

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ КОМПЛЕКС  
«ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ» НТУУ «КПІ»  
МОН ТА НАН УКРАЇНИ

## СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

МІЖНАРОДНИЙ НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 2

2015

ЗАСНОВАНО У ЛИПНІ 2001 р.

### РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

#### Головний редактор

**М.З. ЗГУРОВСЬКИЙ**, акад. НАН України

#### Заступник головного редактора

**Н.Д. ПАНКРАТОВА**, проф., д.т.н., Україна

#### Члени редколегії:

**П.І. АНДОН**, акад. НАН України

**А.В. АНІСІМОВ**, чл.-кор. НАН України

**Г.-В. ВЕБЕР**, проф., Турція

**О.Д. ГВІШПАНІ**, акад. РАН, Росія

**П.О. КАСЬЯНОВ**, проф., д.ф.-м.н.,  
Україна

**В.М. КУНЦЕВИЧ**, акад. НАН України

**О.А. ПАВЛОВ**, проф., д.т.н., Україна

**Т.Л. СААТІ**, проф., США

**Л. САКАЛАУСКАС**, проф., Литва

**А.М. САЛЕМ**, проф., Єгипет

**І.В. СЕРГІЄНКО**, акад. НАН України

**Х.-М. ТЕОДОРЕСКУ**, проф., Румунія

**Е.О. ФАЙНБЕРГ**, проф., США

**Я.С. ЯЦКІВ**, акад. НАН України

#### АДРЕСА РЕДАКЦІЇ:

03056, м. Київ,

пр. Перемоги, 37, корп. 35,

Навчально-науковий комплекс

«Інститут прикладного системного аналізу»

НТУУ «КПІ» МОН та НАН України

Тел.: **406-81-44**; факс: **406-81-44**

E-mail: [journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua](mailto:journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua)

<http://journal.iasa.kpi.ua>

### У номері:

• **Прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи**

• **Проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах**

• **Математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем**

• **Методи аналізу та управління системами в умовах ризику і невизначеності**

NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE  
EDUCATIONAL-SCIENTIFIC COMPLEX  
«INSTITUTE FOR APPLIED SYSTEM ANALYSIS»  
AT THE NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF UKRAINE «KPI»  
OF MES AND NAS OF UKRAINE

## SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

№ 2

2015

IT IS FOUNDED IN JULY 2001

### EDITORIAL BOARD:

#### The editor – in – chief

**M.Z. ZGUROVSKY,** Academician of  
NASU

#### Deputy editor – in – chief

**N.D. PANKRATOVA,** Prof., Ukraine

#### Associate editors:

**F.I. ANDON,** Academician of  
NASU

**A.V. ANISIMOV,** Correspondent  
member of NASU

**E.A. FEINBERG,** Prof., USA

**A.D. GVISHIANI,** Academician of RAS,  
Russia

**P.O. KASYANOV,** Prof., Ukraine

**V.M. KUNTHEVICH,** Academician of NASU

**A.A. PAVLOV,** Prof., Ukraine

**T.L. SAATY,** Prof., USA

**L. SAKALAUŠKAS,** Prof., Lithuania

**A.M. SALEM,** Prof., Egypt

**I.V. SERGIENKO,** Academician of NASU

**H.-N. TEODORESKU,** Prof., Romania

**G.-W. WEBER,** Prof., Turkey

**Ya.S. YATSKIV,** Academician of NASU

### THE EDITION ADDRESS:

03056, Kyiv,  
av. Peremogy, 37, building 35,  
Educational-Scientific Complex  
«Institute for Applied System Analysis» at the  
National Technical University of Ukraine «KPI»  
of MES and NAS of Ukraine  
Phone: 406-81-44; Fax: 406-81-44  
E-mail: journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua  
<http://journal.iasa.kpi.ua>

### In the issue:

• **Progressive information technologies, high-efficiency computer systems**

• **Decision making and control in economic, technical, ecological and social systems**

• **Mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research**

• **Methods of system analysis and control in conditions of risk and uncertainty**

## Шановні читачі!

Навчально-науковий комплекс «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України видає міжнародний науково-технічний журнал

### «СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ».

Журнал публікує роботи теоретичного та прикладного характеру в широкому спектрі проблем, пов'язаних із системними дослідженнями та інформаційними технологіями.

#### Провідні тематичні розділи журналу:

Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу; теоретичні та прикладні проблеми інформатики; автоматизовані системи управління; прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи; проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах; теоретичні та прикладні проблеми інтелектуальних систем підтримки прийняття рішень; проблемно і функціонально орієнтовані комп'ютерні системи та мережі; методи оптимізації, оптимальне управління і теорія ігор; математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем; методи аналізу та управління системами в умовах ризику і невизначеності; евристичні методи та алгоритми в системному аналізі та управлінні; нові методи в системному аналізі, інформатиці та теорії прийняття рішень; науково-методичні проблеми в освіті.

**Головний редактор журналу** — ректор Національного технічного університету України «КПІ», академік НАН України Михайло Захарович Згуровський.

Журнал «Системні дослідження та інформаційні технології» включено до переліку фахових видань ВАК України.

Журнал «Системні дослідження та інформаційні технології» входить до таких наукометричних баз даних: «Україніка наукова» та УРЖ «Джерело», ВИНТИ РАН, РИНЦ (Российский индекс научного цитирования), DOAJ (Directory of Open Access Journals), Index Copernicus.

Статті публікуються українською, російською та англійською мовами.

Журнал можна передплатити. **Наш індекс 23918.** Якщо ви не встигли передплатити журнал, його можна придбати безпосередньо в редакції.

Наша адреса: 03056, м. Київ, пр. Перемоги, 37, корп. 35, к. 219.

Завідуюча редакцією **С.М. Шевченко**

Редактор **А.О. Млечко**

Молодший редактор **Н.В. Куніцька**

Комп'ютерна верстка та набір **А.А. Патіоха**

---

Підписано до друку 22.06.2015. Формат 70x108/16.

Папір офс. Офс. друк. Ум. друк. арк. 14. Ціна договірна.

Свідоцтво про реєстрацію КВ № 13804–2778 ПР від 17.03.2008 р.

---

Видавництво та поліграфія ВПК «Політехніка»

ВПІ НТУУ «КПІ»

03056, Київ–56, пр. Перемоги, 37, корп. 15

## **Dear Readers!**

The Educational-scientific complex «Institute for applied system analysis» at the National technical university of Ukraine «KPI» of MES and NAS of Ukraine is published of the international scientific and technical journal

### **«SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES».**

The Journal is printing works of a theoretical and applied character on a wide spectrum of problems, connected with system researches and information technologies.

#### **The main thematic sections of the Journal are the following:**

Theoretical and applied problems and methods of system analysis; theoretical and applied problems of computer science; automated control systems; progressive information technologies, high-efficiency computer systems; decision making and control in economic, technical, ecological and social systems; theoretical and applied problems of intellectual systems for decision making support; problem- and function-oriented computer systems and networks; methods of optimization, optimum control and theory of games; mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research; methods of system analysis and control in conditions of risk and uncertainty; heuristic methods and algorithms in system analysis and control; new methods in system analysis, computer science and theory of decision making; scientific and methodical problems in education.

**The editor-in-chief of the Journal** is Rector of the National Technical University of Ukraine «KPI», academician of the NASU Michael Zaharovich Zgurovsky.

The articles to be published in the Journal in Ukrainian, Russian and English languages are accepted. Information printed in the Journal is included in the Catalogue of periodicals of Ukraine.

# СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

2 • 2015

## ЗМІСТ

### **ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ**

<i>Згуровский М.З., Павлов А.А., Халус Е.А.</i> Задача построения допустимого расписания с максимально поздним моментом запуска и минимальным суммарным опережением .....	7
<i>Глибовець М.М., Зінчук С.О.</i> Використання моделі акторів для реалізації розподілених генетичних алгоритмів .....	16
<i>Поліщук Д.О., Поліщук О.Д., Яджак М.С.</i> Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно-мережових систем. Частина II. Локальне та прогностичне оцінювання .....	26
<i>Лавданский А.А., Фауре Э.В.</i> Оценка статистических свойств последовательностей на выходе комбинационного генератора с помощью графических тестов .....	39

### **ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ І УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ, ЕКОЛОГІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ**

<i>Іваненко В.І., Пасічніченко І.О.</i> Очікувана корисність у ситуаціях прийняття рішень з випадковими у широкому сенсі наслідками .....	51
<i>Ови Нафас Агаи аг Гамши, Зайченко Ю.П., Войтенко О.С.</i> Анализ финансового состояния и прогнозирование риска банкротства банков .....	59
<i>Петренко А.А.</i> Цели и объекты науки о сервисах.....	75
<i>Гоголадзе Н.Г.</i> Моделирование и прогнозирование процесса инфляции в Грузии .....	83

