезпечення [1]. Дійсно, їх можливість обчислень, що зумовлені подіями (event-driven computing) і масштабуються до тисяч одночасних функцій, спонукають багатьох користувачів хмарних технологій застосовувати безсерверні обчислення в найрізноманітніших випадках. У FaaS розробники надають невеликі фрагменти вихідного коду у вигляді функцій мови програмування, що дотримуються чітко визначеного інтерфейсу. Ці функції активуються подіями, такими як вхідні HTTP-запити або додавання даних до сховища. Хмарний провайдер виконує функцію та автоматично масштабує ресурси для обслуговування робочих навантажень. FaaS використовується у різних випадках, у тому числі як «клей», що поєднує більший безсерверний застосунок, як бекенд-технологія для реалізації REST сервісу, а також для аналітичних даних та завдань машинного навчання.

Упродовж останніх років усі основні постачальники хмарних послуг подали свої FaaS рішення, включаючи учасників «великої трійки», а саме: AWS Lambda, Azure Functions, Google Cloud Functions. Водночас з ними з'явилося багато FaaS платформ з відкритим вихідним кодом, таких як

OpenFaaS, Kubeless, OpenWhisk, Knative, Fission, що підтримують розгортання функцій на базі Kubernetes кластера. У зв'язку з таким розмаїттям стає дедалі важче обирати постачальника для власних потреб.

Аналіз останніх досліджень. Сфера безсерверних обчислень стрімко розвивається, постійно з'являються нові завдання та їх вирішення. Велика кількість конкурентів у цій галузі спонукає порівнювати подані рішення. Через постійні вдосконалення сервісів та обчислювальної техніки, а також різні методи вимірювання залишаються актуальними наукові праці, у яких порівнюються FaaS платформи за функціональністю, швидкістю виконання, ціною тощо [9, 10, 11, 12].

Формулювання цілей роботи (постановка завдання). Визначити переваги і недоліки використання Apache OpenWhisk як FaaS рішення для Google Cloud порівняно з Cloud Functions.

ПІДТРИМУВАНІ МОВИ ПРОГРАМУВАННЯ

Одним з важливих критеріїв порівняння FaaS платформ є підтримання мов програмування (див. таблицю). На даному етапі розвитку інформаційних технологій наукове суспільство підтримує ідею обрання мови програмування під необхідний функціонал, тож необхідно підтримувати якомога більше мов для залучення більшої аудиторії користувачів.

Підтримувані платформи [2, 3]

Платформа	Cloud Functions	OpenWhisk
Node.js	10, 12, 14	10, 12, 14
Python	3.7, 3.8, 3.9	2.7, 3.7
Go	1.13	1.13, 1.14, 1.15
Java	11	8
Ruby	2.6, 2.7	2.5
PHP	7.4 (beta)	7.3, 7.4, 8.0
.NET	3.1 (beta)	2.2
Swift	-	3.1.1, 4.1, 4.2
Ballerina	-	0.990.2 (beta)
Rust	-	1.34
Власні Docker образи	-	+

Як бачимо, OpenWhisk виділяється більшою кількістю підтримуваних платформ. Перевагою також є можливість використовувати власні Docker образи як середовище для функцій. Їх можна писати з нуля або на базі вже існуючих образів від OpenWhisk. Проте є кілька обмежень [4]:

- Власні Docker образи повинні реалізувати інтерфейс Action. Це протокол, що використовується платформою для передавання запитів на виклик до контейнерів. Очікується, що в контейнерах працюватиме HTTP сервер на порту 8080 з кінцевими точками /init та /run.
- Власні Docker образи повинні бути доступні на DockerHub. DockerHub — єдиний реєстр контейнерів, який зараз підтримується. Це означає, що всі образи повинні бути загальнодоступними.
- Власні Docker образи будуть стягуватися з DockerHub до локального реєстру платформи після першого виклику. Це може призвести до збіль-

шення часу холодного старту з першим викликом для нового або оновленого образу. Після витягування зображень їх кешують локально.

Як недолік OpenWhisk можна виокремити відсутність середовища виконання Java 11. На час написання цієї роботи рішення з підтриманням Java 11 перебуває на етапі розгляду вже протягом двох років [5].

РОЗРОБЛЕННЯ ТА РОЗГОРТАННЯ ФУНКЦІЙ

Щоб розробити функцію для Cloud Functions, необхідно встановити Function Framework для обраної мови програмування. Він дозволяє запустити функцію локально. Після цього її можна викликати за допомогою утиліти curl.

Способи розгортання Google Cloud Functions:

- Утиліта gcloud;
- Cloud Functions API;
- Графічний редактор у GCP Console.

Розроблення для OpenWhisk потребує налаштування Kubernetes кластера. Для локального розроблення рекомендовано використання Kubernetes, що постачається з Docker (тобто Docker для Mac або Windows, Minikube для Linux). Необхідно завантажити репозиторій з github, що включає конфігурації у форматі yaml для Helm. Далі в конфігурації вказати IP кластера та розгорнути на ньому сервіси OpenWhisk за допомогою helm. Для розгортки функцій використовується утиліта wsk.

Отже, лише для установа середовища OpenWhisk необхідно володіти хоча б мінімальними навичками роботи з Kubernetes та Helm. Ці знання також необхідні для моніторингу стану функцій, тоді як функцію для Google Cloud Functions можна написати та запустити безпосередньо в браузері без будь-яких інструкцій.

ПЕРЕДАВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ДО ФУНКЦІЙ

HTTP Cloud Functions приймає запит як параметр функції, тому для передавання даних можна використовувати параметри запиту, JSON запит або форму (рис. 1–6).

```
#google cloud functions
def helloFunction(request):
    name = request.args.get('name')
    return f"Hi {name}"
```

Рис. 1. Приклад функції мовою Python, що приймає дані через параметри запиту

```
$ curl -X GET https://<url>/helloFunction?name=Taras
Hi Taras
```

Рис. 2. Приклад виклику функції з рис. 1

```
#google cloud functions
def helloFunction(request):
    name = request.form.get('name')
    return f"Hi {name}"
```

Рис. 3. Приклад функції на мові Python, що приймає дані через форму

```
$ curl -X GET https://<url>/helloFunction -d "name=Taras"
Hi Taras
```

Рис. 4. Приклад виклику функції з рис. 3

Для функцій можна задавати змінні середовища (environment variables). Це можна зробити через gcloud або користувацький інтерфейс Cloud Console.

```
#google cloud functions
def helloFunction(request):
    name = request.get_json().get('name')
    return f"Hi {name}"
```

Рис. 5. Приклад функції мовою Python, що приймає дані через JSON тіло запиту

```
$ curl -X POST https://<url>/helloFunction -d '{"name": "Taras"}'
Hi Taras
```

Рис. 6. Приклад виклику функції з рис. 5

Для Cloud Functions автоматично передається змінна середовища Google_Application_Credentials, яка використовується бібліотеками авторизації Google для отримання Google Credentials, котрі необхідні для доступу до сторонніх сервісів у хмарі (наприклад, баз даних).

Apache OpenWhisk підтримує єдиний спосіб передавання змінних до функцій — параметри. Фактично параметр — це звичайний JSON об'єкт. Також є можливість задавати параметри за замовчуванням під час розгортання функції (рис. 7–9).

```
#apache openwhisk
def main(args):
    name = args.get('name')
    place = args.get('place')
    greeting = 'Hi ' + name + ' from ' + place
    return {"greeting": greeting}
```

Рис. 7. Приклад функції мовою Python

```
$ wsk action update helloFunction --param place Vinogradar
```

Рис. 8. Приклад задання значення за замовчуванням для параметра 'place'

```
$ wsk action invoke --result helloFunction --param name Taras
{
  "greeting": "Hi Taras from Vinogradar"
}
```

Рис. 9. Приклад виклику функції з рис. 7

Для функції OpenWhisk неможливо задати змінні середовища, тому отримати Google Credentials стандартним способом не вдасться.

Для отримання Google Credentials можна під час створення функції передавати вміст файлу з ключами як параметр за замовчуванням, а під час виконання зчитувати його.

Іншим можливим розв'язанням цієї проблеми є створення власного Docker образу, котрий зчитуватиме файл з ключами під час розгортання функції і розміщення його в контейнер. Проте таке рішення доволі складно реалізувати і може спричинити сповільнення запуску функції. Отже, підхід, коли дані передаються у функцію лише через параметри, виявляється неідеальним для використання бібліотек, що зчитують вразливі дані з диска.

МОНІТОРИНГ

За станом виконання Cloud Functions можна слідкувати за допомогою графічного інтерфейсу Cloud Console. Тут можна відслідковувати кількість викликів, час виконання, використання пам'яті, активність, помилки для кожної окремої функції.

Для моніторингу в OpenWhisk використовується Grafana. Окрім можливостей, що надає інтерфейс CloudFunctions, у Grafana також відображається інформація про холодні і теплі запуски функцій і наявні фільтри по регіону, просторі імен, імені функції. Також меню можна налаштувати під себе, видаляючи та/або перемішуючи метрики, або додаючи власні вікна та/або дошки.

ШВИДКІСТЬ ХОЛОДНИХ СТАРТІВ

Одним з недоліків динамічного виділення ресурсів для FaaS є явище, яке називається холодним стартом. По суті, програмам, які не використовувались деякий час, потрібно більше часу для запуску та оброблення першого запиту. Хмарні провайдери тримають багато загальних працівників. Щоразу, коли безсерверному застосунку потрібно масштабуватись, або від 0 до 1 екземпляра, або від N до $N + 1$ екземплярів аналогічним чином, середовище виконання вибирає одного з доступних працівників і налаштовує його для обслуговування зазначеної програми. Ця процедура потребує часу, тому затримка оброблення подій збільшується. Щоб уникнути цього для кожної події, вже налаштований для виконання певної функції працівник деякий час залишається піднятим. Коли знову знадобиться його викликати, цей працівник залишатиметься доступним для якнайшвидшого оброблення події. Така ситуація називається теплим стартом [6]. Результати холодного старту для різних мов програмування на протестованих платформах зображено на рис. 10–12.

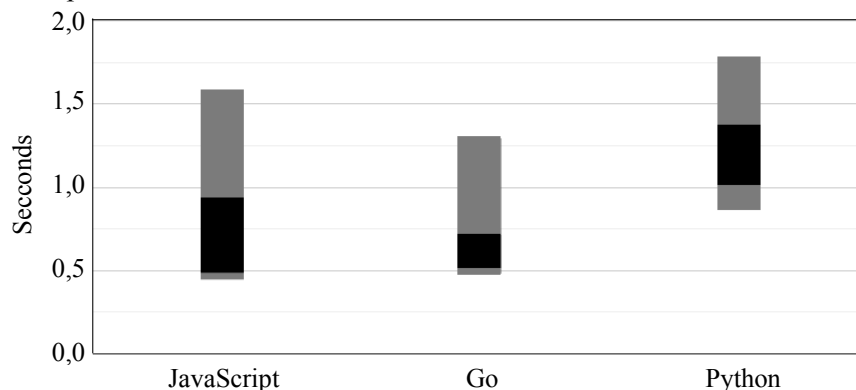


Рис 10. Тривалість холодного старту Google Cloud Functions для різних мов. Темніші ділянки — 67% випадків, світліші — 95% [7]

Із графіків, зображених на рис. 10–12, можна зробити висновок, що тривалість холодного старту функцій в OpenWhisk зі стандартними налаштуваннями можна порівняти з тривалістю холодного запуску для Google Cloud Functions. Проте для OpenWhisk можливе використання оптимізованих параметрів запуску, котрі пришвидшують виконання холодної функції більш ніж удвічі.

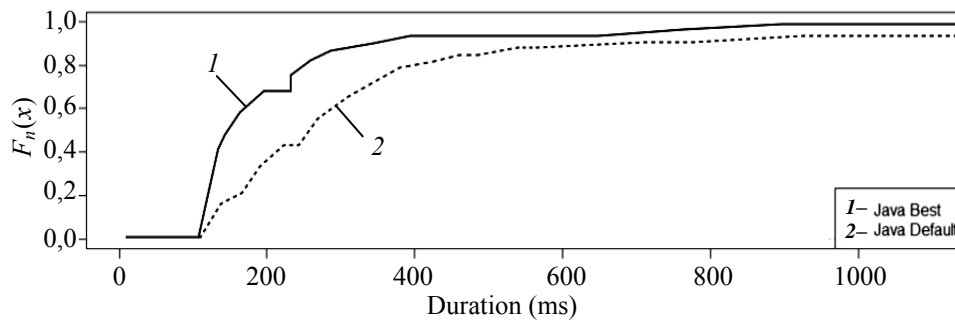


Рис 11. Тривалість холодного старту Apache OpenWhisk для мови Java для стандартних та оптимізованих параметрів функції [8]

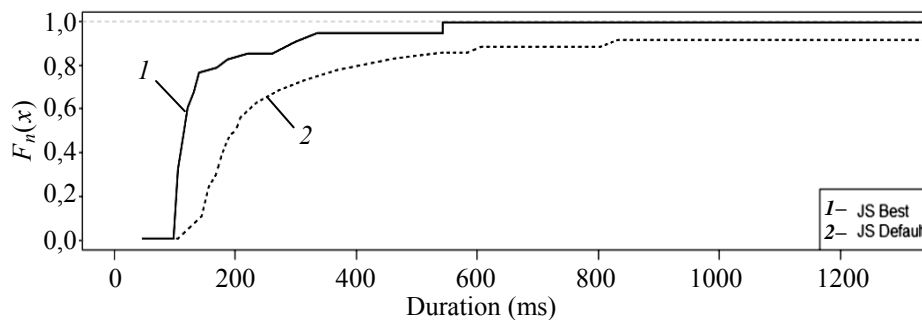


Рис 12. Тривалість холодного старту Apache OpenWhisk для мови JavaScript для стандартних та оптимізованих параметрів функції [8]

ВИСНОВКИ

Результати дослідження демонструють, що платформа Apache OpenWhisk є цікавою FaaS альтернативою для Google Cloud Functions. Попри вищий вхідний поріг, ця технологія випереджає сервіс Google за гнучкістю через більшу кількість підтримуваних платформ, можливість тонкого налаштування кластера Kubernetes та використання спеціалізованих Docker образів. Також важливою перевагою є незалежність від вендора — кластер з OpenWhisk можна підняти як у будь-якого постачальника хмарних послуг, так і на власному обладнанні. Цю технологію зручно використовувати і як доповнення до вже наявних сервісів, що використовують інфраструктуру Kubernetes. У цілому платформа Apache OpenWhisk з відкритим вихідним кодом є більш гнучкою і не менш функціональною за пропрієтарну платформу CloudFunctions.

Apache OpenWhisk успішно бере участь в перегонах з іншими FaaS платформами і продовжує вдосконалюватись зусиллями спільноти програмістів, що вносять зміни до її вихідного коду. Це спонукає постачальників

хмарних послуг до вдосконалення власних рішень, а отже, сприяє прогресу в цій галузі.

Проведене дослідження концентрується на порівнянні конкретних двох платформ за конкретними показниками, що дає змогу виявити кращі характеристики кожної з них на даному етапі розвитку FaaS технології. А також є підтвердженням важливості подальших досліджень, що дозволять порівнювати інші платформи та розширювати кількість показників для підтримання наукової спільноти з розроблення кращих рішень.

ЛІТЕРАТУРА

1. Nane Kratzke, *A Brief History of Cloud Application Architectures*. Lübeck University of Applied Sciences, Department of Electrical Engineering and Computer Science, 2018. doi:10.3390/app8081368
2. *Google Cloud Functions*. Available at: <https://cloud.google.com/functions/docs/writing>
3. *Apache OpenWhisk*. Available at: <https://openwhisk.apache.org/documentation.html>
4. *Apache OpenWhisk Docker actions*. Available at: <https://github.com/apache/openwhisk/blob/master/docs/actions-docker.md>
5. *Apache OpenWhisk java 11 runtime pull request*. Available at: <https://github.com/apache/openwhisk-runtime-java/pull/82>
6. Mikhail Shilkov, *What is a cold start?* Available at: <https://mikhail.io/serverless/coldstarts/define/>
7. Mikhail Shilkov, *Cold Starts in Google Cloud Functions*. Available at: <https://mikhail.io/serverless/coldstarts/gcp/>
8. Sebastián Quevedo, Freddy Merchán, Rafael Rivadeneira, and Federico Dominguez, “Evaluating Apache OpenWhisk – FaaS”, *Easy Chair Preprint*, 2019. doi: <http://doi.org/10.1109/ETCM48019.2019.9014867>
9. Joel Scheuner and Philip Leintner, “Function-as-a-Service performance evaluation: A multivocalliterature review”, *Journal of Systems and Software*, 2020. doi: <http://doi.org/10.1016/j.jss.2020.110708>
10. Brecht De Rooms, *A Comparison of Serverless Function (FaaS) Providers*. Available at: <https://fauna.com/blog/comparison-faas-providers>
11. T. Naumenko and A. Petrenko, “Analysis of problems of storage and processing of data inserverless technologies”, *Technology Audit and Production Reserves*, 2 (2 (58)), pp. 20–25, 2021. doi: <http://doi.org/10.15587/2706-5448.2021.230174http://doi.org/10.15587/2706-5448.2021.230174>
12. Bernard Brode, *Why the Serverless Revolution Has Stalled*. Available at: <https://www.infoq.com/articles/serverless-stalled/>

Надійшла 01.07.2021

INFORMATION ON THE ARTICLE

Taras Y. Kondratiuk, ORCID: 0000-0001-8161-2751, Educational and Scientific Complex “Institute for Applied System Analysis” of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Ukraine, e-mail: kondratiuk.taras123@gmail.com

Tetiana O. Naumenko, ORCID: 0000-0002-8660-597X, National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Ukraine, e-mail: tnaumenko13@gmail.com

СРАВНЕНИЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АРАЧЕ OPENWHISK И GOOGLE CLOUD FUNCTIONS ДЛЯ РАЗРАБОТКИ БЕССЕРВЕРНЫХ ПРИЛОЖЕНИЙ НА БАЗЕ GOOGLE CLOUD PLATFORM / Т.Е. Кондратюк, Т.А. Науменко

Аннотация. Произведено сравнение использования проприетарной облачной платформы Google Cloud Functions с платформой с открытым исходным кодом Apache OpenWhisk для написания бессерверных приложений на базе Google Cloud Platform. Для сравнения выбраны такие критерии: поддерживаемые языки программирования, удобство и скорость разработки и развертывания функции, возможности передачи параметров в функции, опции мониторинга состояния функций, скорость холодного старта. В результате были определены преимущества и недостатки каждой платформы. На базе особенностей платформ, приведены рекомендации к использованию. Результаты исследования могут быть использованы для дальнейшего изучения FaaS технологий, поскольку в этой области существует огромное количество решений, которые также необходимо сравнивать.

Ключевые слова: Google Cloud Platform, Google Cloud Functions, Apache OpenWhisk, открытый исходный код, функция как сервис, микросервисы.

COMPARISON OF USING APACHE OPENWHISK AND GOOGLE CLOUD FUNCTIONS FOR DEVELOPMENT OF SERVERLESS APPLICATIONS ON GOOGLE CLOUD PLATFORM / T.Y. Kondratiuk, T.O. Naumenko

Abstract. A comparison of using proprietary cloud platform Google Cloud Functions and open source platform Apache OpenWhisk for writing serverless applications based on the Google Cloud Platform was made. The following criteria were chosen for comparison: supported programming languages, convenience and speed of development and deployment of functions, possible ways to pass parameters to functions, options for monitoring the status of functions, speed of the cold start. As a result, main advantages and disadvantages of each platform were identified. Recommendations for use cases are given based on the features of the platforms. The results of the study can be used for further studies in the field of FaaS technologies, as there are a lot of solutions in this area that also need to be compared.

Keywords: Google Cloud Platform, Google Cloud Functions, Apache OpenWhisk, open source code, function as a service, microservices.

НЕЧЕТКИЕ ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЯ В ЭКСПЕРТНЫХ СИСТЕМАХ МЕДИЦИНСКОЙ ДИАГНОСТИКИ

Ю.А. ЗАК

Аннотация. Главными проблемами при установлении правильного диагноза являются: субъективность и недостаточная квалификация врача, трудности в правильных оценках жалоб пациента, признаков и симптомов заболевания, наблюдаемых у больного, а также различные виды представления симптомов заболевания. В публикациях по применению экспертных систем медицинской диагностики с использованием нечеткой логики основное внимание уделялось медицинским особенностям проблемы. Впервые сформулированы общие методические аспекты построения таких систем, создания баз данных, представления нечеткими множествами действительных чисел, цифровых шкал, лингвистических и булевых данных значений симптомов. Предложены виды функций принадлежности, которые целесообразно использовать для представления симптомов заболеваний. В fuzzy-логических выводах используются не только значения характеристических функций логических термов отдельных симптомов, но и сложные арифметические функции их значений.

Ключевые слова: кластерный анализ, многомерные функции принадлежности, центроиды fuzzy-множеств объектов и кластеров, центры тяжести и середины сечений нечетких множеств, критерии оптимальности и алгоритмы кластеризации.

ВВЕДЕНИЕ

В традиционных методах медицинской диагностики диагноз и причины болезни устанавливаются на основе разговора, осмотра и обследования пациента, анализа симптомов, жалоб и самочувствия пациента, клинических и лабораторных и биохимических данных, рентгеновских, ультразвуковых, компьютерных снимков, цитологических материалов и других видов исследований. Схематически процесс установления диагноза изображен на рис. 1.

Главными проблемами при постановке традиционными методами правильного диагноза являются: субъективность и недостаточная квалификация врача в конкретной области медицины, трудности в правильных оценках жалоб, признаков и симптомов, наблюдаемых у больного, которые выражены не только действительными числами, а и представлены лингвистическими термами, булевыми переменными и размытыми понятиями [1, 2]. Пациенты

зачастую не могут точно и ясно для врача описать свои симптомы. Многие симптомы могут быть описаны только лингвистическими терминами (сильно, остро, слабо, давно, недавно, долго и т.п.). Степень и характер боли и других симптомов (тошнота, головокружение, шум в ушах и др.) зависят от субъективного ощущения и отношения к своему здоровью пациента.



Рис. 1. Процесс установления диагноза

Одно и то же заболевание может проявляться по-разному у разных людей. Одни и те же симптомы, ощущения и показатели анализов могут относиться к совершенно разным заболеваниям. В ряде случаев отдельные характерные и часто встречающиеся симптомы для данного заболевания отсутствуют. Несколько заболеваний у одного пациента могут также мешать установлению правильного диагноза. Размытость значений многих симптомов, а также граничного значения этих симптомов, определяющих, в свою очередь, наличие или отсутствие предполагаемого диагноза, также осложняют процесс диагностики [3, 4].

ПРИМЕРЫ СИСТЕМ ДИАГНОСТИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ, ОПИСАННЫЕ В ЛИТЕРАТУРЕ

Отечественный и зарубежный опыт, а также многочисленные публикации в периодической литературе, появляющиеся в последние годы, показывают, что экспертные системы и информационные технологии, обобщающие клинический опыт и квалификацию ведущих специалистов в конкретных областях медицины, могут быть эффективным инструментом для точного и быстрого установления правильного диагноза [1–4, 9, 11, 12]. Экспертные системы медицинской диагностики уже эффективно работают в таких ситуациях, как при установлении предварительного диагноза [5], назначение необходимых лечебных мероприятий, выписка лекарств, анализ изображений ультразвуковых (УЗИ), рентгеновских снимков, снимков МРТ (магни-

торезонансная томография) и компьютерной томографии (СТ) [1], определение четких границ новообразований, прогнозирование дальнейшего развития болезни, принятие решения о возможности выписки пациента из больницы и др. Точность выявления патологий по УЗИ и МРТ на основе методов автоматического анализа изображений превышает 90% [1]. Появилась возможность извлечь каждый объект на изображении. На основе этого, если важен каждый миллиметр, с большой точностью определяются четкие границы опухоли. Это позволило при операционных вмешательствах правильно выбрать четкие границы при отделении опухолевой ткани от здоровой. Ожидается, что в дальнейшем системы анализа изображений позволят пациентам узнавать о состоянии здоровья по снимкам, в том числе и в домашних условиях.

Большое количество публикаций посвящено применению нечеткой логики в диагностике и лечении кардиологических заболеваний. Система поддержки принятия решений на основе ANFIS для выявления врожденного порока сердца описана в работах [8, 9], а экспертная система анализа и диагностики клапанных пороков сердца — в [8]. Гибридная интеллектуальная система классификации сердечной аритмии с нечеткими K-ближайшими соседями и нейронными сетями в сочетании с системой нечеткой логики описана в работе [10]. Некоторые из этих технологий уже активно применяются в клиниках по всему миру.

Значительные успехи достигнуты в диагностике и идентификации злокачественных опухолей даже на ранних стадиях их развития [12, 13]. При диагностике рака груди авторы используют изображения с маммограмм [13]. Оценки изображения рака груди с использованием адаптивной сетевой системы нечетких выводов описаны в работе [13]. Отметим также публикации по диагностике рака простаты [14], рака кожи [15] и рака печени [17], опухолей головного мозга [18], а также по классификации гистопатологических изображений толстой кишки [19].

Известны успешные применения нечеткой логики в диагностике и в других областях медицины. Диагностика диабета описана в работе [20]. В системе Foodopt, основанной на нечеткой логике, разработаны рекомендации разумной оптимизации питания. Система выбора и назначения схем лечения ВИЧ-инфицированным пациентам описана в работе [6], определение массы мозга — в статье [21], болезни Альцгеймера — в публикации [22].

Среди достижений отечественных и зарубежных авторов можно также выделить следующие результаты: ранняя диагностика и прогнозирование послеоперационных осложнений [7]; оценка сердечной деятельности; определение риска оперативного вмешательства в кардиохирургии; оценка степени ожога; диагностика состояния центральной нервной системы и др. Большое количество публикаций по данной тематике, появляющихся в последние годы, свидетельствует о перспективности и эффективности развития данного направления исследований.

Во всех этих публикациях основное внимание уделялось медицинским особенностям каждого диагноза. Автору не известны публикации, в которых бы на основе накопленного опыта были определены области применения этих систем. Не сформулированы общие методические аспекты их построения, не описаны методики создания баз данных, а также представления нечеткими множествами лингвистических и булевых данных значений симптомов. Не существует примеров использования в fuzzy-логических

заклЮчениях не только значений характеристических функций логических термов и операторов отдельных симптомов, но и сложных арифметических функций их значений. Целью данной публикации является решение сформулированных выше вопросов.

ВОЗМОЖНЫЕ ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ЭКСПЕРТНЫХ СИСТЕМ МЕДИЦИНСКОЙ ДИАГНОСТИКИ

Использовать информационные экспертные системы медицинской диагностики целесообразно для:

1) определения патологии и установления точных границ новообразований по УЗИ (ультразвуковое исследование), СТ и МРТ (компьютерная и магниторезонансная томография) снимкам;

2) выбора методов лечения конкретной болезни в зависимости от наличия сопутствующих болезней, общего состояния и возраста пациента.

3) предоставления возможности пациентам даже в домашних условиях на основе анализа и описания собственных симптомов получать с помощью интернета информацию о состоянии здоровья и необходимости более детальной диагностики и лечения у специалистов;

4) помощи домашним врачам и врачам общего профиля по результатам проведенного на местах комплекса анализов и исследований получать консультацию экспертной системы о предполагаемых диагнозах, необходимости перечня дополнительных данных для более точной диагностики, предлагаемой схемы лечения, срочности принятия экстренных мер и о предлагаемых центрах лечения в особо сложных случаях;

5) сокращения потерь времени и средств, потраченных на диагностику, при явных и однозначных значениях симптомов наличия конкретного заболевания;

6) прогнозирования послеоперационных осложнений, развития раковых опухолей, динамики сердечной, почечной деятельности; оценивания степени и последствий ожога, течения и динамики различных заболеваний и их возможных исходов;

7) определения здоров ли пациент, нуждается ли он в дальнейшем стационарном лечении (а в случае онкологических заболеваний — в химической или лучевой терапии) или может продолжить процесс восстановления в реабилитационных центрах или домашних условиях, а также когда и как часто требуются контрольные исследования и посещения врача;

8) тестирования знаний медицинского персонала.

ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ ПРИМЕНЕНИЯ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ В МЕДИЦИНСКОЙ ДИАГНОСТИКЕ

Многие значения анализируемых факторов и симптомов пациента воспринимаются врачом как нечеткие (не бинарные) данные. Так, например, врач оценивает степень боли и ее характер, а не только «болит — не болит» (0 или 1), ее частоту и характер (степень остроты: сильная, слабая, колющая, давящая, пульсирующая, (не)переносимая; ночные или постоянные), а также средний процент времени суток, когда пациент испытывает эти болевые

ощущения. Насколько улучшилось или ухудшилось состояние пациента также оценивается врачом термами лингвистических переменных. Можно перевести эти входные данные в точный цифровой вид, используя для этого различные цифровые шкалы. Другой путь решения этой задачи — представить определенные диапазоны действительных чисел, лингвистические, булевы переменные и цифровые шкалы нечеткими множествами, что позволит принимать решения на основе методов нечеткого логического вывода. При установлении диагноза врач сопоставляет соотношения значений различных симптомов пациента, представляя их в виде лингвистических термов и объединения их логическими операторами вида «И», «ИЛИ» и «НЕ». На основе некоторого значения этой функции с определенной степенью уверенности делаются необходимые выводы.

В основе установления диагноза посредством правил fuzzy-логического вывода должны лежать нечеткие логические переменные и термы, fuzzy-логические композиции, операторы и функции, fuzzy-логическая импликация и правила нечеткого логического вывода на основе правил вида

«Если $\{(\theta_{k1} \leq f_k \leq \theta_{k2}) \text{ и (или) } (\theta_{l1} \leq f_l \leq \theta_{l2})\}$, тогда Q_1 , иначе — Q_2 ».

Здесь f_k и f_l — некоторые функции, аргументами которых являются термы различных значений симптомов; θ_{k1} , θ_{k2} и θ_{l1} , θ_{l2} — установленные граничные значения этих функций; Q_1 и Q_2 — различные лингвистические термы диагноза различных болезней.

Fuzzy-логические выводы, моделируя мышление человека, могут дать возможность делать четкие заключения из нестрогих предпосылок.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ СИМПТОМОВ ЗАБОЛЕВАНИЯ FUZZY-МНОЖЕСТВАМИ

Симптомы, значения которых могут быть представлены действительными, булевыми, лингвистическими переменными или значениями числовых шкал, рассматриваются как нечеткие множества. Эталонный набор термов лингвистической переменной и функций принадлежности нечеткого множества включает все значения, которые может принимать симптом. Ось абсцисс функции принадлежности этого нечеткого множества может быть выражена действительными числами в диапазоне минимального и максимального значений данного симптома (в фактических или нормированных значениях, например, в диапазоне $[0, 1]$), интервалами цифровых шкал или наименованиями различных лингвистических термов.

Характеристическими функциями могут быть треугольные функции принадлежности, ось абсцисс которых — лингвистические термы (рис. 1), которые могут описывать различные степени болевых ощущений пациента.

Отметим, что с помощью таких же треугольных функций принадлежности (см., например, рис. 1) могут быть представлены и булевы переменные. Переменная в этом случае может иметь только 2 значения $x=0$ или $x=1$ с соответствующими значениями функций принадлежности — соответственно $y = \mu_x(X) = 1$ и (или) $y = \mu_x(X) = 0$. Каждому действительному числу значения симптома или диапазону соответствующего ему

лингвистического термина, а также значению цифровых шкал может быть поставлено в соответствие значение функции принадлежности нечеткого множества выбранного вида (рис. 2).

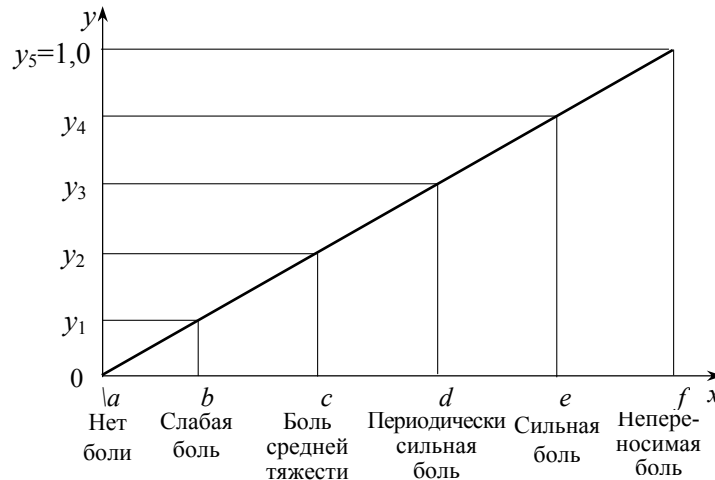


Рис. 2. Пример представления степени болевых ощущений нечетким множеством

Для различных значений симптома соответствующие значения ординаты функции принадлежности вычисляются по формулам:

$$y = \mu(x) = \{0 \ll y < y_1, \text{ если } a \ll x < b\},$$

$$y = \mu(x) = \{y_1 \ll y < y_2, \text{ если } b \ll x < c\},$$

$$y = \mu(x) = \{y_2 \ll y < y_3, \text{ если } c \ll x < d\},$$

$$y = \mu(x) = \{y_3 \ll y < y_4, \text{ если } d \ll x < e\},$$

$$y = \mu(x) = \{y_4 \ll y \ll y_5, \text{ если } e \ll x \ll f\}.$$

С помощью функции принадлежности такого типа можно, например, описать уровень болевых ощущений пациента. Отрезок прямой $[a \ll x < b]$ соответствует состоянию отсутствия боли, отрезок $[b \ll x < c]$ — слабая периодическая боль, отрезок $[c \ll x < d]$ — боль средней тяжести (переносимая боль); отрезок $[d \ll x < e]$ — сильная боль; отрезок $[e \ll x < f]$ — очень сильная и непереносимая без приема медикаментов боль.

Значение функции принадлежности нечеткого множества, определяющего данный симптом, вычисляется, когда определено числовое значение данного симптома или наименование его лингвистического термина.

Центральное треугольное и центральное трапециевидное распределение, различные виды лево- и правосторонних треугольников, трапеций, а также функций и нормального распределения и других нелинейных функций, которые приведены во многих работах по fuzzy-логике (см., например, [3]), можно также использовать в медицинской диагностике.

Находят также широкое применение ступенчатые функции принадлежности (рис. 3). Вместо буквенных обозначений на оси x (рис. 2 и 3) могут быть использованы цифры соответствующих цифровых шкал.

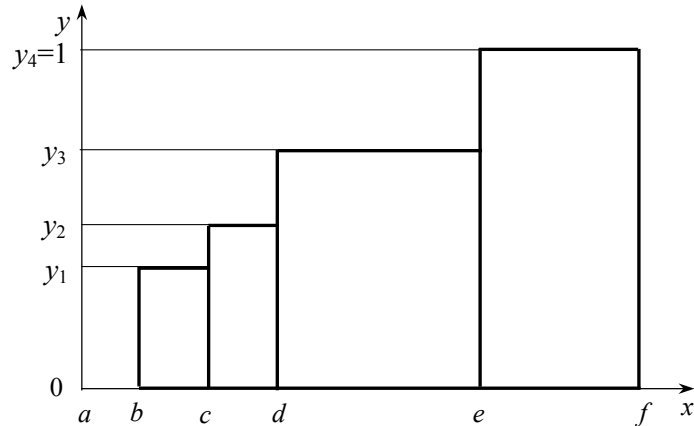


Рис. 3. Ступенчатая функция принадлежности

Функции принадлежности, представленные на рис. 4, могут быть использованы, когда отклонения в ту или иную сторону от некоторого значения (или диапазона значений) симптома определяет некоторую патологию пациента.

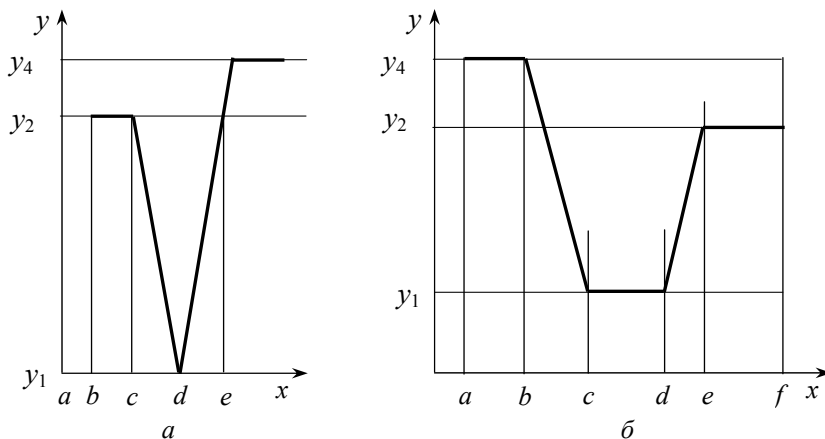


Рис. 4. Центральные перевернутые треугольное (а) и трапециевидное (б) распределения

Среди нелинейных форм функций принадлежности наибольшее распространение в практических приложениях получили различного рода экспоненциальные зависимости (см., например, [3]).

FUZZY-ЛОГИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ОПЕРАТОРЫ

В задачах медицинской диагностики, наряду с известными, целесообразно использовать некоторые специфические арифметические и логические операторы и функции. Рассмотрим некоторые из них.

Обозначим: N и n соответственно максимальное доступное на данной стадии диагностирования количество симптомов данного заболевания;

$x_i, i=1, \dots, n, \dots, N$, — значение симптома A_i , выраженное некоторым действительным числом, значением некоторых числовых шкал, лингвистическим термом или нечетким множеством, т.е. некоторым размытым понятием.

Пусть $\tilde{U}_i = \{A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_n}\}$ — подмножество доступных на данной стадии диагностики симптомов; $\mu_{x_i}(A_i)$ — значение функции принадлежности этого симптома A_i .

Приведем наиболее часто используемые операторы и композиции нечетких отношений, результатом выполнения которых является значение функции принадлежности ниже приведенных выражений [3].

Средние значения функций принадлежности всех установленных симптомов, на основе которых определяется средневзвешенная степень влияния подмножества всех доступных на данной стадии диагностирования факторов:

$$f_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \alpha_i \mu_{x_i}(A_i), \quad f_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_i \mu_{x_i}(A_i).$$

Здесь $0 < \alpha_i \leq 1$ — весовые коэффициенты, удовлетворяющие соотношения $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1, 0$.

