

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

МІЖНАРОДНИЙ НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 1

2015

ЗАСНОВАНО У ЛИПНІ 2001 р.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Головний редактор

М.З. ЗГУРОВСЬКИЙ, акад. НАН України

Заступник головного редактора

Н.Д. ПАНКРАТОВА, проф., д.т.н., Україна

Члени редколегії:

П.І. АНДОН, акад. НАН України

А.В. АНІСІМОВ, чл.-кор. НАН України

Г.-В. ВЕБЕР, проф., Турція

О.Д. ГВІШПАНИ, акад. РАН, Росія

П.О. КАСЬЯНОВ, проф., д.ф.-м.н.,
Україна

В.М. КУНЦЕВИЧ, акад. НАН України

О.А. ПАВЛОВ, проф., д.т.н., Україна

Т.Л. СААТІ, проф., США

Л. САКАЛАУСКАС, проф., Литва

А.М. САЛЕМ, проф., Єгипет

І.В. СЕРГІЄНКО, акад. НАН України

Х.-М. ТЕОДОРЕСКУ, проф., Румунія

Е.О. ФАЙНБЕРГ, проф., США

Я.С. ЯЦКІВ, акад. НАН України

АДРЕСА РЕДАКЦІЇ:

03056, м. Київ,

пр. Перемоги, 37, корп. 35,

Навчально-науковий комплекс

«Інститут прикладного системного аналізу»

НТУУ «КПІ» МОН та НАН України

Тел.: **406-81-44**; факс: **406-81-44**

E-mail: journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua

<http://journal.iasa.kpi.ua>

National academy of sciences of ukraine

У номері:

• **Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу**

• **Прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи**

• **Проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах**

• **Проблемно- і функціонально-орієнтовані комп'ютерні системи та мережі**

• **Математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем**

• **Методи аналізу та управління системами в умовах ризику і невизначеності**

EDUCATIONAL-SCIENTIFIC COMPLEX
«INSTITUTE FOR APPLIED SYSTEM ANALYSIS»
AT THE NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF UKRAINE «KPI»
OF MES AND NAS OF UKRAINE

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

№ 1

2015

IT IS FOUNDED IN JULY 2001

EDITORIAL BOARD:

The editor – in – chief

M.Z. ZGUROVSKY, Academician of
NASU

Deputy editor – in – chief

N.D. PANKRATOVA, Prof., Ukraine

Associate editors:

F.I. ANDON, Academician of
NASU
A.V. ANISIMOV, Correspondent
member of NASU
E.A. FEINBERG, Prof., USA
A.D. GVISHIANI, Academician of RAS,
Russia
P.O. KASYANOV, Prof., Ukraine
V.M. KUNTHEVICH, Academician of NASU
A.A. PAVLOV, Prof., Ukraine
T.L. SAATY, Prof., USA
L. SAKALAIUSKAS, Prof., Lithuania
A.M. SALEM, Prof., Egypt
I.V. SERGIENKO, Academician of NASU
H.-N. TEODORESKU, Prof., Romania
G.-W. WEBER, Prof., Turkey
Ya.S. YATSKIV, Academician of NASU

THE EDITION ADDRESS:

03056, Kyiv,
av. Peremogy, 37, building 35,
Educational-Scientific Complex
«Institute for Applied System Analysis» at the
National Technical University of Ukraine «KPI»
of MES and NAS of Ukraine
Phone: **406-81-44**; Fax: **406-81-44**
E-mail: journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua
<http://journal.iasa.kpi.ua>

In the issue:

- **Theoretical and applied problems and methods of system analysis**
- **Progressive information technologies, high-efficiency computer systems**
- **Decision making and control in economic, technical, ecological and social systems**
- **Problem- and function-oriented computer systems and networks**
- **Mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research**
- **Methods of system analysis and control in conditions of risk and uncertainty**

Шановні читачі!

Навчально-науковий комплекс «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України видає міжнародний науково-технічний журнал

«СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ».

Журнал публікує роботи теоретичного та прикладного характеру в широкому спектрі проблем, пов'язаних із системними дослідженнями та інформаційними технологіями.

Провідні тематичні розділи журналу:

Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу; теоретичні та прикладні проблеми інформатики; автоматизовані системи управління; прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи; проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах; теоретичні та прикладні проблеми інтелектуальних систем підтримки прийняття рішень; проблемно і функціонально орієнтовані комп'ютерні системи та мережі; методи оптимізації, оптимальне управління і теорія ігор; математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем; методи аналізу та управління системами в умовах ризику і невизначеності; евристичні методи та алгоритми в системному аналізі та управлінні; нові методи в системному аналізі, інформатиці та теорії прийняття рішень; науково-методичні проблеми в освіті.

Головний редактор журналу — ректор Національного технічного університету України «КПІ», директор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, академік НАН України Михайло Захарович Згуровський.

Журнал «Системні дослідження та інформаційні технології» включено до переліку фахових видань ВАК України.

Журнал «Системні дослідження та інформаційні технології» входить до таких наукометричних баз даних: «Україніка наукова» та УРЖ «Джерело», ВИНІТИ РАН, РИНЦ (Российский индекс научного цитирования), DOAJ (Directory of Open Access Journals), Index Copernicus.

Статті публікуються українською, російською та англійською мовами.

Журнал можна передплатити. **Наш індекс 23918.** Якщо ви не встигли передплатити журнал, його можна придбати безпосередньо в редакції.

Наша адреса: 03056, м. Київ, пр. Перемоги, 37, корп. 35, к. 219.

Завідуюча редакцією **С.М. Шевченко**

Редактор **А.О. Млечко**

Молодший редактор **Н.В. Купіцька**

Комп'ютерна верстка та набір **А.А. Патіоха**

Підписано до друку 20.03.2015. Формат 70x108/16.

Папір офс. Офс. друк. Ум. друк. арк. 14. Ціна договірна.

Свідоцтво про реєстрацію КВ № 13804–2778 ПР від 17.03.2008 р.

Видавництво та поліграфія ВПК «Політехніка»

ВПІ НТУУ «КПІ»

03056, Київ–56, пр. Перемоги, 37, корп. 15

Dear Readers!

The Educational-scientific complex «Institute for applied system analysis» at the National technical university of Ukraine «KPI» of MES and NAS of Ukraine is published of the international scientific and technical journal

«SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES».

The Journal is printing works of a theoretical and applied character on a wide spectrum of problems, connected with system researches and information technologies.

The main thematic sections of the Journal are the following:

Theoretical and applied problems and methods of system analysis; theoretical and applied problems of computer science; automated control systems; progressive information technologies, high-efficiency computer systems; decision making and control in economic, technical, ecological and social systems; theoretical and applied problems of intellectual systems for decision making support; problem- and function-oriented computer systems and networks; methods of optimization, optimum control and theory of games; mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research; methods of system analysis and control in conditions of risk and uncertainty; heuristic methods and algorithms in system analysis and control; new methods in system analysis, computer science and theory of decision making; scientific and methodical problems in education.

The editor-in-chief of the Journal is Rector of the National Technical University of Ukraine «KPI», Director of the Educational-scientific complex «Institute for applied system analysis» at the National technical university of Ukraine «KPI» of MES and NAS of Ukraine, academician of the NASU Michael Zaharovich Zgurovsky.

The articles to be published in the Journal in Ukrainian, Russian and English languages are accepted. Information printed in the Journal is included in the Catalogue of periodicals of Ukraine.

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

1 • 2015

ЗМІСТ

ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ І МЕТОДИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ	
<i>Згуровский М.З., Петренко А.И.</i> Цифровая наука в программе «Горизонт 2020»	7
ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ	
<i>Поліщук Д.О., Поліщук О.Д., Яджак М.С.</i> Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно-мережових систем: Частина I. Опис методики	21
<i>Зімчук І.В., Іщенко В.І., Канкін І.О.</i> Синтез алгоритмів цифрового управління для автоматичних слідкувальних систем	32
ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ І УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ, ЕКОЛОГІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ	
<i>Смирнов С.А., Терещенко І.М.</i> Процедура обчислення внутрішньої валюти в рефлексивних іграх	39
<i>Махорт А.П.</i> Про рівновагу відкритої економічної системи за наявності невикористаного капіталу та заданих рівнів споживання	45
<i>Коваль А.В., Бойко Ю.Д., Волкова Е.А.</i> Особенности сценарно-целевого подхода к анализу объектов действенной аналитики	57
ПРОБЛЕМНО- І ФУНКЦІОНАЛЬНО-ОРІЄНТОВАНІ КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ ТА МЕРЕЖІ	
<i>Зайченко Е.Ю.</i> Оптимальная ремаршрутизация потоков в компьютерных сетях с технологией MPLS	68
<i>Oliinyk A.A., Subbotin S.A.</i> Neural network synthesis based on evolutionary optimization	77
МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ І ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ	
<i>Щербовських С.В.</i> Математична модель надійності для аналізу причин непрацездатності системи із роздільним навантажувальним резервуванням ...	87
<i>Гарт Л.Л., Манойло М.В.</i> О некоторых алгоритмах регуляризации для решения интегральных уравнений	99
МЕТОДИ АНАЛІЗУ ТА УПРАВЛІННЯ СИСТЕМАМИ В УМОВАХ РИЗИКУ І НЕВИЗНАЧЕНОСТІ	
<i>Зак Ю.А.</i> Альтернативные алгоритмы дефазсификации	111
<i>Романенко В.Д., Милявский Ю.Л.</i> Управление соотношениями координат когнитивной модели сложной системы при неустойчивом импульсном процессе	121
<i>Бомба А.Я., Сінчук А.М., Яроцак С.В.</i> Методи комплексного аналізу при моделюванні процесу витіснення нафти теплоносієм із врахуванням ефекту гідророзриву	130
Реферати	141
Відомості про авторів	149

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

1 • 2015

CONTENTS

THEORETICAL AND APPLIED PROBLEMS AND METHODS OF SYSTEM ANALYSIS	
<i>Zgurovsky M.Z., Petrenko A.I.</i> Digital science program «Horizon 2020»	7
PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES, HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS	
<i>Polishchuk D.O., Polishchuk O.D., Yadzhak M.S.</i> Complex deterministic evaluation of the complex hierarchical-network systems: Part I. Methods description	21
<i>Zimchuk I.V., Ishchenko V.I., Kankin I.O.</i> The synthesis of digital control algorithms for automatic tracking systems	32
DECISION MAKING AND CONTROL IN ECONOMIC, TECHNICAL, ECOLOGICAL AND SOCIAL SYSTEMS	
<i>Smirnov S.A., Tereshchenko I.M.</i> The procedure for computing the local currency in reflexive games	39
<i>Makhort A.Ph.</i> On equilibrium of an open economy under presence of unused funds and specified consumption levels	45
<i>Koval O.V., Boyko Yu.D., Volkova K.A.</i> Features of scenario-goal approach to actionable analytics objects analysis	57
PROBLEM- AND FUNCTION-ORIENTED COMPUTER SYSTEMS AND NETWORKS	
<i>Zaychenko O.Yu.</i> Online traffic management in MPLS computer networks	68
<i>Oliinyk A.A., Subbotin S.A.</i> Neural network synthesis based on evolutionary optimization	77
MATHEMATICAL METHODS, MODELS, PROBLEMS AND TECHNOLOGIES FOR COMPLEX SYSTEMS RESEARCH	
<i>Shcherbovskykh S.V.</i> Mathematical reliability model for failure cause analysis of a system with separated derating redundancy	87
<i>Hart L.L., Manoilo M.V.</i> On some regularization algorithms for solving integral equations	99
METHODS OF SYSTEM ANALYSIS AND CONTROL IN CONDITONS OF RISK AND UNCERTAINTY	
<i>Zak Yu.A.</i> Alternative algorithms for defuzzification	111
<i>Romanenko V.D., Milyavsky Yu.L.</i> Coordinates ratio control for a cognitive model of a complex system under an unstable impulse process	121
<i>Bomba A.Ya., Sinchuk A.M., Yaroschak S.V.</i> The complex analysis methods for modeling the oil displacement process by the heat transfer fluid taking into account the hydraulic fracturing effect	130
References	141
Information about the authors	149

УДК 001.1, 001.18, 001.3, 001.8

ЦИФРОВАЯ НАУКА В ПРОГРАММЕ «ГОРИЗОНТ 2020»

М.З. ЗГУРОВСКИЙ, А.И. ПЕТРЕНКО

Цифровая наука, которая опирается на использование электронных инфраструктур, услуг и инструментов, основанных на ИКТ, делает более эффективными и прозрачными научные процессы, предлагает новые инструменты для научного сотрудничества, экспериментов и анализа и делает научное знание более доступным. Одновременно цифровая наука способствует появлению новых научных методов, дисциплин и парадигм по реагированию на новые вызовы через глобальные распределенные сообщества, в которых граждане и общество непосредственно участвуют в создании и потреблении научных знаний. Рассмотрены планы и организационные меры развития и использования в европейских программах цифровой науки. Это мероприятия по координации, поддержке, формированию и функционированию открытой однородной объединенной в федерацию производственной инфраструктуры для всей Европы, единого цифрового исследовательского пространства ERA (European Research Area). Ключевую роль в предоставлении услуг (сервисов) в этом онлайн-пространстве играет Европейская грид-инфраструктура EGI (European Grid Infrastructure), которая объединяет и поддерживает исследователей разных научных дисциплин, предоставляя им возможность обрабатывать данные, полученные в интегрированной европейской вычислительной среде. Такой пример Европы по организации и активной поддержке научных исследований очень поучителен для Украины.

ПРОГРАММА «ГОРИЗОНТ 2020»

Термин «цифровая наука» появился в документах ЕС генеральной дирекции CONNECT (Communications Networks, Content and Technology — коммуникационные сети, контент и технологии) в марте 2013 года, посвященных обоснованию главных задач новой европейской программы «Горизонт 2020», которая продлится с 2014 по 2020 год с общим бюджетом около 80 млрд евро [1–8].

По сути, программа «Горизонт 2020» является не просто следующей седьмой по счету Рамочной программой по исследованиям и технологическому развитию. Она объединяет также Рамочную программу по исследованиям и инновационному развитию, Рамочную программу конкурентоспособности и инноваций и программы Европейского института инноваций и технологий для укрепления конкурентоспособности Европы в глобальном измерении, ее экономического роста и создания новых рабочих мест.

Цель работы — рассмотрение места цифровой науки в «Горизонт 2020», специальных требований к содержанию проектов, подаваемых на

конкурсы в программу, а также анализ всей многогранной деятельности CONNECT по развитию и применению цифровой науки в Европе.

ЗАДАЧИ ПРОГРАММЫ «ГОРИЗОНТ 2020»

Программа «Горизонт 2020» разделена на три основных блока.

Блок 1. Передовая наука

Укрепление позиций ЕС в передовой науке и исследованиях с бюджетом примерно 24,3 млрд евро со следующими целями:

- укрепление международной междисциплинарной и межотраслевой мобильности исследователей;
- поддержка талантливых и креативных ученых и научных коллективов по проведению передовых исследований высокого уровня через Европейский Исследовательский Совет;
- научное сотрудничество с целью поиска новых и перспективных областей исследований через поддержку будущих и перспективных технологий;
- предоставление исследователям возможностей для своего совершенствования в рамках программы Marie Skłodowska-Curie Actions;
- обеспечение доступа всех европейских исследователей к высококлассным исследовательским e-инфраструктурам.

Блок 2. Индустриальное лидерство

Укрепление индустриального лидерства с бюджетом около 17 млрд евро в индустриальных технологиях с поддержкой следующих направлений:

- *Компоненты и системы* — новое поколение интеллектуальных встроенных компонентов и систем, микро- и нанобиосистемы, органическая электроника, твердотельные устройства с большой степенью интеграции, технологии IoT (Internet of Things — Интернет вещей), интеллектуальные интегрированные системы, комплексные инженерные системы.
- *Вычисления следующего поколения* — процессоры и системная архитектура, технологии межсоединений и локализации данных, облачные вычисления, параллельные вычисления и моделирование программного обеспечения.
- *Будущий Интернет* — сети, программное обеспечение и услуги, кибер-безопасность, конфиденциальность и доверие, беспроводная связь между устройствами, оптические сети, увлекательное интерактивное мультимедиа.
- *Контентные технологии и управления информацией* — технологии распознавания речи, обучения, взаимодействия, сохранения, доступа и анализа цифрового контента; интеллектуальный анализ данных (datamining), машинное обучение, статистический анализ и визуализация вычислений.
- *Сервисно-ориентированная робототехника*, новейшие интерфейсы, интеллектуальные среды и «думающие» машины.
- *Ключевые технологии микро- и нанoeлектроники и фотоники* — дизайн, передовые технологические процессы, пилотные линии для изготовления, производственные технологии, а также связанные с ними демонстрационные действия для проверки, инновационные бизнес-модели.

Блок 3. Ответы на социальные вызовы

Примерно 31 млрд евро выделяется на решение социальных проблем европейцев, таких как:

- *Здоровье, демографические изменения и благополучие* — электронное здравоохранение, самоуправление здоровьем, улучшение диагностики, улучшение надзора, сбор данных о здоровье, активное старение.
- *Безопасная, чистая и эффективная энергетика* — «умные» города, энергоэффективные здания, «умные» электросети (green grid), возобновляемые источники энергии, интеллектуальные измерительные устройства и сенсоры.
- *Умный, зеленый и интегрированный транспорт* — «умное» транспортное оборудование, инфраструктура и услуги, инновационные системы управления транспортом, аспекты безопасности.
- *Изменение климата, эффективное использование ресурсов и сырья* — средства ИКТ для повышения эффективности использования ресурсов, наблюдения и мониторинг Земли.
- *Инновационное и безопасное общество* — цифровая среда, социальные инновационные платформы, услуги электронного правительства, электронные навыки и электронное обучение, электронная культура, кибербезопасность, обеспечение конфиденциальности и защита прав человека онлайн.

ПОДДЕРЖКА ЦИФРОВОЙ НАУКИ В ПРОЕКТАХ «ГОРИЗОНТ 2020»

По своей природе цифровая наука затрагивает все три компонента программы «Горизонт 2020». Поэтому предусмотрено существенное развитие цифровой науки путем ее координации, развития e-инфраструктур и реализация различных научно-исследовательских мероприятий по сотрудничеству с другими подразделениями ЕС (рис. 1).

Чтобы добиться улучшенного воздействия на науку, общество, политику и инновации, генеральная дирекция CONNECT запланировала значительный вклад в развитие европейского потенциала для будущих исследований путем:

- обеспечения того, чтобы в программе «Горизонт 2020» разрабатывались инструменты и модели объектов исследования, которые поддерживают развитие цифровой науки;
- поощрения использования цифровой науки во всех проектах «Горизонт 2020», где только возможно;
- эффективного обмена результатами проектов и передовым опытом между исследовательскими коллективами;
- поддержки цифрового потенциала науки в 27 странах ЕС с точки зрения электронных инфраструктур и человеческого капитала.

Для того, чтобы эффективно и своевременно поддержать цифровую науку в Европе, ее предложено непосредственного интегрировать в программу «Горизонт 2020», где введены специальные разделы «*Объекты запроса, признанные с точки зрения продвижения цифровой науки*»

и «Поддержка цифровой науки путем интеграции ее в правила подготовки и отбора проектов для «Горизонт 2020»».



Рис. 1. Радикальная трансформация природы науки и инноваций за счет интеграции ИКТ в процесс исследования

Дирекция CONNECT сформулировала несколько Рабочих программ по развитию цифровой науки на разных уровнях для сбора предложений и проектов по следующей тематике [5]:

- будущие и новейшие технологии;
- модели, методы и инструменты для будущих исследований и обработки информации;
- информационные и коммуникационные технологии;
- европейские исследовательские инфраструктуры (в том числе электронные инфраструктуры);
- наука с обществом и для общества;
- инновации цифровой науки, понимание и решение глобальных вызовов и другие.

Проектные предложения должны учитывать соответствующие требования Рабочих программ и содержать конкретные описания предлагаемых вкладов в развитие цифровой науки, а их результаты должны эффективно распространяться среди других проектов и заинтересованных партнеров. В дополнение к этому во всех CONNECT проектах должны применяться основные методы цифровой науки, чтобы стимулировать развитие передового опыта и навыков использования цифровой науки и привлечения различных заинтересованных сторон, в том числе со стороны промышленности.

С целью поддержки исследователей при использовании цифровой науки все проекты «Горизонт 2020», имеющие отношение к цифровой науке, планируется систематически поощрять. Эту поддержку цифровой науки планируется осуществлять такими организационными средствами [9–11].

1. Все договоры о грантах должны включать:

- обязательное условие об открытом доступе к публикациям, так и обязательства, что все публикации будут представлены на *Open Aire* портале;
- использование соответствующего менеджмента цифровых данных исследования с учетом средств их хранения, совместного использования и распространения;
- возможность специального соглашения об открытости входных данных.

2. Проектные предложения должны содержать следующее:

- источник данных, описание исходного варианта менеджмента цифровых данных для исследований и связанных с ними метаданных (хранение и обмен);
- описание, в случае необходимости, воздействия проекта по цифровую науку в конкретных областях, в том числе на развитие научного открытого сотрудничества; научных навыков, ориентированных на будущее; на взаимодействие науки и общества и использование е-инфраструктур.

3. При внедрении проекта необходимо обеспечить его открытость путем:

- демонстрации используемых методов цифровой науки и их потенциальных преимуществ;
- включения менеджмента данных цифровых исследований в отчеты по результатам проекта;
- мониторинга и отчетности по применению цифровой науки в проекте, таких как: сотрудничество с более широким сообществом; участие граждан в исследованиях; распространение знаний в обществе; образовательная деятельность; публикации; наборы данных, открытый код и алгоритмы, созданные в рамках проекта, их повторное использование и прочее.

ОСНОВНЫЕ ПРИОРИТЕТЫ ЦИФРОВОЙ НАУКИ

Интернет-технологии, крупномасштабные вычислительные ресурсы и ресурсы хранения, инструменты поиска данных, мобильные устройства, социальные медиа и их широкое распространение среди различных групп научных сообществ в значительной степени изменили средства создания и передачи знаний. Они способствовали радикальному преобразованию природы науки и инноваций [12]. Цифровая наука опирается на использование е-инфраструктур и их сервисов, созданных на базе ИКТ, для проведения научных исследований в виртуальных и общих средах в сочетании с использованием открытости и сотрудничества в интернете. Новые инструменты и новые исследовательские методы позволяют не только проводить исследования более эффективно, но и создавать новые типы науки и исследований, которые являются более открытыми, более глобальными и общими, более творческими и приближенными к обществу.

Тем не менее, есть политически определенные социальные препятствия на пути использования всего потенциала цифровых наук. Поэтому необходимо изменить традиционные исследовательские методики, чтобы лучше оценить и воспользоваться открытостью и сотрудничеством. С целью получения большей выгоды необходимо привлечение более широкого круга

европейских научно-исследовательских организаций, различных научных дисциплин. Это также потребует признания и оценки возможных рисков и негативных последствий от внедрения новых способов ведения исследования. Таким образом, существует необходимость поддерживать эффективное развитие и развертывание цифровой науки для достижения больших результатов в науке, обществе, политике и инновациях в Европе.

Цифровая наука делает эффективными и прозрачными научные процессы, предлагает новые инструменты для научного сотрудничества, экспериментов и анализа, делает научное знание более доступным. Одновременно она способствует появлению новых научных методов, дисциплин и парадигм по реагированию на новые вызовы через глобальные распределенные сообщества, в которых граждане и общество являются участниками и непосредственными потребителями научного знания [1–2].

Новые методы исследования

Применение ИКТ изменило способ проведения научных исследований. Коммуникационные сети, вычислительные ресурсы и хранилища данных позволяют выполнять исследовательские задачи, требующие значительных объемов вычислений и данных, а инструменты позволяют проводить виртуальные эксперименты, что не представлялось возможным ранее.

- Данные генерируются в больших масштабах благодаря использованию изображений, сенсоров, моделированию, онлайн-деятельности человека, и все эти данные можно хранить для дальнейшей обработки, стимулируя новые исследования (например, в области социальных наук и моделирования поведения человека).

- Объединение данных из различных источников и новый инструментарий для поиска и анализа данных позволяют делать новые открытия, решать новые исследовательские задачи (например, в биологии и генетике).

- Эффективные вычислительные ресурсы, включающие суперкомпьютеры, вычислительные гриды и облачные вычислительные ресурсы, позволяют ставить сложные задачи и разрабатывать модели, которые требуют вычислительной мощности для их тестирования и применения.

- Виртуальные лабораторные эксперименты, удаленный доступ к специальному оборудованию (например, роботизированные телескопы) и среды моделирования позволяют проводить исследования, основанные на вычислительном эксперименте, в новых областях для более широкой аудитории.

Новый доступ к научным результатам и процессам

Открытый доступ к результатам научных исследований с помощью цифровых средств позволяет быстрее и более широко распространять научные знания. Философия открытости в цифровой науке еще более широкая, направленная на открытость всего процесса исследования и результатов с помощью цифровых средств массовой информации и совместной работы научных партнеров и общественности.

- Открытый доступ к научным публикациям в журналах свободного доступа или депозитариев статей делает их свободно доступными для всех, в то время как новые инструменты для цитирования, метаданные и совместимость депозитариев улучшают процедуры выявления научного знания на новом уровне.

- Свободный доступ к опытным данным, лежащим в основе научных публикаций, позволяет воспроизводить исследования другими специалистами для проверки результатов и повторного использования данных для новых исследовательских целей.

- Прозрачность исследования улучшается за счет обнародования методики экспериментов и результатов исследований, которые не опубликованы в традиционных научных журналах (например, результатов клинических экспериментальных испытаний, которые не подтверждают ожидаемую гипотезу).

- Новые технологические решения в сочетании с открытым доступом к научно-исследовательским ресурсам способствуют цитированию и перекрестным ссылкам между публикациями, данными и авторами, что позволяет проследить новые потоки научных исследований и новые связи между научно-исследовательской тематикой и авторами. Они также, отслеживают повторяющиеся научные работы, позволяют ввести новую метрику оценки эффективности науки, заменяя традиционную оценку через показатели, основанные на публикациях, на показатели, ориентированные на само исследование.

- Открытость исследовательских ресурсов облегчает контроль, а обратная связь со стороны партнеров и общественности, уже в процессе исследований, позволяют усовершенствовать и повысить качество исследовательского подхода за счет дополнительных составляющих.

Сотрудничество при исследованиях

Возможности сотрудничества при проведении исследований резко изменились за счет применения коммуникационных сетей и социальных медиа, которые поддерживают совершенно новые масштабы научного сотрудничества. Виртуальное сотрудничество между исследователями и научными организациями на сегодняшний день является неотъемлемой частью всех научных мероприятий — глобальные вызовы не могут быть решены одним ученым или одной дисциплиной.

- Внедрение совместных проектов поддерживается с помощью инструментов и онлайн-платформ, которые обеспечивают обмен данными между исследователями, совместное выполнение исследований, коммуникации во время исследований и создание совместных знаний в виртуальных исследовательских сообществах в глобальном масштабе.

- Новые инструменты и платформы способствуют созданию крупномасштабного сотрудничества, которое может использовать коллективный разум любых заинтересованных субъектов.

- Внедрение социальных медиа и инструментов социальных сетей в научно-исследовательские процессы (например, открытые ноутбуки,

аннотации) обеспечивает динамическое спонтанно возникающее сотрудничество в решении или рассмотрении конкретных задач.

- Неформальное сотрудничество появляется в виртуальных сообществах благодаря обмену личными ресурсами знаний, которые поддерживают потоки знания и опыта в сетевой системе и за пределами конкретных исследовательских задач.

Взаимодействие с обществом

Привлечение граждан и общества возможно в абсолютно новом виде благодаря новым инструментам и платформам для научных исследований и повышению их открытости. Заинтересованные граждане могут способствовать науке как через свои интеллектуальные усилия и наблюдения, так и с помощью цифровых инструментов и ресурсов, что создает новые отношения между наукой и обществом.

- Специальные инициативы и сети делают доступными вычислительные ресурсы через упрощенные интерфейсы для общественности (например, предварительно установленные в ноутбуках Sony VAIO), что позволяет любому пользователю сделать вклад в науку с помощью своих ресурсов в сфере ИКТ.

- Привлечение граждан при сборе данных улучшает охват возможных источников, например, от большего количества географических районов, с большей интенсивностью или в течении долгосрочного систематического сбора в сравнении с тем, как это было бы возможным, когда исследовательские группы действуют в одиночку. Также традиционные формы содействия науке со стороны граждан (например, наблюдение за перелетами птиц) приобрели совершенно новый вид через онлайн-овые глобальные коммуникации.

- Введение совместных инициатив позволяет заинтересованным гражданам без глубокого научного знания вносить свой вклад в совместные мероприятия на основе своих интеллектуальных усилий, например, при формировании местного контекста или других существенных дополнительных вкладов в работу профессиональных исследователей.

- Открытость результатов и процессов исследования и привлечение граждан как активных участников научно-исследовательских процессов (а не объектов исследования) также способствует разработке этических и эффективных моделей науки. При этом, граждане и общество не только делают вклады в проводимые исследования, но и участвуют в формировании самих исследований (например, выдвижением оригинальных исследовательских идей и обсуждением научных результатов).

Как показано выше, все свойства (аспекты) цифровой науки поддерживают друг друга и вносят свой вклад в трансформацию научных методов. Рис. 2 подытоживает особенности основных свойств цифровой науки с примерами их пересечений.

Политика в отношении цифровой науки предполагает широкое и эффективное использование e-инфраструктур в Европе, которые курируются EGI (Европейской Грид Инфраструктурой).



Рис. 2. Иллюстрация основных свойств цифровой науки

ПОТЕНЦИАЛ И ЗАДАЧИ ЦИФРОВОЙ НАУКИ

Трансформация науки. Цифровая наука — это наука о тенденциях развития в обществе и экономике, обусловленных развитием технологий, способствующих трансформации научной системы, демократизации доступа к ее исследованиям и созданию новых связей между наукой, обществом, политикой и инновациями [13–22].

- Иерархически организованные и специализированные области науки становятся более связанными друг с другом также направлениями их применения. Это приводит к созданию новых междисциплинарных и междисциплинарных исследований, которые способствуют появлению новых дисциплин и их соединений для изучения возникающих вопросов и тем.

- Научные внедрения становятся более эффективными и заслуживают доверия через открытость, что позволяет проверять результаты исследований прозрачно, обеспечивать доказательные связи и новые формы дополнительного сотрудничества. Разрабатываемой метрике оценки качества науки присущи возможность проверки и повторного использования результатов научных исследований вместо только информации о публикациях, как это делается сегодня.

- Научные методы, процессы и знания становятся более доступными для всех членов общества с помощью доступного инструментария. Узнать о науке становится легче, научные курсы и семинары могут включать вопросы обзора и участия в научных сообществах, что позволит будущим

исследователям ознакомиться с методами цифровой науки еще до получения специальности.

- Отношения между наукой, обществом и политикой развиваются в сторону нового симбиоза и общей тематики научных исследований. Через доступ к научной информации и научным процессам граждане осведомлены о потенциальных возможностях и ограничениях формирования научного знания и могут принимать участие в изучении и мониторинге вопросов, интересующих их.

Цифровая наука для общества. Открытый доступ к результатам и процессам научных исследований и более широкое использование социальных медиа для исследовательских целей способствуют улучшению научной грамотности граждан в целом и усиливают интерес молодежи к знаниям в области науки и техники, несмотря на их возраст, образование или социально-экономическое положение. Открытый подход к цифровой науке помогает развитию образования, интеграции и занятости путем поддержки на протяжении всей человеческой жизни нескольких ключевых профессиональных компетенций (компьютерной, социальной и гражданской), чувству инициативы и предпринимательства. В результате граждане привлекаются к научной деятельности, несмотря на определенные риски. Это способствует их обучению и тем самым их включению в информационное общество и его экономику.

Цифровая наука для политики. Различные свойства цифровой науки повышают доверие к ней и улучшают доступность науки для лиц, принимающих решения (политиков). Кроме того, и что более важно, расширение прав и возможностей граждан на доступ, понимание и принятие участия в научных процессах повышает восприятие ими политики, которая основана на научных данных и которая допускает участие граждан в ее разработке и мониторингу. Научный подход к формированию политики позволяет создавать совместные инициативы, где политики в сотрудничестве с учеными и гражданами ищут, разрабатывают и сравнивают возможные варианты решения глобальных проблем. Привлечение граждан к научному развитию, лежащему в основе политических решений, также поощряет их выбор и участие в реализации социальных изменений на благо общества.

Цифровая наука для инноваций. Новые инструменты и методы исследования вместе с открытостью, сотрудничеством и участием общественности в научных исследованиях формируют результаты исследований в более доступной форме для промышленности и малого-среднего бизнеса. Кроме того, они обеспечивают модели (открытые инновационные платформы), которые также могут быть использованы для коммерческих инноваций или для создания совместного продукта и развития услуг на основе инноваций и вкладов пользователей. Улучшение доступа к результатам научных исследований может стать движущей силой для инноваций, особенно в развивающихся регионах, но и участие в совместных исследованиях, основанных на принципах цифровой науки, также может предоставить выгоду для коммерческих субъектов. Цифровая наука способствует эффективному сотрудничеству большой группы людей из разных слоев общества, генерации идей, которые могут быть реализованы в коммерческих продуктах, хотя фундаментальные исследования делаются в общественном секторе (по аналогии с открытой разработкой программного обеспечения).

Вызовы для цифровой науки. Хотя есть много потенциальных преимуществ от подходов цифровых науки и успешных примеров их применения, трансформация науки не происходит одинаково во всех организациях и дисциплинах по разным причинам.

- В некоторых дисциплинах преимущества методов цифровой науки более очевидны, чем в других. Некоторые области уже трансформированы (например, астрономия), а другие отстают (например, социальные науки). Нужен дальнейший анализ дисциплинарной динамики и конкретных преимуществ использования различных свойств цифровой науки.

- Открытость научных публикаций и результатов исследований являются признанными целями, но их не всегда можно реализовать, поскольку в большинстве случаев исследователи не имеют свободы выбора источника, в котором могут быть напечатаны их результаты. Их профессиональный рост оценивается сегодня на основании метрик, которые противоречат целям открытости.

- Исследователи не могут быть уверенными в преимуществах открытости результатов и процессов также с точки зрения отсутствия гарантий взаимности. Кроме того, существуют сомнения в целесообразности публикации результатов текущих научно-исследовательских процессов, особенно когда речь идет об инновациях и разработке продуктов для бизнеса.

- Сложно организовать и поддерживать открытость совместных научных инициатив, в которых принимают участие различные типы субъектов, в том числе граждане. Инициатива должна одновременно удовлетворять личную заинтересованность различных типов участников, которые тратят свое время и усилия, а также обеспечивать научную ценность полученных результатов. Таким образом, тщательное планирование качественных аспектов обеспечения развития научного знания и профессии, а также мотивационных стимулов имеет решающее значение для создания успешных и устойчивых открытых научных сообществ.

ЦИФРОВАЯ НАУКА И ЕВРОПЕЙСКАЯ ГРИД ИНФРАСТРУКТУРА (EGI)

Развитие цифровой науки мировым сообществом целесообразно рассмотреть на примере планов и усилий одного из сообществ e-инфраструктуры — EGI [23–34]. EGI сообщество с руководящим органом — Советом EGI, состоящем из представителей национальных грид-инициатив (NGIs) и поддерживаемых EGI научных сообществ, в настоящее время предлагает амбициозную программу по инвестициям в открытые инфраструктуры распределенных вычислений, которые будут опираться на существующие европейские и национальные инвестиции для:

- *Обеспечения высокоэффективной европейской способности выполнять высокопроизводительный анализ данных*, которая поддерживается планами расширения до 2020 года нынешней EGI федеральной инфраструктуры до структуры с 10 миллионами вычислительных ядер и памятью до 1-го экзбайта.

- *Обеспечения гибких виртуальных исследовательских сред*, которые упрощают доступ к ресурсам EGI и ускоряют способность исследователей

для проведения научных исследований за счет использования опыта и возможностей NGI к внедрению технических инноваций в производство по всей Европе.

- *Определения и разработки человеческого капитала* для повышения квалификации и профессионализма исследовательских сообществ с помощью национальных центров передового опыта, которые поддерживаются EGI вместе с NGIs и которые могут передавать опыт в пределах EGI по обработке данных молодым ученым.

Пользователи-исследователи получают расширенные вычислительные возможности для научных исследований в виде виртуальных ресурсов, которые реализуются в любой среде, выбираемой пользователем, облачные хранилища для облегчения обмена данными, а также ряд вспомогательных услуг для обеспечения эффективного функционирования прикладных приложений.

Стратегия EGI состоит в том, чтобы играть ключевую роль в предоставлении сервисов в онлайн-европейском научном пространстве ERA, поддерживаемом инвестициями национальных и европейских финансовых органов, и тем самым успешно способствовать использованию цифровой науки в Европе. ERA с e-инфраструктурой мирового класса в состоянии поддерживать инновационные совместные виртуальные лаборатории для моделирования, совместного использования больших данных (Big Data) и операций по анализу этих данных, а также поддерживать это сотрудничество жизнеспособным в течение многих десятилетий.

ВЫВОДЫ

Новейшие инструменты и новые исследовательские методологии цифровой науки позволяют не только проводить исследования более эффективно, но и создавать новые направления науки и исследований, поддерживать тенденции развития в обществе и экономике, способствовать трансформации научной системы, демократизации доступа к исследованиям и установлению новых связей между наукой, обществом, политикой и инновациями.

Проекты программы «Горизонт 2020» способствуют развитию цифровой науки на разных уровнях и включают технологии и компоненты для сбора данных и функционирования сетевых систем; модели, методы и инструменты для будущих исследований и обработки информации; платформы и инфраструктуры, которые могут поддерживать совместные междисциплинарные исследования; коллективную европейскую реакцию на соответствующие глобальные вызовы и проблемы.

Без сомнения, отечественным специалистам полезно ознакомиться с опытом Европы по разработке и использованию цифровой науки, обобщенным в данной работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Згуровський М.З., Петренко А.І. Становлення і горизонти цифрової науки // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2014. — № 4. — С. 7–19.

2. *Digital Science*. — <http://ec.europa.eu/digital-agenda/digital-science>.
3. Tom Bo Clausen. DG INFSO (soon to be DG CONNECT), Unit C2: Strategy and Innovation. — <http://cordis.europa.eu/fp7/ict/ssai/docs/future-cc-2may-clausen-presentation.pdf>.
4. *Horizon 2020 Programme*. — <http://cerneu.web.cern.ch/horizon2020>.
5. *Horizon 2020 Work Programme Summaries*. — <http://exquisitelife.researchresearch.com/exquisite%20life/horizon-2020-work-programme-summaries.html>.
6. *Horizon 2020 – Vision 2020: The Horizon Network*. — www.2020visionnetwork.eu/horizon%2020/.
7. *Horizon 2020 // Державне агентство з питань електронного урядування України*. — <http://old.dknii.gov.ua/?q=node/1736>.
8. *Communications Networks, Content and Technology*. European Commission Directorate General. — <http://ec.europa.eu/dgs/connect/what-we-do>.
9. *Recommendations for the European Commission — recode*. — http://recodeproject.eu/wp-content/uploads/2013/04/2013_OARD_Recommendations_public.pdf.
10. *Calls – Research Participant Portal – European Commission*. — <http://ec.europa.eu/research/participants/h2020/>.
11. *Digital Science in Horizon 2020*. — <https://www.google.com.ua/#q=11.%09Digital+science+in+Horizon+2020>.
12. *Шлях до Європейського грид / Ред. Загородній А.Г., Згуровський М.З.* — К.: Політехніка, 2013. — 258 с.
13. *Ala-Mutka K.* Review of Learning in ICT-enabled Networks and Communities. — <http://ipts.jrc.ec.europa.eu/publications/pub.cfm?id=2721>.
14. *Hay T., Trefethen A.* The UK e-Science Core Programme and the Grid // *Future Generation Computer Systems*. — 2002. — №18. — P. 1017–1031.
15. *Nielsen M.* Reinventing discovery: the new era of networked science. — New Jersey: Princeton University Press, 2012. — 272 p.
16. *Burgelman J., Osimo D., Bogdanowicz M.* Science 2.0, *FirstMonday*, 15(7), 2012. — <http://firstmonday.org/htbin/cgiwrap/bin/ojs/index.php/fm/article/viewArticle/2961/2>.
17. *Digital Culture and Europeana*. — <http://ec.europa.eu/dgs/connect/en/content/digital-culture-and-europeana>.
18. *Atkins D.E., Droegemeier K.K., Feldman S.I., Garcia-Molina H., Klein M.L., Messina P.* Revolutionizing Science and Engineering through Cyberinfrastructure: Report of the National Science Foundation Blue-Ribbon Advisory Panel on Cyberinfrastructure. Washington, DC: National Science Foundation. — www.nsf.gov/cise/sci/reports/atkins.pdf.
19. *Hay T., Tansley S., Tolle K.* (eds.). *The Fourth Paradigm: Data-Intensive Scientific Discovery*. — <http://research.microsoft.com/en-us/collaboration/fourthparadigm/>.
20. *Jankowski N.W.* Exploring e-science: An introduction // *Journal of Computer-Mediated Communication*. — 2007. — N 12(2), article 10. — P. 549–562. — <http://jcmc.indiana.edu/vol12/issue2/jankowski.html>.
21. *Nentwich M.* *Cyberscience: Research in the Age of the Internet*. Vienna: Austrian Academy of Sciences, 2003. — <http://hw.oeaw.ac.at/3188-7>.
22. *DG Connect priorities*. — <http://ec.europa.eu/dgs/connect/en/content/mission-and-priorities>.
23. *European Grid Infrastructure*. — www.egi.eu/.
24. *The EGI strategy for 2020: Secure, federated data-analysis capability for the ERA* — <http://www.egi.eu/export/sites/egi/news-and-media/publications/EGI-Grand-Vision-V6.pdf>.

25. *EGI Federated cloud*. — <http://www.egi.eu/solutions/fed-cloud/index.html>.
26. *EGI Federated operations*. — <http://www.egi.eu/solutions/fed-ops/index.html>.
27. *EGI High-throughput data analysis*. — <http://www.egi.eu/solutions/htc/index.html>.
28. *EGI Community-driven innovation and support*. — <http://www.egi.eu/solutions/community-innovation-support/index.html>.
29. *EGI Platform architecture*. — <http://www.egi.eu/infrastructure/architecture/>.
30. *EGI service catalogue*. — <http://www.egi.eu/services/catalogue/>.
31. *EGI Applications database (AppDB)*. — <http://www.egi.eu/services/catalogue/appdb.html>.
32. *EGI Public Service Review brochure 2013*. — <http://www.egi.eu/news-and-media/publications/>.
33. *Tiziana Ferrari*. *EGI – future strategies for the European Research Area*. — *EGI User Forum 2014 Book of Abstracts*, Helsinki, May 2014.
34. *EGI-In SPIRE (Integrating Resources into the EGI Production Infrastructure)*. — http://infrastructure.kiev.ua/upload/Integrating_Resources_into_EGI.pdf.

Поступила 08.09.2014

УДК 519.6+625.1

**КОМПЛЕКСНЕ ДЕТЕРМІНОВАНЕ ОЦІНЮВАННЯ
СКЛАДНИХ ІЄРАРХІЧНО-МЕРЕЖЕВИХ СИСТЕМ.
ЧАСТИНА I. ОПИС МЕТОДИКИ**

Д.О. ПОЛІЩУК, О.Д. ПОЛІЩУК, М.С. ЯДЖАК

Проаналізовано основні підходи і методи оцінювання складних систем та визначено їхні переваги та недоліки. Описано системи з ієрархічно-мережевою структурою та запропоновано методику їхнього комплексного детермінованого оцінювання. На підставі результатів планових досліджень та неперервного моніторингу системи описано методи багатокритеріального та багатопараметричного локального, прогностичного, агрегованого та інтерактивного аналізу стану, якості функціонування та взаємодії об'єктів системи всіх рівнів ієрархії. Розглянуто схему взаємодії і показано, що лише у сукупності запропоновані методи дозволяють сформувати об'єктивні та обґрунтовані висновки щодо якості складної системи. Застосування розробленої методики проілюстровано на прикладі аналізу ефективності функціонування об'єктів залізничної транспортної системи України.

ВСТУП

Складні системи (СС) з ієрархічно-мережевою структурою (ІМС) знаходять своє застосування практично у всіх сферах діяльності людини: на транспорті (залізнична та авіаційна системи, автотранспортні мережі великих міст або регіонів країни); постачанні та логістиці (системи електро-, газо-, нафто-, тепло- та водопостачання, торгівельні мережі); в інформаційному забезпеченні та зв'язку (інтернет, телебачення, радіо, преса, стаціонарний та мобільний телефонний зв'язок, пошта); в економіці (мережі державних або (та) приватних підприємств, їх постачальників та реалізаторів готової продукції); фінансах (банківські та страхові мережі, системи переказу грошей); освіті та охороні здоров'я тощо. Від стану та якості функціонування таких систем значною мірою залежить рівень життя громадян, ефективність економіки та можливості її розвитку, готовність державних структур до подолання наслідків техногенних катастроф чи стихійних лих, зрештою, вони є свідченням розвитку країни загалом. Ці обставини визначають актуальність проблеми розробки методів дослідження СС, яка вирішується в теорії систем, системному аналізі, теорії складних мереж, за допомогою математичного моделювання тощо [1–4]. Складні системи формуються, функціонують та розвиваються тривалий час і за природних процесів «старіння», незважаючи на

регулярні ремонти та модернізацію, потребують все більшого та ретельнішого контролю за їхньою поведінкою. Тому окреме місце в системних дослідженнях займає розробка методів оцінювання та прогнозування стану, якості функціонування та взаємодії структурних елементів СС [5].

Методи оцінювання можуть базуватися на детерміністичних [6–7], статистичних [8], стохастичних [9] або гібридних [10] підходах. Кожний з них має свої переваги та недоліки [5]. Детерміністичні методи формують оцінку реального стану та якості функціонування конкретного об'єкта системи [11–12]. Якщо провести ретельний аналіз усіх об'єктів СС неможливо, то використовують статистичні методи [13–15]. При цьому формування обґрунтованого результату статистичних досліджень залежить від ретельності детерміністичного аналізу об'єктів, включених у вибірку. В умовах невизначеності або за неповної інформації про систему застосовуються стохастичні методи [16–18]. При цьому попередні дані щодо розподілу ймовірностей також отримуються на множині результатів детерміністичних досліджень. Висновки, одержані за допомогою статистичних та стохастичних методів, дають можливість привернути увагу до основних проблем функціонування системи, наприклад, до найбільш розповсюджених хвороб населення у заданому регіоні [19]. Однак статистичні та стохастичні методи у багатьох випадках не дозволяють виявити об'єкти, збої в роботі яких можуть призвести до виходу з ладу окремих підсистем чи системи загалом. Слід також враховувати, що існують системи, які вимагають застосування виключно детерміністичних методів оцінювання. Дійсно, ймовірнісний підхід до постановки діагнозу пацієнту чи перевірки бортових систем авіалайнера перед польотом не виглядає доречним.

Під час розробки методів оцінювання першочергову увагу приділяють процедурам агрегації [20–21]. Однак нечіткі або однобічні локальні оцінки не дозволяють сформувати обґрунтований узагальнений висновок та побудувати точний прогноз поведінки системи навіть на короткострокову перспективу. Багатокритеріальний та багатопараметричний аналіз поведінки елементів системи є основою для формування об'єктивних кількісних оцінок на всіх рівнях ієрархії. Агрегація нівелює як позитивні, так і негативні результати локального оцінювання [5]. Тому процедури узагальнення мають супроводжуватися зручними засобами низхідного аналізу поведінки об'єктів системи.

На процес функціонування реальної СС впливають численні зовнішні та внутрішні фактори. Вони можуть створити ризики, які неможливо передбачити регулярними плановими дослідженнями. Тому особлива увага має приділятися неперервному моніторингу процесів, які протікають в системі [22]. Загалом методи, які використовуються для оцінювання стану та якості функціонування СС мають орієнтуватися на її тип, структуру, основне цільове призначення та інші особливості. Достатньо детальний огляд методів оцінювання та особливостей їх застосування можна знайти у працях [5, 6, 23, 24].

Теорія оцінювання СС є складовою системного аналізу [25]. З іншого боку, результати оцінювання є об'єктивною та чи не найбільш вагомим підставою для прийняття обґрунтованого рішення щодо подальших дій відносно досліджуваної системи [26]. При цьому інформативність оцінки, її зрзу-

мілість та зручні процедури оперативного орієнтування у великій кількості отриманих висновків дозволяють приймати своєчасні організаційні та управлінські рішення [27–28]. Відзначимо, що висновки, сформовані на підставі детермінованого оцінювання системи, породжують значно меншу кількість альтернатив, ніж статистичного або стохастичного [29].

Мета роботи — розробка методики комплексного багатокритеріального та багатопараметричного детермінованого оцінювання стану, якості функціонування та взаємодії об'єктів складних ієрархічно-мережевих систем із повністю впорядкованим рухом потоків.

СКЛАДНІ СИСТЕМИ З ІЄРАРХІЧНО-МЕРЕЖЕВОЮ СТРУКТУРОЮ

Існування СС різного типу, призначення та структури, які функціонують за різними законами та в різних умовах, породило велику кількість означень системи [30], жодне з яких не стало загальноживаним. Тому більш прийнятним на сьогодні видається підхід М.П. Бусленка [4], який виділяє основні характеристики, які визначають певний об'єкт, як систему. До них, зокрема, відноситься наявність певного числа взаємопов'язаних між собою елементів, функцій, які вони реалізують, та напрямків для досягнення заданих цілей функціонування; можливість розбиття системи на підсистеми, цілі функціонування яких підпорядковані загальній цілі системи; наявність управління, розгалуженої інформаційної мережі, інтенсивних матеріальних та інформаційних потоків; взаємодія із зовнішнім середовищем та функціонування за наявності випадкових чинників. Системи, які налічують десятки тисяч елементів і більше, називаються великими [31]. СС вважається динамічною, коли її стан змінюється з часом [32]. Складність системи є поняттям відносним [33], зокрема, чим більше рівнів розбиття системи на підсистеми, кількість та своєрідність об'єктів, які їх утворюють, набір реалізованих ними функцій, число взаємодій з іншими об'єктами, множинність та різноманітність реакцій на вплив зовнішніх та внутрішніх чинників, тим складніша система загалом. Прикладом реальної великої складної динамічної системи, яку ми надалі використовуватимемо для ілюстрації застосування пропонованих методів оцінювання, є залізнична транспортна система (ЗТС) України. До її складу входить 1684 станції [34], розгорнута протяжність колійного господарства сягає 30,3 тис. км, кількість рушійних засобів (тепло- і електровозів) перевищує 4500 одиниць, вагонний парк складає більш ніж 175 000 вантажних та 8400 пасажирських вагонів. Основну діяльність залізниць України забезпечує понад 300 підприємств (депо, колійно-машинних станцій, дистанцій енергопостачання, сигналізації та зв'язку) та близько 400 тис. працівників. Про важливість цієї системи у соціальному житті та економіці країни свідчить той факт, що лише за 2012 р. залізницями України було перевезено більше 400 млн пасажирів та майже 500 млн тон вантажів, що складає понад 50% всього обсягу перевезень.

Дослідження системи зазвичай починається із визначення її складу та структури [35]. До найбільш розповсюджених типів структур реальних СС відносяться ієрархічні, мережеві та гібридні, зокрема, ієрархічно-мережеві (рис. 1). Більшість із створених та керованих людиною промислових, транспортних, фінансових та інших систем мають ієрархічно-мережеву структуру. Особливість ІМС полягає в тому, що кожна підсистема певного рівня ієрархії поділяється на сукупність підсистем, які утворюють підмережу

мережі нижчого рівня, тобто вона є сукупністю вузлів, поєднаних ребрами, по яких здійснюється рух потоків. При цьому ребра мають забезпечувати безперешкодне проходження потоку, а вузли — його обробку. Ієрархія вводиться [36–37] на підставі принципів побудови системи управління (СУ), просторового розміщення об'єктів СС тощо. Під об'єктом системи ми розуміємо її структурну одиницю довільного рівня ієрархії від елемента до підсистеми найвищого рівня розбиття. Підсистеми найнижчого рівня розбиття надалі називатимемо базовими.