### **МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ І ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ**

<i>Панкратова Н.Д., Бузань И.В., Дашук В.А.</i> Восстановления функциональных закономерностей на основе многочленов Гегенбауэра .....	88
<i>Ротштейн О.П., Ракитянська Г.Б.</i> Діагностика на основі багатовимірних нечітких відношень .....	97
<i>Podolsky S.V., Zorin Yu.M.</i> $O(1)$ delta part computation technique for the quadratic assignment problem .....	112

### **МЕТОДИ АНАЛІЗУ ТА УПРАВЛІННЯ СИСТЕМАМИ В УМОВАХ РИЗИКУ І НЕВИЗНАЧЕНОСТІ**

<i>Савченко И.А.</i> Эволюция объекта исследования с привлечением модифицированного метода морфологического анализа .....	122
<i>Левченко Є.Г., Рабчун Д.І.</i> Кореляція витрат в багаторубіжних системах захисту інформації .....	131
Реферати .....	141
Відомості про авторів .....	149

# SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

2 • 2015

## CONTENTS

### PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES, HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS

<i>Zgurovsky M.Z., Pavlov O.A., Khalus O.A.</i> The problem of constructing a feasible schedule with maximum startup time and minimum total earliness .....	7
<i>Glibovets M.M., Zinchuk S.O.</i> An application of Actor model for the distributed genetic algorithms development .....	16
<i>Polishchuk D.O., Polishchuk O.D., Yadzhak M.S.</i> Complex evaluation of the complex hierarchical-network systems. Part II. Local and forecasting evaluation .....	26
<i>Lavdanskiy A.O., Faure E.V.</i> Evaluation of statistical properties of the output sequence of combination generators with graphics tests .....	39

### DECISION MAKING AND CONTROL IN ECONOMIC, TECHNICAL, ECOLOGICAL AND SOCIAL SYSTEMS

<i>Ivanenko V.I., Pasichnichenko I.O.</i> Expected utility in decision-making situations with random in a broad Sense consequences .....	51
<i>Ovi Nafas Aghaie agh Ghamish, Zaychenko Y.P. Voytenko O.S.</i> Financial state analysis and bankruptcy risk forecasting for banks .....	59
<i>Petrenko O.O.</i> Objects and methods of service science .....	75
<i>Gogoladze N.G.</i> Modeling and forecasting of the inflation process in Georgia .....	83

### MATHEMATICAL METHODS, MODELS, PROBLEMS AND TECHNOLOGIES FOR COMPLEX SYSTEMS RESEARCH

<i>Pankratova N.D., Buzan I.V., Dashuk V.O.</i> Recovery of functional regularities based on Gegenbauer polynomials .....	88
<i>Rotshtein O.P., Rakytyanska H.B.</i> Diagnosis based on multivariable fuzzy relations .....	97
<i>Podolsky S.V., Zorin Yu.M.</i> $O(1)$ delta part computation technique for the quadratic assignment problem .....	112

### METHODS OF SYSTEM ANALYSIS AND CONTROL IN CONDITONS OF RISK AND UNCERTAINTY

<i>Savchenko I.O.</i> Evolution of research objects using modified morphological analysis method .....	122
<i>Levchenko Ye.G., Rabchun D.I.</i> The correlation of expenses in multi-barrier information security systems .....	131
References .....	141
Information about the authors .....	149

УДК 519.854.2

## **ЗАДАЧА ПОСТРОЕНИЯ ДОПУСТИМОГО РАСПИСАНИЯ С МАКСИМАЛЬНО ПОЗДНИМ МОМЕНТОМ ЗАПУСКА И МИНИМАЛЬНЫМ СУММАРНЫМ ОПЕРЕЖЕНИЕМ**

**М.З. ЗГУРОВСКИЙ, А.А. ПАВЛОВ, Е.А. ХАЛУС**

Рассмотрена задача составления расписания выполнения одним прибором независимых работ с различными длительностями и директивными сроками по критериям максимизации момента запуска работ и минимизации суммарного опережения, в котором все работы не запаздывают. Для установленного момента запуска представлен алгоритм построения допустимого расписания с минимальным суммарным опережением. Приведено доказательство того, что задача построения допустимого расписания оптимального одновременно по критериям максимизации момента запуска и минимизации суммарного опережения работ, заданных в лексикографическом порядке является  $P$ -разрешимой. Предложен точный полиномиальный алгоритм определения допустимого расписания, оптимального по критерию минимизации суммарного опережения для заданного момента запуска в системе, состоящей из множества независимых работ, выполняемых одним прибором.

### **ВВЕДЕНИЕ**

В последние десятилетия со стороны многих исследователей уделяется существенное внимание постановкам и методам решения задач оперативно-календарного планирования в сложных системах. Увеличение этого интереса является естественным, так как эффективное решение задач календарного планирования обеспечивает увеличение продуктивности, уровня обслуживания и гибкости, а также уменьшение затрат.

В теории расписаний особое место занимают задачи с одним прибором. Результаты, получаемые при исследовании таких задач, могут быть использованы для построения алгоритмов решения сложных задач со многими приборами и многостадийных задач, возникающих на практике. Классические задачи теории расписаний с одним прибором являются схематичными теоретическими моделями многих задач, встречающихся на практике. Исследование таких задач помогает изучить фундаментальные свойства и структуру практических задач, что способствует построению эффективных алгоритмов их решения.

Простейшие одномашинные среды важны по нескольким причинам. Во-первых, такая среда является частным случаем всех сред. Модели на одном приборе часто имеют свойства, которых нет ни у элементарных сред,

состоящих из параллельных машин, ни у многостадийных конвейерных сред. Результаты, полученные для одного прибора, могут служить мощными эвристиками для построения расписаний в более сложных машинных средах. Также на практике задачи операционного планирования в более сложных машинных средах часто могут декомпозироваться на подзадачи, каждая из которых моделируется одним прибором.

Рассматриваемые задачи оптимизации отражают требования к планированию в современных рыночных условиях, для них не были известны точные эффективные методы решения.

**Цель работы:**

исследовать свойства следующих задач: задачи построения допустимого расписания с максимально поздним моментом запуска; задачи построения расписания с минимальным суммарным опережением для заданного момента запуска;

разработать алгоритмы их решения.

**ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

Задано множество независимых работ  $J = \{1, 2, \dots, n\}$ , каждая из которых состоит из одной операции. Для работы  $j \in J$  известны длительность выполнения  $p_j$  и директивный срок выполнения  $d_j$ . Работы поступают в систему одновременно. Прерывания выполнения работ не допускаются. Процесс выполнения работ является непрерывным: после выполнения первой по порядку работы сразу же начинается вторая и так до тех пор, пока не будут выполнены все работы. Необходимо найти допустимое расписание, в котором:

момент начала выполнения работ ( $r$ ) является максимально поздним;

суммарное опережение моментов окончания работ относительно директивных сроков принимает минимальное значение.

**Определение 1.** Расписание называется *допустимым*, если в нем удовлетворены все директивные сроки (все задания не запаздывают).

**Определение 2.** Для заданного расписания под *моментом запуска* понимается момент начала выполнения работы, которая в расписании стоит на первой позиции.

**Теорема 1.** Пусть для некоторого момента запуска существует допустимая последовательность выполнения работ  $\sigma = \{j_1, j_2, \dots, j_n\}$ , где  $j_i$  обозначает работу на позиции  $i$  в текущей последовательности. Тогда последовательность работ, упорядоченная по неубыванию значений директивных сроков, также допустима [1].

**Следствие 1.1.** Если расписание с нулевым моментом запуска, упорядоченное по неубыванию директивных сроков, является недопустимым, то допустимого расписания не существует [1].

В работе [2] получены новые логико-аналитические условия реализации полиномиальной составляющей ПДС-алгоритма решения задачи по критерию минимизации суммарного запаздывания для одного прибора.

**Теорема 2.** Если расписание с нулевым моментом запуска, упорядоченное по неубыванию директивных сроков, является допустимым, то оно



оптимально, в противном случае в оптимальном расписании суммарное запаздывание будет строго больше нуля [2].

В работе [1] был разработан алгоритм **A** определения самого позднего момента запуска выполнения работ в системе  $n/1/r \rightarrow \max$ , при котором расписание остается допустимым. Суть алгоритма состоит в следующем. Вначале работы упорядочиваются по неубыванию директивных сроков, затем определяется момент запуска выполнения работ, при котором в расписании хотя бы одна работа будет запаздывающей. Определяется максимальное из запаздываний и вся последовательность работ сдвигается влево на эту величину.

**Теорема 3.** Алгоритм **A** строит допустимое расписание, в котором момент  $r$  начала выполнения работ (момент запуска) является самым поздним [1].

**Теорема 4.** Допустимое расписание с моментом запуска  $r_{\max}$ , построенное по неубыванию директивных сроков, является оптимальным по критерию минимизации суммарного опережения при выполнении условий:

$$d_{j_1} \leq d_{j_2} \leq \dots \leq d_{j_n}, \quad p_{j_1} \geq p_{j_2} \geq \dots \geq p_{j_n}, \quad (1)$$

где  $j_i$  — это номер задания, которое в допустимом расписании занимает  $i$ -ю позицию [1].