В частном случае $\alpha_i = \frac{1}{n}, i=1, \dots, n$, или $\alpha_i = \frac{1}{N}, i=1, \dots, N$.

Минимальное и максимальное значения функций принадлежности, степень влияния подмножества всех доступных в данной стадии диагностирования факторов:

$$f_3 = \min_{1 \leq i \leq n} \{\beta_1 \mu_{x_1}(A_{i_1}), \beta_2 \mu_{x_2}(A_{i_2}), \dots, \beta_n \mu_{x_n}(A_{i_n})\},$$

$$f_4 = \max_{1 \leq i \leq n} \{\beta_1 \mu_{x_1}(A_{i_1}), \beta_2 \mu_{x_2}(A_{i_2}), \dots, \beta_n \mu_{x_n}(A_{i_n})\}.$$

Здесь где $0 < \beta_i \leq 1$ — весовые коэффициенты, удовлетворяющие соотношения $\sum_{i=1}^n \beta_i = 1, 0$. В частном случае $\beta_i = 1, i=1, \dots, n$.

Эта функция определяет значение наиболее значимого симптома, величина которого может оказаться существенной при наличии некоторого диагноза. Весовые коэффициенты определяют наиболее важные факторы, характерные для данного заболевания. Отметим, что оператор f_3 эквивалентен выражению fuzzy-логического И, а оператор и f_4 — fuzzy-логического ИЛИ, либо объединению fuzzy-логических множеств.

Средневзвешенное значение произведения этих факторов

$$f_5 = \prod_{i=1}^n \beta_i \mu_{x_i}(A_i), \quad f_6 = \prod_{i=1}^N \beta_i \mu_{x_i}(A_i).$$

Все сомножители произведения находятся в пределах $0 \leq \mu_{x_i}(A_i) \leq 1, 0$ и $0 \leq \beta_i \leq 1, 0, i=1, \dots, n$. Следовательно, функции f_5 и f_6 , как и функции

f_1 и f_2 , применяются в тех случаях, когда только значения некоторой совокупности симптомов могут свидетельствовать о наличии или отсутствии некоторого диагноза. Как правило, с увеличением этих значений ($f_1 - f_6$) вероятность наличия у пациента болезни возрастает.

Компенсирющие операторы более сложного вида, с увеличением значения которых, как правило, вероятность наличия предполагаемого диагноза возрастает, могут быть следующего вида:

$$f_7 = \delta_4 f_4 - \delta_3 f_3, \text{ где } \delta_4 > 0, \delta_3 > 0, \delta_4 + \delta_3 = 1,0,$$

$$f_8 = \min(1,0; \rho_3 f_3 + \rho_4 f_1). \quad f_9 = \min(1,0; \rho_1 f_1 + \rho_4 f_4),$$

где $\rho_1 > 0, \rho_4 > 0, \rho_1 + \rho_4 = 1,0,$

$$f_{10} = \max(0,0; v_4 f_4 - v_3 f_3). \quad f_{11} = \max(0,0; v_4 f_4 - v_1 f_1),$$

где $v_1 > 0, v_4 > 0, v_1 + v_4 = 1,0.$

В частном случае значения всех весовых коэффициентов могут быть такими:

$$\delta_3 = \delta_4 = 0,5; \quad \rho_1 = \rho_4 = 0,5; \quad v_1 = v_4 = 0,5; \quad v_3 = v_4 = 0,5.$$

Выражения f_8, f_9 названы операторами ограниченной суммы, а f_{10} и f_{11} — операторами ограниченной разности.

В ряде случаев в операторах нечеткой логики используется также функция дополнения

$$f_{12} = \mu_{x_i}(\bar{A}_i) = 1,0 - \mu_{x_i}(A_i).$$

Для некоторых сложных приложений для вычисления значения функции принадлежности нечетких множеств и композиций различных симптомов могут использоваться более сложные составные операторы, включающие в одно выражении несколько приведенных выше выражений (объединение группы симптомов операторами И и ИЛИ, вычисление средних значений и произведений симптомов в одно выражение).

Хотя результатом выполнения всех этих операторов является значение функции принадлежности результирующего нечеткого множества, т.е. число в пределах $[0,1]$, сам запрос в систему в простейших случаях может формулироваться и на естественном языке с использованием лингвистических понятий. Как, например,

1) {«боль – сильная» И «пульс – слабый» И («пульс редкий» ИЛИ «выпадения пульса частые»)};

2) «показатели крови на наличие опухоли – невысокие» И «боли в области живота – средней тяжести» И «увеличение размеров печени – незначительное»}

Однако сложные составные операторы требуют формулировки запроса на специально созданном языке и разработки графического интерфейса для пользователя. Приведенные выше выражения значений координат абсцисс функций принадлежности симптомов используются в предпосылках рассматриваемых ниже правилах логического вывода. Вычисляемый результат значения таких функций должен быть ограничен некоторым верхним значе-

нием и (или) нижним значением. В зависимости от выполнения установленных граничных значений делаются соответствующие выводы о наличии или отсутствии предполагаемого диагноза.

УСТАНОВЛЕНИЕ ДИАГНОЗА НА ОСНОВЕ FUZZY-ЛОГИЧЕСКОГО ЗАКЛЮЧЕНИЯ

В основе установления диагноза заболевания лежат fuzzy-логические заключения (fuzzy-логическая импликация), т.е. правила нечеткого логического вывода, например, в форме

ЕСЛИ (a ИЛИ b) И (c ИЛИ d), ТОГДА G ;

ЕСЛИ [$(\text{НЕ } a)$ И $(\text{НЕ } b)$], И $(\text{НЕ } c)$ ИЛИ $(\text{НЕ } d)$], ТОГДА H .

В левой части заключения (в предпосылках) в качестве параметров a и b могут использоваться не только значения характеристических функций отдельных симптомов, но и сложных арифметических и логических функций и операторов. Правая часть выражения — это установленный диагноз и степень доверия данного заключения.

Каждая из предпосылок (левая часть fuzzy-логического заключения) может быть функцией любой сложности нечетких множеств значений анализируемых симптомов. Количество таких fuzzy-правил определяется количеством заключений, необходимых для полного представления и формирования всех доступных для анализа значений симптомов, а также всех вариантов предполагаемого диагноза.

Fuzzy-логические выводы моделируют процесс мышления человека. Врач, также анализируя доступные ему значения всех термов лингвистических переменных симптомов, делает выводы о диагнозе заболевания. Преимущества fuzzy-технологий в данном случае заключаются в следующем:

- решения системы основаны не на опыте и квалификации конкретного специалиста, а обобщают коллективный клинический опыт наиболее квалифицированных в данной области специалистов, а также результаты анализа современных научных достижений и множества историй болезней;

- так как только очень высококвалифицированные специалисты могут в неявно выраженных случаях сделать правильные выводы на основе сопоставления большого количества различных симптомов, выраженных значениями термов лингвистических и действительных переменных, это может быть эффективно выполнено экспертной системой на основе правил нечетких вычислений;

- в отличие от возможности человека использовать только 3 вида логических операторов И, ИЛИ, НЕ в экспертных системах могут использоваться любые более сложные операторы;

- если в традиционных методах диагностики врач делает только выводы о наличии или отсутствия данного диагноза без оценки степени доверия принятого врачом решения, fuzzy-логические технологии рассчитывают значения функции принадлежности каждого рассматриваемого диагноза, т.е. определяют степень доверия каждой рассматриваемой альтернативы, что позволяет сделать выводы о необходимости дальнейших исследований и (или) методах лечения.

В каждой из предпосылок вида «ЕСЛИ ...», результатом вычисления которой является значение функции принадлежности соответствующего fuzzy-множества, могут стоять не только значения термов отдельной лингвистической переменной, но и различные виды простых и составных операторов нечетких множеств:

ЕСЛИ $(R_1 \leq f_2(A_1, A_2, \dots, A_n) \leq R_2)$ И $(R_3 \leq f_3(A_1, A_2, \dots, A_n) \leq R_4)$,
ТОГДА T_1 ;

ЕСЛИ $(R_5 \leq f_4(A_1, A_2, \dots, A_n) \leq R_6)$ И $(R_7 \leq f_3(A_1, A_2, \dots, A_n) \leq R_8)$,
ТОГДА T_2 ;

ИНАЧЕ T_3 .

Задачей же систем нечеткой логики является проверка полноты и корректности представления приведенной системы правил.

СТРУКТУРА FUZZY-ЛОГИЧЕСКОЙ БАЗЫ ЗНАНИЙ

Fuzzy-логическая база знаний состоит из некоторого множества отдельных правил вида ЕСЛИ ... ТОГДА. Структура базы знаний изображена на рис. 5.



Рис. 5. Структура и последовательность принятия решений на основе базы знаний системы

Для создания и представления такого набора правил нечеткого логического вывода требуется информация экспертов. При создании таких баз знаний используются как дедуктивные, так и индуктивные заключения, а также выводы, сделанные по аналогии, и нестрогие заключения *plausible reasoning*.

Формирование базы знаний осуществляется для каждого рассматриваемого диагноза на основании следующих данных:

- статического анализа большого количества историй болезни пациентов;
- результатов клинических, лабораторных, патологических и других видов исследований;

- обобщенного опыта ведущих в данной области медицины исследований и специалистов, а также литературных источников. База знаний включает: необходимое множества анализируемых симптомов, количество значений или наименований термов каждого симптома;
 - видов функций принадлежности для каждого из анализируемых симптомов;
 - видов fuzzy-логических операторов, а также граничных значений для каждой из рассматриваемых предпосылок и заключений;
 - множества соответствующих нечетких логических выводов для каждой из предпосылок.
- Каждому правилу поставлено в соответствие определенное значение фактора уверенности.

МЕТОДЫ СОЗДАНИЯ FUZZY-ЛОГИЧЕСКОЙ БАЗЫ ЗНАНИЙ

На этапе создания базы знаний ведущие специалисты определяют множество анализируемых симптомов данного заболевания, а также количество значений или наименований термов каждого из них. Формируется некоторое подмножество альтернативных fuzzy-логических операторов и правил нечеткого логического вывода, каждое из которых содержит неизвестные значения параметров. В дальнейшем математическими методами на основе анализа множества историй болезни, результатов клинических, лабораторных, патологических и других видов исследований, а также в процессе обсуждений выбираются наиболее эффективные из них. Математическими методами на основании анализа историй болезни определяются такие значения этих параметров, которые в большинстве рассматриваемых в прошлом случаях наиболее часто давали правильные результаты. В качестве критерия оптимальности выбора вида одной из исследуемых альтернативных моделей и ее оптимальных параметров может быть выбрана минимизация средневзвешенного суммарного количества принятых неверных решений.

Рассматривается множество, включающее N симптомов x_i , $i = 1, \dots, N$, каждый из которых может содержать K различных термов — x_i^k , $k = 1, \dots, K$, $i = 1, \dots, N$. Рассматриваются возможности установления L различных диагнозов — D_l , $l = 1, \dots, L$. Каждая v -я принятая модель решений R_v , $v = 1, \dots, V$ содержит вектор неизвестных параметров $Z(R_v)$ — z_v^p , где $p = 1, \dots, P_v$, количество которых равно P_v .

Пусть модель принятия решений представлена некоторой выборкой данных $j = 1, \dots, M$. Для каждого конкретного набора значений термов всех симптомов $x_i^k(j)$, который обозначим как X_j , установлен правильный диагноз $D_l(j)$, $j = 1, \dots, M$. В процессе выбора лучшей из исследуемых альтернатив и выбора оптимальных параметров каждой из исследуемых моделей установлен диагноз, который обозначим через $d_h(j) = F[R_v(X_j)]$.

Введем в рассмотрение некоторые весовые коэффициенты, которые устанавливают цену ошибки между различными вариантами установления неправильного диагноза:

$$\mu_{lh} = \begin{cases} 0, & \text{если } D_l(j) = d_h(j), \\ \mu_{lh} > 0, & \text{если } D_l(j) \text{ не совпадает с } d_h(j). \end{cases}$$

Если l не совпадает с h , то $0 < \mu_{lh} \leq 1$; $\sum_{l=1}^{L-1} \sum_{h=l+1}^L \mu_{lh} = 1$.

В качестве критерия оптимальности выбирается выражение

$$\Phi = \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^{L-1} \sum_{h=l+1}^L \mu_{lh} d_{lh}(j) \rightarrow \min.$$

Неизвестными параметрами этой задачи, которые должны быть выбраны наиболее эффективным способом, являются перечень и термы нечетких множеств значений различных симптомов, неизвестные параметры fuzzy-логических операторов, граничные значения величин в предпосылках и заключении, обеспечивающих правильное решение. Для вычисления значения критерия оптимальности в каждом из рассматриваемых альтернативных правил нужно вычислить значение ошибки в установлении диагноза для каждого j -го из множества M комплектов статистических данных.

Сформулированная задача является задачей экспоненциальной сложности. В качестве методов решения сформулированной задачи могут использоваться методы глобального поиска или генетические алгоритмы. Выбирается вариант решения, обеспечивающий наилучшее значение выбранного критерия на массиве данных.

Предлагается следующий путь решения проблемы. Виды функций и операторов fuzzy-логики (с точностью до определения неизвестных параметров) устанавливаются экспертным советом ведущих специалистов в данной области медицины. Целенаправленно изменяя значения вектора неизвестных параметров и на основе анализа полученного значения критерия средневзвешенного значения величины ошибок поставленного диагноза, выбираются оптимальные параметры и наилучшее из альтернативных правил и оптимальные параметры fuzzy-логических операторов и граничные значения параметров сделанных заключений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Главными проблемами при постановке правильного диагноза традиционными методами являются: субъективность и недостаточная квалификация врача в данной конкретной области медицины, трудности в правильных оценках жалоб, признаков и симптомов, наблюдаемых у больного, значения многих из которых не могут быть установлены точно и однозначно выражены действительными числами, а представлены лингвистическими термами и размытыми понятиями, сходность значений симптомов при разных заболеваниях, нетрадиционные методы протекания заболеваний, а также большие объемы информации, правильные выводы на основании которой необходимо сделать в кратчайшие сроки.

Научные достижения и клинический опыт последних лет показали, что экспертные системы и информационные технологии, обобщающие опыт ведущих специалистов в конкретных областях медицины, могут быть эффективным инструментом для точной и быстрой постановки правильного диагноза.

В работе показано, что, так как большое количество симптомов заболевания выражаются только лингвистическими терминами или нечеткими данными, решающие правила, основанные на операторах fuzzy-логики и правилах нечеткого логического вывода, могут быть надежным и эффективным инструментом в автоматизированных экспертных системах медицинской диагностики. Определены области применения этого типа информационных экспертных систем медицинской диагностики. Приведены многочисленные примеры, описанные в отечественной и зарубежной литературе, использования fuzzy-логики в диагностике различного вида патологий: кардиологии, онкологических заболеваний различных органов, анализе снимков УЗИ и МРТ, диабета, прогнозирования послеоперационных осложнений, развития болезней и др.

Поскольку в большинстве публикаций основное внимание уделялось медицинским аспектам конкретного заболевания и использовались определенного вида простые решающие правила его диагностики, в данной работе впервые рассмотрены:

- виды функций принадлежности, преобразующие различные виды значений симптомов, выраженных действительными, лингвистическими, булевыми переменными и цифровыми шкалами в нечеткие множества;
- fuzzy-логические заключения для установления диагноза, использующие не только значения характеристических функций логических операторов отдельных симптомов, но и значения их сложных арифметических функций;
- виды арифметических выражений и логических операторов, используемых в fuzzy-логических заключениях;
- структура и методы построения баз знаний систем медицинской диагностики и процессов принятия на их основе решений.

На основе обобщенного клинического опыта и большого объема данных, полученных из историй болезней, выбираются виды решающих правил, арифметические и логические функции операторов и оптимальные параметры этих функций fuzzy-логических заключений, устанавливаются диагноз и степень опасности конкретного заболевания, а также показатели надежности и степени доверия полученного результата.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б.А. Кобринский, “Нечеткость в медицине и необходимость ее отражения в экспертных системах”, *Система поддержки принятия врачебных решений*, № 5, с. 6–14, 2016.
2. Б.А. Кобринский, Б.В. Марьянчик, П.А. Темин, и А.Ю. Ермаков, “Применение технологии виртуальных статистик для разработки медицинской диагностической системы, основанной на знаниях”, *Интеллектуальные и информационные системы в медицине. Сборник статей “Мониторинг и поддержка принятия решений”*. М.-Берлин: Direct-Media, 2016, с. 21–36.
3. Н.А. Кореновский, “Использование нечеткой логики принятия решений для медицинских экспертных систем”, *Медицинская техника*, №1, с. 33–35, 2015.
4. Ю.А. Зак, *Принятие решений в условиях размытых и нечетких данных*. М.: URSS, 2013, 352 с.
5. А.Б. Гогчарова, “Постановка предварительного медицинского диагноза на основе теории нечетких множеств с использованием меры Сугено”, *Вестник СПГУ. Прикладная математика. Информатика*, т. 15, вып. 4, с. 529–543, 2019.

6. Н.А. Гудилина, Э.С. Иванова, А.В. Сибиряков, Н.В. Мехоношина, Н.Б. Ростова, и Р.А. Файзрахманов, “Использование кластерного анализа при разработке подходов по выбору и назначению схем лечения ВИЧ-инфицированным пациентам”, *Бюллетень сибирской медицины*, № 16 (3), с. 52–60, 2017.
7. В.А. Дюк и Д.И. Курапеев, “Применение методов интеллектуального анализа данных для оценки риска оперативного вмешательства в кардиохирургии”, *Труды СПИИРАН*, №9, с. 187–196, 2009.
8. S. Sridevi and S. Nirmala, “ANFIS based decision support system for prenatal detection of Truncus Arteriosus congenital heart defect”, *Applied Soft Computing*, no. 46, pp. 577–587, 2016.
9. M.A.M. Abushariah, A.A.M. Alqudah, O.Y. Adwan, and R.M.M. Yousef, “Automatic Heart Disease Diagnosis System Based on Artificial Neural Network (ANN) and Adaptive Neuro-Fuzzy Inference Systems (ANFIS) Approaches”, *Journal of Software Engineering and Applications*, no. 07(12), pp. 1055–1064, 2014.
10. O. Castillo, P. Melin, E. Ramirez, and J. Soria, “Hybrid intelligent system for cardiac arrhythmia classification with Fuzzy K-Nearest Neighbors and neural networks combined with a fuzzy system”, *Expert Systems with Applications*, vol. 39, iss. 3, pp. 2947–2955, 2012.
11. C. Loganathan and K.V. Girija, “Cancer Classification using Adaptive Neuro Fuzzy Inference System with Runge Kutta Learning”, *International Journal of Computer Applications*, 79(4), pp. 46–50, 2013.
12. E. Al-Daoud, “Cancer Diagnosis”, *Using Modified Fuzzy Network*, no. 2, pp. 73–78, 2010.
13. F.C. Fernandes, L.M. Brasil, J.M. Lamas, and R. Guadagnin, “Breast cancer image assessment using an adaptative network-based fuzzy inference system”, *Pattern Recognition and Image Analysis*, 20(2), pp. 192–200, 2010.
14. H. Min, F.J. Manion, E. Goralczyk, Y.N. Wong, E. Ross, and J.R. Beck, “Integration of prostate cancer clinical data using an ontology”, *Journal of Biomedical Informatics*, vol. 42, no. 6, pp. 1035–1045, 2009.
15. S.M. Odeh, “Using an Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) Algorithm for Automatic Diagnosis of Skin Cancer”, *Journal of Communication and Computer*, no. 8, pp. 751–755, 2011.
16. M.I. Obayya, N.F. Areed, and A.O. Abdulhadi, “Liver Cancer Identification using Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System”, *International Journal of Computer Applications*, 140(8), pp. 1–7, 2016.
17. P. Shanthakumar and P. Ganeshkumar, “Performance analysis of classifier for brain tumor detection and diagnosis”, *Computers & Electrical Engineering*, 45, pp. 302–311, 2015.
18. P. Thirumurugan and P. Shanthakumar, “Brain tumor detection and diagnosis using ANFIS classifier”, *International Journal of Imaging Systems and Technology*, 26(2), pp. 157–162, 2016.
19. L.A. Gan Lim, R.N. Maguib, E.P. Dadios, and J.M.C. Avila, “Implementation of GA-KSOM and ANFIS in the classification of colonic histopathological images”, *TENCON 2012 IEEE. Region 10 Conference*, pp. 123–137.
20. E.D. Übeyli, “Automatic diagnosis of diabetes using adaptive neuro-fuzzy inference systems”, *Expert Systems*, 27(4), pp. 259–266, 2010.
21. E. El-Khamy, R.A. Sadek, and M.A. El-Khoreby, “An efficient brain mass detection with adaptive clustered based fuzzy C-mean and thresholding”, *IEEE International Conference on Signal and Image Processing Applications*, pp. 429–433, 2015.
22. B. Al-Naami, M. Abu Mallouh, and A.A. Khesman, “Automated intelligent diagnostic of alzheimer disease based on neuro-fuzzy system and discrete wavelet transform”, *Biomedical Engineering: Applications, Basis and Communications*, 26(03), pp. 135–145, 2014.

Поступила 01.07.2021

INFORMATION ON THE ARTICLE

Yuriy A. Zack, Dr. Tech. Sc., scientific expert, Deutschland, e-mail: yuriy_zack@hotmail.com

НЕЧІТКІ ЛОГІЧНІ ВИСНОВКИ І ВИСНОВКИ В ЕКСПЕРТНИХ СИСТЕМАХ МЕДИЧНОЇ ДІАГНОСТИКИ / Ю.О. Зак

Анотація. Головними проблемами під час постановки правильного діагнозу є: суб'єктивність і недостатня кваліфікація лікаря, труднощі в правильних оцінках скарг пацієнта і симптомів захворювання, які спостерігаються у хворого, а також особисті види подання симптомів захворювання. У публікаціях щодо застосування експертних систем медичної діагностики з використанням нечіткої логіки основна увага приділялася медичним особливостям проблеми. У роботі вперше сформульовано загальні методичні аспекти побудови таких систем, створення баз даних, подання нечіткими множинами дійсних чисел, цифрових шкал, лінгвістичних і булевих даних значень симптомів. Запропоновано види функцій належності, які доцільно використовувати для подання симптомів захворювань. У fuzzy-логічних висновках використовуються не тільки значення характеристичних функцій логічних термів окремих симптомів, але і складні арифметичні функції їх значень.

Ключові слова: кластерний аналіз, багатовимірні функції належності, центроїди fuzzy-множин об'єктів і кластерів, центри тяжкості і середини перетинів нечітких множин, критерії оптимальності та алгоритми кластеризації.

FUZZY LOGICAL CONCLUSIONS AND CONCLUSIONS IN EXPERT SYSTEMS OF MEDICAL DIAGNOSTICS / Yu.A. Zack

Abstract. The main problems in making a correct diagnosis are: subjectivity and insufficient qualifications of the doctor, difficulties in correctly assessing the patient's complaints, signs and symptoms of the disease observed in the patient, as well as individual manifestations of the symptoms of the disease. In publications on the use of expert systems for medical diagnostics using fuzzy logic, the main attention was paid to the medical features of the problem. In this work, for the first time, general methodological aspects of building such systems, creating databases, representing by fuzzy sets of real numbers, digital scales, linguistic and Boolean data of symptom values are formulated. The types of membership functions that are advisable to use to represent the symptoms of diseases are proposed. In fuzzy-logical conclusions, not only the values of the characteristic functions of the logical terms of individual symptoms, but also complex arithmetic functions of their values are used.

Keywords: cluster analysis, multidimensional membership functions, centroids of fuzzy-sets of objects and clusters, centers of gravity and mid-sections of fuzzy sets, optimality criteria and clustering algorithms.

REFERENCES

1. B.A. Kobrinsky, "Fuzziness in medicine and the need for its reflection in expert systems", *System of support for making medical decisions*, no. 5, pp. 6–14, 2016.
2. B.A. Kobrinsky, B.V. Marjanchik, P.A. Temin, and A.Yu. Ermakov, "Application of the technology of virtual statistics for the development of a medical diagnostic system based on knowledge", *Intellectual and information systems in medicine. Collection of articles "Monitoring and decision support"*. M.-Berlin: Direct-Media, 2016, pp. 21–36.
3. N.A. Korenovsky, "The use of fuzzy decision-making logic for medical expert systems", *Medical equipment*, no. 1, pp. 33–35, 2015.
4. Yu.A. Zack, *Making decisions in the face of blurry and fuzzy data*. M.: URSS, 2013, 352 p.
5. A.B. Gogcharova, "Formulation of a preliminary medical diagnosis based on the theory of fuzzy sets using the Sugeno measure", *Bulletin of St. Petersburg State University. Applied math. Informatics*, vol. 15, iss. 4, pp. 529–543, 2019.
6. N.A. Gudilina, E.S. Ivanova, A.V. Sibiryakov, N.V. Mekhonoshina, N.B. Rostova, and R.A. Faizrakhmanov, "The use of cluster analysis in the development of approaches to

- the selection and prescription of treatment regimens for HIV-infected patients”, *Bulletin of Siberian Medicine*, no. 16 (3), pp. 52–60, 2017.
7. V.A. Duke and D.I. Kurapeev, “Application of data mining methods to assess the risk of surgery in cardiac surgery”, *Proceedings of SPIIRAS*, no. 9, pp. 187–196, 2009.
 8. S. Sridevi and S. Nirmala, “ANFIS based decision support system for prenatal detection of Truncus Arteriosus congenital heart defect”, *Applied Soft Computing*, no. 46, pp. 577–587, 2016.
 9. M.A.M. Abushariah, A.A.M. Alqudah, O.Y. Adwan, and R.M.M. Yousef, “Automatic Heart Disease Diagnosis System Based on Artificial Neural Network (ANN) and Adaptive Neuro-Fuzzy Inference Systems (ANFIS) Approaches”, *Journal of Software Engineering and Applications*, no. 07(12), pp. 1055–1064, 2014.
 10. O. Castillo, P. Melin, E. Ramirez, and J. Soria, “Hybrid intelligent system for cardiac arrhythmia classification with Fuzzy K-Nearest Neighbors and neural networks combined with a fuzzy system”, *Expert Systems with Applications*, vol. 39, iss. 3, pp. 2947–2955, 2012.
 11. C. Loganathan and K.V. Girija, “Cancer Classification using Adaptive Neuro Fuzzy Inference System with Runge Kutta Learning”, *International Journal of Computer Applications*, 79(4), pp. 46–50, 2013.
 12. E. Al-Daoud, “Cancer Diagnosis”, *Using Modified Fuzzy Network*, no. 2, pp. 73–78, 2010.
 13. F.C. Fernandes, L.M. Brasil, J.M. Lamas, and R. Guadagnin, “Breast cancer image assessment using an adaptive network-based fuzzy inference system”, *Pattern Recognition and Image Analysis*, 20(2), pp. 192–200, 2010.
 14. H. Min, F.J. Manion, E. Goralczyk, Y.N. Wong, E. Ross, and J.R. Beck, “Integration of prostate cancer clinical data using an ontology”, *Journal of Biomedical Informatics*, vol. 42, no. 6, pp. 1035–1045, 2009.
 15. S.M. Odeh, “Using an Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) Algorithm for Automatic Diagnosis of Skin Cancer”, *Journal of Communication and Computer*, no. 8, pp. 751–755, 2011.
 16. M.I. Obayya, N.F. Areed, and A.O. Abdulhadi, “Liver Cancer Identification using Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System”, *International Journal of Computer Applications*, 140(8), pp. 1–7, 2016.
 17. P. Shanthakumar and P. Ganeshkumar, “Performance analysis of classifier for brain tumor detection and diagnosis”, *Computers & Electrical Engineering*, 45, pp. 302–311, 2015.
 18. P. Thirumurugan and P. Shanthakumar, “Brain tumor detection and diagnosis using ANFIS classifier”, *International Journal of Imaging Systems and Technology*, 26(2), pp. 157–162, 2016.
 19. L.A. Gan Lim, R.N. Maguib, E.P. Dadios, and J.M.C. Avila, “Implementation of GA-KSOM and ANFIS in the classification of colonic histopathological images”, *TENCON 2012 IEEE. Region 10 Conference*, pp. 123–137.
 20. E.D. Übeyli, “Automatic diagnosis of diabetes using adaptive neuro-fuzzy inference systems”, *Expert Systems*, 27(4), pp. 259–266, 2010.
 21. E. El-Khamy, R.A. Sadek, and M.A. El-Khoreby, “An efficient brain mass detection with adaptive clustered based fuzzy C-mean and thresholding”, *IEEE International Conference on Signal and Image Processing Applications*, pp. 429–433, 2015.
 22. B. Al-Naami, M. Abu Mallouh, and A.A. Khesman, “Automated intelligent diagnostic of alzheimer disease based on neuro-fuzzy system and discrete wavelet transform”, *Biomedical Engineering: Applications, Basis and Communications*, 26(03), pp. 135–145, 2014.

COGNITIVE MODELING OF INFORMATIZATION INFLUENCE ON SOCIO-ECONOMIC INDICATORS OF THE REGION

G.V. GORELOVA, S.R. MAGOMEDOVA, S.A. FEILAMAZOVA

Abstract. The article discusses topical issues of the influence of informatization on the development of the country's regions in the conditions of the modern unstable world. The nature of the development of a region can be reflected and understood on the basis of qualitative and quantitative information about its socio-economic indicators, about their relationship and trends in their changes under the influence of internal and external factors. At the same time, information can most often be incomplete, difficult to access, untimely, contradictory, etc. Therefore, in this paper, it is proposed to use a cognitive approach and cognitive modeling of complex systems to overcome the problems of information deficiency by imitating cognitive modeling of the structure and behavior of a complex regional system. The simulation was carried out using the author's CMCS (Cognitive Modeling Complex System) software system. The results of multi-stage cognitive modeling, consisting in the development of cognitive maps "Influence of ICT on the state of the region" and "Digitalization of the republic" (according to the socio-economic state of the Republic of Dagestan), analysis of structural properties and modeling scenarios for the development of situations on the model are presented. Scenarios make it possible to foresee the ways of possible development of the system under the influence of various factors, including the factor of informatization.

Keywords: complex systems, research, cognitive simulation, region, information and communication technologies.

INTRODUCTION

Research question. In the cognitive studies of various complex systems (social, economic, ecological, cyberphysical, etc.) conducted since the beginning of 2000, the features and possibilities of a cognitive approach to their study were studied, and a methodology for cognitive modeling of complex systems was developed. The methodology combines both known and new models and methods into a single system: 1) identification of the studied objects in the form of cognitive models of different levels of complexity, 2) analysis of the properties of models, 3) foreseeing (forecasting) options for the development of situations in the system on its model, 4) justification of decisions.

In the study, the results of which are presented in this article, the goal was for the first time to determine, using the cognitive modeling tools of complex systems, the possibilities and nature of the influence of informatization on the socio-economic development of the region. The general provisions and results of the study of the socio-economic system of the region, taking into account the possibilities of informatization, were concretized for the Republic of Dagestan in the Russian Federation. When studying the state of the republic, the tasks were set to predict its socio-economic development, subject to the development of information and communication technologies (ICT) and the development of an ICT management strategy.

Basic theoretical provisions of cognitive modeling of complex systems.

Let us briefly present a number of information about the cognitive modeling of complex systems, which have been repeatedly presented in the author's works, for example [10–14, 23]. This is necessary for further presentation and explanation of the research results. Cognitive modeling of complex systems is a multi-stage cyclical research process. Its result is the presentation of the structure of a complex system in the form of a cognitive model of varying complexity (mathematically, this is a cognitive map — a sign oriented graph, vector sign digraph, functional digraph, etc.), analysis of the model's properties (structural properties, stability, sensitivity, etc.), anticipation of possible situations of development of events in the system in the form of various scenarios of development [1, 2, 7, 19].

The first stage is to develop a cognitive model based on the analysis of theoretical and practical knowledge in the studied subject area, based on the analysis of statistical data, according to expert polls.

The basis of any cognitive model is G — a cognitive map (1), which is the structure of a system consisting of a set of vertices $V = \{v_i\}, i = 1, 2, \dots, k$ and a set of relationships between them $E = \{e_{ij}\}, i, j = 1, 2, \dots, k$:

$$G = \langle V, E \rangle. \tag{1}$$

Model (1) fixes a set of cause-and-effect relations E between the main vertices — objects (concepts, entities, factors) of the set V of the complex system under study. In addition to the sets V and E , sets X of vertex parameters and characteristics of connections between the vertices can be defined in the form of weight coefficients ω_{ij} or functions $F_{ij} = f(x_i, x_j, e_{ij})$; in the latter case, the cognitive model is defined as a vector parametric functional graph [19].

The second stage of cognitive modeling of complex systems is the stage of studying the properties of the cognitive model (stability, connectivity, complexity, etc.). The presence of this stage makes cognitive modeling of complex systems, for example [10,11] different from traditional works on cognitive modeling of socio-economic and political systems, such as, for example [1–9,18–22].

The third stage is the stage of developing possible scenarios for the development of the system under the influence of changes in internal and external factors, control actions (situation management) [1, 2, 7, 19, 22, 25, 26]. To determine the processes of the development of situations on the model, the impulse process model is used [2, 7, 19]. Let us present it in the form [7, 10, 19]:

$$x_{v_i}(n+1) = x_{v_i}(n) + \sum_{v_j: e_{ij} \in E}^{k-1} f(x_i, x_j, e_{ij})P_j(n) + Q_i(n), \tag{2}$$

where $x_{v_i}(n), x_{v_i}(n+1)$ are the values of the indicator x_{v_i} at the vertex v_i at the steps of the simulation at the moment $t = n$ and following it $t = n+1$; $P_j(n)$ is the magnitude of the impulse at the vertex v_j ; $Q_j(n)$ is the vector of external disturbances introduced at the moment $t = n$.

The final fourth stage of cognitive modeling of complex systems is the stage of making decisions on the choice and subsequent implementation of the desired scenario for the development of a complex system.

Cognitive simulation is supported by the CMCS software system [23].

COGNITIVE MODELING OF INFORMATION INFLUENCE ON SOCIO-ECONOMIC DEVELOPMENT OF THE REGION.

As a result of the collection and processing of the existing practical material on the influence of informatization on the development of regions, it was possible to come to the conclusion about the lack of information about this influence; basically, such information is of a declarative nature. Therefore, an approach based on imitative cognitive modeling was chosen to obtain the missing information and clarify theoretical assumptions about the positive impact of ICT on the successful development of regions. Based on the generalization of existing data on the impact of ICT on socio-economic indicators, the main concepts (16 peaks) were selected and a cognitive map was developed (Fig. 1).

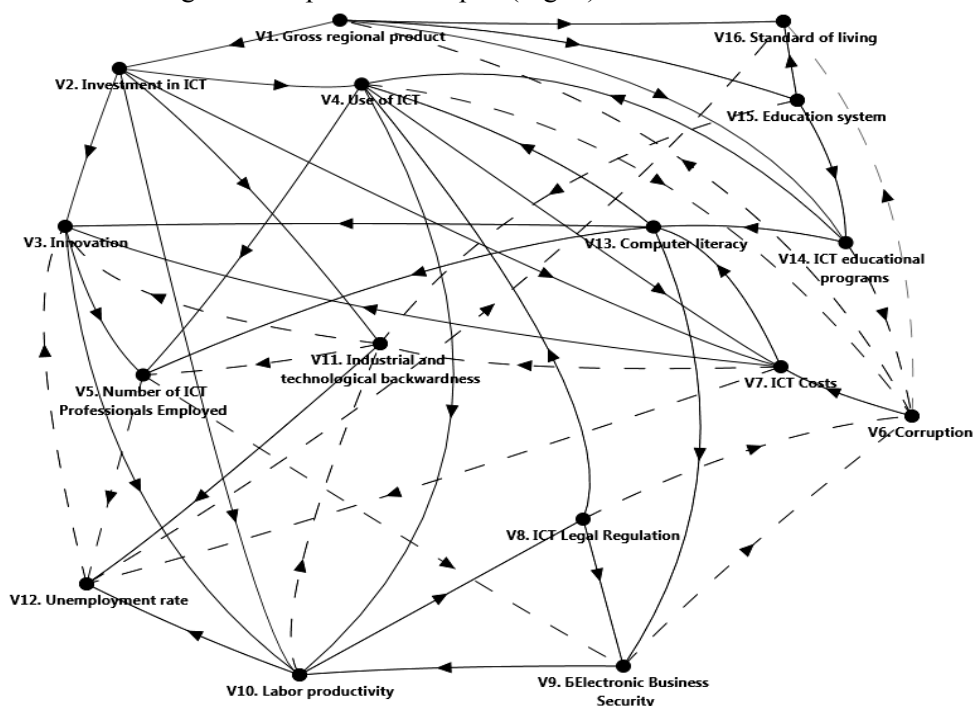


Fig. 1. Cognitive map G “Impact of ICT on the state of the region”

The implementation of all stages of cognitive modeling based on the cognitive map G (Fig. 1) and the analysis of the results obtained made it possible to use the G model as the basis for this study.

The purpose of the study of data on Dagestan was to determine the impact of digitalization on the development of Dagestan, to foresee the possible socio-economic development of Dagestan, subject to the development of ICT, and the subsequent development of an ICT management strategy that contributes to this.

Stage 1. Development of a cognitive model. At the initial stage, it was necessary to check the causal relationships between socio-economic indicators and the development of ICT in the Republic of Dagestan in accordance with model G. All values of the indicators were taken from information on the regional economy, as well as statistical data from the state statistics bodies of the Russian Federation and the Republic of Dagestan. The selected socio-economic indicators of

the region are interrelated, affect each other to one degree or another, but in this study it was ICT indicators that played a key role in the study [15, 17, 22].

As such indicators, we have identified the following socio-economic indicators: GRP of Dagestan, Standard of living, Labor productivity, Industrial and technological backwardness, Corruption, Unemployment rate, Investment in ICT, Innovation, Use of ICT in organizations, Number of employed specialists in ICT, Expenses for ICT, Legal regulation of ICT, Electronic business security, Computer literacy, Educational programs in ICT, Dagestan Development Corporation.