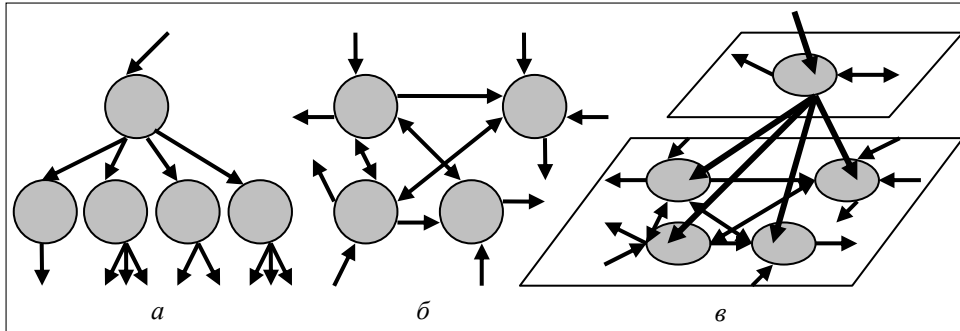


Рис. 1. Зразки типів структур: *a* — ієрархічної; *б* — мережевої; *в* — ієрархічно-мережевої

Повертаючись до ЗТС, як прикладу складної ієрархічно-мережевої системи (СІМС) [38], визначальною ознакою її послідовного поділу на підсистеми нижчих рівнів є чіткий територіально-ієрархічний принцип побудови СУ Укрзалізниці (УЗ). Вона включає в себе 6 регіональних залізниць, 27 дирекцій залізничних перевезень, 110 дистанцій колії та більш ніж 1200 відділків, які зазвичай є послідовністю станцій та міжстанційних перегонів, довжина колій яких перебуває в межах від 20 до 30 км. Такий принцип структуризації дає можливість встановити чіткий зв'язок між об'єктами ЗТС та підрозділами УЗ, які відповідають за їхній стан та якість функціонування. Подальша структуризація здійснюється за функціональною ознакою, а саме, як базові підсистеми (БПС), які утворюють відділки, виділяються такі об'єкти, як станції (вузли) та міжстанційні перегони (ребра). Потоками в цій системі є поїзди. На вищих рівнях ієрархії ЗТС є мережею, потоками в якій є інформація, організаційні та управлінські рішення тощо. БПС самі можуть бути складними системами. Наприклад, до складу ЗТС України входить 31 позакласна станція та станції першої категорії (вузлові станції та станції великих міст). Дослідження таких систем доцільно проводити окремо.

При поділі БПС на елементи ми відштовхуємося від наступних міркувань. Кожна система реалізує певний набір функцій з яких, виходячи з мети дослідження, обирається основна. Визначення елементів проводимо з точки зору їх участі у реалізації основної функції. Елементи, не задіяні у реалізації цієї функції, не включаються в процесі оцінювання до складу системи та її структурної схеми. Так перелік функцій УЗ налічує більш ніж 20 позицій, основною з яких є організація надійного та безпечного руху поїздів згідно з встановленим графіком, що і визначає склад оцінюваних об'єктів системи.

БПС можуть поділятися на елементи одного або різних типів. Кожному елементу відповідає чітко визначений набір характеристик, які описують його стан та процес функціонування. Кожна з характеристик має відповідну область допустимих значень, просторові або (та) часові обмеження тощо.

Так міжстанційний перегін, як БПС ЗТС, доцільно розбивати на елементарні ділянки, які розділені штучними спорудами (мостами, переїздами тощо), і відрізняються своїми просторовими, конструктивними, геологічними та іншими особливостями і не перевищують довжину 1 км [39]. Такий поділ пояснюється, зокрема, тією обставиною, що на горизонтальній прямій рейки колії мають знаходитись на одній висоті, тоді як на кривій зовнішня рейка залежно від кривизни має бути розташована на кілька сантиметрів вище. Це ж стосується і геометрії земляного полотна. Зрозуміло, що під час дослідження такі ділянки мають розглядатися окремо, оскільки області допустимих значень характеристик колії для них суттєво відрізняються. Так негативні значення характеристик, наприклад, просторового розміщення рейок є різними для прямої горизонтальної, кривої чи похилої ділянок. Ця різниця є настільки суттєвою, що допустимі значення для одного типу ділянки є незадовільними для іншого і навпаки.

Основними складовими станції є її колійний розвиток та інші об'єкти станційної інфраструктури, задіяні у забезпеченні основної функції станції — безперебійному проходженні чи прийомі, обслуговуванні та відправленні поїздів. Розбиття таких об'єктів на елементи здійснюється за принципом розглянутим вище.

Подібний спосіб структуризації застосовується для більшості СІМС, наприклад — автотранспортна мережа країни, регіону, області, району. Вузлами у такій мережі є населені пункти, ребрами — поєднуючи їх автошляхи, потоками — автотранспортні засоби. Він не лише спрощує аналіз системи, але й встановлює прямий зв'язок між окремими об'єктами СІМС та підрозділами, які несуть безпосередню відповідальність за їхній стан, якість функціонування та взаємодію з іншими об'єктами системи та її користувачами.

Класичні методи математичного моделювання [4] для дослідження більшості реальних СІМС зазвичай складно реалізувати практично через проблеми розмірності та адекватності. Методи мережевого аналізу зосереджені [2] на дослідженні взаємозв'язків між БПС мережі, не заглиблюючись в аналіз стану та якості функціонування їх елементів. У той же час, обробка потоку у вузлі може бути достатньо складним процесом, наприклад, прийом, переформування, завантажувально-вивантажувальні роботи, перевірка стану, відправлення вантажного потяга зі станції тощо. Оцінювання реальних СІМС потребує системного підходу, який ми пропонуємо реалізувати в рамках методики комплексного детермінованого оцінювання (МКДО) системи. При цьому під комплексністю розуміємо не лише багатокритеріальний аналіз всіх допустимих характеристик системи [40–43], але й залучення різних методів оцінювання, які дозволяють сформувати цілісну та достатньо повну картину якості її стану та процесу функціонування.

МЕТОДИ КОМПЛЕКСНОГО ОЦІНЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

Для контролю за станом та поведінкою реальних СІМС зазвичай використовують два підходи: регулярні планові дослідження та неперервний моніторинг функціонування системи (рис. 2). Планові дослідження проводяться достатньо ретельно та спрямовані на розробку конкретних рекомендацій та дій з усунення виявлених недоліків. Неперервний моніторинг дозволяє у режимі реального часу формувати опосередковані, але від того не менш вагомні висновки про стан та якість роботи основних об'єктів системи.

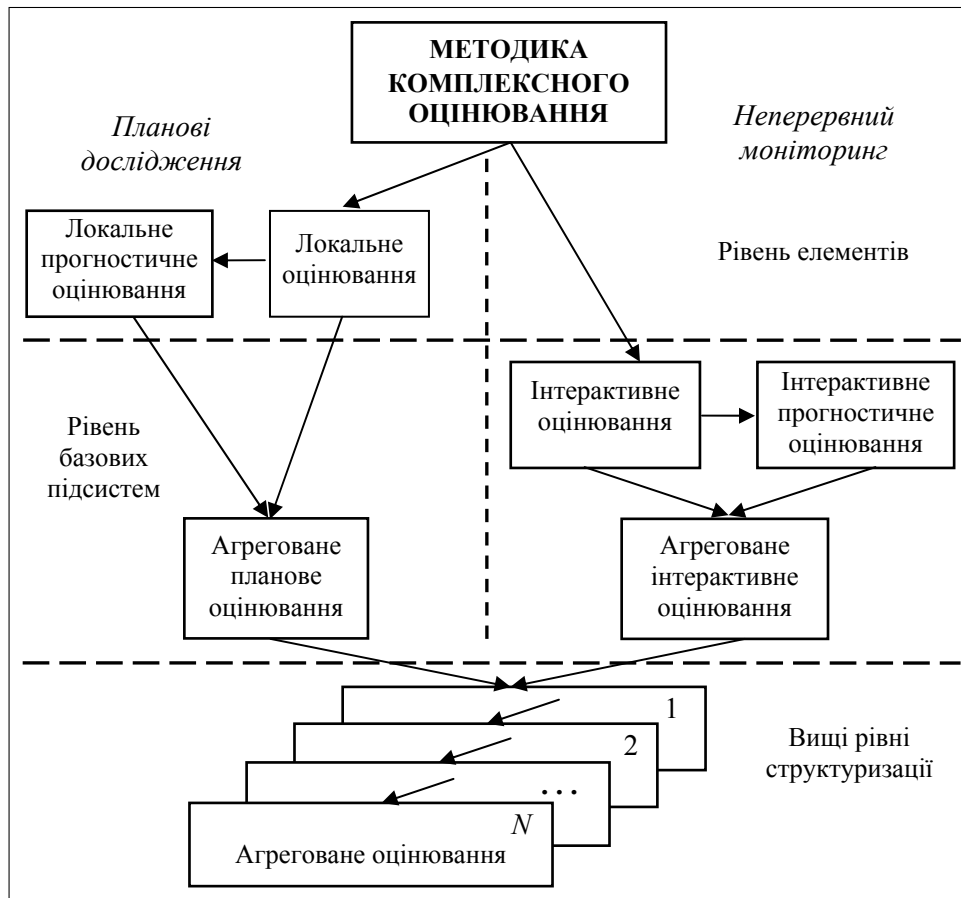


Рис. 2. Схема комплексного оцінювання системи

Оцінювання реальних систем доцільно починати з об'єктів найнижчого рівня структуризації, тобто з елементів БПС. Елемент ми ідентифікуємо, як об'єкт, який має чітко визначене просторове розміщення, функціональне призначення та відповідний набір характеристик, які описують його стан і процес функціонування, з відповідними типами областей допустимих значень поведінки цих характеристик. Всі характеристики оцінюються за певною сукупністю критеріїв та параметрів. Природно, що оцінювання кожного об'єкта передбачає насамперед оцінку його стану, а потім якості реалізації покладених на нього функцій, які прямо чи опосередковано від цього стану залежать. Процесу оцінювання має передувати етап ретельного відбору та опрацювання експериментальних даних за кожною з характеристик та їх зведення до придатного для подальшого аналізу формату. Так дані щодо стану рейок з використанням дефектоскопів, які дозволяють виявляти тріщини [39], відбираються з кроком 1 мм, що, зважаючи на максимальну довжину елементарної ділянки 1 км, створює масив даних розмірності 1 млн числових значень. Зрозуміло, що для адекватного аналізу такі дані потребують відповідної обробки та форматування.

У цей час для оцінювання більшості реальних СІМС, зокрема ЗТС, широко розповсюдженою є цілочисельна бальна чи понятійна («відмінно», «добре», «задовільно», «незадовільно») шкала оцінок [39]. Основний її недолік полягає в тому, що оцінка «задовільно» може означати все що завгод-

но від «майже добре» до «ледь краще від незадовільного». До того ж такі оцінки не дозволяють побудувати точний прогноз поведінки елементів системи навіть на короткострокову перспективу. Ми пропонуємо [40] єдиний підхід до формування оцінок стану, якості функціонування та взаємодії структурних елементів системи, який полягає у побудові основної бальної оцінки та її уточненні, виходячи з типу та особливостей об'єкта, який досліджується. Такий підхід дозволяє не тільки скласти більш чітке уявлення про предмет оцінювання, але й частково локалізувати причину виявлених недоліків.

Кількість характеристик, які описують елемент БПС може сягати десятків [40]. Різні характеристики можуть відбиратися різними способами та мати різний пріоритет в структурі та діяльності елемента. Зрозуміло, що висновки за окремими характеристиками мають узагальнюватись з урахуванням їх пріоритетності. Важливим також є облік кількості реально оцінених характеристик елемента. Надалі оцінювання стану елементів та функцій, які вони реалізують, на підставі аналізу поведінки їхніх характеристик, називатимемо *локальним*. У деяких випадках локальне оцінювання доцільно обмежувати рівнем БПС системи, не вдаючись до надлишкової деталізації їхнього складу.

Зазвичай планові огляди об'єктів системи рознесені в часі, тобто задовільні результати останнього дослідження зовсім не означають, що вони збережуться такими ж до наступного огляду і стан об'єкта або якість його функціонування не перетне «поріг безпеки» [41]. У зв'язку з цим процес оцінки має містити засоби аналізу відповідності СС до прогнозованих вимог на коротко- та довгострокову перспективу. Таким чином, процес оцінювання має не лише встановлювати висновки або відстежувати «слабкі» елементи на момент дослідження, але й прогнозувати подальшу поведінку об'єктів системи. *Прогностичне* оцінювання, яке здійснюється на основі передісторії локальних оцінок, дає можливість визначати характер, спрямованість та швидкість зміни стану системи, дозволяє відстежувати негативні процеси і передбачати потенційні ризики, матеріальні та фінансові витрати, необхідні для їх усунення або вчасної профілактики. Цілі прогностичного оцінювання можна розширити, враховуючи, що кожна реальна система еволюціонує у часі, тобто її оцінювання виключно з огляду на поточні вимоги може бути недостатнім. Стосовно залізниці це означає готовність її структурних елементів до обслуговування сезонних змін у пасажиро- та вантажо потоках або до радикальної модернізації окремих підсистем, якої потребує, наприклад, запровадження швидкісного руху поїздів.

Кількість локальних та прогностичних оцінок характеристик елементів для реальних СІМС може сягати мільйонів одиниць [40], що явно перевищує можливості їх неавтоматизованого аналізу. Для їх узагальнення, тобто одержання висновків про стан, якість функціонування та взаємодію об'єктів вищих рівнів ієрархії (підсистем та СС загалом), використовуються засоби лінійної або нелінійної агрегації [21, 37, 42, 43] з урахуванням вагових коефіцієнтів, які відображають важливість окремих об'єктів у структурі системи та пріоритетність виконуваних ними функцій. Світова практика експлуатації транспортних систем налічує чимало прикладів, коли незадовільний стан чи якість функціонування одного з об'єктів системи призводили до катастрофічних наслідків з численними людськими жертвами та значними матеріальними втратами. Тому узагальнені оцінки всіх рівнів

можуть бути як результатом зваженого усереднення, так і дорівнювати оцінці «найслабшого» об'єкта із сукупності оцінюваних. Оцінки другого типу використовуються у тих випадках, коли вихід з ладу одного з об'єктів системи становить реальну загрозу для її функціонування загалом. Оскільки зважене усереднення нівелює результати як позитивних, так і негативних оцінок, то узагальнення висновків доцільно проводити після усунення причин та переоцінки виправлених недоліків. Описаний спосіб оцінювання називатимемо *агрегованим*. Безумовно, що поряд із засобами висхідного аналізу, які реалізуються агрегуючими процедурами, процес оцінювання має містити також інструменти низхідного аналізу для локалізації об'єктів, які отримали негативні чи близькі до них висновки.

З багатьох причин планові дослідження можуть вчасно не виявити недоліків, які виникають «поза планом». Слід також враховувати, що навіть відмінні стан та якість функціонування окремих об'єктів СІМС зовсім не гарантують високої ефективності роботи її підсистем або системи загалом. І навпаки, найкраще організований процес роботи не забезпечить високої ефективності функціонування системи за незадовільного стану чи організації роботи складових СІМС. Чим більше спрацьовані об'єкти системи, тим актуальнішою є проблема неперервного моніторингу їхнього стану та процесу функціонування [22, 44]. На якість реалізації функцій об'єкта можуть суттєво впливати сторонні чинники, як внутрішні, так і зовнішні стосовно системи. Внутрішній вплив можна оцінити на рівні підсистем, які поєднують взаємодіючі об'єкти. Такий спосіб оцінювання називатимемо *інтерактивним* (від англ. «interaction» — взаємодія). Він дає можливість виявити окремі незадовільно функціонуючі об'єкти у виділеній підсистемі без ретельного аналізу стану та якості функціонування всіх її елементів та витрат, які його супроводжують. Інтерактивне оцінювання найпростіше здійснювати для системи, рух потоків в якій принаймні частково підпорядкований певному графіку, виконання якого можна періодично підсумовувати. До таких систем відноситься залізнична, де рух поїздів є повністю детермінованим. Автотранспортні системи великих міст є частково детермінованими, оскільки рух більшої частини транспортних засобів у них не підпорядковано графіку. На цей рух також суттєво впливають випадкові фактори (аварія на дорозі може призвести до появи «заторів» або до перерозподілу транспортних потоків по альтернативним шляхам). Однак дотримання виконання графіка руху комунальним транспортом дає можливість робити принаймні опосередковані висновки щодо стану автошляхів або ефективності організації руху транспорту в місті [45]. Сучасні методи GPS-моніторингу дозволяють відстежувати у режимі реального часу місцезнаходження транспортного засобу, визначати його швидкість, місце та тривалість зупинок, перетин контрольних зон, найменші відхилення від заданого маршруту тощо [46]. Аналіз цих даних, отриманих для системи комунального транспорту у якій зараз широко впроваджуються GPS-трекери, дозволяють робити опосередковані, але достатньо обґрунтовані висновки щодо стану та якості функціонування мережі. Більш того, процес отримання таких висновків та вироблення адекватних реакцій на транспортні ситуації може бути легко автоматизований.

Аналогічні приклади організації неперервного моніторингу можна навести і для інших СІМС. Узагальнені результати інтерактивного оцінювання за період між плановими дослідженнями доцільно включати в процедуру агрегованого оцінювання. Вони також можуть бути використані для більш детального і точного прогностичного аналізу роботи оцінюваних об'єктів системи [47].

Значні обсяги інформації, отримані у процесі оцінювання, потребують розробки таких засобів їх відображення, які давали б можливість оперативно орієнтуватися у великій кількості одержаних висновків. Тому поряд з побудовою алгоритмів оцінювання не менш важливою є розробка принципів візуалізації результатів їх виконання та засобів висхідного та низхідного аналізу останніх.

Загалом сукупність описаних вище взаємопов'язаних методів та підходів складає методіку комплексного детермінованого оцінювання системи, схему якої зображено на рис. 2. Вона визначає спосіб відображення даних експериментальних досліджень об'єктів СІМС на чітко структуровану послідовність локальних, прогностичних, інтерактивних та узагальнених оцінок їхнього стану, якості функціонування та взаємодії з іншими об'єктами системи. Враховуючи різноманітність об'єктів СІМС, МКДО визначає універсальні принципи побудови таких оцінок, спільні для всіх об'єктів одного типу та функціонального призначення з врахуванням особливостей останніх.

ВИСНОВКИ

У роботі описано методіку комплексного детермінованого оцінювання складних систем з ієрархічно-мережєвою структурою, складовими якої є методи локального, прогностичного, інтерактивного та агрегованого оцінювання їх основних об'єктів. Лише у поєднанні ці методи дають достатньо повну та адекватну картину якості СІМС. Дійсно, високі локальні оцінки не гарантують ефективної взаємодії елементів, у налагодженій організації можуть виникати збої від виходу з ладу окремих об'єктів системи, задовільний стан об'єкта на момент поточного огляду зовсім не означає, що він залишиться таким самим до наступного. Величезна кількість інформації про окремі елементи СІМС без відповідного узагальнення непридатна для оперативного аналізу та своєчасного реагування на виявлені недоліки. Неперервний моніторинг системи попереджує ризики, які можуть виникнути у періоди між плановими дослідженнями. На вищих рівнях узагальнення оцінювання дає можливість встановити об'єктивний висновок про стан та ефективність функціонування системи чи основних її підсистем та визначити дії, матеріальні та фінансові витрати, необхідні для її модернізації та оптимізації роботи. На локальному рівні воно дозволяє ідентифікувати конкретні елементи та їх складові, які підлягають удосконаленню. Саме «вузькі» місця, які постійно виявляються внаслідок планових досліджень чи неперервного моніторингу системи, можуть бути предметом математичного моделювання. Це значно звужує об'єкт моделювання та робить сам процес більш реалістичним.

ЛІТЕРАТУРА

1. Антонов В.А. Системный анализ. — М.: Высшая школа, 2004. — 456 с.
2. Bocatti S., Latora V., Moreno Y., Chavez M., Hwang D.-U. Complex networks: structure and dynamics // *Physics Reports*. — 2006. — **424**. — P. 175–308.
3. Siljak D.D. Decentralized control of complex systems. — Courier Dover Publications, 2012. — 612 p.
4. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. — М.: Наука, 1978. — 542 с.
5. Поліщук Д.О., Поліщук О.Д., Яджак М.С. Порівняння методів оцінювання складних систем // *Відбір і обробка інформації*. — 2010. — Вип. 32 (108). — С. 110–118.

6. *Alcorta G.E., Frank P.M.* Deterministic nonlinear observer-based approaches to fault diagnosis: A survey // *Control Engineering Practice*. — 1997. — **5** (5). — P. 663–670.
7. *Bloom M., Fischer J., Orme J.* Evaluating practice. — Allyn and Bacon, 2006. — 488 p.
8. *Ramsey F., Schafer D.* The statistical sleuth: A course in methods of data analysis. — Duxbury Press, 2001. — 532 p.
9. *Claxton K.* The irrelevance of inference: a decision-making approach to the stochastic evaluation of health care technologies // *Journal of Health Economics*. — 1999. — **18** (3). — P. 341–364.
10. *Lee J., Jay Kuo C.-C.* Tree model simplification with hybrid polygon/billboard approach and human-centered quality evaluation // *Proceedings of IEEE International Conference on Multimedia and Expo*. — Singapore. — July 19–23, 2010. — P. 932–937.
11. *Bar-Yam Y.* About engineering complex systems: Multiscale analysis and evolutionary engineering // *Engineering Self-Organising Systems: Methodologies and Applications*. — Springer, 2005. — P. 16–31.
12. *Roy D., Dasgupta T.* Evaluation of reliability of complex systems by means of a discretizing approach // *International Journal of Quality & Reliability Management*. — 2002. — **19**. — № 6. — P. 792–801.
13. *Armitage P.* Statistical methods in medical research. — Blackwell Science, 2002. — 712 p.
14. *Patton M.Q.* How to use qualitative methods in evaluation. — Sage Publications, 1987. — 490 p.
15. *Корников В.В., Серёгин И.А., Хованов Н.В.* Комплексная оценка воздействия геопатогенных зон на биологические системы // *Вопросы механики и процессов управления*. — 2000. — Вып. 18. — С. 113–117.
16. *Su C.-L.* Stochastic evaluation of voltages in distribution networks with distributed generation using detailed distribution operation models // *IEEE Transactions on Power Systems*. — 2010. — **25**, № 2. — P. 786–795.
17. *Дилигенский Н.В., Дымова Л.Г., Севастьянов П.В.* Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология. — М.: Машиностроение, 2004. — 458 с.
18. *Хованов Н.В.* Оценка сложных экономических объектов и процессов в условиях неопределённости // *Вестник СПбГУ. Сер. 5*. — 2005. — Вып. 1. — С. 139–143.
19. *Крутько В.Н., Славин М.Б., Смирнова Т.М.* Математические основания геронтологии: Общая теория здоровья; теория надёжности в живых и неживых системах; современные методы анализа биологического возраста, старения и продолжительности жизни. — М.: URSS, 2002. — 384 с.
20. *Dombi J.* Basic concepts for a theory of evaluation: the aggregative operator // *European Journal of Operational Research*. — 1982. — **10**, № 3. — P. 282–293.
21. *Богданчук В.З., Егоров Б.М., Катуплев А.Н.* Агрегирование векторных критериев. — Л.: ЛИИАН, 1990. — 214 с.
22. *Lung-Wen T.* Distributed real time systems: monitoring, visualization, debugging and analysis. — Lavoisier, 1996. — 336 p.
23. *Owen C.L.* Evaluation of complex systems // *Design Studies*. — 2007. — **28**. — № 1. — P. 73–101.
24. *Hwang C.L., Tillman F.A., Lee J.* System-reliability evaluation techniques for complex / large systems. A review // *IEEE Transactions, Reliability*. — 1981. — R-30, № 30. — P. 416–423.
25. *Калашиников В.В.* Сложные системы и методы их анализа. — М.: Знание, 1980. — 211 с.
26. *Крисилов В.А.* Оценка сложных объектов — основной механизм количественного обоснования при принятии решений // *Тр. Одесского политехн. ун-та*. — 2002. — Вып. 2 (18). — С. 45–49.

27. Евланов Л.Г. Теория и практика принятия решений. — М.: Экономика, 1984. — 176 с.
28. Marakas G.M. Decision support systems in the 21st Century. — Pearson Education, 2003. — 638 p.
29. Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. — М.: Наука, 1986. — 354 с.
30. Садовский В.Н. Основания общей теории систем. Логико-методологический анализ. — М: Мысль, 1974. — 346 с.
31. Саркисян С.А. Большие технические системы. Анализ и прогноз развития. — М.: Наука, 1977. — 438 с.
32. Колесов Ю.Б. Объектно-ориентированное моделирование сложных динамических систем. — СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2004. — 240 с.
33. Varabási A.-L. The architecture of complexity // IEEE Control Systems Magazine. — 2007. — 27, № 4. — P. 33–42.
34. Офіційний сайт Укрзалізниці. — <http://www.uz.gov.ua>.
35. Нечипоренко В.И. Структурный анализ систем. — М.: Советское радио, 1977. — 286 с.
36. Месарович М., Махо Д., Такахара И. Теория иерархических многоуровневых систем. — М.: Наука, 1975. — 314 с.
37. Воронин А.Н. Метод многокритериальной оценки и оптимизации иерархических систем // Кибернетика и системный анализ. — 2007. — № 3. — С. 84–92.
38. Полянский С.В., Семенов И.Б., Чижев С.А. Комплексное оценивание в задачах управления системами социально-экономического типа. — М.: ИПУ РАН, 1996. — 48 с.
39. Крейнис З.Л., Коришунова Н.П. Техническое обслуживание и ремонт железнодорожного пути. — М.: УМК МПСР, 2001. — 768 с.
40. Поліщук Д.О. Модель локального оцінювання стану елементів колійного господарства Укрзалізниці // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені ак. В. Лазаряна. — 2012. — Вип. 41. — С. 158–166.
41. Lichtberger B.W. Kostensenkung durch qualitätsvorrat in der fahrgeweginstandhaltung // Der Eisenbahningenieur. — 1999. — 50, № 1. — P. 39–42.
42. Polishchuk D., Polishchuk O. About evaluation of complex dynamical systems // Journal of Complex Systems. — 2013, Article ID 204304, 6 p. — <http://dx.doi.org/10.1155/2013/204304>.
43. Поліщук А.Д. Оптимизация оценки качества функционирования сложных динамических систем // Проблемы управления и информатики. — 2004. — № 4. — С. 39–44.
44. Kacira M., Ling P.P. Design and development of an automated and non-contact sensing system for continuous monitoring of plant health and growth // Transactions of ASAE. — 2001. — 44(4). — P. 989–996.
45. Поліщук Д.О., Поліщук О.Д. Моніторинг потоку транспортних мереж із частково впорядкованим рухом // Зб. наук. праць ХХІІІ наук.-техн. конф. молодих науковців Фізико-механічного інституту ім. Г.В. Карпенка НАНУ. — 23–25 жовтня, 2013. — Львів, Україна. — С. 326–329.
46. Внуков А.Б. Современные системы навигации и слежения за наземными транспортными средствами на базе спутниковых технологий // Горная промышленность. — 2006. — № 6. — С. 97–101.
47. Norros L., Saviola P. Usability evaluation of complex systems. A literature review. — Helsinki: STUK, 2004. — 44 p.

Надійшла 28.05.2013

СИНТЕЗ АЛГОРИТМІВ ЦИФРОВОГО УПРАВЛІННЯ ДЛЯ АВТОМАТИЧНИХ СЛІДКУВАЛЬНИХ СИСТЕМ

І.В. ЗІМЧУК, В.І. ІЩЕНКО, І.О. КАНКІН

Викладено методику поліноміального синтезу алгоритмів цифрового управління для автоматичних слідкувальних систем. Показано, що більшість існуючих методів синтезу цифрових регуляторів, які реалізують принцип управління за відхиленням, ґрунтуються на досвіді синтезу неперервних систем. Їх методологія не дозволяє реалізувати одночасне підвищення точності системи в сталому режимі та виконання умов її стійкості. Згідно викладеної методики алгоритми управління синтезуються в результаті розв'язання різницевого рівняння, які визначаються за дискретними передаточними функціями цифрових регуляторів. Теоретичну основу синтезу цифрових регуляторів складає теорія інваріантності. Відмінною рисою запропонованого підходу є урахування вимог до стійкості та заданої статичної точності системи управління на етапі синтезу цифрового регулятора. Наведено приклад синтезу алгоритму цифрового управління об'єктом другого порядку, результати моделювання якого підтверджують ефективність викладеної методики.

ВСТУП

Характерною рисою сучасності є автоматизація технологічних процесів, постійне підвищення ефективності автоматизованих систем управління технологічними процесами на основі широкого впровадження автоматичних систем управління (САУ). Більшість існуючих сучасних САУ будуються за принципом управління за відхиленням з використанням послідовного корегувального пристрою в якості пристрою управління. Високі показники якості управління досягаються застосуванням цифрових регуляторів [1]. Підвищення вимог до точності САУ призводить до необхідності удосконалення алгоритмів цифрового регулятора.

Питання, що пов'язані з синтезом цифрових регуляторів для автоматичних слідкувальних систем, знайшли широке відображення у сучасній літературі [1–7], де достатньо глибоко викладено принципи будови регуляторів за різними класифікаційними ознаками.

Один із відомих підходів [4, 6] передбачає синтез цифрового регулятора шляхом перебудови аналогового корегуючого пристрою, який синтезується одним із відомих методів, наприклад методом логарифмічних частотних характеристик. У результаті синтез являє собою досить складну задачу.

Інший підхід [3, 4] полягає в доповненні існуючої аналогової системи цифровим ПД-регулятором. При цьому структура регулятора визначається необхідністю досягнення бажаних динамічних властивостей системи. Такий підхід досить поширений на практиці, однак не розв'язує задачу забезпечення стійкості системи та визначення параметрів регулятора.

Від вказаних недоліків вільний метод розміщення нулів та полюсів [4, 6]. Ідея методу полягає у визначенні параметрів системи та регулятора

таким чином, щоб корені характеристичного рівняння займали на z -площині бажане положення. Такий підхід є методом підбору і не дозволяє однозначно визначити параметри регулятора.

В роботах [4, 6] викладено метод, який ґрунтується на взаємній компенсації небажаних нулів та полюсів передаточної функції об'єкта управління нулями й полюсами регулятора та додаванні нових, таких, які б забезпечили бажані динамічні властивості системи. Для широкого класу задач синтезу такий підхід не завжди дає задовільний результат і результатом синтезу може стати досить складний регулятор.

Описані методи синтезу цифрових регуляторів ґрунтуються на досвіді синтезу неперервних систем.

У роботі [4] викладено метод синтезу цифрових систем з аперіодичним перехідним процесом. Відповідно до цього методу цифровий регулятор синтезується виходячи з необхідності отримання аперіодичної реакції системи на заданий вхідний сигнал. Синтезовані ним цифрові регулятори відносяться до класу компенсаційних. Метод досить простий, однак синтезовані регулятори дають задовільні результати лише для чітко визначеної моделі вхідної дії. Якщо вхідна дія не відповідає моделі, яка враховувалась під час синтезу, то динамічні властивості системи значно погіршуються. Крім того, синтезована цим методом система стає досить чутливою до зміни параметрів.

Один із методів синтезу компенсаційних цифрових регуляторів викладено в роботі [5]. В основі методу — теорія інваріантності. Він дозволяє синтезувати цифрові системи, стійкість та статична точність яких визначається на етапі синтезу. Однак автор методу процес синтезу регуляторів розглянув з позицій теорії фільтрації, що наклало відбиток на формування управлінь, які визначаються без врахування поточного значення помилки управління, а формуються як результат екстраполяції стану об'єкта управління. За такого підходу структура регулятора дещо ускладнюється.

З проведеного аналізу видно, що синтез структури цифрових регуляторів для замкнених автоматичних систем має бути більш гнучким, що є підставою для розробки більш оригінальних методів синтезу.

Мета роботи — розробка методики синтезу алгоритмів цифрового управління для автоматичних слідувальних систем з усуненням вказаних недоліків.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Задача синтезу алгоритмів цифрового управління ставиться за допомогою структурної схеми цифрової САУ, що зображена на рис. 1 [5].

На схемі використано наступні позначення: $F(z)$ та $\Psi(z)$ — дискретні передаточні функції цифрового регулятора та об'єкта управління; $x(n)$, $y(n)$ — вхідна та вихідна дії; $u(n)$ — сигнал управління; $\varepsilon(n)$ — помилка системи.

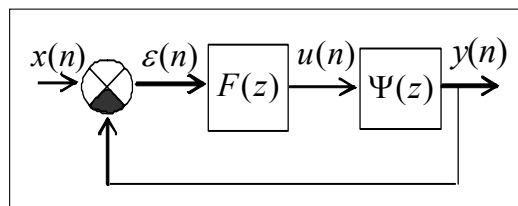


Рис. 1. Структурна схема цифрової САУ

Припускається, що на вхід цифрової САУ в дискретні моменти часу $t = nT$ поступає вхідна дія, яка описується поліноміальною моделлю наступного виду:

$$x(n) = x(n-1) + \sum_{i=1}^N \Delta^i x(n-1) \frac{T^i}{i!}, \quad (1)$$

де T — інтервал часової дискретизації; $\Delta^i x(n-1)$ — i -та різниця від вхідної дії $x(n-1)$.

Дискретна передаточна функція об'єкта управління вважається відомою:

$$\Psi(z) = \frac{\psi_1(z)}{\psi_2(z)}, \quad (2)$$

де $\psi_1(z)$, $\psi_2(z)$ — поліноми чисельника та знаменника дискретної передаточної функції об'єкта управління.

Необхідно визначити порядок синтезу оператора замкненого контуру управління:

$$F(z) = \frac{f_1(z)}{f_2(z)}, \quad (3)$$

за яким визначатиметься алгоритм цифрового управління об'єктом

$$u(n) = F(z)\varepsilon(n), \quad (4)$$

де $f_1(z)$, $f_2(z)$ — поліноми чисельника та знаменника передаточної функції цифрового регулятора.

За критерій якості, якому має відповідати система, вибирається відсутність помилки в сталому режимі.

$$\varepsilon = x(t) - y(t) = 0. \quad (5)$$

ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

За структурною схемою, яку зображено на рис. 1, визначається передаточна функція розімкненої системи

$$K_p(z) = F(z)\Psi(z), \quad (6)$$

яка може бути подана відношенням поліномів

$$K_p(z) = \frac{B(z)}{A(z)}, \quad (7)$$

де $A(z)$, $B(z)$ — деякі поліноми, що визначають статичну та стохастичну точність системи.

Прирівнюючи праві частини рівнянь (6) та (7),

$$F(z)\Psi(z) = \frac{B(z)}{A(z)},$$

синтезується вираз для передаточної функції цифрового регулятора

$$F(z) = \frac{B(z)}{A(z)\Psi(z)}. \quad (8)$$

У теорії автоматичного управління визначено [8], що для автоматичних слідкувальних систем з одиничним від'ємним зворотнім зв'язком виконується рівність

$$A(z) + B(z) = C(z), \quad (9)$$

звідки вираз для полінома $B(z)$ буде

$$B(z) = C(z) - A(z), \quad (10)$$

де $C(z)$ — характеристичний поліном замкненої системи.

З урахуванням (10) вираз (8) для передаточної функції цифрового регулятора набуває вигляду

$$F(z) = \frac{C(z) - A(z)}{A(z)\Psi(z)}, \quad (11)$$

в якому поліноми $A(z)$ та $C(z)$ підлягають визначенню.

Поліном $A(z)$ розраховується на підставі третьої форми умов інваріантності [8]. Для системи, яка описується структурною схемою, що наведена на рис. 1, передаточна функція за помилкою $K_\varepsilon(z)$ описується рівнянням

$$K_\varepsilon(z) = \frac{A(z)}{C(z)}. \quad (12)$$

Система управління буде оптимальною за обраним критерієм якості, якщо виконуватиметься умова

$$K_\varepsilon(z)x(n) = 0,$$

або

$$A(z)x(n) = 0, \quad (13)$$

де

$$A(z) \neq 0, \quad x(n) \neq 0, \quad n \rightarrow \infty. \quad (14)$$

Рівняння (13) та (14) являють собою третю форму умов інваріантності помилки системи відносно вхідної дії та дозволяють визначати поліном $A(z)$, загальний вигляд якого буде:

$$A(z) = (1 - z^{-1})^{N+1} \left(1 + \sum_{i=1}^M a_i z^{-i} \right), \quad (15)$$

де N — порядок вхідної дії $x(n)$; a_i — коефіцієнти полінома.

Характеристичний поліном $C(z)$ пропонується визначати у вигляді полінома, корені якого забезпечують стійкість системи

$$C(z) = \prod_{i=1}^N (1 + \Theta_i z^{-1}), \quad (16)$$

тут $0 < \Theta_i < 1$.

Крім того, для усунення впливу цифрового регулятора на стійкість системи характеристичний поліном запропоновано подавати у вигляді

$$C(z) = \psi_1(z) + \psi_2(z). \quad (17)$$

За такого характеристичного полінома, умови стійкості синтезованої цифрової САУ відповідатимуть умовам стійкості некорегованої системи.

Таким чином, запропонована методика синтезу цифрових регуляторів для автоматичних слідкувальних систем визначається положеннями:

1. Визначення дискретної передаточної функції об'єкта управління $\psi(z)$.
2. Розрахунок полінома $A(z)$ за виразами (13)–(15).
3. Визначення характеристичного полінома $C(z)$ замкненої системи (рівняння (16) та (17)).
4. Синтез передаточної функції цифрового регулятора $F(z)$ за виразом (11).
5. Визначення алгоритму управління $u(n)$ динамічним об'єктом відповідно до виразу (4).

Порядок синтезу цифрової САУ розглянемо на прикладі. Модель об'єкта управління подано передаточною функцією:

$$\psi(p) = \frac{\alpha}{p(b+p)},$$

де α , b — коефіцієнти, які визначаються параметрами об'єкта управління; p — оператор Лапласа.

Вхідна дія описується рівнянням (1) при $N = 1$, що відповідає лінійній моделі. Необхідно синтезувати структуру цифрового регулятора та алгоритм управління, при застосуванні якого в сталому режимі $\varepsilon(n) = 0$.

Розв'язок. За допомогою табличних даних [2] визначається дискретна передаточна функція об'єкта управління:

$$\psi(z) = \frac{c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}}{1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}},$$

де $c_1 = \frac{\alpha}{b^2}(bT - 1 + d_2)$; $c_2 = \frac{\alpha}{b^2}(1 - d_2 - bTd_2)$; $d_1 = -1 - d_2$; $d_2 = e^{-bT}$.

Для досягнення заданого показника якості синтезуємої цифрової системи управління та забезпечення динамічних властивостей аналогічних вихідній системі, за виразами (13) та (17) визначаються поліноми

$$A(z) = (1 - z^{-1})^2,$$

$$C(z) = 1 + (c_1 + d_1)z^{-1} + (c_2 + d_2)z^{-2}.$$

За виразом (11) розраховується передаточна функція $F(z)$:

$$F(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}},$$

де

$$a_0 = \frac{2 + c_1 + d_1}{c_1}; \quad a_1 = \frac{c_2 + d_2 - 2d_2 - c_1d_2 - d_1d_2 - 1}{c_1};$$

$$a_2 = \frac{d_2(1 - c_2 - d_2)}{c_1}; \quad b_1 = \frac{c_2 - c_1}{c_1}; \quad b_2 = -\frac{c_2}{c_1}.$$

З рівняння (4) розраховується алгоритм управління:

$$u(n) = a_0\varepsilon(n) + a_1\varepsilon(n-1) + a_2\varepsilon(n-2) - b_1u_1(n-1) - b_2u_1(n-2).$$

Оцінка ефективності синтезованої цифрової системи автоматичного управління проводилась шляхом математичного моделювання на ПЕОМ.

Дослідження проводилось за наступних умов: $\alpha = 25 \frac{\text{Рад}}{\text{Вс}^2}$; $b = 5c^{-1}$;

$T = 0,01c$. Результати моделювання у вигляді перехідних характеристик при $x(n) = 1$ та графіків зміни помилки системи залежно від часу при лінійній вхідній дії $x(n) = nT$ наведено на рис. 2 та 3 відповідно.

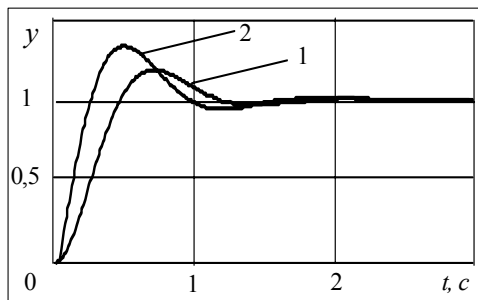


Рис. 2. Перехідні характеристики САУ: 1 — відповідає системі без регулятора; 2 — відповідає системі, яку доповнено синтезованим цифровим регулятором

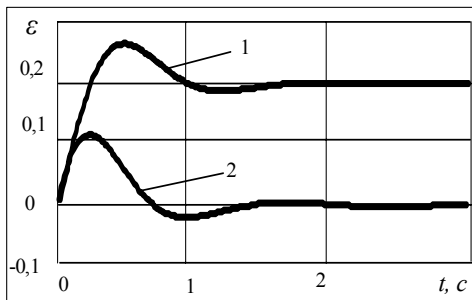


Рис. 3. Помилки системи при лінійній вхідній дії: 1 — відповідає системі без регулятора; 2 — відповідає системі, яку доповнено синтезованим цифровим регулятором

Результати моделювання показали, що системам управління, які досліджувались, притаманне однакове значення часу регулювання, що свідчить про однакову тривалість перехідних процесів. Саме таку властивість було закладено на етапі синтезу цифрового регулятора шляхом розрахунку відповідного характеристичного полінома. При лінійній вхідній дії у слідкувальній системі без регулятора в сталому режимі помилка складає 0,2 рад. Синтезований алгоритм управління забезпечує в сталому режимі нульову динамічну помилку.

ВИСНОВКИ

В роботі викладено методику поліноміального синтезу алгоритмів цифрового управління для автоматичних слідкувальних систем. Застосування синтезованих за викладеною методикою алгоритмів дозволяє підвищити точність замкнених систем управління в сталому режимі. Підвищення точності досягається за рахунок збільшення порядку астатизму системи. При цьому забезпечується виконання умов стійкості системи. Відмінною рисою запропо-

нованого підходу є формування вимог до якості системи в сталому та переходному режимах на етапі синтезу цифрового регулятора. Викладений підхід є загальним і може бути використаний для синтезу цифрових систем автоматичного управління різного призначення. Теоретичні розрахунки та ефективність алгоритмів управління, які синтезуються за викладеною методикою, підтверджено результатами математичного моделювання.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Бесекерский В.А., Изранцев В.В.* Системы автоматического управления с микро ЭВМ. — М.: Наука, 1987. — 320 с.
2. *Гостев В.И., Стеклов В.И., Склярченко С.Н.* Оптимальные системы управления с цифровыми регуляторами: Справочник. — К.: КИРЦ «Сенс», 1995. — 484 с.
3. *Изерман Р.* Цифровые системы управления: Пер. с англ. — М.: Мир, 1984. — 541 с.
4. *Куо Б.* Теория и проектирование цифровых систем управления: Пер. с англ. — М.: Машиностроение, 1986. — 448 с.
5. *Пушкарьев Ю.А.* Анализ и синтез дискретных систем оценивания. — Житомир: ЖВУРЭ ПВО, 1985. — 326 с.
6. *Поляков К.Ю.* Основы теории цифровых систем управления: Учеб. пособие. — СПб.: СПбГМТУ, 2006. — 161 с.
7. *Созонник Г.Д., Стеклов В.К.* Цифровые системы управления. — К.: Техника, 1991. — 191 с.
8. *Арсеньев Г.Н., Зайцев Г.Ф.* Радиоавтоматика. Ч. 1. Теория линейных непрерывных систем автоматического управления РЭС. Учебник для вузов. — М.: САЙНС-ПРЕСС, 2008. — 480 с.

Надійшла 06.03.2014

ПРОЦЕДУРА ОБЧИСЛЕННЯ ВНУТРІШНЬОЇ ВАЛЮТИ В РЕФЛЕКСИВНИХ ІГРАХ

С.А. СМІРНОВ, І.М. ТЕРЕЦЕНКО

Розглянуто задачу прийняття рішень в умовах конфлікту та багатокритеріальної невизначеності. Звичайне використання в такому разі пошуку рішення в складній системі за допомогою теорії корисності запропоновано скомбінувати з ігровим підходом в умовах рефлексивної взаємодії. Моделювання рефлексивної поведінки дає можливість аналізувати ситуації, коли прийняті рішення відрізняються від нерефлексивної раціональної поведінки та дослідити і виявити внутрішні причини такої поведінки. Розв'язання вказаної проблеми базується на використанні поняття внутрішньої валюти, запропонованої В.О. Лефевром. Запропоновану ним постановку задачі було переосмислено, що враховує багатозначність інтересів сторін. На основі такого розширення поняття створено процедуру визначення внутрішньої валюти для розв'язування конфліктної ситуації в умовах багатокритеріального вибору. Для обчислення точної оцінки внутрішньої валюти суперника на основі номінально відомих критеріїв використано інтерактивний метод Джофрїона–Дійєра–Файнберга. Його застосування дало можливість відновити вектор градієнту внутрішньої валюти за допомогою локальних коефіцієнтів заміщення, які визначаються експертною процедурою, і як наслідок, отримати ефективну рефлексивну стратегію гравця.

ВСТУП

Прийняття управлінських рішень та прогнозування можливих результатів пов'язане із ситуацією багатокритеріального вибору. Особа, яка приймає рішення, стикається з пошуком оптимального розв'язку в складній системі взаємозалежних компонент. Рішення на основі теорії корисності ґрунтується на припущенні раціональності поведінки такої особи. Однак відомі ситуації, коли прийняті рішення відхиляються від тих, які б здавалися раціональними з точки зору теорії корисності. Застосування ігрового підходу до вирішення цієї проблеми на основі рефлексивних ігор призводять до моделювання рефлексивної поведінки, дослідження якої дозволяє проаналізувати та виявити внутрішні нераціональні причини такої поведінки особи під час прийняття рішення.

Одне з рішень, розроблених для розв'язку цієї проблеми, запропонував В.О. Лефевр [1] шляхом введення поняття внутрішньої валюти. Цей термін являє собою наше уявлення щодо свого узагальненого критерію вибору, який будується з урахуванням ваг, що вказують на ту чи іншу ступінь значущості номінальних критеріїв — свого та суперника. Аналогічно ми

будуємо для себе внутрішню валюту суперника, чим намагаємось передбачити його дії. Таким чином, використовуючи це поняття, ми вважаємо, що суперник думає якимось певним чином і на основі цього робимо свої дії, відповідно, таке ж саме робить супротивник. Власне, тепер можна перейти до побудови моделі дій. В.О. Лефевр пропонує розглянути конфлікт, учасниками якого є гравці X та Y , причому їхні дії розглядаються в рамках функціонування соціального середовища. Припустимо, що гравець X грає не оптимально з точки зору відомих номінальних критеріїв. Якщо нема підстав сумніватися в розумності поведінки X , то логічно впливає, що цінності, які приписуються цьому гравцю, не відповідають нашій уяві про нього. Тобто, такий гравець вирішує іншу задачу, мету якої не розпізнав супротивник. Аналогічно розцінюємо дії гравця Y з точки зору гравця X , який теж намагається передбачити свого супротивника, вважаючи, що той використовує якусь певну систему цінностей. То ж кожен з гравців на підставі певних факторів, знань тощо намагається спрогнозувати дії свого суперника для досягнення своєї максимальної корисності.

Велику кількість технологій керування поведінкою людини та їх варіантів, що відома на сьогодні, вченим О.А. Денисовим [2] було запропоновано впорядкувати за допомогою двох граничних класів, як протилежних випадків:

- клас технологій реактивного керування;
- клас технологій рефлексивного керування.

Обидва класи технологій керування поведінкою легко визначаються за способом досягнення своєї цільової функції. У ході реактивного керування повністю ламається опір суперника, його здібність здійснювати вибір знищується. Таке керування ставить своєю метою зведення поведінки суперника до виконання наказів. Рефлексивне ж керування має на меті керування поведінкою суперника за умови, що неможливо знищити здібність останнього усвідомлювати поточну ситуацію та здійснювати вибір. Таким чином, вирішення проблем рефлексивного керування більш актуальне та є набагато ефективним, оскільки дозволяє керувати поведінкою вибору в значно широкому спектрі ситуацій. Більш того, не завжди можна позбавити можливості вибору, наприклад, в конкурентній боротьбі фірм, військових конфліктах тощо.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Математична модель побудови внутрішньої валюти, запропонована В.О. Лефевром спільно з П.В. Барановим і В.Є. Лепським, виглядає наступним чином. Нехай гравці X та Y отримують певні номінальні виграші A та B відповідно. Додатково вводяться величини α та β . Параметр α характеризує відношення гравця X до самого себе, ступінь важливості своїх цінностей, а параметр β — його відношення до партнера. Відповідно, такі ж параметри вводяться і для гравця Y . Тоді внутрішня валюта кожного з них будується за наступним правилом:

$$H_1^{(X)} = A + A\alpha + B\beta,$$

$$H_1^{(Y)} = B + B\alpha + A\beta,$$

де $H_1^{(X)}$ та $H_1^{(Y)}$, відповідно, внутрішні валюти гравців X та Y з точки зору гравця X .

Звернемо увагу на параметри α та β . Їх можна розглядати як коефіцієнти, причому α відомо гравцю X , оскільки він знає свої дії, свою систему цінностей, а параметр β — це міра готовності гравця X враховувати інтереси свого суперника, його систему цінностей. Аналогічно такі припущення використовуються і для гравця Y .

Отже, перейдемо до наступного кроку. На другому кроці рефлексії отримуємо такі вирази:

$$H_2^{(X)} = H_1^{(X)} + H_1^{(X)}\alpha + H_1^{(Y)}\beta,$$

$$H_2^{(Y)} = H_1^{(Y)} + H_1^{(Y)}\alpha + H_1^{(X)}\beta.$$

Таким чином, на n -му кроці вирази набувають наступного вигляду:

$$H_n^{(X)} = H_{n-1}^{(X)} + H_{n-1}^{(X)}\alpha + H_{n-1}^{(Y)}\beta,$$

$$H_n^{(Y)} = H_{n-1}^{(Y)} + H_{n-1}^{(Y)}\alpha + H_{n-1}^{(X)}\beta.$$

Надалі В.О. Лефевр вводить штучне припущення, якщо n — відповідний ранг рефлексії, то параметри α й β мають наступний вигляд: $\alpha = \frac{\alpha_0}{n}$, $\beta = \frac{\beta_0}{n}$. Тоді, взявши границю при $n \rightarrow \infty$, отримуємо граничні оцінки для суми та різності:

$$H^{(X)} + H^{(Y)} = (A + B)\exp(\alpha_0 + \beta_0),$$

$$H^{(X)} - H^{(Y)} = (A - B)\exp(\alpha_0 - \beta_0).$$

Звідси отримуємо вираз для $H^{(X)}$:

$$H^{(X)} = (A \operatorname{ch} \beta_0 + B \operatorname{sh} \beta_0) \exp \alpha_0.$$

Аналогічно отримуємо оцінку для $H^{(Y)}$.

Проаналізувавши цю модель, можна вказати на її певну умовність. Основними недоліками такої моделі є те, що у ході побудови критерію внутрішньої валюти використовується лише один критерій для кожного з гравців, проте в реальному світі їх завжди декілька, причому їхня кількість може бути різною у кожного з суперників, а про деякі вони можуть і не здогадуватися. Також у ході побудови критерію для обох гравців використовуються однакові і незмінні параметри, щодо вигляду яких введено штучне припущення.