Система условий (1) является достаточным условием оптимальности по двум критериям.

В случае, когда расписание  $\sigma$  не удовлетворяет условию (1), то его оптимальность по критерию минимизации суммарного опережения не гарантирована.

Пусть расписание  $\sigma$  не удовлетворяет условиям (1), тогда для этой задачи может существовать другое допустимое расписание, в котором момент запуска заданий также является максимально поздним, но у которого суммарное опережение меньше. Поставим задачу: для установленного момента запуска  $r_{\max}$  построить допустимое расписание с минимальным суммарным опережением.

Имеет место лемма 1.

**Лемма 1.** Пусть  $\sigma$  — допустимое расписание выполнения  $n$  работ с максимально поздним моментом запуска. Тогда существует и допустимое расписание с работой  $K$  в последней позиции, которое сохраняет момент запуска работ максимально поздним и одновременно минимизирует суммарное опережение работ и удовлетворяет условию:

а) работа  $K$  выполняется последней, если это не нарушает допустимость расписания (не приводит к запаздыванию работ):  $d_K \geq \sum_{j=1}^n p_j + r_{\max}$ ;

б) при этом длительность работы  $K$  минимальна среди всех работ, выполнение которых в последнюю очередь не приводит к запаздыванию:

$$p_K = \min_{s / d_s \geq \sum_{j=1}^n p_j + r_{\max}} \{p_s\}.$$

**Доказательство.** Рассмотрим расписание  $\sigma$ , со следующими свойствами:

расписание является допустимым (все работы не запаздывают);



$$E_{j_v}(\sigma) = E_J(\sigma) = d_J - (g + p_J).$$

Расписание  $\sigma'$  :

$E_i(\sigma')$  — опережение работы  $i$  в расписании  $\sigma'$ ;

$E(\sigma')$  — суммарное опережение работ в расписании  $\sigma'$ ;

$$E_{j_i}(\sigma') = E_{j_i}(\sigma), \quad i = 1, 2, \dots, v-1;$$

$$E_{j_i}(\sigma') = E_{j_i}(\sigma) + (p_J - p_K), \quad i = v+1, \dots, n-1;$$

$$E_{j_n}(\sigma') = E_J(\sigma') = d_K - f;$$

$$E_{j_v}(\sigma') = E_K(\sigma') = d_K - (g + p_K).$$

Определим разность суммарных опережений работ в расписаниях  $\sigma'$  и  $\sigma$  :

$$\begin{aligned} E(\sigma') - E(\sigma) &= \sum_{i=1}^n E_{j_i}(\sigma') - \sum_{i=1}^n E_{j_i}(\sigma) = \sum_{i=v}^n E_{j_i}(\sigma') - \sum_{i=v}^n E_{j_i}(\sigma) = \\ &= E_K(\sigma') - E_J(\sigma) + \sum_{i=v+1}^{n-1} E_{j_i}(\sigma') - \sum_{i=v+1}^{n-1} E_{j_i}(\sigma) + E_J(\sigma') - E_K(\sigma) = \\ &= d_K - g - p_K - d_J + g + p_J + (n-v-1)(p_J - p_K) + d_J - f - d_K + f = \\ &= (n-v)(p_J - p_K). \end{aligned}$$

То есть, перестановка местами работ  $J$  и  $K$  приводит к увеличению суммарного опережения на величину  $(n-v)(p_J - p_K)$ . Таким образом, на последнее место нужно ставить работу с минимальной длительностью, при условии, что это не нарушает допустимости расписания. ■

**Теорема 5.** Пусть  $\sigma$  — допустимое расписание выполнения  $n$  работ с максимально поздним моментом запуска  $r_{\max}$ , тогда допустимое расписание  $\sigma_1 = \{j_1, j_2, \dots, j_n\}$  ( $j_i$  — это номер работы, которая в  $\sigma_1$  занимает  $i$ -ю позицию) построенное по правилу:

$$p_{j_n} = \min_{s / d_s \geq \sum_{j=1}^n p_j + r_{\max}} \{p_s\}, \quad (2)$$

$$p_{j_i} = \min_{s / d_s \geq \sum_{j=1}^n p_j - \sum_{l=0}^{n-i-1} p_{j_{n-l}} + r_{\max}} \{p_s\}, \quad i = \overline{n-1, 1} \quad (3)$$

является оптимальным по критерию минимизации суммарного опережения работ с максимально поздним моментом запуска  $r_{\max}$ .

**Доказательство** теоремы следует из леммы 1. Действительно, из леммы 1 и аддитивности функционала минимизации суммарного опережения следует выполнение принципа оптимальности Беллмана: любая начальная часть допустимого расписания, оптимального по минимуму суммарного опережения, также является оптимальной по этому критерию.

Согласно с рекуррентными соотношениями (2)–(3) окончательный вид допустимого расписания  $\sigma_1$ , в котором достигает минимума суммарное опережение с сохранением максимально позднего момента запуска, находится рекуррентно путем выбора последней, предпоследней и последующих других работ. Другими словами, допустимое расписание  $\sigma_1$  строится по расписанию  $\sigma$  последовательно, начиная с определения последней работы и заканчивающегося определением первой работой и всегда реализуется, поскольку  $\sigma$  — допустимое расписание. При этом, в сравнении с расписанием  $\sigma$ , работы в расписании  $\sigma_1$  либо остаются на своих местах либо смещаются (более короткие — влево, более длинные — вправо) не нарушая своего директивного срока. ■

**Теорема 6.** Задача построения допустимого расписания, оптимального одновременно по критериям максимизации момента запуска и минимизации суммарного опережения работ, заданных в лексикографическом порядке, является  $P$ -разрешимой.

**Доказательство.** Как следует из теоремы 5, расписание  $\sigma_1$  является допустимым и оптимальным по двум критериям, заданным в лексикографическом порядке.

Доказательство теоремы базируется на двух фактах. Во-первых, согласно теореме 5, расписание  $\sigma_1$ , строится на основе расписания  $\sigma$ . Рекуррентная процедура (2)–(3) построения расписания  $\sigma_1$  по расписанию  $\sigma$  является полиномиальной по сложности вычислений. Во-вторых, алгоритм А построения расписания  $\sigma$  также является полиномиальным по сложности. Следовательно, задача построения допустимого расписания оптимального одновременно по критериям максимизации момента запуска и минимизации суммарного опережения работ в лексикографическом порядке является  $P$ -разрешимой. ■

**Следствие 5.1.** Для любого заданного момента запуска  $\forall r < r_{\max}$  расписание, построенное в соответствии с рекуррентными соотношениями (2)–(3), имеет минимальное суммарное опережение для данного  $r$ .

## ПОЛИНОМИАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПИСАНИЯ ПО КРИТЕРИЮ СУММАРНОГО ОПЕРЕЖЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАННОГО МОМЕНТА ЗАПУСКА. АЛГОРИТМ А1

Алгоритм построения оптимального расписания по критерию суммарного опережения с моментом запуска  $r$  работ имеет следующую схему.

**Шаг 1.** Из совокупности работ, для которых директивные сроки больше либо равны моменту окончания всех работ, выбрать работу с наименьшей длительностью и поставить эту работу на последнее место:

$$p_{j_n} = \min_{s / d_s \geq \sum_{j=1}^n p_j + r} \{p_s\}. \quad (4)$$

*Примечание.* Если таких работ несколько, то выбор среди них осуществляется произвольно.

**Шаг 2.** Перейти к позиции  $i = n - 1$ .

**Шаг 3.** Определить работу, которая будет выполняться на позиции  $i$ .

3.1. Найти момент окончания работы  $j_i$  (которая в расписании будет занимать  $i$ -ю позицию):

$$C_{j_i} = \sum_{j=1}^n p_j - \sum_{l=0}^{n-i-1} p_{j_{n-l}} + r. \quad (5)$$

3.2. Из совокупности работ, для которых директивные сроки не меньше момента окончания  $C_{j_i}$ , выбрать работу с минимальной длительностью:

$$p_{j_i} = \min_{s / d_s \geq \sum_{j=1}^n p_j - \sum_{l=0}^{n-i-1} p_{j_{n-l}} + r} \{p_s\}. \quad (6)$$

3.3. Разместить работу  $j_i$  на позицию  $i$ .

**Шаг 4.** Перейти к следующей позиции:  $i = i - 1$ , ЕСЛИ  $i = 0$ , то КОНЕЦ, ИНАЧЕ — перейти к ШАГУ 3.

Если необходимо построить расписание, оптимальное по критерию 2 для максимально позднего момента запуска  $r_{\max}$ , то это достигается заменой величины  $r$  на  $r_{\max}$  в соотношениях (4) и (5).

Следующий пример иллюстрирует процесс построения расписания, оптимального по двум критериям.