Table 1 shows a fragment of data on the vertices of the cognitive map with a description of them and their role in the cognitive map, in table 2 — a fragment of data on the relationship between the vertices.

According to Table 1, each vertex has its own purpose: target, basic, control, disturbing. After identifying the peaks, it is necessary to establish causal relationships between them (a fragment of the description and explanation is presented in Table 2). The ratio between the vertices can be either positive, which corresponds to the “+” sign, or negative, the “-” sign.

The G1 cognitive map corresponding to Tables 1 and 2 is shown in Fig. 2.

Table 1. Tops of the cognitive map G1 “Digitalization of the Republic”

Code	Vertex name	Explanation of vertex selection	Vertex assignment
V1	GRP of the Republic	GRP is a generalized indicator of the development of the region. The Republic of Dagestan ranks 32nd in the rating of regions in terms of GRP in the Russian Federation	Target
V2	Investment in ICT	Investment in ICT is an investment of money on the development of ICT, it is an investment in fixed assets. A number of investment projects are outlined in the republic ... The costs of ICT in the republic are low and very unstable	Manager (entrance)
...			
V4	Use of ICT	According to Rosstat, the use of information and communication technologies in the organizations of the republic is low, as well as the average share of expenditures on ICT ...	Indicative (output)
...			
V6	Corruption	There is corruption in the government, the clan and ethnic nature of power, hinders the real development of ICT	Basic
...			
V12	Unemployment rate	The republic has favorable demographic trends, but an unfavorable socio-economic situation, which contributes to the growth of the unemployment rate	Outrageous
...			
V15	Development Corporation	By the Decree of the President of the Republic of July 22, 2013 No. 208, a Corporation for the Development of Dagestan was created in the republic, the main goal of which is the implementation of innovative projects	Manager
V16	Living standard	The poverty level in 2018 was 15,1% compared to the previous year (almost 500 thousand people). ... In terms of the “average size of pensions” indicator, the region is on the 85th (last) place. The republic ranks 83rd in the country in terms of family welfare	Target (output)

1. *Determination of the degree of the vertices of the graph G1.* The analysis of the degrees of the vertices of a cognitive map is carried out in order to determine the role of each vertex in the structure of the system according to its influence (or influence on it) on the entire system and to select the vertices that are most significant in terms of the number of incoming and outgoing arcs. This is necessary, among other things, to select the vertex to which it is most desirable to make changes. Fig. 3 shows the results of the corresponding calculations.

Graph properties			
Vertices: 17. Edges: 53.			
Vertex	p	p+	p-
V2. Investment in ICT	6	1	5
V3. Innovation	7	5	2
V4. Use of ICT	9	5	4
V5. Number of ICT Professionals Employed	7	5	2
V6. Corruption	8	5	3
V8. ICT Legal Regulation	4	1	3
V9. Electronic Business Security	6	4	2
V12. Unemployment rate	6	4	2
V13. Computer literacy	6	2	4
V14. ICT educational programs	5	2	3
V16. Standard of living	4	4	0
V7. ICT Costs	8	4	4

Fig. 3. Determination of the degrees of vertices G1

As can be seen from Fig. 3, the top V4. Use of ICT can be considered the most significant ($p = 9$), significantly affecting the entire system (the number of outgoing arcs, half-degree $p- = 4$). Information about the degree of vertices can also be used when selecting vertices to which changes will be made during modeling scenarios.

2. *Analysis of paths of the graph G1.* Using the CMCS software system [22], it is easy to analyze all possible paths from any vertices of the graph. Fig. 4 shows one of the options for paths from the top of V15. Education System to the top of V4. Use of ICT, i.e. the paths of V15 impact on V4 are analyzed. There are more than 200 such paths. In Fig. 4, only one of the positive paths is marked (a “positive path” is a path in which there are no or an even number of negative arcs). It can be interpreted as going from top to top. Fig. 5 shows the path

$$V_{15} \rightarrow V_{14} \rightarrow V_6 \rightarrow V_7 \rightarrow V_{13} \rightarrow V_4$$

a simpler version of the transition from V15 to V4 (to facilitate the process of interpretation in the article): the top of V15. The Education System has a “positive” effect on the top of V14. ICT educational programs, this leads to a weakening of the V6 top. Corruption, weakening Corruption leads to positive changes in the sequential chain of V7. ICT Costs, V13. Computer literacy and V4. Use of ICT.

3. *Analysis of the cycles of the cognitive map.* In Fig. 6 shows the results of determining the cycles of the cognitive map G1 and highlights one of its negative and positive cycles.

In total, there are 589 cycles in the G1 model, of which 159 are negative and 430 are positive. Positive feedback loops are loops with no or even number of negative arcs; these are cycles of accelerators of processes in the system. Negative feedback loops are loops with an odd number of negative arcs. These are stabilizer cycles.

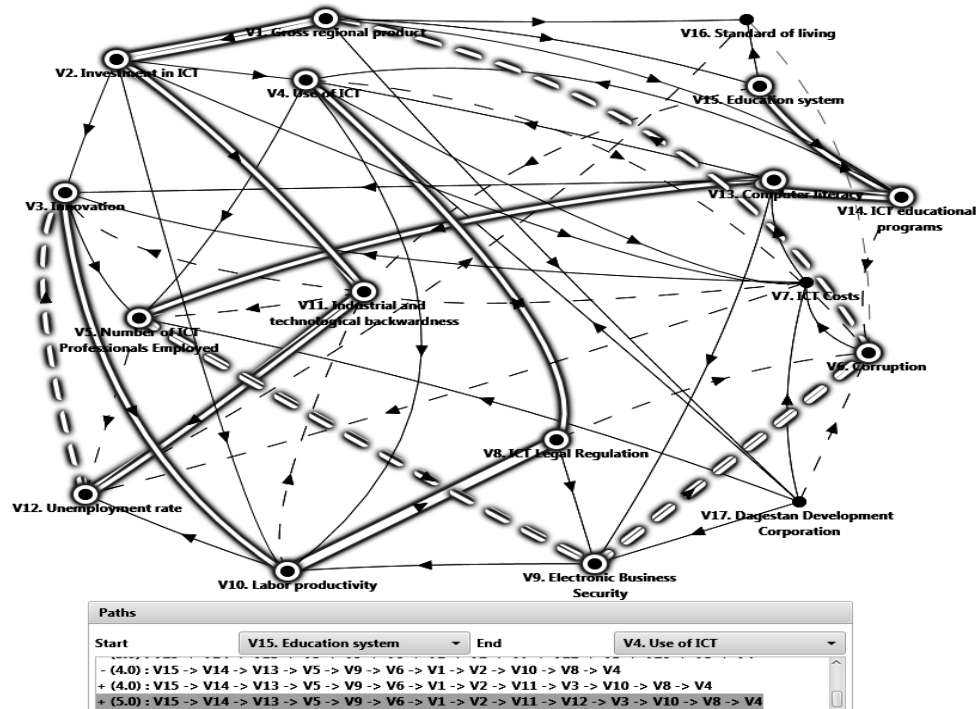


Fig. 4. One of the positive paths from V15 to V4

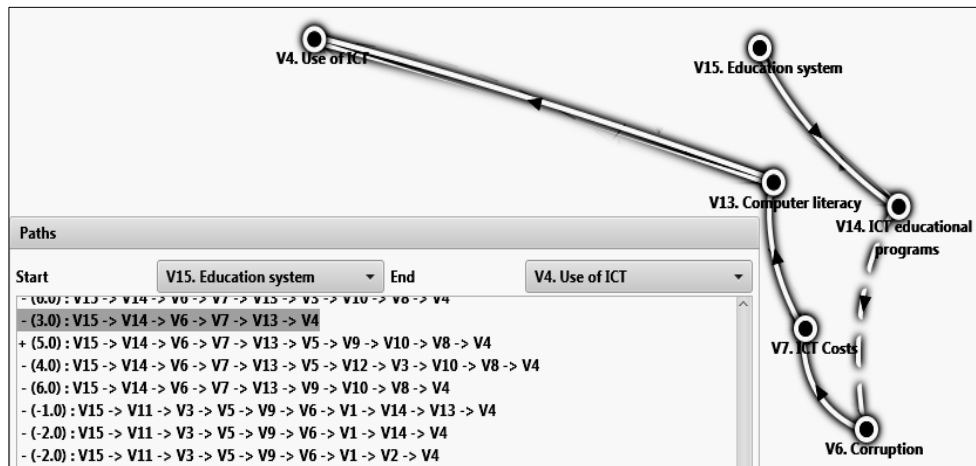


Fig. 5. One of the negative paths from V15 to V4

As well as in the analysis of the paths (cause-effect chains) of a cognitive map, the analysis of the cycles of the model reveals the contradiction / non-contradiction of its theoretical and practical information about the system under study and accordingly corrects the model. In addition, cycle analysis allows you to determine the structural stability of the model.

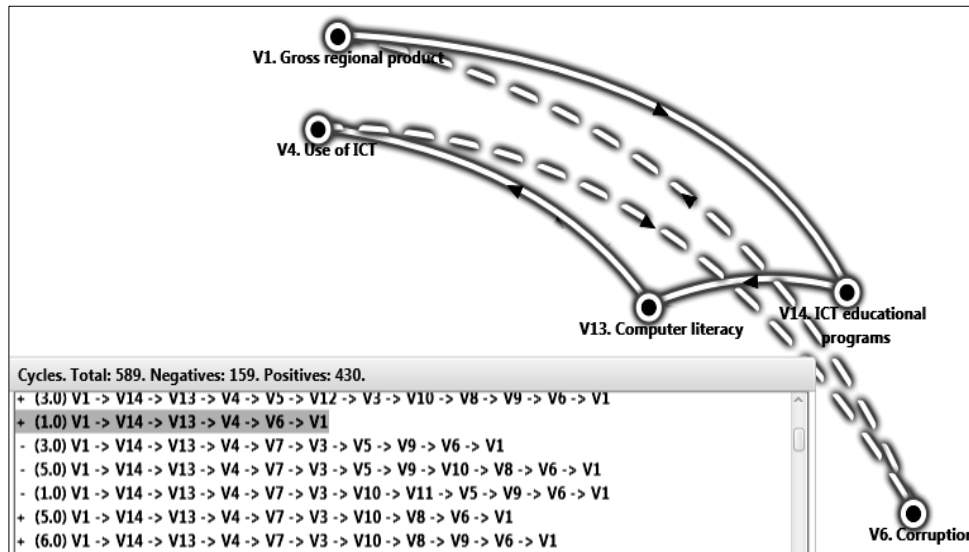


Fig. 6. Highlighting the cycles of the cognitive map G1

4. Analysis of structural stability and stability of the model to disturbances.

The analysis of structural stability is carried out according to the results of determining the cycles of the cognitive map [3, 10, 24, 25]. If the model has an odd number of negative cycles, then it is considered structurally stable. In this case, there is structural stability, since there are 159 negative cycles in the system.

The analysis of stability to disturbances and by the initial value is carried out according to the results of calculating the roots of the characteristic equation of the matrix of relations RG cognitive map [7, 8, 10, 14]. For stability, it is necessary that the largest modulo number of the characteristic equation of the matrix of relations be less than one. Fig. 7 shows the result of calculating the roots RG1. Since $|M|=1,92 > 1$ the system is not stable to disturbances.

Eigenvalues			
#	Real part	Imaginary part	Module (1.9236)
0	1.9236	0.0	1.9236
1	-0.976	1.3926	1.3926
2	-0.976	-1.3926	1.3926
3	1.4671	0.0	1.4671
4	-0.0366	1.3852	1.3852
5	-0.0366	-1.3852	1.3852
6	0.5057	0.8212	0.8212
7	0.5057	-0.8212	0.8212
8	-0.858	0.0	0.858
9	-0.6639	0.4091	0.6639
10	-0.6639	-0.4091	0.6639
11	-0.0956	0.5038	0.5038
12	-0.0956	-0.5038	0.5038
13	0.0	0.0	0.0
14	0.0	0.0	0.0
15	0.0	0.0	0.0
16	0.0	0.0	0.0

Fig. 7. Calculation of the roots of the characteristic equation of the matrix RG1

Stage 3. Scenario modeling. Modeling of scenarios of possible development of situations is carried out by means of impulse modeling [7, 19, 21, 23], formula (2). The CMCS software system [23] allows impulse modeling by introducing perturbations into one, two or more vertices of the model; the impulse value can be greater or less than 1 (at the beginning of the study it is recommended to set the impulse $q = +1$ or $q = -1$) and be applied at the initial or any other simulation cycle. In the article, we present the results of impulse modeling for three fairly indicative scenarios.

Scenario 1. Let the use of ICT begin to increase in the republic, which is imitated by introducing a perturbation into the vertex V4. Use of ICT (impulse $q_4 = +1$), a vector of perturbations $Q = \{q_1 = 0, \dots, q_4 = +1, \dots, q_{17} = 0\}$.

The calculation results are shown in Table 3 and Fig. 9.

Table 3. Results of the computational experiment, Scenario 1

Vertex	Step										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V1. GRP of the Republic	0	0	0	1	1	1	7	6	13	46	42
V2. Investment in ICT	0	0	0	0	1	1	1	7	6	13	46
V3. Innovation	0	0	0	1	4	4	12	25	37	90	165
V4. Use of ICT	0	1	1	1	3	5	7	20	32	51	136
V5. Number of ICT Professionals Employed	0	0	1	1	5	9	12	39	61	103	265
V6. Corruption	0	0	-1	-1	-1	-7	-6	-13	-46	-42	-109
V8. ICT Legal Regulation	0	0	0	1	1	1	9	7	14	56	52
V9. Electronic Business Security	0	0	0	-1	1	-3	-6	4	-23	-30	0
V12. Unemployment Rate	0	0	0	-1	-2	-5	-5	-18	-35	-43	-126
V13. Computer Literacy	0	0	0	1	0	1	6	2	11	34	17
V14. ICT Education Programs	0	0	0	0	1	2	2	8	13	19	59
V16. Standart of Living	0	0	0	1	3	5	14	19	44	100	144
V7. ICT Costs	0	0	1	0	0	4	0	3	21	-2	35
V10. Labor Productivity	0	0	1	1	1	9	7	14	56	52	124
V11. Industrial and technological backwardness	0	0	0	-2	-1	-1	-13	-7	-17	-77	-50
V15. Education System	0	0	0	0	1	1	1	7	6	13	46
V17. Dagestan Development Corporation	0	0	0	0	1	1	1	7	6	13	46

According to Table 3, graphs of impulse processes and a histogram of impulse values at 7 simulation steps are constructed — Fig. 8. Impulse modeling can be carried out until the tendency of possible development of situations in the system is clearly manifested.

Scenario 2. Let the Dagestan development corporation begin to function in the republic, which is modeled by the introduction of a control impulse $q_{17} = +1$ into the top of V17; vector of perturbations. The graphs based on the calculation results are shown in Fig. 9.

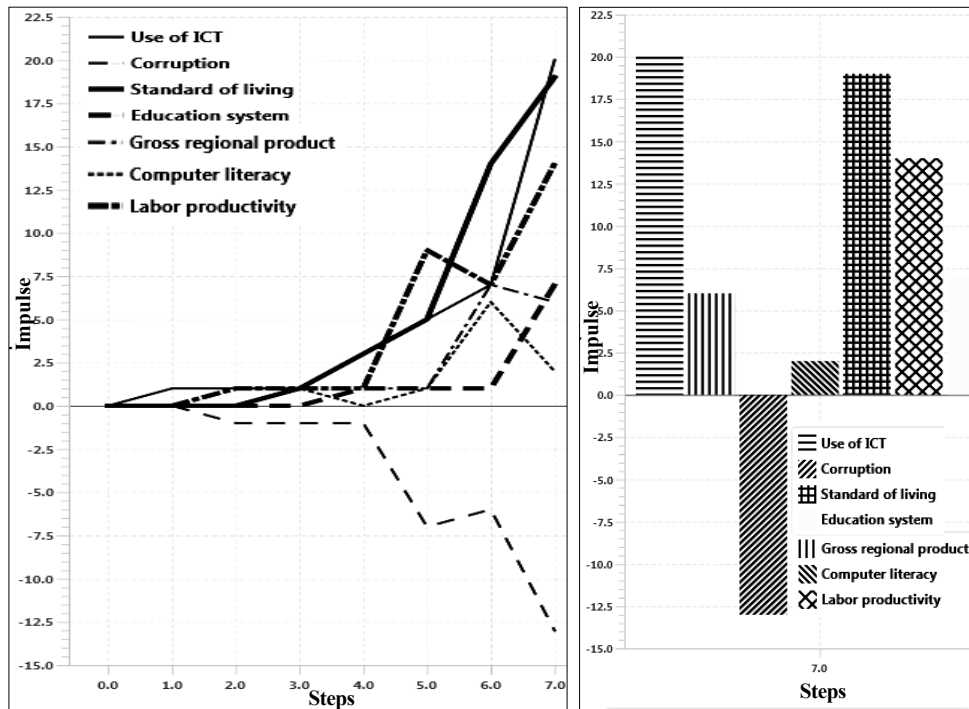


Fig. 8. Impulse Simulation. Scenario 1

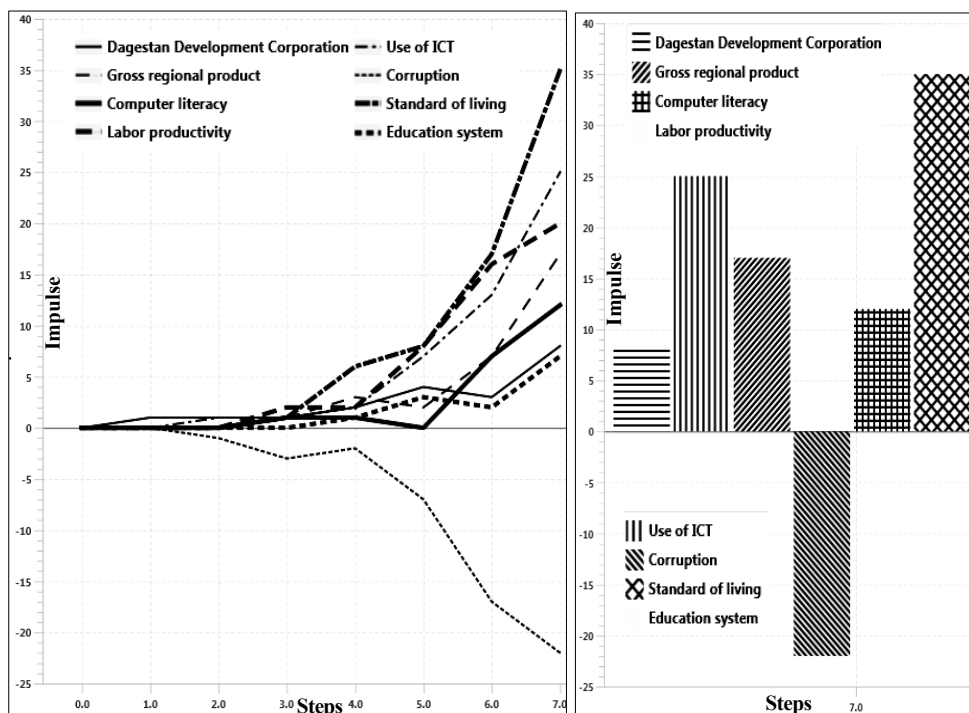


Fig. 9. Impulse Simulation. Scenario 2

Scenario 3. Let corruption increase in the republic, but the Dagestan development corporation begins to function and Labor productivity grows; vector of perturbations:

The graphs based on the calculation results are shown in Table 4 and in Fig. 10.

Table 4. Results of the computational experiment, Scenario 3

Vertex	Step										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
V1. GRP of the Republic	0	0	-1	0	3	2	3	11	19	45	68
V2. Investment in ICT	0	0	0	-1	0	3	2	3	11	19	45
V3. Innovation	0	0	0	2	9	9	10	33	66	106	200
V4. Use of ICT	0	0	1	2	1	4	12	24	38	62	156
V5. Number of ICT Professionals Employed	0	0	1	3	9	17	17	39	95	147	287
V6. Corruption	0	1	0	-3	-2	-3	-11	-19	-45	-68	-114
V8. ICT Legal Regulation	0	0	1	1	3	5	11	13	14	61	107
V9. Electronic Business Security	0	0	1	1	0	-4	-11	0	-9	-58	-40
V12. Unemployment Rate	0	0	1	-3	-5	-7	-9	-23	-52	-66	-129
V13. Computer Literacy	0	0	0	2	1	-3	3	13	11	26	46
V14. ICT Education Programs	0	0	0	-1	-1	3	5	5	14	30	64
V16. Standart of Living	0	0	-1	-2	5	10	15	25	56	127	198
V7. ICT Costs	0	0	2	2	-2	0	8	6	12	16	33
V10. Labor Productivity	0	1	1	3	5	11	13	14	61	107	130
V11. Industrial and technological backwardness	0	0	-1	-3	-5	-3	-11	-21	-20	-73	-123
V15. Education System	0	0	0	-1	0	3	2	3	11	19	45
V17. Dagestan Development Corporation	0	1	1	0	1	4	3	4	12	20	46

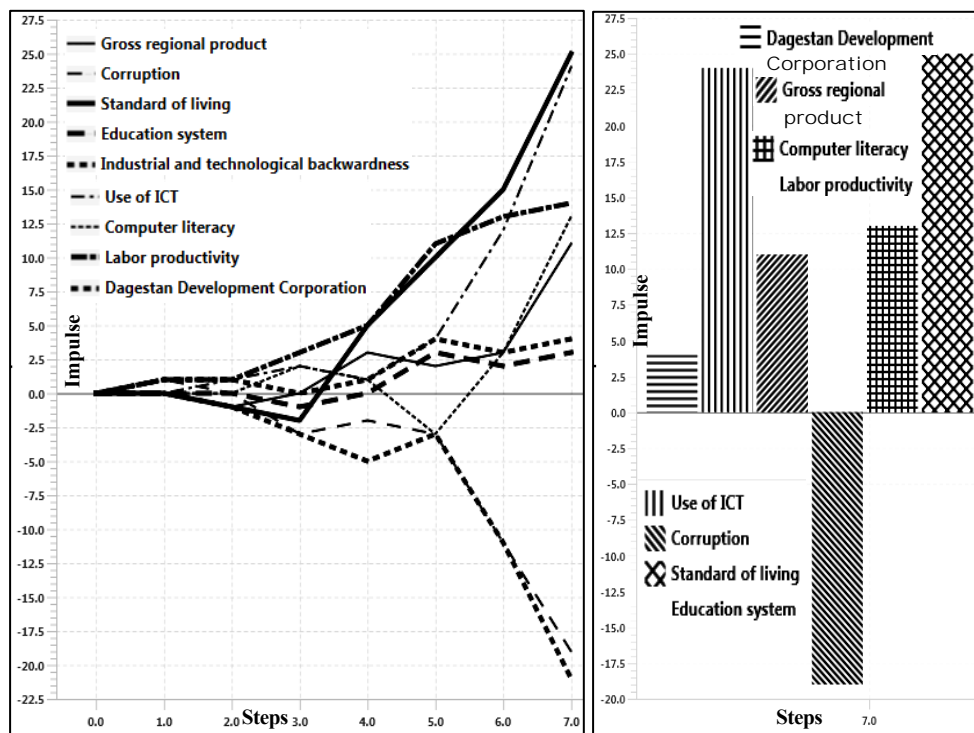


Fig. 10. Impulse Simulation, Scenario 3

The considered scenarios are not the only ones possible in this system; in the course of the study, various options were considered when disturbing one, two, three or more vertices.

As can be seen from the results of impulse modeling (Tables 3 and 4, as well as Fig. 8–10), all scenarios indicate the same type of “positive” development of events in the “Digitalization of the Republic” system, displayed by the cognitive map G1. When making control actions to the top V4.Use of ICT, then to the top V7.Dagestan development corporation, then immediately to three vertices V7. Dagestan development corporation, V10.Labor productivity, V4.Corruption, there are tendencies of increase in the analyzed socio-economic indicators: GRP of Dagestan, Living standards, Unemployment rate, Investment in ICT, Innovation, ICT use in organizations, Number of employed specialists in ICT, ICT spending, ICT Legal Regulation, Electronic Business Security, Computer Literacy and ICT Education Programs while Reducing Corruption and Industrial and Technological Backwardness.

The above examples confirm the assumption that the development of ICT in the Republic of Dagestan and the adoption of an organizational decision to create the Dagestan Development Corporation for this purpose should bring positive results in improving the living standards of the population, improving the education system.

CONCLUSION

The methodology of cognitive modeling of complex systems, including the SMC toolkit, is a convenient means of not only understanding, explaining, and anticipating the possible development of a complex system (socio-economic, ecological, political, socio-technical, etc.), but also formalizing the corresponding cognitive processes. The latter makes it possible to diversify a complex system much deeper and more fully than can be done by traditional methods and in conditions of incomplete information. This is illustrated

The article discusses topical issues of the influence of informatization on the development of regions on models such as cognitive maps. Further studies of the influence of ICT on the socio-economic indicators of the republic are aimed at the development of mathematically more complex cognitive models, including functional dependencies between some peaks of cognitive maps.

REFERENCES

1. N.A. Abramova and Z.K. Avdeeva, “Cognitive analysis and management of the development of situations: problems of methodology, theory and practice”, *Problems of management*, no. 3, pp. 85–87, 2008.
2. Z.K. Avdeeva, S.V. Kovriga, D.I. Makarenko, and V.I. Maksimov, “Cognitive approach to management”, *Management problems*, no. 3, pp. 2–8, 2007.
3. R.M. Axelrod, *The Structure of decision: The Cognitive Maps of Political Elites*. Princeton, NJ, Princeton University Press, 1976, 404 p.
4. R.H. Atkin, *Combinatorial connectives in social systems. An application of simplicial complex structures to the study of large organizations, Interdisciplinary systems research*. Springer Basel AG, 1997, 245 p.
5. R. Atkin and J.L. Casti, “Polyhedral Dynamics and the Geometry of Systems”, *IASA Research Report RR-77-006*, 1977.

6. H. Barcelo, X. Kramer, R. Laubenbacher, and C. Weaver, *Foundations of Connectivity Theory for Simplicial Complexes*. Department of Mathematical Science, New Mexico, 1998.
7. J. Casti, *Connectivity, Complexity, and Catastrophe in Large-scale Systems*. A Wiley – Interscience Publication International Institute for Applied Systems Analysis. JOHN WILEY and SONS. Chichester–New York–Brisbane–Toronto, 1979, 203 p.
8. J.L. Casti, “Polyhedral Dynamics – II: Geometrical Structure as a Basis for Decision Making in Complex Systems”, *IIASA Research Memorandum RM-75-034*, 1975.
9. J.L. Casti and A. Karlqvist, *Complexity, Language, and Life: Mathematical Approaches*. Springer-Verlag (Heidelberg), 1985.
10. C. Eden, “Cognitive mapping”, *European Journal of Operational Research*, no. 36, pp. 1–13, 1998.
11. G.V. Gorelova, E.N. Zaharova, and C.A. Radchenko, *Researches of semi-structured problems for social-economical systems: Cognitive approach*. Rostov: RGY, 2006.
12. G.V. Gorelova, “Intellectual Cognitive Technologies for Cyber-Physical Systems”, *Lecture Notes in Networks and Systems*, 95, pp. 617–631, 2020.
13. G.V. Gorelova and N.D. Pankratova, “Scientific Foresight and Cognitive Modeling of Socio-Economic Systems”, *IFAC PAPERSONLINE*, vol. 51, iss. 30, pp. 145–149, 2018.
14. G.V. Gorelova and A.A. Saak, “Scenario cognitive modeling of development trends of the complexity system “Youth, Labor Market, Quality of Life”, *System Research and Information Technologies, Scientific and Technical Journal*, no. 1, pp. 103–121, 2021.
15. *Innovative development of socio-economic systems based on foresight and cognitive modeling methodologies. Collective monograph*; ed. G.V. Gorelova, N.D. Pankratova. Kiev: Naukova Dumka, 2015, 464 p.
16. T. Kasimova, S. Magomedova, and Z. Ismikhonov, “Econometric models for Russia’s GDP analysis and forecasting in the industrial section of the economy in conditions of its digital transformation”, *Journal of the Knowledge Economy*, 2020.
17. L.J. Hettinger, A. Kirlik, Y.M. Goh, and P. Buckle, “Modelling and simulation of complex sociotechnical systems: envisioning and analyzing work environments”, *Ergonomics*, 58(4), pp. 600–614, Apr 2015.
18. A.Kh. Karanashev and A.G. Karasheva, “Cognitive modeling of the investment climate of the Kabardino-Balkarian Republic”, *Bulletin of the Adyghe State University. Series 5: Economics*, no. 2 (180), pp. 129–137, 2016.
19. S.V. Kovriga, “Methodological and analytical foundations of the cognitive approach to SWOT-analysis”, *Management problems*, no. 5, pp. 58–63, 2005.
20. V.V. Kulba, D.A. Kononov, S.S. Kovalevsky, S.A. Kosyachenko, R.M. Nizhegorodtsev, and I.V. Chernov, *Scenario analysis of the dynamics of the behavior of socio-economic systems (Scientific edition)*. M.: IPU RAN, 2002, 122 p.
21. P. Langley, J.E. Laird, and S. Rogers, “Cognitive architectures: Research issues and challenges”, *Cognitive Systems Research*, vol.10, no. 2, pp. 141–160, 2009.
22. V.I. Maksimov, “Cognitive technology – from ignorance to understanding”, *Sat. Proceedings 1st International Conference “Cognitive analysis and development management situations”, (SASC’2001), Moscow: IPU RAN, 2001*, vol.1, pp. 4–18.
23. L.G. Matveyeva, Ye.V. Mikhalkina, and O.A. Chernova, “The possibilities of the Russian regions capacity increasing under the external threats”, *Economy of Region*, no. 1 (41), pp. 96–104, 2015. doi: 10.17059/2015-1-9.
24. *Program for cognitive modeling and analysis of socio-economic systems at the regional level. Certificate of state registration of computer programs No. 2018661506 dated 09/07/2018*.
25. F.S. Roberts, *Discrete mathematical models with application to social, biological and environmental problems*. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1976, 496 p.
26. F.S. Roberts, *Graph Theory and its Applications to Problems of Society, Society for Industrial and Applied Mathematics*. Philadelphia, 1978.

Received 09.08.2021

INFORMATION ON THE ARTICLE

Galina V. Gorelova, Institute of Management in Economic, Social and Ecological Systems of the Southern Federal University, Russia, e-mail: gorelova-37@mail.ru

Sabina R. Magomedova, ORCID: 0000-0002-0684-623X, Dagestan State University, Russia, e-mail: msabina_1990@mail.ru

Svetlana A. Feilamazova, ORCID: 0000-0002-2290-2916, Dagestan State Technical University, Russia, e-mail: konspirator13@mail.ru

КОГНИТИВНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИНФОРМАТИЗАЦИИ НА СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ РЕГИОНА / Г.В. Горелова, С.Р. Магомедова, С.А. Фейламазова

Аннотация. Рассмотрены актуальные вопросы влияния информатизации на развитие регионов страны в условиях современного нестабильного мира. Характер развития региона может отражаться и пониматься на основании качественной и количественной информации о его социально-экономических показателях, об их взаимосвязи и тенденций их изменений под влиянием внутренних и внешних факторов. При этом информация чаще всего может быть неполной, трудно доступной, несвоевременной, противоречивой и т.п. Поэтому в работе предложено использовать когнитивный подход и когнитивное моделирование сложных систем для преодоления проблем информационной недостаточности путем имитационного когнитивного моделирования структуры и поведения сложной региональной системы. Имитационное моделирование проводилось с помощью авторской программной системы CMCS (Cognitive Modeling Complex System). Приведены результаты многоэтапного когнитивного моделирования, состоящего в разработке когнитивных карт «Влияние ИКТ на состояние региона» и «Цифровизация республики» (по данным социально-экономического состояния республики Дагестан), анализа структурных свойств и моделирования сценариев развития ситуаций на модели. Сценарии позволяют предвидеть пути возможного развития системы под воздействием разных факторов, в том числе — фактора информатизации.

Ключевые слова: сложные системы, исследование, когнитивное имитационное моделирование, регион, информационно-коммуникационные технологии.

КОГНИТИВНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ІНФОРМАТИЗАЦІЇ НА СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНІ ПОКАЗНИКИ РЕГІОНУ / Г.В. Горелова, С.Р. Магомедова, С.А. Фейламазова

Анотація. Розглянуто актуальні питання впливу інформатизації на розвиток регіонів країни в умовах сучасного нестабільного світу. Характер розвитку регіону може відобразитися і розумітися на підставі якісної і кількісної інформації про його соціально-економічні показники, їх взаємозв'язки і тенденції їх змін під впливом внутрішніх і зовнішніх факторів. При цьому інформація найчастіше може бути неповною, важкодоступною, несвоєчасною, суперечливою і т.ін. Тому у праці запропоновано використовувати когнитивний підхід і когнитивне моделювання складних систем для вирішення проблем інформаційної недостатності шляхом імітаційного когнитивного моделювання структури і поведінки складної регіональної системи. Імітаційне моделювання виконувалося за допомогою авторської програмної системи CMCS (Cognitive Modeling Complex System). Наведено результати багатоетапного когнитивного моделювання, що складається з розроблення когнитивних карт «Вплив ІКТ на стан регіону» і «Цифровізація республіки» (за даними соціально-економічного стану республіки Дагестан), аналізу структурних властивостей і моделювання сценаріїв розвитку ситуацій на моделі. Сценарії дають змогу передбачити перспективу розвитку системи під впливом різних факторів, в тому числі — фактора інформатизації.

Ключові слова: складні системи, дослідження, когнитивне імітаційне моделювання, регіон, інформаційно-комунікаційні технології.

ANALYSIS AND REVIEW ON FUZZY EVALUATION OF THE PERFORMANCE

JUNFENG YU, ZIJIANG YANG, JIANPING GUO, LARYSA GLOBALA

Abstract. In modern conditions a comprehensive analysis of development trends and their effectiveness in various areas of human activity increasingly requires the analysis of data accumulated in numerous documents stored on the global network. Such an analysis is based on annual results in many areas of research, time trends and keywords. This analysis has certain peculiarities: it requires an analysis of not always accurate numerical information, comparison of qualitative indicators, obtaining both qualitative and quantitative characteristics, as well as the use of reference information for researchers and decision makers in related fields. In this regard, in recent years, a fuzzy assessment based on fuzzy mathematics is increasingly used in all types of assessing the effectiveness of various activities. The paper deals with conducting a bibliometric study based on the Extended Science Citation Index (SCIE) and fuzzy performance measures to understand research trends and areas of focus. This paper takes the relevant scientific papers in Web of Science database as the research object, and analyzes the research trends with the help of bibliometrics. The results show that the number of papers published in the world is on the rise. The number of papers published in China and Iran is higher than that in other countries and regions. However, the number of papers cited in the United States and Turkey is higher than that in other countries or regions. Islamic Azad University is the largest. The research topics focus on fuzzy sets, fuzzy logic, genetic algorithms and performance evaluation. The research hotspots before 2011 included expert systems, neuro-fuzzy systems, and pattern recognition. After 2011, the research hotspots became neural networks, fuzzy sets, and machine learning.

Keywords: information and communication network, data processing system, ontology, model, analysis, scaling, class, relations.

INTRODUCTION

The fuzzy comprehensive evaluation method is gradually developed on the basis of the fuzzy mathematics theory proposed by Zadeh in 1965 into a method for comprehensive evaluation of difficult to define fuzzy targets [1]. The comprehensive evaluation method is based on the membership degree theory of fuzzy mathematics. Qualitative evaluation is transformed into quantitative evaluation, that is, using fuzzy mathematics to make an overall evaluation of things or objects restricted by multiple factors. It has the characteristics of clear results and strong systemic, can better solve the ambiguous, difficult and quantifiable problems, and is suitable for solving various non-deterministic problems.

The application of the fuzzy comprehensive evaluation method in the field of performance began in the 1980s. Lusk, EJ (1981) proposed a fuzzy method to evaluate statistics of monitoring performance [2]. Deutsch, SJ et al. (1985) proposed the use of fuzzy subsets to evaluate organizational performance indicators [3]. Mon, DL et al. (1994) propose a general decision-making method for evaluating weapon systems using fuzzy AHP based on entropy weight [4]. Ishibuchi, H et al.

(1999) discussed the performance evaluation of fuzzy classifier system for multi-dimensional pattern classification problem [5]. Tsaur, SH et al. (2002) applies the fuzzy set theory to evaluate the service quality of airline [6]. Chen, CT et al. (2006) proposed a hierarchy multiple criteria decision-making (MCDM) model-based oil fuzzy-sets theory to deal with the supplier selection problems in the Supply chain system [7]. Kou, G et al. (2014) presents an MCDM-based approach to rank a selection of popular clustering algorithms in the domain of financial risk analysis [8]. Turskis, Z et al. (2017) proposed a new fuzzy hybrid multi-criteria decision-making approach to solve personnel assessment problems [9]. Tseng, ML, et al. (2018) proposed a generalized quantitative evaluation model based on fuzzy Delphi method and analysis network process, which is used to consider the interdependence between the metrics in the development and acquisition of sustainable service supply chain management and the ambiguity of subjective metrics [10]. Lin, LK, et al. (2020) developed a novel hybrid fuzzy MCDM approach to address this kind of MCDM problems in the fuzzy environment [11]. Based on probability fuzzy theory and considering the uncertainty of chemical process, Wang, YL, et al. (2021) proposed an optimization scheme of online operation performance evaluation [12].

With the in-depth research in the field of fuzzy mathematics, fuzzy evaluation has very meaningful applications in various fields. This research conducts a bibliometric analysis of the application of fuzzy evaluation in performance evaluation, reveals the research status and trends of fuzzy evaluation in performance evaluation, and hopes to provide references for researchers and decision makers in related fields.

Scientific papers are the main carriers of scientific research results, which can represent the scientific scale and productivity of groups or regions. At present, bibliometrics has been widely used in many disciplines, and it is one of the most active and rapidly developing professional fields of Information Science [13–14]. Using the method of bibliometrics, we can describe, evaluate and forecast the research status and development trend of the application of the fuzzy evaluation method in performance evaluation through mathematical and statistical methods.

This research is aimed at integrating fuzzy logic mathematics methods and bibliometrics for understanding research trends and scientific areas of focus.