Мета роботи — створення процедури визначення внутрішньої валюти для розв'язку конфліктної ситуації в умовах багатокритеріального вибору. В ідеальному варіанті результат, отриманий за допомогою моделі, має бути прийнятним з погляду корисності для гравця, а також з математичної точки зору.

ФОРМУВАННЯ УЗАГАЛЬНЕНОЇ МОДЕЛІ

Для розгляду пропонується модель внутрішньої валюти з урахуванням рефлексії першого рангу, що має наступний вигляд:

$$H_1^X = \sum_{\mu} \alpha_{\mu} A_{\mu}^X + \sum_{\nu} \beta_{\nu} B_{\nu}^X,$$

$$H_1^{XY} = \sum_{\mu} \alpha'_{\mu} A_{\mu}^X + \sum_{\nu} \beta'_{\nu} B_{\nu}^X,$$

$$H_1^Y = \sum_{\mu} \alpha''_{\mu} A_{\mu}^Y + \sum_{\nu} \beta''_{\nu} B_{\nu}^Y,$$

$$H_1^{YX} = \sum_{\mu} \alpha'''_{\mu} A_{\mu}^Y + \sum_{\nu} \beta'''_{\nu} B_{\nu}^Y,$$

де H_1^X — модель внутрішньої валюти першого гравця X , H_1^{XY} — модель внутрішньої валюти другого гравця Y в уявленні X . Аналогічно, для гравця Y моделі внутрішньої валюти H_1^Y та H_1^{YX} . Оскільки ми працюємо з ваговими коефіцієнтами, то величини A й B без ваг не використовуємо. Перейдемо до розгляду параметрів, де: α_{μ} — наші вагові коефіцієнти для наших критеріїв; α'_{μ} — ми вважаємо, що таким чином наші критерії оцінює супротивник; β_{ν} , β'_{ν} — наше уявлення про вагові коефіцієнти суперника щодо його критеріїв; β''_{ν} — справжні оцінки своїх критеріїв суперником; β'''_{ν} — суперник вважає, що ми так оцінюємо його дії; α''_{μ} , α'''_{μ} — супротивник оцінює наші дії зі своєї точки зору; A_{μ}^X — наші критерії; B_{ν}^X — критерії, що використовує суперник з нашої точки зору; A_{μ}^Y — наші критерії з точки зору суперника; B_{ν}^Y — справжні критерії, що використовує суперник.

Оскільки під час розв'язку такої задачі є певна невизначеність щодо точної оцінки параметрів суперника та його критеріїв, то для вирішення цієї проблеми пропонується використати інтерактивні методи, щоб людина, яка приймає рішення, мала змогу аналізувати результати на певній ітерації та коригувати параметри задачі для розв'язування на наступному кроці. У цій роботі застосовано метод Джоффіона-Дайєра-Файнберга [3–4], оскільки він дає можливість відновити градієнт за допомогою локальних коефіцієнтів заміщення, які визначаються опитуванням експертів. Цей метод базується на використанні ідеї Френка-Вулфа [5].

Сформуємо повністю алгоритм процедури побудови внутрішньої валюти.

1. На першому кроці особа, що приймає рішення, задає початкове значення параметрів у критеріальному просторі. Вважаючи один з критеріїв опорним, його значення змінюється на більш краще порівняно з початковим. Тепер необхідно визначити, яка зміна за іншим критерієм стане еквіва-

лентною заданій зміні опорного критерію. На основі відповідей особи, що приймає рішення, треба побудувати вектор, вздовж якого зміна глобального критерію буде найбільш ефективною. Саме тут для пошуку градієнта застосовується метод Джофрїона-Дайера-Файнберга, щоб відновити градієнт за допомогою локальних коефіцієнтів заміщення. В результаті застосування вказаного методу знаходяться коефіцієнти α_μ та β_ν , які є нормованими координатами вектору градієнта, та будується модель внутрішньої валюти H_1^X першого гравця X .

2. На другому етапі за такою ж схемою визначаються коефіцієнти α'_μ та β'_ν й будується, відповідно, модель H_1^{XY} .

3. Таким же чином, другий гравець Y обчислює свої моделі внутрішньої валюти H_1^Y та H_1^{YX} .

4. На наступному етапі, знаючи H_1^{XY} й H_1^X , H_1^{YX} й H_1^Y , побудувавши свої біматричні ігри відповідно, перший та другий гравці здійснюють ходи.

5. Оскільки в реальній грі неможливо завжди спрогнозувати дії суперника, то експерти визначають поправочні коефіцієнти α , β , γ , δ для першого гравця. Згідно них уточнюються внутрішні валюти за наступними співвідношеннями:

$$H_2^X = H_1^X + \alpha H_1^X + \beta H_1^{XY},$$

$$H_2^{XY} = H_1^{XY} + \gamma H_1^X + \delta H_1^{XY}.$$

Аналогічні дії виконує другий гравець.

6. Пункт 5 виконується, доки не відбудеться співпадіння або з певною похибкою стануть прогнозованими дії суперника.

ПРИКЛАД РОБОТИ ПРОЦЕДУРИ ДЛЯ ДВОХ КРИТЕРІЇВ

Отже, нехай в критеріальному просторі вибрано будь-яку початкову точку T_0 . У цій точці експерт визначає градієнт глобальної цільової функції наступним чином. Один з критеріїв вважається опорним. Змінюємо значення критерію на певну величину так, щоб покращити його порівняно з початковим значенням. Отримуємо точку N . Далі перед експертом ставиться важливе питання: яка зміна іншого критерію компенсує задану зміну опорного критерію? Нехай зміна іншого критерію призводить нас до точки M . Отже, сума векторів $\overline{T_0N}$ й $\overline{T_0M}$ дає точку T_0^* , що еквівалентна T_0 . Таким чином, через точки T_0^* й T_0 проходить лінія рівня, до якої будуємо градієнт. Віднормовані координати градієнта якраз і будуть значеннями вагових коефіцієнтів критеріїв. Проілюструємо цей приклад рисунком.

Таким чином, ми визначаємо внутрішню валюту нашого суперника і, взявши градієнт його функції корисності, отримуємо відповідний вектор H_1^{XY} . В той же час суперник робить свій крок і ми дізнаємося про значення вектору H_1^Y . Коефіцієнти цього вектора відповідають віднормованим

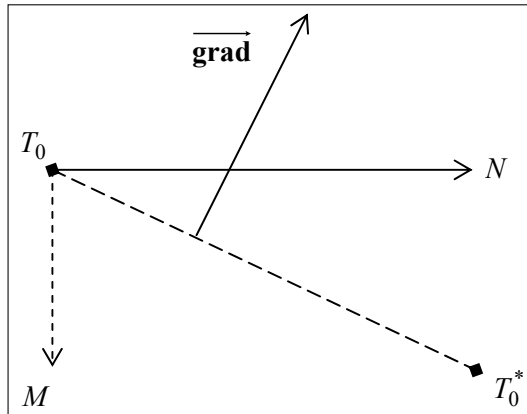


Рисунок. Побудова градієнта для визначення вагових коефіцієнтів внутрішньої валюти

коефіцієнтам градієнту справжньої функції внутрішньої валюти суперника. Проаналізувавши цей вектор, ми маємо можливість зробити певні висновки щодо власної внутрішньої валюти іншого гравця, порівнюючи її з нашим уявленням про неї. Отримані результати дають нам можливість скоригувати відповідні коефіцієнти у ході побудови внутрішньої валюти нашого суперника на наступному кроці.

У багатовимірному просторі процедура визначення вагових

коефіцієнтів аналогічна, з тією відмінністю, що експертно оцінюваних коефіцієнтів заміщення багата, тобто і питань до експертів буде більше ($n - 1$, де n — кількість критеріїв, що визначають внутрішню валюту).

ВИСНОВКИ

Розроблено процедуру побудови внутрішньої валюти в умовах багатокритеріальності, що дозволяє проводити процес її уточнення за новою інформацією. Це дає можливість при подальшому ході гри на основі аналізу поведінки другої сторони корегувати параметри для побудови внутрішньої валюти суперника.

Узагальнено постановку задачі, запропоновану В.О. Лефевром. Таким чином, за допомогою багатьох критеріїв, було враховано багатозначність інтересів сторін. Запропоновано використовувати метод Джофріона-Дайера-Файнберга, що дозволяє на основі експертної процедури встановити вагові коефіцієнти критеріїв та побудувати внутрішню валюту гравця у вигляді лінійної згортки.

ЛІТЕРАТУРА

1. Лефевр В.А., Баранов П.В., Ленский В.Е. Внутренняя валюта в рефлексивных играх // Техническая кибернетика. — 1969. — № 4. — С. 29–33.
2. Денисов А.А. Нетократия и рефлексия: Засекречивание в постиндустриальном обществе // Рефлексивные процессы и управление. — 2007. — 7, № 1. — С. 33–50.
3. Ларичев А.И. Теория и методы принятия решений, а также Хроники событий в Волшебных Странах: Учебник. Изд. второе, перераб. и доп. — М.: Логос, 2002. — 392 с.
4. Лотов А.В., Поспелова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений: Учеб. пособие. — М.: МАКС Пресс, 2008. — 197 с.
5. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления и приложения. — М.: Радио и связь, 1992. — 504 с.

Надійшла 18.06.2014

ПРО РІВНОВАГУ ВІДКРИТОЇ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ ЗА НАЯВНОСТІ НЕВИКОРИСТАНОГО КАПІТАЛУ ТА ЗАДАНИХ РІВНІВ СПОЖИВАННЯ

А.П. МАХОРТ

Досліджено відкриту економічну систему за наявності монополістів та споживачів, що не є ненасичуваними. Ступені задоволення потреб всіх споживачів в економічній системі та рівні оподаткування задано. Наявність споживачів, що не є ненасичуваними призводить до утворення невикористаного капіталу, який у свою чергу, призводить до зменшення ефективності функціонування економічної системи. Визначено стани рівноваги економічної системи, які відповідають мінімальним значенням невикористаного капіталу. У моделі використано принципи рівноваги Вальрасового типу. Запропоновано алгоритм розв'язання задачі щодо економічної рівноваги. Отримані обмеження на модельні характеристики забезпечують існування рівноваги такої економічної системи. Знайдено характеристики стану рівноваги, що є оптимальним з огляду на ефективність функціонування економічної системи у випадку як наявності, так і відсутності в ній монополістів.

ВСТУП

Важливою проблемою у моделюванні поведінки економічних систем є дослідження рівноваги [1–2]. Якщо економічна система не перебуває у стані рівноваги, то складно зробити однозначний висновок щодо можливості її подальшого функціонування без суттєвих трансформацій. Для економічних систем природно зазнавати трансформації у процесі функціонування, але суттєві трансформації пов'язані зі зміною структури економічної системи, а це означатиме певну видозміну її суб'єктів, що може призводити до негативних наслідків. З іншого боку, рівноважний підхід аналізу економічних систем якраз і дає змогу виявляти чинники, що призводять як до дестабілізації, так і до підвищення ефективності функціонування. Разом з тим, рівноважний підхід залишає поза увагою питання щодо черговості реалізацій станів рівноваги. Важливо мати на увазі, що послідовність реалізацій станів рівноваги не обов'язково має бути впорядкована в часі, що є вагомим аргументом на користь відмови від необхідності враховувати переходи між станами рівноваги.

Серед чинників, які є потенційними джерелами дестабілізації економічних систем, слід згадати монопольні явища та наявність невикористаного капіталу в економічній системі. Що стосується монополізму, то це явище призводить до виникнення цінових дисбалансів в економічній системі. Накопичення невикористаного капіталу пов'язують з інфляційними процесами.

Мета дослідження — з'ясування впливу невикористаного капіталу на рівновагу економічної системи, можливості обмеження його обсягу та умов реалізації стану рівноваги з характеристиками, які б мали належати до заданого інтервалу значень.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ

Нехай економічна система сформована l споживачами товарів. Набір товарів, що ними цікавиться i -й споживач і яких є n різновидів, визначимо вектор $\{c_{ki}\}_{k=1}^n$, $i = \overline{1, l}$. Сукупність цих векторів утворюватиме матрицю попиту $C = \left\| c_{kj} \right\|_{k=1, j=1}^{n, l}$. Споживання товарів суб'єктами економічної системи вимагає певних витрат, а отже й наявності у них відповідних фінансових ресурсів. Тому вважатимемо, що одна частина споживачів за рахунок власного виробництва намагається самостійно забезпечити собі потрібні фінансові ресурси, а решта споживачів залежна від обсягів зовнішнього фінансування. Джерелом зовнішнього фінансування оберемо надходження від оподаткування виробників. Споживач прагне мати той рівень прибутку, який дозволить йому придбати бажаний набір товарів у повному обсязі, а цей набір може містити також і ті товари, потреба в яких залежить від ситуації на ринку. Через наявність таких товарів у споживчому наборі поведінка суб'єктів економічної системи відрізнятиметься. Отримавши прибуток, споживач може бути ненасичуваним і повністю його витратити або дотримуватись іншої стратегії — лишати частину свого капіталу невикористаним. Якщо i -й споживач не є ненасичуваним, то поряд з набором товарів $\{c_{ki}\}_{k=1}^n$, $i = \overline{1, l}$, який тепер описуватиме його потенційні інтереси, буде ще й альтернативний набір $\{\hat{c}_{ki}\}_{k=1}^n$, $i = \overline{1, l}$, $\hat{c}_{ki} \leq c_{ki}$, який і визначатиме остаточний вибір потрібних товарів. Введемо вектор, що задаватиме ціни товарів $p = \{p_i\}_{i=1}^n$. Тоді оподаткований (чистий прибуток) кожного споживача може бути подано виразом:

$$\tilde{D}_j(p) = y_j \sum_{s=1}^n c_{sj} p_s, \quad j = \overline{1, l}. \quad (1)$$

У формулі (1) міститься добуток вартості максимального набору товарів, у яких зацікавлені суб'єкти економічної системи, і вектора ступенів задоволення потреб споживачів $y = \{y_i\}_{i=1}^l$. Його компоненти задають те, як співвідноситимуся між собою отриманий і необхідний для купівлі всіх бажаних товарів обсяги прибутку, тому ці величини також є й мірою рівнів споживання. Відтак діапазон значень компонентів вектора y належатиме інтервалу $(0, 1]$.

Очевидно, що попит на товари споживачів має будуватись за матрицею C , а також і за матрицею $\hat{C} = \left\| \hat{c}_{kj} \right\|_{k=1, j=1}^{n, l}$, тому що не всі споживачі будуть ненасичуваними. Отже, попит i -го споживача на k -й товар зручно записати у вигляді

$$\Lambda_{ik}(p) = \frac{\hat{c}_{ki} p_k}{\sum_{s=1}^n c_{si} p_s}, \quad i = \overline{1, l}, \quad k = \overline{1, n},$$

де елемент \hat{c}_{ki} матриці \hat{C} співпадатиме з елементом c_{ki} матриці C , якщо i -й споживач ненасичуваний. За попитом споживачів та їх наявним прибутком формується попит Φ_k на k -й товар в економічній системі:

$$\Phi_k = \frac{1}{P_k} \sum_{i=1}^l \Lambda_{ik}(p) \tilde{D}_i(p), \quad k = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Щоб мати змогу отримати потрібні фінансові ресурси, виробники здійснюють вибір технологій виготовлення своїх товарів. Вважатимемо, що кожному з них достатньо продукувати лише один з можливих типів товарів. Тому, як і товарів, кількість виробників в економічній системі n . Технології виробництва товарів розглядатимемо з урахуванням наявності постійних витрат, тому для їх опису використовуватимемо матрицю вигляду $\|a_{kj} + b_{kj} / x_j\|_{k,j=1}^n$. Доданок з величинами a_{kj} задає витрати на виготовлення одиниці випуску j -го товару у натуральних показниках k -м виробником, а доданок з характеристиками b_{kj} визначає постійні витрати, які потрібні щоб утримувати виробництво у працездатному стані. Обсяги випуску товарів в економічній системі подано вектором $x = \{x_i\}_{i=1}^n$. Економічна система відкрита і ринок товарів утворюватиметься з урахуванням її взаємодії з зовнішнім оточенням. Загалом, ринок формуватиметься товарами з запасу, виготовленими внутрішніми виробниками, та тими, що надходять ззовні. Слід мати на увазі, що частина товарів використовується у потребах виробництва, є імпорт товарів за межі економічної системи. У підсумку, для чистого продукту або пропозиції Ψ_k на k -й товар у відкритій економічній системі отримаємо формулу:

$$\Psi_k = x_k - \sum_{i=1}^n a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^n b_{ki} + \sum_{i=1}^n b_{ki}^1 - e_k + i_k, \quad k = \overline{1, n}, \quad (3)$$

де $\{e_i\}_{i=1}^n$ — вектор експорту, $\{i_i\}_{i=1}^n$ — вектор імпорту.

У результаті реалізації виготовлених товарів, виробники зможуть отримати оподаткований прибуток, рівень якого записується за допомогою виразу:

$$\tilde{D}_j(p) = \pi_j x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k \right) - \pi_j \sum_{k=1}^n b_{kj} p_k + \pi_j \sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k, \quad j = \overline{1, n}, \quad (4)$$

де $\pi = \{\pi_i\}_{i=1}^n$ — вектор оподаткування, а елементи матриці $\|b_{kj}^1\|_{k,j=1}^n$ подають структуру запасу товарів, який може бути наявний у суб'єктів економічної системи. Внаслідок оподаткування виробників утворюється капітал, який може бути розподілено серед фінансованих ззовні споживачів таким чином:

$$\sum_{j=n+1}^l \tilde{D}_j(p) = \sum_{j=1}^n (1 - \pi_j) D_j(p). \quad (5)$$

Зауважимо, що у цих споживачів не припускається наявність якогось запасу товарів, тому що тоді їх слід розглядати як спроможних самостійно забезпечувати себе необхідними фінансовими ресурсами. Також наголосимо, що зовнішнє фінансування може бути пов'язане з вимогою, щоб такі споживачі були ненасичувані, а значення їх заданих рівнів споживання мають узгоджуватись з виконанням рівності (5).

Економічну систему описує набір характеристик. Серед них є задані протягом всього періоду часу, в якому відбувається дослідження, і ті, що можуть змінювати свої значення (пов'язані із поточним станом економічної системи). Заданими характеристиками у моделі є матриці запасу товарів $\|b_{kj}^1\|_{k,j=1}^n$, технологічних коефіцієнтів $\|a_{kj}\|_{k,j=1}^n$, попиту $\|c_{kj}\|_{k=1,j=1}^{n,l}$ й $\|\hat{c}_{kj}\|_{k=1,j=1}^{n,l}$. Стратегію оподаткування визначатиме вектор $(\pi_1^0, \dots, \pi_n^0)$. Також вважатимемо, що й рівні споживання суб'єктів економічної системи, подані компонентами вектора $y = \{y_i\}_{i=1}^l$, відомі. Якщо в економічній системі є монополісти, то відомими будуть і ціни на їх товари. Поточний стан економічної системи є одним зі станів рівноваги. Відповідно, для визначення характеристик, які стосуються стану рівноваги, слід записати умови рівноваги економічної системи.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Згідно з принципами рівноваги за Вальрасом вимагатимемо, щоб попит на товари в економічній системі не мав перевищувати пропозиції. У результаті для опису станів рівноваги економічної системи отримаємо систему нерівностей:

$$\frac{1}{p_k} \sum_{i=1}^l \Lambda_{ik}(p) \tilde{D}_i(p) \leq \Psi_k, \quad k = \overline{1, n}. \quad (6)$$

З усіх ймовірних станів рівноваги варті уваги лише економічно прийнятні, зокрема ті, за яких виробництво суб'єктів економічної системи буде прибуткове. Виключити з розгляду неприйнятні стани рівноваги можна за допомогою наступної процедури [1]. За векторами попиту споживачів $\Lambda_i = \{\Lambda_{ik}\}_{k=1}^n$, $i = \overline{1, l}$ будуються допоміжні вектори $\Lambda_i^* = \{\Lambda_{ik}^*\}_{k=1}^n$, $i = \overline{1, l}$, для компонентів яких виконуватимуться рівності

$$\sum_{k=1}^n \Lambda_{ik}^*(p) = 1, \quad i = \overline{1, l}.$$

Якщо замість сукупності векторів $\{\Lambda_i\}_{i=1}^l$ використати вектори $\{\Lambda_i^*\}_{i=1}^l$, тоді система нерівностей (6) зводиться до системи рівнянь. Компоненти векторів Λ_i^* , $i = \overline{1, l}$ вибиратимемо у вигляді

$$\Lambda_{ik}^*(p) = \frac{z_k \Lambda_{ik}(p)}{\sum_{s=1}^n z_s \Lambda_{is}(p)} = \frac{z_k \hat{c}_{ki} p_k}{\sum_{s=1}^n z_s \hat{c}_{si} p_s}, \quad i = \overline{1, l}, \quad k = \overline{1, n},$$

де $\{z_i\}_{i=1}^n$ — деякий строго додатній вектор. У цьому випадку всі вимоги до векторів $\{\Lambda_i^*\}_{i=1}^n$ задовольнятимуться.

У підсумку матимемо систему нелінійних рівнянь:

$$\sum_{j=1}^l z_k \hat{c}_{kj} \frac{\sum_{s=1}^n c_{sj} p_s}{\sum_{m=1}^n z_m \hat{c}_{mj} p_m} y_j = x_k - \sum_{i=1}^n a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^n b_{ki} + \sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k - e_k + i_k, \quad k = \overline{1, n}; \quad (7)$$

$$\pi_j x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k \right) - \pi_j \sum_{k=1}^n b_{kj} p_k + \pi_j \sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k = y_j \sum_{s=1}^n c_{sj} p_s, \quad j = \overline{1, n}, \quad (8)$$

яку слід розв'язувати відносно векторів $p = \{p_i\}_{i=1}^n$ й $x = \{x_i\}_{i=1}^n$. Розв'язком буде пара строго додатних векторів (p, x) , які разом із іншими заданими характеристиками визначатимуть один зі станів рівноваги економічної системи. Розв'язків і відповідно станів рівноваги може виявитись багато. Внаслідок цього одразу постає проблема вибору — який зі станів рівноваги є більш прийнятним для економічної системи. Якщо ґрунтуватись на ефективності функціонування суб'єктів економічної системи, всі отримані стани рівноваги будуть еквівалентними, тому що компоненти вектора $\{y_i\}_{i=1}^l$ є заданими. Різницю між станами рівноваги може виявити інша характеристика. Через те, що не всі споживачі є ненасичуваними, в економічній системі накопичуватиметься невикористаний капітал:

$$D_i^*(p) = \left(1 - \sum_{k=1}^n \Lambda_{ik}(p) \right) \tilde{D}_i(p) = \left(1 - \sum_{k=1}^n \frac{\hat{c}_{ki} p_k}{\sum_{s=1}^n c_{si} p_s} \right) y_i \sum_{s=1}^n c_{si} p_s, \quad i = \overline{1, l}. \quad (9)$$

Наявність невикористаного капіталу є потенційним чинником розвитку інфляційних процесів. Тому для більш ефективного функціонування економічної системи бажано, щоб обсяги невикористаного капіталу були якомога меншими. Отже, слід визначити такий розв'язок системи рівнянь (7), (8), для якого значення функцій невикористаного капіталу $\{D_i^*(p)\}_{i=1}^l$ з виразу (9) були мінімальними.

ОПТИМАЛЬНІ ЦІНИ ЗА ВІДСУТНОСТІ МОНОПОЛІСТІВ

Знайдемо вектор цін $\{p_i\}_{i=1}^n$, на якому функції невикористаного капіталу $\{D_i^*(p)\}_{i=1}^l$ набуватимуть найменших значень та з'ясуємо за яких умов вони задовольнятимуть і рівнянням (7), (8).

Функції невикористаного капіталу суб'єктів економічної системи запишемо у вигляді

$$D_i^*(p) = y_i \left(\sum_{s=1}^n c_{si} p_s - \sum_{k=1}^n \hat{c}_{ki} p_k \right) = y_i \sum_{s=1}^n c_{si}^* p_s, \quad i = \overline{1, l}.$$

Елементи матриці $\|c_{kj}^*\|_{k=1, j=1}^{n, l}$ невід’ємні. Якщо i -й споживач ненасичуваний, то відповідний стовпчик $\{c_{ki}^*\}_{k=1}^n$, $i \in [1, l]$ цієї матриці є нульовим, нульовою буде і його функція $D_i^*(p)$. А для решти споживачів, які не є ненасичуваними, досить нескладно побачити, що найменше значення невикористаного капіталу досягатиметься на векторі цін з принаймні однією нульовою компонентою. Але такий вектор не може бути розв’язком рівнянь рівноваги (7), (8). Виберемо деякий рівень невикористаного капіталу Δ , який вважатимемо прийнятним, і визначимо додатний вектор цін, що найбільше наближатиме функції $\{D_i^*(p)\}_{i=1}^l$ до цього значення. Слід врахувати, щоб цей вектор цін забезпечував прибутковість виробникам. Бажаного можна досягти, розв’язавши оптимізаційну задачу:

$$\min_p F^*(p, \Delta), \quad F^*(p, \Delta) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \left[p_j - \lambda \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k \right]^2 + \frac{1}{2} \sum_{i \in \mathcal{J}} [\tilde{D}_i^*(p) - \Delta]^2. \quad (10)$$

Множина \mathcal{J} утворена так, щоб з інтервалу індексів $[1, l]$ виключити ті, які стосуються ненасичуваних споживачів. Умови існування додатного розв’язку екстремальної задачі (10) сформулюємо у наступному твердженні.

Теорема. Нехай матриця $\|a_{kj}\|_{k, j=1}^n$ продуктивна, значення параметра Δ визначається виразом:

$$\Delta = \frac{1}{|\mathcal{J}|} \rho_0 \min_{s \in [1, n]} \sum_{i=1}^n c_{si}^* y_i.$$

Якщо знайдеться додатна величина ρ_0^* , яка задовольнятиме нерівностям

$$\frac{1}{|\mathcal{J}|} \min_{k \in [1, n]} \sum_{i \in \mathcal{J}} c_{ki}^* y_i \sum_{i \in \mathcal{J}} c_{si}^* y_i - \max_{k \in [1, n]} \left[\sum_{i \in \mathcal{J}} y_i^2 c_{ki}^* c_{si}^* + \lambda^2 \sum_{j=1}^n a_{kj} a_{sj} - \lambda a_{ks} - \lambda a_{sk} \right] \geq \geq \frac{\rho_0^*}{\rho_0}, \quad s \in \mathcal{N}^*,$$

і виконується умова

$$\frac{1}{|\mathcal{J}|} \min_{k \in [1, n]} \sum_{i \in \mathcal{J}} c_{ki}^* y_i \sum_{s=1}^n \sum_{i \in \mathcal{J}} c_{si}^* y_i \leq \leq 1 + \min_{k \in [1, n]} \left[\sum_{s=1}^n \sum_{i \in \mathcal{J}} y_i^2 c_{ki}^* c_{si}^* + \lambda^2 \sum_{s=1}^n \sum_{j=1}^n a_{kj} a_{sj} - \lambda \sum_{j=1}^n a_{kj} - \lambda \sum_{j=1}^n a_{jk} \right],$$

тоді існує додатний розв’язок \bar{p}_i , $i \in \mathcal{N}^* = [1, n]$ оптимізаційної задачі (10).

Доведення. Відповідно до необхідних і достатніх умов існування мінімуму екстремальної задачі матимемо два типи умов:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^*(p)}{\partial p_s} &= \sum_{i \in \mathcal{J}} \tilde{D}_i^*(p) \frac{\partial \tilde{D}_i^*(p)}{\partial p_s} - \Delta \sum_{i \in \mathcal{J}} \frac{\partial \tilde{D}_i^*(p)}{\partial p_s} + \sum_{j \in \mathcal{N}^*} p_j \frac{\partial p_j}{\partial p_s} - \\ &- \sum_{j=1}^n \left[\lambda \frac{\partial p_j}{\partial p_s} \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k + \lambda p_j \sum_{k=1}^n a_{kj} \frac{\partial p_k}{\partial p_s} - \lambda^2 \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k \sum_{i=1}^n a_{ij} \frac{\partial p_j}{\partial p_s} \right] = \quad (11) \\ &= \sum_{k=1}^n \left[\delta_{ks} + \sum_{i \in \mathcal{J}} y_i^2 c_{ki}^* c_{si}^* + \lambda^2 \sum_{j=1}^n a_{kj} a_{sj} - \lambda a_{ks} - \lambda a_{sk} \right] p_k - \Delta \sum_{i \in \mathcal{J}} c_{si}^* y_i = 0, \quad s \in \mathcal{N}^*; \\ &\quad \sum_{j \in \mathcal{N}^*} \sum_{i \in \mathcal{N}^*} \frac{\partial^2 F^*(p)}{\partial p_i \partial p_j} \alpha_i \alpha_j > 0, \quad (12) \end{aligned}$$

де $\{\alpha_j\}_{j \in \mathcal{N}^*}$ — деякий довільно вибраний ненульовий вектор. Перевіримо справедливість умови (12):

$$\begin{aligned} \sum_{j \in \mathcal{N}^*} \sum_{i \in \mathcal{N}^*} \frac{\partial^2 F^*(p)}{\partial p_i \partial p_j} \alpha_i \alpha_j &= \sum_{k \in \mathcal{N}^*} |\alpha_k|^2 + \sum_{k \in \mathcal{J}} |\alpha_k^0|^2 + \lambda^2 \sum_{k \in \mathcal{N}^*} |\alpha_k^1|^2 - \\ &- 2\lambda \sum_{k \in \mathcal{N}^*} \alpha_k^1 \alpha_k = \sum_{k \in \mathcal{N}^*} |\alpha_k - \lambda \alpha_k^1|^2 + \sum_{k \in \mathcal{J}} |\alpha_k^0|^2 > 0, \\ \alpha_k^0 &= y_k \sum_{j=1}^n c_{jk}^* \alpha_j, \quad k \in \mathcal{J}, \quad \alpha_k^1 = \sum_{j \in \mathcal{N}^*} a_{jk} \alpha_j, \quad k \in \mathcal{N}^*. \end{aligned}$$

Що стосується вимоги (11), то вона виконуватиметься для того вектора цін $\{\bar{p}_i\}_{i=1}^n$, компоненти якого визначаються за формулою:

$$p_s = \Delta \sum_{i \in \mathcal{J}} c_{si}^* y_i - \sum_{k=1}^n \left[\sum_{i \in \mathcal{J}} y_i^2 c_{ki}^* c_{si}^* + \lambda^2 \sum_{j=1}^n a_{kj} a_{sj} - \lambda a_{ks} - \lambda a_{sk} \right] p_k, \quad s \in \mathcal{N}^*. \quad (13)$$

Відповідно до принципу Шаудера [3], умови теореми дозволяють зробити висновок про існування розв'язку рівняння (13), який належатиме множині

$$\left\{ p_j - \rho_0^* \in R_+, \quad \sum_{j \in \mathcal{N}^*} p_j \leq \rho_0, \quad j = \overline{1, n} \right\}.$$

Теорему доведено.

За допомогою вибору параметра λ мають досягатись додатні значення різниць

$$p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k > 0, \quad j = \overline{1, n}.$$

Вектор цін із компонентами, поданими виразом (13) буде рівноважним, якщо задовольнятиме рівнянням (7), (8). Перш ніж перевірити це, звернемо увагу, що досі розглядався випадок, коли виробники в економічній системі не є монополістами. З'ясуємо, що відбуватиметься, якщо в економічній системі будуть наявні монополісти.

ОПТИМАЛЬНІ ЦІНИ ЗА НАЯВНОСТІ МОНОПОЛІСТІВ

Нехай в економічній системі $n-t$ її суб'єктів є монополістами. Поведінка монополістів відрізняється від поведінки інших виробників товарів. Найістотніша їх особливість полягає у можливості безпосередньо впливати на рівень цін своїх товарів. Внаслідок чого, ціни на товари монополістів слід вважати заданими $(p_{t+1}^0, \dots, p_n^0)$, а оптимізація функціоналу $F^*(p, \Delta)$ має здійснюватись за тими компонентами вектора цін, що не стосуватимуться монополістів. Задані монополістичні ціни змінять структуру невикористаного капіталу. Тепер величина Δ міститиме в собі частину, залежну від монополістичних цін. Для різних споживачів монополістичний внесок у значення Δ може суттєво відрізнятися, що позначатиметься і на ціноутворенні. Щоб знівелювати цей вплив замість параметра Δ у функціоналі $F^*(p, \Delta)$ використаємо різницю $\Delta - \Delta_1$. З'ясуємо, якою може бути залежність величини Δ_1 від характеристик монополістів. Насамперед перевіримо виконання необхідних і достатніх умов існування мінімуму функціоналу $F^*(p, \Delta - \Delta_1)$. Вони полягатимуть у рівностях:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^*(p)}{\partial p_s} &= \sum_{i \in \mathcal{J}} \tilde{D}_i^*(p) \frac{\partial \tilde{D}_i^*(p)}{\partial p_s} - (\Delta - \Delta_1) \sum_{i \in \mathcal{J}} \frac{\partial \tilde{D}_i^*(p)}{\partial p_s} + \sum_{j=1}^n p_j \frac{\partial p_j}{\partial p_s} - \\ &- \sum_{j=1}^n \left[\lambda \frac{\partial p_j}{\partial p_s} \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k + \lambda p_j \sum_{k=1}^n a_{kj} \frac{\partial p_k}{\partial p_s} - \lambda^2 \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k \sum_{i=1}^n a_{ij} \frac{\partial p_j}{\partial p_s} \right] = \\ &= \sum_{k=1}^t \left[\delta_{ks} + \sum_{i \in \mathcal{J}} y_i^2 c_{ki}^* c_{si}^* + \lambda^2 \sum_{j=1}^n a_{kj} a_{sj} - \lambda a_{ks} - \lambda a_{sk} \right] p_k - \\ &\quad - \Delta \sum_{i \in \mathcal{J}} c_{si}^* y_i + \Delta_1 \sum_{i \in \mathcal{J}} c_{si}^* y_i + \\ &+ \sum_{k=t+1}^n \left[\sum_{i \in \mathcal{J}} y_i^2 c_{ki}^* c_{si}^* + \lambda^2 \sum_{j=1}^n a_{kj} a_{sj} - \lambda a_{ks} - \lambda a_{sk} \right] p_k^0 = 0, \quad s = \overline{1, t}, \end{aligned} \quad (14)$$

та у нерівностях:

$$\sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^t \frac{\partial^2 F^*(p)}{\partial p_i \partial p_j} \alpha_i \alpha_j > 0, \quad (15)$$

для довільного ненульового вектора $(\alpha_1, \dots, \alpha_t)$. Переконаємось спочатку, що умова (15) виконується. Матимемо

$$\sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^t \frac{\partial^2 F^*(p)}{\partial p_i \partial p_j} \alpha_i \alpha_j = \sum_{k \in \mathcal{J}} \left| y_k \sum_{j=1}^t c_{jk}^* \alpha_j \right|^2 + \sum_{k=1}^t \left| \alpha_k - \lambda \alpha_k^1 \sum_{j=1}^t a_{jk} \alpha_j \right|^2 > 0,$$

а з умови (14) отримаємо систему рівнянь на компоненти вектора цін:

$$p_s = (\Delta - \Delta_1) \sum_{i \in \mathcal{J}} c_{si}^* y_i -$$

$$-\sum_{k=1}^n \left[\sum_{i \in \mathcal{J}} y_i^2 c_{ki}^* c_{si}^* + \lambda^2 \sum_{j=1}^n a_{kj} a_{sj} - \lambda a_{ks} - \lambda a_{sk} \right] p_k, \quad s = \overline{1, t}. \quad (16)$$

За виглядом цей вираз відрізняється від аналогічного (13), записаного у випадку відсутності монополістів в економічній системі, лише наявністю параметра Δ_1 та звуженням множини індексів \mathcal{M}^* із $[1, n]$ до $[1, t]$. Отже, якщо у сформульованій в попередньому розділі теоремі допоміжний параметр ρ_0^* вибрати рівним $\rho_0^* = \Delta_1 + \varepsilon$, а значення параметра Δ_1 покласти

$$\Delta_1 = \frac{\sum_{k=t+1}^n p_k^0}{\sum_{s=1}^n \sum_{i \in \mathcal{J}} c_{si}^* y_i}$$

то умови теореми гарантуватимуть існування додатного розв'язку системи рівнянь (16). Зокрема, розв'язок належатиме множині

$$\left\{ p_j - \varepsilon \in R_+, \quad \sum_{j=1}^n p_j \leq \rho_0, \quad j = \overline{1, n} \right\}.$$

Таким чином, задачу оптимізації, що враховує наявність монополістів зведено до випадку, коли їх наявність не враховувалась.

ОПТИМАЛЬНИЙ СТАН РІВНОВАГИ

З'ясуємо, нарешті, чи будуть оптимальні для досягнення найнижчих значень функцій невикористаного капіталу ціни рівноважними. Визначимо обсяги випусків товару суб'єктами економічної системи, що відповідатимуть цим оптимальним цінам. Це можна зробити за допомогою виразу (8). Матимемо:

$$x_j = \frac{1}{p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k} \left(\frac{y_j}{\pi_j} \sum_{s=1}^n c_{sj} p_s + \sum_{k=1}^n b_{kj} p_k - \sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k \right), \quad j = \overline{1, n}. \quad (17)$$

Різниця

$$p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k, \quad j = \overline{1, n},$$

є додатними, тому лише наявність великого обсягу запасу товарів у суб'єктів економічної системи може призводити до від'ємних значень обсягів випуску товарів. Такий сценарій буде неприйнятним. Вважатимемо, що забезпечення споживчих інтересів суб'єктів економічної системи здійснюється переважно за рахунок виготовлення нових товарів. Внаслідок цього для елементів матриці запасу товарів вимагатимемо виконання нерівностей:

$$\frac{y_j}{\pi_j} c_{kj} + b_{kj} - b_{kj}^1 \geq 0, \quad k, j = \overline{1, n}, \quad (18)$$

причому, для кожного k має існувати такий індекс j , що для обох індексів k, j знак рівності у виразі (18) не допускатиметься. Умова (18) гарантуватиме додатні значення всіх компонент вектора $\{x_k\}_{k=1}^n$. Але слід враховувати, що обсяги випусків товару мають гарантувати існування додатних компонент вектора пропозиції $\{\Psi_k\}_{k=1}^n$. З'ясуємо, як цього досягти.

Якщо ввести змінні $\varphi_j = x_j - \sum_{i=1}^n a_{ij}x_i, j = \overline{1, n}$, то для них можна записати рівняння:

$$\varphi_j = \frac{1}{p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj}p_k} \left(\frac{y_j}{\pi_j} \sum_{s=1}^n c_{sj}p_s + \sum_{k=1}^n b_{kj}p_k - \sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k \right) - \sum_{k=1}^n a_{jk} \sum_{s=1}^n (E - A)_{ks}^{-1} \varphi_s, j = \overline{1, n}. \quad (19)$$

Слід забезпечити існування додатного розв'язку $\varphi = \{\varphi_k\}_{k=1}^n$ системи рівнянь (19). Достатньою умовою цього є виконання нерівностей

$$\frac{1}{p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj}p_k} \left(\frac{y_j}{\pi_j} \sum_{s=1}^n c_{sj}p_s + \sum_{k=1}^n b_{kj}p_k - \sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k \right) - \beta \sum_{k=1}^n a_{jk} \sum_{s=1}^n (E - A)_{ks}^{-1} \geq \alpha, j = \overline{1, n};$$

$$\frac{1}{p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj}p_k} \left(\frac{y_j}{\pi_j} \sum_{s=1}^n c_{sj}p_s + \sum_{k=1}^n b_{kj}p_k - \sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k \right) - \alpha \sum_{k=1}^n a_{jk} \sum_{s=1}^n (E - A)_{ks}^{-1} \leq \beta, j = \overline{1, n},$$

де $\beta > \alpha > 0$. У випадку, коли вираз (17) є додатним, такі параметри β й α можна підібрати. Тоді, побудувавши ітераційний процес

$$\varphi_j^{[k+1]} = \frac{1}{p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj}p_k} \left(\frac{y_j}{\pi_j} \sum_{s=1}^n c_{sj}p_s + \sum_{k=1}^n b_{kj}p_k - \sum_{k=1}^n b_{kj}^1 p_k \right) - \sum_{k=1}^n a_{jk} \sum_{s=1}^n (E - A)_{ks}^{-1} \varphi_s^{[k]}, j = \overline{1, n},$$

початкова ітерація $\varphi^{[0]}$ якого належатиме множині $\{\alpha \leq \varphi_j \leq \beta, j = \overline{1, n}\}$, отримаємо, що всі наступні ітерації теж належатимуть цій множині.

І з принципу Шаудера впливатиме існування додатного вектора, до якого збігатиметься ітераційний процес.

Значення допоміжного параметра α може слугувати для оцінки впливу зовнішнього оточення. Структура зв'язків економічної системи з її зовнішнім оточенням має бути узгоджена зі структурою споживання товарів. Вимагатимемо надалі, щоб виконувалась нерівність:

$$\alpha - \sum_{i=1}^n b_{ji} + \sum_{i=1}^n b_{ji}^1 - e_j + i_j > 0, \quad j = \overline{1, n}, \quad (20)$$

а обсяги експорту й імпорту товарів задовольняли умові торговельного балансу

$$\sum_{i=1}^n e_i p_i = \sum_{i=1}^n i_i p_i.$$

У підсумку справедливість умови (20) і забезпечить існування додатних компонент вектора пропозиції $\{\Psi_k\}_{k=1}^n$.

Отже, обидва вектори $x = \{x_i\}_{i=1}^n$ й $\{\Psi_k\}_{k=1}^n$ матимуть додатні компоненти. Лишається визначити додатний вектор $\{z_k\}_{k=1}^n$ для підтвердження факту, що раніше знайдені обсяги випуску товарів і ціни, на яких досягається мінімум функцій невикористаного капіталу, будуть рівноважними. На підставі виразів (3) й (7) можна записати:

$$z_k = \frac{\Psi_k}{\sum_{i=1}^l \frac{\hat{c}_{ki} \tilde{D}_i(p)}{\sum_{s=1}^n z_s \hat{c}_{si} p_s}}, \quad k = \overline{1, n}. \quad (21)$$

Справедливі оцінки

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \frac{\Psi_k}{\sum_{i=1}^l \frac{\hat{c}_{ki} \tilde{D}_i(p)}{\sum_{s=1}^n z_s \hat{c}_{si} p_s}} &= \sum_{k=1}^n \frac{\Psi_k p_k}{\sum_{i=1}^l \frac{\hat{c}_{ki} p_k \tilde{D}_i(p)}{\sum_{s=1}^n z_s \hat{c}_{si} p_s}} \leq \left(\sum_{s=1}^n z_s \right) \sum_{k=1}^n \frac{\Psi_k p_k}{\sum_{i=1}^l \frac{\hat{c}_{ki} p_k \tilde{D}_i(p)}{\max_{s \in [1, n]} \hat{c}_{si} p_s}} \leq \\ &\leq \left(\sum_{s=1}^n z_s \right) \sum_{k=1}^n \max_{i \in [1, l]} \frac{\hat{c}_{ki} p_k}{\max_{s \in [1, n]} \hat{c}_{si} p_s} \frac{\Psi_k p_k}{\sum_{i=1}^l \tilde{D}_i(p)} \leq \left(\sum_{s=1}^n z_s \right) \sum_{k=1}^n \frac{\Psi_k p_k}{\sum_{i=1}^l \tilde{D}_i(p)} = \left(\sum_{s=1}^n z_s \right), \end{aligned}$$

де враховано, що з вимоги торговельного балансу та виразів (3)–(5) впливає рівність

$$\sum_{k=1}^n \Psi_k p_k = \sum_{i=1}^n D_i(p) = \sum_{i=1}^l \tilde{D}_i(p).$$

В результаті, згідно з принципом Шаудера, є всі підстави зробити висновки щодо існування розв'язку системи рівнянь (21), який належатиме множині

$$\left\{ z_s - \rho_1^* \in R_+, \sum_{s=1}^n (z_s - \rho_1^*) \leq \rho_1 \right\}.$$

Отже, вектори цін і обсягів випуску товарів з компонентами поданими виразами відповідно (13) і (17) будуть характеристиками стану рівноваги.

ВИСНОВКИ

Проведене дослідження дозволило виявити особливості ціноутворення у випадку заданих рівнів споживання та вимоги обмеження обсягів невикористаного капіталу в економічній системі. Обмеження обсягу невикористаного капіталу важливе, оскільки збільшення його обсягів стимулює розвиток інфляційних процесів. На відміну від ситуації, розглянутої в [4], стратегія оподаткування є заданою.

Запропоновано алгоритм знаходження станів рівноваги та визначено характеристики оптимального стану, перебування в якому дозволить знизити рівень невикористаного капіталу в економічній системі до прийнятних меж. Отримано інтегральні оцінки на задані характеристики економічної системи. Їх виконання сприяє реалізації оптимального стану рівноваги. Істотний вплив на рівновагу може спричинити наявність великих обсягів запасу товарів в економічній системі, а також структура зовнішньоекономічних зв'язків. Стратегія оподаткування хоча і є заданою, однак лишається одним із важелів реалізації оптимального стану рівноваги. Іншим інструментом є керування заданими рівнями споживання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гончар М.С. Математичні основи інформаційної економіки. — К.: Ін-т теор. фізики, 2007. — 464 с.
2. Debreu G. Existence of competitive equilibrium // Handbook of Mathematical Economics / Ed. by K.J. Arrow and M.D. Intriligator. — Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1982. — II. — P. 698–742.
3. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. — М.: Наука, 1977. — 442 с.
4. Махорт А.П. Про вибір стратегії оподаткування в економічній системі за наявності монополістів // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2011. — № 2. — С. 76–87.

Надійшла 27.02.2014.

ОСОБЕННОСТИ СЦЕНАРНО-ЦЕЛЕВОГО ПОДХОДА К АНАЛИЗУ ОБЪЕКТОВ ДЕЙСТВЕННОЙ АНАЛИТИКИ

А.В. КОВАЛЬ, Ю.Д. БОЙКО, Е.А. ВОЛКОВА

Действенная аналитика на сегодняшний день входит в десятку наиболее востребованных на рынке информационных технологий. Ключевыми элементами действенной аналитики являются целенаправленность и сценарий анализа информации. Необходимость реализации сценариев анализа информации предполагает разработку обобщенного инструмента для описания различных форм взаимодействия элементов информационно-аналитической системы — инструмента обеспечения проведения действенной аналитики. Использование сценарно-целевого подхода к анализу объектов действенной аналитики дает возможность разработать такой инструмент. Процесс построения информационно-аналитической системы рассматривается как последовательность построения ее моделей для реализации сценарно-целевого подхода к анализу объектов аналитики. В качестве первой модели строится концептуальная модель информационно-аналитической системы с использованием сценарно-целевого подхода, которая раскрывает основные понятия функциональной и информационной составляющих действенной аналитики: цель, сценарий, метаописание, знания. Построение концептуальной модели рассмотрено на примере анализа ключевых факторов повышения качества жизни в регионе.

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день действенная аналитика [1], согласно исследованиям аналитической компании Gartner, входит в десятку стратегических технологических трендов в области информационных технологий.

Для того, чтобы аналитика была действенной, она должна иметь смысловое наполнение — быть целенаправленной, а также предоставлять средства моделирования и оптимизации сценариев анализа информации.

Действенная аналитика предусматривает:

- обработку больших данных в реальном времени;
- моделирование и оптимизацию сценариев анализа данных, в том числе в реальном времени;
- простые, понятные интерфейсы;
- работу с опытом, накопленным в процессе осуществления аналитической деятельности.

В нашем случае, *аналитическая деятельность* рассматривается как процесс семантической обработки данных, в результате которого, разрозненные данные преобразуются в законченную аналитическую информацию, на основе которой можно сделать соответствующие выводы и подготовить рекомендации относительно дальнейших управляющих действий [2].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для проведения действенной аналитики необходима реализация сценариев анализа информации, в том числе в реальном времени, как при реализации типовых (первичных) так и вторичных сценариев [3], что делает необходимым разработку информационно-аналитической системы (ИАС), которая относится к классу систем, архитектура которых заранее неизвестна. Для анализа таких систем был разработан сценарно-целевой подход [4], использование которого дает возможность построить обобщенный инструмент для описания различных форм взаимодействия элементов ИАС, а также определить и описать основные понятия ее функциональной и информационной составляющих [5–7].

Цель работы — раскрыть особенности информационной и функциональной составляющих средств анализа информации, обеспечивающих проведение действенной аналитики, с использованием сценарно-целевого подхода, который адаптирован к анализу ИАС.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Сценарно-целевой подход к анализу сложных объектов и систем был разработан С.А. Юдицким как методология для формально-графического описания и моделирования целевых сценариев анализа сложных систем различного назначения [3] и в дальнейшем усовершенствован для описания сети агентов (объектов/субъектов анализа) [8–9]. В дальнейшем эта методология применялась такими учеными, как А.П. Ландюк и Л.О. Власенко для анализа производственных процессов сахарного завода [10–11]. Под сценарно-целевым подходом подразумевается комплекс математических, программных, логических и организационных методов и средств для определения последовательности исполнения отдельных действий анализа и взаимосвязей между ними.

Сценарно-целевой подход, предложенный С.А. Юдицким, предусматривает проведение декомпозиции системы на составные части и определение следующих составляющих модели предметной области:

- состав и структура целей, поставленных перед объектами/субъектами и причинно-следственные связи на множестве целей;
- состав и порядок выполнения действий, направленных на достижение целей (сценарий);
- ключевые показатели, характеризующие объект/субъект;
- связи между целями, действиями и показателями.

Формальный аппарат моделирования целей базируется на графах. Для моделирования сценария достижения цели используются графы действий. Взаимовлияние показателей моделируется «взвешенным» ориентированным графом, вершины которого соответствуют показателям, а дуги — влиянию показателя предшественника на показатель последователь.

Для детализации сценария и отражение связи с диаграммой целей и показателей используется диаграмма переходов. Она представляет собой ориентированный граф, вершины которого соответствуют переходам, а дуги помечены выполняемыми действиями (в квадратных кавычках) и временным

промежутком между моментом выполнения действий. Над вершиной перехода проставляются инициированные им первоначальные цели, а под вершиной — сформированные после перехода новые значения отклонения показателей от нормы.

Данный подход дает возможность описать и промоделировать цели и сценарии достижения цели при анализе сложных систем. Однако этот подход имеет следующие недостатки:

- использование графов делает невозможным описание разных по структуре и принципам выполнения элементов сценария, например, событий и процессов;
- информационная составляющая рассмотрена в качестве показателей, но при работе с данными необходимо рассматривать источники данных и методы доступа к ним.

В зарубежных научных работах применение сценарно-целевого подхода исследовались в двух направлениях: разработка технических требований к проектируемой системе Ц. Роланда и Г. Гроца [12], Юнь-Ло Пака, Хаян-Су Джина [13], Х. Кайндла [14], а также ситуационное обучение с элементами целевых сценариев [15].

В работах Ц. Роланда, Г. Гроца описываются принципы двунаправленного продвижения от целей к сценариям и, наоборот, при разработке технических требований. Пара $\langle G, Sc \rangle$, где G — цель, а Sc — сценарий, образуют блок требований к системе, который описывает возможные пути к достижению цели. Сценарий является возможным поведением — ограниченным набором целенаправленных взаимодействий между некоторыми агентами (заказчиками, пользователями), и состоит из одного или более действий — взаимодействия одного агента с другим. Набор таких действий описывает уникальный путь достижения цели. Цели идентифицируются с точки зрения взаимодействия «заказчик–конечный пользователь» и формируются с помощью предметно-ориентированного языка GRL. Сценарий рассматривается как гипотетическая последовательность действий агентов, исключая события и процессы, что является недостатком. Также не рассматривается механизм построения и реализации сценариев.

Юнь-Ло Пак и Хаян-Су Джин рассматривают моделирование системы управления производственными процессами с использованием сценарно-целевого подхода к разработке технических требований. Авторами расширен подход Ц. Роланда и Г. Гроца за счет введения разных уровней построения сценариев и целей: от определения конечного предназначения системы и набора предоставляемых сервисов до организации взаимодействия на системном уровне. Исследования в этой работе сосредоточены на процессах описания этапов моделирования объектов в системах автоматизированного проектирования в реальном времени, при этом формальные аппараты описания сценариев и целей не рассматриваются.