**Пример 1.** Дано:  $n = 6$ ;

$$p_1 = 99; p_2 = 28; p_3 = 62; p_4 = 98; p_5 = 45; p_6 = 74;$$

$$d_1 = 240; d_2 = 260; d_3 = 249; d_4 = 514; d_5 = 481; d_6 = 449.$$

В соответствии с алгоритмом **A** найдено расписание  $\sigma$  с максимально возможным моментом запуска  $r_{\max} = 71$ , которое представлено в табл. 1.

**Таблица 1.** Расписание  $\sigma$  с максимально возможным моментом запуска  $r_{\max} = 71$

Порядковый номер в расписании	Номер работы, $j$	Длительность, $p_j$	Директивный срок, $d_j$	Момент окончания, $C_j$	Опережение, $E_j$
1	1	99	240	170	70
2	3	62	249	232	17
3	2	28	260	260	0
4	6	74	449	334	115
5	5	45	481	379	102
6	4	98	514	477	37
$E(\sigma) = 341$					

Суммарное опережение при максимально возможном моменте запуска  $E(\sigma) = 341$ .

Выберем из совокупности работ, для которых директивные сроки больше либо равны моменту окончания всех работ, работу с наименьшей длительностью и поставим на последнее место:

$$p_{j_6} = \min_{s / d_s \geq \sum_{i=1}^6 p_i + r_{\max}} \{p_s\} = \min_{s / d_s \geq 477} \{p_s\} = \min \{p_4, p_5\} = 45.$$

Директивный срок не меньше, чем 477, имеют работы 4 и 5, но так как у работы 5 меньше длительность выполнения ( $p_5 = 45 < p_4 = 98$ ), то на последнее место назначается работа 5. В результате получаем такую заключительную последовательность оптимального расписания, как это показано в табл. 2.

**Таблица 2.** Заключительная последовательность оптимального расписания (работа 5 на последнем месте)

Порядковый номер в расписании	Номер работы, $j$	Длительность работы, $p_j$	Директивный срок, $d_j$	Момент окончания работы, $C_j$	Опережение работы, $E_j$
1					
2					
3					
4					
5				432	
6	5	45	481	477	4

Найдем момент окончания предпоследней работы:

$$C_{j_5} = \sum_{j=1}^6 p_j - p_{j_6} + r_{\max} = 406 - 45 + 71 = 432.$$

Из совокупности оставшихся работ, для которых директивные сроки не меньше момента окончания  $C_{j_5}$ , выберем работу с минимальной длительностью.

$$p_{j_5} = \min_{s / d_s \geq \sum_{j=1}^6 p_j - p_{j_6} + r_{\max}} \{p_s\} = \min_{s / d_s \geq 432} \{p_s\} = \min \{p_4, p_6\} = 74.$$

На предпоследнее место назначается работа 6 и в результате получаем такую заключительную последовательность оптимального расписания, как это показано в табл. 3.

**Таблица 3.** Заключительная последовательность оптимального расписания (на предпоследнем месте работа 6)

Порядковый номер в расписании	Номер работы, $j$	Длительность, $p_j$	Директивный срок, $d_j$	Момент окончания, $C_j$	Опережение, $E_j$
1					
2					
3					
4				358	
5	6	74	449	432	17
6	5	45	481	477	4

В соответствии с алгоритмом A1 дальнейших изменений в расположении работ 1, 2, 3 и 4 не будет. Таким образом, получили оптимальное расписание  $\sigma^{\text{opt}}$  с максимально возможным моментом запуска  $r_{\text{max}} = 71$  и минимальным суммарным опережением  $E(\sigma^{\text{opt}}) = 264$  (табл. 4).

Задача решена.

**Таблица 4.** Расписание, оптимальное по критерию минимизации суммарного опережения при  $r_{\text{max}}$

Порядковый номер в расписании	Номер работы, $j$	Длительность, $p_j$	Директивный срок, $d_j$	Момент окончания, $C_j$	Опережение, $E_j$
1	1	99	240	170	70
2	3	62	249	232	17
3	2	28	260	260	0
4	4	98	514	358	156
5	6	74	449	432	17
6	5	45	481	477	4
$E(\sigma^{\text{opt}}) = 264$					

## ВЫВОДЫ

Рассмотрена задача теории расписаний выполнения независимых работ с различными длительностями и различными директивными сроками одним прибором, в котором момент запуска работ является максимально поздним и достигает минимума суммарное опережение работ. Доказано, что задача построения допустимого расписания оптимального одновременно по критериям максимизации момента запуска и минимизации суммарного опережения работ, заданных в лексикографическом порядке является  $P$ -разрешимой. Разработан точный полиномиальный алгоритм определения допустимого расписания, оптимального по критерию минимизации суммарного опережения для заданного момента запуска в системе  $n/1$ .

## ЛИТЕРАТУРА

Павлов А.А., Мисюра Е.Б., Халус О.А. Исследование свойств задачи календарного планирования для одного прибора по критерию минимизации суммарного опережения заданий при условии допустимости расписания // Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Інформатика, управління та обчислювальна техніка» — 2012. — № 56. — С. 98–102.

Згуровский М.З., Павлов А.А. Принятие решений в сетевых системах с ограниченными ресурсами: монография. — К.: Наук. думка, 2010. — 573 с.

Поступила 19.12.2014

## ВИКОРИСТАННЯ МОДЕЛІ АКТОРІВ ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ РОЗПОДІЛЕНИХ ГЕНЕТИЧНИХ АЛГОРИТМІВ

М.М. ГЛИБОВЕЦЬ, С.О. ЗІНЧУК

Досліджено можливості застосування моделі акторів як засобу проектування та аналізу розподілених програмних систем з високою завантаженістю. Основну увагу приділено використанню моделі акторів для реалізації паралельного розподіленого генетичного алгоритму. Здійснено огляд різноманітних моделей паралельних розподілених генетичних алгоритмів, окреслено їхні переваги та недоліки. Для концепції «господар-робітники» запропоновано адаптацію її синхронного та асинхронного варіантів до моделі акторів. Засобами фреймворку Akka створено розподілену систему — кластер акторів. У середовищі кластера описано розгортання застосунка, який демонструє використання запропонованої адаптації концепції «господар-робітники» для розв'язання задачі пошуку найкращої стратегії поведінки робота у штучному середовищі.

### ВСТУП

Проблемам створення масштабованих застосувань, здатних одночасно оброблювати великі обсяги даних, завжди приділялася значна увага. Модель акторів (Actor model) як один із підходів до побудови таких систем постала на ґрунті фізичних ідей, зокрема квантової фізики та загальної теорії відносності. Вперше «модель акторів» з'явилась у працях групи дослідників під керівництвом Карла Х'юїтта [1], а після публікації у 1986 р. праці Гуля Аги відбулося остаточне становлення моделі [2]. Логічним підсумком досліджень, що відбувалися у Федеральній політехнічній школі Лозанни стала поява фреймворку Akka, який пропонує інструментарій для створення відмовостійких масштабованих розподілених застосунків [3–4]. Наразі частина фреймворку, що відповідає за імплементацію моделі акторів, стала частиною програмної системи мови Scala.

На тлі поширення багатоядерних систем та гібридних архітектур апаратного забезпечення відбувається переосмислення існуючих алгоритмів, їхня адаптація під наявні обчислювальні потужності. Це стосується і генетичних алгоритмів. Особливостям їхньої роботи на багатоядерних та мультіядерних системах присвячено чимало публікацій [5].

Наразі генетичні алгоритми розглядають як стохастичні пошукові алгоритми, що успішно використовуються для розв'язання різноманітних наукових та інженерних задач і допомагають отримувати наближені розв'язки за прийнятний проміжок обчислювального часу [6–8].

Аналіз наукової літератури останніх десятиріч свідчить про інтенсивну розробку підходів до побудови і використання еволюційних та генетичних алгоритмів, зокрема орієнтованих на сучасну архітектуру обчислювальних систем. Огляд наукових досліджень та можливостей існуючих програмних застосунків можна знайти в роботах [9–12].



**Мета роботи** — дослідження можливостей застосування особливостей моделі акторів як засобу проектування та аналізу розподілених програмних систем з високою завантаженістю, що здатні оброблювати великі обсяги даних та ефективно використовувати наявні обчислювальні потужності, для реалізації паралельного розподіленого генетичного алгоритму.