The structure of the paper is the following: section 2 describes research challenges. Section 3 shows data and methods for research. In section 4 the results are presented and discussed. Section 5 presents conclusions and plans for future work.

PROBLEM DEFINITION

At present, fuzzy evaluation is widely used in performance evaluation, and bibliometric method can effectively summarize the research results and reveal its future development direction. Therefore, this paper introduces the method of bibliometrics to explore the inherent relevance and potential hot spots of the existing literature of fuzzy evaluation for performance evaluation, uses statistical and mathematical methods to quantify various evaluation indicators, and describes the nature and direction of its research. By clustering, analyzing and visualizing the

retrieved literature, the knowledge map is constructed to assist researchers to explore the research hotspots, evolution paths and development frontiers in related fields. Bibliometric method is mainly based on quantitative analysis, and the results are more objective, which can provide some reference for researchers and decision makers in related fields.

DATA AND METHODS

A. Data collection

We built our bibliometric collection on 13 February, 2021 based on the Science Citation Index Expanded (SCI-E) and Social Sciences Citation Index (SSCI) database in the “Web of Science Core Collection”. We chose SCI-E and SSCI as the data source for two reasons. First, these two databases, the primary bibliographic databases produced by Clarivate Analytics, provides comprehensive coverage of the most important and influential research outputs from around the world. Second, it includes detailed reference information, enabling us to trace the intellectual development of our research. In this paper, fuzzy evaluation, performance and other related words are used for subject retrieval, and the number of retrieval records is 9811.

B. Data analysis tools

VOSviewer, Microsoft Excel and Biblioshiny were used to perform data mining (e.g. annual number of outputs, institutions outputs, keywords evolution and authors), prepare figures, and visualize the data, respectively.

VOSviewer is a software tool for constructing and visualizing bibliometric networks. These networks may for instance include journals, researchers, or individual publications, and they can be constructed based on citation, bibliographic coupling, co-citation, or co-authorship relations. VOSviewer also offers text mining functionality that can be used to construct and visualize co-occurrence networks of important terms extracted from a body of scientific literature.

Biblioshiny is a shiny app providing a web-interface for bibliometrix. It supports scholars in easy use of the main features of bibliometrix: data importing and conversion to data frame collection, data gathering using Dimensions, PubMed and Scopus APIs collection, data filtering, analytics and plots for three different level metrics, analysis of three structures of knowledge.

RESULTS AND DISCUSSIONS

A. Temporal evolution of outputs

The annual output trend chart shows the development trend of the number of papers. Through the annual trend of the number of papers published, we can grasp the changes of the heat of papers published in each period from the macro level. The earliest study in the database was published in 1981. Before 1990, the number of papers published each year was less than 5. After 1991, it began to develop slowly. After 2005, the number of papers published increased significantly. From the average citation frequency in Fig. 1, there are two obvious peaks in 1991 and 2005. The number of citations increased significantly in the past two years, which can obviously promote the development of the whole field.

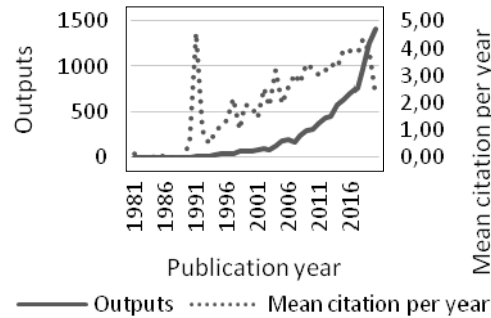


Fig. 1. Temporal evolution of outputs

B. Region analysis

The regional analysis chart shows the distribution of documents in each country or region. Through this analysis, we can understand the research and development activities of the analysis objects in different countries, so as to find the main technology sources. As can be seen from Fig. 2, China has the largest number of papers, with 6229, more than twice as many as Iran, India and USA, which rank the second, the third and the fourth. It can be seen from Table I that Denmark has the most citations per article, reaching 70,08. China, Iran, and India, which have published more articles, have average citations of 18,47, 18,04 and 14,43, which are much lower than Denmark and Lithuania and USA.

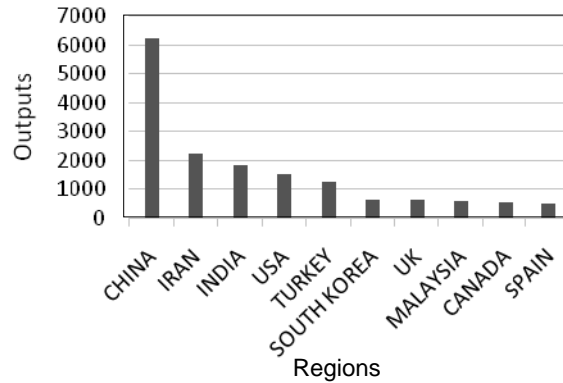


Fig. 2. Region ranking

Table 1. Average article citations(regions)

Regions	Average Article Citations
USA	35,43
TURKEY	30,79
UNITED KINGDOM	26,74
SPAIN	25,06
CANADA	24,63
MALAYSIA	21,12
CHINA	18,47
IRAN	18,04
SOUTH KOREA	15,32
INDIA	14,43

C. Research areas analysis

“Web of Science Research Areas” is assigned by Clarivate Analytics, and is used to classify the research papers. Each paper can be classified into at least one research area by the Web of Science database. The research areas of the publications revealed the main subjects related to the increasing scientific productivity of fuzzy evaluation in performance research. This research areas involves more than 100. The 10 most productive research areas were Engineering, Computer Science, Environmental Sciences Ecology, Operations Research Management Science, Science Technology Other Topics, Automation Control Systems, Telecommunications, Mathematics, Energy Fuels, Business Economics (Fig. 3).

It can be seen from Fig. 4 that the number of papers published by Engineering and Computer Science is significantly higher than that in other directions, with more than 4500 papers published by Engineering and nearly 4000 papers published by Computer Science. Environmental Sciences Ecology, Operations Research Management Science, Science Technology Other Topics, Automation Control Systems, Telecommunications, Mathematics, Energy Fuels, Business Economics the number of papers published is 400–900. The publishing trend of Engineering and Computer Science is basically exponential.

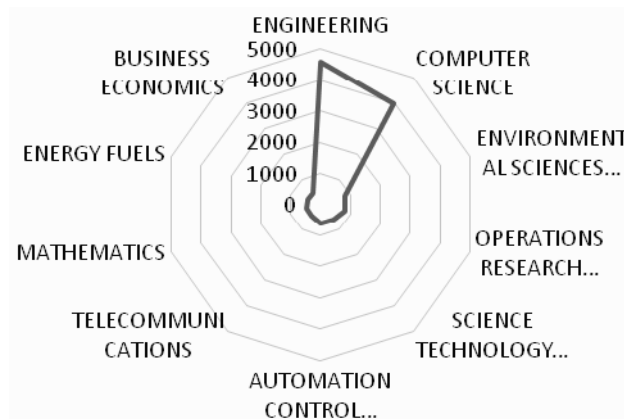


Fig. 3. Outputs of research areas (top 10)

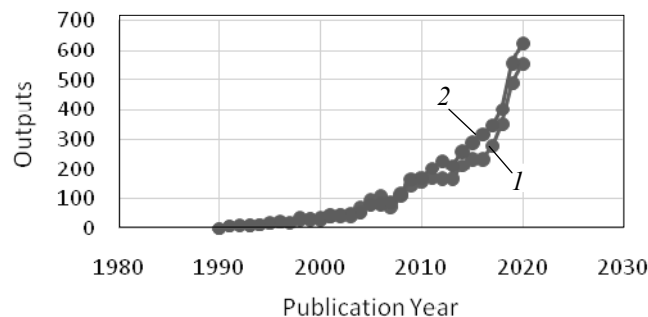


Fig. 4. Temporal evolution of the two most productive research areas: 1 — Computer Science; 2 — Engineering

D. Organization Analysis

The paper output chart of major institutions shows the ranking of institutions based on their publishing status. This analysis can identify institutions with more research results, and further analyze their research strength based on this. From Fig. 5, it can be seen that Islamic Azad University, with 344 articles, ranked second and third respectively, with 205 and 200 articles. Other institutions are less than 200. It can be seen from Table 2 that Hong Kong Polytechnic University, University Technology Malaysia and University Malaya have not published many articles, but their citations are all above 25. It can be seen that these three schools have a certain degree of influence.

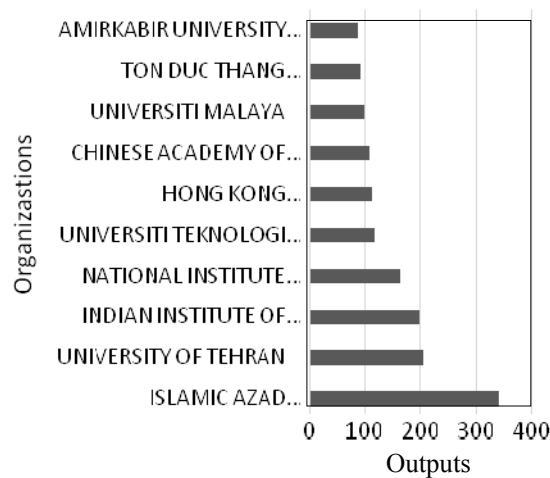


Fig. 5. Organization ranking (top 10)

Table 2. Average citations per item (organizations)

Organizations	Sum of Times Cited	Average citations per item
HONG KONG POLYTECHNIC UNIVERSITY	4018	35,25
UNIVERSITI TEKNOLOGI MALAYSIA	3248	27,53
UNIVERSITI MALAYA	2600	26
INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY SYSTEM	4433	22,17
ISLAMIC AZAD UNIVERSITY	7584	22,05
UNIVERSITY OF TEHRAN	4173	20,31
CHINESE ACADEMY OF SCIENCES	1979	18,32
TON DUC THANG UNIVERSITY	1681	18,08
AMIRKABIR UNIVERSITY OF TECHNOLOGY	1409	15,83
NATIONAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY NIT SYSTEM	2418	14,57

Fig. 6 and 7 show the cooperation of major global institutions that use fuzzy evaluation in the field of performance evaluation. Through the cooperation network of institutions, it can be seen that Islamic Azad University is currently the core institution of research in this field, and it has related research cooperation with many universities, research institutes or enterprises around the world.

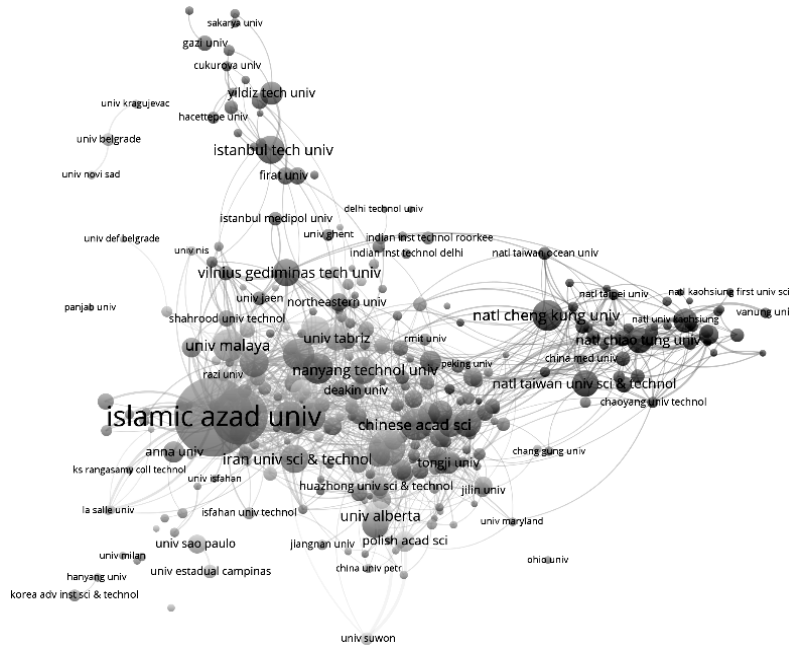


Fig. 6. Global organization Cooperation Network

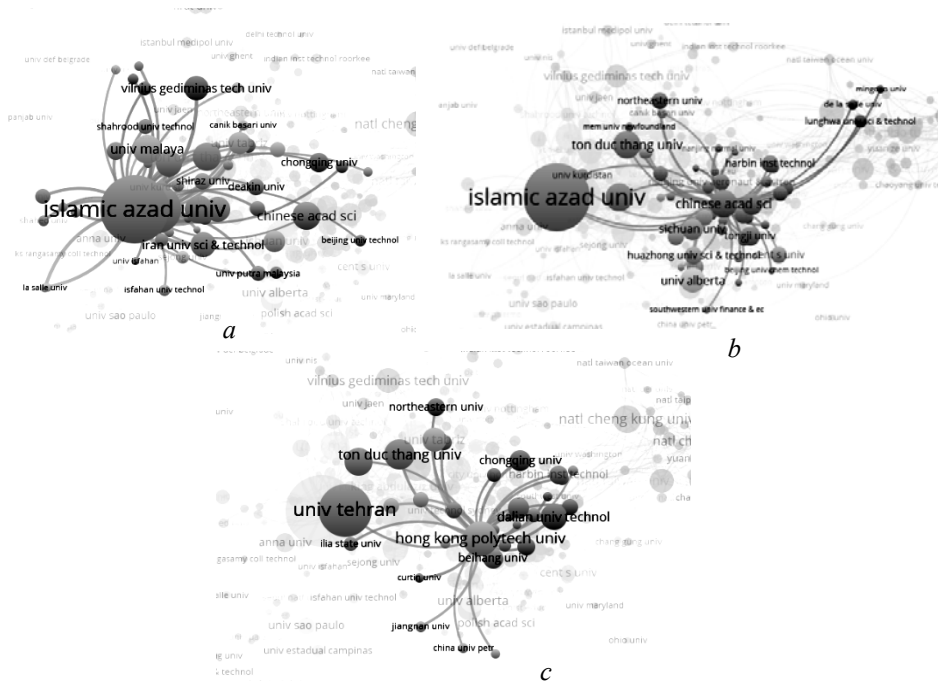


Fig. 7. Islamic Azad University cooperation network (a); Chinese Academy of Sciences cooperation network (b); Hong Kong Polytechnic University cooperation network (c)

E. Research focus and hot spot

Keywords provide important information about research trends, frontiers, and reveal research fields [15–16]. Table 3 shows the 20 most frequent words, among

which the frequency of fuzzy logic reached 811 words. The scientific research in Fig. 8 shows the changes in research hotspots. The research hotspots before 2011 included expert system, neuro-fuzzy system, and pattern recognition. After 2011, the research hotspots became neural network, fuzzy sets, and machine learning.

Fig. 9 shows the thematic map, the horizontal axis represents centrality, and the vertical axis represents density. The meanings of the four quadrants are as follows:

- the first quadrant (upper right corner): motor themes, both important and well developed;
- the second quadrant (upper left corner): highly developed and isolated themes, which have been well developed, but are not important to the current field;
- the third quadrant (lower left corner): emerging or declining themes, edge themes, there is no good development, may have just emerged, or may be about to disappear;
- the fourth quadrant (lower right corner): basic and transversal themes, which are very important to the field, but have not been well developed. Generally, refers to basic concepts.

Fig. 9 shows that the subject of “fuzzy logic” belongs to basic research, and “genetic algorithm” and “classification” belong to well-developed and very important research field.

Table 3. The TOP 20 most frequent keywords

No	Keywords	Frequency
1	fuzzy logic	811
2	anfis	260
3	fuzzy sets	224
4	performance evaluation	207
5	fuzzy sett heory	181
6	topsis	178
7	genetic algorithm	163
8	fuzzy control	146
9	classification	135
10	fuzzy	133
11	neural networks	129
12	artificial neural network	120
13	sustainability	115
14	uncertainty	114
15	clustering	112
16	ahp	111
17	fuzzyinferencesystem	111
18	fuzzyclustering	110
19	optimization	110
20	Particles warm optimization	106

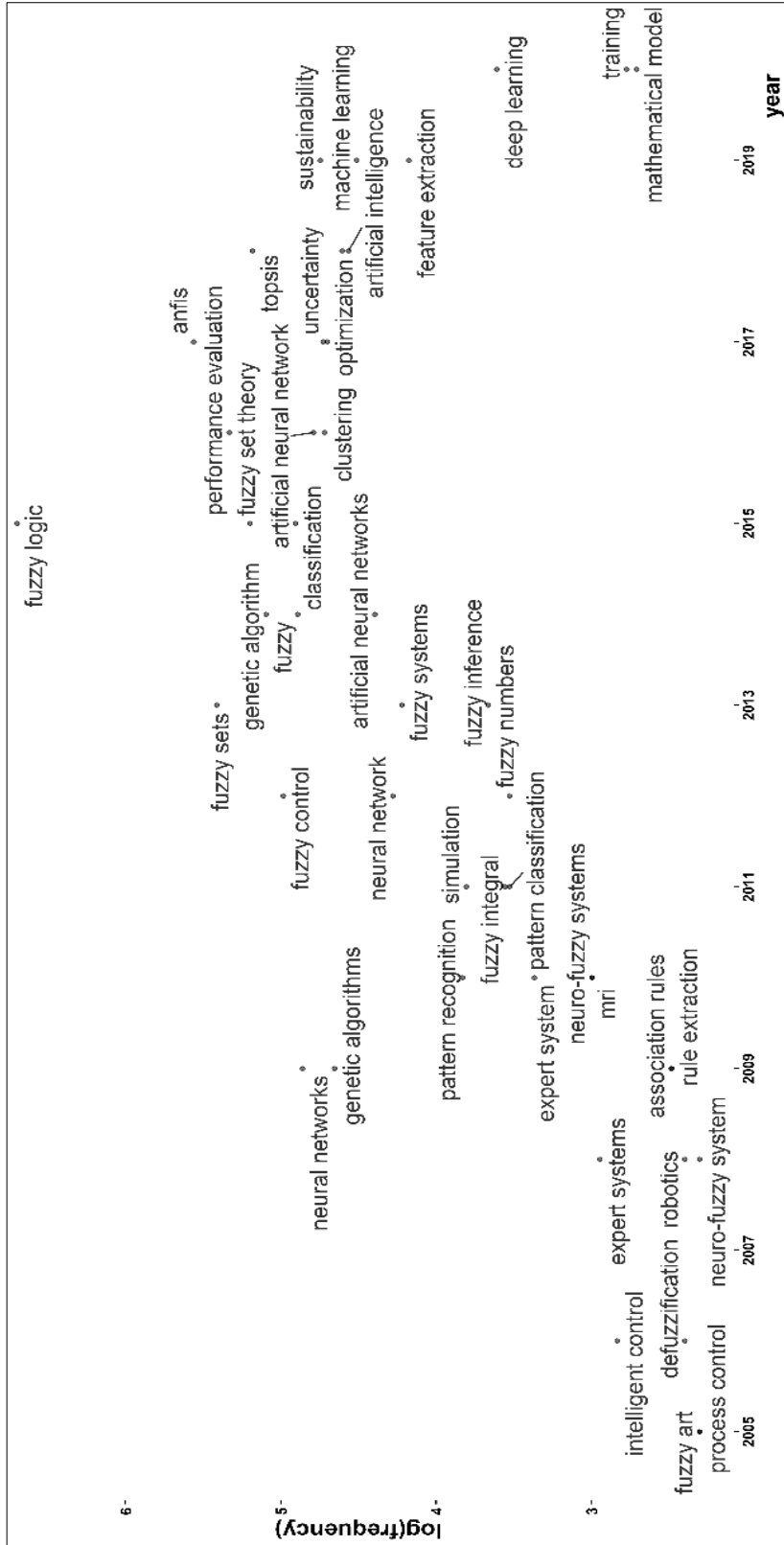


Fig. 8. The temporal evolution of hot spots

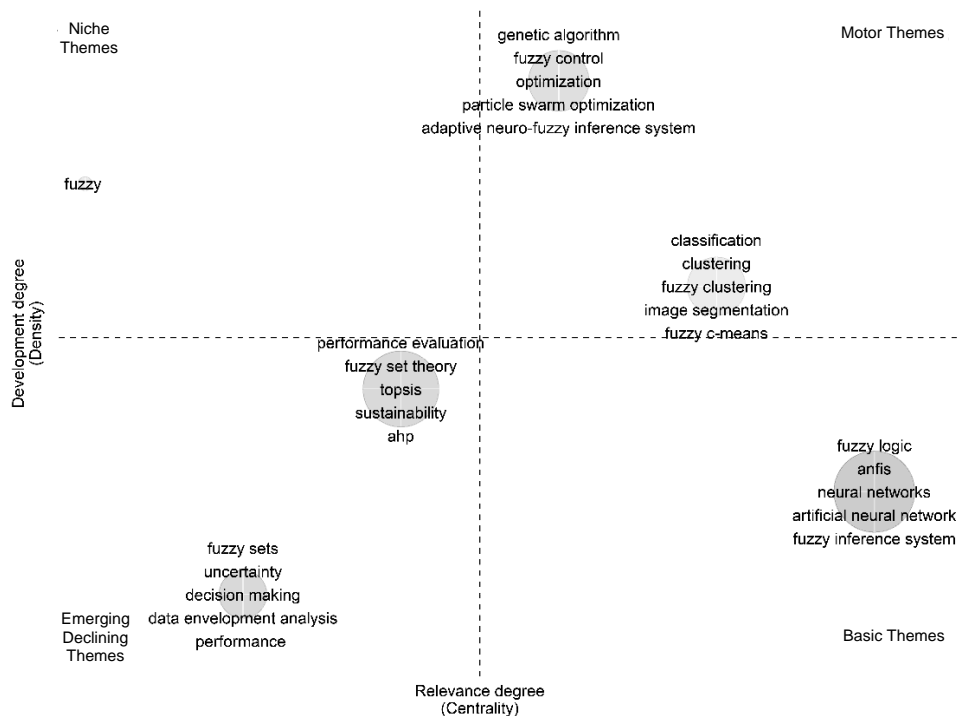


Fig. 9. Thematic map

F. Results and analysis

The number of papers published in the world is on the rise. The number of papers published in China and Iran is higher than that in other countries and regions. However, the number of papers cited in the United States and Turkey is higher than that in other countries or regions. Islamic Azad University is the largest. The research topics focus on fuzzy sets, fuzzy logic, genetic algorithm and performance evaluation. The research hotspots before 2011 included expert system, neuro-fuzzy system, and pattern recognition. After 2011, the research hotspots became neural network, fuzzy sets, and machine learning.

CONCLUSIONS

Based on Bibliometric software, this paper systematically analyzes the research papers published in SCI-E and SSCI databases about fuzzy evaluation for performance evaluation, summarizes the trend of papers, the research situation of research institutions and regions, and research hotspots, etc.

We presented a comprehensive overview of the fuzzy evaluation in the performance research field based on the bibliometric analysis. This method is mainly based on published outputs and their citations.

1. This study has designed more than 100 research areas, and only the two fields of engineering and computer science are developing fastest. In the future, more attention should be paid to the cross-development of other areas.

2. There are needed to pay attention to international cooperation, especially organizations with a high volume of articles and high frequency of citations.

3. On the basis of attaching importance to basic research on “fuzzy logic”, there is needed to pay more attention to the development of “genetic algorithm” and “classification”.

To some extent, the hot spots and trends of this research are influenced by the key words, database and clustering algorithm.

There are still many areas to be improved in this study, especially in the citation network analysis, which will be further studied in order to provide better decision-making reference for relevant personnel in the field.

Acknowledgment

This work was supported by Qilu University of Technology (Shandong Academy of Sciences) science, education and industry integration pilot project (Integrated technology service cloud platform, No. 2020KJC-ZD16).

REFERENCES

1. G. Fan et al., “A hybrid fuzzy evaluation method for curtain grouting efficiency assessment based on an AHP method extended by D numbers”, *Expert Systems with Application*, 44, pp. 289–303, 2016,
2. E.J. Lusk, “Evaluating performance statistics used to monitor performance – a fuzzy approach”, *Fuzzy sets and systems*, 5(2), pp. 149–157, 1981.
3. S.J. Deutsch and C.J. Malmborg, “Evaluating organizational performance-measures using fuzzy subsets”, *European journal of operational research*, 22(2), pp. 234–242, 1985.
4. D.L. Mon, C.H. Cheng, and J.C. Lin, “Evaluating weapon system using fuzzy analytic hierarchy process-based on entropy weight”, *Fuzzy sets and systems*, 62 (2), pp. 127–134, 1994.
5. H. Ishibuchi, T. Nakashima, and T. Murata, “Performance evaluation of fuzzy classifier systems for multidimensional pattern classification problems”, *IEEE transactions on systems man and cybernetics part b-cybernetics*, 29(5), pp. 601–618, 1999.
6. S.H. Tsaur, T.Y. Chang, and C.H. Yen, “The evaluation of airline service quality by fuzzy MCDM”, *Tourism management*, 23(2), pp. 107–115, 2002.
7. C.T. Chen, C.T. Lin, and S.F. Huang, “A fuzzy approach for supplier evaluation and selection in supply chain management”, *International journal of production economics*, 102(2), pp. 289–301, 2006.
8. G. Kou, Y. Peng, and G.X. Wang, “Evaluation of clustering algorithms for financial risk analysis using MCDM methods”, *Information sciences*, 275, pp. 1–12, 2014.
9. Z. Turskis, V. Kersulienė, and I. Vinogradova, “A new fuzzy hybrid multi-criteria decision-making approach to solve personnel assessment problems. Case study: direct selection for estates and economy office”, *Economic computation and economic cybernetics studies and research*, 51(3), pp. 211–229, 2017.
10. M.L. Tseng, M.K. Lim, W.P. Wong, Y.C. Chen, and Y.Z. Zhan, “A framework for evaluating the performance of sustainable service supply chain management under uncertainty”, *International journal of production economics*, 195, pp. 359–372, 2018.
11. Laikuang Linab, Yimin Xiaab, and Dun Wuc, „A hybrid fuzzy multiple criteria decision-making approach for comprehensive performance evaluation of tunnel boring machine disc cutter”, *Computers&Industrial Engineering*, vol.149, 106793, 2020.
12. Y.L. Wang, L. Li, and K. Wang, “An online operating performance evaluation approach using probabilistic fuzzy theory for chemical processes with uncertainties”, *Computers&Chemical Engineering*, vol. 144, 107156, 2021.

13. Zhang Yanan and Zhang Ling, "Research on the Same Disciplinary Field's Academic Evaluation System in the Views of Scientometrics", *Agricultural Library and Information*, 30(11), pp. 57–61, 2018.
14. Qiu Junping, Duan Yufeng, Chen Jingquan, etc., "The retrospect and prospect on bibliometrics in China", *Studies in Science of Science*, 21(2), pp. 143–148, 2003.
15. W.T. Chiu and Y.S. Ho, "Bibliometric analysis of tsunami research", *Scientometrics*, 73, pp. 3–17, 2007.
16. Q. Ji, X. Pang, and X. Zhao, "A bibliometric analysis of research on Antarctica during 1993–2012", *Scientometrics*, 101, pp. 1925–1939, 2014.

Received 04.08.2021

INFORMATION ON THE ARTICLE

Junfeng Yu, ORCID: 0000-0003-0011-5206, PhD of National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Researcher of Information Research Institute of Shandong Academy of Sciences, Qilu University of Technology (Shandong Academic of Sciences) Jinan, China, yujf@sdas.org.

Zijiang Yang, ORCID: 0000-0001-6966-548X, Institute of Automation Shandong Academy of Sciences, Qilu University of Technology (Shandong Academic of Sciences), China, e-mail: yangzj@sdas.org

Jianping Guo, ORCID: 0000-0001-6012-1195, Research Assistant of Information Research Institute of Shandong Academy of Sciences, Qilu University of Technology (Shandong Academic of Sciences), China, e-mail: guojp@sdas.org

Larysa Globa, ORCID: 0000-0003-3231-3012, Professor of National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Ukraine, e-mail: lgloba@its.kpi.ua

АНАЛІЗ І ОГЛЯД НЕЧІТКОЇ ОЦІНКИ ДІЯЛЬНОСТІ / Ц. Юй, Ц. Ян, Ц. Го, Л. Глоба

Анотація. У сучасних умовах всебічний аналіз тенденцій розвитку людської діяльності в різних галузях і оцінювання їх ефективності дедалі більше потребують аналізу даних, нагромаджених у численних документах, що зберігаються в глобальній мережі. Аналіз засновано на річних звітах про напрями досліджень, часових тенденціях, ключових словах і має певні особливості: потребує не завжди точної числової інформації, порівняння якісних показників, отримання як якісних, так і кількісних характеристик, а також використання довідкової інформації для дослідників і осіб, які приймають рішення в суміжних галузях. У зв'язку з цим в останні роки нечітку оцінку, що ґрунтується на нечіткій математиці, дедалі частіше використовують у різноманітних видах оцінювання ефективності багатьох видів діяльності. Проведено бібліометричне дослідження на основі системи розширеного індексу наукового цитування (SCI-E) і нечітких критеріїв ефективності для вивчення тенденції розвитку та напрямів дослідження. Як об'єкт дослідження використано відповідні наукові статті з бази даних Web of Science, а тенденції досліджень проаналізовано за допомогою методу бібліометрії. Результати показують, що кількість статей, які публікуються в світі, збільшується. Статей, опублікованих в Китаї та Ірані, більше, ніж в інших країнах і регіонах світу. Утім кількість цитованих робіт в США і Туреччині більша, ніж в інших країнах або регіонах світу. Ісламський університет Азад опублікував найбільшу кількість статей у світі. Теми дослідження зосереджені на нечітких множинах, нечіткій логіці, генетичному алгоритмі та оцінці продуктивності. «Гарячими» напрямками досліджень до 2011 р. були експертні системи, нейронечіткі системи і розпізнавання образів, а після 2011 р. стали нейронні мережі, нечіткі множини і машинне навчання.

Ключові слова: інформаційно-комунікаційна мережа, система оброблення даних, онтологія, модель, аналіз, масштабування, клас, відношення.

АНАЛИЗ И ОБЗОР НЕЧЕТКОЙ ОЦЕНКИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ / Ц. Юй, Ц. Ян, Ц. Го, Л. Глоба

Аннотация. В современных условиях всесторонний анализ тенденций развития человеческой деятельности в различных сферах и их эффективности все больше требуют анализа данных, накопленных в многочисленных документах, хранящихся в глобальной сети. Анализ основан на годовых отчетах о направлениях исследований, временных тенденциях, ключевых словах, и имеет определенные особенности: требует не всегда точной числовой информации, сравнения качественных показателей, получения как качественных, так и количественных характеристик, а также использования справочной информации для исследователей и лиц, принимающих решения в смежных областях. В связи с этим в последние годы нечеткая оценка, основанная на нечеткой математике, все чаще используется во всех видах оценивания эффективности различных видов деятельности. Проведено библиометрическое исследование на основе системы расширенного индекса научного цитирования (SCI-E) и нечетких критериев эффективности для изучения тенденции развития и направлений исследования. В качестве объекта исследования использованы соответствующие научные статьи из базы данных Web of Science, а тенденции исследований проанализированы с помощью метода библиометрии. Результаты показывают, что количество статей, публикуемых в мире, увеличивается. Статей, опубликованных в Китае и Иране, больше, чем в других странах и регионах мира. В то же время, количество цитируемых работ в США и Турции, больше, чем в других странах или регионах мира. Исламский университет Азад опубликовал наибольшее количество статей в мире. Темы исследования сосредоточены на нечетких множествах, нечеткой логике, генетическом алгоритме и оценке производительности. «Горячими» направлениями исследований до 2011 г. были экспертные системы, нейронечеткие системы и распознавание образов, а после 2011 г. стали нейронные сети, нечеткие множества и машинное обучение.

Ключевые слова: информационно-коммуникационная сеть, система обработки данных, онтология, модель, анализ, масштабирование, класс, отношения.

**TECHNOLOGY PROGRESS IMPLEMENTATION BASED
ON A MODIFIED VERSION OF R.M. SOLOW ECONOMIC
GROWTH MODEL: WITH PRODUCTION S-CURVE
CONSISTING OF n -STEPS**

A.K. LOPATIN

Abstract. The comparative analysis of the neoclassical Solow's model and the modified Solow's model in the implementation of technological progress has shown undeniable advantages of the modified Solow's model. A modified version of the Solow's economic growth model, based on an n -step production function in the form of n S -shaped functions for the implementation of technological progress, ensures the growth of the economy on a sufficiently large time interval comparable to the duration of the life cycle of the economy under study. In this interval, referred to as the "technology gap", intensive output $y(t)$ can be carried out according to the following options: monotonic decrease (stable 1-cycle) of the considered model; oscillations (stable n -cycles, $n = 2, 4, 16, \dots$), "the economy marks time"; chaotic fluctuations. This result for the models of economic growth has not been described in the literature.

Keywords: modified Solow's model, technology gap, periodic cycles and chaos.

INTRODUCTION

In this work, we have obtained a further development of a modified version of the Solow economic growth model, based on an n -step production function in the form of n S -shaped functions for the implementation of technical progress, proposed in [1]. The substantiation of the dependence of macroeconomic dynamics on technological investment priorities in the form of S -shaped production functions has been considered in numerous works (see the review article [2] and the monograph [3]). In this work, we follow [4] and [5]. The development process of each technological paradigm, in general, is described by a logistic curve, which expresses the most general laws of the dynamics of progressive cyclic processes. At the beginning of the life cycle of each technological paradigm, significant costs for its development give insignificant results — the first flat section of the logistic curve corresponds to this period. Then, with the development and practical mastering of the corresponding technical and technological principles, small costs begin to bring a significant effect and the curve rises steeply. Further, as the technologies of this paradigm are approaching their technological limits, this technological paradigm again enters a gentle section of the curve, and no, even large-scale investments in its development are no longer able to bring a significant effect. At the disposal of the investor at any given time, there is a limited number of technologies that could potentially be supported by his investment resources. The meaning of overcoming the period of technological gap, which is repeated from time to time in each

branch of the economy, is to quickly and as little loss as possible change from one logistic curve to another, corresponding to a more progressive technological order. In this case, the correct choice of a substitute technology entirely depends on the correctness of estimates of the upper technological limits of several competing technologies designed to solve the same technical problem. There is a need for a transition to a new technological paradigm. This is one of the most difficult problems of technical and economic forecasting. A modified version of the Solow's economic growth model, based on an n -step production function in the form of n S -shaped functions for the implementation of technological progress, proposed in [1], gives an adequate mathematical apparatus for solving this problem. This work develops the results of work [1] in the following directions:

- comparative analysis of neoclassical Solow's model and the modified Solow's model in the implementation of technological progress;
- development of a constructive algorithm based on the apparatus of nonlinear discrete dynamical systems;
- development a modified model, generating periodic and chaotic cycles.

Solow's model

The founder of modern growth theory was R.M. Solow ([6], Nobel Prize Winner in Economics 1987). Until now, due to its combination of simplicity and richness, the Solow's model is considered as the basic model of economic growth in most economics textbooks. For modern post-Solow growth theories see the overview article [7].

Solow's model description

Here we follow [8]

Assumptions:

- closed economy, producing one good using both labor and capital;
- technological progress is given and the saving rate is exogenously determined;
- no government and fixed number of firms in the economy, each with the same production technology;
- output price is constant and factor prices (including wages) adjust to ensure full utilization of all available inputs.

Neoclassical production function:

Four variables considered:

- flow of output, Y ;
- stock of capital, K ;
- number of workers, L ;
- effective labor, LA .

Aggregate production function given by,

$$Y = F(K, AL) . \quad (1)$$

A and L enter multiplicatively, where AL is effective labor, and technological progress enters as labor augmenting or Harrod neutral.

Assumed characteristics of the model:

$$\frac{\partial F}{\partial K} > 0, \quad \frac{\partial F}{\partial AL} > 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial (AL)^2} < 0.$$

Constant returns to scale (CRS) in capital and effective labor:

$$F(\lambda K, \lambda AL) = \lambda F(K, AL). \quad (2)$$

Intensive-form production function: output per unit of effective labor, y , and capital per unit of effective labor, k , are related by setting $\lambda = \frac{1}{AL}$ in (2),

$$F\left(\frac{K}{AL}, 1\right) = \frac{1}{AL} F(K, AL).$$

Let $k = \frac{K}{AL}$, $y = \frac{Y}{AL}$ and $f(k) = F(k, 1)$. Equation (1) is then written as intensive-form production function

$$y = f(k), \quad f(0) = 0.$$

A MODIFIED VERSION OF SOLOW'S ECONOMIC GROWTH MODEL WITH n -STAGE S-LIKE PRODUCTION FUNCTION

The idea of using S -curves in the Solow's equation was first (as it seems to us) expressed in [9] using the example of Richards S -curves. The main result of this work as applied to the continuous Solow equation is reduced to the classification of trajectories, similarly to what has been done in the Solow's equation in [1].

A modified Solow's model description

Let there be some S -curve depending on the $p+2$ parameters, and the m parameter is responsible for the shift along the abscissa axis, the u parameter — along the ordinate axis:

$$S_{pf}(v_1, \dots, v_p, m, u).$$

Example. Verholst's S -curve

$$S_{pf}(k_t) = \frac{A}{1 + B \exp(-a(k_t - m))} + u, \quad (3)$$

here $k_t = \frac{K_t}{L_t}$, $A = 5$, $B = 0,5$, $a = 1$, $m = 4$, $u = 0$.

The new production function, which will be called the n -stage production function ($n = 1$), is given by formula:

$$Y = LS_{pf}\left(\frac{K}{L}\right). \quad (4)$$

Let $k = \frac{K}{L}$, $y = \frac{Y}{L}$ and $f(k) = S_{pf}(k)$. Equation (4) is then written as intensive-form production function

$$y = f(k).$$

It is assumed that the growth of working in economy is described by formula:

$$L_{t+1}(t) = (1 + n)L_t .$$

Economic growth determined by the behavior of the capital stock K :

$$K_{t+1} = s * L_t S_{pf} \left(\frac{K_t}{L_t} \right) + (1 - d)K_t . \tag{5}$$

Dividing both sides of equation (5) by L_t , after simple transformations we obtain the second s to eliminate

$$k_{t+1} = \frac{s}{1 + n} sf(k_t) + \frac{1 - d}{1 + n} k_t . \tag{6}$$

It is non-linear, first-order difference equation. Here $d = 0,2$ -depreciation rate, $s = 0,3$ -a fixed fraction of output, $0 < s < 1$, $t = 0,1,\dots,N$.