Главный недостаток исследованных подходов — отсутствие информационной составляющей ИАС, которая является необходимым элементом действенной аналитики.

В данной статье описываются как функциональные (цели и сценарии) так и информационные (знания и метаописание) составляющие сценарно-целевого подхода к построению ИАС с действенной аналитикой, что дает более полное представление о процессах проведения аналитической деятельности.

КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СЦЕНАРНО-ЦЕЛЕВОГО ПОДХОДА

ИАС строится с учетом принципов модельно-ориентированной разработки компьютерных систем (Model-Driven Software Development, MDSД), которые состоят в последовательном построении моделей системы на каждом этапе ее создания. В цепочке моделей ИАС рассматриваются модели следующих уровней: концептуальные модели, объектные модели и компьютерные модели. На первом этапе строится концептуальная модель ИАС на базе сценарно-целевого подхода.

Концептуальная модель — это определенное множество понятий и связей между ними, являющихся смысловой структурой рассматриваемой предметной области. Концептуальная модель определяет структуру моделируемой системы, свойства её элементов и причинно-следственные связи, присущие системе.

Используя *сценарно-целевой подход к анализу информационно-аналитической системы*, рассмотрим ее концептуальную модель, которая описывают основные элементы моделируемой информационно-аналитической системы, с определением по каждому элементу основных наиболее значимых факторов, взаимосвязь этих элементов и процессов, обеспечивающих взаимодействие (рис. 1).

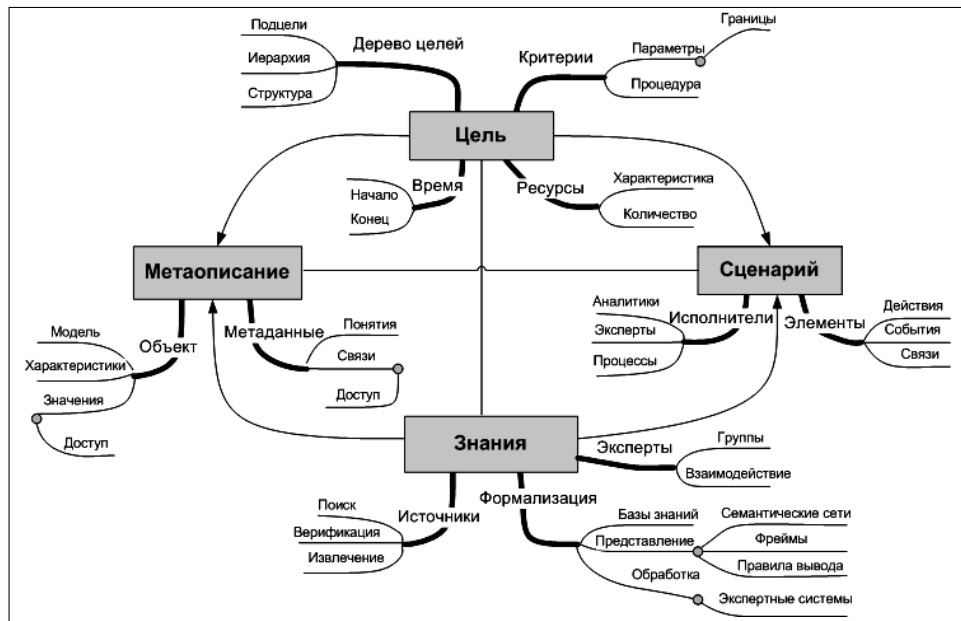


Рис. 1. Концептуальная модель информационно-аналитической системы с использованием сценарно-целевого подхода

Каждый из факторов является определяющей характеристикой соответствующего объекта предметной области и имеет свое значение — определение конкретного объекта/субъекта, значения некоторой характеристики объекта, функциональной или процедурной реализации некоторого процесса анализа информации.

ИАС, обеспечивающая проведение действенной аналитики определяется следующими понятиями:

- цель;
- сценарий;
- метаописание;
- знания.

Цель задается как дерево целей, с определением подцелей, имеющих свою иерархию, и образующих некую структуру. Достижение цели определяется с помощью заданных соответствующих критериев, которые описываются значениями некоторых параметров, имеющие свои предельные значения, и процедурами (функциями) оценки достижения этих параметров. Достижение цели происходит в заданном временном промежутке, что вызвано необходимостью оперативного получения результатов анализа для дальнейшего своевременного принятия решения. В качестве дополнительных ограничений для достижения цели выступают имеющиеся ресурсы, которые определяются своими характеристиками (типом, возможностями и т.д.) и их количеством.

Сценарий задает порядок и содержание осуществления аналитической деятельности на функциональном уровне. Сценарий выполняется исполнителями, в качестве которых выступают аналитики, эксперты в соответствующей предметной области, а также автоматизированные процессы, выполняемые аналитической составляющей ИАС. Описание сценария состоит из разветвленной направленной последовательности элементов, объединенных между собой через связи. Каждый элемент является или некоторым действием, которое реализуется исполнителем сценария, или некоторым событием, влияющим на дальнейшее выполнение сценария. Событие может быть вызвано как с последующим изменением внешней среды, так и с изменением состояния самого объекта исследования. Каждое действие может быть описано как функция, возвращающая некоторый результат, или как процедура, которая может реализовать любую последовательность операций (с заданным уровнем детализации).

Метаописание — описание предметной области исследований в виде объектной модели с определением метаданных ее представления. Метаописание определяется объектом исследования, который имеет свои характеристики (наиболее значимые свойства) с их соответствующими значениями. Для описания объекта анализа в ИАС строится модель, отражающая взаимосвязь основных характеристик. Такая модель определяет концептуально-логическую структуру БД предметной области ИАС для описания объекта, в которой хранятся фактографические значения всех основных характеристик. Для поиска и доступа к этим значениям используются соответствующие методы и средства доступа.

Знания обеспечивают необходимой информацией для формирования и реализации всех понятий анализа информации с использованием СЦП. Необходимые знания определяются экспертами, которые могут объединяться в группы для совместного сотрудничества. Эксперты определяют возможные источники необходимых для аналитического исследования знаний, выполняют их поиск, извлечение и верификацию. Для дальнейшего использования и автоматизированной обработки полученных знаний необходимо

выполнить их формализацию, для чего выполняется их формализованное представление — описание в виде семантических сетей, фреймов, правил вывода.

Для действенной аналитики основной моделью является сценарная модель, и, с целью определения основных понятий сценарной модели рассмотрим концептуальную модель сценария.

КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ СЦЕНАРИЯ АНАЛИЗА ИНФОРМАЦИИ В ИАС

Графически-формализованные средства построения и описания сценариев анализа информации дают возможность строить сценарно-целевые модели осуществления аналитической деятельности. Формализация целевого сценария, в том числе как типового, предоставляет возможность повторно использовать его в качестве накопленного опыта для решения новых задач.

Сценарий анализа информации (САИ) в ИАС является последовательностью отдельных действий по обработке и анализу информации в процессе реализации аналитической деятельности в среде и средствами ИАС для достижения определенных целей аналитической деятельности, с учетом различных возможных направлений развития событий как при изменении внешней среды (внешних событий) относительно объекта исследования, так и вследствие изменения состояния самого объекта.

Концептуальная модель сценария анализа информации (АИ), которая отражает основные значимые факторы понятия «сценарий», приведена на рис. 2. Каждый из факторов является определяющей характеристикой понятия «сценарий» и имеет свое значение.



Рис. 2. Концептуальная модель сценария анализа информации в ИАС

Формирование сценария происходит в соответствии с заданной целью аналитического исследования. Для идентификации сценария используются:

- наименование сценария;
- общее описание (суть функциональной задачи, которая отрабатывается в сценарии).

Сценарий АИ осуществляется исполнителями, которые его формируют и выполняют. Он состоит из последовательности связанных элементов, которые могут быть следующих типов:

- действия по обработке и анализу информации;
- события, отражающие изменение внешней среды и состояния самого объекта исследования;
- управляющие элементы, которые определяют изменение хода сценария в зависимости от наступления соответствующих событий или условий.

Начальные элементы сценария определяют те элементы, которые задают начало сценария. Для таких элементов должны задаваться начальные условия (входные данные). Конечные элементы определяют момент завершения выполнения сценария и момент получения конечного результата.

Функциональная составляющая элементов сценария определяется через описание функции — как описание алгоритма реализации этой функциональности на проблемно-ориентированном языке в терминах понятий предметной области и операций над ними. Описание понятий (обозначение, перечень допустимых операций) выбирается из метаописания (метаданных) предметной области.

Для описания функциональности используются две основные формы представления — функции и процедуры. Описания функций соответствуют операциям обработки данных, когда результатом является набор данных с конкретными значениями входных параметров. Через описание процедуры реализуются более общие алгоритмы обработки данных, а также реализация условий наступления событий и перехода к соответствующим действиям по их обработке.

Элементы сценария описываются в терминах понятий предметной области, для чего используется доступ через метаданные к характеристикам нужного понятия.

Программные модули и сервисы являются элементами реализации основной функциональности аналитической составляющей ИАС. Отсутствие модулей/сервисов с необходимой функциональностью для реализации некоторых элементов сценария АД означает, что возникла необходимость в расширении функций ИАС, и это ведет к необходимости их реализации. Настройка сценариев АИ на конкретные данные происходит через элемент «метаописания», используя метаданные описания элемента «понятия» предметной области для получения ссылки на модули доступа к необходимым данным.

Таким образом, выполнение сценария определяется следующими элементами:

- начальные условия — входные данные, определяющие исходное состояние объекта исследования и состояние окружающей среды;
- результат — полученные в ходе выполнения сценария новые данные;
- критерии оценки — задание критериев оценки полученных результатов на соответствие заданным целям аналитического исследования;
- выводы и рекомендации — выводы по результатам аналитического исследования и возможные рекомендации для лиц, принимающих решения.

ПРИМЕР: АНАЛИЗ КАЧЕСТВА ЖИЗНИ НАСЕЛЕНИЯ В РЕГИОНАХ

Цель G: определить ключевые факторы, влияющие на повышение качества жизни с учетом исторических особенностей регионов.

За основу аналитического исследования взят социологический анализ качества жизни А.М. Нагимовой [16].

Проведение анализа качества жизни населения для разных исторических кластеров базируется на достижении следующих целей:

- формирование кластеров по историческим признакам регионов;
- построение рейтинговых групп регионов по сложившемуся уровню показателя качества жизни населения;
- проведение факторного анализа для выявления причин понижения/повышения качества жизни;
- выявление ключевых факторов, которые влияют на качество жизни.

На рис. 3 представлена общая схема сценария анализа информации и этапов достижения общей цели аналитического исследования. Описание элементов сценария представлено в таблице (Д — действие; П — автоматизированный процесс; Ан — аналитик; Э — эксперт).

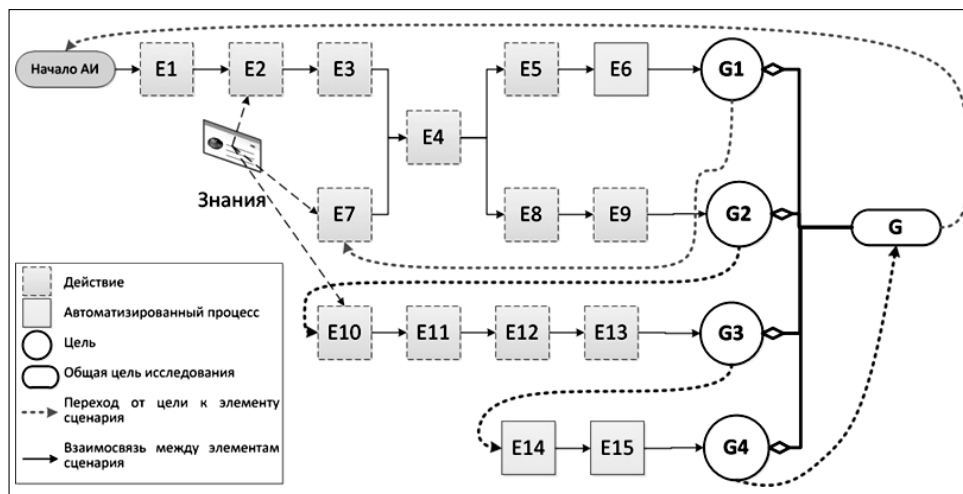


Рис. 3. Пример сценария определения факторов повышения качества жизни

В соответствии с подцелями формируется сценарий анализа информации для определения ключевых факторов, влияющих на качество жизни. Для каждой подцели определяется и формируется последовательность элементов сценария анализа информации. Для формирования кластеров используются данные из внешних источников, таких как Excel. Данные же основного исследования содержатся во внутренней базе данных. При формировании сценария аналитик указывает источники данных, что позволяет уменьшить общее время проведения аналитической деятельности.

Последовательности элементов, необходимые для достижения целей G1 и G2, выполняются одновременно, при наличии двух аналитиков, так как элементы инициируются исполнителями.

Таблица. Элементы сценария анализа информации

Цель	Элементы сценария	Тип	Исполнитель	Знания
G1 — построение рейтинговых групп регионов по сложившемуся уровню показателя качества жизни населения	E1 — формирование набора статистических показателей, на базе которых будет сформирован интегральный показатель качества жизни	Д	Ан	—
	E2 — выбор способа унификации показателей для дальнейшей агрегации	Д	Э	О способах унификации
	E3 — выбор метода расчета обобщенной оценки состояния качества жизни E4 — извлечение, загрузка и обработка данных	Д	Ан	—
		Д	Ан	—
	E5 — расчет обобщенной оценки состояния качества жизни по регионам	Д	Ан	—
	E6 — графическая визуализация рейтинговых групп регионов по уровню жизни населения	П	Ан	—
G2 — формирование кластеров по историческим признакам регионов	E7 — формирование набора статистических показателей, определяющих особенности исторического формирования регионов	Д	Э	О показателях, определяющих исторические особенности
	E4 — извлечение, загрузка и обработка данных	Д	Ан	—
	E8 — выбор методов и установка параметров кластерного анализа	Д	Ан	—
	E9 — графическое отображения выполнения кластеризации по историческим признакам регионов	Д	Ан	—
G3 — проведение факторного анализа для выявления причин понижения/повышения качества жизни	E10 — выбор метода факторного анализа	Д	Э	Об особенностях методов факторного анализа
	E11 — проведение факторного анализа выбранным методом на кластере 1	Д	Ан	—
	E12 — проведение факторного анализа выбранным методом на кластере 2	Д	Ан	—
	E13 — проведение факторного анализа выбранным методом на кластере <i>n</i>	Д	Ан	—
G4 — выявление ключевых факторов, влияющих на качество жизни	E14 — вывод результатов на аналитическую панель	П	Ан	—
	E15 — формирование выводов и рекомендаций	П	Ан	—

Для того чтобы перейти к последовательности элементов сценария для достижения цели G3 необходимо достичь цели G2, аналогично и для цели G4. Схематически это изображено с помощью красного цвета перехода от цели к последовательности элементов сценария. Так зеленый цвет показывает, что достижение предыдущей цели не является обязательным для продолжения деятельности. После достижения последней подцели проверяются критерии достижения общей цели аналитического исследования. Пример описания метаданных элемента E2 и цели G1 показан на рис. 4.

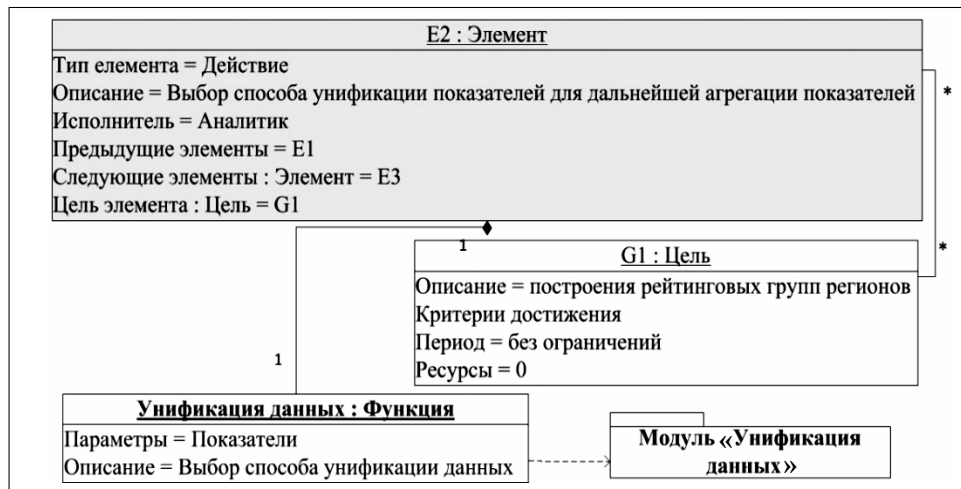


Рис. 4. Пример метаданных элемента E2 и цели G1

Метаданные элемента отображают следующие характеристики:

- тип элемента (действие, событие, управляющее воздействие);
- общее описание элемента;
- исполнитель (аналитик, эксперт, процесс);
- набор предыдущих элементов;
- набор следующих элементов;
- конечная цель последовательности элементов.

Метаданные цели отображают такие характеристики как: критерии, период достижения цели, общее описание и необходимость вовлечения дополнительных ресурсов. Цель G1 не имеет временных и ресурсных ограничений.

Таким образом, на примере продемонстрировано описание функциональных составляющих — целей и сценариев, а также информационных — метаданных и знаний.

ВЫВОДЫ

Предложенная концептуальная модель СЦП позволяет выделить и описать как функциональную (цель и сценарии), так и информационную (метаданные и знания) составляющие действенной аналитики в ИАС.

В процессе дальнейшей детализации концептуальная модель является основой для построения объектной модели описания предметной области и сценарной модели, отображающей развернутые во времени последовательности взаимосвязанных событий, операций или процессов, и их реализации в компьютерной модели ИАС. Рассмотренный подход был реализован при проектировании системы формирования и реализации сценариев аналитической деятельности в ИАС [14, 17].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Magic Quadrant for Business Intelligence and Analytics Platforms*. — 2013, © Gartner. — http://www.walmeric.com/pdf/2013_gartner_magic_quadrant_for_bi_and_analytics.pdf.

2. *Гайдамак Е.С.* Информационно-аналитическая деятельность специалиста в области образования // Вестник Омского государственного педагогического университета. — Вып. 2006. — <http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-83.pdf>.
3. *Діденко О.О., Коваль О.В., Сенченко В.Р.* Система моніторингу державного бюджету України // Наукові вісті НТУУ «КПІ» — 2013. — № 6(92). — С. 37–48.
4. *Юдицкий С.А.* Сценарно-целевой подход к системному анализу // Автоматика и телемеханика, 2001. — № 4. — С. 63–175.
5. *Коваль О.В.* Узагальнена архітектура аналітичної складової корпоративних інформаційно-аналітичних систем // Реєстрація, зберігання і обробка даних Київ. — 2011. — **13**, № 2. — С. 53–73.
6. *Додонов А.Г., Бойченко А.В.* Разработка сценариев аналитической деятельности // Реєстрація, зберігання і обробка даних. — 2010. — **12**, № 4. — С. 71–82.
7. *Бойко Ю.Д.* Организация реализации сценариев в моделирующих комплексах АСУ // Реєстрація, зберігання і обробка даних: зб. наук. праць за матеріалами Щорічної підсумкової наукової конференції 01–02 березня 2012 року. — К.: ІПРІ НАН України, 2012. — С. 72–78.
8. *Юдицкий С.А., Владиславлев П.Н., Точ Д.С.* Триадный подход к моделированию систем сетецентрического управления // Управление большими системами. — 2010. — № 28. — С. 24–39.
9. *Юдицкий С.А.* Моделирование динамики многоагентных триадных сетей. — М.: Синтег, 2012. — 112 с.
10. *Ладанюк А.П., Власенко Л.О., Бойко Р.О.* Проблеми системного сценарно-цільового управління технологічним комплексом (ТК) цукрового заводу // Загальнодержавний підвідомчий збірник. Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. — Кіровоград: КНТУ. — 2011. — Вип. 41, Ч. 1. — С. 188–194.
11. *Власенко Л.О., Ладанюк А.П.* Підвищення ефективності функціонування технологічного комплексу цукрового заводу за рахунок використання методів діагностики та прогнозування // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2010. — №2/3 (44). — С. 57–62.
12. *Rolland C., Grosz G., Kla R.* Experience with goal-scenario coupling in requirements engineering // Proceedings of IEEE International Symposium «Requirements Engineering». — 1999. — P. 74–81.
13. *Park J.-L., Jin H.-S., Kim K.-H., Kim J.J.* A Study on Real-Time Progress Management System Modeling Using Goal and Scenario Based Requirements Engineering // Computer Sciences and Convergence Information Technology. — Seoul, 2009. — P. 262–265.
14. *Kaindl H.* A design process based on a model combining scenarios with goals and functions // Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans. — IEEE Transactions, 2000. — P. 537–551.
15. *Zumbach J., Reimann P.* Assessment of a goal-based scenario approach: A hypermedia comparison // Internet-based teaching and learning. — 1999. — **98**. — P. 449–454.
16. *Нагимова А.М.* Социологический анализ качества жизни населения: региональный аспект. — Казань: Казан. гос. ун-т, 2010. — 306 с.
17. *Коваль О.В., Сенченко В.Р.* Построение системы анализа выполнения госбюджета на основе сценарного подхода // 14-я Международная научно-техническая конференция «Системный анализ и информационные технологии», Київ. — ИПСА НТУУ «КПИ», 24 апреля 2012. — С. 202–203.

Поступила 18.06.2014

ОПТИМАЛЬНАЯ РЕМАРШРУТИЗАЦИЯ ПОТОКОВ В КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЯХ С ТЕХНОЛОГИЕЙ MPLS

Е.Ю. ЗАЙЧЕНКО

Рассмотрена задача оперативного управления трафиками разных категорий в сетях с технологией MPLS. Данная задача сформулирована как задача ремаршрутизации потоков разных классов сервиса при отказах каналов и узлов сети и обеспечении заданного качества обслуживания. Построена математическая модель задачи и разработан ее алгоритм, позволяющий оперативно определить новые маршруты требований, получивших отказ в обслуживании и перераспределить их по новым маршрутам так, чтобы обеспечить максимальную величину передаваемого скорректированного потока. Для оценки эффективности предложенного алгоритма оперативного управления трафиком и ремаршрутизации потоков в сети были проведены экспериментальные исследования. Решена задача оптимального выбора пропускных способностей и распределения потоков. Смоделированы отказовые состояния и осуществлена ремаршрутизация потоков по предложенному алгоритму, определено новое распределение потоков и общая величина скорректированного потока по каждому классу сервиса. Анализ результатов подтвердил, что применение оперативного управления трафиком в виде ремаршрутизации позволяет существенно повысить общую пропускную способность сети и величину передаваемого потока сети в случае отказов элементов сети.

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы задачи разработки моделей и методов для оптимального управления трафиком в сетях с перспективной технологией многопротокольной коммутации меток (MPLS) представляют большой интерес в связи с широким практическим внедрением этой технологии в глобальных компьютерных сетях в развитых странах, в том числе и в Украине. Оперативное управление трафиками различных классов сервиса в сетях MPLS реализуется в маршрутизаторах сети, так называемых LSR (Label switching routers — маршрутизатор коммуникации по меткам), в которых реализованы дополнительные функции TE [1–2]. LSR с функциями инжиниринга трафика имеют две отдельные базы данных: традиционную — LSD (Link-state Database) и специальную — TED (Traffic Engineering Database) для реализации функций управления трафиком. Управление трафиком осуществляется путем ремаршрутизации потоков, передаваемых по виртуальным путям, так называемым LSP (Label switching pathes) [1–3] в случае перегрузок, вызванных отказами оборудования или каналов связи. Для практической реализации

этих функций оперативного управления необходима разработка эффективных методов и алгоритмов ремаршрутизации путем реконфигурации маршрутов в сети MPLS в случае отказов элементов сети.

Цель работы — разработка математической модели и алгоритма решения задачи оптимальной ремаршрутизации трафиков в сети MPLS и его исследования.

ПОСТАНОВКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОЙ РЕМАРШРУТИЗАЦИИ ПОТОКОВ В СЕТИ

Как известно, важной особенностью сети с технологией MPLS является наличие различных классов сервиса (CoS), каждый из которых обслуживается в маршрутизаторах (LSR) с соответствующим приоритетом. Кроме того, вводятся показатели качества обслуживания потоков различных классов: среднее время доставки пакетов ($T_{cp}^{(k)}$), вариация времени доставки пакетов, а также доля потерянных пакетов [1–3]. Поэтому соответствующая математическая модель задачи ремаршрутизации должна учитывать указанные особенности технологии MPLS.

Пусть задана сеть MPLS со структурой $G = \{X, E\}$, $X = \{x_j\}$, $j = \overline{1, n}$ — множество узлов сети (УС), $E = \{r, s\}$ — множество каналов связи (КС) сети, заданы также пропускные способности (ПС) всех КС μ_{rs} , $(r, s) \in E$, и матрица требований $H(k) = \|h_{ij}(k)\|$ $i, j = \overline{1, n}$, $h_{ij}(k)$ — интенсивность потока k -го класса сервиса, который необходимо передавать из узла i в j (Кбит/с), распределение потоков всех классов $F(k) = [f_{rs}(k)]$, где $f_{rs}(k)$ — величина потока класса k , передаваемого по КС (r, s) и соответствующего матрице $H_{\Sigma}(k)$.

При этом, общая величина потока всех классов в КС (r, s) будет равна:

$$f_{rs} = \sum_{k=1}^K f_{rs}(k). \quad (1)$$

В случае, когда обслуживание потоков различных классов k происходит с относительными приоритетами ρ_k , убывающими с ростом номера класса, т.е. $\rho_1 > \rho_2 > \dots > \rho_k$, $k = 1, K$, то средняя задержка пакетов k -го класса задается следующим выражением [5]:

$$T_{cp,k} = \frac{1}{H_{\Sigma}^{(k)}} \sum_{(r,s) \in E} \frac{f_{rs}^{(k)} \sum_{i=1}^k f_{rs}^{(i)}}{\left(\mu_{rs} - \sum_{i=1}^{k-1} f_{rs}^{(i)} \right) \left(\mu_{rs} - \sum_{i=1}^k f_{rs}^{(i)} \right)}. \quad (2)$$

Введены также ограничения на значения показателя качества (QoS) для всех классов в виде:

$$T_{cp}^{(k)} \leq T_{зад,k}, \quad (3)$$

где $T_{\text{cp}}^{(k)}$ — средняя задержка пакетов k -го класса (сек.); $T_{\text{зад},k}$ — ограничение на эту величину.

Известны также маршруты коммутации меток LSP $\{P_{ij}(k)\}$ для каждого соединения (пары) (i, j) , которые устанавливаются с помощью протокола RSVP или SNMP [1–2].

Допустим, что отказал КС (r_i, s_i) — отказовое состояние обозначим как z_i . Требуется реконфигурировать все маршруты отказавшего соединения КС (r_i, s_i) таким образом, чтобы в максимальной степени удовлетворить соответствующие требования, получившие отказ в обслуживании при сохранении остальных соединений по объему трафика и заданному качеству QoS — T_{cp} . Назовём эту задачу *задачей оптимальной ремаршрутизации* сети MPLS при отказах.

Математическая модель данной задачи имеет следующий вид [5].

Требуется найти такое распределение потоков $[f_{rs}(k)]$, при котором обеспечивается:

$$H_{\Sigma} = \sum_{(i,j):(r_i,s_j) \in P_{ij}} h_{ij}^{(\text{корр})} \rightarrow \max \quad (4)$$

при условиях

$$T_{\text{cp}}(F_{\text{корр}}^{(k)}) \leq T_{\text{зад}}, \quad k = \overline{1, K}, \quad (5)$$

где $F_{\text{корр}}^{(k)}$ — скорректированный поток k -го класса сервиса после реконфигурации.

ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА ОПТИМАЛЬНОЙ РЕМАРШРУТИЗАЦИИ СЕТИ MPLS

Метод основан на том свойстве оптимального решения, что поток k -го класса сервиса в силу формулы (2) не влияет на задержку потоков более высокого уровня приоритета, а именно, классов: $1, 2, \dots, k-1$.

Алгоритм состоит из 2-х этапов [5].

На первом этапе определяются все требования (соединения) (i, j) , которые использовали КС (r_i, s_i) , и отключаются временно от сети и пересчитываются потоки в КС $F^{(k)} = [f_{rs}^{(k)}]$, $(r, s) \in E$.

На втором — определяются резервы по ПС всех КС и оптимальным образом перераспределяются потоки отказанных требований так, чтобы обеспечить достижение критерия $H_{\Sigma} \rightarrow \max$ (назовём их отказовыми требованиями).

1-й этап.

1. Находим все требования (i, j) , проходившие через отказанные соединения КС (r_i, s_i) . Обозначим их множество как $P_{r_i, s_i} = \{(i, j) : (r_i, s_i) \in P_{ij}\}$.

2. Временно отключаем передачу информации для требований множества P_{r_i, s_i} и вычисляем новые значения потоков — $F^H(k) = [f_{rs}^H(k)]$:

$$f_{rs}^H = \begin{cases} f_{rs} - \sum_{(i,j):(r_i, s_i) \in \Pi_{ij}} h_{ij}, & \text{где } (i, j) \in P_{r_i, s_i}, \\ f_{rs}, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Это выполняется следующим образом:

- Находим первое требование $(i_1, j_1) \in P_{r_i, s_i}$.
- Полагаем $h_{i_1, j_1} = 0$ и вычисляем новое распределение потоков:

$$f_{rs}^H(k) = \begin{cases} f_{rs}(k) - h_{i_1, j_1}, & \text{если } (r, s) \in \Pi_{i_1, j_1}, \\ f_{rs}(k), & \text{в остальных случаях,} \end{cases} \quad (6)$$

где Π_{i_1, j_1} — маршрут передачи потока требования (i_1, j_1) .

• Проверка условия: $P_{r_i, s_i} \setminus (i_1, j_1) \neq \emptyset$. Если ДА, то на шаг 1 и повторяем шаги 1–3 до исчерпания множества P_{r_i, s_i} . В результате получим новое распределение потоков всех классов $F^H(k) = |f_{rs}^H(k)|$, включающее потоки только от требований, не получивших отказа в обслуживании $(i, j) \setminus P_{r_i, s_i}$.

- Определяем резервы по ПС всех КС:

$$Q_{\text{рез}, r, s} = \mu_{rs} - \sum_{k=1}^K f_{rs}^H(k). \quad (7)$$

Переходим ко второму этапу.

2-й этап.

Для требований множества P_{r_i, s_i} находим новые маршруты (реконфигурируем) так, чтобы обеспечить выполнение условий:

$$T_{\text{ср}}(F_{\text{корр}}^{(k)}) \leq T_{\text{зад}}, \quad k = \overline{1, K}, \quad (8)$$

и при этом $\sum_{(i,j) \in P_{r_i, s_i}} h_{ij}^{(\text{корр})} \rightarrow \max$.

Второй этап состоит из k подэтапов, на каждом из которых осуществляем реконфигурацию маршрутов и переопределение потоков для k -го класса. При этом, с учетом свойств оптимального решения, перераспределение потоков отказавших требований различных классов осуществляется в порядке убывания приоритетов до полного исчерпания резерва ПС каналов и контроля выполнения ограничений (8).

Подэтап 1.

1-я итерация.

1. $k = 1$. Сначала распределяем отказанные требования класса 1.

2. Находим условную метрику $\frac{\partial T_{\text{ср}}}{\partial f_{rs}^{(1)}} | f_{rs}^H(1)$.

3. Находим кратчайшие пути $\Pi_{ij}^{\min}(1)$ для всех отказанных требований класса $k = 1$.

4. Выбираем первое требование $(i_1, j_1) \in P_{r_i, s_i}$ такое, что $l(\Pi_{i_1, j_1}^{\min}) = \min_{(i, j)} l(\Pi_{i, j}^{\min})$.

5. Проверяем возможность передачи его в полном объеме по пути Π_{i_1, j_1}^{\min} :

$$h_{i_1, j_1} < Q_{\text{рез}}(\Pi_{i_1, j_1}^{\min}), \quad (9)$$

где $Q_{\text{рез}}(\Pi_{i_1, j_1}^{\min})$ — свободная ПС маршрута Π_{i_1, j_1}^{\min} :

$$Q_{\text{рез}}(\Pi_{i_1, j_1}^{\min}) = \min_{(r, s) \in \Pi_{i_1, j_1}^{\min}} \{\mu_{rs} - f_{rs}\}. \quad (10)$$

Если условие (10) выполняется, то распределяем полностью поток требования h_{i_1, j_1} по маршруту Π_{i_1, j_1}^{\min} и находим скорректированное распределение потоков (РП):

$$f_{rs}^H(k) = \begin{cases} f_{rs}^H(1) + h_{i_1, j_1}, & \text{если } (r, s) \in \Pi_{i_1, j_1}^{\min}, \\ f_{rs}^H(1), & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (11)$$

Иначе переходим на шаг 6.

6. Полагаем $h_{i_1, j_1}^{(a)} = Q_{\text{рез}}(\Pi_{i_1, j_1}^{\min}) - \Delta$. Здесь $h_{i_1, j_1}^{(a)}$ — доля требования h_{i_1, j_1} , передаваемая по маршруту Π_{i_1, j_1}^{\min} , Δ — некоторая заданная величина.

7. Находим скорректированное распределение потоков:

$$f_{rs}^{\text{корр}}(k) = \begin{cases} f_{rs}^H(1) + h_{i_1, j_1}^{(a)}, & \text{если } (r, s) \in \Pi_{i_1, j_1}^{\min}, \\ f_{rs}^H(1), & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (12)$$

Проверяем выполняется ли ограничение на $T_{\text{ср}, 1}$:

$$T_{\text{ср}}(F_{\text{корр}}^{(1)}) \leq T_{\text{зад}, 1}. \quad (13)$$

Если условие (13) выполняется, то $P_{r_i, s_i}^H = P_{r_i, s_i} \setminus (i_1, j_1)$, иначе на шаг 9.

8. Проверка условия: $P_{r_i, s_i}^H \neq \emptyset$. Если ДА, то переходим к следующей итерации и распределяем очередное требование класса $k = 1$. Иначе на шаг 9.

9. Конец первого подэтапа. Переходим ко второму подэтапу $k = 2$. На этом этапе перераспределяем отказанные требования класса $k = 2$ так, чтобы не нарушалось условие:

$$T_{\text{ср}}(F_{\text{корр}}^{(2)}) \leq T_{\text{зад}, 2}. \quad (14)$$

Подэтап 2 аналогичен подэтапу 1. Поэтому его описание можно опустить. Отказанные требования КС 2 перераспределяем до тех пор, пока либо они не будут распределены полностью, либо начнет нарушаться условие (8).

Тогда конец подэтапа 2 и переходим к подэтапу 3.

Подэтап k . На этом подэтапе находим реконфигурированные маршруты для отказанных требований k -го класса: $(i, j) \in P_{r_i, s_i}^{(k)}$.

Пусть $F^0(k) = [f_{rs}^0(k)]$ — вектор многопродуктового потока k -го класса, после выполнения $(k-1)$ -го подэтапа и при этом $T_{cp}(F(k) | F(1), \dots, F(k-1)) < T_{зад, k}$.

1-я итерация.

1. Находим условную метрику $l_{rs}(k) = \frac{\partial T_{cp}}{\partial f_{rs}(k)} | f_{rs}^0(k)$.

2. Находим кратчайшие пути в метрике $l_{rs}(k)$ для всех отказанных требований k -го класса — $\Pi_{ij}^{\min}(k)$.

3. Ищем такое требование $(i_k, j_k) \in P_{r_i, s_i}^{(k)}$ для которого $l(\Pi_{i_k, j_k}^{\min}(k)) = \min_{(i, j) \in P_{r_i, s_i}^{(k)}} l(\Pi_{i, j}^{\min}(k))$.

4. Определяем резерв по ПС маршрута Π_{i_k, j_k}^{\min} :

$$Q_{рез}(\Pi_{i_k, j_k}^{\min}(k)) = \min_{(r, s) \in \Pi_{i_k, j_k}^{\min}} ((\mu_{rs} - f_{rs}) - \varepsilon), \quad (15)$$

где $f_{rs} = \sum_{i=1}^k f_{rs}^{(i)}$.

5. Проверка условия:

$$h_{i_k, j_k} < Q_{рез}(\Pi_{i_k, j_k}^{\min}(k)). \quad (16)$$

Если ДА, то на шаг 6, иначе на 7.

6. Распределяем поток от требования h_{i_k, j_k} в полном объеме по маршруту Π_{i_k, j_k}^{\min} и находим новое распределение потоков (РП):

$$f_{rs}^H(k) = \begin{cases} f_{rs}(k) + h_{i_k, j_k}, & \text{если } (r, s) \in \Pi_{i_k, j_k}^{\min}, \\ f_{rs}(k), & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Переход на шаг 9.

7. Полагаем $h_{i_k, j_k}^{(a)} = Q_{рез}(\Pi_{i_k, j_k}^{\min}) - \Delta$.

8. Распределяем поток от требования (i_k, j_k) величиной $h_{i_k, j_k}^{(a)}$ по маршруту Π_{i_k, j_k}^{\min} и находим новое РП.

$$f_{rs}^H(k) = \begin{cases} f_{rs}(k) + h_{i_k, j_k}^{(a)}, & \text{если } (r, s) \in \Pi_{i_k, j_k}^{\min}, \\ f_{rs}(k), & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (17)$$

9. Проверка условия: $T_{\text{cp}}(F(k) | F(1), \dots, F(k-1)) < T_{\text{зад},k}$. Если да, то на шаг 10, или уменьшаем величину передаваемого потока требования (i_k, j_k) до значения h_{i_k, j_k}^* такого что: $T_{\text{cp}}(F^*(k) | F(1), \dots, F(k-1)) = T_{\text{зад},k}$ и конец подэтапа k .

10. Полагаем $P_{r_i, s_i}^{(k)} = P_{r_i, s_i}^k \setminus (i_k, j_k)$.

Проверка условия: $P_{r_i, s_i}^k = \emptyset$. Если ДА, то конец подэтапа k , иначе на шаг 1 следующей итерации.

Последовательность итераций k -го подэтапа повторяется до тех пор, пока не выполняется одно из следующих условий:

- а) $T_{\text{cp}}(F(k) | F(1), \dots, F(k-1)) = T_{\text{зад},k}$;
- б) $T_{\text{cp}}(F(k+s) | F(1), \dots, F(k)) = T_{\text{зад},k+s}$, $1 \leq s \leq K-k$;
- в) $P_{r_i, s_i}^{(k)} = \emptyset$ и $T_{\text{cp}}(F(k) | F(1), \dots, F(k-1)) \leq T_{\text{зад},k}$.

В случае (а) переходим на $k+1$ подэтап, и ищем распределение потоков $k+1$ -го класса приоритета.

В случае (б), когда вышло на границу ограничение для менее приоритетного потока $F(k+s)$ и $k+s < K$, переходим к распределению потока класса $k+s+1$, поскольку распределение потоков класса $F(k+s+1)$ не влияет на среднюю задержку для более приоритетных потоков $r < k+s+1$.

В случае (в) переходим на $k+1$ подэтап, как и в случае (а).

Последовательность выполняемых подэтапов заканчивается либо полным перераспределением всех отказанных требований, что мало вероятно, либо при выходе на границу по некоторым из ограничений, включая ограничение для наименее приоритетного потока, то есть:

$$\exists k, T_{\text{cp}}(F_{\text{корр}}^{(k)}) \geq T_{\text{зад},k}. \quad (18)$$

Это означает полное исчерпание всех свободных ресурсов (свободной полосы) каналов связи.

В результате работы алгоритма находятся реконфигурированные пути (LSP) для соединений (i, j) получивших отказ в обслуживании из-за отказа соответствующего КС или УС. Естественно, что в силу ограниченной ПС сети при этом некоторые требования обслуживаться не будут. При этом, учитывая очередность реконфигурации, отказ в обслуживании получают наименее приоритетные соединения, а величина общего потока, передаваемого в сети после реконфигурации — максимальна.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для оценки эффективности предложенного алгоритма оперативного управления трафиком и ремаршрутизации потоков в сети с технологией MPLS были проведены его экспериментальные исследования. Все эксперименты проводились с сетью MPLS, структура которой приведена на рисунке.

Сеть состояла из 25 узлов, 39 каналов связи и вводились 3 типа класса сервиса. По каждому классу задавалась матрица требований $H(k)$, $k = 1, 3$. Введены ограничения на среднюю доставку пакетов по сети (QoS) для различных классов:

$$T_{\text{зад},1} = 0,1 \text{ сек}, T_{\text{зад},2} = 0,5 \text{ сек}, T_{\text{зад},3} = 1 \text{ сек}.$$

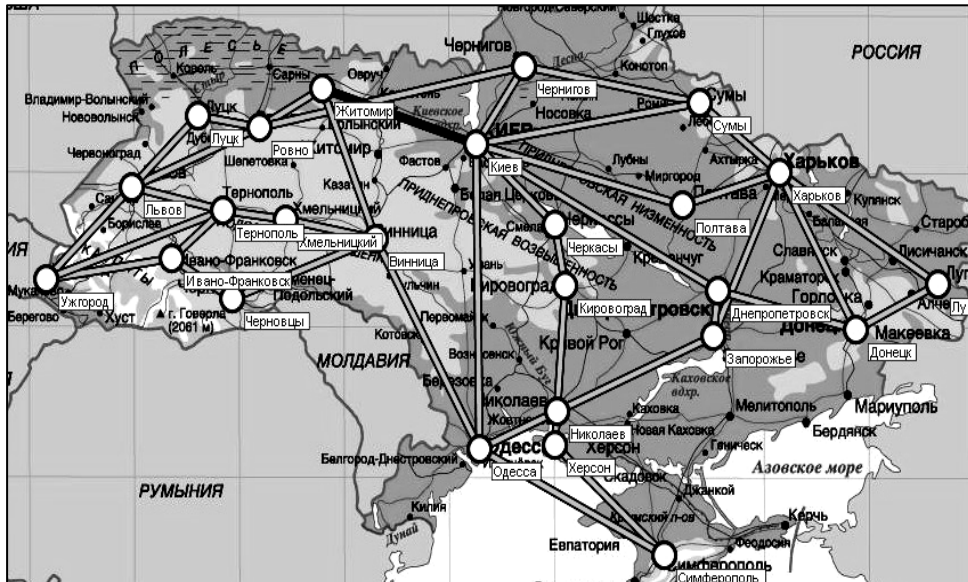


Рисунок. Топология сети

При этих ограничениях решалась задача оптимального выбора пропускных способностей и распределения потоков (ВПСРП) [5–6], в результате были определены ПС всех каналов связи и найдено оптимальное распределение потоков всех классов $F^{(k)} = [f_{rs}^{(k)}]$, а также была определена общая величина потока, передаваемого в сети по каждому классу $H_{\Sigma}(k) = \sum_{(i,j) \in \Pi_{ij}} h_{ij}(k)$,

$k = \overline{1,3}$ при указанных ограничениях на среднюю задержку. Далее моделировались отказовые состояния: отказы одного канала связи (КС), двух каналов связи и трех КС. При этих состояниях определялись новые значения потоков — $F^H(k) = [f_{rs}^H(k)]$ и фактическая величина передаваемого потока класса k в случае действия отказов $H_{\Sigma}^{\Phi}(k)$. Далее осуществлялась ремаршрутизация потоков по предложенному алгоритму и определялось новое распределение потоков $F_{\text{корр}}^{(k)}$ и общая величина скорректированного потока по каждому классу сервиса $H_{\Sigma, \text{корр}}^{\Phi}$ при ограничениях $T_{\text{ср}}(F_{\text{корр}}^{(k)}) \leq T_{\text{зад},k}$.

Общая величина передаваемого потоков сети $H_{\Sigma}^{\Phi}(k)$ и $H_{\Sigma, \text{корр}}^{\Phi}$ до и после ремаршрутизации соответственно в процентах от величины номинального потока в безотказовом состоянии $H_{\Sigma}^{(0)}(1), H_{\Sigma}^{(0)}(2), \dots, H_{\Sigma}^{(0)}(k)$ приводится в таблице для различных классов отказовых состояний.

Таблица. Зависимость величины передаваемого потока для различных отказов состояний в процентах от $H_{\Sigma}^{(0)}(k)$

Тип отказовых состояний	Класс сервиса $k=1$		Класс сервиса $k=2$		Класс сервиса $k=3$	
	$H_{\Sigma}^{\Phi}(k)$	$H_{\Sigma, \text{коpp}}^{\Phi}(k)$	$H_{\Sigma}^{\Phi}(k)$	$H_{\Sigma, \text{коpp}}^{\Phi}(k)$	$H_{\Sigma}^{\Phi}(k)$	$H_{\Sigma, \text{коpp}}^{\Phi}(k)$
Отказ 1КС	94,7	97,2	93	94,5	90	90,5
Отказ 2КС	90,5	94,3	88	89,5	85	85,5
Отказ 3 КС	84,3	88,2	82	83	74	74

Анализ приведенных результатов свидетельствует о том, что применение оперативного управления трафиком в виде ремаршрутизации позволяет существенно повысить общую пропускную способность сети и величину передаваемого потока сети в случае отказов элементов сети. При этом такое увеличение относится к потокам высокого приоритета (класс 1 и 2), что вполне объяснимо, т.к. они ремаршрутизируются в первую очередь и забирают всю резервную пропускную способность каналов связи.

ВЫВОДЫ

- В статье рассмотрена задача ремаршрутизации потоков информации разных классов сервиса в сетях с технологией MPLS.
- Построена математическая модель данной задачи и предложен алгоритм ее решения, использующий свойства оптимального потока.
- Проведены экспериментальные исследования и определена эффективность предложенного алгоритма ремаршрутизации

ЛИТЕРАТУРА

1. *Thomas D. Nadeua. MPLS Network Management: MIBs, Tools and Techniques.* — NY.: Morgan Kaufmann, 2003. — 529 p.
2. *Request for Comments 5151. A. Farrel, Ed, A. Ayyangar, JP. Vasseur. Inter-Domain MPLS and GMPLS Traffic Engineering. Resource Reservation Protocol-Traffic Engineering (RSVP-TE) Extensions Cisco Systems, Inc. February, 2008.* — <https://tools.ietf.org/html/rfc5151>.
3. *Vivek A. Advanced MPLS design and implementation.* — Indianapolis: Cisco Press, 2002. — 320 p.
4. *Гольдштейн А.Б., Гольдштейн Б.С. Технология и протоколы MPLS.* — СПб: БХВ, 2005. — 304 с.
5. *Вивек О. Структура и реализация современной технологии MPLS. Пер. С англ.* — СПб.: Изд. дом «Вильямс», 2004. — 480 с.
6. *Зайченко Е.Ю., Зайченко Ю.П. Сети с технологией MPLS: моделирование, анализ и оптимизация.* — К.: Политехника, 2008. — 240 с.
7. *Zaychenko Y., Zaychenko H. New Generation Computer Networks Survivability Analysis and Optimization // In book «Distributed Computer and Communication Networks».* — Bern: Springer International Publishing Switzerland, 2014. — P. 73–81.

Поступила 27.02.2014

NEURAL NETWORK SYNTHESIS BASED ON EVOLUTIONARY OPTIMIZATION

A.A. OLIINYK, S.A. SUBBOTIN

The evolutionary approach for neural network structural synthesis is considered in this paper. The new method of multimodal evolutionary search with a chromosome clustering is offered. The developed method is based on the idea of simultaneous search of several optimums, thus chromosomes are grouped in clusters on their arrangement in a search space. So stable subpopulations in different clusters are formed, diversity of search is provided, and convergence to different local minima is reached that allows to find closer to optimal architectures of neural networks. Software implementing proposed method is developed. The experiments with proposed method in practical problem solving were conducted.

INTRODUCTION

Nowadays neural networks, with their ability to derive meaning from complicated or imprecise data, are widely used to extract patterns and detect trends that are too complex to be noticed by either humans or other computer techniques [1, 2].

It is known that the architecture of a neural network determines its information processing capability [3]. So architecture design has become one of the most important tasks in neural network research and application.

The architecture of a neural network includes its topological structure, the transfer and discriminant function of each node in the network.

Before present times architecture design is still a human expert's job. It depends heavily on the expert experience and a tedious trial-and-error process. There is no systematic way to design a near-optimal architecture for a given task automatically.

The synthesis of neural network is concerned with the optimization of some criterion like a sum of squared error. However, solving of this optimization task is engaged with problems caused by high dimension of training sample, multiextremeness of criterion function, nondifferentiability of activation functions [2], that complicates or makes impossible application of traditional optimization methods [1].

Research on constructive and destructive algorithms represents an effort towards the automatic design of architectures. A constructive algorithm starts with a minimal network (network with minimal number of hidden layers, nodes, and connections) and adds new layers, nodes, and connections when necessary during training while a destructive algorithm does the opposite, i.e., starts with the maximal network and deletes unnecessary layers, nodes, and connections during training. However, such structural hill climbing methods are susceptible to be-

coming trapped at structural local optima. In addition, they only investigate restricted topological subsets rather than the complete class of network architectures [3].

For the synthesis of neural network it is expedient to use methods of evolutionary search that are a family of computational models inspired by evolution. These methods differ from more traditional optimization techniques in that they involve a search from a population of solutions, not from a single point. Each iteration of an evolutionary method involves a competitive selection that weeds out poor solutions. The solutions with high fitness are recombined with other solutions by swapping parts of a solution with another [4].

However, the result of evolutionary optimization is the set of equal or few distinguished decisions. Therefore, the optimum structure of neural network can be not found because classical evolutionary methods can not uniformly cover search space, and large areas in space of variables can appear not investigated for the limited amount of iterations.

Therefore, the purpose of this work is a development of a multimodal method of evolutionary search which raises a diversity of a population and allows to cover in regular more intervals space of search which result is a set of various decisions (structures of neural network), that allows to choose architecture of neural network, in the best way satisfying external criteria.

PROBLEM STATEMENT

Let A be a maximal allowable quantity of neurons in the network, $\langle X, Y \rangle$ is a sample of training data, where $X = \{X_i\}$ is a set of feature values describing considered object or process; $Y = \{y_p\}$ is a set of target values; $X_i = \{x_{ip}\}$ is an i -th feature in the sample, $i = 1, 2, \dots, L$; x_{ip} is a value of i -th feature for p -th observation of the sample, $p = 1, 2, \dots, m$; y_p represents the value of the predicted parameter for p -th observation of the sample; L is a quantity of features in the sample; m is a quantity of observations.

So the problem of structural synthesis of neural network $NN = NN(C)$ can be formulated as a search problem $\xi = (NN, X, Y) \rightarrow \text{opt}$ in architecture space, where $C = C(L, A)$ is a matrix determining presence or absence of the connections between elements in the network NN , $\xi = (NN, X, Y)$ is an optimality criteria, e.g., lowest training error, lowest network complexity, etc.

STRUCTURAL SYNTHESIS OF NEURAL NETWORK BASED ON EVOLUTIONARY OPTIMIZATION

For application of evolutionary search for neural network synthesis it is necessary to determine a scheme of representation of network structure in a chromosome and to choose a fitness-function for estimation of chromosomes.

There are following methods of encoding of the information on neural network structure in chromosomes [3]: direct encoding, parametric representation, developmental rule representation, fractal representation, etc. One of the most effective encoding method is a direct encoding at which presence of each possible connection is directly described in a binary matrix of connections C , where value c_{ij} corresponds to presence ($c_{ij} = 1$) or absence ($c_{ij} = 0$) of connection from i -th to j -th neuron. Thus, the neural network is represented as a connectivity matrix.

The chromosome (Fig. 1) in direct encoding scheme is represented by the bit line containing the information about presence of connections.