## **РОЗПОДІЛЕНІ ГЕНЕТИЧНІ АЛГОРИТМИ**

Розвиток апаратного забезпечення, зокрема поява багатоядерних та графічних процесорів, створення на основі їхнього поєднання гетерогенних архітектур, спричинив хвилю переосмислення вже існуючих реалізацій різноманітних алгоритмів з метою максимально ефективного використання апаратних ресурсів. Послідовні версії генетичних алгоритмів стикаються з певними проблемами, зумовленими особливостями задач, що розв'язуються. Для деяких задач розмір популяції має бути дуже великим і обсяг пам'яті, який виділяється для зберігання одного індивіда також може бути досить значним, особливо у випадку використання таких нетривіальних структур даних як графи та матриці. Обчислення функції пристосованості для усіх особин популяції за таких умов стає досить затратною операцією з точки зору часових ресурсів. Зрештою послідовні генетичні алгоритми можуть потрапити в пастку субоптимального регіону простору пошуку, що стає на заваді знаходженню більш прийнятних розв'язків. Натомість паралельні розподілені варіанти генетичних алгоритмів можуть здійснювати пошук у різних підпросторах простору пошуку, зменшуючи таким чином імовірність концентрації особин лише у підпросторах з низькою якістю рішень, наприклад, підпросторах локальних мінімумів у випадку оптимізаційних задач.

Основною перевагою таких алгоритмів є більш висока продуктивність у порівнянні з послідовними алгоритмами, навіть у випадку використання не надпотужного апаратного забезпечення. Підставою для цього є те, що кілька популяцій забезпечують процес видоутворення — еволюцію окремих груп особин у різних напрямках (до різних оптимумів). У зв'язку з цим запропоновано вважати окремі розподілені моделі не тільки розширенням традиційних послідовних генетичних алгоритмів, а й новим класом алгоритмів, що по-іншому опрацьовує простір пошуку.

До основних моделей паралельних розподілених генетичних алгоритмів належать: «господар–робітники», дрібнозернисті, грубозернисті та гібридні моделі.

Метод «господар–робітники» належить до найбільш популярних методів, його успішні реалізації з'явилися одними з перших [12]. Цей метод ще називають розподіленим обчисленням функції пристосованості. В алгоритмі використовується єдина популяція, якою опікується господар (окремий процесор). Оскільки обчислення функції пристосованості для конкретних індивідів з одного боку є найбільш затратним, а з другого — не потребує ніякої додаткової інформації окрім самого індивіда, господар делегує його підлеглим робітникам. Безпосереднє паралельне обчислення пристосованості здійснюється через присвоєння кожному з наявних процесорів–робітників частини популяції (в ідеальному випадку по одній особині на обчислювальний елемент). Комунікація між робітниками та господарем відбувається лише під час отримання особин для обробки та повернення отриманих значень функції пристосованості. Результати обчислення можуть повертатись у спільну

пам'ять або передаватись за допомогою обміну повідомленнями, що дозволяє господареві зчитувати отримані значення. Вибірка найкращих особин з популяції та схрещування здійснюється глобально, оскільки кожна особина може змагатись та схрещуватись з будь-яким іншим індивідом з популяції. Робітники, окрім обчислення функції пристосованості, можуть також застосовувати оператор мутації та іноді обмінюватись частиною бітів генома (виконувати частину оператора кросинговера).

Модель «господар–робітники» може бути реалізована двома різними способами: синхронним та асинхронним. Алгоритм вважається синхронним, якщо господар, делегуючи обчислення функції пристосованості робітникам, чекає, доки не буде обраховано пристосованість кожної особини у цьому поколінні. Лише після завершення обробки усієї поточної популяції засобами селекції та інших операторів відбувається перехід до формування нового покоління. Натомість в асинхронній версії алгоритму господар, делегувавши обчислення пристосованості кожному робітникові, не чекає на повільні процесори. Формування нового покоління починається тільки після того, як певна частина покоління буде оброблена робітниками. Результати роботи синхронної версії «господар–робітники» не відрізняються від послідовного алгоритму, оскільки концептуальних змін не відбувається. Проте асинхронна версія породжує інші результати, що пов'язано зі змінами в логіці роботи алгоритму. Синхронну версію відносно легко реалізувати і в ідеальному випадку вона може забезпечити значне прискорення, якщо накладні витрати на комунікацію не перевищуватимуть обчислювальних витрат. Зазначимо, що час виконання зменшується майже лінійно зі зростанням кількості процесорів, які задіяні в якості робітників. Однак у цій версії є класичне «вузьке місце» — господар повинен чекати доки найповільніший з процесорів поверне результат обчислення функції пристосованості. Лише після цього можна застосувати оператор селекції. Асинхронна версія долає цей недолік, проте поведінка алгоритму суттєво змінюється. Як зазначено у [12], найдоцільнішим способом реалізації асинхронної моделі «господар–робітники» може бути застосування турнірного відбору серед лише тієї частини популяції, пристосованість якої вже встигли обчислити робітники.

Важливим класом є моделі зі статичними підпопуляціями, що використовують додатковий оператор міграції. Підпопуляції прийнято називати демами. Такі алгоритми ще називають алгоритмами з кількома демами та грубозернистими. У природі загальне видове різноманіття досягається завдяки ізоляції. Схрещування та природний відбір відбуваються окремо для кожної підпопуляції. Це спричинено географічними обмеженнями на кшталт гірських долин та островів, що обмежує мобільність індивідів. Ця концепція кількох окремих демів, які допомогли біоті (флорі та фауні певного району) розвинути, була запозичена й адаптована до концепції генетичних алгоритмів. Загальна популяція розбивається на деяку кількість демів, що відокремлені один від одного. Індивіди змагаються між собою лише в межах одного дема. Оскільки повна ізоляція демів призвела б до виродження через певну кількість поколінь, вводиться додатковий оператор міграції, що в певні часові проміжки забезпечує обмін індивідами. Якщо особини можуть мігрувати до будь-якої підпопуляції, модель називають «острівною». У випадку міграції лише до сусідніх демів маємо модель крокових камінців. Можуть використовуватись також інші моделі міграції. Добре збалансована міграція

може сприяти поширенню індивідів поміж островами-популяціями і водночас забезпечувати різноманіття окремих островів завдяки підтримці їхньої ізоляції.

У порівнянні з послідовними генетичними алгоритмами, використання підпопуляцій дозволяє більш явно досліджувати пошуковий простір і завдяки загальному різноманіттю видів побороти стагнацію популяції. Однак потрібно підкреслити, що логіка роботи алгоритму, особливо у випадку острівної моделі, дещо змінюється завдяки міграції, забезпечуючи швидшу збіжність. Міграція постає ключовим нетривіальним елементом цієї моделі.

Дрібнозернистий алгоритм споріднений з острівною моделлю щодо розбиття глобальної популяції на окремі менші частини. Проте в цьому випадку розбиття виконується на велику кількість маленьких демів. Звідси виникає потреба у великій кількості процесорів, оскільки в ідеалі кожна підпопуляція має складатись з одного індивіда. Комунікація між демами як і раніше може здійснюватись за допомогою оператора міграції або завдяки використанню демів, які накладаються один на одного. Зазвичай певна просторова структура обмежує взаємодію між підпопуляціями. Дем може змагатись та схрещуватись лише з сусідами, але оскільки окремі популяції є сусідами для кількох інших, кращі розв'язки переміщуються по всій глобальній популяції. У цій моделі тиск селекції та швидкість поширення інформації можуть налаштовуватись завдяки зміні кількості сусідів підпопуляції. Це означає, що дрібнозерниста модель відрізняється від послідовної версії не тільки за часом виконання, але й з точки зору роботи алгоритму. Швидкість поширення інформації також залежить від обраної топології розташування підпопуляцій. Досить поширеною практикою є розташування підпопуляцій у двовимірному ґраті. Можливо використовувати архітектуру гіперкубу та інші схеми маршрутизації, а саме: кільце, тор,  $16 \times 16 \times 8$  куб,  $4 \times 4 \times 4 \times 4$  гіперкуб та десятивимірний бінарний гіперкуб. Крім того, зустрічається структура у вигляді островів, в якій лише один індивід з кожного дему перетинається з іншими демами. Підсумовуючи, зазначимо, що цю модель може бути реалізовано на кластері робочих станцій (хоча питання комунікаційних витрат лишається відкритим) та на мультипроцесорі.

Підсилюючи позитивні властивості описаних вище моделей, цей підхід має на меті їх об'єднати та компенсувати недоліки. У [13] пропонується розглядати дворівневу ієрархічну модель, на верхньому рівні якої знаходиться грубозернистий підхід, на нижньому — модель «господар–робітники». Грубозернистий підхід надає нижньому рівню популяцію відповідного розміру та може забезпечувати обмін індивідами з іншими підпопуляціями.

## **ВІДОБРАЖЕННЯ ГЕНЕТИЧНИХ АЛГОРИТМІВ НА МОДЕЛЬ АКТОРІВ**

Використання акторів для вирішення складних предметно-орієнтованих задач потребує впорядкованих систем акторів. В окремих випадках задача вимагає створення групи з кількох систем, кожна з яких виконує прив'язаний суто до неї блок завдань. З'являється потреба в чіткому розподілі ролей серед акторів, створенні ієрархії підпорядкування (керівник–підлеглий). Кілька теоретичних моделей упорядкування систем акторів та синхронізації їхньої діяльності, зокрема адаптація підходу Map-Reduce, представлені у [14].