The equation (6) will be called the modified Solow’s model with 1-stage production function. The model with N stages production function was considered in [1] and with 2 stages production function is considered in section 4 of this article.

A modified Solow’s model characteristics

- All clauses of Assumption in subsection 2.1 are accepted.
- The production function can be both increasing and decreasing Growing production function (see Fig. 1 and 2).

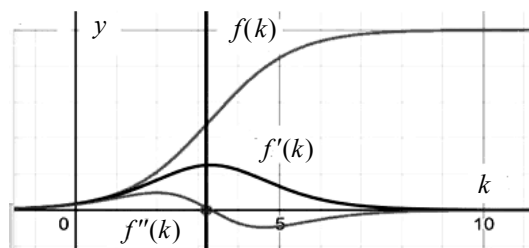


Fig. 1. Increasing production function $f(k)$

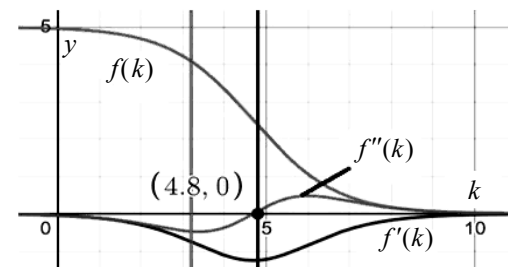


Fig. 2. Decreasing production function $f(k)$

- From three cases of equilibrium for phase trajectory we choose Case 1: Developed world (good equilibrium). The phase curve is located above the bisector and has one intersection point with it (a stable equilibrium position) [1].

- Production function (3) has more parameters than neoclassical production function.

- When changing the parameters m and u , the production function can be shifted to any point in the first quarter. The condition $f(0) = 0$ is not met.

- The need to use the theory of nonlinear dynamical systems to study the quantitative and qualitative characteristics of

solutions to the modified Solow model. For the neoclassical model, this device has not been used in full before.

• The S-shaped production function describes the life cycle of each technology: origin, leapfrogging, and gradual achievement of the stage of full maturity of a technological process or product. For the S-curve to be of practical value, it must predict impending technological change:

$$\begin{cases} f'(k) > 0, f''(k) > 0, & \text{if } x \geq \text{inflectionpoint}, \\ f'(k) > 0, f''(k) < 0, & \text{if } x < \text{inflectionpoint}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} f'(k) > 0, f''(k) > 0, & \text{if } x \geq \text{inflectionpoint}, \\ f'(k) > 0, f''(k) < 0, & \text{if } x < \text{inflectionpoint}. \end{cases}$$

A MODIFIED MODEL, GENERATING PERIODIC AND CHAOTIC CYCLES

A modified model construction algorithm

Consider two production functions shown in Fig. 3.

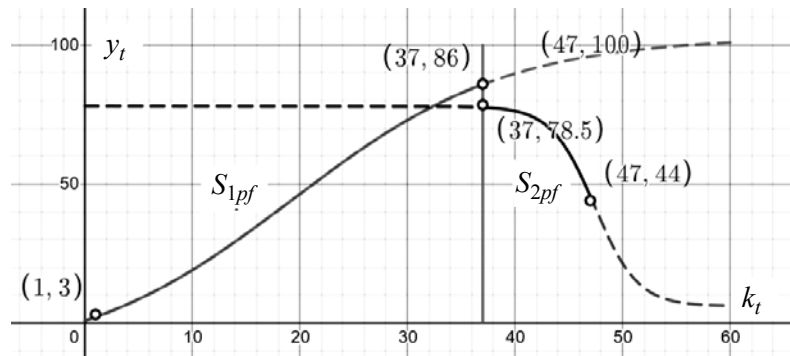


Fig. 3. Intensive production functions S_{1pf} and S_{2pf}

Here

$$S_{1pf}(k_t) = \frac{A}{1 + B_1 \exp(-a(k_t - m))} + u, \quad 0 \leq k_t < 37; \quad (7)$$

$$S_{2pf}(k_t) = \frac{A_5}{1 + B_5 \exp(-a_5(k_t - m_5))} + u_5, \quad 37 \leq k_t < 47 \quad (8)$$

in equations (7), (8) the parameters have the following values.

Summary of parameters used

A	B	a	m	u	A_5	B_5	a_5	m_5	u_5
117	6,9	0,1	0	-14,1	72	10	-0,5	52	10

The technique for finding the variables $k_t, 1, 2, \dots, N$ will be discussed below.

$$S_{1ph}(k_t) = \frac{s}{1+n} S_{1pf} - \frac{n+d}{1+n} k_t, \quad 0 \leq k_t < 37. \quad (9)$$

Here $d = 0,2$ -depreciation rate, $s = 0,3$ -investment share, $n = 0,004$ is a coefficient of the growth of person employed in economy:

$$L_{t+1}(t) = (1+n)L_t, \quad L_{t+N}(t) = L_0(1+n)^N, \quad L_0 = 33.$$

It is easy to see that the phase curve $S_{1ph}(k_t)$ (4) is a right-hand side of the modified Solow's equation

$$k_{t+1} = S_{1ph}(k_t).$$

In a similar way, we write down the equation for phase curve $S_{2ph}(k_t)$

$$S_{2ph}(k_t) = \frac{s}{1+n} S_{2pf} - \frac{n+d}{1+n} k_t \quad 37 \leq k_t < 47 \tag{10}$$

and corresponding modified Solow's equation

$$k_{t+1} = S_{2ph}(k_t)$$

and $S_{2ss}(k_t)$ which are used to find steady states:

$$S_{1ss}(k_t) = sS_{1fp}(k_t), S_{2ss}(k_t) = sS_{2fp}(k_t).$$

To find the steady state points of the variable k_t of the modified Solow equation (9), we construct a diagram.

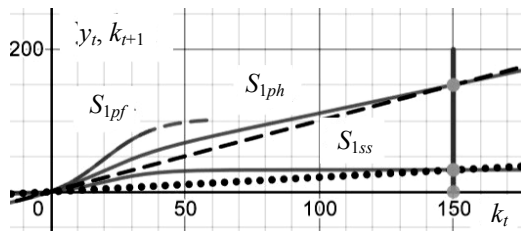


Fig. 4. Finding steady state points. Dotted line — bisector $y = k_t$; dotted line — linear function $y = (n + d)k_t$

The Fig. 4 shows that steady state point of $y = k_t$ lies outside where equation (9) is considered and should not be taken into account. To control the correctness of the construction, you need to make sure that the steady state points generated by the phase curve S_{1ph} and S_{1ss} coincide.

equation (10) is considered and should be taken into account. To control the correctness of the construction, you need to make sure that the steady state points generated by the phase curves S_{2ph} and S_{2ss} coincide.

Fig. 5 shows that steady state point of $y = k_t$ lies within where

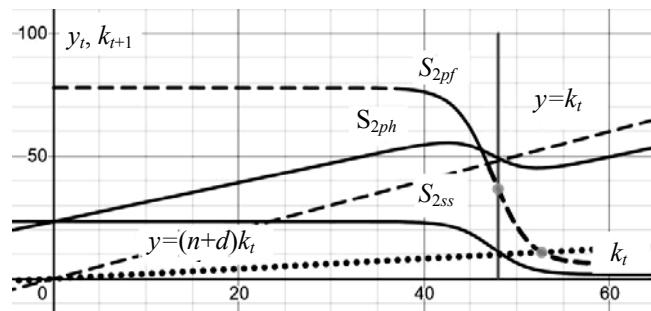


Fig. 5. Shows phase curves S_{2ph} and S_{2ss} coincide

Dynamics of the modified Solow equation

Let us introduce the 2-stage production function $S2(k_t)$ given by equation

$$S2(k_t) = \begin{cases} S_{1pf}(k_t), & \text{if } 0 \leq k_t < 37, \\ S_{2pf}(k_t), & \text{if } 37 \leq k_t \leq 47. \end{cases}$$

Output per worker $y(k_t)$ can be found from the relationship

$$y(k_t) = S2(k_t).$$

Let us introduce the 2-stage phase curve $S2(k_t)$ given by equation

$$G2(k_t) = \begin{cases} S_{1ph}(k_t), & \text{if } 0 \leq k_t < 37, \\ S_{2ph}(k_t), & \text{if } 37 \leq k_t \leq 47. \end{cases}$$

For the function $G2(k_t)$, we can write down the modified Solow equation

$$y(k_{t+1}) = G2(k_{t+1}) \tag{11}$$

This is a nonlinear discrete first order equation with piecewise continuous coefficients. The theory of first-order nonlinear discrete dynamical systems is well developed [10]. Numerical simulation is crucial in the investigation of nonlinear systems. Let us solve equation (11) and carry out a qualitative study of the equation. For this we use the E&F Chaos software package [11] (see Figs 6–12).

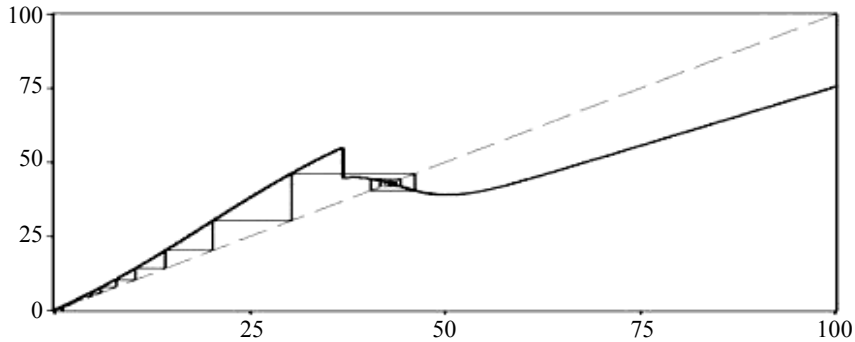


Fig. 6. The stable fixed point (stable 1-cycle) of equation of (11)

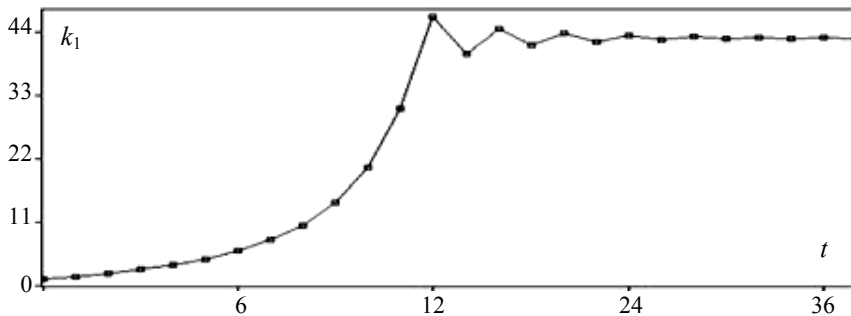


Fig. 7. The time series plots of stable 1-cycle of equation (11)

In fig. 8. As parameter a_5 increases from -1 to 0, one observes: each stable cycle goes through an infinite sequence of period-doublings.

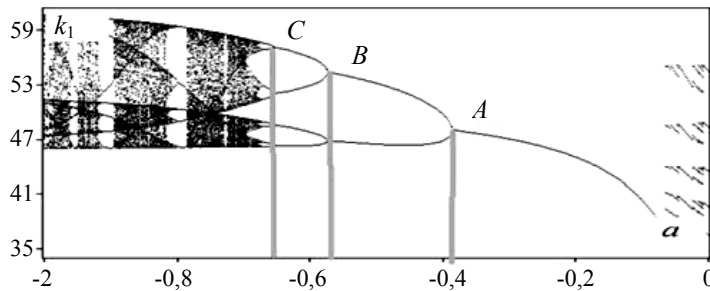


Fig. 8. Period doubling of flip bifurcation, with creation of a 2-cycle of (11)

For example, the stable fixed point gives rise to a stable 2-cycle just as the fixed point becomes unstable.

This stable 2-cycle gives rise to a stable 4-cycle just as the 2-cycle becomes unstable.

This stable 4-cycle gives rise to a stable 8-cycle just as the 4-cycle becomes unstable.

In general, any stable n -cycle gives rise to a family

$$2n - \text{cycle} \rightarrow 4n - \text{cycle} \rightarrow 8n - \text{cycle} \rightarrow 16n - \text{cycle}.$$

The amplitude of kn -cycle goes to zero when k goes infinity. Systems with two properties: bifurcation and period doubling, sensitive dependence to initial conditions or the largest Lyapunov exponent is positive are considered to be chaotic in a certain sense. These are termed as the routes to chaos.

In Fig. 9. The largest Lyapunov exponent is the average growth rate of an infinitesimal state perturbation along a typical trajectory (orbit). For periodic regimes the largest Lyapunov exponent is negative. This means that they are asymptotically stable by Lyapunov with respect to small changes in the initial conditions. For chaotic regimes the largest Lyapunov exponent is positive. This means that they are asymptotically unstable by Lyapunov with respect to small changes in the initial conditions (sensitive dependence to initial conditions).

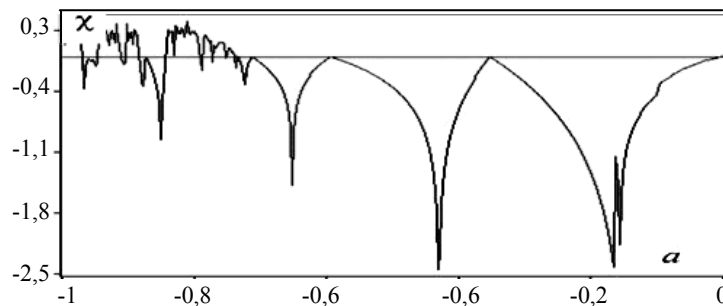


Fig. 9. The largest Lyapunov exponent a_5 increases from -1 to 0 for equation (11)

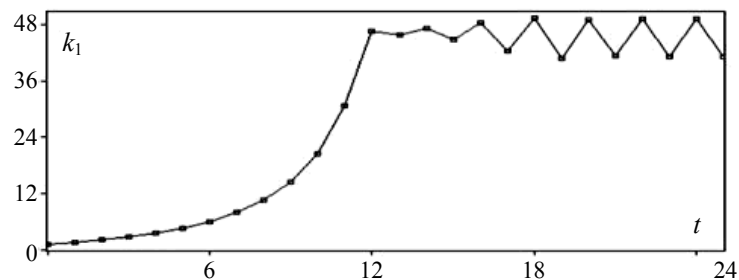


Fig. 10. Time series of stable 2-cycle at $a_5 = -0,5$ of (11)

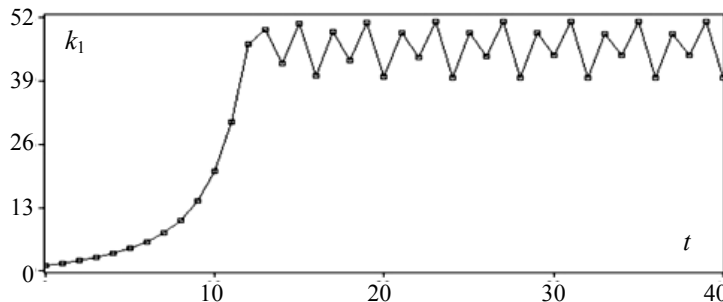


Fig. 11. Time series of stable 4-cycle at $a_5 = -0,6$ of (11)

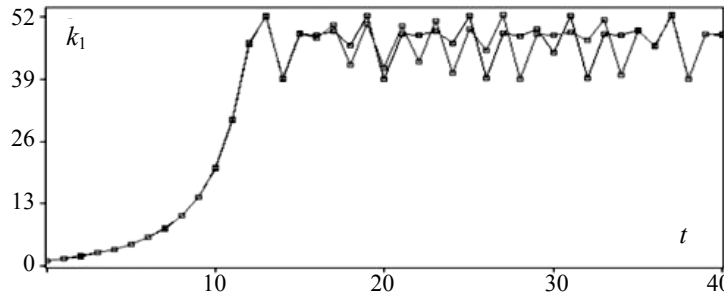


Fig. 12. Chaos: sensitive dependence on initial conditions at $a_5 = -0,85$ of (11)

The diagram shows two trajectories under different initial conditions: blue $k_0 = 1,1$ and red $k_0 = 1,11$ despite the small difference in the values of the initial conditions, the trajectories first coincide and then diverge — the effect of the sensitivity of the solutions to the initial conditions.

An example of a model based on real statistical data

The intervals at which the drop in production occurs, for example, BC, DE, FG (Fig. 13), will be called the “technological gap” intervals. The very effect of this behavior is a “technological gap”. This process is the result of a combination of economic, technological, socio-cultural, political and other events. The task of a healthy economy is to overcome this gap as quickly as possible and move to production growth.

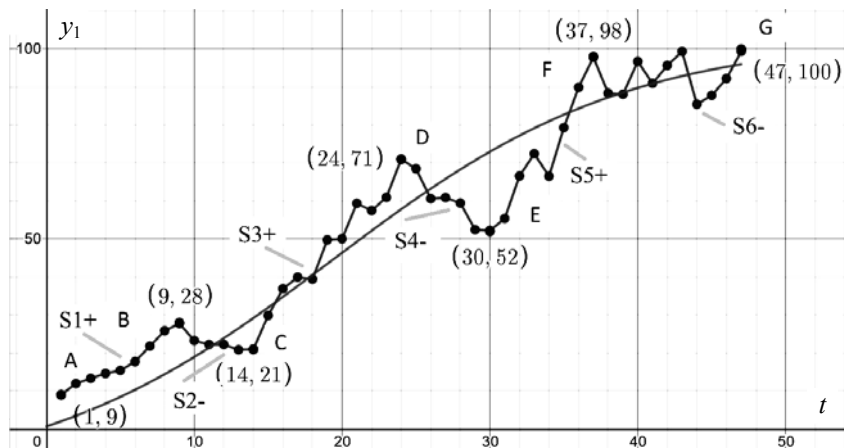


Fig. 13. GDP per person employed (current US \$) of Germany 1972–2018 by year numbers

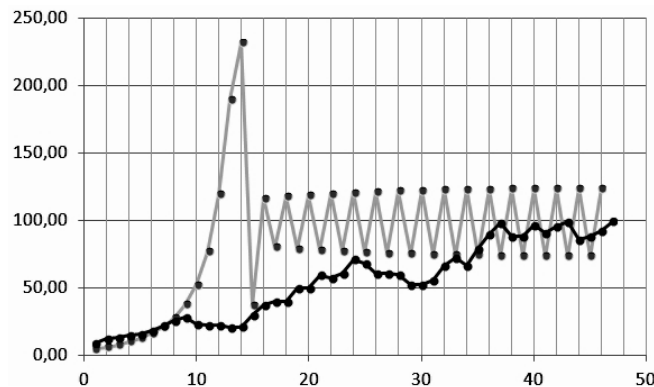


Fig. 14: Approximation of real data using the model in fig. 13

The figures above explain the mechanism of behavior during the transition from a growing S -shaped production function to a decreasing S -shaped production function at a certain interval of functioning of the economic system under study.

CONCLUSIONS

Comparative analysis of the neoclassical Solow model and the modified Solow model in the implementation of technological progress has shown undeniable advantages of the modified Solow model. The exogenously introduced S -shaped production function describes the life cycle of technology at every: origin, leapfrogging, and gradual achievement of the stage of full maturity of a technological process or product at every stage. A modified version of the Solow economic growth model, based on an n -step production function in the form of n S -shaped functions for the implementation of technological progress, ensures the growth of the economy by a sufficiently large time interval comparable to the duration of the life cycle of the economy under study.

The use of the theory of nonlinear dynamical systems to study solutions of the modified Solow model significantly improves their quantitative and qualitative characteristics. For the neoclassical model, this technique has not been used in full before.

A modified model, generating periodic and chaotic cycles for 2 S -shaped production functions, is created. It explains the mechanism of behavior during the transition from a growing S -shaped production function to a decreasing S -shaped production function at a certain interval of functioning of the economic system under study. In this interval, referred to as the “technology gap”, intensive output $y(t)$ can be carried out according to the following options (see Fig. 13, 14):

- Monotonic decrease (steady-state (stable 1-cycle) of the considered model.
- Oscillations (stable n -cycles, $n = 1, 2, 4, 16, \dots$), “the economy marks time”.
- Chaotic fluctuations. This result for the models of economic growth is fundamental and has not been described in the literature.

REFERENCES

1. Alexey Lopatin, “A Modified Version of Solow’s Economic Growth Model with Successive Using Composite S-Curves for Technological Progress Implementation”, *2020 IEEE 2nd International Conference on System Analysis Intelligent Computing (SAIC)*, 5-9 Oct. 2020, Kyiv, Ukraine, pp. 60–63. doi: 10.1109/SAIC51296.2020.9239116
2. Dmitry Kucharavy and Roland De Guio, “Application of S -shaped curves”, *TRIZ Future Conference 2007, Procedia Engineering*, 9, 2011, 559572.
3. V.K. Semenychev, A.A. Korobetskaya, and V.N. Kozhukhova, *Proposals of econometric tools for modeling and forecasting evolutionary processes: a monograph [in Russian]*. Samara: SAGMU, 2015, 384 p.
4. Yu.N. Startsev, *S-shaped development models and technological gaps [in Russian]*. Available: <https://cyberleninka.ru/article/n/s-obraznye-modeli-razvitiya-i-tehnologicheskie-razryvy>
5. R.M. Nizhegorodtsev, “Logistic modeling of economic dynamics [in rus.], part 1”, *Problemy upravleniya*, no. 1, pp. 46–53, 2004.
6. R.M. Solow, “A contribution to the theory of economic growth”, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 70 (1), pp. 65–94, 1956.
7. O.A. Zamulin and K.I. Sonin, “Economic Growth: Nobel Prize 2018 and Lessons for Russia”, *Voprosy Ekonomiki*, no. 1, pp. 11–36, 2019.

8. Pierre-Richard Agénor and Peter J. Montiel, *Development Macroeconomics*. Fourth Edition Princeton University Press, 2015, 792 p.
9. Leobardo Plata Perez and Eduardo Calderin, "A modified version of Solow- Ramsey model using Richard's growth function", *Economia internacional y desarrollo*, vol. 6, no. 1, pp. 65–70, 2009.
10. A. Medio and M. Lines, *Nonlinear dynamics, A primer*. Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
11. Cees Diks, Cars Hommes, Valentyn Panchenko, and Roy van der Weide, "E&F Chaos: A User Friendly Software Package for Nonlinear Economic Dynamics", *Comput Econ.*, 32, pp. 221–244, 2008. doi: 10.1007/s10614-008-9130-x.

Received 30.06.2021

INFORMATION ON THE ARTICLE

Alexey K. Lopatin, ORCID: 0000-0002-0832-3600, Educational and Scientific Complex "Institute for Applied System Analysis" of the National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Ukraine, e-mail: lopatinalexey142@gmail.com

РЕАЛІЗАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОГРЕСУ НА ОСНОВІ МОДИФІКОВАНОЇ ВЕРСІЇ МОДЕЛІ ЕКОНОМІЧНОГО ЗРОСТАННЯ Р.М. СОЛОУ: S-ПОДІБНА КРИВА ВИРОБНИЦТВА, ЩО СКЛАДАЄТЬСЯ З n -КРОКІВ / О.К. Лопатін

Анотація. Порівняльний аналіз неокласичної моделі Р. Солоу і її модифікованої версії в реалізації технологічного прогресу показав незаперечні переваги модифікованої моделі Солоу. Модифікована версія моделі економічного зростання Р. Солоу, що заснована на n -ступінчастій виробничій функції у вигляді n S-подібних функцій для реалізації технічного прогресу, забезпечує зростання економіки на достатньо великому часовому інтервалі, порівнянному з тривалістю життєвого циклу досліджуваної економіки. В інтервалі, званому «технологічним розривом», інтенсивний випуск $y(t)$ може здійснюватися у відповідності з наступними варіантами: монотонне зниження продуктивності (стабільний 1-цикл) розглянутої моделі; коливання (стійкі n -цикли, $n = 2, 4, 16, \dots$), «економіка тупцює на місці»; хаотичні коливання. Перераховані результати для моделей економічного зростання в літературі не описані.

Ключові слова: модифікована модель Р. Солоу, технологічний розрив, періодичні цикли і хаос.

РЕАЛИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОГРЕССА НА ОСНОВЕ МОДИФИЦИРОВАННОЙ ВЕРСИИ МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА Р.М. СОЛОУ: S-ОБРАЗНАЯ КРИВАЯ ПРОИЗВОДСТВА, СОСТОЯЩАЯ ИЗ n -ШАГОВ / А.К. Лопатин

Аннотация. Сравнительный анализ неоклассической модели Р. Солоу и ее модифицированной версии в реализации технологического прогресса показал неоспоримые преимущества модифицированной модели Солоу. Модифицированная версия модели экономического роста Р. Солоу, основанная на n -ступенчатой производственной функции в виде n S-образных функций для реализации технического прогресса, обеспечивает рост экономики на достаточно большом временном интервале, сопоставимом с продолжительностью жизненного цикла исследуемой экономики. В интервале, называемом «технологическим разрывом», интенсивный выпуск $y(t)$ может осуществляться в соответствии со следующими вариантами: монотонное снижение производительности (стабильный 1-цикл) рассматриваемой модели; колебания (устойчивые n -циклы, $n = 2, 4, 16, \dots$), «экономика топчется на месте»; хаотические колебания. Перечисленные результаты для моделей экономического роста в литературе не описаны.

Ключевые слова: модифицированная модель Р. Солоу, технологический разрыв, периодические циклы и хаос.

УДК 004.8:004.032.26
DOI: 10.20535/SRIT.2308-8893.2021.3.09

ПРАВДОПОДІБНА НЕЧІТКА КЛАСТЕРИЗАЦІЯ ДАНИХ НА ОСНОВІ ЕВОЛЮЦІЙНОГО МЕТОДУ БОЖЕВІЛЬНИХ КОТІВ

Є.В. БОДЯНСЬКИЙ, А.Ю. ШАФРОНЕНКО, І.П. ПЛИСС

Анотація. Розглянуто задачу нечіткої кластеризації великих масивів, що подаються на опрацювання як у пакетному, так і в онлайн режимах на основі правдоподібного підходу. Для відшукування глобального екстремуму цільової функції правдоподібної нечіткої кластеризації введено модифікацію роївого алгоритму зграй божевільних котів, яка об'єднує в собі переваги еволюційних алгоритмів та глобального випадкового пошуку. Показано, що різні режими пошуку породжуються уніфікованою математичною процедурою, окремими випадками якої є відомі алгоритми як локальної, так і глобальної оптимізації. Запропонований підхід є досить простим в обчислювальній реалізації і характеризується високою швидкістю та надійністю у задачах багатоекстремальної нечіткої кластеризації.

Ключові слова: нечітка кластеризація, теорія правдоподібності, еволюційні методи оптимізації, правдоподібна нечітка кластеризація, центроїди-прототипи, котяча зграя, режим трасування, режим пошуку, рівень належності.

ВСТУП

Задача кластеризації є важливою частиною Data Mining, основною відмінністю якої є те, що в її основу покладено парадигму самонавчання, тобто відсутність заздалегідь розміченої навчальної вибірки [1,2]. У межах цієї задачі сформувалася множина підходів для її розв'язання, проте з практичного погляду найбільш ефективними є методи нечіткої кластеризації, в основі яких лежить припущення, що формуються класи-кластери, які взаємно перетинаються, тобто одне і те ж спостереження (вектор або матриця) можуть одночасно належати до декількох класів.

У межах нечіткої кластеризації склалися два основні напрями: імовірнісні та можливісні методи [3, 4], які підтвердили свою ефективність розв'язання множини реальних задач, проте не позбавлені і низки недоліків. Це передусім чутливість імовірнісних алгоритмів до наявності викривлених збуреннями та викидами спостережень (алгоритми не мають робастних властивостей), проблема збіжності в можливісній кластеризації, обчислювальні проблеми під час роботи з даними високої розмірності [4, 5], багатоекстремальність цільових функцій [6–9], яка спричиняє зупинку процесу кластеризації в локальних екстремумах. Деякі з цих проблем можуть бути вирішені за допомогою правдоподібної нечіткої кластеризації [10, 11], основу якої

становить теорія довіри [12], однак проблема багатоекстремальності все одно залишається. Для подолання цієї проблеми використання алгоритмів генетичного пошуку та методу нечітких J-середніх [9], що є за суттю локальним евристичним пошуком, у загальному випадку не гарантує відшукування глобального екстремуму. У цій ситуації перспективним видається використання так званого ройового інтелекту [13] і алгоритмів оптимізації на основі роїв частинок [14], серед яких вельми ефективними показали себе оптимізаційні методи котячих зграй [15–19] та їх різні модифікації [20, 22]. Пришвидшити процес пошуку можна, використовуючи більш просунуті версії котячих методів оптимізації, такі як оптимізаційні методи божевільних котів (crazy cats) [23, 24] у поєднанні з математичним апаратом випадкового глобального пошуку [25, 26]. Цікавим є також поєднання ідей теорії правдоподібності з методами глобальної оптимізації на основі еволюційного алгоритму божевільних котів для розв’язання широкого класу задач нечіткої кластеризації.

ЗМІСТОВНА ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Вихідною інформацією для розв’язання задачі кластеризації є вибірка, що містить N n -вимірних векторів спостережень $X = \{x_1, \dots, x_k, \dots, x_N\}$, яка повинна бути розбита на m взаємно перетинних класів-кластерів. У процесі кластеризації мають бути знайдені центроїди-прототиби цих кластерів w_q , $q = 1, 2, \dots, m$; рівні належності кожного спостереження x_k до кожного кластера $Cl_q - U_q(k)$ і оцінювання правдоподібності $Cr_q(k)$ того, що x_k дійсно належить до Cl_q . При цьому важливо відзначити, що у загальному випадку $U_q(k) \neq Cr_q(k)$.

ПРАВДОПОДІБНА НЕЧІТКА КЛАСТЕРИЗАЦІЯ ІЗ ФУНКЦІЯМИ НАЛЕЖНОСТІ СПЕЦІАЛЬНОГО ТИПУ

Математично завдання правдоподібної нечіткої кластеризації пов’язане з мінімізацією цільової функції

$$E(Cr_q(k), w_q) = \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^m Cr_q^\beta(k) D^2(x(k), w_q) \quad (1)$$

за обмежень

$$\begin{cases} 0 \leq Cr_q(k) \leq 1 \quad \forall q, k, \\ \sup Cr_q(k) \geq 0,5 \quad \forall k, \\ Cr_q(k) + \sup Cr_l(k) = 1, \quad l = 1, 2, \dots, m; \quad l \neq q \end{cases}$$

для всіх q і k , у яких $Cr_q(k) \geq 0,5$. Тут $\beta > 1$ — фазифікатор,

$D^2(x_k, w_q) = \|x_k - w_q\|^2$ — звичайна евклідова відстань.

Треба зазначити, що цільова функція (1) майже збігається із цільовою функцією імовірнісної нечіткої кластеризації [4] з тією різницею, що в ній замість рівнів належності $U_q(k)$ використовуються рівні довіри $Cr_q(k)$, що дозволяє відмовитись від імовірнісних обмежень вигляду

$$\sum_{q=1}^m U_q(k) = 1.$$

Зазначимо також, що за умови $\beta = 2$ (1) є близькою до цільової функції популярного методу нечітких c -середніх (FCM) Дж. Бездека [3].

Для оцінювання рівнів належності в правдоподібному підході використовується функція належності вигляду

$$U_q(k) = \phi_q(D(x_k, w_q)),$$

яка є за суттю мірою подібності, що використовує оцінку відстані $D(x_k, w_q)$.

У працях [10, 11] як таку функцію запропоновано використовувати вираз

$$U_q(k) = \frac{1}{1 + D^2(x_k, w_q)}, \quad (2)$$

який є дзвонуватою функцією щільності розподілу Коші з одиничним параметром ширини. Можна показати, що використання оцінок імовірнісної нечіткої належності

$$\begin{aligned} U_q(k) &= \frac{(D^2(x_k, w_q))^{-\frac{1}{1-\beta}}}{\sum_{l=1}^m (D^2(x_k, w_l))^{-\frac{1}{1-\beta}}} = \frac{(D^2(x_k, w_q))^{-\frac{1}{1-\beta}}}{(D^2(x_k, w_q))^{-\frac{1}{1-\beta}} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq q}}^m (D^2(x_k, w_l))^{-\frac{1}{1-\beta}}} = \\ &= \frac{1}{1 + \frac{\sum_{\substack{l=1 \\ l \neq q}}^m (D^2(x_k, w_l))^{-\frac{1}{1-\beta}}}{(D^2(x_k, w_q))^{-\frac{1}{1-\beta}}}} \end{aligned}$$

для $\beta = 2$ дозволяє отримати розподіл Коші

$$U_q(k) = \frac{1}{1 + \frac{\|x_k - w_q\|^2}{\sigma_q^2}}$$

з параметром ширини

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{\sum_{\substack{l=1 \\ l \neq q}}^m \|x_k - w_l\|^{-2}}, \quad (3)$$

що є узагальненням (2) і збігається з ним за умови $\sigma_q^2 = 1$. Таким чином, рівні належності в правдоподібному підході збігаються з імовірнісними рівнями належності, які використовуються у FCM.

Таким чином, модифікований варіант процедури правдоподібної кластеризації може бути записаний у вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_q(k) = \frac{1}{1 + \frac{\|x_k - w_q\|^2}{\sigma_q^2}}, \\ U_q^*(k) = \frac{U_q(k)}{\sup U_l(k)}, \\ Cr_q(k) = \frac{1}{2} \left(U_q(k) + 1 - \sup_{l \neq q} U_l^*(k) \right), \\ w_q = \frac{\sum_{k=1}^N (Cr_q(k))^\beta x_k}{\sum_{k=1}^N (Cr_q(k))^\beta}, \end{array} \right. \quad (4)$$

де σ_q^2 визначається виразом (3).

Якщо ж дані надходять на оброблення послідовно в онлайн режимі, можна скористатися адаптивним правдоподібним методом кластеризації у вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_q^2(k+1) = \frac{1}{\sum_{\substack{l=1 \\ l \neq q}}^m \|x_{k+1} - w_l(k)\|^{-2}}, \\ U_q(k+1) = \frac{1}{1 + \frac{\|x_{k+1} - w_q(k)\|^2}{\sigma_q^2(k+1)}}, \\ U_q^*(k+1) = \frac{U_q(k+1)}{\sup U_l(k+1)}, \\ Cr_q(k+1) = \frac{1}{2} \left(U_q^*(k+1) + 1 - \sup_{l \neq q} U_l^*(k+1) \right), \\ w_q(k+1) = w_q(k) + \eta(k+1) Cr_q^\beta(k+1) (x_{k+1} - w_q(k)), \end{array} \right. \quad (5)$$

де $\eta(k+1)$ — параметр кроку навчання.

Тут необхідно відзначити, що процедура (4) є результатом пакетної оптимізації цільової функції (1), а (5) — градієнтним алгоритмом пошуку екстремуму цієї ж функції, тобто гарантується відшукання тільки локального екстремуму. Водночас у працях [6, 7] показано, що задачу умовної оптимізації цільової функції ймовірнісної нечіткої кластеризації можна подати у вигляді задачі безумовної оптимізації функції

$$E(w_q) = \sum_{k=1}^N \left(\sum_{q=1}^m \|x_k - w_q\|^{2(1-\beta)} \right)^{1-\beta}$$

або за умови $\beta = 2$:

$$E(w_q) = \sum_{k=1}^N \left(\sum_{q=1}^m \|x_k - w_q\|^{-2} \right)^{-1},$$

що має множину локальних екстремумів. Тому можна говорити про відшукування лише одного з них, найближчого до початкової точки пошуку. Саме таким екстремумом є ройові алгоритми оптимізації, які повинні бути відповідним чином адаптовані до розглянутої задачі і відповідати вимогам високої швидкодії.

АЛГОРИТМ ГЛОБАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ БОЖЕВІЛЬНОЇ КОТЯЧОЇ ЗГРАЇ В ЗАДАЧІ НЕЧІТКОЇ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ

Для пошуку глобального екстремуму цільової функції нечіткої кластеризації пропонується використовувати модифікований метод оптимізації божевільної котячої зграї, синтезований на основі оптимізаційного підходу котячої зграї [16–24] і методів глобального випадкового пошуку [25, 26].

Ідея оптимізації на основі еволюційного алгоритму котячої зграї полягає в тому, що формується група-зграя котів, кожен з яких рухається у напрямку або локального, або глобального екстремуму прийнятої цільової функції $E(w_q)$. При цьому ця зграя складається з Q особин cat_p , $p = 1, 2, \dots, Q$, кожна з яких може перебувати в одному з двох можливих станів: режим пошуку (SM) локальних екстремумів і режим погоні (TM), що ставить собі за мету відшукування глобального екстремуму; SM, як правило, реалізується на основі градієнтного пошуку з малим параметром навчання і таким чином сканує локальний окіл кожного з котів, що міститься в цьому режимі, TM характеризується випадковими стрибками з великою амплітудою і ставить собі за мету «витягти» kota cat_p з локального екстремуму в разі його потрапляння туди.

У загальному випадку стандартному алгоритму котячої зграї можна надати вигляду послідовності ітерацій [15, 16]:

CS1: випадковим чином створюється зграя з Q котів cat_p , кожен з яких є за суттю n -вимірним вектором $w_p(0)$ в області визначення функції, що оптимізується, та оцінюється значення функції в цій точці $E(w_p(0))$.

CS2: вводиться параметр стану SPC, що набуває значення 0 або 1, за допомогою якого вихідна зграя розбивається випадковим чином на дві групи: якщо $SPC = 1$, то кіт перебуває в режимі пошуку, якщо ж $SPC = 0$, то відповідний кіт перебуває в режимі погоні.

CS3: коти з $SPC = 1$ починають пошук локального екстремуму, а коти з $SPC = 0$ запускаються в режим погоні.

CS4: оцінюються значення цільової функції для всіх котів і зберігаються всі $w_p(1)$ з найменшими значеннями цієї функції, коти з найбільшим значенням $E(w_p(1))$ можуть бути видалені зі зграї.

CS5: повернення до CS1 з новими значеннями, тобто починається новий етап з оновленою популяцією.