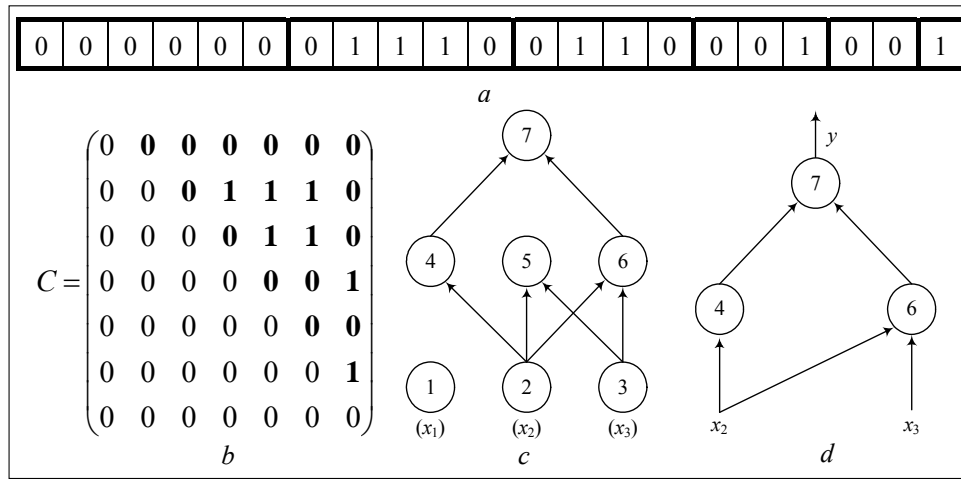


Fig. 1. An example of a chromosome and its decoding: a — chromosome, b — connectivity matrix, c — graph (architecture), d — synthesized neural network

Chromosome decoding to the structure of neural network occurs as follows.

Step 1. Generate connectivity matrix (Fig. 1, b) of neural network, corresponding to a chromosome (Fig. 1, a).

Step 2. Construct a graph (Fig. 1, c) based on the connectivity matrix.

Step 3. Synthesize a neural network (Fig. 1, d) on the basis of the graph constructed on the previous step, having removed thus neurons, not having target connections with neurons of the subsequent layers.

In case of need a choice of neuron activation function at structural synthesis it is possible to enter in a chromosome the additional genes containing the information of a kind of activation function for each neuron.

Structural synthesis of neural network based on the evolutionary approach can be executed as the following sequence of steps [5–8].

Step 1. Generate the initial population of chromosomes containing the information of network’s structure.

Step 2. Compute the fitness of each chromosome in the current population.

Step 2.1. Decode each chromosome in the population into architecture of the neural network.

Step 2.2. Train each neural network by the chosen rule using the data from training sample.

Step 2.3. Calculate value of the fitness-function considering a training error and complexity of constructed neural network.

Step 3. Check up search termination criteria. In the case of their satisfaction go to a step 7.

Step 4. Select the most fitted chromosomes for their crossing and mutation.

Step 5. Execute crossover and mutation operators on chromosomes selected earlier.

Step 6. Create new generation from the chromosomes obtained on the previous step and the elite chromosomes of the current generation. Go to a step 2.

Step 7. End.

A MULTIMODAL EVOLUTIONARY METHOD FOR STRUCTURAL SYNTHESIS OF NEURAL NETWORKS

It is shown in [3] that the surface of performance function for neural networks structural synthesis is nondifferentiable, noisy, complex and multimodal since different architectures may have similar performance.

The result of usage of classical evolutionary methods is the population of a few distinguished solutions therefore the found decision can appear a local optimum of multiextreme function. Such a decision (structure of neural network), as a rule, is inefficient at its usage in practice.

Therefore, for structural synthesis of neural networks it is expedient to use evolutionary methods capable to find several suboptimum decisions. The main problem of usage of traditional evolutionary methods for optimization of multimodal functions is a premature convergence to a local optimum. For overcoming this problem two groups of methods are developed: avoid strategies and repair strategies [9–13].

In avoid strategies method, the main idea is to prevent premature convergence to a local optimum [9–12]. The algorithms attempting to slow down genetic convergence aim at maintaining the population's diversity for a longer period and thereby avoid stagnation in a local optimum. Algorithms in this category either use a replacement scheme for updating the population or try to reduce the spread of genes by introducing a spatial population topology. The strategies trying to prevent overlap of solutions using penalty functions for reduction of the probability of occurrence in a population of similar solutions that attracts necessity of penalty function calculation for each chromosome in the population, hence, considerably slows down process of evolutionary search.

In repair strategies method, algorithms either maintain diversity by mass extinction techniques or by introducing new genetic material when population convergence is detected, that also demands significant time expenses [9, 13].

In the developed method of multimodal evolutionary search with chromosome clustering it is offered to group solutions (chromosome) in cluster on their arrangement in a search space.

The suggested method during evolutionary search defines the groups of similar chromosomes and raises a variety of a population by reducing the of fitness function values of chromosomes depending on a closeness to the center of their group.

The developed polymodal evolutionary search with the chromosome clustering assumes the execution of the following steps.

Step 1. Set: the quantity of optimums (the quantity optimum architectures of neural network) k which is required to be found during evolutionary search; N represents the quantity of chromosomes in a population, $N \gg k$.

Step 2. Set the counter of iterations: $t = 1$.

Step 3. Set the quantity of elite chromosomes: $k_e = k$.

Step 4. Initialize an initial population with chromosomes H_i ($j = 1, 2, \dots, N$) with length L (the quantity of features).

Step 5. Calculate the fitness function value $f(H_j)$ for each chromosome H_j .

Step 6. Group chromosomes in k clusters based on their fitness function values and an arrangement in an architecture space.

Step 6.1. For each chromosome H_j calculate Hamming distance [2] to all other chromosomes in a population. Hamming distance d between chromosomes H_j and H_l is calculated by the formula:

$$d = \sum_{u=1}^L |h_{ju} - h_{lu}|,$$

where h_{ju} and h_{lu} are the values of genes of chromosomes H_j and H_l , respectively

Step 6.2. Set the counter of generated clusters: $m = 1$.

Step 6.3. Choose a chromosome with the best fitness function value as the center of m -th cluster. Thus the chromosomes which yet have been not grouped in clusters are considered.

Step 6.4. Add in cluster $(N/k - 1)$ chromosomes nearest on Hamming distance to a chromosome, being the center of current m -th cluster.

Step 6.5. If $m = k$ then go to a step 7.

Step 6.6. Set: $m = m + 1$. Go to a step 6.3.

Step 7. Reduce fitness function values of the chromosomes which are not being the best in cluster using the formula:

$$f_{n,j} = \left(\frac{d_j}{d_{\max,j}} \right)^s f_j,$$

where f_j is the fitness function value before j -th chromosome changing; $f_{n,j}$ is a new fitness function value of j -th chromosome; d_j is a Hamming distance from j -th chromosome to the center of its group; $d_{\max,j}$ is a maximal Hamming distance in the cluster of j -th chromosome; s is the parameter determining a degree of fitness function reduction of chromosomes, not being the centers of cluster, $s \geq 1$.

Step 8. Apply crossover and mutation operators.

Step 9. Generate new population. Thus the best (elite) chromosomes in every cluster are guaranteed pass in the new generation.

Step 10. If $t = T$ (T is the maximum possible quantity of iterations), then go to a step 13.

Step 11. Set: $t = t + 1$.

Step 12. Go to a step 5.

Step 13. Estimate each of k the chromosomes being the centers of clusters, with the help of the data of test sample. Choose the best chromosome. Neural network, corresponding to such chromosome, is the solution.

Step 14. End.

The developed method of multimodal evolutionary search with chromosome clustering raises a variety of a population and allows to cover in regular more intervals search space, raising thus an opportunity of search of a global optimum and increasing probability of successful execution of estimation procedure of the founded solutions with the help of the external criteria on test sample.

EXPERIMENTS AND RESULTS

The suggested method of multimodal evolutionary search with the chromosome clustering has been realised as computer program. The experimental research of the offered method of neural network synthesis was carried out based on the decision of a vehicle classification problem by 2d gray-scale images.

The initial sample contained the transformed graphic representations of vehicles received from video cameras at streets in Zaporozhye, Ukraine. Sample consisted of 1062 vehicle images, each of which was characterized by 4096 features representing normalized values of the image points intensity projected on a sensor matrix of 64×64 pixels. Using these 4096 features there were calculated 26 generalizing features. Vehicles were classified on cars, minibuses, motorcycles, trucks and buses. For each class of transport the model was constructed. Thus the problem has consisted in synthesis of four classification models of each type of vehicles based on 26 generalizing features [14].

The coding of a potential solution was performed like at Fig. 1. There are evolutionary operators were used: roulette wheel selection, uniform crossover, simple mutation. The initial parameters of all evolutionary methods were established by the following: population size $N = 100$; crossover probability $p_{cr} = 0,8$; mutation rate $m_r = 0,02$. Stopping criteria: maximum number of iterations $T = 100$; achievement of comprehensible value of the fitness function equal to 0.01.

The purpose of the experiments was to synthesize the optimal neural network model. The maximal allowable sum of squared error on this model for training data and test sample is 0,01 and 0,02, respectively. Results of experiments for different quantity of clusters are presented in the table 1 (SSE_{ls} represents a sum of squared error for learning sample, SSE_{ts} is a sum of squared error for test sample, n represents the quantity of the obtained models providing sufficient value of sum of squared error for test sample).

Table 1. Results of Experiments

Quantity of clusters	SSE_{ls}	SSE_{ts}	n
1	0,0098	0,0272	0
2	0,0095	0,0227	0
3	0,0096	0,0183	1
4	0,0094	0,0142	1
5	0,0095	0,0137	2

The example of running different evolutionary methods for the decision of a vehicles classification problem is shown in Fig. 2.

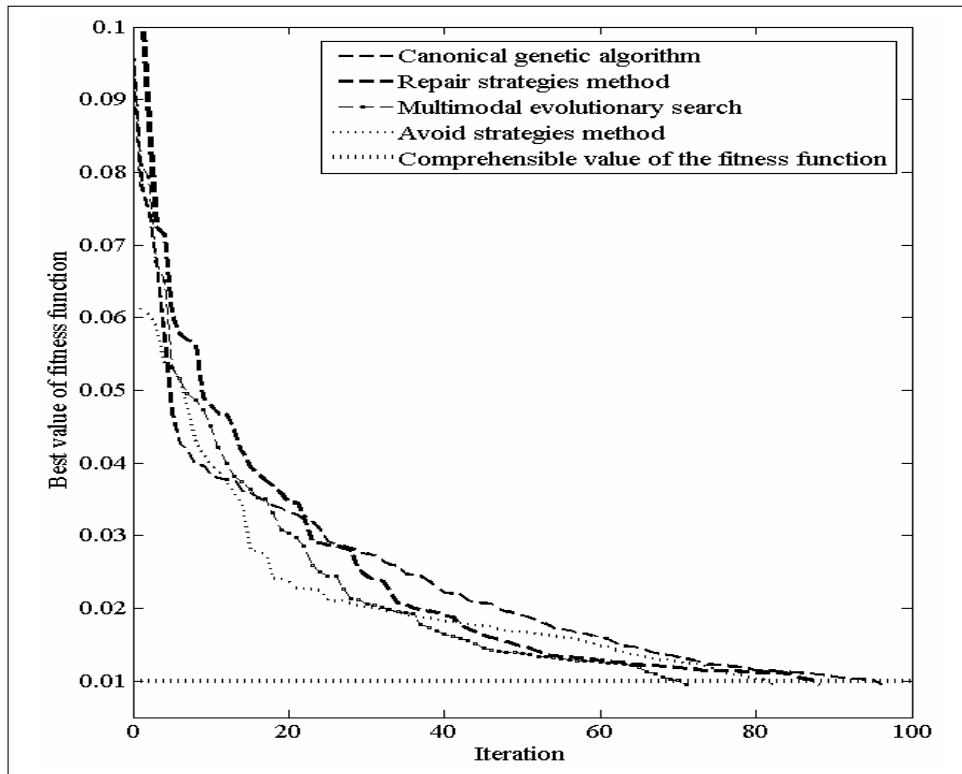


Fig. 2. An example of evolutionary methods running

The comparison of the proposed method with other evolutionary methods is presented in the table 2 (τ represents a time for evolutionary optimisation, f_{count} is the quantity of fitness function calculation).

The best solution (neural network structure) found by the proposed method is shown in Fig. 3.

Table 2. Comparison of Evolutionary Methods

Method	τ	f_{count}	SSE_{ls}	SSE_{ts}
Canonical genetic algorithm	709,3	9619	0,0098	0,0272
Avoid strategies method	587,9	8018	0,0095	0,0191
Repair strategies method	629,8	8714	0,0097	0,0158
Multimodal evolutionary search	521,7	7092	0,0095	0,0137

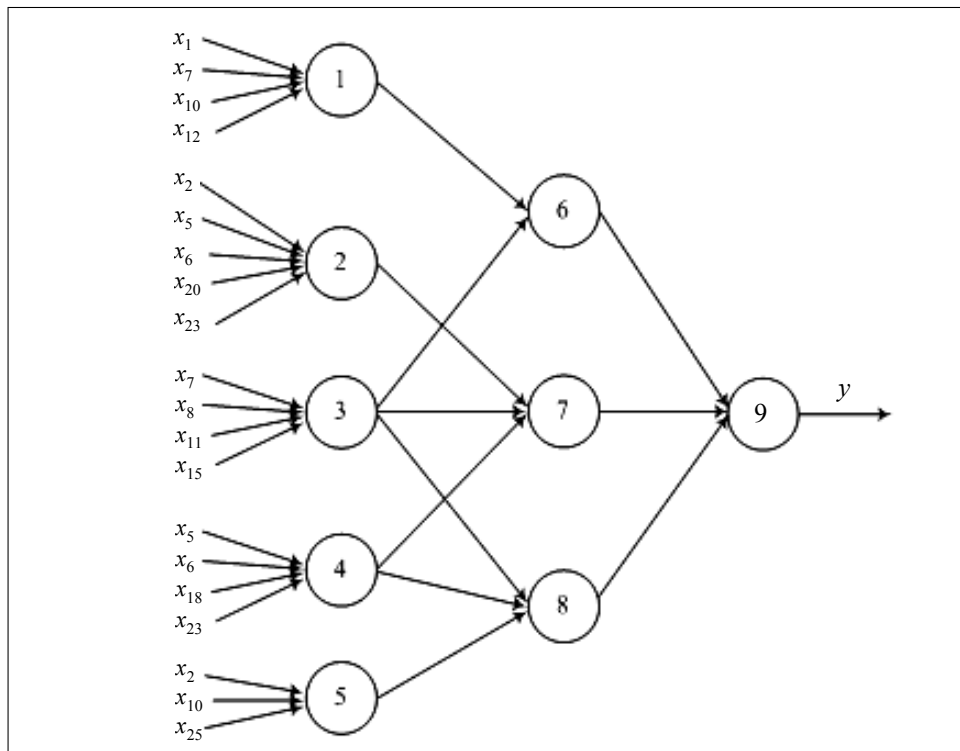


Fig. 3. The best solution (neural network structure)

The weight matrix of synthesized neural network is presented in the table 3, where μ represents the number of layer in the network; ρ is the number of neuron in the layer; b is the value of bias; node is the first node in the connection; w is the value of weight.

The experiments have shown that as a result of application of multimodal evolutionary search with the chromosome clustering stable subpopulations are formed in different clusters, heterogeneity of search is provided, and also convergence to different local minima is reached.

CONCLUSION

The new method of multimodal evolutionary search with a chromosome clustering is offered in this paper. The developed method is based on idea of simultaneous search of several optimums, thus solutions (architectures) are grouped in clusters on their arrangement in architecture space that results in more uniform covering of search space. Comparison of the results obtained with the help of the developed method with results of application of classical evolutionary methods shows that the offered method allows to synthesize closer to optimum neural networks because of more uniform covering of search space. Thus, the suggested method can be recommended for application in practice for solving different problems in pattern recognition and computational diagnosis.

Table 3. The Weight Matrix of Synthesized Neural Network

μ	ρ	b	node	w
1	1	-0,1852	feature x_1	-1,7264
			feature x_7	2,2621
			feature x_{10}	0,8386
			feature x_{12}	-0,1721
	2	-0,5291	feature x_2	-0,7502
			feature x_5	-1,1064
			feature x_6	2,1628
			feature x_{20}	1,8531
	3	1,2674	feature x_{23}	1,0372
			feature x_7	0,8580
			feature x_8	-0,6082
			feature x_{11}	-0,5810
	4	-0,9620	feature x_{15}	-1,1310
			feature x_5	0,5502
			feature x_{16}	1,3051
			feature x_{18}	1,2109
5	0,4281	feature x_{23}	-2,0945	
		feature x_2	1,0845	
		feature x_{10}	-1,6093	
		feature x_{25}	0,8803	
2	6	-1,6528	neuron 1	0,7726
			neuron 3	-0,6190
	7	2,9381	neuron 2	-1,5278
			neuron 3	-1,7429
	8	0,7804	neuron 4	0,9726
			neuron 3	0,7904
3	9	0,3174	neuron 4	0,4086
			neuron 5	-1,0462
			neuron 6	0,8054
			neuron 7	-1,7960
			neuron 8	0,9467

REFERENCES

1. Ripley B. Pattern Recognition and Neural Networks. — Cambridge: Cambridge University Press, 2008. — 416 p.
2. Yao X. Evolving Artificial Neural Network // Proceedings of the IEEE. — 1999. — **87**, № 9. — P. 1423–1447.
3. Haykin S. Neural Networks: A Comprehensive Foundation. — New Jersey: Prentice Hall, 1999. — 842 p.
4. Haupt R., Haupt S. Practical Genetic Algorithms. — Hoboken: John Wiley & Sons, 2004. — 272 p.
5. Siebel N.T., Kassahun Y. Learning Neural Networks for Visual Servoing Using Evolutionary Methods // Hybrid Intelligent Systems: Sixth International Conference, 13–15 December 2006, Auckland: Proceedings. — Los Alamitos: IEEE, 2006. — P. 6–14.

6. Rocha M., Cortez P., Neves J. Simultaneous evolution of neural network topologies and weights for classification and regression // Computational Intelligence and Bioinspired Systems. — Berlin: Springer, 2005. — P. 59–66.
7. Thammano A., Meengen A. A New Evolutionary Neural Network Classifier // Advances in Knowledge Discovery and Data Mining. — Berlin: Springer, 2005. — P. 249–255.
8. Siebel N., Krause J., Sommer G. Efficient learning of neural networks with evolutionary algorithms // Pattern Recognition: 29th DAGM conference on: proceedings. — Berlin: Springer, 2007. — P. 466–475.
9. Ursem R.K. Multinational Evolutionary Algorithms // Evolutionary Computation: CEC 99 Congress: proceedings. — Los Alamitos, IEEE, 1999. — P. 1633–1640.
10. Shimodaira H. A Diversity Control Oriented Genetic Algorithm (DCGA): Development and Experimental Results // Genetic and Evolutionary Computation. — Orlando: Morgan Kaufmann, 2000. — P. 603–611.
11. Thomsen R., Rickers P., Krink T. A Religion-Based Spatial Model For Evolutionary Algorithms // Parallel Problem Solving from Nature. — Berlin: Springer, 2000. — P. 817–826.
12. Tsutsui S., Fujimoto Y., Ghosh A. Forking Genetic Algorithms: GAs with Search Space Division Schemes // Evolutionary Computation. — 1997. — 5. — P. 61–80.
13. Ursem R.K. Diversity-Guided Evolutionary Algorithms // Parallel Problem Solving from Nature. — Berlin: Springer, 2002. — P. 462–471.
14. Олейник А.А. Выбор системы информативных признаков для классификации транспортных средств на основе эволюционного поиска // Комп'ютерне моделювання та інтелектуальні системи: збірник наукових праць / За ред. Д.М. Пізи, С.О. Субботіна. — Запоріжжя: ЗНТУ, 2007. — С. 134–146.

Received 14.02.2014

From the Editorial Board: the article corresponds completely to submitted manuscript.

УДК 519.718.2

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАДІЙНОСТІ ДЛЯ АНАЛІЗУ
ПРИЧИН НЕПРАЦЕЗДАТНОСТІ СИСТЕМИ ІЗ РОЗДІЛЬНИМ
НАВАНТАЖУВАЛЬНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ**

С.В. ЩЕРБОВСЬКИХ

Запропоновано математичну модель надійності системи із роздільним навантажувальним резервуванням, призначену для аналізу причин непрацездатності такої системи. Модель сформовано у три етапи. На першому надійність системи математично описано динамічним деревом відмов, особливість якого полягає у тому, що його логічні блоки задають не лише умову непрацездатності системи, а також умови перерозподілу навантаження між елементами. На другому етапі за динамічним деревом відмов побудовано та проаналізовано математичну модель графу станів та переходів системи. На третьому — модель графу перетворено у розщеплену однорідну марковську модель. За результатами обчислення одержано ймовірнісні характеристики множини мінімальних перетинів та встановлено найімовірнішу причину непрацездатності системи. Показано, що зі збільшенням тривалості експлуатування, найімовірніша причина непрацездатності змінюється. Таку поведінку показників надійності системи обумовлено впливом перерозподілу навантаження між елементами, напрацювання яких розподілене за законом Вейбулла.

ВСТУП

Розроблення рекомендацій щодо підвищення надійності систем виконують на основі пошуку і аналізу причин їх непрацездатності. Кожній причині непрацездатності відповідає унікальний набір непрацездатних елементів, який називають перетином. Усій сукупності незалежних причин непрацездатності відповідає мінімальна множина перетинів. Завдання аналізу надійності полягає у визначенні ймовірнісних характеристик усіх перетинів із мінімальної множини. Під час аналізу систем із навантажувальним резервуванням виникає потреба адекватно відобразити вплив непрацездатності окремих елементів та їх груп, напрацювання до відмови яких розподілене за законом Вейбулла, на навантаження решти працездатних елементів. У результаті такого впливу зазнають змін ймовірнісні характеристики перетинів, для визначення яких необхідно розробити адекватну математичну модель надійності. Ця проблема актуальна під час проектування електротехнічних та електроенергетичних систем, які застосовують в об'єктах підвищеної небезпеки.

Мета роботи — розробити математичну модель надійності для аналізу причин непрацездатності системи із роздільним навантажувальним резервуванням. Для досягнення поставленої мети розв'язано наступні завдання:

- формалізовано надійність системи на основі динамічного дерева відмов;
- побудовано модель станів і подій системи;
- сформовано розщеплену однорідну марковську модель системи;
- обчислено ймовірнісні характеристики мінімальних перетинів системи та визначено найімовірнішу причину непрацездатності системи.

ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

Для визначення ймовірнісних характеристик перетинів застосовують два підходи: логіко-ймовірнісний аналіз та марковський аналіз. Логіко-ймовірнісний аналіз ґрунтується на складанні логічних умов, які відповідають перетинам, із подальшим їх перетворенням до ймовірнісних виразів [1–3]. Такий підхід простий у застосуванні, проте на його основі не можна коректно враховувати перерозподіл навантаження, спричинений відмовами елементів. Марковський аналіз зазначених обмежень не має [4, 5], однак під час його застосування виникають складності, пов'язані із високою трудомісткістю та обмеженням розподілу тривалості напрацювання та ремонтування елементів експоненціальним законом. Для зменшення трудомісткості такого аналізу необхідно вдосконалити методи автоматичної побудови марковської моделі [6]. Таку побудову виконують на основі дерева відмов, яке необхідно доповнити параметрами, що математично описують надійнісну поведінку за навантаженням [7]. Для усунення обмеження експоненціальним розподілом слід застосувати розщеплення простору станів [8–11], яке має адекватно урахувати запам'ятовування передісторії напрацювання елементів системи за навантаженням.

ОПИС СИСТЕМИ ТА ЇЇ ДИНАМІЧНЕ ДЕРЕВО ВІДМОВ

Система складається з чотирьох елементів (рис. 1,а): двох генераторів G1 й G2 та двох трансформаторів TV1 й TV2. Генератори G1 та G2 утворюють першу групу, а трансформатор TV1 та TV2 — другу. У кожній групі елементи працюють за алгоритмом навантажувального резервування, тобто якщо обидва елементи у групі працездатні, то навантаження розподіляється між ними порівну.

Якщо один із елементів у групі стає непрацездатним, то навантаження іншого подвоюється. Групи між собою утворюють послідовне з'єднання. Вважаємо, що засоби технічної діагностики та перемикання ідеальні, а тривалість зміни навантаження між елементами у групі — миттєва. Функція системи полягає у забезпеченні електричною енергією споживачів, які підключені до її виходу. Надійність системи формалізовано динамічним деревом відмов, структуру якого подано на рис. 1,б. Динамічне дерево відмов є математичною моделлю, яка описує умову непрацездатності системи та умови зміни навантаження на основі блоків, що позначають логічні операції

та операції відношення. Непрацездатність системи, яка позначена блоком «Вершина подій 1», полягає у тому, що система нездатна забезпечити енергією споживачів, які підключені до її виходу. Вважаємо, що така непрацездатність катастрофічна. Тобто, якщо настають непрацездатності окремих елементів, проте система зберігає працездатність, то такі елементи відновлюються стільки разів, скільки у цьому існує потреба. Якщо ж уся система стає непрацездатною, то відновлення елементів системи вважається неможливим. Такий стан системи настає, якщо непрацездатна перша або друга група елементів, що описано блоком «Оператор 1», тип якого задано логічною операцією АБО. Непрацездатність першої групи настає, якщо непрацездатні усі її елементи, що описано блоком «Оператор 2», тип якого задано логічною операцією І. Непрацездатність другої групи описуємо за аналогією блоком «Оператор 5», тип якого задано логічною операцією І. Непрацездатність генератора G1 позначено блоком «Базова подія 1», а його напрацювання до відмови розподілено за законом Вейбулла із параметрами $\alpha_1 = 11\,000$ год та $\beta_1 = 1,1$. Непрацездатність трансформатора TV1 — блоком «Базова подія 2» та за розподілом Вейбулла із параметрами $\alpha_2 = 9\,000$ год та $\beta_2 = 1,3$; непрацездатність G2 — блоком «Базова подія 3» та за розподілом Вейбулла із параметрами $\alpha_3 = 10\,000$ год та $\beta_3 = 1,1$; та непрацездатність TV2 — блоком «Базова подія 4» та за розподілом Вейбулла із параметрами $\alpha_4 = 8\,000$ год та $\beta_4 = 1,3$. Тривалість ремонтування усіх елементів системи вважаємо розподіленою експоненціально із параметром $\mu = 0,02$ год⁻¹.

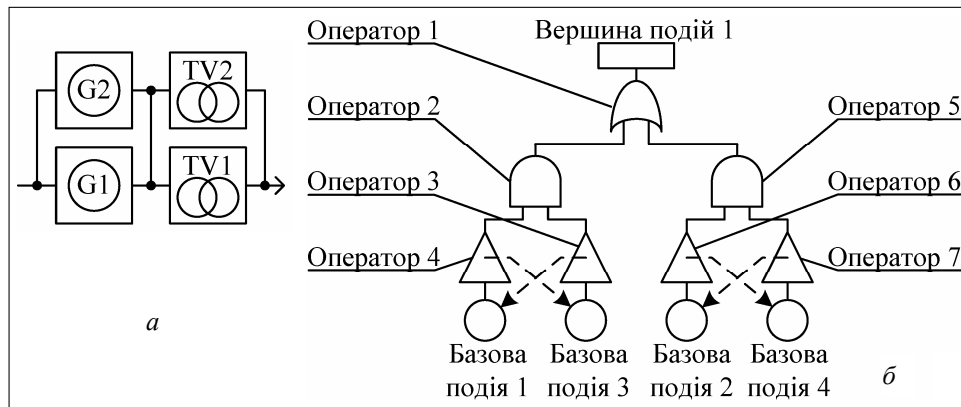


Рис. 1. Функціональна схема системи (а) та динамічне дерево відмов системи (б)

У цій моделі надійності відбуваються такі динамічні явища:

- зміна навантаження елементів першої групи, залежно від стану другої групи;
- зміна навантаження елементів другої групи, залежно від стану першої групи;
- зміна навантаження елемента першої групи, залежно від стану іншого її елемента;
- зміна навантаження елемента другої групи, залежно від стану іншого її елемента.

Перше та друге явища в явній формі задавати непотрібно, оскільки якщо відбувається відмова однієї із груп, то система є непрацездатною, що автоматично означає переведення у ненавантажений режим працездатних елементів, які залишились.

Для опису третього явища введемо у структуру дерева відмов блоки «Оператор 3» та «Оператор 4», які є повторювачами логічного сигналу, і задамо у них умови зміни навантаження. Якщо логічний сигнал на виході блока «Оператор 3» дорівнює ІСТИННО, тобто генератор G2 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання генератора G1, який задано у блоці «Базова подія 1», множимо на $k_1 = 3,1$. Відповідно, якщо логічний сигнал на виході блока «Оператор 4» дорівнює ІСТИННО, тобто генератор G1 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання генератора G2, який задано у блоці «Базова подія 3», множимо на $k_3 = 3,2$.

Для опису четвертого явища введемо у структуру дерева відмов блоки «Оператор 6» та «Оператор 7», які є повторювачами логічного сигналу, і задамо у них умови зміни навантаження. Якщо логічний сигнал на виході блока «Оператор 6» дорівнює ІСТИННО, тобто трансформатор TV1 є непрацездатним, то інтенсивність процесу напрацювання трансформатора TV2, який задано у блоці «Базова подія 4», множимо на $k_4 = 4,2$. Відповідно, якщо логічний сигнал на виході блока «Оператор 7» дорівнює ІСТИННО, тобто трансформатор TV2 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання трансформатора TV1, який задано у блоці «Базова подія 2», множимо на $k_2 = 4,1$.

МОДЕЛЬ СТАНІВ ТА ПОДІЙ СИСТЕМИ

На підставі наведеного вище динамічного дерева відмов системи із роздільним навантажувальним резервуванням, згідно із формалізованими правилами [10, с. 67; 11, с. 148] складено модель станів та подій. Така модель є математичним описом станів, в яких може перебувати система, та подій, які у ній можуть відбуватися, у проекційному зв'язку до процесів, що у ній протікають. Граф станів та переходів такої моделі подано на рис. 2, а її параметри у таблиці.

У моделі станів та подій процеси напрацювання і ремонтування для генератора G1 позначено як P_1 й P_5 , для трансформатора TV1 — P_2 й P_6 , для генератора G2 — P_3 й P_7 , та для трансформатора TV2 — P_4 й P_8 . Система перебуває у п'ятнадцяти станах, із яких дев'ять працездатні — $S_{15} - S_{11}$, S_9 , S_7 , S_6 й S_3 та шість непрацездатні — S_{10} , S_8 , S_5 , S_4 , S_2 й S_1 . У системі відбувається 36 подій, із яких 24 відмови і пошкодження: $T_1 - T_7$, $T_9 - T_{11}$, T_{13} , T_{14} , $T_{17} - T_{19}$, T_{21} , T_{22} , $T_{25} - T_{27}$, T_{29} , T_{30} , T_{33} , T_{34} та 12 відновлень: T_8 , T_{12} , T_{15} , T_{16} , T_{20} , T_{23} , T_{24} , T_{28} , T_{31} , T_{32} , T_{35} , T_{36} . Параметрами станів є значення коефіцієнтів масштабування для процесів $P_1 - P_8$ та логічна функція y , яка набуває значення «1», якщо система працездатна, та «0» — якщо ні. Параметрами подій є назва початкового стану, назва процесу, який завершився та назва кінцевого стану.

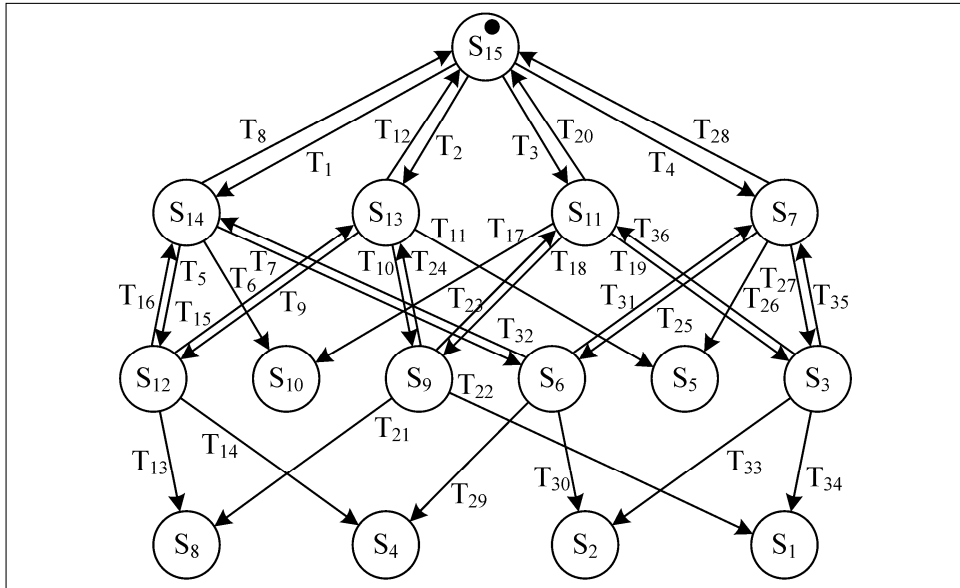


Рис. 2. Граф станів та переходів моделі станів та подій системи

Таблиця. Параметри моделі станів та подій системи

№	Опис станів										Опис подій			
	Поч. стан	Графічний опис стану	Коефіцієнти масштабування								Y	Назва події	Заверш. процес	Кінц. стан
			P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈				
1	S ₁₅		1	1	1	1	0	0	0	0	1	T ₁	P ₁	S ₁₄
2			T ₂	P ₂	S ₁₃									
3			T ₃	P ₃	S ₁₁									
4			T ₄	P ₄	S ₇									
5	S ₁₄		0	1	k ₃	1	1	0	0	0	1	T ₅	P ₂	S ₁₂
6			T ₆	P ₃	S ₁₀									
7			T ₇	P ₄	S ₆									
8												T ₈	P ₅	S ₁₅
9	S ₁₃		1	0	1	k ₄	0	1	0	0	1	T ₉	P ₁	S ₁₂
10			T ₁₀	P ₃	S ₉									
11			T ₁₁	P ₄	S ₅									
12												T ₁₂	P ₆	S ₁₅
13	S ₁₂		0	0	k ₃	k ₄	1	1	0	0	1	T ₁₃	P ₃	S ₈
14			T ₁₄	P ₄	S ₄									
15			T ₁₅	P ₅	S ₁₃									
16			T ₁₆	P ₆	S ₁₄									
17	S ₁₁		k ₁	1	0	1	0	0	1	0	1	T ₁₇	P ₁	S ₁₀
18			T ₁₈	P ₂	S ₉									
19			T ₁₉	P ₄	S ₃									
20			T ₂₀	P ₇	S ₁₅									
21	S ₁₀		0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	—	—

Продовження таблиці

22	S ₉		k ₁	0	0	k ₄	0	1	1	0	1	T ₂₁	P ₁	S ₈
23			T ₂₂	P ₄	S ₁									
24			T ₂₃	P ₆	S ₁₁									
25			T ₂₄	P ₇	S ₁₃									
26	S ₈		0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	—	—
27	S ₇		1	k ₂	1	0	0	0	0	1	1	T ₂₅	P ₁	S ₆
28			T ₂₆	P ₂	S ₅									
29			T ₂₇	P ₃	S ₃									
30			T ₂₈	P ₈	S ₁₅									
31	S ₆		0	k ₂	k ₃	0	1	0	0	1	1	T ₂₉	P ₂	S ₄
32			T ₃₀	P ₃	S ₂									
33			T ₃₁	P ₅	S ₇									
34			T ₃₂	P ₈	S ₁₄									
35	S ₅		0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	—	—
36	S ₄		0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	—	—
37	S ₃		k ₁	k ₂	0	0	0	0	1	1	1	T ₃₃	P ₁	S ₂
38			T ₃₄	P ₂	S ₁									
39			T ₃₅	P ₇	S ₇									
40			T ₃₆	P ₈	S ₁₁									
41	S ₂		0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	—	—
42	S ₁		0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	—	—

МАРКОВСЬКА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ

Ґрунтуючись на моделі станів та подій системи із роздільним навантажувальним резервуванням, згідно з формалізованими правилами [8, с. 78; 11, с. 163], сформовано розщеплену однорідну марковську модель. Таку модель подають системою диференціальних рівнянь Колмогорова–Чепмена виду:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{p}(t) = \mathbf{A} \mathbf{p}(t),$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{p}(t).$$

де t — час; $\mathbf{p}(t)$ — вектор, що містить функції ймовірності фаз; $\mathbf{y}(t)$ — вектор, який містить функції ймовірності перетинів.

Марковська модель є множиною матриць, які задають інтенсивності переходів між фазами \mathbf{A} , початкові ймовірності фаз $\mathbf{p}(0)$, а також зв'язок \mathbf{C} функцій ймовірності фаз із характеристиками надійності системи. Для досліджуваної системи марковську модель подано у виразі (*). Компоненти марковської моделі системи формуємо на основі марковських моделей процесів. Параметри марковських моделей процесів визначаємо згідно з критерієм рівності першого і центрованого другого моментів фактичного розпо-

де \otimes — оператор тензорного множення; $\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_8$ — одиничні матриці, розмірність яких дорівнює розмірності матриць $\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_8$.

Для працездатного стану S_{14} :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_{14}} = & \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + k_3 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{A}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8. \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_{13} :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_{13}} = & \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + k_4 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{A}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8. \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_{12} :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_{12}} = & k_3 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + k_4 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{A}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{A}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8. \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_{11} :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_{11}} = & k_1 \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{A}_7 \otimes \mathbf{E}_8. \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_9 :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_9} = & k_1 \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + k_4 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{A}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{A}_7 \otimes \mathbf{E}_8. \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_7 :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_7} = & \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{A}_8. \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_6 :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_6} = & k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + k_3 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{A}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{A}_8. \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_3 :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_3} = & k_1 \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{A}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{A}_8. \end{aligned}$$

Для непрацездатних станів S_1, S_2, S_4, S_5, S_8 та S_{10} :

$$\mathbf{C}_{S_1} = \mathbf{C}_{S_2} = \mathbf{C}_{S_4} = \mathbf{C}_{S_5} = \mathbf{C}_{S_8} = \mathbf{C}_{S_{10}} = \mathbf{I},$$

де \mathbf{I} — одиничний вектор-рядок, розмірність якого дорівнює добутку розмірностей усіх матриць інтенсивності переходів $\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_8$.

Для подій $T_1, T_9, T_{17}, T_{21}, T_{25}$ та T_{33} спричинених завершенням процесу P_1 :

$$\mathbf{A}_{T_1} = \mathbf{A}_{T_9} = \mathbf{A}_{T_{25}} = \mathbf{p}_1 \mathbf{C}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8,$$

$$\mathbf{A}_{T_{17}} = \mathbf{A}_{T_{21}} = \mathbf{A}_{T_{33}} = k_1 \mathbf{A}_{T_1}.$$

Для подій $T_2, T_5, T_{18}, T_{26}, T_{29}$ та T_{34} , спричинених завершенням процесу P_2 :

$$\mathbf{A}_{T_2} = \mathbf{A}_{T_5} = \mathbf{A}_{T_{18}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{p}_2 \mathbf{C}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8,$$

$$\mathbf{A}_{T_{26}} = \mathbf{A}_{T_{29}} = \mathbf{A}_{T_{34}} = k_2 \mathbf{A}_{T_2}.$$

Для подій $T_3, T_6, T_{10}, T_{13}, T_{27}$ та T_{30} , спричинених завершенням процесу P_3 :

$$\mathbf{A}_{T_3} = \mathbf{A}_{T_{10}} = \mathbf{A}_{T_{27}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{p}_3 \mathbf{C}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8,$$

$$\mathbf{A}_{T_6} = \mathbf{A}_{T_{13}} = \mathbf{A}_{T_{30}} = k_3 \mathbf{A}_{T_3}.$$

Для подій $T_4, T_7, T_{11}, T_{14}, T_{19}$ та T_{22} , спричинених завершенням процесу P_4 :

$$\mathbf{A}_{T_4} = \mathbf{A}_{T_7} = \mathbf{A}_{T_{19}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{p}_4 \mathbf{C}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8,$$

$$\mathbf{A}_{T_{11}} = \mathbf{A}_{T_{14}} = \mathbf{A}_{T_{22}} = k_4 \mathbf{A}_{T_4}.$$

Для подій T_8, T_{15} та T_{31} , спричинених завершенням процесу P_5 :

$$\mathbf{A}_{T_8} = \mathbf{A}_{T_{15}} = \mathbf{A}_{T_{31}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{p}_5 \mathbf{C}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$$

Для подій T_{12}, T_{16} та T_{23} , спричинених завершенням процесу P_6 :

$$\mathbf{A}_{T_{12}} = \mathbf{A}_{T_{16}} = \mathbf{A}_{T_{23}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{p}_6 \mathbf{C}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$$

Для подій T_{20}, T_{24} та T_{35} , спричинених завершенням процесу P_7 :

$$\mathbf{A}_{T_{20}} = \mathbf{A}_{T_{24}} = \mathbf{A}_{T_{35}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{p}_7 \mathbf{C}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$$

Для подій T_{28}, T_{32} та T_{36} , спричинених завершенням процесу P_8 :

$$\mathbf{A}_{T_{28}} = \mathbf{A}_{T_{32}} = \mathbf{A}_{T_{36}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{p}_8 \mathbf{C}_8.$$

Одержана модель містить 240 диференціальних рівнянь.

ЙМОВІРНІСНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МІНІМАЛЬНИХ ПЕРЕТИНІВ

Застосовуючи розщеплену однорідну марковську модель системи із розділним навантажувальним резервуванням на основі методу Розенброка обчислено ймовірнісні характеристики мінімальних перетинів системи. Використання методу Розенброка обумовлено тим, що марковська модель системи жорстка. Таку її властивість обумовлено:

- розкидом параметрів для процесів напрацювання та ремонтування;
- особливістю алгоритму розщеплення простору станів;
- впливом коефіцієнтів перерозподілу навантаження k_1-k_4 .

Мінімальна множина перетинів системи містить два перетини «G1–G2», якому відповідають непрацездатні стани S_2, S_8 й S_{10} , та «TV1–TV2» — S_{10}, S_1 , й S_5 . Криві ймовірнісних характеристик мінімальних перетинів системи подано на рис. 3, зокрема суцільна крива 1 відповідає функції ймовірності перетину «TV1–TV2», а штрихова крива 2 — «G1–G2».

На підставі даних про перетини робимо висновок, що для зменшення ймовірності відмови системи для моменту часу 10 000 год необхідно вжити заходів щодо підвищення безвідмовності групи трансформаторів TV1 та TV2, оскільки їх одночасна непрацездатність є найімовірнішою причиною непрацездатності досліджуваної системи із відносною вагою 52,63 %.

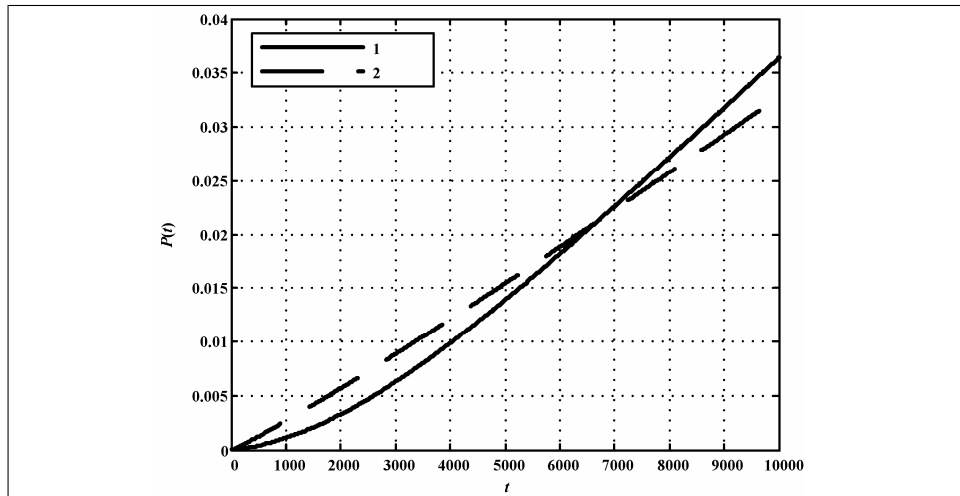


Рис. 3. Криві ймовірнісних характеристик множини мінімальних перетинів системи

ВИСНОВКИ

Розроблено математичну модель надійності системи із роздільним навантажувальним резервуванням, призначену для визначення ймовірнісних показників перетинів. Надійність системи математично описано на основі динамічного дерева відмов, а ймовірнісні показники визначено за розщепленою однорідною марковською моделлю. Одержано модель, яка забезпечила адекватне урахування перерозподілу навантаження між елементами, тривалість напрацювання до відмови яких розподілено за законом Вейбулла. За вказаною моделлю адекватно визначено ймовірнісні показники перетинів та показано, надійність яких елементів необхідно покращувати першочергово, щоб зменшити ймовірність відмови системи. Подальші дослідження скеровані на розроблення математичних моделей надійності, які призначені для аналізу причин непрацездатності систем із складною структурою.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Wei-Chang Yeh*. A new algorithm for generating minimal cut sets in k-out-of-n networks // *Reliability Engineering & System Safety*. — 2006. — **91**, № 1. — P. 36–43.
2. *Vega M., Sarmiento H.G.* Algorithm to evaluate substation reliability with cut and path sets // *Industry Applications, IEEE Transactions on*. — 2008. — **44**, № 6. — P. 1851–1858.
3. *Стефанідин Д.В., Романчук К.Г.* Логіко-ймовірнісна оцінка ризику збитків від аварійного виліву води з басейну добового регулювання Зарамагської ГЕС-1 // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — 2013. — № 3. — С. 130–141.
4. *Yong Liu, Singh C.* Reliability evaluation of composite power systems using Markov cut-set method // *IEEE Trans. on Power Systems*. — 2010. — **25**, № 2. — P. 777–785.
5. *Песчанский А.И.* Календарное техническое обслуживание элементов монотонной системы с учетом их минимального аварийного восстановления //

- Системні дослідження та інформаційні технології. — 2011. — № 1. — С. 34–49.
6. *Haitao Guo, Xianhui Yang*. Automatic creation of Markov models for reliability assessment of safety instrumented systems // *Reliability Engineering & System Safety*. — 2008. — **3**, № 6. — P. 829–837.
 7. *Codetta-Raiteri D*. Integrating several formalisms in order to increase Fault Trees' modeling power // *Reliability Engineering & System Safety*. — 2011. — **96**, № 5. — P. 534–544.
 8. *Juan Eloy Ruiz-Castro, Rafael Pérez-Ocón, Gemma Fernández-Villodre*. Modelling a reliability system governed by discrete phase-type distributions // *Reliability Engineering & System Safety*. — 2008. — **93**, № 11. — P. 1650–1657.
 9. *Chryssaphinou O., Limnios N., Malefaki S*. Multi-state reliability systems under discrete time semi-markovian hypothesis // *IEEE Trans. on Reliability*. — 2011. — **60**, № 1. — P. 80–87.
 10. *Щербовських С.В.* Математичні моделі та методи для визначення характеристик надійності багатотермінальних систем із урахуванням перерозподілу навантаження: монографія — Львів: Львівська політехніка, 2012. — 296 с.
 11. *Бобало Ю.Я., Волочій Б.Ю., Лозинський О.Ю., Мандзій Б.А., Озірковський Л.Д., Федасюк Д.В., Щербовських С.В., Яковина В.С.* Математичні моделі та методи для аналізу надійності радіоелектронних, електротехнічних та програмних систем: монографія. — Львів: Львівська політехніка, 2013. — 300 с.

Надійшла 16.04.2014

О НЕКОТОРЫХ АЛГОРИТМАХ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Л.Л. ГАРТ, М.В. МАНОЙЛО

Исследуется вопрос о приближенном нахождении устойчивых решений некорректных интегральных уравнений с постоянными пределами интегрирования при помощи проекционно-итерационных регуляризирующих схем, основанных на методах А.Н. Тихонова и В.М. Фридмана. Предложенный подход предполагает замену регуляризованного интегрального уравнения некоторой последовательностью более простых аппроксимирующих его конечномерных задач на совокупности измельчающихся сеток. При этом для каждой из «приближенных» задач с помощью некоторой итерационной процедуры строится лишь несколько приближений к решению, последнее из которых с использованием кусочно-линейной интерполяции принимается за начальное приближение в итерационном процессе для следующей «приближенной» задачи. Последовательность линейных интерполянтов построенных приближенных решений объявляется последовательностью приближений к решению исходного интегрального уравнения. Проводится сравнительный анализ вычислительных алгоритмов с использованием различных стратегий регуляризации, демонстрируется их практическая сходимость на примере решения конкретных задач.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время интегральные уравнения стали широко применяться для решения многих задач моделирования динамических объектов и систем [1–4]. Интегральные уравнения позволяют понижать размерность некоторых задач исследования сплошных сред, более компактно, чем дифференциальные уравнения, формулировать краевые задачи, приводят к устойчивым вычислительным процедурам.

Рассмотрение произвольной непрерывной динамической системы как взаимосвязанной совокупности элементов, входы и выходы которых связаны причинными отношениями, приводит к описанию их в общем случае системой интегральных уравнений Вольтерра-Урысона [4]. Объединение объектов, охваченных обратными связями, в систему свидетельствует о том, что задачи их анализа описываются интегральными уравнениями второго рода

$$y(x) - \lambda \int_{\Omega} K(x, s) y(s) ds = f(x), \quad x \in Q, \quad (1)$$

где $K(x, s)$ — ядро интегрального уравнения; $f(x)$ — правая часть уравнения с областью определения Q ; λ — числовой параметр; $y(s)$ — искомая функция с областью определения Ω , переменной в случае уравнения Вольтерра или постоянной в случае уравнения Фредгольма, одномерной или многомерной в случае одномерного или многомерного уравнения (1) соот-

ветственно. При этом реакция системы на произвольные воздействия представляется искомой функцией $y(s)$ уравнения вида (1) с переменной областью интегрирования, а периодические процессы описываются уравнениями с постоянными пределами интегрирования, равными периоду. Задача отыскания решения уравнения второго рода является в принципе корректной: решение такой задачи существует, единственно и непрерывно зависит от исходных данных.

Задачи восстановления внешних воздействий, определения весовых функций, более общие задачи идентификации, интерпретация результатов наблюдений и экспериментов и другие практически важные задачи приводят к уравнениям первого рода

$$\int_{\Omega} K(x, s) y(s) ds = f(x), \quad x \in Q, \quad (2)$$

которые обладают свойствами некорректности (нарушается хотя бы одно из условий корректности по Адамару) и, строго говоря, не могут быть решены классическими методами в их традиционной форме. Это сделало актуальной разработку эффективных методов их решения.

Базовые понятия и методы решения некорректных задач были введены, как известно, московской школой академика А.М. Тихонова [5] и новосибирской школой академика М.М. Лаврентьева [6]. В частности, было введено понятие регуляризирующего оператора и сформулирован один из самых эффективных методов решения некорректных задач — метод α -регуляризации Тихонова. Дано понятие условной корректности (или корректности по Тихонову), предложен ряд регуляризирующих схем решения, разработаны устойчивые (регулярные, робастные) методы для решения задач в различных областях математики (оптимальное планирование, оптимальное управление, суммирование рядов Фурье, интегральные уравнения первого рода типа свертки, системы линейных алгебраических уравнений, операторные уравнения).

Интегральные уравнения в неразрывной связи с функциональным анализом представлены в трудах Л.В. Канторовича и Г.П. Акилова, А.Н. Колмогорова и С.В. Фомина, Л.А. Люстерника и В.И. Соболева, В.А. Треногина, С.Г. Михлина и других авторов. Существенный вклад в разработку различных аспектов решения некорректных задач внесли В.М. Фридман, В.А. Морозов, Ф.П. Васильев, В.Ю. Кудринский, В.В. Васин, В.К. Иванов и другие авторы, которые применили к решению некорректных задач проекционные (аппроксимационные) методы совместно с методами регуляризации, квазирешений и невязки. В работах этих ученых нашел свое строгое обоснование способ невязки решения некорректных задач, идея которого до этого была высказана без доказательства Д.Л. Филлипсом, а также Л.В. Канторовичем.