Однією з найбільш природних моделей для упорядкування взаємодії акторів постає модель «господар–робітники». Застосування цієї моделі для побудови інвертованого індексу, обрахунку числа Пі та інших задач представлено у [15–16]. В адаптації концепції «господар–робітники» до моделі акторів головним постає «актор–господар» (Master Aktor). Він є точкою входу для комунікації з зовнішнім світом (іншими модулями системи), до якої надходять дані для обробки або відбувається запит на отримання результатів роботи. Поряд з господарем в одній системі акторів співіснують а «актори–робітники». Іноді створюються окремі системи акторів суто для робітників. Лише господар приймає рішення щодо розподілу завдань серед підлеглих акторів. Також в окремих випадках він може корегувати кількість робітників, яку потрібно створити, та тривалість їхнього співіснування в системі (господар може примусово зупинити кількох робітників для звільнення ресурсів). Натомість «актори–робітники» лише виконують поставлені для них завдання і повертають отримані результати господареві. Зазвичай задачі для робітників формулюються таким чином, що для їх виконання потрібен мінімальний набір даних і немає потреби у додаткових знаннях про оточуючий світ. «Актор–господар» виступає «мозковим центром» застосунку. На нього покладається відповідальність щодо упорядкування отриманих від підлеглих проміжних результатів і формування на їх основі фінального. Принципову схему моделі «господар–робітники» зображено на рис. 1.

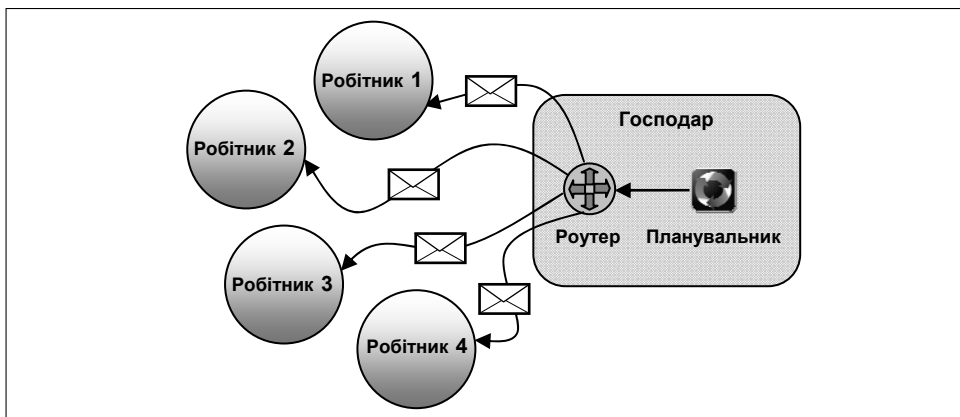


Рис. 1. Принципова схема моделі «господар–робітник» [15]

Адаптація застосування акторів для реалізації розподіленого генетичного алгоритму виглядає наступним чином. «Актор–господар» зберігає у собі популяцію особин. Створивши залежно від особливостей предметної області потрібну кількість акторів-робітників, він віддає кожному з них частину популяції для обчислення функції пристосованості. Кількість особин, яку отримує кожен актор для обробки, на наш погляд, варта окремого дослідження. Залежно від того, який з варіантів моделі обрано, господар може чекати доки всі робітники надішлють йому повідомлення зі значеннями функції пристосованості або встановити певний ліміт на кількість особин, яку потрібно оцінити. Як тільки бажану частину поточної популяції оцінено, господар може перейти до формування нового покоління. «Актори–робітники» також можуть застосувати оператор мутації щодо особин поточної популяції та окремі частини інших операторів (залежить від їх складності). Рішення про те, що найкращий розв’язок знайдено, приймає «актор–

господар». Також саме йому в якості вхідних параметрів передається імовірність кросоверу, мутації, розмір популяції та інші необхідні обмеження. Задля того, щоб розмежувати логіку генетичного алгоритму від контролю життєвого циклу підлеглих акторів, є доречним ввести додаткові сутності: «актор–монітор» та «актор–наглядач». «Актор–монітор» відслідковує те, чи не зупинився випадково якийсь з «акторів–робітників». Наглядач контролює кількість дійсно працюючих підлеглих, відправку до них повідомлень, і за потреби може ініціювати перезапуск відповідного «актора-робітника» [15]. Схему цього розширення представлено на рис. 2.

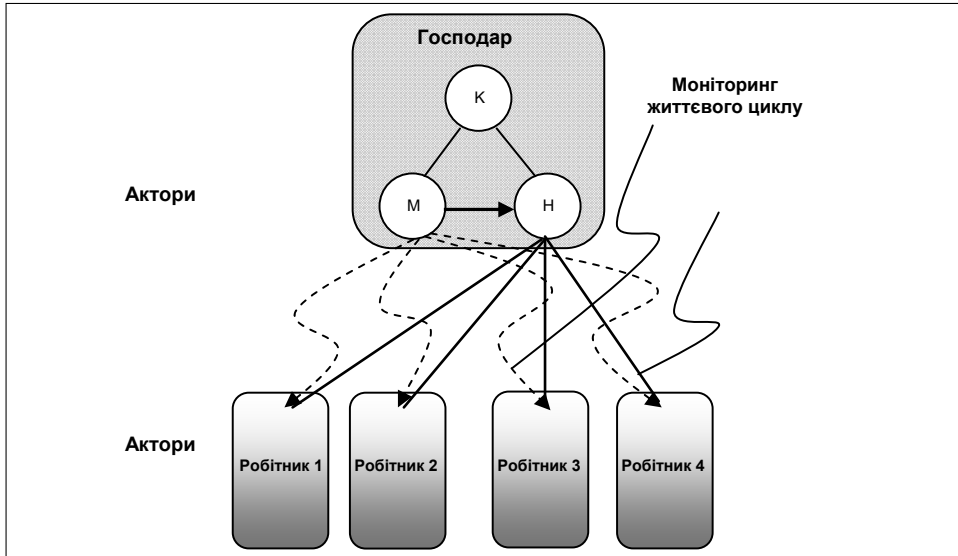


Рис. 2. Додаткові актори для контролю життєвого циклу робітників [16]: М — актор-монітор, Н — актор-наглядач, К — актор, який контролює роботу та життєвий цикл М та Н

## РЕАЛІЗАЦІЯ РОЗПОДІЛЕНОГО ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ

Для демонстрації відображення концепції «господар–робітники» на модель акторів було використано задачу, запропоновану в [17]. У ній описується робот Роббі, який існує в уявному світі, наповненому певними ресурсами (в оригіналі порожніми бляшанками від напою). Основна мета роботи — зібрати якомога більше ресурсів (очистити світ від сміття). Двовимірний світ Роббі складається зі 100 клітинок, упорядкованих в сітку розмірами  $10 \times 10$ . Зовнішні кордони світу обмежені стіною, яку не можна перетинати.

Сенсори зорового сприйняття робота не надто потужні, так само як і його інтелект. Зі свого поточного місцезнаходження він може бачити лише вміст сусідніх клітинок (на півночі, півдні, заході і сході) та поточної клітинки, яку він займає. Клітинка може бути порожньою, містити ресурс, або бути частиною стіни.

Протягом кожного сеансу роботи Роббі може виконати лише 200 дій. Кожна дія полягає у виборі однієї з можливих альтернатив: рухатись на північ, південь, захід або схід; рухатись у довільному напрямку; лишатись на місці; нахилитись і підіймати контейнер. За свої вчинки робот може отримати нагороду або бути покараним. Якщо він знаходиться на тій же клітинці,

в якій міститься контейнер, і підбирає його, то він отримує нагороду в 10 очок. Натомість, якщо він спробує забрати контейнер з порожньої клітинки, то втратить одне очко. Коли Роббі випадково робить неправильний крок і вдаряється об стіну, він отримує штраф у 5 очок і повертається на попередню клітинку. Найбільше очок протягом сеансу робот може заробити, якщо збере якнайбільше контейнерів, не вдаряючись у стіни та не нахиляючись дарма.

**Таблиця.** Фрагмент стратегії поведінки робота

Оточення					Дія
Північ	Південь	Захід	Схід	Поточна клітинка	
Порожньо	Порожньо	Порожньо	Порожньо	Порожньо	На Північ
Порожньо	Порожньо	Порожньо	Порожньо	Контейнер	Підняти Контейнер
Порожньо	Порожньо	Порожньо	Порожньо	Стіна	На Південь
...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...
Стіна	Стіна	Стіна	Стіна	Стіна	Не Рухатись

Потрібно представити стратегію поведінки робота, згідно якої він досягатиме певних результатів протягом сеансу роботи. У [17] запропоновано такий підхід: промоделювати усі можливі варіанти вмісту сусідніх клітинок та поточного положення робота й обрати для них деяку дію. Це і буде стратегією поведінки згідно з якою відбуватиметься рух світом протягом сеансу роботи робота. Фрагмент такої стратегії представлено в таблиці.