У загальному випадку обидва режими SM і TM реалізуються паралельно, при цьому SM фактично базується на основі покоординатного спуску, тобто в кожен конкретний момент часу може змінюватися тільки одна координата n -вимірного простору пошуку, що природно знижує швидкодію процедури. У режимі погоні швидкості руху по кожній координаті також оцінюються незалежно одна від одної, що знову-таки знижує швидкодію.

Для подолання цих недоліків у праці [21] був запропонований рандомізований алгоритм оптимізації на основі котячих зграй, що забезпечує підвищену швидкодію порівняно з відомою процедурою-прототипом. При цьому рух kota в режимі пошуку можна описати за допомогою рекурентної процедури

$$w_p(\tau + 1) = w_p(\tau) - \eta_{SM} \hat{\nabla} E(w_p(\tau)),$$

де $\hat{\nabla} E(w_p(\tau))$ — оцінка градієнта функції, що оптимізується в точці $w_p(\tau)$, одержувана або на основі пошуку з центральною пробою [25], або на основі випадкових проб (статистичний градієнт [26]); η_{SM} — малий крок пошуку в просторі R^n .

Рух kota в режимі погоні описується алгоритмом, що є гібридом популярного методу оптимізації важкої кульки і випадкового пошуку [22]:

$$w_p(\tau + 1) = w_p(\tau) - \alpha(w_p(\tau) - w_p(\tau - 1)) - \eta_{TM} \hat{\nabla} E(w_p(\tau)) + \Xi(\tau), \quad (6)$$

де $0 < \alpha < 1$ — параметр інерції режиму погоні; $\Xi(\tau)$ — випадкове збурення, що вводить додаткове сканування простору пошуку.

У працях [23, 27] для поліпшення процесу пошуку глобального екстремуму в режимі погоні в алгоритм руху кожного kota додатково був уведений «фактор божевільності», який описується набором випадкових параметрів і дозволяє здійснювати раптові стрибки, що змінюють траєкторію руху шляхом варіювання характеристик сигналу збурення $\Xi(\tau)$.

Для керування сигналом $\Xi(\tau)$ доцільно скористатися ідеєю блукаючого глобального пошуку [26], який довів свою ефективність розв'язання багатоекстремальних задач.

При цьому характеристики випадкового збурення Л. Растрингін [25, 26] запропонував змінювати відповідно до виразу

$$\Xi(\tau) = \gamma \Xi(\tau - 1) - \delta(E(w_p(\tau)) - E(w_p(\tau - 1))) + \sigma^2 H(k), \quad (7)$$

де γ — параметр коригування характеристик збурення; $0 \leq \delta \leq 1$ — параметр швидкості самонавчання типу параметра інерції α у праці (6); σ^2 — дисперсія білого шуму $H(\tau)$.

Таким чином, весь процес оптимізації за допомогою підходу божевільних котів можна описати за допомогою рекурентних співвідношень (6), (7), при цьому, якщо $\alpha = \gamma = \delta = 0$, режим погоні автоматично переходить у режим пошуку (рух по антиградієнту).

РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Щоб перевірити ефективність та оцінити працездатність і спроможність якісно кластеризувати великі обсяги даних розробленого методу, а також довести його перевагу над аналогами, проведено експериментальне дослідження за допомогою чотирьох різних навчальних вибірок, а саме: Іриси Фішера, Cancer, Вина та Glass [5] (табл. 1), параметричні характеристики яких наведено в табл. 2.

Таблиця 1. Характеристики навчальних вибірок

Навчальна вибірка	Кількість кластерів	Кількість атрибутів	Кількість спостережень
Іриси Фішера	3	4	150
Cancer	2	9	683
Вина	3	13	178
Glass	6	8	214

Таблиця 2. Порівняльні результати показників ефективності таких алгоритмів, як PSO, CSO

Навчальна вибірка	MSE	PSO	CSO	Правдоподібна нечітка кластеризація даних на основі еволюційного методу божевільних котів
Іриси Фішера	Найкраще	$4 \cdot 10^{-7}$	$9 \cdot 10^{-10}$	$8,4 \cdot 10^{-11}$
	Середнє	$7 \cdot 10^{-6}$	$7,3 \cdot 10^{-9}$	$5,2 \cdot 10^{-10}$
	Найгірше	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$9,3 \cdot 10^{-9}$	$9,6 \cdot 10^{-10}$
Cancer	Найкраще	$1,3 \cdot 10^{-7}$	$8 \cdot 10^{-10}$	$8,5 \cdot 10^{-11}$
	Середнє	$7 \cdot 10^{-6}$	$4,4 \cdot 10^{-9}$	$7,6 \cdot 10^{-11}$
	Найгірше	$2,02 \cdot 10^{-5}$	$6,8 \cdot 10^{-9}$	$7,8 \cdot 10^{-10}$
Вина	Найкраще	$1,4 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{-10}$	$9,5 \cdot 10^{-11}$
	Середнє	$5 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-9}$	$6,6 \cdot 10^{-11}$
	Найгірше	$2 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-9}$	$6,8 \cdot 10^{-10}$
Glass	Найкраще	$2,5 \cdot 10^{-7}$	$7,9 \cdot 10^{-10}$	$8,7 \cdot 10^{-11}$
	Середнє	$6,9 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-9}$	$7,7 \cdot 10^{-11}$
	Найгірше	$3 \cdot 10^{-5}$	$5,9 \cdot 10^{-9}$	$7,7 \cdot 10^{-10}$

Аналізуючи та оцінюючи отримані результати експериментальних досліджень, можна зробити висновки, що запропонований метод правдоподібної нечіткої кластеризації даних на основі еволюційного методу божевіль-

них котів забезпечує достатньо якісні результати кластеризації, що підтверджується експериментально.

ВИСНОВКИ

Запропоновано підхід до розв'язання багатоекстремальної задачі правдоподібної нечіткої кластеризації на основі модифікованої оптимізаційної процедури божевільних котів. Особливістю запропонованої модифікованої процедури оптимізації є можливість керування випадковими збуреннями, що визначають властивості режиму трасування (стеження) котячої зграї. Відзначено, що і режим пошуку, і режим погоні формально можна описати в межах єдиної процедури з різними параметрами алгоритму оптимізації, синтезованого на основі випадкової зграї божевільних котів у поєднанні з випадковим глобальним пошуком.

Запропонований підхід є простим в обчислювальній реалізації і забезпечує високу швидкодію розв'язання задач нечіткої кластеризації.

ЛІТЕРАТУРА

1. R. Xu and D.C. Wunsch, *Clustering*. Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons, Inc., 2009.
2. C.C. Aggarwal, *Data Mining: Text Book*. Springer, 2015.
3. J.C. Bezdek, *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. N.Y.: Plenum Press, 1981.
4. F. Höppner, F. Klawonn, R. Kruse, and T. Runkler, *Fuzzy Clustering Analysis: Methods for Classification, Data Analysis and Image Recognition*. Chichester: John Wiley & Sons, 1999.
5. *UCI Machine Learning Repository, Data Sets*. Available at: <https://archive.ics.uci.edu/>
6. R.J. Hathaway and J.C. Bezdek, "Optimization of clustering criteria by reformulation", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 3, pp. 241–245, 1995.
7. N.R. Pal, J.C. Bezdek, and R.J. Hathaway, "Sequential Competitive Learning and the Fuzzy C-Means Clustering Algorithms", *Neural Networks*, vol. 9, no. 5, pp. 787–796, 1996.
8. P. Hansen and N. Mladenović, "J-Means: A new local search heuristic for minimum sum-of-squares clustering", *Pattern Recognition*, vol. 34, pp. 405–413, 2001.
9. N. Belacel, P. Hansen, and N. Mladenović, "Fuzzy J-Means: A new heuristic for fuzzy clustering", *J. Pattern Recognition*, vol. 35, pp. 2193–2200, 2002.
10. J. Zhou, Q. Wang, C.-C. Hung, and X. Yi, "Credibilistic clustering: the model and algorithms", *Int.J. of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, vol. 23, no. 4, pp. 545–564, 2015.
11. J. Zhou, Q. Wang, C.-C. Hung, "Credibilistic clustering algorithms via alternating cluster estimation", *J. Intell. Manuf.*, vol. 28, pp. 727–738, 2017.
12. B. Liu and Y. Liu, "Expected value of fuzzy variable and fuzzy expected value models", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 10, no. 4, pp. 445–450, 2002.
13. C. Grosan, A. Abraham, and M. Chis, "Swarm intelligence in data mining", *Swarm Intelligence and Data Mining*. Springer, Germany, 2006.
14. J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization", *Proc. IEEE Int. Conf. on Neural Networks*, vol. 4, pp. 1942–1948, 1995.
15. S.C. Chu, P.W. Tsai, and J.S. Pan, "Cat swarm optimization", *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, vol. 4099, pp. 854–858. Berlin Heidelberg, Springer-Verlag, 2006.

16. S.C. Chu and P.W. Tsai, “Computational Intelligence based on the behavior of cats”, *Int. J. of Innovative Computing, Information, and Control*, vol. 3, no. 1, pp. 163–173, 2007.
17. G. Panda, P.M. Pradhan, and B. Majhi, “Direct and inverse modeling of plants using cat swarm optimization”, *Handbook of Swarm Intelligence, ALO 8*; eds. B.K. Panigrahi, Y. Shi, M.H. Zim. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2011, pp. 469–485.
18. M. Orouskhani, Y. Orouskhani, and M. Teshnehlab, “Average-inertia weighted cat swarm optimization”, *Lecture Notes in Computing Science*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2011, pp. 321–328.
19. M. Orouskhani, Y. Orouskhani, M. Mansouri, and M. Teshnehlab, “A novel cat swarm optimization algorithm for unconstrained optimization problems”, *Int. J. Information Technology and Computer Science*, vol. 11, pp. 32–41, 2013.
20. Y. Zhang and Y. Tian, “An improved cat swarm optimization algorithm and application research”, *Proc. 7th Int. Conf. on Advanced Computational Intelligence*, Mount Wuyi, Fujian, China 2015, pp. 207–211.
21. A.Yu. Shafronenko, Ye.V. Bodyanskiy, and I.P. Pliss, “The Fast Modification of Evolutionary Bioinspired Cat Swarm Optimization Method”, *Proc. 2019 IEEE 8th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers (CAOL), 2019, Sozopol, Bulgaria*, pp. 548–552. doi: 10.1109 /CAOL46282. 2019.9019583.
22. A. Shafronenko and Ye. Bodyanskiy, “Adaptive fuzzy clustering approach based on evolutionary cat swarm optimization”, *Proc. Third International Workshop on Computer Modeling and Intelligent Systems — CMIS, 2020, Zaporizhzhia, Ukraine*, pp. 832–842.
23. S.K. Saha, R. Kar, D. Mandal, and S.P. Ghoshal, “IIR filter design with craziness based particle swarm optimization technique”, *World Academy of Science, Engineering and Technology*, pp.1628–1635, 2011.
24. A. Sarangi, S.K. Sarangi, M. Mukherjee, and S.P. Panigrahi, “System identification by crazy-cat swarm optimization”, *Proc. Int. Conf. on Microwave, Optical and Communication Engineering, Bhubaneswar, India- 2015*, pp. 439–442.
25. L.A. Rastrigin, *Statistical search methods* [in rus.]. Moscow: Science, 1968.
26. L.A. Rastrigin, *Extreme Control Systems* [in rus.]. Moscow: Science, 1974.
27. Jian Zhou and Chih-Cheng Hung, *A Generalized Approach to Possibilistic Clustering Algorithms*. Faculty Publications, 2007.
28. F.W. Young and R.M. Hamer, *Theory and Applications of Multidimensional Scaling-Hillsdale*. N.J.: Erlbaum, 1994.
29. A. Shafronenko, Ye. Bodyanskiy, I. Klymova, and O. Holovin, “Online credibilistic fuzzy clustering of data using membership functions of special type”, *Proceedings of The Third International Workshop on Computer Modeling and Intelligent Systems (CMIS-2020)*, April 27–1 May 2020, Zaporizhzhia, pp. 744–753.

Надійшла 01.07.2021

INFORMATION ON THE ARTICLE

Yevgeniy V. Bodyanskiy, ORCID: 0000-0001-5418-2143, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine, e-mail: yevgeniy.bodyanskiy@nure.ua

Alina Yu. Shafronenko, ORCID: 0000-0002-8040-0279, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine, e-mail: alina.shafronenko@nure.ua

Iryna P. Pliss, ORCID: 0000-0001-7918-7362, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine, e-mail: iryna.pliss@nure.ua

ПРАВДОПОБНАЯ НЕЧЕТКАЯ КЛАСТЕРИЗАЦИЯ ДАННЫХ НА ОСНОВЕ ЭВОЛЮЦИОННОГО МЕТОДА БЕЗУМНЫХ КОТОВ / Е.В. Бодянский, А.Ю. Шафроненко, И.П. Плисс

Аннотация. Рассмотрена задача нечеткой кластеризации больших массивов, которые подаются на обработку как в пакетном, так и онлайн режимах на основе правдоподобного подхода. Для отыскания глобального экстремума целевой функции правдоподобной нечеткой кластеризации введена модификация роевого алгоритма стай безумных котов, которая объединяет в себе преимущества эволюционных алгоритмов и глобального случайного поиска. Показано, что различные режимы поиска порождаются унифицированной математической процедурой, частными случаями которой являются известные алгоритмы как локальной, так и глобальной оптимизации. Предложенный подход является достаточно простым в вычислительной реализации и характеризуется высоким быстродействием и надежностью в задачах многоэкстремальной нечеткой кластеризации.

Ключевые слова: нечеткая кластеризация, теория правдоподобности, эволюционные методы оптимизации, правдоподобная нечеткая кластеризация, центры-прототипы, кошачья стая, режим трассировки, режим поиска, уровень принадлежности.

CREDIBILISTIC FUZZY CLUSTERING BASED ON EVOLUTIONARY METHOD OF CRAZY CATS / Ye.V. Bodyanskiy, A.Yu. Shafronenko, I.P. Pliss

Abstract. The problem of fuzzy clustering of large datasets that are sent for processing in both batch and online modes, based on a credibilistic approach, is considered. To find the global extremum of the credibilistic fuzzy clustering goal function, the modification of the swarm algorithm of crazy cats swarms was introduced, that combined the advantages of evolutionary algorithms and a global random search. It is shown that different search modes are generated by a unified mathematical procedure, some cases of which are known algorithms for both local and global optimizations. The proposed approach is easy to implement and is characterized by the high speed and reliability in problems of multi-extreme fuzzy clustering.

Keywords: fuzzy clustering, credibility theory, evolutionary methods of optimization, credibilistic fuzzy clustering, centroids-prototypes, cats swarm, tracing mode, seeking mode, membership level.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНТАКТНОЇ
ВЗАЄМОДІЇ ДВОХ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНИХ ПІВПРОСТОРІВ
(БЕЗ ЕЛЕКТРОДНОГО ПОКРИТТЯ ПОВЕРХОНЬ)
ЗА НАЯВНОСТІ ЖОРСТКОГО ДИСКОПОДІБНОГО
ВКЛЮЧЕННЯ МІЖ НИМИ І ТИСКУ
В ЗОНІ РОЗШАРУВАННЯ**

В.С. КИРИЛЮК, О.І. ЛЕВЧУК

Анотація. На основі використання строгої математичної моделі, що враховує зв'язаність силових і електричних полів у електропружних тілах, досліджено контактну взаємодію двох різних за властивостями п'єзоелектричних трансверсально-ізотропних півпросторів за стискання (за наявності жорсткого дископодібного включення між ними і тиску в зоні розшарування матеріалів). Розв'язок задачі отримано за допомогою подання загального розв'язку статичних рівнянь електропружності для трансверсально-ізотропного тіла через гармонічні функції з подальшим зведенням граничної задачі електропружності до розгляду інтегрального рівняння і розкладу шуканої функції за малим параметром. Як частинний випадок зі знайдених аналітичних виразів впливають основні параметри контакту для двох пружних трансверсально-ізотропних та ізотропних півпросторів (за наявності включення між ними і тиску в зоні розшарування). Отримано числові результати, вивчено вплив електропружних властивостей півпросторів, геометричних розмірів включення і навантажень на параметри контактної взаємодії електропружних тіл.

Ключові слова: математична модель, п'єзоелектричний матеріал, електропружний півпростір, жорстке дископодібне включення, тиск у зоні розшарування, параметри контакту.

ВСТУП

Зростаюче використання у різних галузях промисловості електропружних (п'єзоелектричних) матеріалів для створення елементів вимірювальних приладів та перетворювачів енергії стимулює інтерес до вивчення розподілу силових та електричних полів у електропружних тілах поблизу концентраторів напружень та за контактної взаємодії п'єзоелектричних тіл. Водночас розв'язання просторових задач електропружності для анізотропних тіл у строгій постановці, що враховує зв'язаність силових і електричних полів, значно ускладнюється, оскільки у цьому випадку необхідно розв'язувати граничну задачу для системи рівнянь електропружності з анізотропними пружними та електричними властивостями, яка має суттєво складнішу структуру (порівняно з відповідною системою для пружного тіла). Поряд з численними дослідженнями тривимірних задач теорії пружності для трансверсально-ізотропних тіл (наприклад, [1–7]) розгляду статичних просторових задач електропружності у строгій постановці присвячено значно менше нау-

кових праць. Важливі наукові результати щодо зв'язаних силових і електричних полів у п'єзоелектричних тілах отримано у працях [8–14].

Відзначимо, що задачі контактної взаємодії для двох пружних ізотропних та трансверсально-ізотропних півпросторів зі стисканням (з урахуванням наявності жорсткого дископодібного включення сталої товщини між півпросторами) досліджувались у працях [15] і [2] відповідно. Водночас задача контактної взаємодії двох п'єзоелектричних півпросторів за наявності жорсткого дископодібного включення між ними та тиску в зоні розшарування різних за властивостями п'єзоелектричних тіл не вивчалась.

У роботі за допомогою математичного моделювання (з урахуванням зв'язаності силових і електричних полів) досліджено контактну взаємодію двох різних за властивостями п'єзоелектричних трансверсально-ізотропних півпросторів під час стискання (за наявності жорсткого дископодібного включення сталої товщини між півпросторами та тиску в зоні розшарування електропружних тіл). У постановці задачі припускається, що поверхня поділу двох електропружних тіл розташована у площині ізотропії п'єзоелектричних матеріалів обох півпросторів. Також вважається, що між тілами існує гладкий (без тертя) контакт і поверхні півпросторів не містять електродного покриття. За допомогою подання розв'язку статичних рівнянь електропружності для трансверсально-ізотропного тіла через гармонічні функції, подальшого зведення задачі електропружності до розгляду інтегродиференціального рівняння та розкладу шуканої функції за малим параметром знайдено аналітичний розв'язок контактної задачі. У явному вигляді отримано основні параметри контактної взаємодії двох різних за властивостями п'єзоелектричних півпросторів (за наявності жорсткого дископодібного включення між ними і тиску в зоні розшарування матеріалів). Як частинний випадок з отриманих виразів впливають параметри контактної взаємодії двох пружних трансверсально-ізотропних та ізотропних півпросторів за наявності дископодібного включення [15, 2].

Постановка задачі. Розглянемо математичну модель, на основі якої вивчимо контактну взаємодію двох різних за властивостями електропружних трансверсально-ізотропних півпросторів за наявності жорсткого кругового включення сталої товщини між ними та тиску в зоні розшарування п'єзоелектричних матеріалів (рис. 1).

Припускаємо, що площина $z = 0$ (рис. 1), яка обмежує два півпростори, є площиною ізотропії електропружних трансверсально-ізотропних матеріалів кожного з півпросторів, тобто вісь Oz є віссю симетрії обох п'єзоелектричних матеріалів. Також вважаємо, що у площині контактної взаємодії $z = 0$ виконуються умови гладкого контакту, а поверхні обох електропружних півпросторів є неелектродованими (не містять електродного покриття). Розміри зони розшарування двох електропружних півпросторів (рис. 1) є невідомими і визначаються з розв'язку задачі. Параметри контактної взаємодії тіл залежать від значення стискальних зусиль p , значення тиску P_0 в зоні розшарування, електропружних властивостей двох п'єзоелектричних матеріалів півпросторів (усього двадцять незалежних величин) і двох геометричних параметрів жорсткого включення (значень його радіуса і товщини). Відзначимо, що тиск P_0 може бути викликаний наявністю

повітря або іншого наповнювача у проміжку між тілами. Без наповнювача значення $P_0 = 0$.

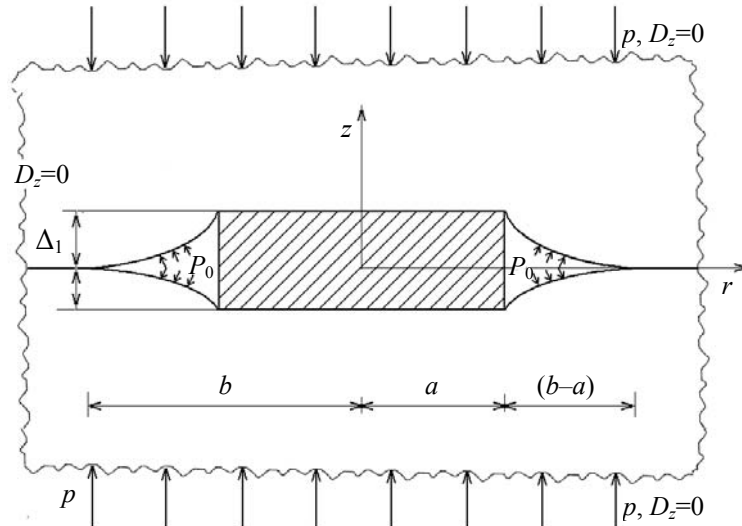


Рис. 1. Контактна взаємодія двох п'єзоелектричних півпросторів за наявності жорсткого дископодібного включення між ними та тиску в зоні розшарування

Для визначення напружено-деформованого стану в кожному з електропружних трансверсально-ізотропних півпросторів на поверхні поділу тіл (площина $z = 0$) отримуємо такі граничні умови:

$$u_z^{(1)}(r,0) = \Delta_1, \quad 0 \leq r \leq a;$$

$$\sigma_{zz}^{(1)}(r,0) = -P_0, \quad a < r < b;$$

$$\sigma_{rz}^{(1)}(r,0) = \sigma_{rz}^{(2)}(r,0) = 0, \quad 0 < r < \infty; \quad (1)$$

$$u_z^{(2)}(r,0) = -\Delta_2, \quad 0 \leq r \leq a;$$

$$\sigma_{zz}^{(2)}(r,0) = -P_0, \quad a < r < b;$$

$$\sigma_{zz}^{(1)}(r,0) = \sigma_{zz}^{(2)}(r,0), \quad b \leq r < \infty; \quad (2)$$

$$u_z^{(1)}(r,0) = u_z^{(2)}(r,0), \quad b \leq r < \infty; \quad (3)$$

$$D_z^{(1)}(r,0) = D_z^{(2)}(r,0) = 0, \quad 0 \leq r < \infty; \quad (4)$$

$$\Delta_1 + \Delta_2 = \Delta,$$

де індекси «1» і «2» відповідають першому і другому п'єзоелектричним півпросторам; P_0 — величина тиску в зоні розшарування; Δ і a — товщина і радіус дископодібного жорсткого включення; значення $b - a$ визначає розмір зони розшарування між півпросторами. Із наведених граничних умов у площині поділу умови (1) відповідають умовам відсутності дотичних

напружень на всій поверхні поділу, умови (2), (3) — умовам ідеального механічного контакту поза зоною розшарування матеріалу, а умови (4) — умовам відсутності електродного покриття на поверхнях п'єзоелектричних півпросторів. Крім того, маємо такі умови на нескінченності:

$$\sigma_{zz}^{(i)} \rightarrow -p, D_z^{(i)} \rightarrow 0, \sigma_{zr}^{(i)} \rightarrow 0 \quad (i=1,2), \text{ якщо } R \rightarrow \infty.$$

Подамо напружений стан у кожному з пружних півпросторів суперпозицією основного стану (простого стискання обох півпросторів, тобто $\sigma_{zz}^{(1)} = -p$ і $D_z^{(1)} = 0$ і $\sigma_{zz}^{(2)} = -p$ і $D_z^{(2)} = 0$) та збуреного стану. Для знаходження збуреного стану в кожному з півпросторів у площині $z = 0$ маємо такі граничні умови:

$$u_z^{(1)}(r,0) = \Delta_1, 0 \leq r \leq a;$$

$$\sigma_{zz}^{(1)}(r,0) = p - P_0, a < r < b;$$

$$\sigma_{rz}^{(1)}(r,0) = \sigma_{rz}^{(2)}(r,0) = 0, 0 < r < \infty; \quad (5)$$

$$u_z^{(2)}(r,0) = -\Delta_2, 0 \leq r \leq a;$$

$$\sigma_{zz}^{(2)}(r,0) = p - P_0, a < r < b;$$

$$\sigma_{zz}^{(1)}(r,0) = \sigma_{zz}^{(2)}(r,0), b \leq r < \infty; \quad (6)$$

$$u_z^{(1)}(r,0) = u_z^{(2)}(r,0), b \leq r < \infty; \quad (7)$$

$$D_z^{(1)}(r,0) = D_z^{(2)}(r,0) = 0, 0 \leq r < \infty; \quad (8)$$

$$\Delta_1 + \Delta_2 = \Delta.$$

Умови (5), (6), (7), (8) мають той же зміст, що й умови (1), (2), (3), (4), але вже для збуреного стану. Для того щоб дослідити задачу на основі строгої математичної моделі, яка використовується, необхідно знайти розв'язки рівнянь електропружності у кожному з п'єзоелектричних трансверсально-ізотропних півпросторів, що задовольняють наведені вище граничні умови на поверхні поділу матеріалів.

Основні рівняння і співвідношення. Статичні рівняння електропружності для п'єзоелектричного трансверсально-ізотропного тіла стосовно компонентів вектора переміщень і електричного потенціалу Ψ набувають такого вигляду [8, 9]:

$$c_{11}^E u_{x,xx} + \frac{1}{2}(c_{11}^E - c_{12}^E)u_{x,yy} + c_{44}^E u_{x,zz} + \frac{1}{2}(c_{11}^E + c_{12}^E)u_{y,xy} + (c_{13}^E + c_{44}^E)u_{z,xz} + (e_{31} + e_{15})\Psi_{,xz} = 0;$$

$$c_{11}^E u_{y,yy} + \frac{1}{2}(c_{11}^E - c_{12}^E)u_{y,xx} + c_{44}^E u_{y,zz} + \frac{1}{2}(c_{11}^E + c_{12}^E)u_{x,xy} +$$

$$\begin{aligned}
 &+(c_{13}^E+c_{44}^E)u_{z,yz}+(e_{31}+e_{15})\Psi_{,yz}=0; \\
 &(c_{13}^E+c_{44}^E)(u_{x,xz}+u_{y,yz})+c_{44}^E(u_{z,xx}+u_{z,yy})+c_{33}^E u_{z,zz}+ \\
 &+e_{15}(\Psi_{,xx}+\Psi_{,yy})+e_{33}\Psi_{,zz}=0; \\
 &(e_{31}+e_{15})(u_{x,xz}+u_{y,yz})+e_{15}(u_{z,xx}+u_{z,yy})+e_{33}u_{z,zz}- \\
 &-\varepsilon_{11}^S(\Psi_{,xx}+\Psi_{,yy})-\varepsilon_{33}^S\Psi_{,zz}=0. \tag{9}
 \end{aligned}$$

У рівняннях (9) використано такі позначення: $c_{11}^E, c_{12}^E, c_{13}^E, c_{33}^E, c_{44}^E$ — незалежні модулі пружності; e_{31}, e_{15}, e_{33} — п’єзомодулі; $\varepsilon_{11}^S, \varepsilon_{33}^S$ — діелектричні проникності. Отже, електропружні властивості п’єзоелектричного трансверсально-ізотропного матеріалу описуються за допомогою десяти незалежних сталей.

Розв’язок системи рівнянь (9) згідно із працею [9] можна подати за допомогою чотирьох потенціальних функцій Φ_j ($j=1,4$):

$$\begin{aligned}
 u_x &= \sum_{j=1}^3 \Phi_{j,x} + \Phi_{4,y}; \quad u_y = \sum_{j=1}^3 \Phi_{j,y} - \Phi_{4,x}; \\
 u_z &= \sum_{j=1}^3 k_j \Phi_{j,z}; \quad \Psi = \sum_{j=1}^3 l_j \Phi_{j,z}, \tag{10}
 \end{aligned}$$

де k_j, l_j — деякі сталі, а функції Φ_j задовольняють рівняння

$$\Phi_{j,xx} + \Phi_{j,yy} + v_j \Phi_{j,zz} = 0 \quad (j=1, 2, 3), \tag{11}$$

$v_4 = 2c_{44}^E / (c_{11}^E - c_{12}^E)$, а значення v_i ($i=1,2,3$) згідно з працею [9] є коренями алгебричного рівняння третього порядку:

$$\begin{aligned}
 &v^3(A_1B_2 - C_1D_2) + v^2(A_1B_3 + A_2B_2 - C_1D_3 - C_2D_2) + \\
 &+ v(A_2B_3 + A_3B_2 - C_2D_3 - C_3D_2) + A_3B_3 - C_3D_3 = 0. \tag{12}
 \end{aligned}$$

Значення k_j, l_j ($j=1,2,3$) у виразах (10) пов’язані зі значеннями v_j такими співвідношеннями:

$$\frac{a_j + c_{13}^E k_j + e_{31} l_j}{c_{11}^E} = \frac{c_{33}^E k_j + e_{33} l_j}{c_{13}^E + a_j} = \frac{c_{33}^E k_j - \varepsilon_{33}^S l_j}{e_{31} + d_j} = v_j \quad (j=1,2,3); \tag{13}$$

$$a_j = c_{44}^E(1 + k_j) + e_{15} l_j; \quad d_j = e_{15}(1 + k_j) - \varepsilon_{11}^S l_j \quad (j=1,2,3,4). \tag{14}$$

З уведенням позначень $z_j = zn_j^{-1/2}$ ($j=1,4$) функції $\Phi_1(x, y, z_1)$, $\Phi_2(x, y, z_2)$, $\Phi_3(x, y, z_3)$, $\Phi_4(x, y, z_4)$ згідно з рівнянням (11) стають гармонічними функціями у відповідних системах координат.

Метод розв'язання. Для побудови розв'язку граничної задачі електропружності скористаємося поданнями (10)–(14). Функції $\Phi_i(x, y, z_i)$ (для кожного п'єзоелектричного трансверсально-ізотропного півпростору з урахуванням властивостей матеріалу) візьмемо у вигляді

$$\Phi_i(x, y, z_i) = \alpha_i^* F^*(x, y, z_i), \quad (i=1, 2, 3); \quad \Phi_4 \equiv 0. \quad (15)$$

Сталі α_i^* у виразах потенціальних функцій (15) визначимо з такої системи лінійних алгебричних рівнянь, які містять властивості електропружних матеріалів, таким чином:

$$\sum_{j=1}^3 \alpha_j^* (c_{44}(1+k_j) + e_{15}l_j) = 1; \quad \sum_{j=1}^3 \alpha_j^* (c_{44}(1+k_j) + e_{15}l_j) / \sqrt{v_j} = 0;$$

$$\sum_{j=1}^3 \alpha_j^* (e_{15}(1+k_j) - \varepsilon_{11}^S l_j) = 0. \quad (16)$$

Для граничних умов, що залишились, використовуючи потенціальні функції на основі функцій $F_1^*(x, y, z_i)$ і $F_2^*(x, y, z_i)$ (функції для першого та другого електропружних півпросторів) з урахуванням виразів (15) і системи рівнянь (16), отримуємо умови у площині $z=0$ стосовно невідомих гармонічних функцій $F_1^*(x, y, z)$ і $F_2^*(x, y, z)$:

$$\sum_{j=1}^3 \alpha_i^{(1)*} \frac{k_j^{(1)}}{\sqrt{v_j^{(1)}}} \frac{\partial F_1^*}{\partial z}(r, 0) = \Delta_1, \quad 0 \leq r \leq a; \quad \frac{\partial^2 F_1^*}{\partial z^2}(r, 0) = p - P_0, \quad a < r < b;$$

$$\sum_{j=1}^3 \alpha_i^{(2)*} \frac{k_j^{(2)}}{\sqrt{v_j^{(2)}}} \frac{\partial F_2^*}{\partial z}(r, 0) = -\Delta_2, \quad 0 \leq r \leq a; \quad \frac{\partial^2 F_2^*}{\partial z^2}(r, 0) = p - P_0, \quad a < r < b;$$

$$\sum_{j=1}^3 \alpha_i^{(1)*} \frac{k_j^{(1)}}{\sqrt{v_j^{(1)}}} \frac{\partial F_1^*}{\partial z} = \sum_{j=1}^3 \alpha_i^{(2)*} \frac{k_j^{(2)}}{\sqrt{v_j^{(2)}}} \frac{\partial F_2^*}{\partial z}, \quad b \leq r < \infty;$$

$$\frac{\partial^2 F_1^*}{\partial z^2}(r, 0) = \frac{\partial^2 F_2^*}{\partial z^2}(r, 0), \quad b \leq r < \infty, \quad \Delta_1 + \Delta_2 = \Delta. \quad (17)$$

Таким чином, задача звелась до визначення двох гармонічних функцій F_1^* і F_2^* , що повинні задовольняти граничні умови (17). Тепер виконаємо порівняння із задачею про визначення гармонічних функцій з більш простої задачі теорії пружності про стискання двох ізотропних пружних півпросторів (з жорстким дископодібним включенням між ними). З використанням подання Папковича–Нейбера для системи рівнянь теорії пружності визначення зони розшарування стосовно збуреного стану зводиться до пошуку двох гармонічних функцій $f_1^*(x, y, z)$ і $f_2^*(x, y, z)$, для знаходження яких маємо у площині поділу матеріалів $z=0$ граничні умови, що структурно подібні до виразів (17). Відмінність між виразами (17) і подібними їм виразами для пружної задачі полягає в тому, що у виразах для ізотропних пруж-

них матеріалів замість множників $\sum_{j=1}^3 \alpha_i^{(1)*} k_j^{(1)} / \sqrt{v_j^{(1)}}$ і $\sum_{j=1}^3 \alpha_i^{(2)*} k_j^{(2)} / \sqrt{v_j^{(2)}}$ (для п'єзоелектричних матеріалів) використовуються вирази $(1 - \nu_1) / \mu_1$ і $(1 - \nu_2) / \mu_2$, де ν_1, ν_2 — коефіцієнти Пуассона; μ_1, μ_2 — модулі зсуву ізотропних пружних матеріалів. Використаємо таку відповідність між граничними умовами для задач контактної взаємодії двох пружних ізотропних півпросторів і для задач двох п'єзоелектричних трансверсально-ізотропних півпросторів (для визначення двох гармонічних функцій), для дослідження задачі електропружності за допомогою розв'язку більш простої задачі теорії пружності для ізотропних півпросторів.

На основі результатів [15] для контактної взаємодії двох пружних ізотропних тіл (за наявності дископодібного включення) та встановленої відповідності контактних задач у випадку двох п'єзоелектричних трансверсально-ізотропних півпросторів (за наявності жорсткого дископодібного включення між ними та тиску в зоні розшарування) задачу зводимо до розв'язку інтегрального рівняння стосовно невідомого значення $c = b/a$, яке характеризує відношення розміру невідомої зони розшарування до радіуса жорсткого кругового включення. Отже, отримуємо

$$\begin{aligned} \varphi(\eta) + \frac{2}{\pi^2} \int_0^1 \frac{\varphi(\xi)}{(\xi^2 - \eta^2)} \left(\eta \ln \left[\frac{c - \eta}{c + \eta} \right] - \xi \ln \left[\frac{c - \xi}{c + \xi} \right] \right) d\xi = \\ = \frac{\Delta}{ap(1 + \alpha) \sum_{j=1}^3 \alpha_i^{(1)*} \frac{k_j^{(1)}}{\sqrt{v_j^{(1)}}}} + \frac{2}{\pi} (1 - \eta^2) \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{c^2 - 1}{1 - \eta^2} \right), \quad 0 < \eta < 1 \end{aligned} \quad (18)$$

з додатковою умовою, що відповідає умові відсутності сингулярної складової в зоні розшарування електропружних матеріалів, якщо $r = b$:

$$\frac{2c}{\pi} \int_0^1 \frac{\varphi(\xi)}{(c^2 - \xi^2)} d\xi + (c^2 - 1)^{1/2} = 0, \quad (19)$$

$$\text{де } \eta = r/a, \quad c = b/a, \quad \alpha = \left(\sum_{j=1}^3 \alpha_i^{(2)*} \frac{k_j^{(2)}}{\sqrt{v_j^{(2)}}} \right) / \left(\sum_{j=1}^3 \alpha_i^{(1)*} \frac{k_j^{(1)}}{\sqrt{v_j^{(1)}}} \right).$$

На основі розкладу за малим параметром $\varepsilon = a/b = 1/c < 1$ стосовно шуканої функції, що входить до інтегрального рівняння (18) (у повній відповідності до розгляду випадку контакту двох пружних ізотропних півпросторів у праці [15]), наближений розв'язок інтегрального рівняння з додатковою умови (19) можна отримати за допомогою розв'язку алгебричного рівняння п'ятого порядку:

$$\frac{\Omega_1(\varepsilon)}{(1 + \alpha) \left(\frac{\Delta}{a} \right)} - 2(p - P_0) \left(\sum_{j=1}^3 \frac{\Delta_j^{(1)}}{\Delta^{(1)}} \frac{k_j^{(1)}}{\sqrt{v_j^{(1)}}} \right) \frac{\Omega_2(\varepsilon)}{\varepsilon} = 0, \quad (20)$$

де використано такі позначення:

$$\begin{aligned} \Omega_1(\varepsilon) &= \frac{4}{\pi} \varepsilon + \frac{16}{\pi^3} \varepsilon^2 + \varepsilon^3 \left(\frac{64}{\pi^5} + \frac{4}{3\pi} \right) + \varepsilon^4 \left(\frac{80}{9\pi^3} + \frac{256}{\pi^7} \right) + \\ &+ \varepsilon^5 \left(\frac{448}{9\pi^5} + \frac{1024}{\pi^9} + \frac{4}{5\pi} \right) + O(\varepsilon^6), \\ \Omega_2(\varepsilon) &= 1 - \frac{4}{\pi^2} \varepsilon - \frac{16}{\pi^4} \varepsilon^2 - \varepsilon^3 \left(\frac{64}{\pi^6} + \frac{1}{8} \right) - \varepsilon^4 \left(\frac{16}{3\pi^4} + \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{1}{24} - \frac{8}{9\pi^2} + \frac{64}{\pi^6} + \frac{4}{9\pi^3} \right) \right) - \\ &- \varepsilon^5 \left(\frac{16}{\pi^4} \left(\frac{1}{24} + \frac{64}{\pi^6} - \frac{8}{9\pi^3} + \frac{8}{9\pi^2} \right) + \frac{256}{9\pi^6} - \frac{4}{15\pi^2} \right) + O(\varepsilon^6). \end{aligned} \quad (21)$$

Знайдене з алгебричного рівняння (20) з урахуванням формули (21) значення $\varepsilon = a/b$ визначає розміри зони розшарування між двома п'єзоелектричними півпросторами (за наявності жорсткого дископодібного включення між ними) за стискання та врахування тиску в зоні розшарування матеріалів. Розміри заглиблення включення у відповідний п'єзоелектричний трансверсально-ізотропний півпростір залежать від електропружних властивостей матеріалів обох півпросторів і визначаються співвідношенням

$$\frac{1}{\sum_{j=1}^3 \alpha_j^{(1)*} k_j^{(1)} / \sqrt{v_j^{(1)}}} \Delta_1 = \frac{1}{\sum_{j=1}^3 \alpha_j^{(2)*} k_j^{(2)} / \sqrt{v_j^{(2)}}} \Delta_2, \quad (22)$$

$$\Delta_1 + \Delta_2 = \Delta.$$

Тобто з рівняння (22) випливає, що заглиблення включення у перший електропружний півпростір пропорційне значенню $\sum_{j=1}^3 \alpha_j^{(1)*} k_j^{(1)} / \sqrt{v_j^{(1)}}$, а заглиблення у другий півпростір — значенню $\sum_{j=1}^3 \alpha_j^{(2)*} k_j^{(2)} / \sqrt{v_j^{(2)}}$.