Устойчивые методы решения некорректных задач изложены во многих монографиях и публикациях, однако их наличие не исключает возможности разработки новых более эффективных методов, а также усовершенствования уже существующих методов, с доведением их до практических алгоритмов и особенно до машинных программ.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Цель работы — сравнительный анализ вычислительных схем, основанных на методе регуляризации Тихонова и методе итеративной регуляризации Фридмана для приближенного решения некорректных линейных интегральных уравнений с постоянными пределами интегрирования. Рассматривается одномерное линейное интегральное уравнение Фредгольма первого рода

$$A y \equiv \int_a^b K(x, s) y(s) ds = f(x), \quad a \leq x \leq b, \quad (3)$$

в котором ядро $K(x, s)$ — вещественная непрерывная функция в области $G = \{a \leq x \leq b, a \leq s \leq b\}$, $f(x) \in L_2[a, b]$, $y(s) \in L_2[a, b]$.

В качестве упомянутых регуляризирующих схем приближенного решения уравнения (3) рассматриваются проекционные и проекционно-итерационные вычислительные схемы, основанные на методе Тихонова и методе Фридмана в сочетании с методом квадратур при использовании различных вычислительных стратегий регуляризации (способа невязки, квазиоптимального способа, способа относительной поправки и других).

В данной работе впервые исследуется возможность применения проекционно-итерационного подхода к решению некорректных интегральных уравнений с постоянными пределами интегрирования, который состоит в модификации классических методов α -регуляризации Тихонова и итеративной регуляризации Фридмана и позволяет заменить регуляризованное интегральное уравнение некоторой последовательностью более простых аппроксимирующих его конечномерных задач на совокупности измельчающихся сеток. При этом для каждой из «приближенных» задач с помощью некоторой итерационной процедуры строится лишь несколько приближений к решению, последнее из которых с использованием кусочно-линейной интерполяции принимается за начальное приближение в итерационном процессе для следующей «приближенной» задачи. Последовательность линейных интерполянтов построенных приближенных решений объявляется последовательностью приближений к решению исходного интегрального уравнения. Рассматриваются способы сокращения вычислительных и временных затрат, что позволяет добиться существенного увеличения скорости работы программы, а именно, распараллеливание вычислений и сохранение вычисленных в точках сетки значений ядра и правой части интегрального уравнения.

Следует отметить, что общая идея проекционно-итерационных методов для решения операторных уравнений и задач минимизации в функциональных пространствах принадлежит С.Д. Балашовой [7], в работах которой эти методы нашли свое строгое теоретическое обоснование и применение к решению различных конкретных классов математических задач, а в настоящее время продолжают развиваться в Днепропетровском университете в работах ее учеников.

Задачей данного исследования является анализ вычислительной эффективности проекционных и проекционно-итерационных регуляризирующих схем, основанных на методах А.Н. Тихонова и В.М. Фридмана, на примере

решения конкретных линейных некорректных задач с точки зрения трудоемкости вычислений и точности получаемых приближенных решений.

МЕТОД ТИХОНОВА

Идея метода регуляризации Тихонова для решения некорректных интегральных уравнений (3), как известно [5], состоит в том, что для обеспечения устойчивости решения этого уравнения вводится условие минимума так называемого сглаживающего функционала

$$\Phi_{\alpha}(y) = \|Ay - f\|_{L_2}^2 + \alpha \|y\|_{L_2}^2 \rightarrow \min_{y \in L_2[a,b]}, \quad (4)$$

где $\alpha > 0$ — параметр регуляризации, для определения которого существуют различные способы [4]. Раскрытие условия (4) с учетом представления интегрального оператора A в уравнении (3) приводит к регуляризованному интегральному уравнению (уравнению Эйлера экстремальной задачи (4)) типа Фредгольма второго рода

$$\alpha y_{\alpha}(t) + \int_a^b B(t,s) y_{\alpha}(s) ds = F(t), \quad a \leq t \leq b, \quad (5)$$

задача решения которого уже является корректной [5]. В этом уравнении

$$B(t,s) = \int_a^b K(x,t) K(x,s) dx, \quad F(t) = \int_a^b K(x,t) f(x) dx. \quad (6)$$

Наиболее употребительным способом определения параметра регуляризации α в том случае, когда вместо точной правой части $f(x)$ исходного уравнения (3) задана функция $\tilde{f}(x) \in L_2[a,b]$ такая, что $\|f - \tilde{f}\|_{L_2} \leq \delta$, является способ невязки, согласно которому в качестве искомого значения выбирается такое α , при котором $\|A y_{\alpha} - \tilde{f}\|_{L_2} = \delta$ ($y_{\alpha}(t)$ — решение уравнения (5) при соответствующем значении α). Последнее соотношение можно трактовать как уравнение относительно α , которое при определенных условиях [5] имеет единственное решение. На практике во избежание решения этого уравнения часто выбирают ряд значений $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$, связанных соотношением

$$\alpha_i = \theta \alpha_{i-1}, \quad 0 < \theta < 1, \quad (7)$$

для каждого из которых вычисляют решение $y_{\alpha_i}(t)$ уравнения (5) и невязку $\|A y_{\alpha_i} - \tilde{f}\|_{L_2}$. В качестве оптимального значения α_{opt} выбирают то α_i , для которого с наибольшей степенью точности выполняется приближенное равенство $\|A y_{\alpha_i} - \tilde{f}\|_{L_2} \approx \delta$.

Квазиоптимальный способ определения параметра регуляризации α не требует знания погрешности δ правой части $f(x)$. Согласно этому способу

в качестве искомого значения выбирают то α_i из ряда значений (7), для которого поправка $\|y_{\alpha_i} - y_{\alpha_{i-1}}\|_{L_2}$ принимает наименьшее значение.

Согласно способу относительной поправки в качестве искомого значения параметра регуляризации α выбирают то α_i из ряда значений (7), для которого наименьшее значение в смысле нормы пространства $L_2[a, b]$ принимает величина $\|y_{\alpha_i} - y_{\alpha_{i-1}}\| / \|y_{\alpha_i}\|$.

Одним из наиболее эффективных методов решения интегральных уравнений вида (5) является метод квадратур (замены интеграла конечной суммой).

Предположим, что правая часть $f(x)$ исходного уравнения (3) задана таблицей своих значений на равномерной x -сетке узлов

$$\bar{\omega}_h = \{x_l \in [a, b]: x_l = a + lh, l = \overline{0, M}; h = (b - a) / M\}, \quad (8)$$

а решение $y_\alpha(s)$ соответствующего регуляризованного уравнения ищется на другой равномерной s -сетке узлов

$$\bar{\omega}_\tau = \{s_j \in [a, b]: s_j = a + j\tau, j = \overline{0, N}; \tau = (b - a) / N\}, \quad (9)$$

причем t -сетка в уравнении (5) совпадает с s -сеткой.

Если интегралы в (5), (6) расписать, например, с помощью квадратурной формулы Симпсона (в предположении о достаточной гладкости ядра, решения и правой части, а также о чётности чисел $N > 0, M > 0$), то, отбросив погрешность $O(h^4 + \tau^4)$ численного интегрирования и перейдя к обозначениям $y_i \approx y_\alpha(t_i), B_{ij} \approx B(t_i, s_j), F_i \approx F(t_i), i, j = \overline{0, N}$, получим дискретный аналог уравнения (5) (опуская временно индекс α при y):

$$\alpha y_i + \sum_{j=0}^N A_j^{(N)} B_{ij} y_j = F_i, \quad i = \overline{0, N}. \quad (10)$$

При этом

$$B(t_i, s_j) = \sum_{l=0}^M A_l^{(M)} K(x_l, t_i) K(x_l, s_j) + O(h^4),$$

$$F(t_i) = \sum_{l=0}^M A_l^{(M)} K(x_l, t_i) f(x_l) + O(h^4), \quad i, j = \overline{0, N},$$

$A_j^{(N)}$ и $A_l^{(M)}$ — коэффициенты квадратурной формулы Симпсона. Соотношения (10) представляют собой систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), решив которую, можно найти приближенные значения y_0, y_1, \dots, y_N решения $y_\alpha(t)$ уравнения (5) в точках t -сетки. Приближенное аналитическое выражение для $y_\alpha(t)$ может быть получено, например, интерполированием или же записано по формуле

$$\tilde{y}_\alpha(t) = \frac{1}{\alpha} \left(\sum_{j=0}^N A_j^{(N)} B(t, s_j) y_j + F(t) \right), \quad a \leq t \leq b,$$

которая получается путем замены интеграла в (5) конечной суммой.

Можно показать так же, как в работах [10, 11], что метод квадратур сведения регуляризованного уравнения (5) к конечной СЛАУ укладывается в общую схему проекционных (аппроксимационных) методов, предложенных в [7] для решения операторных уравнений в банаховых пространствах.

Рассмотрим вопрос о применении проекционно-итерационного подхода к решению линейного интегрального уравнения Фредгольма первого рода (3), основанного на применении метода квадратур к решению регуляризованного интегрального уравнения (5) на совокупности измельчающихся сеток.

Будем для каждой из аппроксимирующих конечномерных задач, начиная с задачи невысокой размерности, строить при помощи процедуры выбора параметра регуляризации лишь несколько приближений $\tilde{y}_{\alpha_i}^{(n)}$ ($i = 1, 2, \dots, m$, n — номер конечномерной задачи), последнее из которых будем принимать с использованием кусочно-линейной интерполяции в качестве начального приближения в итерационном процессе для следующей, $(n + 1)$ -й, конечномерной задачи. Критерием остановки описанного процесса может служить либо заданная точность вычислений, либо конечный порядок дискретизации в аппроксимирующей задаче.

Приведем проекционно-итерационный алгоритм решения уравнения Фредгольма (3), основанный на методе регуляризации Тихонова и методе квадратур в сочетании с квазиоптимальным способом определения параметра регуляризации.

ПРОЕКЦИОННО-ИТЕРАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ

Подготовительный этап. Задаем точность $\varepsilon > 0$ вычислений в проекционно-итерационном алгоритме, начальный порядок $N = N_1$, $M = M_1$ дискретизации регуляризованного уравнения (5) на сетках (8), (9) на первом шаге алгоритма и рекурсивные формулы

$$N_n = \mu_1 N_{n-1} + \eta_1, \quad M_n = \mu_2 M_{n-1} + \eta_2, \quad n > 1, \quad (11)$$

$$\mu_i, \eta_i \in \mathbb{N} \cup \{0\}, \quad i = 1, 2$$

возрастания с ростом n порядка дискретизации. Под номером шага в проекционно-итерационном алгоритме здесь и в дальнейшем следует понимать номер n конечномерной задачи в последовательности аппроксимирующих интегральное уравнение задач на совокупности измельчающихся сеток. Кроме того, задаем целое число $m > 1$ как количество значений $\alpha_1^{(n)}, \alpha_2^{(n)}, \dots, \alpha_m^{(n)}$ параметра регуляризации α , которые могут использоваться на n -м шаге алгоритма ($n \geq 1$), начальное значение α_0 и ограничительное малое значение α_{\lim} для параметра α .

1. Полагаем шаг алгоритма $n = 1$.

2. Задаем убывающую последовательность значений параметра регуляризации в соответствии с формулами

$$\alpha_i^{(n)} = \theta \alpha_{i-1}^{(n)}, \quad i = \overline{2, m}, \quad 0 < \theta < 1; \quad \alpha_1^{(n)} = \alpha_{\text{opt}}^{(n-1)}, \quad \alpha_1^{(1)} = \alpha_0 \quad (12)$$

так, что $\alpha_i^{(n)} \geq \alpha_{\text{lim}}$, $i = \overline{1, m}$. Если окажется при некотором $i = i_0 = \overline{2, m}$, что $\alpha_{i_0}^{(n)} < \alpha_{\text{lim}}$, то полагаем на данном шаге алгоритма $m := i_0 - 1$ и построение ряда значений α завершаем.

3. Проводим дискретизацию уравнения (5) с помощью метода квадратур на t - и s -сетках (9) узлов $s_j = t_j$, $j = \overline{0, N_n}$ и x -сетке (8) узлов x_i , $i = \overline{0, M_n}$, где значения $N_n \geq N_{n-1}$, $M_n \geq M_{n-1}$ определяются формулами (11) и хотя бы одно из последних двух неравенств выполняется строго. Получаем СЛАУ вида (10).

4. Определяем точность $\varepsilon_n > 0$ вычислений на данном шаге по правилу: $\varepsilon_n = C(h_n^4 + \tau_n^4)$, где $C = \text{const} > 0$, $h_n = (b - a) / M_n$, $\tau_n = (b - a) / N_n$.

5. При $n > 1$ выполняем кусочно-линейную интерполяцию приближенного решения $\tilde{y}_{\alpha_{\text{opt}}^{(n-1)}} = (y_{\alpha_{\text{opt}}^{(n-1)}}^{(0)}, y_{\alpha_{\text{opt}}^{(n-1)}}^{(1)}, \dots, y_{\alpha_{\text{opt}}^{(n-1)}}^{(N_{n-1})})$, полученного на предыдущем шаге на сетке $\overline{\omega}_{\tau_{n-1}}$, по формуле

$$y_{\alpha_{\text{opt}}^{(n-1)}}(t) = y_{\alpha_{\text{opt}}^{(n-1)}}^{(i)} - \frac{t - t_i}{2\tau_{n-1}} \left(3y_{\alpha_{\text{opt}}^{(n-1)}}^{(i)} - 4y_{\alpha_{\text{opt}}^{(n-1)}}^{(i+1)} + y_{\alpha_{\text{opt}}^{(n-1)}}^{(i+2)} \right) + \\ + \frac{(t - t_i)^2}{2\tau_{n-1}^2} \left(y_{\alpha_{\text{opt}}^{(n-1)}}^{(i)} - 2y_{\alpha_{\text{opt}}^{(n-1)}}^{(i+1)} + y_{\alpha_{\text{opt}}^{(n-1)}}^{(i+2)} \right), \quad t_i \leq t \leq t_{i+2}, \quad i = \overline{0, N_{n-1} - 2},$$

и задаем на t -сетке $\overline{\omega}_{\tau_n}$ с помощью этой формулы приближенное решение $\tilde{y}_{\alpha_1^{(n)}} = (y_{\alpha_1^{(n)}}^{(0)}, y_{\alpha_1^{(n)}}^{(1)}, \dots, y_{\alpha_1^{(n)}}^{(N_n)})$, $y_{\alpha_1^{(n)}}^{(j)} = y_{\alpha_{\text{opt}}^{(n-1)}}(t_j)$, $j = \overline{0, N_n}$, соответствующее значению $\alpha = \alpha_1^{(n)}$.

6. Для каждой пары значений $\alpha_i^{(n)}$ и $\alpha_{i-1}^{(n)}$ ($i = \overline{2, m}$) вычисляем в некоторой сеточной норме $\|\cdot\|_{\tau_n}$ поправку $\left\| \tilde{y}_{\alpha_i^{(n)}} - \tilde{y}_{\alpha_{i-1}^{(n)}} \right\|_{\tau_n}$, где $\tilde{y}_{\alpha_i^{(n)}} = (y_{\alpha_i^{(n)}}^{(0)}, y_{\alpha_i^{(n)}}^{(1)}, \dots, y_{\alpha_i^{(n)}}^{(N_n)})$ — решение СЛАУ (10) при $\alpha = \alpha_i^{(n)}$, полученное, к примеру, методом Гаусса, до достижения такого номера $i = r$ ($r = \overline{2, m}$), при котором впервые окажется выполненным неравенство $\left\| \tilde{y}_{\alpha_i^{(n)}} - \tilde{y}_{\alpha_{i-1}^{(n)}} \right\|_{\tau_n} \leq \varepsilon_n$. Тогда соответствующее приближенное решение $\tilde{y}_{\alpha_r^{(n)}}$ (или $\tilde{y}_{\alpha_1^{(n)}}$, если $m = 1$) и соответствующее значение параметра $\alpha = \alpha_{\text{opt}}^{(n)} = \alpha_r^{(n)}$ полагаем оп-

тимальными на данном шаге. Если же указанное неравенство не выполняется для номеров $i = \overline{2, m}$, то полагаем оптимальным на данном шаге такое значение $\alpha = \alpha_l^{(n)}$ ($l = \overline{2, m}$), при котором поправка приближенного решения $\tilde{y}_{\alpha_l^{(n)}}$ является наименьшей.

7. Если $\varepsilon_n \leq \varepsilon$, то переходим к п. 8. Иначе увеличиваем номер шага $n := n + 1$ и переходим к п.2.

8. Конец алгоритма.

МЕТОД ФРИДМАНА

Основная идея метода итеративной регуляризации Фридмана состоит в построении итерационной схемы, которая сходится к точному решению $y(t)$ уравнения (3) при отсутствии ошибок δ и ξ правой части и интегрального оператора и в прерывании расходится при $\eta = (\delta, \xi) \neq 0$ при некотором числе итераций $m = m(\eta)$, являющемся параметром регуляризации таким, что $\|y_{m(\eta)} - y\|_{L_2} \rightarrow 0$ при $\eta \rightarrow 0$.

Применительно к уравнению (3) с симметричным положительно определенным ядром $K(x, s) \in L_2(G)$ и $f(x), y(s) \in L_2[a, b]$ итерационная схема Фридмана имеет вид [12]

$$y_m(x) = y_{m-1}(x) + \nu \left(f(x) - \int_a^b K(x, s) y_{m-1}(s) ds \right), \quad m = 1, 2, \dots, \quad (13)$$

$$y_0(x) = 0, \quad a \leq x \leq b,$$

где ν — итерационный параметр, $0 < \nu < \frac{2}{\|A\|}$, $\|A\|^2 \leq \int_a^b \int_a^b K^2(x, s) dx ds$,

в случае же произвольного ядра $K(x, s) \in L_2(G)$ и $f(x), y(s) \in L_2[a, b]$ — вид

$$y_m(x) = y_{m-1}(x) + \nu \left(F(x) - \int_a^b R(x, s) y_{m-1}(s) ds \right), \quad m = 1, 2, \dots, \quad (14)$$

$$y_0(x) = 0, \quad a \leq x \leq b,$$

где

$$0 < \nu < \frac{2}{\|A^* A\|}, \quad \|A^* A\|^2 \leq \int_a^b \int_a^b R^2(x, s) dx ds,$$

$$R(x, s) = R(s, x) = \int_a^b K(t, x) K(t, s) dt, \quad F(x) = \int_a^b K(s, x) f(s) ds.$$

Согласно правилу остановки по обобщенной нев'язке, которая формулируется в виде модифицированного варианта правила остановки Π_1 или

первой половины правила Π_2 работы [12], итерационный процесс Фридмана (13) (или (14)) следует продолжать до такого номера итерации $m = m_d = m_d(\delta, \xi)$, при котором впервые выполнится условие

$$\chi_m \leq 0,$$

где

$$\chi_m = \beta_m - \zeta_m, \quad \beta_m = \|Ay_m - f\|_{L_2}, \quad \zeta_m = (\delta + \xi \|y_m\|_{L_2})^2 + \tilde{\mu},$$

$$\tilde{\mu} = \inf_{y \in L_2[a, b]} \|Ay - f\|_{L_2}^2 \leq \mu,$$

μ — оценка сверху величины $\tilde{\mu}$, которая характеризует меру несовместности уравнения (3).

Согласно правилу остановки процесса Фридмана (13) (или (14)) по поправке проводится наперед заданное количество итераций и выбирается такой номер итерации $m = m_c = m_c(\delta, \xi)$, при котором величина $\|y_m - y_{m-1}\|_{L_2}$ принимает наименьшее значение.

При практическом использовании метода Фридмана в сочетании с методом квадратур для приближенного решения интегрального уравнения (3) остановка итерационного процесса по обобщенной невязке может произойти при небольшом $m = m_d$, и в этом случае суммарное количество арифметических действий будет небольшим. При использовании же правила остановки по поправке оценить заранее достаточное количество итераций практически затруднительно, поэтому их число выбирается большим (порядка 10^4). Для того чтобы уменьшить количество выполняемых операций, в программе, реализующей этот алгоритм, предлагается добавить переменную-словарь для хранения вычисленных в узлах сетки значений ядра и правой части интегрального уравнения таим образом, чтобы при повторном вызове процедур для ядра и правой части возвращались сохраненные значения.

Далее, на этапе вычисления методом Фридмана очередного итерационного приближения к решению можно заметить, что процесс вычисления значения приближенного решения в каждом узле является независимым от других точек сетки. Поэтому в разработанном программном продукте реализовано распараллеливание вычислений каждого из итерационных приближений. А именно, определяется количество процессоров на текущем компьютере и каждому из них отводится задача вычисления приближения на том или ином частичном промежутке исходного отрезка. Таким образом, если процессоров больше одного, то удастся добиться ускорения работы программного продукта.

АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Практическая сходимость проекционно-итерационных алгоритмов, основанных на методе регуляризации Тихонова, для решения некорректных интегральных уравнений вида (3), а также нелинейных интегральных уравнений Урысона первого рода

$$Ay \equiv \int_a^b K(x, s, y(s)) ds = f(x), \quad a \leq x \leq b,$$

где $K(x, s, y(s))$ — функция, определенная и непрерывная в G по совокупности переменных $x, s \in [a, b]$ вместе с производными $K'_y(x, s, y(s))$, $K''_{yy}(x, s, y(s))$, $f(x), y(s) \in L_2[a, b]$, исследовалась на нескольких модельных задачах.

Для их решения были рассмотрены различные вычислительные схемы проекционно-итерационного алгоритма, основанного на методе квадратур приближенного решения регуляризованных интегральных уравнений:

- использованием трех стратегий выбора параметра регуляризации (способа невязки, квазиоптимального способа, способа относительной поправки);
- вариацией количества m значений $\alpha_1^{(n)}, \alpha_2^{(n)}, \dots, \alpha_m^{(n)}$ параметра регуляризации, начального значения α_0 и величины θ в (12);
- различными правилами (11) формирования порядка дискретизации интегрального уравнения на очередном шаге алгоритма;
- различными критериями остановки проекционно-итерационного процесса (по заданной точности вычислений и по конечному порядку дискретизации в аппроксимирующей задаче).

Результаты реализации проекционно-итерационных вычислительных схем на ЭВМ сравнивались с результатами применения к той же задаче проекционной схемы метода Тихонова, предполагающей решение регуляризованного интегрального уравнения с помощью метода квадратур при однократной дискретизации наибольшего порядка.

Анализ результатов вычислительных экспериментов свидетельствует о том, что проекционно-итерационный подход применительно к решению некорректных интегральных уравнений с постоянными пределами интегрирования приводит к уменьшению вычислительных затрат на построение приближений, поскольку значительная их часть строится для аппроксимирующих задач невысокой размерности, а также обеспечивает большую точность получаемых приближенных решений [13].

Практическая сходимость метода Фридмана и его модификаций исследовалась на модельных уравнениях Фредгольма

$$\int_a^b (x + s) y(s) ds = q + cx, \quad a \leq x \leq b, \quad (15)$$

где $q = be^b - e^b - ae^a + e^a$, $c = e^b - e^a$, и

$$\int_a^b (x^2 - e^s) y(x) ds = q + \frac{b^3 - a^3}{3} x^2, \quad a \leq x \leq b, \quad (16)$$

где $q = 2be^b - b^2e^b - 2e^b - 2ae^a + a^2e^a + ae^a$, для которых известны их точные решения.

В ходе численных экспериментов было установлено, что для тех уравнений Фредгольма, при решении которых методом Фридмана с правилом

остановки по обобщенной невязке был получен достаточно небольшой оптимальный номер итерации, этот номер оказывается практически одинаковым для любого порядка дискретизации исходного отрезка. Таким образом, выбрав, к примеру, $N_1 = M_1 = 8$ за начальный порядок дискретизации отрезка $[a, b]$ и построив 10000 итераций, можно определить оптимальный номер итерации m_{opt} . Если значение m_{opt} является величиной порядка $O(10)$, то взяв последнее из построенных приближений с помощью кусочно-линейного восполнения в качестве начального приближения в итерационном процессе на более мелкой сетке с $N_2 = M_2 = 100$, достаточно будет выполнить на этой сетке лишь $(m_{\text{opt}} + 2) - (m_{\text{opt}} + 4)$ итераций. Так, для уравнения (15) описанный прием позволил сократить время работы программы для получения приближенного решения на последней сетке примерно в 7 раз, а для уравнения (16) — в 11 раз.

После распараллеливания вычислений итерационных приближений в методе Фридмана на компьютере с четырьмя процессорами время работы программы уменьшилось примерно втрое. Результаты оптимизации вычислений приведены в таблице.

Таблица. Временные затраты на вычисления в методе итеративной регуляризации Фридмана (мин.)

Номер задачи	Тип вычислительного алгоритма			
	Без сохранения значений и распараллеливания	С сохранением значений	Распараллеливание	Сохранение значений и распараллеливание
(15)	00:43,6	00:06,3	00:14,7	00:02,1
(16)	01:31,6	00:09,6	00:32,3	00:03,6

ВЫВОДЫ

Данная работа посвящена разработке новых эффективных стратегий в регуляризационных алгоритмах приближенного решения некорректных линейных интегральных уравнений с постоянными пределами интегрирования, основанных на методах регуляризации А.Н. Тихонова и В.М. Фридмана:

- сформулирован проекционно-итерационный алгоритм, основанный на методе регуляризации Тихонова и методе квадратур в сочетании с квази-оптимальным способом выбора параметра регуляризации;
- предложена проекционно-итерационная модификация метода итеративной регуляризации Фридмана, основанная на методе квадратур со стратегией поиска оптимального номера итерации в способе останова процесса по поправке;
- рассмотрены экономичные подходы к организации вычислений в методе Фридмана, связанные с рациональным использованием оперативной памяти ЭВМ и распараллеливанием вычислений.

Для авторов в дальнейшем представляет интерес вопрос применения проекционно-итерационных регуляризирующих алгоритмов к решению некоторых практически важных некорректных задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глушков В.М., Иванов В.В., Яненко В.М. О новом классе динамических моделей и его приложении в биологии // Кибернетика. — 1979. — № 4. — С. 133–141.
2. Самарский А.А., Вабичевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. — М.: Изд-во ЛКИ, 2009. — 480 с.
3. Гончарский А.В., Черпацук А.М., Ягола А.Г. Численные методы решения обратных задач астрофизики — М.: Наука, 1978. — 336 с.
4. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. — К.: Наукова думка, 1986. — 544 с.
5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979. — 288 с.
6. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П. Некорректные задачи математической физики и анализа. — М.: Наука, 1980. — 288 с.
7. Балашова С.Д. Проекционно-итерационные методы решения уравнений в нормированных пространствах: Автореферат дис. на соиск. учен. степ. канд. физ.-мат. наук. — Д.: ДГУ, 1974. — 20 с.
8. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем. — М.: Мир, 1975. — 558 с.
9. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. — СПб.: Невский Диалект, 2004. — 816 с.
10. Гарт Л.Л., Поляков Н.В. Проекционно-итерационная реализация метода Ньютона-Канторовича для решения нелинейных интегральных уравнений // Проблемы управления и информатики. — 2012. — № 1. — С. 70–78.
11. Гарт Л.Л. Проекційно-ітераційний алгоритм розв'язання некорректних інтегральних рівнянь Вольтера // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 1. — С. 101–112.
12. Вайникко Г. Методы решения линейных некорректно поставленных задач в гильбертовых пространствах. — Тартуский государственный университет. — 1982. — 112 с.
13. Гарт Л.Л., Поляков Н.В. Проекционно-итерационный принцип решения некорректных интегральных уравнений // Питання оптимізації обчислень: Тези доп. міжнар. наук. конф. — Київ, 2013. — С. 63–64.

Поступила 06.06.2014

АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЕФАССИФИКАЦИИ

Ю.А. ЗАК

В случае наличия перекрытий (оверлеев) и различных по величине лингвистических термов у несимметричных функций принадлежности, представленных в виде LR -интервалов, в отличие от известных методов дефазификации, значение выходной переменной рассчитывается в диапазоне рассматриваемых только в L -й или R -й частей перекрывающихся друг друга лингвистических термов. Предлагаются алгоритмы и формульные выражения вычисления значения выходной переменной, определяемой на основе результатов Fuzzy-логического вывода. Предложенные алгоритмы могут быть использованы в системах управления, технической и медицинской диагностики.

ВВЕДЕНИЕ

Методами дефазификации результат размытого Fuzzy-логического вывода должен быть преобразован в значение выходной переменной (управляющего воздействия), выраженное действительным числом и лежащим в допустимом диапазоне изменения этого параметра. Необходимо оптимально интерпретировать и представить содержащуюся в Fuzzy-множествах выходной переменной информацию в некоторое значение, которое наиболее правильно отражает мнения экспертов и согласуется с результатами обучающейся выборки.

В монографиях и периодической литературе приведены различные методы и алгоритмы дефазификации [1–6]:

- Max — метод максимума (Max-Height);
- Mom — метод среднего максимального значения (Mean-of-Maximum);
- COA — метод центра тяжести плоскости перекрытия (Center-of-Area);
- COG — обобщенный метод центра тяжести (Center-of-Gravity);
- метод дефазификации для функций принадлежности (в дальнейшем используется их обозначение ФП) импульсного вида (типа Singleton).

Различные результаты каждого из этих методов находятся в некотором диапазоне значений $x \in [h_1, h_2]$. На иллюстративном примере (рис. 1) показано, что значение выходной переменной в различных традиционных методах дефазификации определяется в пределах многоугольника $abcdef$, т.е. в диапазоне значений $x \in [a = h_{-1}, f = h_{-2}]$. При этом справедливы соотношения

$$x_{COG} < x_{MOM} < x_{COA} < x_{Max}; \quad h_1 = x_{COG}; \quad h_2 = x_{Max}.$$

При других видах и параметрах ФП логических термов выходной переменной и, следовательно, других областях перекрытия этих термов соотношения этих значений могут быть совершенно другими.

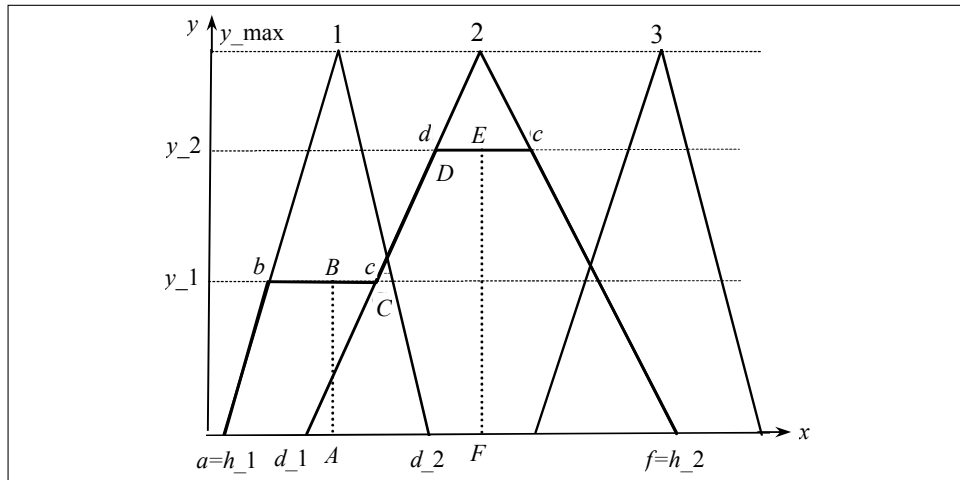


Рис. 1. Иллюстрация методов дефаззификации

В случае несимметричных ФП логических термов применение известных алгоритмов дефаззификации может привести к трудно интерпретируемым, а зачастую и непонятным с физической или экономической точки зрения результатам. При перекрытии (оверлея) в диапазоне значений выходной переменной $x \in [d_{1i}, d_{2i}]$ (на рис.1 $x \in [d_{_1}, d_{_2}]$) ФП i -го и $(i+1)$ -го термов и при значениях ФП этих логических термов, отличных от нуля (т.е. $\mu_{A_i}(x) > 0, \mu_{A_{i+1}}(x) > 0$), а также значениях ФП всех остальных логических термов, равных нулю ($\mu_{A_j}(x) = 0, j \neq i, j \neq (i+1)$), вычисленное значение выходной переменной также должно лежать в диапазоне $x \in [d_{1i}, d_{2i}]$ или где-то вблизи от него. При этом, если справедливы соотношения $S_i^1 \approx S_{i+1}^1; S_i^2 < S_{i+1}^2$ ($S_i^1, S_{i+1}^1; S_i^2, S_{i+1}^2$ — соответственно площади L -й и R -й части ФП i -го и $(i+1)$ -го термом), то выбранное значение может принадлежать только $(i+1)$ -му логическому терму и расположено существенно правее значения $x = d_{2i}$, что трудно объяснить с физической или экономической точки зрения. Так, в примере на рис. 1 в качестве области выбора значения выходной переменной может рассматриваться многоугольник меньших размеров $ABCDEF$, показанный пунктирными линиями.

Предлагаемые в работе алгоритмы дефаззификации, которые, как показано в [5], более правильно интерпретируют с технической и экономической точки зрения полученный результат, могут найти применение в системах управления, технической и медицинской диагностики с несимметричными термами значения выходных переменных.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

ФП каждого из лингвистических термов выходной переменной могут быть представлены несимметричными LR-функциями вида

$$\mu_{A_i}(x) = \begin{cases} L_{A_i}(x) = L_i\left(\frac{x - m_{1i}}{\alpha_i}\right), & \text{если } x \in [a_i, m_{1i}], \\ \max \mu_{A_i}(x), & \text{если } x \in (m_{1i}, m_{2i}), \quad i = 1, \dots, n, \\ R_{A_i}(x) = R_i\left(\frac{m_{2i} - x}{\beta_i}\right), & \text{если } x \in [m_{2i}, b_i], \end{cases} \quad (1)$$

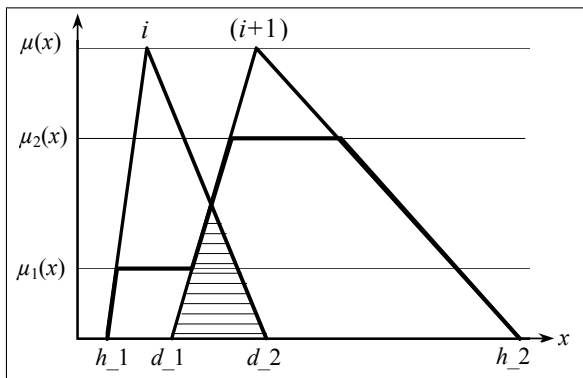
где n — количество лингвистических термов выходной переменной.

Пусть $m_{1i} - a_i \neq b_i - m_{2i}$ и $S_i^1 \neq S_i^2$, где

$$S_i^1 = \int_{x \in [a_i, m_{1i}]} L_i\left(\frac{x - m_{1i}}{\alpha_i}\right) dx \quad \text{и} \quad S_i^2 = \int_{x \in [m_{2i}, b_i]} R_i\left(\frac{m_{2i} - x}{\beta_i}\right) dx \quad (2)$$

соответственно площади L-й и R-й части ФП.

Во всех известных методах дефаззификации [1–6] при определении значения выходной переменной рассматриваются все части ФП термов, значения которых $\mu_{A_i}(x) > 0$ или $\mu_{A_i}(x) \geq \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$ — некоторое число. При этом вычисленное значение выходной переменной x может лежать в любой точке отрезка $x \in [h_{-1}, h_{-2}]$, принадлежащей многоугольнику, выделенному на рис. 2 жирными линиями, и находится достаточно далеко



от области перекрытия двух соседних лингвистических термов, представленных на рис. 2 в виде заштрихованного треугольника.

Рассматривая только часть ФП логических термов, расположенных ближе к области их перекрытия, в случае несимметричных ФП полученный результат вычислений может более понятным с прикладной точки зрения.

При этом выделение этой части ФП логического терма может осуществляться одним из следующих способов.

1) Пусть $Z(x_i)$ — координата оси x центра тяжести ФП i -го логического терма, которая вычисляется следующим образом:

$$Z(x_i) = \frac{\int_{x \in X_i} \mu_i(x) x dx}{\int_{x \in X_i} \mu_i(x) dx}, \quad (3)$$

где $X_i = \{x \in [h_{1i}, h_{2i}]\}$ — область изменения координаты оси x i -го логического термина.

Если $\mu_{A_i}(x) \geq \varepsilon$ и $\mu_{A_{i+1}}(x) \geq \varepsilon$, т.е. существует область перекрытия i -го и $(i+1)$ -го логических термов, то рассмотрим только части этих ФП

$$X_i^2 = \{x \in [Z(x_i), h_{2i}]\} \text{ и } X_{i+1}^1 = \{x \in [h_{1,i+1}, Z(x_{i+1})]\}. \quad (4)$$

При этом диапазон выбора значения выходной переменной определяется следующим образом $\bar{X} = \{x | x \in [Z(x_i), Z(x_{i+1})]\}$.

2) В случае ФП логических термов, представленных LR -функциями (1), подмножества X_i^2 и X_{i+1}^1 могут определяться одним из следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \text{а) } X_i^2 &= R_{A_i}(x) = \{x | x \in [m_{2i}, b_i]\}; \\ X_{i+1}^1 &= L_{A_{i+1}}(x) = \{x | x \in [a_{i+1}, m_{1,i+1}]\}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\bar{X} = \{x | x \in [m_{2i}, m_{1,i+1}]\}. \quad (6)$$

$$\text{б) } X_i^2 = \{x | x \in [\bar{m}_i, b_i]\}; \quad X_{i+1}^1 = \{x | x \in [a_{i+1}, \bar{m}_{i+1}]\}, \quad (7)$$

где $\bar{m}_i = 0,5(m_{1i} + m_{2i})$, $\bar{m}_{i+1} = 0,5(m_{1,i+1} + m_{2,i+1})$;

$$\bar{X} = \{x | x \in [\bar{m}_i, \bar{m}_{i+1}]\}. \quad (8)$$

в) Границами области перекрытия

$$\bar{X} = X_i^2 = X_{i+1}^1 = \{x | x \in [a_{i+1}, b_i]\}. \quad (9)$$

Для выделенных частей ФП соседних пересекающихся логических термов могут использоваться все описанные в литературе алгоритмы дефаззификации [1–3]: Mean-of-Maximum, Center-of-Area (COA) и Center-of-Gravity (COG).

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ ДЕФАССИФИКАЦИИ

Обозначим d_1 и d_2 как границы диапазона значений выходной переменной, определенной выражениями (4)–(9), т.е. $\bar{X} = \{x | x \in [d_1, d_2]\}$. Рассмотрим модификации различных алгоритмов дефаззификации.

1. Модифицированные методы Mean-of-Maximum. Значение выходной переменной \bar{x}_1 определяется в диапазоне области перекрытия. Отрезок $\bar{X} = \{x | x \in [d_1, d_2]\}$ делится на две части следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{x}_1 - a_{i+1}}{b_i - \bar{x}_1} &= \frac{S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\}}{S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\}}, \\ \bar{x}_1 &= \frac{a_{i+1} \cdot S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\} + b_i \cdot S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\}}{S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\} + S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь $S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\}$ — площадь правой части ФП A_i -го логического термина выходной переменной, ограниченная по оси y значением $\mu_i(x)$, $S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\}$ — площадь левой части ФП $(i+1)$ -го логического термина выходной переменной, ограниченная по оси y значением $\mu_{i+1}(x)$. Так, на рис. 2 $S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\}$ — это площадь треугольника, а $S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\}$ — площадь трапеции.

Обозначим

$$\bar{\mu}_{A_i}(x) = \begin{cases} \mu_i(x), & \text{если } \mu_{A_i}(x) > \mu_i(x), \\ \mu_{A_i}(x), & \text{если } \mu_{A_i}(x) \leq \mu_i(x), \end{cases} \quad (11)$$

где $\mu_i(x)$ — полученное значение ФП A_i -го термина выходной переменной.

Аналогичным образом вычисляется значение $\bar{\mu}_{A_{i+1}}(x)$. Тогда значения величин $S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\}$ и $S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\}$ определяются по формулам:

$$S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\} = \int_{x \in X_i^2} \bar{\mu}_{A_i}(x) dx, \quad S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\} = \int_{x \in X_{i+1}^1} \bar{\mu}_{A_{i+1}}(x) dx. \quad (12)$$

В зависимости от выбранного в соответствии с выражениями (4)–(9) способа определения множеств X_i^2 , X_{i+1}^1 и допустимого диапазона изменения выходной переменной \bar{X} при одних и тех же значениях $\mu_i(x)$ и $\mu_{i+1}(x)$ могут быть получены 16 различных значений выходной переменной \bar{x}_1 .

2. Модифицированные алгоритмы центра тяжести (Center-of-Area).

В известных методах Center-of-Area находится координата x центра тяжести плоской фигуры, образованная ФП двух соседних термов A_i и A_{i+1} , отсеченными по оси ординат значениями ФП $\mu_i(x) > 0$ и $\mu_{i+1}(x) > 0$. В предлагаемых алгоритмах эта фигура включает лишь правую часть логического термина A_i — $S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\}$, а также левую часть логического термина A_{i+1} — $S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\}$. По оси ординат эта плоская фигура ограничена значениями $\mu_i(x) > 0$ и $\mu_{i+1}(x) > 0$. В зависимости от выбора алгоритма вычисления площадей частей этой плоской фигуры $S\{G_{A_i}, \mu_i(x)\}$ и $S\{Q_{A_{i+1}}, \mu_{i+1}(x)\}$ для одних и тех же значений $\mu_i(x) > 0$ и $\mu_{i+1}(x) > 0$ могут быть также получены различные значения выходной переменной \bar{x}_2 . Координаты центра этой фигуры вычисляются по формуле

$$\bar{x}_2 = \frac{\int_{x \in X_i^2} x \cdot \bar{\mu}_{A_i} \cdot dx + \int_{x \in X_{i+1}^1} x \cdot \bar{\mu}_{A_{i+1}} \cdot dx}{\int_{x \in X_i^2} \bar{\mu}_{A_i} \cdot dx + \int_{x \in X_{i+1}^1} \bar{\mu}_{A_{i+1}} \cdot dx}. \quad (13)$$

При этом значения интервалов интегрирования выбираются одним из возможных способов (4), (5), (7) и (8). В результате этого будут получены 4 различных значения выходной переменной \bar{x}_2 . Если ФП логических термов A_i и A_{i+1} не заданы аналитически, то при вычислении \bar{x}_2 могут использоваться численные методы интегрирования.

3. Модификации обобщенного метода центра тяжести (Center-of-Gravity). Ниже приведен приближенный метод определения координаты x центра тяжести этой фигуры, который требует существенно меньшего объема вычислений, чем по формуле (13), являющийся модификацией известного в литературе метода Center-of-Gravity.

а) На предварительном этапе решения задачи вычисляются интегралы и площади фигур

$$\bar{S}_1\{G_{A_i}\} = \int_{x \in X_i^2} x \mu_{A_i}(x) dx, \quad \hat{S}_2\{G_{A_i}\} = \int_{x \in X_i^2} \mu_{A_i}(x) dx; \quad (14)$$

$$\bar{S}_1\{G_{A_{i+1}}\} = \int_{x \in X_{i+1}^1} x \mu_{A_{i+1}}(x) dx, \quad \hat{S}_2\{G_{A_{i+1}}\} = \int_{x \in X_{i+1}^1} \mu_{A_{i+1}}(x) dx. \quad (15)$$

б) На оперативном этапе в процессе функционирования системы, когда определены величины $\mu_i(x)$ и $\mu_{i+1}(x)$, значение координаты центра тяжести \bar{x}_3 вычисляются на основе простых вычислений по формуле

$$\bar{x}_3 = v \frac{\mu_i(x) \bar{S}_1\{G_{A_i}\} + \mu_{i+1}(x) \bar{S}_1\{G_{A_{i+1}}\}}{\mu_i(x) \hat{S}_2\{G_{A_i}\} + \mu_{i+1}(x) \hat{S}_2\{G_{A_{i+1}}\}}. \quad (16)$$

Как и в модифицированном методе Center-of-Area, значения интервалов интегрирования могут выбираться одним из возможных способов (4), (5), (7) и (8), в результате чего также будут получены 4 различных значения \bar{x}_3 .

АЛГОРИТМЫ ДЕФАЗЗИФИКАЦИИ В СЛУЧАЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ L - X R - X ЛОГИЧЕСКИХ ТЕРМОВ ФП ТРАПЕЦИЯМИ И ТРЕУГОЛЬНИКАМИ

В случае представления L - x R - x частей логических термов ФП треугольниками и трапециями объемы вычислений в предложенных алгоритмах дефаззификации существенно сокращаются.

Модификации обобщенного метода центра тяжести (Center-of-Gravity).

На рис. 3,а $\mu_i(x) < \mu_{i+1}(x)$, а на рис. 3,б $\mu_i(x) > \mu_{i+1}(x)$. L -е R -е части ФП здесь являются трапециями. В качестве многоугольника, в котором ищется значение \bar{x} , в этом случае, рассматривается многоугольник $ABCDEF$.

Обозначим $m = 0,5(m_1 + m_2)$, $n = 0,5(n_1 + n_2)$; a_{i+1} — координата x крайней левой точки $(i+1)$ -го логического терма, т.е. точки a на рис. 3,а; b_i — координата x крайней правой точки терма A_i , т.е. точки c на рис. 3,а и точки 2 на рис. 3,б. Пусть $y_{\max} = 1$. Площадь многоугольника $ABCDEF$ (рис. 3,а) в первом случае вычисляется по формуле

$$\hat{S}_2 = (n - m)\mu_i(x) + 0,5[(n - x(C)) + (n - x(D))][\mu_{i+1}(x) - \mu_i(x)], \quad (17)$$

а значение определенного \bar{S}_1 интеграла (числителя выражения (16)) — по формуле

$$\begin{aligned} \bar{S}_1 = & 0,5[(m^2 - [x(C)]^2)\mu_i(x)] + \left\{ \frac{\lambda}{3}([x(D)]^3 - [x(C)]^3) - \right. \\ & \left. - \frac{\gamma}{2}([x(D)]^2 - [x(C)]^2) + \frac{1}{2}(n^2 - [x(D)]^2) \right\} [\mu_{i+1}(x) - \mu_i(x)], \quad (18) \end{aligned}$$

где $x(C)$ и $x(D)$ — координаты x точек C и D , которые вычисляются по формулам

$$x(C) = n_1 - \mu_i(x)(n_1 - a_{i+1}), \quad x(D) = n_1 - \mu_{i+1}(x)(n_1 - a_{i+1}); \quad (19)$$

$$\lambda = \frac{\mu_i(x)}{x(C) - a_2}, \quad \gamma = \frac{a_2 \cdot \mu_i(x)}{x(C) - a_2}. \quad (20)$$

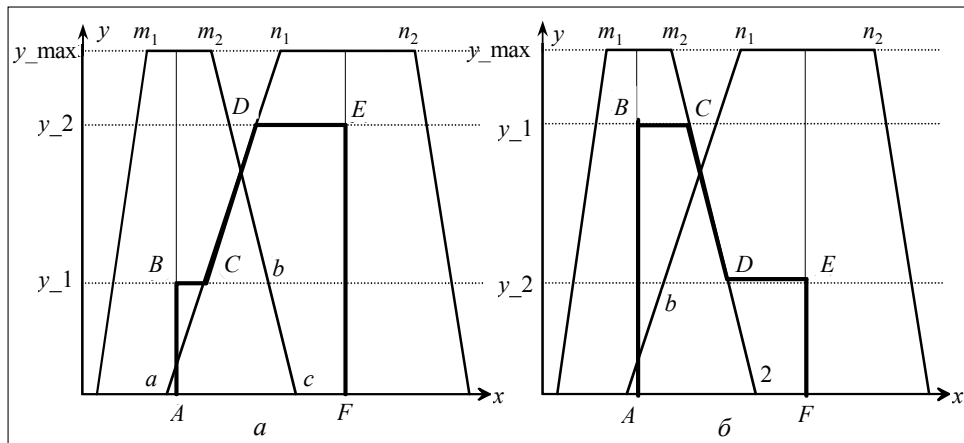


Рис. 3. Области определения значения выходной переменной в алгоритмах дефаззификации

Здесь и ниже в тексте λ и γ — параметры прямой R -й части A_{i+1} -го или L -й части A_i -го логического термина ФП выходной переменной. Координаты центра тяжести рассматриваемого многоугольника вычисляются согласно выражению

$$\bar{x}(Z) = \frac{\bar{S}_1}{\hat{S}_2}. \quad (21)$$

Во втором случае (рис. 3, б) площадь многоугольника $ABCDEF$ вычисляется по формуле

$$\hat{S}_2 = (n - m)\mu_i(x) + 0,5[(n - x(C)) + (n - x(D))][\mu_{i+1}(x) - \mu_i(x)], \quad (22)$$

а значение \bar{S}_1 — согласно выражению

$$\bar{S}_1 = 0,5[(n^2 - m^2)\mu_{i+1}(x)] + ([x(D)]^2 + 0,5[x(C)]^2)[\mu_i(x) - \mu_{i+1}(x)] +$$

$$+ \left\{ \frac{\lambda}{3} ([x(D)]^3 - [x(C)]^3) - \frac{\gamma}{2} ([x(D)]^2 - [x(C)]^2) + \frac{1}{2} ([x(D)]^2 - [x(C)]^2) \right\} \times \\ \times [\mu_{i+1}(x) - \mu_i(x)], \quad (23)$$

где

$$x(C) = m_2 + (b_i - m_2)[1 - \mu_{i+1}(x)], \quad x(D) = m_2 + (b_i - m_2)[1 - \mu_i(x)], \quad (24)$$

$$\lambda = \frac{\mu_i(x)}{b_1 - x(C)}, \quad \gamma = \mu_i(x) + \frac{x(C) \cdot \mu_i(x)}{b_1 - x(C)}. \quad (25)$$

Координаты центра тяжести определяются по формуле (21).

В случае представления левой и правой частей ФП логических термов треугольниками (рис. 4) справедливы формулы:

а) $\mu_i(x) < \mu_{i+1}(x)$ (рис. 4,а), если $y_{\max} = 1$, то

$$x(C) = n - (n - a_2)\mu_i(x), \quad x(D) = n - (n - a_2)\mu_{i+1}(x), \quad (26)$$

где a_2 — координата x крайней левой точки $(i + 1)$ -го логического терма, т.е. точки 2 на рис. 4,а .

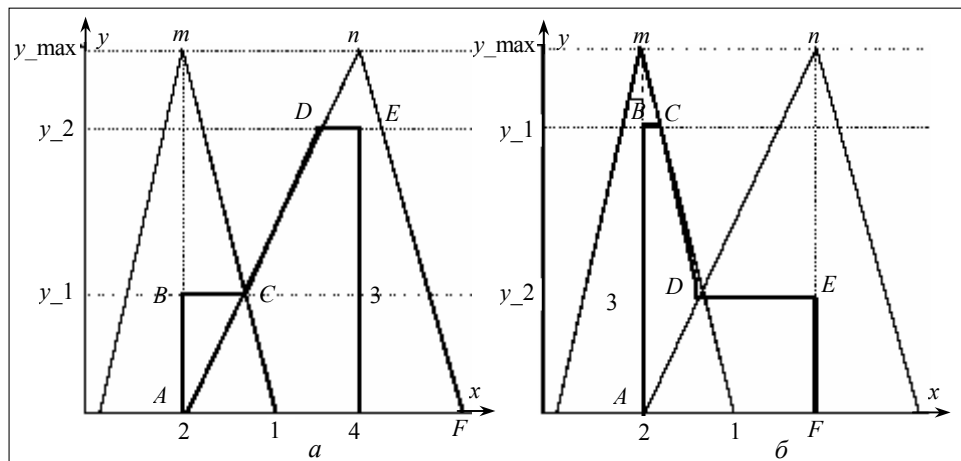


Рис. 4. Области определения значения выходной переменной в алгоритмах дефаззификации

Значения \hat{S}_2 , \bar{S}_1 и $\bar{x}(Z)$ вычисляются по формулам (17), (18), (21), а значения λ и γ — по формулам (20).