Для пошуку найкращої стратегії поведінки робота використовуємо генетичний алгоритм. У якості особин популяції обрано множину стратегій. На початковому кроці стратегії поведінки генеруються випадковим чином. Генотипове представлення стратегії являє собою вектор з чисел від 0 до 6, кожне з яких відповідає одній з можливих дій відносно поточного стану навколишнього середовища. Оцінка пристосованості стратегії вираховується як середнє значення кількості очок, які заробить робот, використовуючи цю стратегію протягом 200 сеансів роботи. Сеанс роботи полягає у зборі випадковим чином розташованих контейнерів, початкове положення — точка (0,0). На кожен з 200 сеансів надається нова конфігурація розташування контейнерів, відмінна від попередніх. Розмір популяції стратегій було обрано рівним 100, що дозволило у підсумку отримати добре «тренованого» робота, який показував прийнятні результати після 1000 поколінь. Вибір особин для схрещування здійснювався пропорційно до значення пристосованості: чим вища пристосованість стратегії, тим більшою є ймовірність того, що вона буде обрана в якості одного з батьків. Було використано адаптацію односточкового кросінговеру, який обмінював частини векторів дій між батьками до і після точки схрещування. Мутація особин полягала в тому, що з певною ймовірністю випадковим чином обрані компоненти вектора змінювали своє значення.

«Актори–компоненти» алгоритму відпрацьовували у кластері з кількох екземплярів віртуальних машин JVM. Такий кластер може бути розгорнуто як і на одній потужній багатоядерній локальній машині, так і на кількох машинах, за умови наявності мережевого зв'язку між ними. Варто зауважити,

що фреймворк Akka самостійно контролює життєвий цикл кластера та окремих його вузлів. Від розробника вимагається лише запустити потрібні системи акторів на вузлах і коректно сформувавши конфігурацію кластера. Конфігурація кластера, яку було використано у цій роботі, має такий вигляд:

```
akka {
  # loglevel = "OFF"
  actor {
    provider = "akka.cluster.ClusterActorRefProvider"
  }
  remote {
    netty.tcp {
      hostname = "127.0.0.1"
      port = 2051
    }
  }
  cluster {
    seed-nodes = [
      "akka.tcp://cluster@127.0.0.1:2051",
      "akka.tcp://cluster@127.0.0.1:2052",
      "akka.tcp://cluster@127.0.0.1:2053"
    ]
    auto-down = on
  }
}
```

В масиві `seed-nodes` зберігаються хост-адреси та порти, на яких мають працювати вузли кластера. Також в конфігурації задається провайдер, котрий забезпечуватиме комунікацію між вузлами, в даному випадку це `ClusterActorRefProvider`. Докладний опис інших типів провайдерів та особливостей їхнього використання наведено у [18].

Визначальну роль в застосунку відіграє «актор-господар» (`PopulationActor`). Він відслідковує поточний стан популяції та вибирає особини, котрих надсилає допоміжним «акторам–робітниками». Екземпляри класів `MutationActor` та `CrossoverActor` виконують відповідні генетичні оператори над особинами, яких до них відправляє `PopulationActor`. Усі основні актори у застосунку імплементують інтерфейс `Actor` з фреймворку Akka та перевизначають метод `receive`, в якому описуються реакції на всі типи повідомлень, що можуть надходити даному актору. Також широко використовується вірець «допоміжний об'єкт», в якому описуються предметно-орієнтовані типи повідомлень, з якими працює той чи інший актор.

Для актора, котрий здійснює мутацію, реалізація «допоміжного об'єкту» виглядає таким чином:

```
object MutationActor {
  case class Mutate(robot: Robot)
  case class Mutated(robots: List[Robot])
}
```

Частковий клас `Mutate` містить робота-стратегію, окремі компоненти якої зазнають впливу мутації. У класі `Mutated` міститься список нових роботів-стратегій, отриманих у результаті мутації. За таким самим принципом створено об'єкт `CrossoverActor`, складові якого `Cross` та `Crossed` вміщують у собі батьків і повертають список породжених нащадків.

```

object CrossoverActor {
  case class Cross(robot1: Robot, robot2: Robot)
  case class Crossed(robots: List[Robot])
}

```

Наведемо імплементацію методу `receive` для `PopulationActor`, в якому реалізована головна логіка алгоритму:

```

def receive = {
  case Broadcast =>
    broadcast ! population.head
    println(s"Best robot: ${population.head.points}, mutations:
      $mutations, crossovers: $crossovers")

  case Mutated(robots) =>
    addToPopulation(robots)
    mutations += robots.length
    sender ! Mutate(randomRobot)

  case Crossed(robots) =>
    addToPopulation(robots)
    crossovers += robots.length
    sender ! Cross(randomRobot, randomRobot)
}

```

Допоміжний об'єкт `Broadcast` використовується для друку в консоль пристосованості найкращої особини з поточного стану популяції. Отримавши повідомлення типу `Mutated(robots)`, він обробляє особин, отриманих у результаті мутації та надсилає `MutationActor` нових особин. Схожим чином працює обробка повідомлення `Crossed(robots)`, в якому містяться нащадки, породжені в результаті кросингверу.

## ВИСНОВКИ

У цій роботі здійснено огляд основних положень моделі акторів як підходу, що знову став актуальним відповідно до сучасних тенденцій розвитку апаратного забезпечення та вимог масштабування. У світлі появи нових гетерогенних архітектур апаратного забезпечення проаналізовано основні концепції побудови паралельних розподілених генетичних алгоритмів: «господар–робітники», грубозернисті, дрібнозернисті та гібридні моделі. Для концепції «господар–робітники», яка природнім чином дозволяє продемонструвати переваги моделі акторів, запропоновано адаптацію її синхронного та асинхронного варіантів до моделі акторів.

Використовуючи ідеї, втілені у `Amazon Dynamo` та розподілений базі даних `Riak`, засобами фреймворку `Akka` створено розподілену систему — кластер акторів. В середовищі кластера успішно розгорнуто застосунок, який демонструє використання запропонованої адаптації концепції «господар–робітники» для розв'язання задачі пошуку найкращої стратегії поведінки робота у штучному середовищі засобами моделі акторів.

Завдяки побудові застосунку продемонструвано гнучкість і технологічність моделі акторів у розподілених обчисленнях. Експеримент показав, що для великої кількості задач із невеликими об'ємами даних (дрібнозернисті задачі обслуговування великої кількості запитів у веб-сервісах) модель акторів зручніше та ефективніше, ніж важкі ґрідди.



Важливим напрямом подальших досліджень може стати поєднання моделі акторів з концепцією програмної транзакційної пам'яті (Software Transactional Memory). Таке поєднання може забезпечити альтернативний підхід до синхронізації обчислень, що дозволить розв'язати за допомогою моделі акторів широке коло задач.

## ЛІТЕРАТУРА

1. *Hewitt C., Bishop P., Streiger R.* A Universal Modular Actor Formalism for Artificial Intelligence // IJCAI'73 Proceedings of the 3rd International Joint Conference on Artificial Intelligence. — Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, 1973. — P. 235–245.
2. *Agha G.A.* ACTORS: A Model of Concurrent Computation in Distributed Systems. — MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1986. — 190 p.
3. *Gupta M.K.* Akka Essentials. — Birmingham: Packt Publishing, 2012. — 334 p.
4. *Wyatt D.* Akka Concurrency. — Walnut Creek, California, Artima Inc., 2013. — 515 p.
5. *Zheng L., Lu Y., Ding M.* Architecture-based Performance Evaluation of Genetic Algorithms on Multi/Many-core Systems // Proceedings of IEEE 14th International Conference on Computational Science and Engineering, Dalian, Liaoning, 24–26 Aug. 2011. — P. 321–334.
6. *Глибовець Н.Н., Медвидь С.А.* Генетические алгоритмы и их использование для решения задачи составления расписания // Кибернетика и системный анализ. — 2003. — № 1. — С. 95–108.
7. *Глибовець М.М., Гороховський С.С., Краткова О.В.* Гібридний генетичний алгоритм вирішення задачі оптимізації структури інтегральної схеми // Інженерія програмного забезпечення / Нац. авіац. ун-т — К.: НАУ. — 2011. — № 1. — С. 70–76.
8. *Глибовець М.М., Гулаєва Н.М.* Еволюційні алгоритми: підручник. — К.: НаУ-КМА, 2013. — 828 с.
9. *Haupt R.L., Haupt S.E.* Practical genetic algorithms. — Wiley-Interscience, 2004. — 272 p.
10. *Luque G., Alba E.* Parallel Genetic Algorithms: Theory and Real World Applications // Studies in Computational Intelligence. — Springer-Verlag, 2011, 367 — 172 p.
11. *Umbarkar A.J., Joshi M.S.* Review of Parallel Genetic Algorithm Based on Computing Paradigm and Diversity in Search Space // ICTACT Journal on Soft Computing. — 2013. — 3, № 4. — P. 615–622.
12. *Nowostawski M., Poli R.* Parallel Genetic Algorithm Taxonomy // Third International Conference on Knowledge-Based Intelligent Information Engineering Systems, 1999. Proceedings. — P. 88–92.
13. *Бидюк П.И., Литвиненко В.И., Токарь А.А.* Параллельные генетические алгоритмы // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2002. — № 4. — С. 7–16.
14. *Karmani R.K., Shali A., Agha G.* Actor frameworks for the JVM platform: a comparative analysis // PPPJ '09: proceedings of the 7th international conference on principles and practice of programming in java, Calgary, Alberta. — ACM, NY, 2009. — P. 11–20.
15. *Gupta M.K.* Akka Essentials. — Packt Publishing, Birmingham, 2012. — 334 p.
16. *Wyatt D.* Akka Concurrency. — Artima Inc., Walnut Creek, California, 2013. — 515 p.
17. *Mitchell M.* Complexity: A Guided Tour. — Oxford University Press, 2009. — 326 p.
18. *Akka.* Cluster Specification. Version 2.2.3. — <http://doc.akka.io/docs/akka/2.2.3/common/cluster.html>.