Зауважимо, що розподіл напружень під плоским дископодібним включенням (перший півпростір) визначається суперпозицією простого стискання зі складовим

$$p(r) = \frac{2\Delta_1}{a\pi} \frac{1}{\sum_{j=1}^3 \alpha_j^{(1)*} k_j^{(2)} / \sqrt{v_j^{(2)}}} \frac{1}{\sqrt{1-(r/a)^2}},$$

що має класичну особливість для напруженого стану з наближенням до межі жорсткого плоского диску, характерну для задач про контактну взаємодію плоских штампів з пружним півпростором. Аналогічно визначаються напруження під диском у другому півпросторі.

Із формул (20) отримуємо співвідношення, яке пов'язує значення стискальних навантажень p і тиску в зоні розшарування P_0 із розміром зони розшарування між п'єзоелектричними півпросторами у вигляді

$$p - P_0 = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon \Omega_1(\varepsilon) / \Omega_2(\varepsilon)}{\left(\sum_{j=1}^3 \alpha_i^{(1)*} k_j^{(1)} / \sqrt{v_j^{(1)}} \right) + \left(\sum_{j=1}^3 \alpha_i^{(2)*} k_j^{(2)} / \sqrt{v_j^{(2)}} \right)} \left(\frac{\Delta}{a} \right) = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon \Omega_1(\varepsilon) / \Omega_2(\varepsilon)}{M^*} \left(\frac{\Delta}{a} \right), \quad (23)$$

де

$$M^* = \left(\sum_{j=1}^3 \alpha_i^{(1)*} k_j^{(1)} / \sqrt{v_j^{(1)}} \right) + \left(\sum_{j=1}^3 \alpha_i^{(2)*} k_j^{(2)} / \sqrt{v_j^{(2)}} \right). \quad (24)$$

За допомогою виразів (20), (21), (23), (24) можуть бути знайдені значення $p - P_0$, що для відомих геометричних параметрів дископодібного включення, електропружних властивостей п'єзоелектричних матеріалів відповідають розміру зони розшарування п'єзоелектричних півпросторів.

Для вивчення впливу електропружних властивостей п'єзоелектричних матеріалів на контактну взаємодію півпросторів розглянемо дані ряду конкретних п'єзокерамічних матеріалів, які використовувались у праці [16]. Властивості матеріалів наведено у табл. 1, а результати досліджень [16] — у табл. 2.

Таблиця 1. Властивості п'єзокерамічних матеріалів

Величина	Розмірність	PZT-4	PXE-5	ЦТС-19	PZT-5	PZT-7A	BaTiO ₃	PZT-5H	P-7
c_{11}^E	ГПа	139	103	109	121	148	150	126	130
c_{12}^E	ГПа	77,8	58	61	75,4	76,2	66	55	83,5
c_{13}^E	ГПа	74,3	59	54	75,2	74,2	66	53	82,5
c_{33}^E	ГПа	115	102	93	111	131	146	117	119
c_{44}^E	ГПа	25,6	25	24	21,1	25,4	44	35,3	24,6
$\varepsilon_{11}^S / \varepsilon_0$	$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м	730	1008	840	916	460	1115	1706,2	1090
$\varepsilon_{33}^S / \varepsilon_0$	$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м	635	893	820	830	235	1260	1468,9	939
e_{31}	Кл/м ²	- 5,2	- 7,78	- 4,9	- 5,4	- 2,1	- 4,35	- 6,5	- 10,34
e_{33}	Кл/м ²	15,1	15,2	14,9	15,8	9,5	17,5	23,3	14,66
e_{15}	Кл/м ²	12,7	12,9	10,6	12,3	9,7	11,4	17,0	13,55

У табл. 2 використано такі позначення: $A^{\text{Piezo}} = \left(\sum_{j=1}^3 \alpha_i^* k_j / \sqrt{v_j} \right)$;

$$A^{\text{Elastic}} = \frac{c_{11} (n_1^{1/2} + n_2^{1/2})(c_{13} + c_{44})}{c_{44} (c_{11} n_1 + c_{13})(c_{11} n_2 + c_{13})}.$$

Таблиця 2. Значення, отримані для задачі контактної взаємодії

Знайдені значення	PZT-4	PXE-5	ЦТС-19	PZT-5	PZT-7A	BaTiO ₃	PZT-5H	P-7
A^{Piezo} ($\times 1/\text{ГПа}$)	1,77277	2,03635	2,14833	2,08862	1,68056	1,41489	1,60655	1,95414
A^{Elastic} ($\times 1/\text{ГПа}$)	2,55189	2,77137	2,87076	3,00057	2,27952	1,65598	2,04987	2,74777
$\frac{A^{\text{Piezo}}}{A^{\text{Elastic}}}$	0,69469	0,73478	0,74835	0,69607	0,73724	0,85441	0,78373	0,71117

Останній рядок табл. 2 дозволяє оцінити вплив зв'язаності силових і електричних полів на значення A^{Piezo} , яке характеризує контактну взаємодію відповідного електропружного півпростору з дископодібним включенням. Так, за рахунок зв'язаності силових і електричних полів ця величина зменшується приблизно на 30,5% ; 26,5%; 25,2%; 30,4%; 26,3%; 14,6%; 21,6%; 28,9% для п'єзоелектричних матеріалів PZT-4; PXE-5; ЦТС-19; PZT-5; PZT-7A; BaTiO₃; PZT-5H; P-7 відповідно (за відсутності електродного покриття поверхні півпростору).

Відзначимо, що після елементарних перетворень значення A^{Elastic} може бути перетворено до вигляду

$$A^{\text{Elastic}} = \frac{c_{11}}{c_{44}} \frac{(n_1^{1/2} + n_2^{1/2})(c_{13} + c_{44})}{(c_{11}n_1 + c_{13})(c_{11}n_2 + c_{13})} =$$

$$= \frac{\sqrt{c_{11}}}{(c_{11}c_{33} - c_{13}^2)\sqrt{c_{44}}} \left[\sqrt{c_{11}c_{33} - c_{13}^2 - 2c_{44}c_{13} + 2c_{44}\sqrt{c_{11}c_{33}}} \right].$$

Із переходом від трансверсально-ізотропного пружного до ізотропного матеріалу отримуємо

$$c_{11} = \lambda + 2\mu; c_{13} = \lambda; c_{44} = \mu; n_1 = n_2 = 1;$$

$$A^{\text{Elastic}} \rightarrow A^{\text{Iso}} = \frac{\lambda + 2\mu}{2\mu(\lambda + \mu)} = \frac{1 - \nu}{\mu}.$$

Зауважимо, що за контактної взаємодії плоского дископодібного включення з електропружними півпросторами у кутовій зоні жорсткого плоского включення (уздовж контуру $r = a$) напружений стан має особливість. Ця сингулярність є характерною для задач контактної взаємодії плоских жорстких штампів з пружним півпростором. Водночас уздовж контуру, що обмежує зону розшарування двох п'єзоелектричних півпросторів, розподіл напружень не містить сингулярної складової, оскільки саме з цієї умови визначаються розміри зони розшарування електропружних матеріалів.

Аналіз результатів числових досліджень. За допомогою співвідношень (22) проведемо дослідження відношень глибин проникнення жорсткого включення в електропружні півпростори) для реальних п'єзоелектричних трансверсально-ізотропних матеріалів. Використаємо дані, наведені у табл. 2. У результаті отримуємо відношення глибин проникнення жорсткого дископодібного включення в електропружні трансверсально-ізотропні півпростори:

$$\Delta_1 / \Delta_2 = 0.8706; \Delta_1 / \Delta_3 = 0.8252; \Delta_1 / \Delta_4 = 0.8488;$$

$$\Delta_1 / \Delta_5 = 1.0549; \Delta_1 / \Delta_6 = 1.2529; \Delta_1 / \Delta_7 = 1.1035; \Delta_1 / \Delta_8 = 0.9072.$$

Тобто за контактної взаємодії електропружних півпросторів з матеріалів PZT-4 і PХЕ-5 (табл. 1 і 2) глибина проникнення жорсткого включення у матеріал PZT-4 у 1,15 разу менша, ніж у матеріал PХЕ-5. Наведені вище значення Δ_1 / Δ_i дозволяють легко обчислити відношення глибини проникнення для будь-якої вибраної пари з наведених у таблицях восьми п'єзоелектричних матеріалів.

Проведемо дослідження залежності розмірів зони розшарування електропружних матеріалів від значень діючих навантажень. Зв'язок діючих навантажень з розмірами зони розшарування (за фіксованого відношення товщини включення до її радіуса Δ/a) показано на рис. 2. У розрахунках значення Δ/a покладались такими: 0,05 (лінія 1), 0,1 (лінія 2), 0,2 (лінія 3), 0,3 (лінія 4). Видно, що зі збільшенням відносної товщини кругового включення для досягнення того ж розміру зони розшарування, що і для більш тонкого включення, необхідно прикласти більші навантаження.

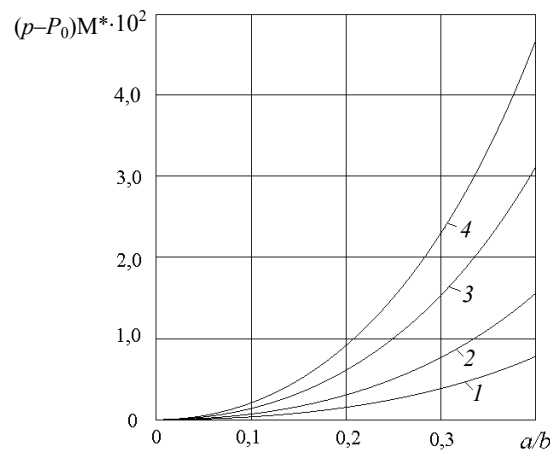


Рис. 2. Взаємозв'язок розмірів зони розшарування з навантаженнями

Вивчимо вплив навантажень (стискальних зусиль і тиску в зоні розшарування матеріалів) на розміри зони розшарування п'єзоелектричних матеріалів за відомої товщини жорсткого включення. Покладемо у розрахунках відносну товщину дископодібного включення $\Delta/a = 0,1$.

Результати розрахунків нелінійної залежності зони розшарування між п'єзоелектричними півпросторами від діючих навантажень показано на рис. 3, на якому крива 1 відповідає контактній взаємодії двох електропружних матеріалів PZT-4, а лінія 2 — випадку стискання двох чисто пружних трансверсально-ізотропних півпросторів, пружні властивості яких збігаються з пружними властивостям п'єзокерамічного матеріалу PZT-4.

Зауважимо, що нелінійна залежність навантажень і розмірів зони розшарування (для лінійної системи рівнянь) характерна і для випадку стискання двох пружних ізотропних півпросторів (за наявності дископодібного включення між ними) [15], а також для класичних контактних задач теорії пружності з невідомою наперед зоною контакту (задача про контактну взаємодію параболоїдального штампу з півпростором, задача Герца).

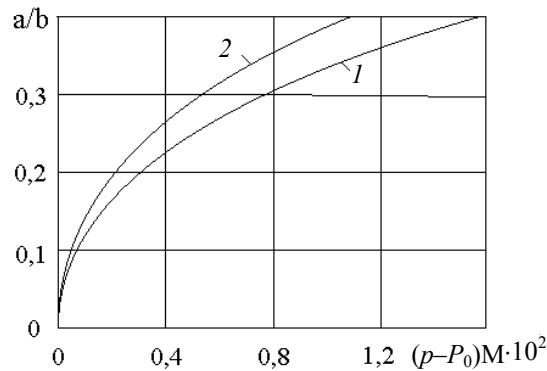


Рис. 3. Вплив діючих навантажень на розміри зони розшарування (за відомої відносної товщини включення)

Вплив зв'язаності силових і електричних полів для матеріалу PZT-4 можна оцінити, порівнюючи значення навантажень, за яких досягається однакове відношення a/b на кривих 1 і 2 (збігаються розміри зон розшарування для пружного і електропружного матеріалів). Видно, що зв'язаність силових і електричних полів збільшує зону розшарування (порівняно з чисто пружним матеріалом, який має ті ж пружні властивості, що й електропружний). Аналогічний якісний ефект характерний і для п'єзокерамічних матеріалів PХЕ-5, PZT-5, PZT-7A, ВаТіО₃, PZT-5Н, Р-7, для яких виконано розрахунки, що підтверджують подібний вплив зв'язаності полів. Це означає, що для зменшення зони розшарування між п'єзоелектричними півпросторами до розмірів цієї зони між двома чисто пружними трансверсально-ізотропними тілами (з тими ж пружними властивостями, що і відповідний електропружний матеріал) потрібно прикласти більші стискальні зусилля, ніж для пружних півпросторів.

Відзначимо, що з отриманих виразів для параметрів контактної взаємодії двох електропружних півпросторів (за наявності жорсткого дископодібного включення між ними) впливають параметри контакту двох пружних трансверсально-ізотропних чи ізотропних півпросторів. Для цього в отриманих формулах необхідно вирази A^{Piezo} замінити виразами A^{Elastic} (для пружних трансверсально-ізотропних півпросторів) та A^{Iso} (для пружних ізотропних півпросторів).

ВИСНОВОК

У роботі за допомогою строгої математичної моделі, що враховує зв'язаність силових і електричних полів, отримано наближений аналітичний розв'язок задачі про контактну взаємодію двох п'єзоелектричних трансверсально-ізотропних півпросторів під час стискання (за наявності жорсткого плоского кругового включення між ними і тиску в зоні розшарування матеріалів). Виконано числові розрахунки, досліджено вплив відносної товщини жорсткого включення та силових навантажень (стискальних зусиль та тиску в зоні розшарування) на розміри зони розшарування п'єзоелектричних півпросторів.

ЛІТЕРАТУРА

1. В.С. Кирилюк, О.І. Левчук, О.В. Гавриленко, та М.Б. Вітер, “Моделювання контактної взаємодії нагрітого плоского жорсткого еліптичного штампу з трансверсально-ізотропним півпростором”, *Системні дослідження та інформаційні технології*, №3, с.138 –148, 2020. doi: 10.20535/SRIT.2308-8893.2020.3.10
2. В.С. Кирилюк та О.І. Левчук, “Моделювання контактної взаємодії двох трансверсально-ізотропних пружних півпросторів за наявності жорсткого дископодібного включення між ними і тиску на ділянці розшарування”, *Системні дослідження та інформаційні технології*, №1, с. 107–119, 2020. doi: 10.20535/SRIT.2308-8893.2020.1.10
3. Ю.Н. Подильчук, *Граничные задачи статики упругих тел*. Київ: Наук. думка, 1984, 304 с.
4. Ю.Н. Подильчук, “Точные аналитические решения пространственных задач статики трансверсально-изотропного тела канонической формы (обзор)”, *Прикл. механика*, **33**, № 10, с. 3–30, 1997.
5. Y.S. Chai and I.I. Argatov, “Local tangential contact of elastically similar, transversely isotropic elastic bodies”, *Meccanica*, **53**, no. 11–12, pp. 3137–3143, 2018.
6. W.Q. Chen, J. Zhu, and X.Y. Li, “General solutions for elasticity of transversely isotropic materials with thermal and other effects: A review”, *J. Thermal Stresses*, **42**, no. 1, pp. 90–106, 2019.
7. V.I. Fabrikant, “Contact problem for an arbitrarily oriented transversely isotropic half-space”, *Acta Mechanica*, **228**, no. 4, pp. 1541–1560, 2017.
8. В.Т. Гринченко, А.Ф. Улитко, и Н.А. Шульга, *Электроупругость*. Киев: Наук. думка, 1989, 279 с.
9. Ю.Н. Подильчук, “Представление общего решения уравнений статики электроупругости трансверсально-изотропного пьезокерамического тела через гармонические функции”, *Прикл. механика*, **34**, № 7, с. 20–26, 1998.
10. Ю.Н. Подильчук, “Точные аналитические решения статических задач электроупругости и термоэлектроупругости для трансверсально-изотропного тела в криволинейных координатах”, *Прикл. механика*, **39**, № 2, с. 14–54, 2003.
11. М.О. Шульга та В.Л. Карлаш, *Резонансні електромеханічні коливання п'єзоелектричних пластин*. Київ: Наукова думка, 2008, 270 с.
12. V.S. Kirilyuk and O.I. Levchuk, “Stress State of an Orthotropic Piezoelectric Body with a Triaxial Ellipsoidal Inclusion Subject to Tension Crack”, *Int. Appl. Mech.*, **55**, no. 3, pp. 305–310, 2019.
13. V.S. Kirilyuk and O.I. Levchuk, “Stress State of an Orthotropic Piezoelectric Material with an Elliptic Crack”, *Int. Appl. Mech.*, **53**, no. 3, pp. 305–312, 2017.
14. M.H. Zhao, Y.B. Pan, C.Y. Fan, and G.T. Xu, “Extended displacement discontinuity method for analysis of cracks in 2D piezoelectric semiconductors”, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 94–95, pp. 50–59, 2016.
15. A.P.S. Selvadurai, “A unilateral contact problem for a rigid disc inclusion embedded between two dissimilar elastic half-spaces”, *Q. J. Mech. Appl. Math.*, no. 3, pp. 493–509, 1994.
16. V.S. Kirilyuk, “On the relationship between the solutions of static contact problems of elasticity and electroelasticity for a half-space”, *Int. Appl. Mech.*, **42**, no.11, pp.1256–1269, 2006.

Надійшла 31.05.2021

INFORMATION ON THE ARTICLE

Vitaly S. Kirilyuk, ORCID: 0000-0002-8513-0378, S.P. Timoshenko Institute of mechanics of NAS of Ukraine, e-mail: kirilyuk_v@ukr.net.

Olga I. Levchuk, ORCID: 0000-0002-6514-6225, S.P. Timoshenko Institute of mechanics of NAS of Ukraine, e-mail: 2013levchuk@gmail.com.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ЭЛЕКТРОУПРУГИХ ПОЛУПРОСТРАНСТВ (БЕЗ ЭЛЕКТРОДНОГО ПОКРЫТИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ) ПРИ НАЛИЧИИ ЖЕСТКОГО ДИСКООБРАЗНОГО ВКЛЮЧЕНИЯ МЕЖДУ НИМИ И ДАВЛЕНИЯ В ОБЛАСТИ РАССЛОЕНИЯ / В.С. Кириллюк, О.И. Левчук

Аннотация. На основе использования строгой математической модели, учитывающей связанность силовых и электрических полей в электроупругих телах, исследовано контактное взаимодействие двух различных по свойствам пьезоэлектрических трансверсально-изотропных полупространств при сжатии (при наличии жесткого дискообразного включения между ними и давления в области расслоения материалов). Решение задачи получено с помощью представления общего решения статических уравнений электроупругости для трансверсально-изотропного тела через гармонические функции с последующим возведением граничной задачи электроупругости к рассмотрению интегрального уравнения и разложения искомой функции по малому параметру. Как частный случай из найденных аналитических выражений следуют основные параметры контакта для двух упругих трансверсально-изотропных и изотропных полупространств (при включении между ними и давления в области расслоения). Получены численные результаты, изучено влияние электроупругих свойств полупространств, геометрических размеров включения и нагрузок на параметры контактного взаимодействия электроупругих тел.

Ключевые слова: математическая модель, пьезоэлектрический материал, электроупругое полупространство, жесткое дискообразное включения, давление в области расслоения, параметры контакта.

MATHEMATICAL MODELING OF CONTACT INTERACTION OF TWO ELECTROELASTIC HALF-SPACES (WITHOUT ELECTRODE COATING OF SURFACES) IN THE PRESENCE OF A HARD DISK-LIKE INCLUSION BETWEEN THEM AND PRESSURE IN THE AREA OF SEPARATION / V.S. Kirilyuk, O.I. Levchuk

Abstract. Based on the use of a rigorous mathematical model that takes into account the connectivity of force and electric fields in electroelastic bodies, the contact interaction of two piezoelectric transversely isotropic half-spaces with different properties under compression (in the presence of a hard disk-shaped inclusion between them and pressure in the material separation region) was studied. The solution to the problem is obtained by representing the general solution of the static equations of the electroelasticity for a transversely isotropic body in terms of harmonic functions, followed by the construction of the boundary value problem of the electroelasticity to the consideration of the integral equation and the expansion of the desired function in a small parameter. As a special case from the constructed analytical expressions, the main parameters of the contact for two elastic transversely isotropic and isotropic half-spaces (with the inclusion between them and pressure in the separation region) are implied. Numerical results were obtained. The influence was studied of the electroelastic properties of half-spaces, the geometric dimensions of the inclusion, and loads on the parameters of the contact interaction of electroelastic bodies.

Keywords: mathematical model, piezoelectric material, electroelastic half-space, hard disk-shaped inclusions, pressure in the delamination region, contact parameters.

REFERENCES

1. V.S. Kirilyuk, Levchuk O.I., O.V. Gavrilenko, and M.B. Viter, "Simulation of contact interaction of a heated flat rigid elliptical stamp with a transversely isotropic half-space", *System research and information technologies*, no. 3, pp. 138–148, 2020. doi: 10.20535/SRIT.2308-8893.2020.3.10
2. V.S. Kirilyuk and O.I. Levchuk, "Simulation of the contact interaction of two transversely isotropic spring half-spaces for the presence of a hard disk-like inclusion be-

- tween them and pressure on the stratification area”, *System research and information technologies*, no. 1, pp. 107–119, 2020. doi: 10.20535/SRIT.2308-8893.2020.1.10.
3. Yu.N. Podil’chuk, *Boundary value problems of statics of elastic bodies*. Kyiv: Nauk. dumka, 1984, 304 p.
 4. Yu.N. Podil’chuk, “Exact analytical solutions of spatial boundary value problems of statics of a transversely isotropic body of canonical form (Review)”, *Int. Appl. Mech.*, 33, no. 10, pp. 3–30, 1997.
 5. Y.S. Chai and I.I. Argatov, “Local tangential contact of elastically similar, transversely isotropic elastic bodies”, *Meccanica*, 53, no. 11–12, pp. 3137–3143, 2018.
 6. W.Q. Chen, J. Zhu, and X.Y. Li, “General solutions for elasticity of transversely isotropic materials with thermal and other effects: A review”, *J. Thermal Stresses*, 42, no. 1, pp. 90–106, 2019.
 7. V.I. Fabrikant, “Contact problem for an arbitrarily oriented transversely isotropic half-space”, *Acta Mechanica*, 228, no. 4, pp. 1541–1560, 2017.
 8. V.T. Grinchenko, A.F. Ulitko, and N.A. Shulga, *Electroelasticity*. Kyiv: Nauk. dumka, 1989, 279 p.
 9. Yu.N. Podil’chuk, “Representation of the general solution of the equations of statics of electroelasticity of a transversely isotropic piezoceramic body in terms of harmonic functions”, *Int. Appl. Mech.*, 34, no. 7, pp. 20–26, 1998.
 10. Yu.N. Podil’chuk, “Exact analytical solutions of static problems of electroelasticity and thermoelectroelasticity for a transversely isotropic body in curvilinear coordinates”, *Int. Appl. Mech.*, 39, no. 2, pp. 14–54, 2003.
 11. M.O. Shulga and V.L. Karlash, *Resonant electromechanical oscillations of piezoelectric plates*. Kyiv: Nauk. dumka, 2008, 270 p.
 12. V.S. Kirilyuk and O.I. Levchuk, “Stress State of an Orthotropic Piezoelectric Body with a Triaxial Ellipsoidal Inclusion Subject to Tension Crack”, *Int. Appl. Mech.*, 55, no. 3, pp. 305–310, 2019.
 13. V.S. Kirilyuk and O.I. Levchuk, “Stress State of an Orthotropic Piezoelectric Material with an Elliptic Crack”, *Int. Appl. Mech.*, 53, no. 3, pp. 305–312, 2017.
 14. M.H. Zhao, Y.B. Pan, C.Y. Fan, and G.T. Xu, “Extended displacement discontinuity method for analysis of cracks in 2D piezoelectric semiconductors”, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 94–95, pp. 50–59, 2016.
 15. A.P.S. Selvadurai, “A unilateral contact problem for a rigid disc inclusion embedded between two dissimilar elastic half-spaces”, *Q. J. Mech. Appl. Math.*, no. 3, pp. 493–509, 1994.
 16. V.S. Kirilyuk, “On the relationship between the solutions of static contact problems of elasticity and electroelasticity for a half-space”, *Int. Appl. Mech.*, 42, no. 11, pp. 1256–1269, 2006.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОБЛЕМИ НАДЛИШКОВОСТІ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДЕЯКИХ НЕЛІНІЙНИХ КОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ

В.Г. ГОРОДЕЦЬКИЙ, М.П. ОСАДЧУК

Анотація. Запропоновано числово-аналітичний метод, що дозволяє спростити модель, отриману на основі єдиної спостережуваної змінної досліджуваного об'єкта, яка, можливо, має надлишковість. Як таку модель розглянуто систему звичайних диференціальних рівнянь з поліноміальними правими частинами. Для розв'язання поставленої задачі використано так звану диференціальну модель, тобто систему, у якій невідомі змінні замінюються похідними спостережуваної змінної і яка виводиться на основі досліджуваної системи таким чином, щоб спостережувані змінні цих систем збігалися. Метод спрощення досліджуваної системи ґрунтується на тому, щоб з часового ряду за допомогою числового методу можна отримати диференціальну модель, яка простіша за диференціальну модель досліджуваної системи. Виконано аналітичний перехід від спрощеної диференціальної моделі до спрощеної оригінальної системи. Похибка реалізації спостережуваної змінної залишалася в заданих межах навіть для систем з детермінованим хаосом, незважаючи на їх високу чутливість до початкових умов.

Ключові слова: часовий ряд, оригінальна система, диференціальна модель, числовий метод, аналітичний метод.

ВСТУП

Ідентифікація нелінійних систем за недостатньої інформації про об'єкт — одна з поширених проблем у теорії моделювання [1–3]. До таких проблем можна віднести задачу ідентифікації моделі у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) за єдиною спостережуваною змінною [4–7]. Якщо розглядати як об'єкт дослідження нелінійні коливальні системи, то особливо складною ця задача виявляється за хаотичного режиму коливань через залежність динаміки таких систем від початкових умов [8–10]. Такий тип моделей поширений, наприклад, для опису природних явищ [11, 12], великої кількості коливальних хімічних реакцій [10, 13], процесів у біології [14, 15], епідеміології [16], різних технічних систем [17–19].

Для ідентифікації нелінійних моделей застосовують різноманітні, переважно числові, методи [20]. Отримана таким чином система ЗДР деякого порядку може мати надлишковість щодо її структури [21, 22], тобто мати більше складових у правих частинах рівнянь, ніж необхідно для відтворення часового ряду із заданою точністю. Як зазначалося у праці [22], «...динамічні характеристики моделі погіршуються, якщо структура моделі надто складна».

Деякі числові методи дозволяють отримати модель, яка досить точно апроксимує часовий ряд і яка має всі можливі степені змінних не вищі від

заданого. Наприклад, у дослідженні [10] отримано модель у вигляді трьох звичайних диференціальних рівнянь з поліноміальними правими частинами, яка містить 52 коефіцієнти. Як наслідок модель з такою великою кількістю коефіцієнтів має формальний характер, тобто не має фізичного змісту. Водночас простіші рівняння легше аналізувати, і їх можна використовувати для отримання моделі, що відображує фізику процесу.

Важливими є також розмір та складність моделі, якщо її використовують для регулювання деякого технологічного процесу, причому параметри цієї моделі обчислюються неперервно в режимі реального часу [23]. Очевидно, що час ідентифікації та, як наслідок, запізнення такого регулювання залежатимуть від складності моделі.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Мета дослідження — запропонувати числово-аналітичний метод, що дозволяє спростити модель, яка отримана на основі єдиної спостережуваної змінної досліджуваного об'єкта і, можливо, має надлишковість. Будемо вважати модель надлишковою, якщо кількість складових у правих частинах її рівнянь більша за мінімально необхідну для того, щоб модель могла згенерувати спостережувану змінну із заданою точністю.

Розглянемо систему

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = p_1(x_1, \dots, x_n), \\ \dots \\ \dot{x}_n = p_n(x_1, \dots, x_n), \end{cases} \quad (1)$$

де p_i — поліноми, $i = 1, \dots, n$. Відповідно до праці [24] будемо називати систему (1) оригінальною системою (ОС). Нехай система (1) була отримана за ідентифікації деякого об'єкта за єдиною спостережуваною змінною $x_1(t)$ і має у правих частинах рівнянь K_1 доданків, частина з яких може бути надлишковою. Таку ОС називатимемо надлишковою оригінальною системою (НОС). Нехай також існує система виду

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = q_1(u_1, \dots, u_n), \\ \dots \\ \dot{u}_n = q_n(u_1, \dots, u_n), \end{cases} \quad (2)$$

де q_i — поліноми. При цьому ОС (2) є окремим випадком ОС (1) і містить K_2 коефіцієнтів, причому $K_2 < K_1$. Таку ОС будемо називати спрощеною оригінальною системою (СОС).

Запропонований далі метод застосуємо до систем вигляду (1) з параметрами, які забезпечують режим детермінованого хаосу, що ускладнює поставлену задачу порівняно з регулярним режимом. Критерієм адекватності моделі (2) будемо вважати її здатність генерувати хаотичні усталені коливання, близькі до усталених коливань НОС. Тобто СОС повинна мати аттрактор з динамічними характеристиками, близькими до аттрактора НОС. Для

кількісної оцінки такої близькості доцільно застосовувати критерії, які застосовують у дослідженні хаотичних систем [25, 26]. Такими критеріями можуть бути, наприклад, величина старшого показника Ляпунова та еквівалентність відображення Пуанкаре для двох порівнюваних систем.

Також припускаємо, що ОС (2) може неточно відтворювати часовий ряд НОС, тобто $u_1(t) \approx x_1(t)$, а розбіжність між часовими рядами можна виразити через відносне середньоквадратичне відхилення (ВСКВ):

$$\delta = \frac{\sqrt{\frac{1}{m} \sum_{j=0}^{m-1} (u_1(j\Delta t) - x_1(j\Delta t))^2}}{\sqrt{\frac{1}{m} \sum_{j=0}^{m-1} x_1(j\Delta t)^2}}, \quad (3)$$

де m — кількість точок часового ряду; Δt — крок дискретизації часового ряду. Тому, не обмежуючись тільки згаданими критеріями близькості хаотичних моделей, виконаємо перевірку умови $u_1(t) \approx x_1(t)$ за допомогою ВСКВ (3).

ЧИСЛОВО-АНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД

Уведемо запропонований у праці [6] допоміжний тип систем, які застосовуватимуться для розв'язання поставленої задачі.

Означення. Будемо називати систему ЗДР диференціальною моделлю (ДМ) для системи (1) за змінною $x_1(t)$, якщо вона має вигляд

$$\dot{y}_1 = y_2, \dot{y}_2 = y_3, \dots, \dot{y}_{n-1} = y_n, \dot{y}_n = P_N(y_1, \dots, y_n) / P_D(y_1, \dots, y_n), \quad (4)$$

де P_N та P_D — поліноми. При цьому для систем (1) і (4) виконуються умови:

$$y_1(t) \equiv x_1(t); \quad (5)$$

кожний коефіцієнт ДМ можна аналітично виразити через коефіцієнти ОС [6, 24].

Коефіцієнти ДМ можна визначити не тільки аналітично, але й числовим методом із часового ряду. В основу числового методу покладено запропонований підхід [6], який дає змогу за значеннями спостережуваної змінної із часового ряду скласти алгебричні рівняння, невідомими в яких будуть коефіцієнти ДМ.

Запропонований у праці [6] підхід полягає в такому. Нехай в загальному випадку ДМ має Q_1 коефіцієнтів N_k ($k = 1, \dots, Q_1$). Тоді для їх обчислення виконується вибірка значень Q_1 точок часового ряду з деяким кроком τ ($\tau = l \cdot \Delta t$, де $l = 1, 2, \dots$) і складається система лінійних алгебричних рівнянь (СЛАР), яка розв'язується щодо коефіцієнтів ДМ. Оскільки $Q_1 < m$, то для одного і того самого значення τ складаються декілька СЛАР, які відповідають різним наборам точок. Далі, на основі множини розв'язків різних СЛАР, для кожного N_k за цими СЛАР визначається його середнє зна-

чення \bar{N}_k та середньоквадратичне відхилення $\sigma(N_k)$ від середнього. Отримане таким чином значення \bar{N}_k береться як коефіцієнт N_k . Складання декількох СЛАР потрібне для визначення $\sigma(N_k)$, яке буде використовуватись для ідентифікації структури спрощеної моделі.

Відповідно до праць [27, 28] ОС, що мають однакові спостережувані змінні, також мають однакові ДМ. Якщо ж допустити наближену рівність $u_1(t) \approx x_1(t)$, то можна використати більш просту ДМ, ніж ДМ, що відповідає НОС. При цьому більш простій ДМ може відповідати ОС, простіша за НОС.

Для реалізації такого підходу можна запропонувати таку послідовність дій:

1. За часовим рядом спостережуваної змінної НОС виконати реконструкцію ДМ числовим методом, викладеним вище, або аналогічним. Під час виконання числової реконструкції, крім власне значень коефіцієнтів ДМ, обчислюється і їх показник значущості [29], який визначається за формулою

$$\alpha_k = \frac{\bar{N}_k}{\sigma(N_k)}. \quad (6)$$

Величина значущості використовується для виявлення того, які з коефіцієнтів наявні (або відсутні) у рівняннях ДМ. Коефіцієнтам, що наявні у ДМ, відповідають вищі значення α_k .

2. Використовуючи величини значущості коефіцієнтів ДМ, спростити її структуру.

3. Якщо аналітичні співвідношення не дозволяють отримати структуру ДМ, отриману в пункті 2 числовим методом, то її потрібно звести у відповідність до структури ДМ, яку можна отримати аналітично. А саме, необхідно додати або видалити з ДМ коефіцієнт незалежно від його значущості, обчисленої в пункті 2, інакше аналітичний перехід від ОС до ДМ стане неможливим. Тобто неможливо буде отримати співвідношення, що зв'язують коефіцієнти ДМ та ОС.

4. Зменшувати кількість коефіцієнтів ДМ та ОС, повторюючи пункти 1–3, поки δ (3) перебуває в допустимих межах.

Для спрощеної ДМ виконати аналітичний перехід до ОС, яку можна використовувати як СОС.