б) $\mu_{i+1}(x) < \mu_i(x)$ (рис. 4,б), если $y_{\max} = 1$, то

$$x(C) = m - (b_1 - m)(1 - \mu_{i+1}(x)), \quad x(D) = m - (b_1 - m)(1 - \mu_i(x)),$$

где b_1 — координата x крайней правой точки i -го логического терма, т.е. точки 1 на рис. 4,б.

Значения \hat{S}_2 , \bar{S}_1 и $\bar{x}(Z)$ вычисляются по формулам (22), (23) и (21), а значения λ и γ — по формулам (25). Аналогично могут быть вычислены координаты центра тяжести в случае, когда один из логических термов представлен треугольником, а второй — трапецией.

Модификации методов средневзвешенного максимального значения

Выбранный диапазон $\bar{X} = \{x | x \in [d_1, d_2]\}$ должен быть разделен на две части пропорционально отношению площадей рассматриваемых частей двух соседних логических термов. На рис. 3,а — это отношение площади трапеции $ABbc$ (обозначим ее P_1) к площади трапеции $aDEF$ (обозначим ее P_2), а на рис. 3,б — площади трапеции $ABC2$ (обозначим ее P_3) к площади трапеции $abEF$ (обозначим ее P_4). На рис. 4, а — это отношение площади трапеции $ABC1$ (обозначим ее P_5) к площади трапеции $2DE4$ (обозначим ее P_6), а на рис. 4, б — площади трапеции $2BC1$ (обозначим ее P_7) к площади трапеции $ADEF$ (обозначим ее P_8). Эти площади вычисляются по простым геометрическим формулам:

$$P_1 = 0,5[(b_i - m) + (x(b) - m)]\mu_i(x), \quad P_2 = 0,5[(n - m) + (n - x(C))]\mu_{i+1}(x);$$

$$P_3 = 0,5[(n - m) + (x(C) - m)]\mu_i(x), \quad P_4 = 0,5[(n - a_{i+1}) + (n - x(b))]\mu_{i+1}(x);$$

$$P_5 = 0,5[(b_i - m) + (x(C) - m)]\mu_i(x), \quad P_6 = 0,5[(n - a_{i+1}) + (n - x(D))]\mu_{i+1}(x);$$

$$P_7 = 0,5[(b_i - m) + (x(C) - m)]\mu_i(x), \quad P_8 = 0,5[(n - a_{i+1}) + (n - x(D))]\mu_{i+1}(x).$$

Здесь b_i и a_{i+1} — соответственно координаты x правой крайней точки A_i -го и левой крайней точки A_{i+1} -го логических термов; n и m — соответственно координаты x середины верхней стороны трапеции или вершины треугольника A_i -го и A_{i+1} -го термов; а $x(\cdot)$ — координаты x точек.

Для определения значения выходной переменной \bar{x}_2 диапазон возможных значений выходной переменной $\bar{X} = \{x | x \in [d_1, d_2]\}$ делится пропорционально одному из этих отношений $\frac{\bar{x}_2 - d_1}{d_2 - \bar{x}_2} = \frac{P_k}{P_{k+1}}$, $k = 1, 3, 5, 7$.

В зависимости от выбора диапазона изменения этого значения \bar{X} , т.е. значений d_1 и d_2 , и в этом случае для одного и того же результата Fuzzy-логического вывода могут быть рассчитаны различные значения выходной переменной.

ВЫВОДЫ

1. Предложенные в работе алгоритмы дефаззификации позволяют в случае при наличии оверлеев и различных по величине несимметричных логических термов ФП выходной переменной получить результат Fuzzy-логического вывода, который более правильно интерпретируется с физической и экономической точки зрения и более понятен эксперту.

2. Благодаря возможности варьирования параметров описанных в работе алгоритмов в каждом конкретном случае может быть найден вариант реализации, который наилучшим способом соответствует конкретной области приложений.

3. Небольшой объем вычислений, требуемый для реализации предложенных алгоритмов, позволяет реализовать их в системах управления реального времени на контроллерах малой производительности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Заде Л.* Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. — М.: Мир, 1976. — 169 с.
2. *Zadeh L.A.* Fuzzy sets // *Information and Control*. — 1965. — 8 (3). — P. 338–353.
3. *Zimmermann H-J.* Fuzzy set theory and its applications. — Boston: Kluwer Academic Publishers, 2001.
4. *Rommelfanger H.* Entscheiden bei Unschärfe. Fuzzy Decision Support-Systeme. — Berlin: Springer-Verlag, 1988. — 304 s.
5. *Зак Ю.А.* Принятие решений в условиях размытых и нечетких данных. — М.: URSS, Либроком, 2012. — 349 с.
6. *Згуровский М., Зайченко Ю.* Модели и методы принятия решений в нечетких условиях. — К.: Наук. думка, 2013. — 275 с.

Поступила 13.01.2014

УПРАВЛЕНИЕ СООТНОШЕНИЯМИ КООРДИНАТ КОГНИТИВНОЙ МОДЕЛИ СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ НЕУСТОЙЧИВОМ ИМПУЛЬСНОМ ПРОЦЕССЕ

В.Д. РОМАНЕНКО, Ю.Л. МИЛЯВСКИЙ

Рассмотрен вопрос управления соотношениями координат когнитивных карт (КК) в условиях неустойчивых импульсных процессов в КК. Для решения этой задачи разработан метод стабилизации координат вершин КК на заданных уровнях путем формирования управляющих воздействий, действующих на все вершины КК. Для этого динамика КК представлена в виде модели типа «вход–выход» в полных значениях координат вершин КК. Для обеспечения устойчивости замкнутой системы управления, сформирована эталонная модель динамики с наперед заданными значениями полюсов системы. На основе тождественности этой модели и характеристического полинома замкнутой системы определяются параметры закона управления. Задача управления соотношениями координат КК решена без введения обратной связи путем формирования вектора задающих воздействий на основе линейного соотношения между координатами КК. Рассмотрен практический пример КК функционирования коммерческого банка. На основе цифрового моделирования решена задача поддержки заданного соотношения между объемами кредитного и депозитного портфелей при неустойчивом импульсном процессе.

ВВЕДЕНИЕ

Для изучения поведения слабоформализуемых сложноструктурированных процессов применяется когнитивное моделирование, в основе которого лежит понятие КК. При воздействии внешних возмущений в КК происходят импульсные переходные процессы, динамика которых описывается разностным уравнением первого порядка [1–3]:

$$\Delta y_i(k+1) = \sum_{j=1}^n a_{ij} \Delta y_j(k), \quad (1)$$

где $\Delta y_i(k) = y_i(k) - y_i(k-1)$, $i = 1, 2, \dots, n$.

В векторной форме (1) можно записать как

$$\Delta \bar{y}(k+1) = W^T \Delta \bar{y}(k), \quad (2)$$

где W — весовая матрица смежности КК.

В работе [4] выполнена разработка модели управляемого импульсного процесса КК типа «вход–выход» при воздействии внешних управлений в виде

$$(I - Aq^{-1})\Delta \bar{y}(k) = Bq^{-1}\Delta \bar{u}(k), \quad (3)$$

где q^{-1} — оператор обратного сдвига на один период квантования, а матрица A составлена из коэффициентов КК (1), $A = W^T$. В модели (3) введен вектор

приращений внешних управлений $\Delta \bar{u}(k) = \bar{u}(k) - \bar{u}(k-1)$, которые воздействуют непосредственно на вершины КК и формируются по отдельному закону управления. При этом диагональную матрицу B можно принимать единичной. В [4] выполнена разработка и исследование системы стабилизации неустойчивого импульсного процесса (3) в приращениях переменных.

Модель КК (3) отличается отсутствием динамических связей по управлению и сложной динамикой между координатами (вершинами) КК.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача управления соотношениями координат КК до настоящего времени не рассматривалась. Однако актуальность этой задачи является очевидной, поскольку в сложных системах разной природы (социально-экономических, политических, административных, финансовых, экологических и прочих) возникает необходимость обеспечивать заданное соотношение между отдельными наиболее важными координатами. При этом предполагается, что исходная динамическая модель импульсного процесса (3) в КК является неустойчивой.

Цель работы — зная динамику неустойчивого импульсного процесса КК в приращениях координат вершин получить алгоритм управления, обеспечивающий соблюдение заданных соотношений между установившимися значениями координат.

Для решения задачи управления соотношениями координат КК необходимо представить управляемую динамическую модель переходного процесса (3) типа «вход–выход» не в приращениях, а в полных значениях координат КК.

Для стабилизации неустойчивого переходного процесса КК в полных значениях координат необходимо выполнить синтез закона управления $\bar{u}(k) = \phi\{\bar{G} - \bar{y}(k)\}$, который эффективно обеспечивает стабилизацию координат $\bar{y}(k)$ КК на заданных уровнях \bar{G} путем непосредственного воздействия управлений на вершины КК.

Управление соотношениями координат КК необходимо выполнять на основе сформированной матрицы соотношений R .

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ НЕУСТОЙЧИВОГО ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА КООРДИНАТ ВЕРШИН КК НА ЗАДАННЫХ УРОВНЯХ

Модель переходного процесса КК при представлении импульсного процесса (1) в полных координатах вершин имеет вид

$$[I - (I + A)q^{-1} + Aq^{-2}] \bar{y}(k) = 0. \quad (5)$$

При этом, корни $\det[I - (I + A)q^{-1} + Aq^{-2}] = 0$ по модулю могут быть больше единицы, что приводит к неустойчивости (5). Для стабилизации координат процесса (5) необходимо формировать вектор внешних управлений,

которые будут воздействовать непосредственно на вершины КК $y_i(k)$, $k = 1, 2, \dots, n$. Тогда динамику вынужденного движения вершин КК при воздействии внешних управлений можно представить так:

$$[I - (I + A)q^{-1} + Aq^{-2}] \bar{y}(k) = Bq^{-1} \bar{u}(k), \quad (6)$$

где диагональная матрица B выбирается проектировщиком системы когнитивного управления и на начальном этапе проектирования равна $B = I$.

Закон управления регулятора системы стабилизации выбирается в следующей форме:

$$\bar{u}(k) = (P_1 + P_2 q^{-1}) [\bar{G} - \bar{y}(k)], \quad (7)$$

где \bar{G} — вектор задающих воздействий, на уровнях составляющих которого необходимо стабилизировать вершины КК y_i .

Подставим (7) в (6), тогда после элементарных преобразований получим уравнение замкнутой системы стабилизации:

$$[I + (BP_1 - I - A)q^{-1} + (A_1 + BP_2)q^{-2}] \bar{y}(k) = B(P_1 q^{-1} + P_2 q^{-2}) \bar{G}, \quad (8)$$

из которого определяется

$$\bar{y}(k) = [I + (BP_1 - I - A)q^{-1} + (A_1 + BP_2)q^{-2}]^{-1} B(P_1 q^{-1} + P_2 q^{-2}) \bar{G}. \quad (9)$$

Для обеспечения устойчивости замкнутой системы корни характеристического уравнения

$$\det[I + (BP_1 - I - A)q^{-1} + (A_1 + BP_2)q^{-2}] = 0 \quad (10)$$

должны быть по модулю меньше единицы. Для этого сформируем эталонную модель динамики замкнутой системы с наперед выбранными корнями, которые по модулю будут меньше единицы. Сформированную эталонную модель приравняем к характеристическому полиному замкнутой системы:

$$I + (BP_1 - I - A)q^{-1} + (A_1 + BP_2)q^{-2} = I + A_{M_1} q^{-1} + A_{M_2} q^{-2}. \quad (11)$$

Для определения параметров закона управления (7) приравняем в (11) коэффициенты при одинаковых степенях оператора q :

$$A_{M_1} = BP_1 - I - A,$$

$$A_{M_2} = A + BP_2.$$

Из полученных равенств вычисляем матрицы параметров закона управления (7):

$$P_1 = B^{-1}(I + A + A_{M_1}), \quad P_2 = B^{-1}(A_{M_2} - A). \quad (12)$$

Если выбрать $B = I$, тогда

$$P_1 = I + A + A_{M_1},$$

$$P_2 = A_{M_2} - A. \quad (13)$$

В результате закон управления (7) будет иметь вид:

$$\bar{u}(k) = (I + A + A_{M_1} + (A_{M_2} - A)q^{-1})[\bar{G} - \bar{y}(k)].$$

При подстановке матриц параметров (12) в (8) уравнение замкнутой системы управления динамикой КК примет вид

$$\bar{y}(k) = -A_{M_1}\bar{y}(k-1) - A_{M_2}\bar{y}(k-2) + (I + A_{M_1} + A_{M_2})\bar{G}, \quad (14)$$

откуда можно сделать вывод, что переходной процесс в управляемой КК будет определяться сформированной динамикой эталонной модели.

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ СООТНОШЕНИЯМИ КООРДИНАТ КОГНИТИВНОЙ КАРТЫ

В работе рассматривается проблема синтеза системы управления динамическим режимом КК, которая должна обеспечить выполнение двух задач, а именно: задачи стабилизации неустойчивого импульсного процесса в КК и задачи координации вершин КК. Под задачей координации будем понимать управление с целью соблюдения линейных соотношений между координатами КК в виде

$$R\bar{G} = \bar{b}, \quad (15)$$

где R — заданная невырожденная матрица соотношений (размерности $n \times n$), \bar{G} — вектор задающих воздействий замкнутой системы стабилизации, \bar{b} — заданный вектор размерности n . Задача стабилизации неустойчивого импульсного процесса решена выше. Задача управления соотношениями выходных координат КК решается без обратной связи (рис. 1) согласно [5]. Другими словами, задающие воздействия выбираются так, чтобы удовлетворять желаемым соотношениям. Тогда в случае, если стабилизация на заданных уровнях выполняется успешно, соотношение также выполняется.

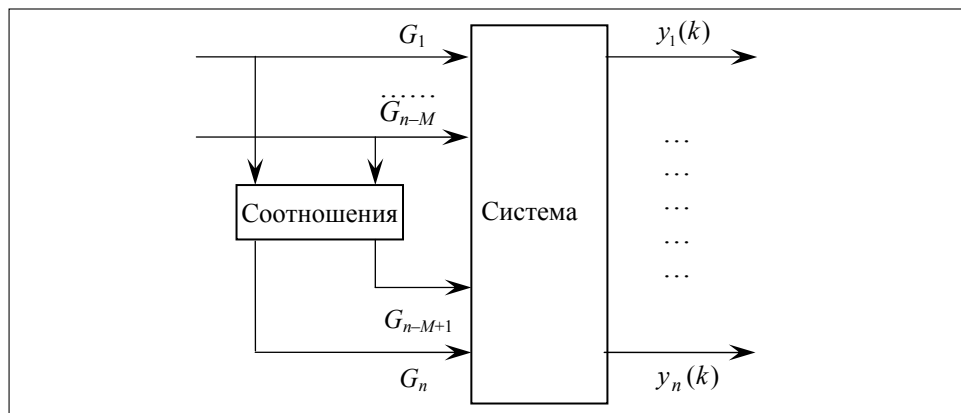


Рис. 1. Схема координирующего управления

Преимуществом схемы, изображенной на рис. 1, является простота и «чистота» задающих сигналов \bar{G} , не связанных с качеством замкнутой системы управления КК. Недостатком данной схемы является то, что заданное соотношение (15) выполняется только в установившемся состоянии, что вполне достаточно при неустойчивом исходном импульсном процессе КК. Согласно (15) вектор задающих воздействий определяется как

$$\bar{G} = R^{-1}\bar{b}, \quad (16)$$

и стабилизация координат вершин КК выполняется при установленном соотношении между ними.

В случае, если количество соотношений меньше, чем количество координат, то имеет смысл объединить задачу стабилизации и координации. А именно — дополнить множество соотношений уравнениями типа $G_i = b_i$, где b_i — фиксированные значения задающих воздействий, так, чтобы их суммарное количество было равно n .

ПРИМЕР СТАБИЛИЗАЦИИ И КООРДИНАЦИИ ВЕРШИН КОГНИТИВНОЙ КАРТЫ ДЛЯ КОММЕРЧЕСКОГО БАНКА

Рассмотрим следующую КК [4], описывающую в первом приближении работу коммерческого банка (рис. 2).

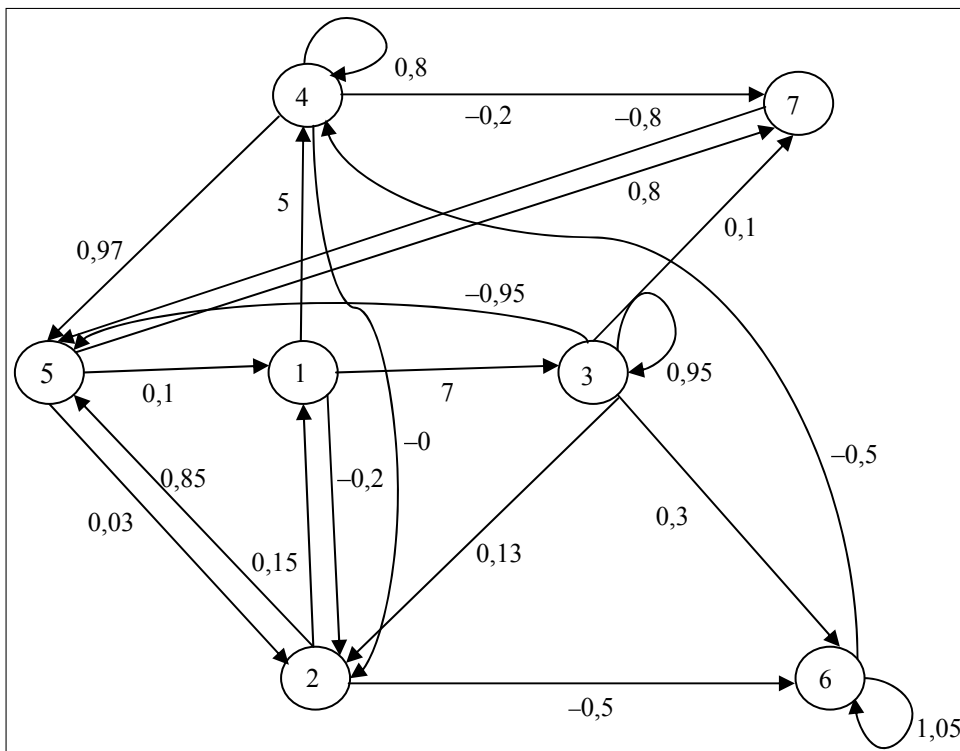


Рис. 2. Когнитивная карта для коммерческого банка, где: 1 — региональная сеть, 2 — капитал, 3 — кредиты, 4 — депозиты, 5 — ликвидные активы, 6 — мера риска стабильности, 7 — мера риска ликвидности

Весовая матрица смежности этой КК имеет вид:

$$W = \begin{pmatrix} 0 & -0,2 & 7 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0,15 & 0 & 0 & 0 & 0,85 & -0,5 & 0 \\ 0 & 0,13 & 0,95 & 0 & -0,95 & 0,3 & 0,1 \\ 0 & -0,2 & 0 & 0,8 & 0,9 & 0 & -0,2 \\ 0,1 & 0,03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,8 \\ 0 & 0 & 0 & -0,5 & 0 & 1,05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,8 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Собственные числа этой матрицы равны $0,1127 \pm 0,7289i$, $-0,0873 \pm 0,1701i$, $0,6415$, $1,0538 \pm 0,3134i$ (по модулю больше единицы). Следовательно, система неустойчива.

Переходя к системе типа «вход–выход», в принятых обозначениях получим $A = W^T$, $B = I$. Все величины измеряются в миллионах гривен. Примем начальные значения вектора координат вершин КК равными 100, 500, 1500, 1000, 200, 150, 250, а начальные приращения равными $-2, 0, -20, -18, 2, 0, 0$. Пусть соотношение, которое должно быть выполнено, заключается в том, чтобы объем кредитов был в 1,5 раза больше, чем объем депозитов. Для остальных координат зададим некоторые желаемые значения (задающие воздействия) и представим уравнение (15) в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \\ G_5 \\ G_6 \\ G_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 210 \\ 520 \\ 0 \\ 1100 \\ 220 \\ 150 \\ 250 \end{pmatrix}.$$

В качестве эталонной модели замкнутой системы возьмем диагональный матричный полином с одинаковыми полиномами на главной диагонали. Пусть корни характеристического уравнения равны 0,1 и 0,2, и соответственно коэффициенты $A_{M_1} = -0,3I$, $A_{M_2} = 0,02I$.

В итоге получим графики изменения координат вершин КК (рис. 3). На рис. 4 показаны графики ошибки управления $\bar{e} = \bar{G} - \bar{y}$, т.е. разности между задающими воздействиями и координатами КК. На рис. 5 представлено значение соотношения между кредитами и депозитами, желаемое значение которого равно 1,5. На рис. 6 — графики изменения управлений.

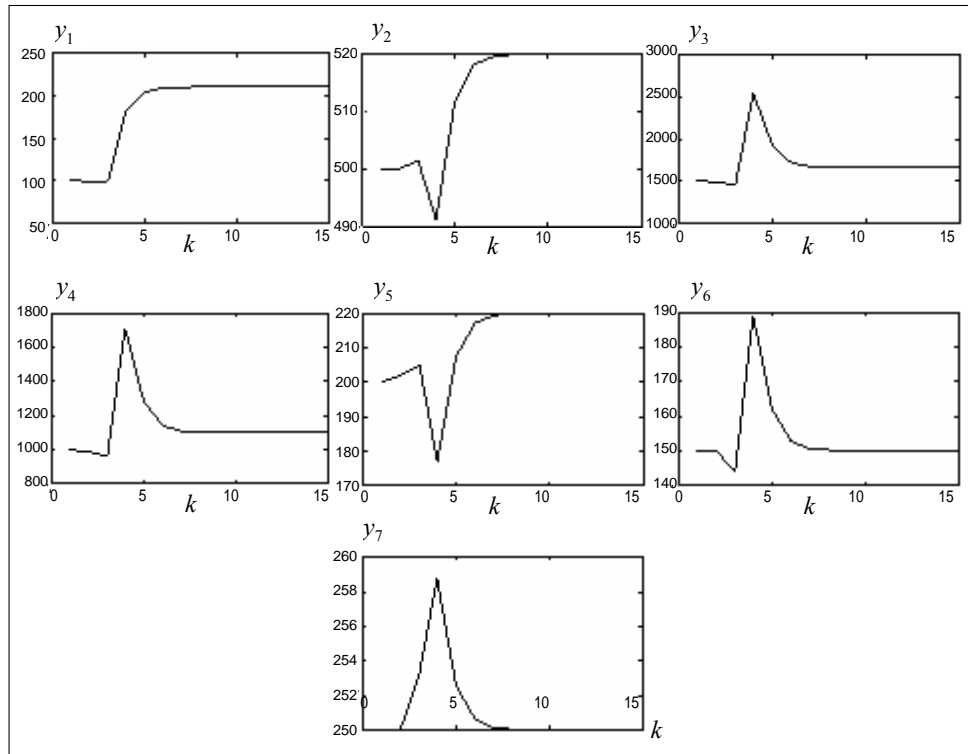


Рис. 3. Графики изменения координат вершин КК

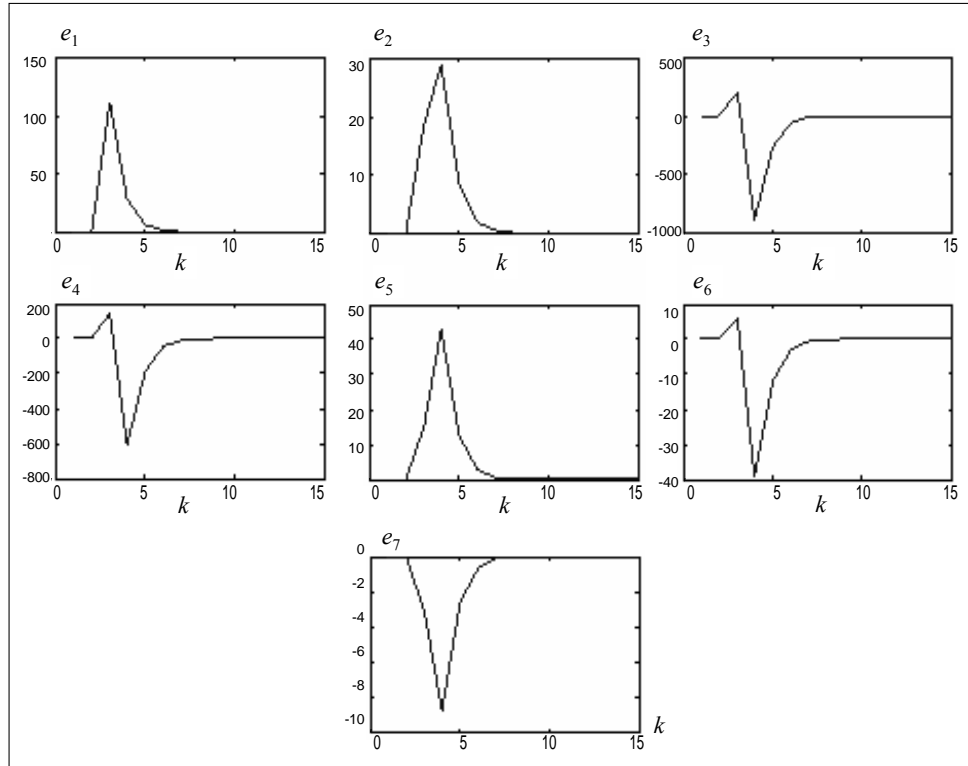


Рис. 4. Графики изменения ошибок управления

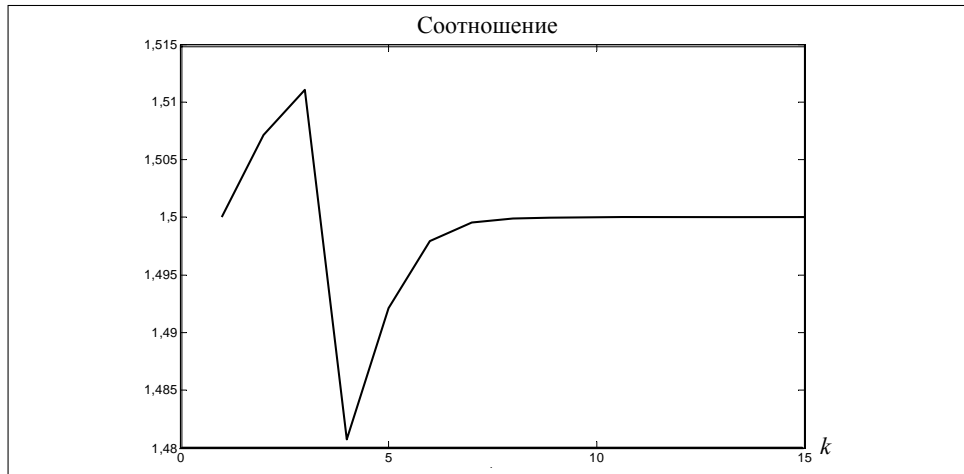


Рис. 5. Динамика изменения соотношения между кредитами и депозитами

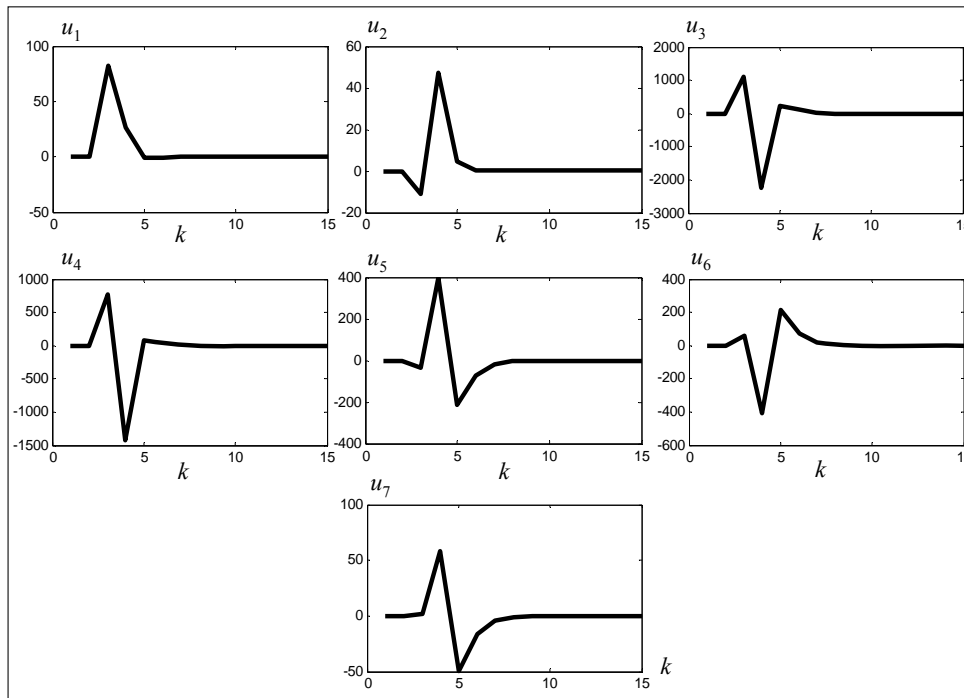


Рис. 6. Графики изменения управляющих воздействий

ВЫВОДЫ

В данной работе впервые рассмотрен вопрос об управлении соотношениями в когнитивных картах. Был разработан метод стабилизации координат вершин КК на заданных уровнях путем формирования управляющих воздействий, действующих на все вершины КК. Для этого КК представлена в виде модели типа «вход – выход» в полных значениях координат вершин КК. Проектировщиком задаются желаемые значения полюсов замкнутой системы управления. Закон управление обеспечивает желаемую динамику коор-

динат в переходном процессе. Задача координации решена без обратной связи путем формирования задающих воздействий, удовлетворяющих желаемым соотношениям. Теоретические результаты проиллюстрированы на примере КК, описывающей работу коммерческого банка, в которой необходимо соблюсти соотношение между объемом кредитного и депозитного портфелей при неустойчивом импульсном процессе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. Пер. с англ. — М.: Наука, 1986. — 496 с.
2. Авдеева З.К., Коврига С.В., Макаренко Д.И., Максимов В.И. Когнитивный подход в управлении // Проблемы управления. — 2002. — № 3. — С. 2–8.
3. Романенко В.Д., Миявский Ю.Л. Обеспечение устойчивости импульсных процессов в когнитивных картах на основе моделей в пространстве состояний // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2014. — № 1. — С. 26–42.
4. Романенко В.Д., Миявский Ю.Л., Реутов А.А. Метод адаптивного управления неустойчивыми импульсными процессами в когнитивных картах на основе эталонных моделей // Проблемы управления и информатики. — 2015. — № 2. — С. 35–45.
5. Романенко В.Д., Миявський Ю.Л. Синтез багатовимірних координуючих систем керування з різномовною дискретизацією в детермінованому середовищі // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2011. — № 4. — С. 7–20.

Поступила 15.09.2014

МЕТОДИ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВИТІСНЕННЯ НАФТИ ТЕПЛОНОСІЄМ З УРАХУВАННЯМ ЕФЕКТУ ГІДРОРОЗРИВУ

А.Я. БОМБА, А.М. СІНЧУК, С.В. ЯРОЩАК

На основі розроблених методів комплексного аналізу, створено підхід до розв'язання нелінійних крайових задач неізотермічної багатофазної фільтрації в елементах площового заводнення за умов збурення фільтраційної течії тріщинами гідравлічного розриву пласта. Побудовано числовий алгоритм для розрахунку гідродинамічної сітки, відшукування полів температури та насиченості, координат критичних точок, фільтраційних витрат як на нагнітальних, так і на експлуатаційних свердловинах, моментів часу прориву витісняючого реагенту та повного заводнення експлуатаційних свердловин, встановлення значень об'єму витісненого флюїду протягом визначеного часу та відповідного об'єму, що залишається у пласті в довільний момент часу, зокрема після припинення процесу витіснення, а також відшукування місцезнаходження ділянок «застою» нафти тощо. Проведено аналіз числових розрахунків перерозподілу відповідних фільтраційних характеристик та встановлено особливості протікання процесу витіснення нафти у випадках неізотермічної та ізотермічної фільтрації.

ВСТУП

У процесі видобутку нафти середньої та високої в'язкості (наприклад, природних бітумів) ефективною, для підтримки пластового тиску та покращення реологічних властивостей флюїдів, є технологія нагнітання в пласт різних робочих агентів — теплоносіїв. При цьому, за рахунок переносу течією тепла здійснюється розігрів зон пласта між свердловинами, у зв'язку з чим знижується в'язкість нафти в цих зонах і тим самим покращується гідродинамічний зв'язок між ними.

Мета роботи — математичне моделювання процесів витіснення флюїдів у нафтових пластах з урахуванням впливу тріщин ГРП та розвиток числових методів комплексного аналізу розв'язання відповідних крайових задач багатофазної фільтрації.

Розвинуто методи [1–2] комплексного аналізу математичного моделювання нелінійних процесів ізотермічної багатофазної фільтрації на випадок витіснення нафти з горизонтального пласта теплоносієм в умовах його гідравлічного розриву (ГРП) [3–6]. На основі методів квазіконформних відображень та поетапної фіксації характеристик середовища і процесу розроблено числовий алгоритм розв'язування відповідних нелінійних крайових задач на побудову гідродинамічних сіток, відшукування полів температури та насиченості, координат точок «призупинки», фільтраційних витрат, часу повного заводнення тощо.

ЗАГАЛЬНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо нелінійну крайову задачу двофазної неізотермічної фільтрації у процесі витіснення нафти теплоносієм (зокрема, водою) в горизонтальному пласті \tilde{G}_z , який обмежений зовнішнім непроникним контуром, контурами почергово розміщеними рядами нагнітальних та експлуатаційних свердловин, пронизаних тріщинами ГРП скінченної проникності (рис. 1, а), в умовах відсутності перетоків між відповідними рядами. За умов існування певного роду симетрії, можна виділити елемент G_z ($z = x + iy$), що містить дві нагнітальні та одну експлуатаційну свердловини (рис. 1, б).

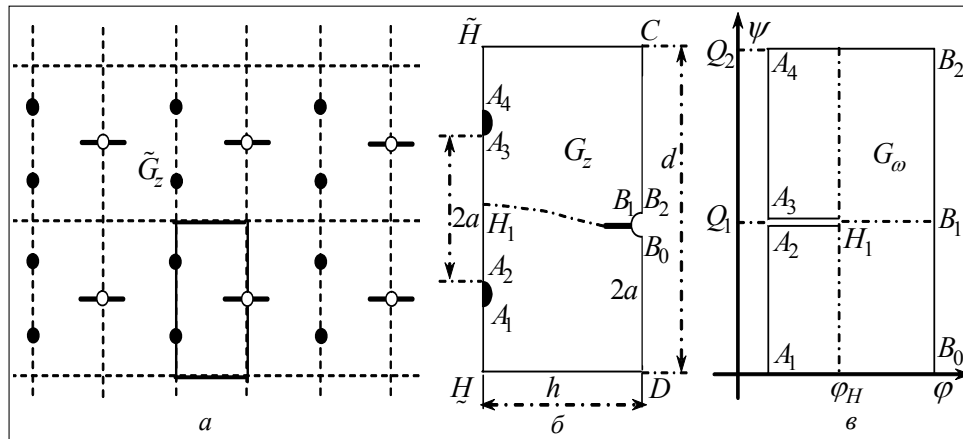


Рис. 1. Модель нафтового пласта, де: а — схематичне зображення розміщення свердловин у пласті з виділеним елементом симетрії; б — елемент симетрії пласта з відповідними розмірами (r — радіус свердловин, a — половина відстані між нагнітальними свердловинами, h — відстань між рядами нагнітальних та експлуатаційних свердловин, $d = 4(r + a)$); в — відповідна область комплексного квазіпотенціалу елемента симетрії пласта

Відповідні закон руху та рівняння нерозривності течії записано відносно квазіпотенціалу швидкості фільтрації $\varphi = \varphi(x, y, t) = -p(x, y, t) + \tilde{p}$, де $p(x, y, t)$ — тиск в точці (x, y) в момент часу t , \tilde{p} — деяке характерне його значення), згідно з [1, 3, 4, 7] представимо у вигляді: $\vec{v}_l = \frac{k\tilde{k}_l(s)}{\mu_l(T)} \text{grad } \varphi$,

$$\sigma \frac{\partial s_l}{\partial t} + \text{div } \vec{v}_l = 0, \quad l = \overline{1, 2}, \quad s_1 + s_2 = 1, \quad \text{де } \vec{v}_l, \mu_l(T) \text{ — вектор швидкості та коефіцієнт в'язкості для } l\text{-ї фази; } T(x, y, t) \text{ — температура; } k(x, y) = \begin{cases} k_\lambda, & (x, y) \in D_\lambda, \\ k_*, & (x, y) \in G_z \setminus \bigcup_\lambda D_\lambda, \end{cases} \text{ — коефіцієнт абсолютної проникності ґрунту; } D_\lambda$$

($\lambda \in N$) — ділянка пласта, що відповідає λ -й тріщині; $\tilde{k}_1 = \tilde{k}_1(s)$ — відносні фазові проникності ($s = s_2$); σ — коефіцієнт пористості ґрунту; $s_l(x, y, t)$ — насиченість пористого середовища відповідною фазою в точці (x, y) у момент часу t (тут і надалі час t та інші величини є безрозмірними). Звідси, з урахуванням сумарної швидкості $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ фільтраційної течії, маємо:

$$\text{div } \vec{v} = 0, \quad \vec{v} = \bar{k}(s, T) \text{grad } \varphi, \quad (1)$$

$$\sigma \frac{\partial s}{\partial t} + \bar{v} \operatorname{grad} f(s, T) = 0, \quad (2)$$

$$\text{де } f(s, T) = \frac{\mu_1(T) \tilde{k}_2(s)}{\mu_2(T) \tilde{k}_1(s) + \mu_1(T) \tilde{k}_2(s)}, \quad \bar{k}(s, T) = \frac{k \tilde{k}_1(s)}{\mu_1(T)} + \frac{k \tilde{k}_2(s)}{\mu_2(T)}.$$

Вважаємо, що на нагнітальних L_g ($g = \overline{1, 2}$) та експлуатаційній L^* свердловинах підтримуються постійні тиски (відповідні їм квазіпотенціали позначимо як φ_* та φ^*), на межі ∂D_λ тріщин ГРП виконуються умови неперервності потоку і тиску. Інші ділянки границі області G_z є лініями течії, вздовж яких, зокрема, мають місце рівності

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{\tilde{L}} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{L} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{\bar{L}} = 0,$$

де

$$L_g = \{z = x + iy : u_g(x, y) = 0\} = \{z : x = r \cdot \cos \theta, \\ y = r \cdot \sin \theta + (2g - 1) \cdot (a + r), 1,5\pi \leq \tau \leq 2,5\pi\},$$

$$L^* = \{z = x + iy : u^*(x, y) = 0\} = \\ = \{z : x = r \cdot \cos \theta + h, y = r \cdot \sin \theta + d/2, 0,5\pi \leq \tau \leq 1,5\pi\},$$

$$\tilde{L} = A_1 \tilde{H} \cup \tilde{H} D \cup D B_0 = \{z : \tilde{u}(x, y) = 0\}, \quad A_1 \tilde{H} = \{z : x = 0, 0 \leq y \leq a\}, \quad 0 \leq x \leq h\},$$

$$\tilde{H} D = \{z : y = 0, D B_0 = \{z : x = h, 0 \leq y \leq d/2 - r\},$$

$$\tilde{L} = A_4 \tilde{H} \cup \tilde{H} C \cup C B_2 = \{z : \tilde{u}(x, y) = 0\}, \quad A_4 \tilde{H} = \{z : x = 0, d - a \leq y \leq d\},$$

$$\tilde{H} C = \{z : y = d, 0 \leq x \leq h\}, \quad C B_2 = \{z : x = h, d/2 + r \leq y \leq d\},$$

$$\tilde{L} = A_2 H_1 A_3 = \{z : x = 0, 2(a + r) - a \leq y \leq 2(a + r) + a\}.$$

Початковий розподіл насиченості в пласті і її значення на нагнітальних свердловинах позначимо відповідно через $s(x, y, 0) = s^0(x, y)$ та $s|_{L_g} = s_*$.

Для опису процесу перерозподілу тепла між фазами та скелетом, прийемо однотемпературну модель, згідно з якою передача тепла від флюїду до скелету і в зворотному напрямку є миттєвою. Таким чином, для розрахунку теплового поля використовуватимемо наступне рівняння [8]:

$$\frac{\partial C(s)T}{\partial t} + \operatorname{div}[(c_1 \rho_1 \bar{v}_1 + c_2 \rho_2 \bar{v}_2)T] = 0, \quad (3)$$

де $C(s) = \sigma \rho_1 c_1 (1 - s) + \sigma \rho_2 c_2 s + (1 - \sigma) \rho_3 c_3$ — об'ємна теплоємність пористого середовища; c_κ , ρ_κ — питома теплоємність і густина для нафти, води і скелету пласта ($\kappa = \overline{1, 3}$). Використовуючи формули для визначення швид-

костей руху нафти та води [1]: $\vec{v}_1 = (1 - f(s, T))\vec{v}$, $\vec{v}_2 = f(s, T)\vec{v}$ та співвідношення (1), рівняння (3) перепишемо так:

$$\sigma \frac{\partial \tilde{T}(s)}{\partial t} + \vec{v} \operatorname{grad} \tilde{f}(s, T) = 0, \quad (4)$$

де $\tilde{T}(s) = C(s)T = (\tilde{\alpha}s + \tilde{\beta})T$, $\tilde{f}(s, T) = (\tilde{\alpha}f(s, T) + c_1\rho_1)T$, $\tilde{\alpha} = \rho_2c_2 - \rho_1c_1$, $\tilde{\beta} = \rho_1c_1 + (\sigma^{-1} - 1)\rho_3c_3$. Як бачимо, спрощений запис рівняння (4) (для відшукування теплового поля) є аналогічним до рівняння (2) (для відшукування поля насиченості), що в свою чергу є передумовою для використання розроблених у роботах [1, 2, 4, 5] алгоритмів розв'язання ізотермічних задач багатофазної фільтрації.

Для відшукування поля температури вважатимемо заданим його розподіл у початковий момент часу $T(x, y, 0) = T^0(x, y)$ та значення температури на контурах області:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\tilde{L}} = \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_L = \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\tilde{L}} = 0, \quad T|_{L_1} = T|_{L_2} = T^*. \quad (5)$$

У ході розв'язання описаної вище нелінійної задачі використовуємо розроблені і апробовані нами [1–3] числові методи квазіконформних відображень та ідеї поетапної фіксації характеристик середовища і процесу.

МЕТОД КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ

Аналогічно до [1], ввівши функцію течії ψ , комплексно спряжену до φ , задача на побудову гідродинамічної сітки, відшукування фільтраційної витрати та інших характерних фільтраційних параметрів за знайденими (фіксованими у цей момент часу) полями насиченості та температури зводиться до задачі на квазіконформне відображення $\omega = \omega(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$ однозв'язної області G_z на відповідну область комплексного квазіпотенціалу

$$G_\omega = \bigcup_{g=1}^2 G_g \cup \bar{L}_1 \quad (\text{рис. 1, в}). \text{ А саме:}$$

$$\bar{k}(s, T) \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \bar{k}(s, T) \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (x, y) \in G_z,$$

$$\varphi|_{L_1} = \varphi|_{L_2} = \varphi^*, \quad \varphi|_{L^*} = \varphi^*, \quad [\varphi]|_{\partial D_\lambda} = 0, \quad [v_n]|_{\partial D_\lambda} = 0,$$

$$\psi|_{\tilde{L}} = 0, \quad \psi|_{A_2H_1A_3} = Q_1, \quad \psi|_{\tilde{L}} = Q_2, \quad (6)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -\frac{\bar{k}}{\sigma} \frac{\partial f}{\partial s} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial s}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial s}{\partial y} \right), \quad s|_{L_1} = s|_{L_2} = s^*, \quad s|_{t=0} = s^0(x, y), \quad (7)$$

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} = -\frac{\bar{k}}{\sigma} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial y} \right), \quad T|_{L_1} = T|_{L_2} = T^*, \quad T|_{t=0} = T^0(x, y), \quad (8)$$

де

$$\begin{aligned} v(x, y) &= \sqrt{v_x^2(x, y) + v_y^2(x, y)}, \quad G_1 = \{\omega: \varphi_* < \varphi < \varphi^*, 0 < \psi < Q_1\}, \\ G_2 &= \{\omega: \varphi_* < \varphi < \varphi^*, Q_1 < \psi < Q_2\} \quad \bar{L}_1 = \{\omega: \varphi_{H_1} < \varphi < \varphi^*, \psi = Q_1\}, \\ Q_1 &= \oint_{L_1} -v_y dx + v_x dy, \quad Q_2 - Q_1 = \oint_{L_2} -v_y dx + v_x dy \quad \text{— невідомі витрати,} \\ Q_2 &\text{ — сумарна витрата на експлуатаційній свердловині,} \\ [\bullet]_{\partial D_\lambda} &\text{ — стрибок відповідної функції на } \partial D_\lambda. \end{aligned}$$

Обернену до (6) крайову задачу на квазіконформне відображення $z = z(\omega) = x(\varphi, \psi) + iy(\varphi, \psi)$ області G_ω на G_z , а також, як наслідок, рівняння для дійсної $x = x(\varphi, \psi)$ та уявної $y = y(\varphi, \psi)$ частин характеристичної функції течії запишемо у вигляді:

$$\bar{k} \frac{\partial y}{\partial \psi} = \frac{\partial x}{\partial \varphi}, \quad \bar{k} \frac{\partial x}{\partial \psi} = -\frac{\partial y}{\partial \varphi}, \quad (\varphi, \psi) \in G_\omega, \quad (9)$$

$$u(x(\varphi, 0), y(\varphi, 0)) = 0, \quad \tilde{u}(x(\varphi, Q_2), y(\varphi, Q_2)) = 0, \quad \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^*,$$

$$u_1(x(\varphi_*, \psi), y(\varphi_*, \psi)) = 0, \quad 0 \leq \psi \leq Q_1,$$

$$u_2(x(\varphi_*, \psi), y(\varphi_*, \psi)) = 0, \quad Q_1 \leq \psi \leq Q_2,$$

$$u^*(x(\varphi^*, \psi), y(\varphi^*, \psi)) = 0, \quad 0 \leq \psi \leq Q_2,$$

$$x_-(\varphi, Q_1) = 0, \quad 2(a+r) - a \leq y_-(\varphi, Q_1) \leq y_{H_1},$$

$$x_+(\varphi, Q_1) = 0, \quad y_{H_1} \leq y_+(\varphi, Q_1) \leq 2(a+r) + a, \quad \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi_{H_1},$$

$$[x(\varphi, \psi)]_{\partial D_\lambda} = [y(\varphi, \psi)]_{\partial D_\lambda} = 0,$$

$$\left[\bar{k} \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial \psi}\right)^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \psi}\right)^2} \cos(\bar{v}, \bar{n}) \right]_{\partial D_\lambda} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} \left(\bar{k} \frac{\partial x}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{\bar{k}} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \right) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\bar{k} \frac{\partial y}{\partial \psi} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{\bar{k}} \frac{\partial y}{\partial \varphi} \right) = 0. \quad (11)$$

Використавши відповідні формули переходу $J = \frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial y}{\partial \psi} - \frac{\partial x}{\partial \psi} \frac{\partial y}{\partial \varphi}$,

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \psi} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \varphi} \frac{\partial}{\partial \psi}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = -\frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \psi} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \varphi} \frac{\partial}{\partial \psi}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{1}{J} \frac{\partial y}{\partial \psi}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \psi}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \varphi}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{1}{J} \frac{\partial x}{\partial \varphi},$$

умови (9) та формули для обчислення

компонент сумарної швидкості $v_x = \frac{\bar{k}}{J(\varphi, \psi)} \frac{\partial y}{\partial \psi}$, $v_y = -\frac{\bar{k}}{J(\varphi, \psi)} \frac{\partial x}{\partial \psi}$, задачі для насиченості та теплопровідності (7)–(8) перепишемо так:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -\frac{v^2}{\sigma \bar{k}} \frac{\partial f}{\partial \varphi}, \quad (12)$$

$$s(x(\varphi_*, \psi), y(\varphi_*, \psi), t) = s_*, \quad \psi \in [0, Q_1) \cup (Q_1, Q_2],$$

$$s(x(\varphi, \psi), y(\varphi, \psi), 0) = s^0(x(\varphi, \psi), y(\varphi, \psi)), \quad \psi \in [0, Q_2], \quad \varphi \in [\varphi_*, \varphi^*], \quad (13)$$

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} = -\frac{v^2}{\sigma \bar{k}} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \varphi}, \quad (14)$$

$$\tilde{T}(x(\varphi_*, \psi), y(\varphi_*, \psi), t) = (\tilde{\alpha} \cdot s_* + \tilde{\beta}) T_*, \quad \psi \in [0, Q_1) \cup (Q_1, Q_2],$$

$$\tilde{T}(x(\varphi, \psi), y(\varphi, \psi), 0) = (\tilde{\alpha} \cdot \tilde{s}(x(\varphi, \psi), y(\varphi, \psi)) + \tilde{\beta}) T^0(x(\varphi, \psi), y(\varphi, \psi)),$$

$$0 \leq \psi \leq Q_2, \quad \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^*, \quad (15)$$

де рівняння (12) та (14) є фактично просторово-одновимірними, адже змінна ψ тут фігурує як параметр.

На основі методу квазіконформних відображень та процедури поетапної фіксації різних характеристик середовища і процесу нами запропоновано комплексний підхід, який дозволяє суттєво спростити розв'язання задачі неізотермічної багатофазної фільтрації. Такий підхід забезпечує можливість одночасно та більш ефективно враховувати різноманітні аспекти протікання досліджуваного процесу в одній розрахунковій процедурі без додаткового перерахунку фільтраційних характеристик (поля швидкостей, фільтраційних витрат тощо) та використання інтерполяційних і градієнтних методів для побудови еквіпотенціалей, ліній та трубок течії.

Алгоритм розв'язування відповідної крайової задачі для нелінійних систем диференціальних рівнянь у частинних похідних у сітковій області представимо у вигляді такої послідовності етапів: за заданими геометрією області фільтрації та початковими і граничними умовами розраховується поле потенціалу швидкості за поточними полями насиченості та температури (розв'язуємо задачу на квазіконформне відображення — будуємо гідродинамічну сітку, характерні лінії розділу течії, знаходимо квазіпотенціал φ , витрату та інші невідомі фільтраційні параметри); перераховується поле насиченості (за знайденими фільтраційними характеристиками згідно з (12) знаходимо перерозподіл насиченості); розраховується поле температури (за знайденими фільтраційними характеристиками та перерахованим полем насиченості згідно з (14) знаходимо перерозподіл температури); перевіряються умови зупинки роботи алгоритму при невиконанні яких переходимо до повторного уточнення відповідних величин алгоритму (зокрема, однією з таких умов зупинки, може бути умова перевищення допустимої частки витісняючої рідини в продукції експлуатаційної свердловини).

АЛГОРИТМ ЧИСЛОВОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

Для побудови різницевого аналогу задачі введемо в області G_ω рівномірну ортогональну сітку, вузли (φ_i, ψ_j) якої визначаємо так:

$$\varphi_i = \begin{cases} \varphi_* + i\Delta\varphi_1, & i = \overline{0, n_1}, \quad \Delta\varphi_1 = (\varphi_{H_1} - \varphi_*)/(n_1 + 1), \\ \varphi_{H_1} + (i - n_1 - 1) \cdot \Delta\varphi_2, & i = \overline{n_1 + 1, n}, \quad \Delta\varphi_2 = (\varphi^* - \varphi_{H_1})/(n_2 + 1), \end{cases}$$

$$\psi_j^g = j\Delta\psi_g, \quad j = \overline{\tilde{m}_1, \tilde{m}_2}, \quad \tilde{m}_1 = \sum_{l=0}^{g-1} m_l + g - 1, \quad \tilde{m}_2 = \sum_{l=0}^g m_l + g - 1, \quad (\varphi_i, \psi_j^g) \in G_\omega^g,$$

$$\Delta\psi_g = (Q_g - Q_{g-1})/m_g, \quad g = \overline{1, 2}, \quad Q_0 = 0, \quad m_0 = 0,$$

$$n = n_1 + n_2 + 1, \quad m = m_1 + m_2 + 1, \quad m_1, m_2, n_1, n_2 \in N.$$

Рівняння (11) апроксимуємо, використавши метод скінченних об'ємів [2] наступним чином:

$$\begin{aligned} x_{i,j} &= (a_n x_{i,j+1} + a_s x_{i,j-1} + a_e x_{i-1,j} + a_w x_{i+1,j})/a_p, \\ y_{i,j} &= (a_n y_{i,j+1} + a_s y_{i,j-1} + a_e y_{i-1,j} + a_w y_{i+1,j})/a_p, \end{aligned} \tag{16}$$

де

$$x_{i,j} = x(\varphi_i, \psi_j), \quad y_{i,j} = y(\varphi_i, \psi_j),$$

$$a_n = k_n \frac{\Delta\varphi}{\Delta\psi_+}, \quad a_s = k_s \frac{\Delta\varphi}{\Delta\psi_-}, \quad a_e = \frac{\Delta\psi}{k_e \Delta\varphi_+}, \quad a_w = \frac{\Delta\psi}{k_w \Delta\varphi_-}, \quad a_p = a_n + a_s + a_e + a_w,$$

$$\Delta\varphi = (\Delta\varphi_- + \Delta\varphi_+)/2, \quad \Delta\psi = (\Delta\psi_- + \Delta\psi_+)/2,$$

$$k_n = 2k_{i,j} k_{i,j+1} / (k_{i,j} + k_{i,j+1}), \quad k_s = 2k_{i,j} k_{i,j-1} / (k_{i,j} + k_{i,j-1}),$$

$$k_e^{-1} = 0,5(k_{i,j}^{-1} + k_{i-1,j}^{-1}), \quad k_w^{-1} = 0,5(k_{i,j}^{-1} + k_{i+1,j}^{-1}).$$

Вибір величин $\Delta\varphi_-, \Delta\varphi_+, \Delta\psi_-, \Delta\psi_+$ визначається належністю вузла (φ_i, ψ_j^g) до тієї чи іншої підобласті сіткової області G_ω . Наприклад, якщо $\varphi_i = \varphi_H, \psi_j^g = 0$, то $\Delta\varphi_- = \Delta\varphi_1, \Delta\varphi_+ = \Delta\varphi_2, \Delta\psi_+ = \Delta\psi_1, \Delta\psi_- = \Delta\psi_1$. Апроксимації крайових умов запишемо так:

$$f_1(x_{0,j}, y_{0,j}) = 0, \quad j = \overline{0, m_1}, \quad f_2(x_{0,j}, y_{0,j}) = 0, \quad j = \overline{m_1 + 1, m},$$

$$f^*(x_{n,j}, y_{n,j}) = 0, \quad j = \overline{0, m}, \quad \tilde{f}(x_{i,0}, y_{i,0}) = 0, \quad \tilde{f}(x_{i,m}, y_{i,m}) = 0, \quad i = \overline{0, n},$$

$$x_{i,m_1} = 0, \quad 2(a + r^0) - a \leq y_{i,m_1} \leq y_{H_1}$$

$$x_{i,m_2} = 0, \quad y_{H_1} \leq y_{i,m_2} \leq 2(a + r^0) + a, \quad i = \overline{0, n_1}. \tag{17}$$

Тут, як і в [1, 3], комплексну спряженість гармонічних функцій $x_{i,j} = x(\varphi_i, \psi_j), y_{i,j} = y(\varphi_i, \psi_j)$ забезпечують умови ортогональності при-

граничних нормальних векторів до відповідних дотичних вздовж границі області G_z . Їх різницеві аналоги на контурах свердловин мають вигляд:

$$\begin{aligned} & (4x_{1,j} - 3x_{0,j} - x_{2,j})(x_{0,j+1} - x_{0,j-1}) + (4y_{1,j} - 3y_{0,j} - y_{2,j}) \times \\ & \times (y_{0,j+1} - y_{0,j-1}) = 0, \quad j = \overline{\tilde{m}_1, \tilde{m}_2}, \quad (3x_{n,j} + x_{n-2,j} - 4x_{n-1,j})(x_{n,j+1} - x_{n,j-1}) + \\ & + (3y_{n,j} + y_{n-2,j} - 4y_{n-1,j})(y_{n,j+1} - y_{n,j-1}) = 0, \quad j = \overline{0, m}. \end{aligned} \quad (18)$$

Невідомі витрати Q_g ($g = \overline{1, 2}$) та значення потенціалу φ_{H_1} в точці розгалуження ліній течії в процесі ітерацій шукаємо за формулами: $\varphi_{H_1} =$

$$= \varphi_* + (n_1 - 1)\Delta\psi_1\gamma_1^g, \quad Q_g = m_g\Delta\psi_g, \quad \text{де } \Delta\psi_g = \frac{\Delta\varphi_1\gamma_2^g + \Delta\varphi_2\gamma_1^g}{2\gamma_1^g\gamma_2^g}, \quad \text{а } \gamma_l^g \text{ одер-}$$

жуємо на підставі умови «квазіконформної подібності в малому» відповідних елементарних чотирикутників двох областей:

$$\begin{aligned} \gamma_1^g &= \sum_{i=0, j=\tilde{m}_1}^{n_1, \tilde{m}_2-1} \frac{\gamma_{i,j}}{m_g(n_1+1)}, \quad \gamma_2^g = \sum_{i=n_2+1, j=\tilde{m}_1}^{n, \tilde{m}_2-1} \frac{\gamma_{i,j}}{m_g n_2}, \quad \gamma_{i,j} = \frac{1}{\bar{k}_{i+1/2, j+1/2}} \frac{a_{i,j} + a_{i,j+1}}{b_{i,j} + b_{i+1,j}}, \\ a_{i,j} &= \sqrt{(x_{i+1,j} - x_{i,j})^2 + (y_{i+1,j} - y_{i,j})^2}, \\ b_{i,j} &= \sqrt{(x_{i,j+1} - x_{i,j})^2 + (y_{i,j+1} - y_{i,j})^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Рівняння (12) та (14) апроксимуємо різницевою схемою «проти потоку» [1]:

$$\hat{s}_{i,j} = s_{i,j} - \frac{\tau v_{i,j}^2}{\sigma \bar{k}_{i,j} \Delta\varphi_l} (f(s_{i,j}, T_{i,j}) - f(s_{i-1,j}, T_{i-1,j})), \quad (20)$$

$$\tilde{T}_{i,j} = \tilde{T}_{i,j} - \frac{\tau v_{i,j}^2}{\sigma \bar{k}_{i,j} \Delta\varphi_l} (\tilde{f}(\tilde{s}_{i,j}, T_{i,j}) - \tilde{f}(\tilde{s}_{i-1,j}, T_{i-1,j})), \quad (21)$$

де $j = \overline{1, m}$, $i = \overline{1, n_1 + 1}$, для $l = 1$, $i = \overline{n_1 + 2, n}$, для $l = 2$; τ — крок по часу; $s_{i,j}$, $\hat{s}_{i,j}$ — насиченості у відповідні моменти часу; $\tilde{T}_{i,j} = (\tilde{\alpha}\hat{s}_{i,j} + \tilde{\beta})T_{i,j}$, $\tilde{T}_{i,j} = (\tilde{\alpha}\tilde{s}_{i,j} + \tilde{\beta})\tilde{T}_{i,j}$, $\tilde{f}(\tilde{s}_{i,j}, T_{i,j}) = (\tilde{\alpha}f(\hat{s}_{i,j}, T_{i,j}) + c_1\rho_1)T_{i,j}$, $v_{i,j}$ — швидкість (шукаємо як і в роботі [1]). Граничну й початкову умови для насиченості та температури в сітковій області запишемо так:

$$s_{0,j} = s_*, \quad s(x_{i,j}, y_{i,j}, 0) = s^0(x_{i,j}, y_{i,j}), \quad \tilde{T}_{0,j} = (\tilde{\alpha}s_* + \tilde{\beta})T_*,$$

$$\tilde{T}(x_{i,j}, y_{i,j}, 0) = (\tilde{\alpha}\tilde{s}(x_{i,j}, y_{i,j}) + \tilde{\beta})T^0(x_{i,j}, y_{i,j}), \quad j = \overline{1, m}.$$

Задавши крок τ , параметри розбиття n_1 , n_2 , m_1 , m_2 області G_ω (підбираються аналогічно як і в роботах [1–3]) та точності роботи алгоритму ε_1 , ε_2 , початкові наближення координат граничних вузлів $x_{i,j}^{(0)}$, $y_{i,j}^{(0)}$ (так щоб

виконувалися умови (17)) і початкові наближення координат внутрішніх вузлів $(x_{i,j}^{(0)}, y_{i,j}^{(0)})$ знаходимо за формулами (19) наближення величин γ_i^g . Далі проводимо уточнення координат внутрішніх вузлів гідродинамічної сітки шляхом розв'язання (16) відносно $x_{i,j}$ та $y_{i,j}$. Після цього, як і в [9], підправляємо граничні вузли за умов фіксації навколишніх граничних та приграничних, використовуючи умови ортогональності, та знаходимо наближення величин Q_g , φ_{H_1} . Серед умов завершення алгоритму побудови гідродинамічної сітки (відшукування невідомих фільтраційних параметрів, зокрема, поля швидкості) на цьому ітераційному етапі: є стабілізація витрат Q_g ($|Q_g^{(\kappa+1)} - Q_g^{(\kappa)}| < \varepsilon_1$); стабілізація граничних вузлів ($\max_{i,j} \sqrt{(x_{i,j}^{(\kappa)} - x_{i,j}^{(\kappa-1)})^2 + (y_{i,j}^{(\kappa)} - y_{i,j}^{(\kappa-1)})^2} < \varepsilon_2$) тощо. У випадку невиконання якоїсь із цих умов відмічаємо на динамічній сітці ділянки порушення квазі-конформності.

Використовуючи побудоване поле швидкостей $v_{i,j}$, поле насиченості $s_{i,j}$ та температури $\tilde{T}_{i,j}$ з попереднього ітераційного кроку (з урахуванням граничних умов), знаходимо розподіл насиченості $\hat{s}_{i,j}$ у пласті на цьому часовому етапі згідно з (20) та, використовуючи (21), розраховуємо поле температури $\hat{T}_{i,j}$, після чого перераховуємо поле швидкості і потенціалу.

ЧИСЛОВІ РОЗРАХУНКИ

Описаний алгоритм числового розв'язання поставленої задачі реалізовано у вигляді комп'ютерної програми для ПК IBM PC/AT. На рис. 2,а зображено гідродинамічну сітку в елементі симетрії G_z в момент часу $t = 8,15$, при $r = 0,3$, $a = 1,2$, $h = 5$, $d = 6$, $\varphi_* = 0$, $\varphi^* = 1$, $\rho_1 = 800$, $c_1 = 1880$, $\rho_2 = 1000$, $c_2 = 4200$, $\rho_3 = 2200$, $c_3 = 1800$, $D_1 = \{(x, y) : (x - h)^2 / 4 + (y - d / 2)^2 / 0,04 \leq 1\}$, $\sigma = 0,2$, $\mu_1 = 5e^{120(1/T - 1/60)}$, $\mu_2 = \frac{9,1787}{1 + 0,0337 \cdot T + 0,000221 \cdot T^2}$ [6], $s_* = 1$, $s^0 = 0$, $T_* = 90$, $T^0(x, y) = 30$, $\tau = 0,01$, $n_1 = 3$, $n_2 = 45$, $m_1 = 30$, $m_2 = 30$, $k_* = 1$, $k_1 = 10$, $\tilde{k}_1(s) = (1 - s)^2$, $\tilde{k}_2(s) = s^2$, а на рис. 2,б та 2,в представлено поле температур і поле насиченості відповідно. У ході витіснення нафти водою у випадку неізотермічного процесу фільтрації. Для порівняння ефективності застосування теплового методу витіснення, на рис. 2,г наведено поле насиченості для елемента симетрії пласта із такими ж геометричними параметрами та фізичними властивостями середовища та нафти у випадку ізотермічного процесу витіснення.

На рис. 3 представлено графік залежності сумарної фільтраційної витрати від часу у випадку неізотермічного (суцільною лінією) та ізотермічного (штрих-пунктирною лінією) процесу витіснення.

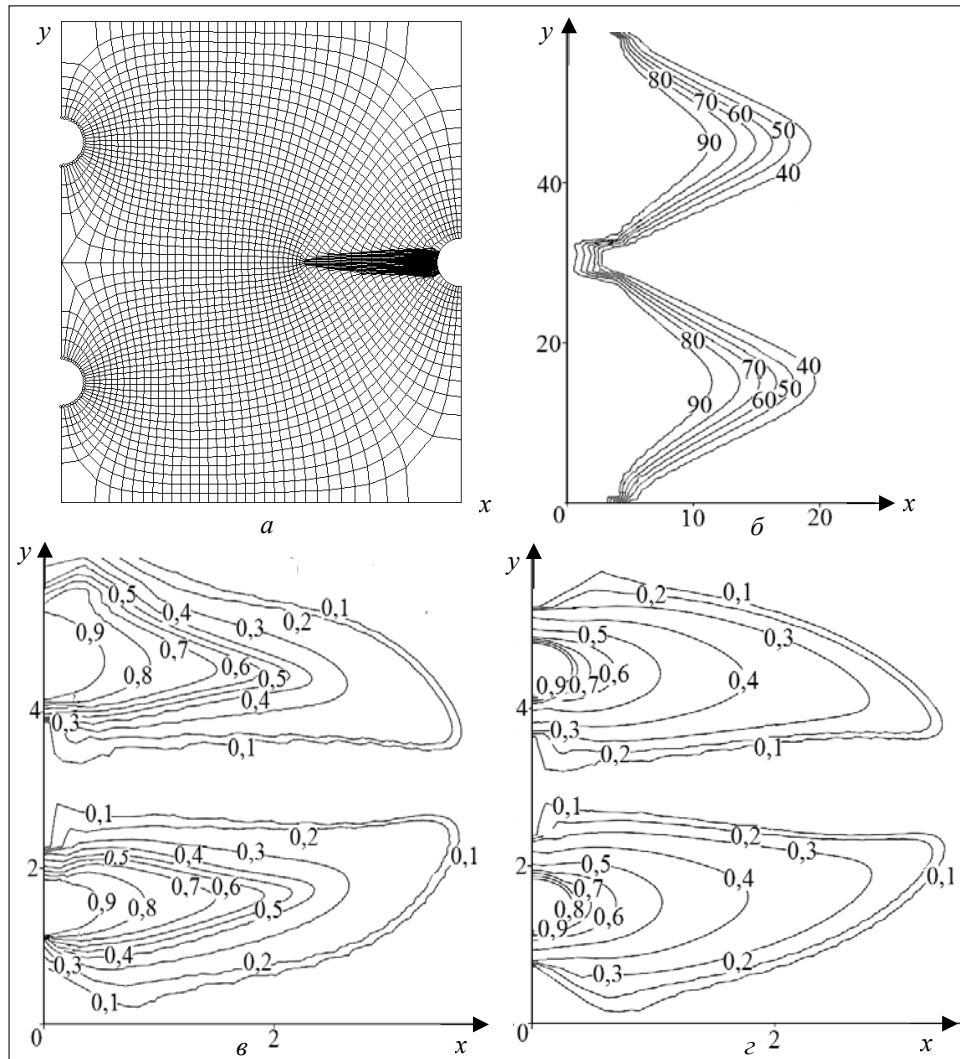


Рис. 2. Елементи числових розрахунків, де: а — гідродинамічна сітка в елементі симетрії G_z ; б — розподіл температур; в-г — розподіл насиченості у випадку неізотермічної та ізотермічної фільтрації

У результаті проведених числових розрахунків, підтверджується факт значного збільшення дебіту експлуатаційної свердловини у процесі витіснення нафти гарячою водою, так як при збільшенні температури в'язкість нафти зменшується і швидкість фільтрації зростає. Відзначимо, що з початку моменту нагрівання до певного часу t_* (у нашому

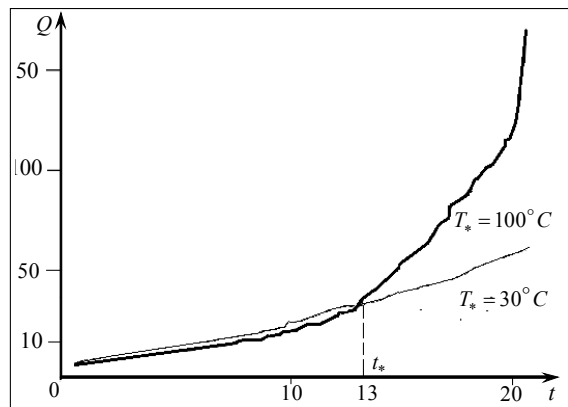


Рис. 3. Графік залежності сумарної фільтраційної витрати від часу при $T_* = 100^\circ C$ та $T_* = 30^\circ C$

випадку $t_* = 13$) інтенсивність відбору менша ніж у випадку ізотермічного процесу. Це пояснюється тим, що енергія гарячої води втрачається на нагрівання середовища і нафти, що знаходиться в елементі симетрії.

ВИСНОВКИ

Розвинуто розроблені авторами методи комплексного аналізу математичного моделювання ізотермічної багатофазної фільтрації на випадок витіснення нафти з горизонтального пласта теплоносієм в умовах гідравлічного розриву. На основі ідей методів квазіконформних відображень та поетапної фіксації характеристик середовища і процесу, розроблено числовий алгоритм розв'язування відповідних задач на побудову гідродинамічної сітки, відшукування полів температури та насиченості, координат критичних точок, фільтраційних витрат, часу повного заводнення, встановлено значення об'єму витісненого флюїду протягом визначеного часу та відповідного об'єму, що залишається у пласті в довільний момент часу, зокрема, після припинення процесу витіснення, тощо. Проведено аналіз числових розрахунків перерозподілу відповідних фільтраційних характеристик та встановлено особливості протікання процесу витіснення у випадках неізотермічної та ізотермічної фільтрації.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бомба А.Я., Капитан С.С., Пригорницький Д.О., Яроцук С.В. Методи комплексного аналізу. — Рівне: НУВГП, 2013. — 415 с.
2. Bomba A.Ya., Yaroshak S.V. Complex approach to modeling of two-phase filtration processes under control conditions // Journal of Mathematical Sciences. — 2012. — **184**, № 1. — P. 56–69.
3. Бомба А.Я., Сінчук А.М. Комплексний аналіз поведінки системи «свердловини-тріщини-пласт» в елементах площадного заводнення // Вісник НТУ «ХПІ». Серія «Математичне моделювання в техніці та технологіях». — Харків: НТУ «ХПІ», 2013 — № 54(1027) — С. 4–15.
4. Бомба А.Я., Сінчук А.М., Яроцук С.В. Метод квазіконформних відображень математичного моделювання нелінійних процесів витіснення за умов існування тріщин гідророзриву пласта // Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. — 2011. — № 3(40). — С. 32–36.
5. Бомба А.Я., Сінчук А.М., Яроцук С.В. Метод комплексного аналізу дослідження двухфазной фильтрации в горизонтальных пластах с учетом гидроразрыва // Электронное моделирование. — 2013. — **35**, № 2. — С. 25–33.
6. Dahi Taleghani A. Analysis of hydraulic fracture propagation in fractured reservoirs: an improved model for the interaction between induced and natural fractures, PhD Dissertation // University of Texas at Austin. — 2009. — 216 p. — <http://repositories.lib.utexas.edu/handle/2152/18381>.
7. Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С. Физико-математические основы фильтрации воды. — М.: Мир, 1971. — 452 с.
8. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. — М.: Недра, 1972. — 288 с.
9. Чекалюк Э.Б. Термодинамика нефтяного пласта. — М.: Недра, 1965. — 238 с.

Надійшла 08.10.2014

ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ
І МЕТОДИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

THEORETICAL AND APPLIED PROBLEMS AND
METHODS OF SYSTEM ANALYSIS

УДК 001.1, 001.18, 001.3, 001.8

Цифрова наука в програмі «Горизонт 2020» / Згуровський М.З., Петренко А.І. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 1. — С. 7–20.

Цифрова наука, яка спирається на використання електронних інфраструктур, послуг та інструментів, заснованих на ІКТ, робить більш ефективними і прозорими наукові процеси, пропонує нові інструменти для наукового співробітництва, експериментів і аналізу та робить наукове знання більш доступним. Одночасно цифрова наука сприяє появі нових наукових методів, дисциплін і парадигм з реагування на нові виклики через глобальні розподілені співтовариства, в яких громадяни і суспільство безпосередньо беруть участь у створенні та споживанні наукових знань. Розглянуто плани та організаційні заходи розвитку і використання у європейських програмах цифрової науки. Це заходи щодо координації, підтримки, формування та функціонування відкритої однорідної об'єднаної у федерацію виробничої інфраструктури для всієї Європи, єдиного цифрового дослідного простору ERA (European Research Area). Ключову роль у наданні послуг (сервісів) у цьому онлайн-європейському науковому просторі відіграє Європейська грід інфраструктура EGI (European Grid Infrastructure), яка об'єднує і підтримує дослідників різних наукових дисциплін, надаючи їм можливість обробляти дані, отримані в інтегрованому європейському обчислювальному середовищі. Такий приклад Європи з організації та активної підтримки наукових досліджень дуже повчальний для України. Рис.: 2. Бібліогр.: 34 назви.

UDC 001.1, 001.18, 001.3, 001.8

Digital science program «Horizon 2020» / Zgurovsky M.Z, Petrenko A.I. // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 1. — P. 7–20.

The digital science, which relies on the use of electronic infrastructures, services, and tools based on ICT, makes scientific processes more efficient and transparent, offers new tools for scientific collaboration, experimentation, and analysis, and makes scientific knowledge more accessible. At the same time, the digital science contributes to the emergence of new scientific methods, disciplines, and paradigms to respond to new challenges through the global distribution of the communities in which individuals and the society are directly involved in the creation and consumption of scientific knowledge. The paper discusses the plans and arrangements of development and use of the digital science in European programs. They are about means to coordinate and support the formation and functioning of an open homogeneous Federated productive infrastructure for the whole of Europe, the single digital Research Area ERA (European Research Area). EGI (European Grid Infrastructure) plays a key role in the provision of services in this online European Research Area, which unifies and supports researchers of different disciplines, enabling them to process the data obtained in the integrated European computing environment. Such an example of the European organization and the active supporting research is very instructive for Ukraine. Figs.: 2. Refs.: 34 titles.

ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ,
ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ
СИСТЕМИ

PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES,
HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS

УДК 519.6+625.1

Комплексное детерминированное оценивание сложных иерархически-сетевых систем. Часть I. Описание методики / Полищук Д.А., Полищук А.Д., Яджак М.С. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 1. — С. 21–31.

Проанализированы основные подходы и методы оценивания сложных систем и определены их преимущества и недостатки. Описаны системы с иерархически-сетевой структурой и предложена методика их комплексного детерминированного оценивания. На основе результатов плановых исследований и непрерывного мониторинга системы описываны методы многокритериального и многопараметрического локального, прогностического, агреги-

рованного и интерактивного анализа состояния, качества функционирования и взаимодействия объектов системы всех уровней иерархии. Рассмотрена схема взаимодействия и показано, что только в совокупности предложенные методы дают возможность сформировать объективные и обоснованные выводы о качестве сложной системы. Использование предложенных методов проиллюстрировано на примере анализа эффективности функционирования объектов железнодорожной транспортной системы Украины. Рис.: 2. Библиогр.: 47 назв.

UDC 519.6+625.1

Complex deterministic evaluation of the complex hierarchical-network systems: Part I. methods description / Polishchuk D.O., Polishchuk O.D., Yadzhak M.S. // *System Research and Information Technologies*. — 2015. — № 1. — P. 21–31.

The main approaches and methods for evaluation of complex systems are analyzed and their advantages and disadvantages are determined. Systems with hierarchical-network structures are described and methods are proposed for their complex deterministic evaluation. Methods of multicriteria and multiparameter local, forecasting, aggregative, and interactive analyses of the state, function quality and interaction of system's objects on the all hierarchical levels are described. The scheme of interaction is described and it is justified that the proposed methods only in conjunction allow to form objective and grounded conclusions about the quality of a complex system. The proposed methods are illustrated using the analysis of the functioning efficiency of objects of the Ukrainian railway transport system as an example. Figs.: 2. Refs.: 47 titles.

УДК 681.518

Синтез алгоритмов цифрового управления для автоматических следящих систем / Зимчук И.В., Ищенко В.И., Канкин И.О. // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — 2015. — № 1. — С. 32–38.

Изложена методика полиномиального синтеза алгоритмов цифрового управления для автоматических следящих систем. Показано, что в основу большинства известных методов синтеза цифровых регуляторов, которые реализуют принцип управления по ошибке, положен опыт синтеза непрерывных систем. Их методология не позволяет реализовать одновременное повышение точности системы в установившемся режиме и выполнение условий ее устойчивости. В соответствии с изложенной методикой алгоритмы управления синтезируются в результате решения разностных уравнений, которые определяются по дискретным передаточным функциям цифровых регуляторов. Теоретическую основу синтеза цифровых регуляторов составляет теория инвариантности. Отличительной особенностью предложенного подхода является учёт требований к устойчивости и заданной статической точности системы управления на этапе синтеза цифрового регулятора. Приведен пример синтеза алгоритма цифрового управления объектом второго порядка, результаты моделирования которого подтверждают эффективность изложенной методики. Рис.: 3. Библиогр.: 8 назв.

UDC 681.518

The synthesis of digital control algorithms for automatic tracking systems / Zimchuk I.V., Ishchenko V.I., Kankin I.O. // *System Research and Information Technologies*. — 2015. — № 1. — P. 32–38.

Methodology of the polynomial synthesis of digital control algorithms is presented for the automatic tracking systems. It is shown that most of existing methods of synthesis of digital regulators, which implement the control principle by an error, are based on the experience gained from the synthesis of continuous systems. Their methodology does not allow to achieve the simultaneous increase of accuracy of the system in the steady state and fulfill the stability requirements. Control algorithms are synthesized as a result of solving the difference equations which are determined from the discrete transmission functions of digital regulators. The theoretical basis of the digital regulators synthesis is the theory of invariance. The distinctive feature of the proposed approach is taking into account the requirements to the stability and the specified static control system accuracy at the synthesis stage of the digital regulator. An example of the synthesis of a digital control algorithm is presented by an object of the second order, whose simulation results confirm the efficiency of the proposed methodology. Figs.: 3. Refs.: 8 titles.

УДК 519.83

Процедура вычисления внутренней валюты в рефлексивных играх / Смирнов С.А., Терещенко И.Н. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 1. — С. 39–44.

Рассмотрена задача принятия решений в условиях конфликта и многокритериальной неопределенности. Обычное использование в таком случае поиска решения в сложной системе с помощью теории полезности предложено скомбинировать с игровым подходом в условиях рефлексивного взаимодействия. Моделирование рефлексивного поведения дает возможность анализировать ситуации, когда принятые решения отличаются от нерефлексивного рационального поведения, исследовать и выявить внутренние причины такого поведения. Решение указанной проблемы базируется на использовании понятия внутренней валюты, предложенного В.А. Лефевром. Предлагаемую им постановку задачи было переосмыслено с целью учета многозначности интересов сторон. На основе такого расширения понятия создано процедуру определения внутренней валюты для разрешения конфликтной ситуации в условиях многокритериального выбора. Для вычисления точной оценки внутренней валюты соперника на основе номинально известных критериев использован интерактивный метод Джоффриона-Дийера-Файнберга. Его применение позволило восстановить вектор градиента внутренней валюты с помощью локальных коэффициентов замещения, которые определяются экспертной процедурой, и как следствие, определить эффективную рефлексивную стратегию игрока. Рис.: 1. Библиогр.: 5 назв.

UDC 519.83

The procedure for computing the local currency in reflexive games / Smirnov S.A., Tereshchenko I.M. // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 1. — P. 39–44.

The problem of decision making under conflict situation with multi-criteria uncertainty was considered. We proposed combining the usual way of finding a solution for a complex system that used the utility theory with the game approach under conditions of a reflexive interaction. Reflexive behavior modeling provides the ability to analyze a situation where decisions are different from ones for non-reflexive rational behavior, explore and reveal the internal reasons for this behavior. This problem solution is based on the use of the concept of local currency, proposed by V.A. Lefebvre. His original formulation of the problem has been rethought with the aim to take into account an ambiguity of interests of players. On the basis of this concept extension, a procedure was created to determine the local currency for resolving the conflict in terms of the multi-criteria choice. To calculate an accurate assessment of the opponent's local currency based on nominally known criteria, the interactive method of Geoffrion-Dyer-Feinberg was used. Its usage allowed to find the gradient vector of the local currency with local substitution rates, which were determined by the expert procedure, and determine the efficient reflexive strategy for a player. Figs.: 1. Refs.: 5 titles.

УДК 519.86

О равновесии открытой экономической системы в случае наличия неиспользуемого капитала и заданных уровней потребления / Махорт А.Ф. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 1. — С. 45–56.

Исследована открытая экономическая система, в которой присутствуют монополисты и не все потребители насыщаются. Степени удовлетворения нужд всех потребителей в экономической системе и уровни налогообложения заданы. Наличие потребителей, которые не являются насыщаемыми приводит к образованию неиспользуемого капитала, который в свою очередь приводит к понижению эффективности функционирования экономической системы. Определены состояния равновесия экономической системы, которые соответствуют минимальным значениям неиспользуемого капитала. В модели использованы принципы равновесия Вальрасового типа. Предложен алгоритм решения задачи об экономическом равновесии. Полученные ограничения на модельные характеристики обеспечивают существование равновесия такой экономической системы. Найдены характеристики состояния равновесия оптимального с точки зрения эффективности функционирования экономической системы как в случае наличия, так и отсутствия монополистов. Библиогр.: 4 назв.

UDC 519.86

On equilibrium of an open economy under presence of unused funds and specified consumption levels / Makhort A.Ph. // *System Research and Information Technologies*. — 2015.— № 1. — P. 45–56.

An open economic system is studied in which monopolies and non-insatiable consumers are present. The levels of consumption needs and taxation rates of consumers in the economic system are specified. The presence of non-insatiable consumers leads to a creation of unused funds in the economy. The unused funds cause the decrease in the economy functioning efficiency. The equilibrium states of the economy are determined that correspond to minimal values of unused funds. The equilibrium principles are a Walrasian type. The algorithm for solving the economy equilibrium problem was proposed. The determined limitations of model characteristics provide an existence of such economic system's equilibrium. The characteristics of an equilibrium state that is optimal in terms of an efficiency of an economy functioning are determined as in the case of the presence of monopolies and absence of monopolies. Refs.: 4 titles.

УДК 004.5

Особливості сценарно-цільового підходу до аналізу об'єктів дієвої аналітики / Коваль О.В., Бойко Ю.Д., Волкова К.А. // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — 2015. — № 1. — С. 57–67.

Дієва аналітика на сьогодні входить до десятки найбільш затребуваних інформаційних технологій. Ключовими елементами дієвої аналітики є ціле направленість та сценарій аналізу інформації. Необхідність реалізації сценаріїв аналізу інформації передбачає розробку узагальненого інструменту для опису різноманітних форм взаємодії елементів інформаційно-аналітичної системи — інструмента забезпечення проведення дієвої аналітики. Використання сценарно-цільового підходу до аналізу об'єктів дієвої аналітики дає можливість розробити такий інструмент. Процес побудови інформаційно-аналітичної системи розглядається як послідовність побудови її моделей для реалізації сценарно-цільового підходу до аналізу об'єктів аналітики. У якості першої моделі будується концептуальна модель інформаційно-аналітичної системи з використанням сценарно-цільового підходу, яка розкриває основні поняття функціональної та інформаційної складових дієвої аналітики: ціль, сценарій, мета-опис, знання. Побудову концептуальної моделі розглянуто на прикладі аналізу ключових факторів підвищення якості життя в регіоні. Рис.: 4. Табл.: 1. Бібліогр.: 17 назв.

UDC 004.5

Features of scenario-goal approach to actionable analytics objects analysis / Koval O.V., Boyko Yu.D., Volkova K.A. // *System Research and Information Technologies*. — 2015. — № 1. — P. 57–67.

Actionable Analytics is one of ten trends in information technology today. Key elements of actionable analytics are purposefulness and information analysis scenarios. Realization of information analysis scenarios mandates the development of a general tool for describing the different forms of analytical information system elements interactions. Such a tool provides an implementation of actionable analytics. The usage of the scenario-goal approach to actionable analytics objects analysis gives the possibility to develop such a tool. According to the scenario-goal approach to actionable analytics objects analysis, the process of the information analytical system development is considered as the sequence of building its models. At the first stage, a conceptual model of the information analytical system is built by using a scenario-goal approach. This model describes general notions of functional and information components: the goal, scenario, meta description, and knowledge. The construction of a conceptual model is illustrated using an analysis of key factors of improving the quality of life in the region as an example. Figs.: 4. Tabl.: 1. Refs.: 17 titles.

ПРОБЛЕМНО-І ФУНКЦІОНАЛЬНО-ОРІЄНТОВАНІ
КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ ТА МЕРЕЖІ

PROBLEM- AND FUNCTION-ORIENTED
COMPUTER SYSTEMS AND NETWORKS

УДК 004.8

Оперативне керування потоками у комп'ютерних мережах з технологією MPLS / Зайченко О.Ю. // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — 2015. — № 1. — С. 68–76.

Розглянуто задачу оперативного керування трафіками різних категорій у комп'ютерних мережах з технологією MPLS. Цю задачу сформульовано як задачу ремаршрутизації потоків

різних класів сервісу при відмовах каналів і вузлів мережі та забезпеченні заданої якості обслуговування. Побудовано математичну модель задачі й розроблено алгоритм її вирішення, що дозволяє оперативно визначити нові маршрути вимог, які одержали відмову в обслуговуванні й перерозподілити їх за новими маршрутами так, щоб забезпечити максимальну величину переданого скорегованого потоку. Для оцінки ефективності запропонованого алгоритму оперативного управління трафіком і ремаршрутизації потоків у мережі було проведено експериментальні дослідження. Вирішено задачу оптимального вибору пропускних спроможностей і розподілу потоків. Змодельовано стани відмов і здійснено ремаршрутизацію потоків за запропонованим алгоритмом, визначено новий розподіл потоків і загальну величину скорегованого потоку з кожного класу сервісу. Аналіз результатів підтвердив, що застосування оперативного управління трафіком у вигляді ремаршрутизації дозволяє істотно підвищити загальну пропускну спроможність мережі і величину потоку при відмовах. Рис.: 1. Табл.: 1. Библиогр.: 7 назв.

UDC 004.8

Online traffic management in MPLS computer networks / Zaychenko O.Yu. // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 1. — P. 68–76.

The problem of traffic management of different classes of service in MPLS computer networks is considered. This problem is formulated as a rerouting problem of flows of different service classes under failures of channels and nodes while preserving the quality of service (QoS). The mathematical model of this problem is constructed and the algorithm to solve it is suggested. This algorithm allows to determine new routes for requests which were rejected due to failures and reroute them over new virtual routes so that to maximize the value of transmitted global flow. Experimental studies were conducted to estimate the efficiency of the suggested algorithm of traffic management of different classes of service. The problem of optimal choice of carrying capacities and flows distribution was solved. Further fault states were simulated and flows rerouting was performed using the suggested algorithm, the new flow distribution and the total value of the corrected flow from every service class were determined. The results analysis confirms that application of operative traffic management as a rerouting allows to promote the general capacity of a network and increase the total flow value in a case of faults of network elements. Figs.: 1. Tabl.: 1. Refs.: 7 titles.

УДК 004.93

Синтез нейронних мереж на основі еволюційної оптимізації / Олійник А.О., Субботін С.О. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 1. — С. 77–86.

У статті розглянуто еволюційний підхід для структурного синтезу нейронних мереж. Запропоновано новий метод мультимодального еволюційного пошуку з кластеризацією хромосом. Розроблений метод заснований на ідеї одночасного пошуку декількох оптимумів, при якому хромосоми групуються у кластери за їхнім розташуванням у просторі пошуку. Таким чином формуються стабільні субпопуляції в різних кластерах, забезпечується різноманітність пошуку і досягається збіжність до різних локальних мінімумів, що дозволяє знайти архітектуру нейронної мережі, близьку до оптимальної. Розроблено програмне забезпечення, що реалізує запропонований метод, а також проведено експерименти з його дослідження при вирішенні практичних завдань. Рис.: 3. Табл.: 3. Библиогр.: 14 назв.

УДК 004.93

Синтез нейронных сетей на основе эволюционной оптимизации / Олейник А.А., Субботин С.А. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 1. — P. 77–86.

В статье рассмотрен эволюционный подход для структурного синтеза нейронных сетей. Предложен новый метод мультимодального эволюционного поиска с кластеризацией хромосом. Разработанный метод основан на идее одновременного поиска нескольких оптимумов, при котором хромосомы группируются в кластеры по их расположению в пространстве поиска. Таким образом формируются стабильные субпопуляции в различных кластерах, обеспечивается разнообразие поиска и достигается сходимость к различным локальным минимумам, что позволяет найти архитектуру нейронной сети, близкую к оптимальной. Разработано программное обеспечение, реализующее предложенный метод, а также проведены эксперименты по его исследованию при решении практических задач. Рис.: 3. Табл.: 3. Библиогр.: 14 назв.

УДК 519.718.2

Математическая модель надежности для анализа причин неработоспособности системы с раздельным нагрузочным резервированием / Щербовских С.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 1. — С. 87–98.

Предложена математическая модель надежности системы с раздельным нагрузочным резервированием, предназначенная для анализа причин неработоспособности такой системы. Модель сформирована в три этапа. На первом — надежность системы математически описана динамическим деревом отказов, особенность которого заключается в том, что его логические блоки задают не только условие неработоспособности системы, а так же условия перераспределения нагрузки между элементами. На втором этапе по динамическому дереву отказов построена и проанализирована математическая модель графа состояний и переходов системы. На третьем — модель графа преобразована в расщепленную однородную марковскую модель. По результатам вычисления получены вероятностные характеристики множества минимальных сечений и установлено наиболее вероятную причину неработоспособности системы. Показано, что с увеличением продолжительности эксплуатации, наиболее вероятная причина неработоспособности меняется. Такое поведение показателей надежности системы обусловлено влиянием перераспределения нагрузки между элементами, наработки которых распределены по закону Вейбулла. Рис.: 3. Табл.: 1. Библиогр.: 11 назв.

UDC 519.718.2

Mathematical reliability model for failure cause analysis of a system with separated derating redundancy / Shcherbovskykh S.V. // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 1. — P. 87–98.

The mathematical reliability model of a repairable system with a separate derating redundancy for the failure causes analysis of such a system is proposed. The model is formed in three stages. An the first stage, the system reliability is mathematically described by a dynamic fault tree, whose main feature is that its logic blocks define not only the failure condition of a system, but also the conditions for load-sharing between the components. At the second stage, based on the dynamic fault tree, the mathematical model of the state and transition graph of the system is constructed and analyzed. At the third stage, the graph model based on the tensor analysis is transformed to a split homogeneous Markov model. According to the calculation results, the probability characteristics of the minimal cut set are determined and the most likely system failure cause is recognized. It is shown that with increasing the duration of usage, the most likely system failure cause changes. Such a behavior of system reliability indices is due to the impact of load-sharing between components whose lives have Weibull distribution. Figs.: 3. Tabl.: 1. Refs.: 11 titles.

УДК 519.6

Про деякі алгоритми регуляризації для розв'язання інтегральних рівнянь / Гарт Л.Л., Манойло М.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 1. — С. 99–110.

Досліджено питання щодо наближеного відшукування стійких розв'язків некоректних інтегральних рівнянь з постійними межами інтегрування за допомогою проєкційно-ітераційних регуляризуючих схем, заснованих на методах А.Н. Тихонова і В.М. Фрідмана. Запропонований підхід передбачає заміну регуляризованого інтегрального рівняння деякою послідовністю більш простих апроксимуючих його скінченновимірних задач на сукупності сіток, що подрібнюються. При цьому для кожної з «наближених» задач за допомогою деякої ітераційної процедури будується лише декілька наближень до розв'язку, останнє з яких за допомогою кусково-лінійної інтерполяції береться за початкове наближення в ітераційному процесі для наступної «наближеної» задачі. Послідовність лінійних інтерполянтів побудованих наближених розв'язків оголошується послідовністю наближень до розв'язку вихідного інтегрального рівняння. Проведено порівняльний аналіз обчислювальних алгоритмів з використанням різних стратегій регуляризації, продемонстровано їх практичну збіжність на прикладі розв'язання конкретних задач. Бібліогр.: 13 назв.

UDC 519.6

On some regularization algorithms for solving integral equations / Hart L.L., Manoilo M.V. // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 1. — P. 99–110.

The problem of approximate finding stable solutions of ill-posed integral equations with constant integration limits is investigated with the use of the projection-iteration regularizing schemes based on Tikhonov's and Fridman's methods. The suggested approach assumes a substitution of the regularized integral equation for some sequence of more simple finite-dimensional problems that approximate this equation on the set of shrinking grids. For each approximate problem, only several approximations to the solution are found with applying some iterative procedure and the last of them is taken for the initial approximation in the iterative process for the next approximate problem with the use of the piecewise linear function. The sequence of constructed approximate solutions' linear interpolants is defined as the sequence of approximations to the initial integral equation's solution. A comparative analysis of computational algorithms using various regularization strategies is carried out, the practical convergence of these algorithms for solving concrete problems is demonstrated. Refs.: 13 titles.

**МЕТОДИ АНАЛІЗУ ТА УПРАВЛІННЯ
СИСТЕМАМИ В УМОВАХ РИЗИКУ
І НЕВИЗНАЧЕНОСТІ**

**METHODS OF SYSTEM ANALYSIS AND
CONTROL IN CONDITIONS OF RISK AND
UNCERTAINTY CONDITIONS**

УДК 519.8

Альтернативні алгоритми дефазифікації / Зак Ю.А. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 1. — С. 111–120.

У разі наявності перекриттів (оверлеїв) і різних за величиною лінгвістичних термів у несиметричних функцій приналежності, представлених у вигляді *LR*-інтервалів, на відміну від відомих методів дефазифікації, значення вихідної змінної розраховується в діапазоні розглянутих тільки в *L*-й або *R*-й частин лінгвістичних термів, які перекривають один одного. Запропоновано алгоритми та формульні вирази обчислення значення вихідної змінної, яка визначається на основі результатів Fuzzy-логічного висновку. Запропоновані алгоритми можуть бути використані в системах управління, технічній та медичній діагностиці. Рис.: 4. Бібліогр.: 6 назв.

UDC 519.8

Alternative algorithms for defuzzification / Zak Yu.A. // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 1. — P. 111–120.

In the case of overlap (overlay) and different size linguistic terms in asymmetric membership functions represented as *LR*-intervals, in contrast to the known defuzzification methods, the value of the output variable is calculated in the range considered only in the *L*-th or *R*-th parts of linguistic terms that overlap. Algorithms and formula expressions are proposed for calculating the output variable, which is determined on the basis of Fuzzy-inference. Proposed algorithms can be used in control systems, technical and medical diagnostics. Figs.: 4. Refs.: 6 titles.

УДК 681.5

Управління співвідношеннями координат когнітивної моделі складної системи при нестійкому імпульсному процесі / Романенко В.Д., Мілявський Ю.Л. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 1. — С. 121–129.

Розглянуто питання про управління співвідношеннями координат когнітивних карт (КК) в умовах нестійких імпульсних процесів у КК. Для розв'язання цієї задачі розроблено метод стабілізації координат вершин КК на заданих рівнях шляхом формування керуючих діянь, які діють на всі вершини КК. Для цього динаміка КК представлена у вигляді моделі типу «вхід – вихід» у повних значеннях координат вершин КК. Для забезпечення стійкості замкненої системи керування, сформовано еталонну модель динаміки з наперед заданими значеннями полюсів системи. На основі тотожності цієї моделі та характеристичного поліному замкненої системи визначаються параметри закону керування. Задача керування співвідношеннями координат КК розв'язана без введення зворотного зв'язку шляхом формування вектора задавальних діянь на основі лінійного співвідношення між координатами КК. Розглянуто практичний приклад КК функціонування комерційного банку. На основі цифрового моделювання розв'язана задача підтримки заданого співвідношення між обсягами кредитного та депозитного портфелів при нестійкому імпульсному процесі. Рис.: 6. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 681.5

Coordinates ratio control for a cognitive model of a complex system under an unstable impulse process / Romanenko V.D., Milyavsky Yu.L. // *System Research and Information Technologies*. — 2015. — № 1. — P. 121–129.

The ratio control of cognitive maps (CM) coordinates under an unstable impulse process is discussed. To solve this problem, the method for stabilization of CM nodes at given levels was developed, which generated controls impacting all CM nodes. For this purpose, CM dynamics is represented as an «input – output» model in complete values of CM nodes coordinates. For closed loop system stabilization, a reference model with preassigned values of poles is built. Control law parameters are evaluated based on the identity of this model and the closed loop characteristic polynomial. The problem of CM coordinates ratio control is solved without feedback based on master controls which are formed using linear ratios between CM coordinates. Practical example of CM for commercial bank operations is discussed. The problem of maintaining the specified ratio between volumes of loans and deposits portfolios under an unstable impulse process is solved by means of digital modeling. Figs.: 6. Refs.: 5 titles.

УДК [519.876.5:530.182]:553.98

Методы комплексного анализа моделирования процесса вытеснения нефти теплоносителями с учетом эффекта гидноразрыва / Бомба А.Я., Синчук А.М., Ярошак С.В. // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — 2014. — № 1. — С. 130–140.

На основе разработанных методов комплексного анализа, создан подход к решению нелинейных краевых задач неизотермической многофазной фильтрации в элементах площадного заводнения в условиях возмущения фильтрационного течения трещинами гидравлического разрыва пласта. Построен числовой алгоритм для расчета гидродинамической сетки, отыскания полей температуры и насыщенности, координат критических точек, фильтрационного расхода как на нагнетательных, так и на эксплуатационных скважинах, моментов времени прорыва вытесняющего реагента и полного заводнения эксплуатационных скважин, расчет значений объема вытесненного флюида на протяжении определенного времени и соответствующего объема, оставшегося в пласте в произвольный момент времени, в частности, после прекращения процесса вытеснения, а также отыскания местонахождения участков «застоя» нефти и тому подобное. Проведен анализ числовых расчетов перераспределения соответствующих фильтрационных характеристик и установлены особенности протекания процесса вытеснения нефти в случаях неизотермической и изотермической фильтрации. Рис.: 3. Библиогр.: 9 назв.

UDC [519.876.5:530.182]:553.98

The complex analysis methods for modeling the oil displacement process by the heat transfer fluid taking into account the hydraulic fracturing effect / Bomba A.Ya., Sinchuk A.M., Yaroshak S.V. // *System Research and Information Technologies*. — 2015. — № 1. — P. 130–140.

Based on the complex analysis methods developed by the authors, an approach was developed for solving nonlinear boundary value problems of a non-isothermal multiphase filtration in the elements of flooding under conditions of the filtration flow perturbation by the hydraulic fracturing cracks. The numerical algorithm is constructed to calculate the hydrodynamic grid, the fields of temperature and saturation, the coordinates of critical points, the filtration rate of injection and production wells, the time of fracturing fluid penetration and complete flooding of wells. With this algorithm, we calculate the volume of fluid displaced during the specified amount of time and the corresponding volume remaining in the reservoir at any given time, in particular after stopping the injection, as well as determining the oil «stagnation» locations and the like. An analysis of numerical calculations of redistribution of the corresponding filtration characteristics was performed and the specific properties of the oil displacement process in cases of non-isothermal and isothermal filtrations were determined. Figs.: 3. Refs.: 9 titles.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Бойко Юрій Дмитрович,

науковий співробітник відділу цифрових моделюючих систем Інституту проблем реєстрації інформації НАН України, Київ

Бомба Андрій Ярославович,

професор, доктор технічних наук, завідувач кафедри інформатики та прикладної математики факультету математики та інформатики Рівненського державного гуманітарного університету, Україна, Рівне

Волкова Катерина Алімівна,

асистент кафедри автоматизації проектування енергетичних процесів і систем теплоенергетичного факультету НТУУ «КПІ», Україна, Київ

Гарт Людмила Лаврентіївна,

доцент, кандидат фізико-математичних наук, завідувач лабораторії оптимізації складних систем Дніпропетровського національного університету ім. Олеся Гончара, Україна, Дніпропетровськ

Зайченко Олена Юріївна,

професор, доктор технічних наук, професор кафедри математичних методів системного аналізу Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ», Україна, Київ

Зак Юрій Олександрович,

доктор технічних наук, науковий співробітник Європейського центру з мехатроніки, Німеччина, Аахен

Згуровський Михайло Захарович,

академік НАН України, професор, доктор технічних наук, ректор Національного технічного університету України «КПІ», Київ

Зімчук Ігор Валерійович,

доцент, кандидат технічних наук, старший викладач Житомирського військового Інституту ім. С.П. Корольова Державного університету телекомунікацій, Україна, Житомир

Іщенко Володимир Іванович,

доцент, кандидат технічних наук, професор кафедри Житомирського військового Інституту ім. С.П. Корольова Державного університету телекомунікацій, Україна, Житомир

Канкін Іван Олегович,

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник науково-дослідної лабораторії Наукового центру Житомирського військового Інституту ім. С.П. Корольова Державного університету телекомунікацій, Україна, Житомир

Коваль Олександр Васильович,

доцент, кандидат технічних наук, заступник керівника науково-дослідної частини Національного технічного університету України «КПІ», провідний науковий співробітник Інституту проблем реєстрації інформації НАН України, Київ

Манойло Марія Володимирівна,

студентка Дніпропетровського національного університету ім. Олеся Гончара, Україна, Дніпропетровськ

Махорт Андрій Пилипович,

старший науковий співробітник, кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник відділу математичного моделювання Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова, Україна, Київ

Мілявський Юрій Леонідович,

кандидат технічних наук, асистент кафедри математичних методів системного аналізу Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Олійник Андрій Олександрович,

кандидат технічних наук, доцент кафедри програмних засобів Запорізького національного технічного університету, Україна, Запоріжжя

Петренко Анатолій Іванович,

академік Академії інженерних наук, професор, доктор технічних наук, завідувач відділу інформаційних ресурсів та кафедри системного проектування Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Поліщук Дмитро Олександрович,

інженер з програмного забезпечення комп'ютерів, відокремленого підрозділу «Інформаційно-обчислювального центру» Державного територіально-галузевого об'єднання «Львівська залізниця», Україна, Львів

Поліщук Олександр Дмитрович,

старший науковий співробітник, кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів

Романенко Віктор Демидович,

професор, доктор технічних наук, заступник директора з навчальної роботи Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Сінчук Алеся Михайлівна,

аспірантка кафедри інформатики та прикладної математики факультету математики та інформатики Рівненського державного гуманітарного університету, Україна, Рівне

Смирнов Сергій Анатолійович,

доцент, кандидат фізико-математичних наук, заступник директора Фізико-технічного інституту НТУУ «КПІ», Україна, Київ

Субботін Сергій Олександрович,

доцент, кандидат технічних наук, професор кафедри програмних засобів Запорізького національного технічного університету, Україна, Запоріжжя

Терещенко Іван Миколайович,

кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри інформаційної безпеки Фізико-технічного інституту НТУУ «КПІ», Україна, Київ

Щербовських Сергій Володимирович,

старший науковий співробітник, доктор технічних наук, старший науковий співробітник науково-дослідної групи ДБ/ТРИКАФ Національного університету «Львівська політехніка», Україна, Львів

Яджак Михайло Степанович,

старший науковий співробітник, доктор фізико-математичних наук, провідний науковий співробітник Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів

Ярошак Сергій Вікторович,

кандидат технічних наук, викладач кафедри інформатики та прикладної математики факультету математики та інформатики Рівненського державного гуманітарного університету, Україна, Рівне