РЕЗУЛЬТАТИ

Запропонований підхід застосовано до НОС

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_4x_1^2, \\ \dot{x}_2 = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_4x_1^2 + b_5x_1x_2 + b_6x_1x_3 + b_7x_2^2, \\ \dot{x}_3 = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + c_4x_1^2 + c_5x_1x_2 + c_6x_1x_3 + \\ \quad + c_7x_2^2 + c_8x_2x_3 + c_9x_2^2, \end{cases} \quad (7)$$

яку отримано у праці [26] як реконструкцію за однією спостережуваною змінною системи Лоренца [12] методом «Ansatz library». Цій спостере-

жуваний змінній в системі (7) відповідає змінна $x_1(t)$, а змінні $x_2(t)$ і $x_3(t)$ системи (7) у загальному випадку відрізняються від змінних системи Лоренца. Тому для розв'язання задачі отримання СОС критерієм адекватності моделі буде точність відтворення нею саме змінної $x_1(t)$. Коефіцієнти НОС мають такі значення:

$$a_0 = -1,799, \quad a_1 = -22,605, \quad a_2 = 21,650, \quad a_4 = 0,001;$$

$$b_0 = -0,961, \quad b_1 = -0,300, \quad b_2 = 11,617, \quad b_4 = -0,100,$$

$$b_5 = 0,104, \quad b_6 = -0,160, \quad b_7 = 0,026;$$

$$c_0 = -13,811, \quad c_1 = 15,518, \quad c_2 = -3,494, \quad c_3 = -2,552, \quad c_4 = 0,373,$$

$$c_5 = -1,445, \quad c_6 = -0,153, \quad c_7 = 3,748, \quad c_8 = -0,006, \quad c_9 = -0,001.$$

Для порівняння, система Лоренца з використанням позначень (7) матиме вигляд

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_1 x_1 + a_2 x_2, \\ \dot{x}_2 = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_6 x_1 x_3, \\ \dot{x}_3 = c_3 x_3 + c_5 x_1 x_2. \end{cases} \quad (8)$$

Для НОС (7) аналітично отримано ДМ вигляду

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = y_3, \\ \dot{y}_3 = (N_0 + N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 + N_4 y_1^2 + N_5 y_1 y_2 + N_6 y_1 y_3 + \\ + N_7 y_2^2 + N_8 y_2 y_3 + N_9 y_3^2 + N_{10} y_1^3 + N_{11} y_1^2 y_2 + N_{12} y_1^2 y_3 + N_{13} y_1 y_2^2 + \\ + N_{14} y_1 y_2 y_3 + N_{16} y_2^3 + N_{17} y_2^2 y_3 + N_{20} y_1^4 + N_{21} y_1^3 y_2 + N_{22} y_1^2 y_3 + \\ + N_{23} y_1^2 y_2^2 + N_{24} y_1^2 y_2 y_3 + N_{26} y_1 y_2^3 + N_{30} y_2^4 + N_{31} y_1^5 + N_{32} y_1^4 y_2 + \\ + N_{33} y_1^4 y_3 + N_{34} y_1^3 y_2^2 + N_{35} y_1^2 y_2^3 + N_{36} y_1^6 + N_{37} y_1^5 y_2 + \\ + N_{38} y_1^4 y_2^2 + N_{39} y_1^7 + N_{40} y_1^6 y_2 + N_{41} y_1^8) / (D_1 y_1). \end{cases} \quad (9)$$

Відповідно до запропонованої вище процедури, систему (7) розв'язано методом Рунге-Кутта на інтервалі часу 20 с. Часовий ряд спостережуваної $x_1(t)$ містив 10000 точок. Для числової реконструкції ДМ застосовувався числовий метод, викладений вище. Оскільки ДМ (9) має в останньому рівнянні дробово-раціональну функцію, то для визначення її коефіцієнтів необхідно зафіксувати один з них. У цьому випадку це $D_1 = 1$. Прийнятним відхиленням значення $y_1(t)$ від $x_1(t)$, що визначалося за формулою (3), було $\delta \leq 5\%$.

У результаті виконання числової реконструкції знайдено значення коефіцієнтів ДМ (9), наведені в табл. 1, яким відповідає $\delta = 0,29\%$. Разом з отриманими середніми значеннями коефіцієнтів \bar{N}_k у табл. 1 наведено їх значущість α_k , визначену за формулою (6).

Таблиця 1. Коефіцієнти ДМ (9), отримані числовим методом

Коефіцієнт ДМ	\bar{N}_k	α_k	Коефіцієнт ДМ	\bar{N}_k	α_k
N_0	-0,015226564	0,532i	N_{21}	-0,99497109	934,852
N_1	0,17971228	0,991	N_{22}	$-1,4098766 \cdot 10^{-4}$	1,089
N_2	-0,10248562	8,401	N_{23}	-0,027604776	384,615
N_3	$1,223774 \cdot 10^{-3}$	0,691	N_{24}	$-1,9606118 \cdot 10^{-5}$	0,802
N_4	722,34366	4736,900	N_{26}	$9,0433824 \cdot 10^{-7}$	0,083
N_5	-29,687355	881,519	N_{30}	$-1,9951926 \cdot 10^{-7}$	0,335
N_6	-13,682629	6536,069	N_{31}	$4,6607558 \cdot 10^{-4}$	0,619
N_7	11,020315	4576,373	N_{32}	$7,1082154 \cdot 10^{-5}$	0,544
N_8	1,0063809	4933,494	N_{33}	$4,5985287 \cdot 10^{-6}$	0,245
N_9	$2,7394538 \cdot 10^{-4}$	20,231	N_{34}	$-3,9544143 \cdot 10^{-7}$	0,036
N_{10}	0,036173508	1,140	N_{35}	$-2,3034099 \cdot 10^{-7}$	0,276
N_{11}	$-4,9147299 \cdot 10^{-3}$	0,549	N_{36}	$-1,5965374 \cdot 10^{-5}$	0,206
N_{12}	$1,9873338 \cdot 10^{-4}$	0,430	N_{37}	$1,9134588 \cdot 10^{-6}$	0,123
N_{13}	$-7,8276573 \cdot 10^{-4}$	0,820	N_{38}	$4,489668 \cdot 10^{-7}$	0,938
N_{14}	$2,0339801 \cdot 10^{-3}$	15,768	N_{39}	$3,04058 \cdot 10^{-6}$	0,291
N_{16}	$-1,1853874 \cdot 10^{-3}$	15,952	N_{40}	$-7,1599273 \cdot 10^{-8}$	0,235
N_{17}	$1,6361104 \cdot 10^{-8}$	$2,293 \cdot 10^{-3}$	N_{41}	$-3,2676237 \cdot 10^{-8}$	0,303
N_{20}	-10,096385	1865,244	D_1	1	-

За величинами значущості в табл. 1 можна припустити, які з коефіцієнтів ДМ дорівнюють нулю. На початку було прийнято рішення вважати нульовими коефіцієнти зі значущістю $\alpha_k < 1$. У результаті числової реконструкції спрощеної системи отримано значення коефіцієнтів ДМ (результат 1 з табл. 2, наведені тільки значення ненульових коефіцієнтів); ВСКВ склало $\delta = 0,77\%$.

Таблиця 2. Проміжні результати спрощення структури ДМ (9)

Коефіцієнт ДМ	Результат 1		Результат 2		Результат 3	
	\bar{N}_k	α_k	\bar{N}_k	α_k	\bar{N}_k	α_k
N_2	-0,090952501	1,203	0	-	0	-
N_4	723,13973	337,453	718,74982	216,771	719,37258	206,100
N_5	-29,766964	90,480	-29,279985	61,880	-29,219917	40,956
N_6	-13,695687	340,931	-13,61807	285,083	-13,630099	260,810
N_7	11,017883	555,829	11,000604	212,843	11,006899	198,225

Продовження табл. 2

Коефіцієнт ДМ	Результат 1		Результат 2		Результат 3	
	\bar{N}_k	α_k	\bar{N}_k	α_k	\bar{N}_k	α_k
N_8	1,0068978	312,910	1,0009097	190,190	1,0015468	170,560
N_9	$3,4511117 \cdot 10^{-4}$	1,562	0	-	0	-
N_{10}	0,091031772	1,547	0	-	0	-
N_{13}	0	-	0	-	$1,5857221 \cdot 10^{-3}$	0,462
N_{14}	$1,8445206 \cdot 10^{-3}$	5,507	$1,828734 \cdot 10^{-3}$	3,319	$1,703134 \cdot 10^{-3}$	2,225
N_{16}	$-1,1764194 \cdot 10^{-3}$	5,368	$-1,1980193 \cdot 10^{-3}$	3,306	$-1,2326086 \cdot 10^{-3}$	1,969
N_{20}	-10,109763	355,360	-10,040425	237,932	-10,0472	222,016
N_{21}	-0,99361513	222,726	-1,0005051	135,850	-1,0003238	109,904
N_{22}	$-1,1860769 \cdot 10^{-4}$	0,731	0	-	0	-
N_{23}	-0,027561882	87,347	-0,027714621	23,786	-0,027802232	24,354
D_1	1	-	1	-	1	-

Як можна бачити, похибка відтворення часового ряду зросла, але ще порівняно невелика, що не перешкоджає подальшому спрощенню структури ДМ. Тому на даному етапі було прийнято рішення вважати рівними нулю коефіцієнти з $\alpha_k < 2$. У результаті реконструкції після спрощення отримано коефіцієнти ДМ, наведені в табл. 2 як результат 2, для якого ВСКВ склало $\delta = 2,82\%$.

Оскільки кінцева мета дослідження — отримання саме ОС (а не ДМ) з меншою кількістю коефіцієнтів, то перехід від ДМ до такої ОС можна виконати на основі аналітичних співвідношень між їх коефіцієнтами. Повністю ці співвідношення подано у праці [30]. У цій роботі через їх великий обсяг, вони не наводяться в повному обсязі, але нижче продемонстровано приклади застосування деяких з них.

Очевидно, що для переходу від диференціальної моделі до оригінальної системи ДМ, які отримані числовим методом і аналітично, повинні мати однакову структуру. Оскільки структура ДМ, що відповідає результату 2 з табл. 2, отримана числовим методом, значно простіша за структуру, що відповідає табл. 1, то необхідно дорівняти до нуля коефіцієнти ОС (7) таким чином, щоб решта її ненульових коефіцієнтів через співвідношення, що зв'язують коефіцієнти ОС та ДМ, дозволяла перейти до структури ДМ, яка відповідає результату 2 з табл. 2. Наприклад, відповідно до цього результату маємо, порівняно з табл. 1: $N_3 = N_9 = N_{17} = N_{24} = N_{30} = N_{33} = N_{35} = N_{38} = N_{40} = N_{41} = 0$. Оскільки у виразах для цих коефіцієнтів ДМ [30] множником є коефіцієнт ОС c_9 , то можна припустити, що в ОС $c_9 = 0$.

Утім коефіцієнт ДМ

$$D_1 = a_2^3 b_6 \neq 0. \quad (10)$$

Як наслідок, в ОС $a_2 \neq 0$, $b_6 \neq 0$. У результаті подібного аналізу отримано ОС

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_2 x_2, \\ \dot{x}_2 = b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_6 x_1 x_3 + b_7 x_2^2, \\ \dot{x}_3 = c_3 x_3 + c_4 x_1^2 + c_5 x_1 x_2 + c_7 x_2^2, \end{cases} \quad (11)$$

якій відповідає ДМ

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2, \\ \dot{y}_2 = y_3, \\ \dot{y}_3 = (N_4 y_1^2 + N_5 y_1 y_2 + N_6 y_1 y_3 + N_7 y_2^2 + N_8 y_2 y_3 + N_{13} y_1 y_2^2 + \\ + N_{14} y_1 y_2 y_3 + N_{16} y_2^3 + N_{20} y_1^4 + N_{21} y_1^3 y_2 + N_{23} y_1^2 y_2^2) / (D_1 y_1) \end{cases} \quad (12)$$

зі структурою, що найбільше наближена до структури ДМ, що була отримана числовим методом (результат 2 з табл. 2). Зв'язок між коефіцієнтами систем (11) і (12) подано співвідношеннями:

$$\begin{aligned} N_4 &= -a_2^2 b_1 c_3, \quad N_5 = -a_2 b_2 c_3, \quad N_6 = a_2 (b_2 + c_3), \quad N_7 = -a_2 b_2, \\ N_{13} &= -b_7 c_3, \quad N_{14} = 2b_7, \quad N_{16} = -b_7, \quad N_{20} = a_2^2 b_6 c_4, \\ N_{21} &= a_2 b_6 c_5, \quad N_{23} = b_6 c_7, \quad N_8 = D_1 = a_2. \end{aligned} \quad (13)$$

Як можна бачити, у системі (12) є коефіцієнт N_{13} , який раніше (результат 2 з табл. 2) вважався відсутнім в ДМ. Тому виконано повторну числову реконструкцію для структури з додаванням цього коефіцієнта (результат 3 з табл. 2), для якої ВСКВ склало $\delta = 2,45\%$.

Слід зазначити, що для коефіцієнтів ДМ N_{14} і N_{16} зі співвідношення (13) можна вивести співвідношення

$$N_{14} = -2N_{16}, \quad (14)$$

яке не виконується для значень цих самих коефіцієнтів, отриманих числовим методом (результат 3 з табл. 2). Для виконання умови (14) у співвідношення (13) підставлялися різні значення b_7 , обчислювалися N_{14} і N_{16} , які разом з $N_8 = D_1 = 1$ вважалися відомими для виконання числової реконструкції ДМ. У результаті за умови $b_7 = 0,0014$ отримано найменше $\delta = 2,41\%$. Уточнені коефіцієнти ДМ наведено в табл. 3. Подальше зменшення кількості коефіцієнтів ОС зумовило збільшення $\delta > 5\%$. Тому на цьому кроці спрощення структури завершено.

Далі визначено числові значення коефіцієнтів СОС. Для їх однозначного визначення з урахуванням виразу (10) і $D_1 = 1$ взято $b_6 = a_2 = 1$. На підставі значень коефіцієнтів ДМ з табл. 3 отримано значення коефіцієнтів СОС (11):

$$\begin{aligned} a_2 &= 1, \quad b_1 = 273,7837735896502, \quad b_2 = -10,989352, \quad b_6 = 1, \quad b_7 = 0,0014, \\ c_3 &= -2,624721, \quad c_4 = -10,040004, \quad c_5 = -1,0006494, \quad c_7 = -0,027392923. \end{aligned}$$

Таблиця 3. Коефіцієнти ДМ (12)

Коефіцієнт ДМ	\bar{N}_k	α_k
N_4	718,60602	67,334
N_5	-29,178146	39,184
N_6	-13,614073	101,198
N_7	10,989352	94,219
N_8	1	-
N_{13}	$-1,8357897 \cdot 10^{-3}$	0,073
N_{14}	0,0028	-
N_{16}	-0,0014	-
N_{20}	-10,040004	77,889
N_{21}	-1,0006494	67,769
N_{23}	-0,027392923	7,412
D_1	1	-

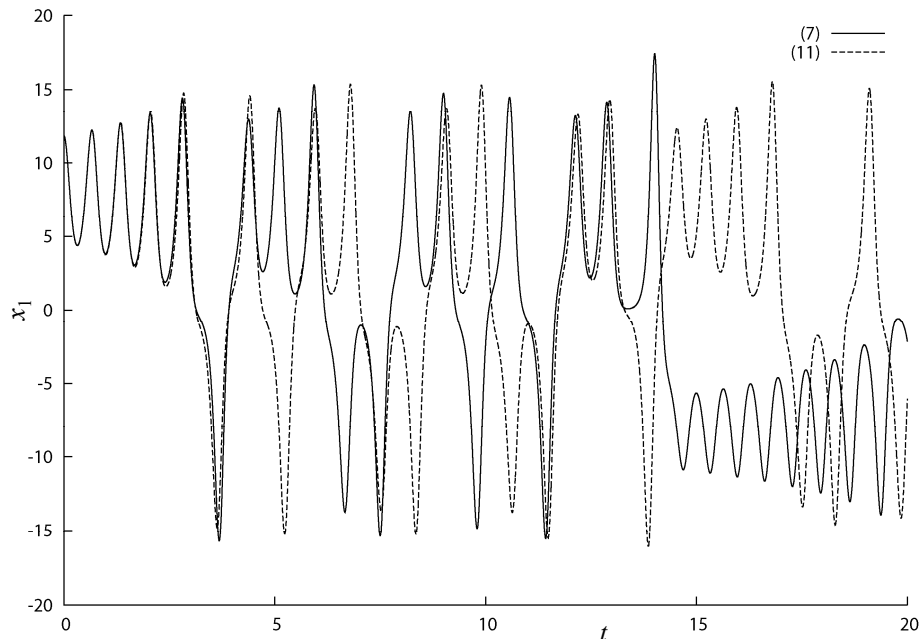
Графіки спостережуваних змінних НОС (7) і СОС (11) зображено на рис. 1. Можна бачити, що на початку інтервалу, що розглядається, часові ряди візуально збігаються. Швидке розходження кривих пояснюється тим, що ДМ, які відповідають НОС і СОС, мають різні структури і збіг часових рядів їх спостережуваних змінних можливий тільки наближено. Цей ефект посилюється завдяки хаотичному характеру обох систем.

Для кількісної оцінки ступеня збігу часових рядів, на додачу до δ , використовувалася також величина часу збігу t_c ,

тобто часу, впродовж якого часові ряди НОС $x_1(t)$ і СОС $x_1'(t)$ відрізняються не більше, ніж на Δ :

$$t_c = \max\{t : \forall \tau < t, |x_1(\tau) - x_1'(\tau)| < \Delta\}. \quad (15)$$

Тут і надалі було прийнято $\Delta = 3,315$, що складає 10% від діапазону зміни значень досліджуваного часового ряду НОС. Для кривих рис. 1 $t_c = 3,7$ с, а значення ВСКВ $\delta = 128,12\%$.

Рис. 1. Часові ряди $x_1(t)$ для НОС (7) і СОС (11)

Порівняно невелика величина t_c , визначена за виразом (15), а також значна величина δ (3) пояснюються тим, що НОС (7) і СОС (11) мають різні ДМ з різними спостережуваними $y_1(t)$. Тому за аналітичного переходу від різних ДМ до ОС можна отримати різні значення $x_1(t)$, $x_2(t)$ і $x_3(t)$. Це стосується зокрема і початкових умов $x_1(0)$, $x_2(0)$ і $x_3(0)$. Оскільки хаотичні системи мають високу чутливість до початкових умов, то це зумовлює збільшення розходження часових рядів $x_1(t)$ НОС і СОС. Тобто можна припустити, що належна зміна початкових умов $x_2(0)$ і $x_3(0)$, порівняно з обчисленими аналітично, зумовить збільшення t_c і зменшення δ . Тому в околі аналітично розрахованих початкових умов виконано пошук початкової точки фазової траєкторії, яка забезпечує максимальне значення t_c .

У результаті отримано початкові умови, для яких часові ряди збігаються впродовж $t_c = 20$ с (рис. 2), а $\delta = 3,32\%$. Цей приклад показує, що підвищення якості реконструкції можливе також за рахунок зміни початкових умов. Якщо для розв'язання деякої задачі потрібен максимально точний збіг часових рядів, то цей прийом може виявитися достатньо ефективним, як показано вище. Детально ця проблема у роботі не розглядається.

Фазові портрети системи Лоренца (8), НОС (7) і СОС (11) зображено на рис. 3. Як можна бачити з рисунка, фазові портрети систем розрізняються,

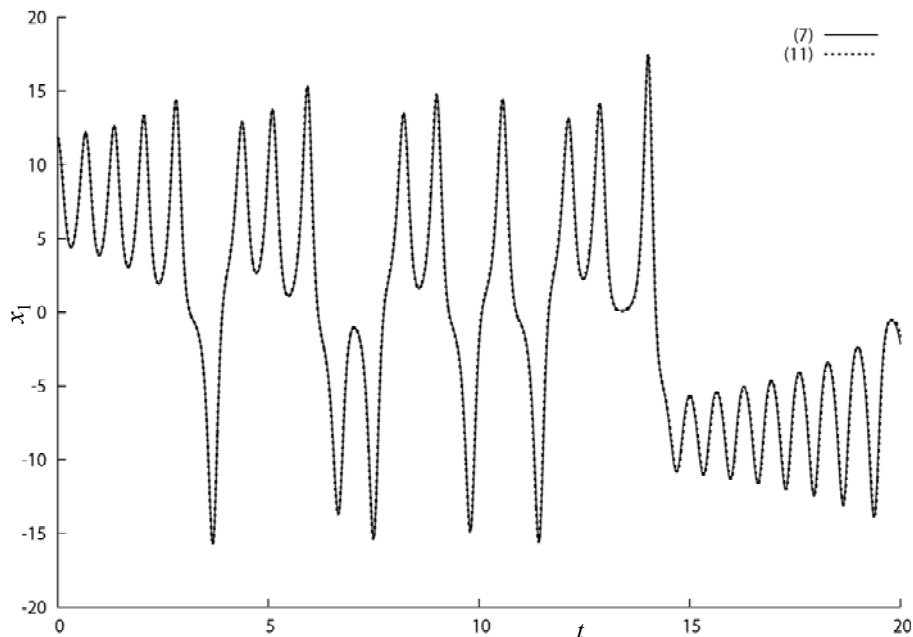


Рис. 2. Часові ряди $x_1(t)$ для НОС (7) та СОС (11) зі зміненими початковими умовами оскільки НОС (7) і СОС (11) наближено відтворюють часовий ряд $x_1(t)$ системи Лоренца (8), але часові ряди змінних $x_2(t)$ і $x_3(t)$ цих трьох систем відрізняються. Водночас існує взаємно однозначне перетворення координат НОС і ДМ (або СОС і ДМ), засноване на (5) і яке може бути виражене аналітично. Оскільки координати ДМ являють собою спостережувану змінну та її похідні, а спостережувані змінні НОС і СОС наближено збігаються, то

координати ДМ (9) і (12) також наближено збігаються. Таким чином, можна отримати наближену відповідність між змінними НОС і СОС, якщо послідовно виконати перетворення координат для систем НОС (7) – ДМ (9) – ДМ (12) – СОС (11).

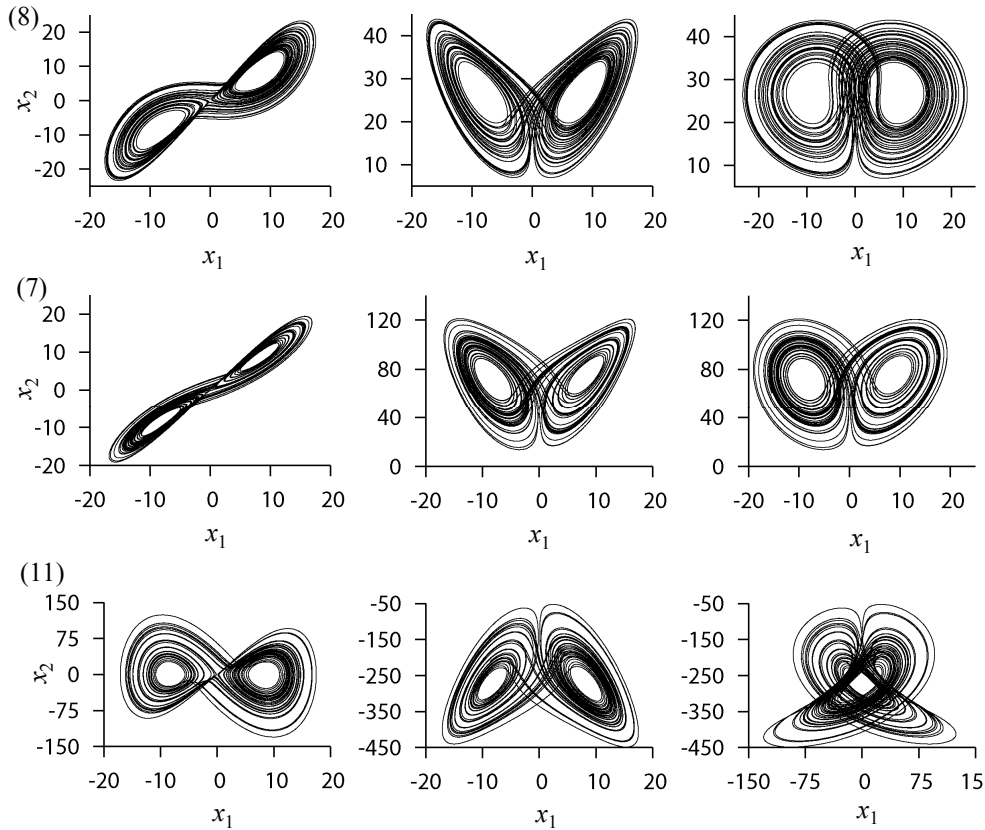


Рис. 3. Часові ряди $x_1(t)$ для НОС (7) і СОС (11) зі зміненими початковими умовами

Для порівняння систем (7), (8), (11) виконано кількісну оцінку їх динаміки за допомогою обчислення старшого показника Ляпунова [31]. Для системи Лоренца (8) він склав $\lambda_1 \approx 0,9991$, для системи (7) – $\lambda_2 \approx 0,8624$ і для системи (11) – $\lambda_3 \approx 0,9145$.

Розглянуто точкові відображення для цих самих систем (рис. 4). Відображення побудовано для змінної x_3 як залежність значення $p+1$ -го локального максимуму M_{p+1} від попереднього локального максимуму M_p ана-

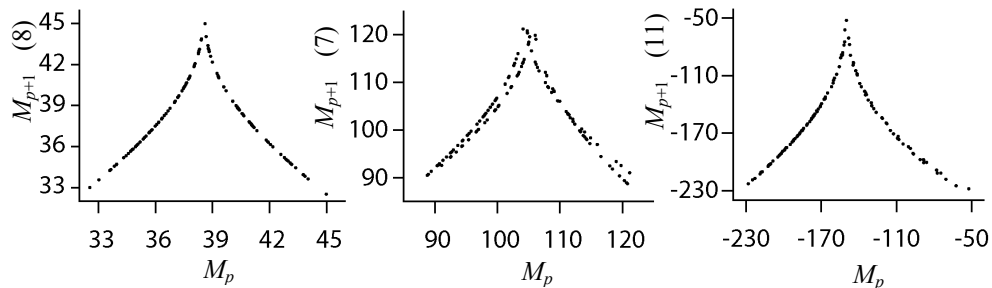


Рис. 4. Точкові відображення для системи Лоренца (8), НОС (7) і СОС (11)

логічно до праць [26] і [12]. Як можна бачити з рис. 4, точкове відображення для системи (11) має характер, аналогічний до системи Лоренца (8), у якому точки розташовані вздовж ліній. Система (7) має більш розмите відображення. Ці графіки, як і значення показників Ляпунова, свідчать про близькість властивостей динамічних систем.

ВИСНОВКИ

Запропонований метод дозволяє розв'язати проблему надлишковості моделі у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь з поліноміальними правими частинами. Метод дозволяє вибрати найбільш компактну структуру, що містить найменшу кількість складових. При цьому похибка відтворення спостережуваної змінної залишається в заданих межах навіть для систем з детермінованим хаосом, попри їх високу чутливість до початкових умов. У розглянутому прикладі вдалося зменшити кількість коефіцієнтів у правих частинах рівнянь з 21 до 9. Можливість використання спрощеної системи замість надлишкової підтверджується не тільки схожістю їх фазових портретів, але і близькістю часових рядів спостережуваних змінних.

Спрощення системи ЗДР запропонованим методом виконується за два етапи і досягається вилученням з рівнянь складових, які мало впливають на часовий ряд. Спочатку за допомогою показника значущості спрощується ДМ зі збереженням точності відтворення часового ряду в заданих межах. Потім на основі аналітичних співвідношень виконується перехід від більш простої ДМ до більш простої ОС. У загальному випадку на основі однієї ДМ можна отримати декілька варіантів структури СОС. Завдяки цьому дослідник може обирати модель не тільки на основі точності відтворення часового ряду, але і за іншими критеріями, наприклад, виходячи з фізичних міркувань.

Метод доцільно застосовувати у випадку, коли дослідник має модель, яка описує деякий фізичний процес і яка може мати надлишкові складові в рівняннях.

ЛІТЕРАТУРА

1. T. Bohlin, *Practical grey-box process identification: Theory and applications*. London: Springer-Verlag, 2006, 351 p.
2. X. Hong, R.J. Mitchell, S. Chen, C.J. Harris, K. Li, and G.W. Irwin, "Model selection approaches for non-linear system identification: a review", *International Journal of Systems Science*, **39**, no. 10, pp. 925–946, 2008.
3. S. Chen, S.A. Billings, and W. Luo, "Orthogonal Least Squares Methods and their Applications to Nonlinear System Identification", *International Journal of Control*, **50**, pp. 1873–1896, 1989.
4. J. Cremers and A. Hübler, "Construction of differential equations from experimental data", *Naturforsch*, **42** (a), pp. 797–802, 1987.
5. J.L. Breeden and A. Hübler, "Reconstructing equations of motion from experimental data with unobserved variables", *Phys. Rev. A*, **42**, pp. 5817–5826, 1990.
6. G. Gouesbet, "Reconstruction of the vector fields of continuous dynamical systems from numerical scalar time series", *Phys. Rev. A*, **43**, pp. 5321–5331, 1991.
7. U. Parlitz, "Estimating Model Parameters from Time Series by Autosynchronization", *Physical review letters*, **76**, no. 8, pp. 1232–1235, 1996.

8. G. Rowlands and J.C. Sprott, "Extraction of dynamical equations from chaotic data", *Physica D*, **58**, pp. 251–259, 1992.
9. G.L. Baker, J.P. Gollub, and J.A. Blackburn, "Inverting chaos: Extracting system parameters from experimental data", *Chaos*, **6**, no. 4, pp. 528–533, 1996.
10. C. Letellier, L.Le. Sceller, E. Maréchal, P. Dutertre, B. Maheu, and G. Gouesbet, "Global vector field reconstruction from a chaotic experimental signal in copper electrodisolution", *Physical review E*, **51**, pp. 4262–4266, 1995.
11. G.K. Vallis, "Conceptual models of El Niño and southern oscillations", *Journal of geophysical research*, **93**, no. 11, pp. 13979–13991, 1988.
12. E.N. Lorenz, "Deterministic nonperiodic flow", *J. Atmos. Sci.*, **20**, pp. 130–141, 1963.
13. D. Gurel and O. Gurel, *Oscillations in chemical reactions*. Springer, 1983, 124 p.
14. I.-C. Chou and E.O. Voit, "Recent developments in parameter estimation and structure identification of biochemical and genomic systems", *Mathematical Biosciences*, **219**, pp. 57–83, 2009.
15. S. Mangiarotti, L. Drapeau, and C. Letellier, "Two chaotic global models for cereal crops cycles observed from satellite in northern Morocco", *Chaos*, **24**, 023130, 2014.
16. S. Mangiarotti, M. Peyre, and M. Huc, "A chaotic model for the epidemic of Ebola virus disease in West Africa (2013–2016)", *Chaos*, **26**, 113112, 2016.
17. L.F.P. Franca and H.I. Weber, "Experimental and numerical study of a new resonance hammer drilling model with drift", *Chaos, Solitons and Fractals*, **21**, pp. 789–801, 2004.
18. C. Liu, D. Qin, J. Wei, and Y. Liao, "Investigation of nonlinear characteristics of the motor-gear transmission system by trajectory-based stability preserving dimension reduction methodology", *Nonlinear Dyn.*, **94**, pp. 1835–1850, 2018.
19. W. Horbelt, J. Timmer, M.J. Büchner, R. Meucci, and M. Ciofini, "Dynamical modeling of measured time series from a Q-switched CO₂ laser", *Chaos, Solitons and Fractals*, **17**, pp. 397–404, 2003.
20. L.A. Aguirre and C. Letellier, "Modeling nonlinear dynamics and chaos: A review", *Mathematical Problems in Engineering*, 238960, 2009.
21. L.A. Aguirre and S.A. Billings, "Dynamical effects of overparametrization in nonlinear models", *Physica D*, **80**, pp. 26–40, 1995.
22. E.M.A.M. Mendes and S.A. Billings, "On overparametrization of nonlinear discrete systems", *International Journal of Bifurcation and Chaos*, **8**, no. 3, pp. 535–556, 1998.
23. G. Olsson and G. Piani, *Computer systems for automation and control*; 2nd edition. Prentice Hall International (UK) Ltd., London, 1998, 497 p.
24. G. Gouesbet, "Reconstruction of standard and inverse vector fields equivalent to the Rössler system", *Phys. Rev. A*, **44**, pp. 6264–6280, 1991.
25. J. Maquet, C. Letellier, and L.A. Aguirre, "Scalar modeling and analysis of a 3D biochemical reaction model", *Journal of theoretical biology*, **228**, pp. 421–430, 2004.
26. C. Lainscsek, C. Letellier, and F. Schürerer, "Ansatz library for global modeling with a structure selection", *Phys. Rev. E*, **64**, 016206, pp. 1–15, 2001.
27. C. Lainscsek, "A class of Lorenz-like systems", *Chaos*, **22**, 013126, 2012.
28. V. Gorodetskyi and M. Osadchuk, "Analytic reconstruction of some dynamical systems", *Phys. Lett. A*, **377**, pp. 703–713, 2013.
29. C. Lainscsek, C. Letellier, and I. Gorodetskyi, "Global modeling of the Rössler system from the z-variable", *Phys. Lett. A*, **314**, pp. 409–427, 2003.
30. V. Gorodetskyi and M. Osadchuk, "Simplification of a reconstructed model", *International Journal of Dynamics and Control*, **7** (4), pp. 1213–1224, 2019.
31. J.C. Sprott, *Elegant chaos. Algebraically simple chaotic flows*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2010, 285 p.

Надійшла 15.02.2021

INFORMATION ON THE ARTICLE

Viktor G. Gorodetskyi, ORCID: 0000-0003-4642-3060, Institute of Energy Saving and Energy Management of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Ukraine, e-mail: v.gorodetskyi@ukr.net

Mykola P. Osadchuk, ORCID: 0000-0002-3409-9315, Institute of Energy Saving and Energy Management of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Ukraine, e-mail: 13717421@ukr.net

РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ ИЗБЫТОЧНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ / В.Г. Городецкий, Н.П. Осадчук

Аннотация. Предложен численно-аналитический метод, позволяющий упростить модель, полученную на основе единственной наблюдаемой переменной исследуемого объекта, и которая, возможно, имеет избыточность. В качестве такой модели рассмотрена система обыкновенных дифференциальных уравнений с полиномиальными правыми частями. Для решения поставленной задачи использована так называемая дифференциальная модель, т.е. система, в которой неизвестные переменные заменяются производными наблюдаемой переменной, и которая выводится на основе исследуемой системы таким образом, чтобы наблюдаемые переменные этих систем совпадали. Метод упрощения исследуемой системы основан на том, чтобы по временному ряду с помощью численного метода можно получить дифференциальную модель, которая проще дифференциальной модели исследуемой системы. Выполнен аналитический переход от упрощенной дифференциальной модели к упрощенной оригинальной системе. Погрешность реализации наблюдаемой переменной оставалась в заданных пределах даже для систем с детерминированным хаосом, несмотря на их высокую чувствительность к начальным условиям.

Ключевые слова: временной ряд, оригинальная система, дифференциальная модель, численный метод, аналитический метод.

SOLVING THE PROBLEM OF MATHEMATICAL MODELS OVERPARAMETERIZATION FOR SOME NONLINEAR OSCILLATING SYSTEMS / V.G. Gorodetskyi, M.P. Osadchuk

Abstract. This study proposes a numerical-analytical method that allows us to simplify the model, which is obtained on the basis of the single observable variable of an object under the study, and which may be overparameterized. As a model, we consider a system of ordinary differential equations with polynomial right-hand sides. To solve this problem, the so-called differential model is used, that is, a system in which unknown variables are replaced by derivatives of the observed variable, and which is derived on the basis of a system under the study so that the observed variables of these systems coincide. The method of simplification of a system under the study is based on the fact that using a numerical method, a simpler differential model can be obtained. Next, an analytical transition from a simplified differential model to a simplified original system is performed. In this case, the time series error remains within given limits even for systems with deterministic chaos, despite their high sensitivity to the initial conditions.

Keywords: time series, original system, differential model, numerical method, analytical method.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Бідюк Петро Іванович,

професор, доктор технічних наук, професор кафедри математичних методів системного аналізу ІПСА КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Бодянський Євгеній Володимирович,

професор, доктор технічних наук, професор кафедри штучного інтелекту, науковий керівник ПНДІ АСУ Харківського національного університету радіоелектроніки, Україна, Харків

Глоба Лариса Сергіївна,

професор, доктор технічних наук, завідувачка кафедри інформаційно-телекомунікаційних мереж Інституту телекомунікаційних систем КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Горелова Галина Вікторівна,

професор, доктор технічних наук, науковий керівник Інституту управління в економічних, соціальних та екологічних системах Південного федерального університету, Росія, Таганрог

Городецький Віктор Георгійович,

доцент, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри автоматизації електротехнічних і мехатронних комплексів Інституту енергозбереження та енергоменеджменту КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Гусак Володимир Вікторович,

доцент, кандидат медичних наук, доцент кафедри фізичної реабілітації, ерготерапії та домедичної допомоги Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, Україна, Чернівці

Гусак Олена Михайлівна,

кандидат технічних наук, асистентка кафедри прикладної математики та інформаційних технологій Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, Україна, Чернівці

Зак Юрій Олександрович,

доктор технічних наук, науковий експерт і консультант, Німеччина, Аахен

Кондратюк Тарас Євгенович,

студент ІПСА КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Кирик Володимир Олександрович,

магістрант кафедри електронних пристроїв та систем факультету електроніки КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Кирилюк Віталій Семенович,

старший науковий співробітник, доктор фізико-математичних наук, провідний науковий співробітник відділу теорії коливань Інституту механіки імені С.П. Тимошенка НАН України, Київ

Левчук Ольга Іванівна,

старший науковий співробітник, кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник відділу теорії коливань Інституту механіки імені С.П. Тимошенка НАН України, Київ

Лопатін Олексій Костянтинівич,

професор, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри математичних методів системного аналізу ІПСА КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Магомедова Сабіна Рамазанівна,

старший викладач кафедри інформаційних систем і технології програмування факультету інформатики та інформаційних систем Дагестанського державного університету, Росія, Махачкала

Мацукі Йошіо,

професор, доктор технічних наук, професор Національного університету «Києво-Могилянська академія», Україна, Київ

Мельник Ігор Віталійович,

професор, доктор технічних наук, професор кафедри електронних пристроїв та систем факультету електроніки КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Науменко Тетяна Олександрівна,

асистент кафедри системного проектування КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Осадчук Микола Павлович,

кандидат фізико-математичних наук, асистент кафедри автоматизації електротехнічних і мехатронних комплексів Інституту енергозбереження та енергоменеджменту КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Плісс Ірина Павлівна,

старший науковий співробітник, кандидат технічних наук, провідний науковий співробітник ПНДЛ АСУ Харківського національного університету радіоелектроніки, Україна, Харків

Тугай Сергій Борисович,

кандидат технічних наук, доцент кафедри електронних пристроїв та систем факультету електроніки КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Фейламазова Світлана Абдулаївна,

старший викладач кафедри управління та інформатики в технічних системах і обчислювальній техніці факультету комп'ютерних технологій, обчислювальної техніки та енергетики Дагестанського державного технічного університету, Росія, Махачкала

Цзиджиан Ян,

директор Інституту автоматизації Шаньдунської Академії наук, Китай, Цзінань

Цзянпин Гуо,

дослідник Інституту інформаційних досліджень Шаньдунської Академії наук, Китай, Цзінань

Шафроненко Аліна Юрївна,

доцент, кандидат технічних наук, доцент кафедри інформатики Харківського національного університету радіоелектроніки, Україна, Харків

Швед Ірина Сергіївна,

студентка КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Юй Дзюньфен,

аспірантка КПІ ім. Ігоря Сікорського, дослідниця Інституту інформаційних досліджень Шаньдунської Академії наук, Китай, Цзінань