Надійшла 02.09.2014

## КОМПЛЕКСНЕ ДЕТЕРМІНОВАНЕ ОЦІНЮВАННЯ СКЛАДНИХ ІЄРАРХІЧНО-МЕРЕЖЕВИХ СИСТЕМ. ЧАСТИНА II. ЛОКАЛЬНЕ ТА ПРОГНОСТИЧНЕ ОЦІНЮВАННЯ

Д.О. ПОЛІЩУК., О.Д. ПОЛІЩУК, М.С. ЯДЖАК

Запропоновано методику комплексного детермінованого оцінювання складних систем з ієрархічно-мережевою структурою, складовими якої є методи локального, прогностичного, агрегованого та інтерактивного аналізу стану, якості функціонування та взаємодії об'єктів системи всіх рівнів ієрархії. Описано методи локального та прогностичного оцінювання поведінки характеристик елементів системи, які є основою для подальшої побудови узагальнених висновків щодо її стану та якості функціонування. Запропонована уточнена бальна шкала оцінок дозволяє не лише визначити якість елемента, але й частково встановити причини виявлених недоліків. Прогностичний аналіз дає можливість завчасно попередити та відреагувати на можливість виходу елемента за «пориг безпеки». Запропоновано засоби візуалізації локальних та прогностичних оцінок елементів системи, які дозволяють оперативно реагувати на виявлені або потенційні недоліки. Ефективність запропонованих методів проілюстровано на прикладі аналізу якості об'єктів колійного та станційного господарства залізничної транспортної системи України.

### ВСТУП

У 1908 р. академік А.М. Крилов започаткував теорію оцінювання якості складних систем (СС) [1] з розробки методу вирішення проблеми вибору найкращого з поміж 50 наданих проекту лінійного корабля. Слід було здійснити узагальнену оцінку кожного з цих проектів з урахуванням великої кількості характеристик, які визначали ефективність та надійність численних систем судна. Для одержання цієї оцінки необхідно було дати відповідь на такі питання:

- характеристики яких елементів системи потрібно включити до розгляду для одержання обгрунтованого узагальненого висновку;
- яким чином оцінити значення кожної з характеристик;
- як визначити пріоритетність характеристик, що розглядаються;
- який спосіб обрати для узагальнення оцінок заданого набору характеристик.

З того часу перелік систем, які підлягають оцінюванню, питань, які потребують відповіді для формування об'єктивного та обгрунтованого висновку про якість системи та методів, що дають можливість ці відповіді отримати, суттєво розширився [2–6]. Зокрема, для СС, які складаються з десятків тисяч елементів і більше, перше питання розділилося на два: які елементи слід включати в процедуру оцінювання та які характеристики цих елементів мають бути враховані [7]. Відповідь на перше з цих питань визначається метою оцінювання: якщо досліджується процес реалізації однієї з цілей системи, до складу, структурної схеми і процедури оцінювання включають елементи, безпосередньо задіяні у досягненні цієї цілі [2]. Щодо переліку

характеристик, які підлягають оцінюванню, то він має бути повним, тобто враховувати усі особливості стану та якості функціонування елемента, необхідні для реалізації заданої цілі. Одночасно цей перелік має бути мінімально достатнім, тобто не долучати характеристик, подібних вже включеним у перелік оцінюваних [8]. Питання: «Яким чином оцінити значення кожної з характеристик?», також було поділено на два: які критерії та параметри застосовувати для аналізу поведінки кожної з оцінюваних характеристик та яку шкалу оцінок використовувати для формування заключного висновку. Зрозуміло, що лише багатокритеріальний та багатопараметричний аналіз дозволяє провести різнобічне дослідження поведінки оцінюваної характеристики [9–10]. При цьому набір критеріїв та параметрів також має бути мінімально достатнім. Загалом кількість критеріїв та параметрів визначається особливостями характеристик досліджуваного елемента та метою оцінювання [11–12].

Для формування висновку у різний час різними авторами використовувались неперервна, цілочисельна або понятійна («відмінно», «добре», «задовільно», «незадовільно») [13–15] шкали оцінок. Оцінка у неперервній шкалі формується за значенням функціонала, який у метриці певного функціонального простору визначає відхилення досліджуваної характеристики від прийнятого еталону [4, 14]. У цілочисельній, наприклад, відсотковій шкалі кожному значенню цього функціонала ставиться у відповідність ціле число в межах мінімально та максимально допустимого значення цього функціонала [6, 17]. Коли кількість градацій цілочисельної шкали є невеликою (2–5), їх значенням можна співставити [15, 18] понятійну шкалу. Кожна з цих шкал має свої переваги і недоліки. Значення неперервної шкали є найбільш точними, але, водночас, найменш зрозумілими кінцевому користувачу, наприклад, лікарю чи працівнику залізниці. Значення оцінок понятійної шкали можуть бути занадто «розмитими», адже оцінка «задовільно» може означати все що завгодно від «майже добре» до «ледь краще незадовільного». Цілочисельна, наприклад, відсоткова шкала є достатньо точною та зрозумілою, однак не дозволяє хоча б частково визначити причини виявлених недоліків. Незрозумілість або нечіткість оцінки, неясність причин появи незадовільного чи близького до нього висновку може призвести до прийняття неадекватного рішення. У цій статті ми пропонуємо уточнену бальну шкалу оцінок, яка поєднує переваги неперервної та понятійної шкал (точність та зрозумілість) та дозволяє частково визначити причини появи негативних висновків.

Пріоритетність характеристик елементів, включених у процедуру оцінювання, визначають експерти даної предметної області. Спосіб узагальнення оцінок характеристик та їх пріоритетність у реалізації цілі функціонування елемента системи безумовно відіграє важливу роль у побудові обґрунтованого висновку про його якість, однак визначальним у цьому процесі все ж таки є об'єктивність та коректність самих локальних оцінок.

Вибір характеристик елементів, критеріїв, параметрів та шкал їхнього оцінювання здійснюється [3, 12, 14] під час побудови методів локального оцінювання, як складової загальної методики комплексного детермінованого оцінювання системи, загальний опис який було подано у [2]. Ще однією її складовою, яка описується у цій статті, є методи прогностичного аналізу поведінки характеристик елементів системи. Необхідність прогностичного оцінювання пояснюється тією обставиною, що задовільний стан або якість функціонування елемента у момент останнього планового дослідження зовсім не означає, що вони збережуться такими ж до наступного [19]. Тобто,

прогностичний аналіз поведінки елемента дозволяє завчасно виявити та упередити потенційні ризики від його виходу з ладу.

**Мета роботи** — розробка з використанням уточненої бальної шкали методів локального та прогностичного оцінювання поведінки характеристик стану та якості функціонування елементів складних систем та зручних засобів візуалізації отриманих висновків для оперативного реагування на виявлені або потенційні загрози.

### ЛОКАЛЬНЕ ОЦІНЮВАННЯ НЕПЕРЕРВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Локальне оцінювання елементів складних систем визначається типом характеристик, які їх описують, та виглядом областей еталонних та допустимих значень цих характеристик. Оцінку характеристики  $f(x)$ ,  $x \in [0, X]$ , де  $x$  — просторова або часова змінна, яка описує стан або процес функціонування елемента системи, здійснюємо за наступним алгоритмом. Нехай  $F[0, X]$  — область допустимих значень  $f(x)$ ,  $x \in [0, X]$ ,  $\{F_i[0, X]\}_{i=3}^5$  — підобласті  $F[0, X]$ , які визначають основну позитивну цілочисельну бальну оцінку  $e(f)$  характеристики  $f(x)$ . Тобто оцінка  $e(f) = i$ , якщо  $f \in F_i[0, X]$ ,  $i = 3, 4, 5$ , та  $e(f) = 2$ , якщо  $f \notin F[0, X]$ . Уточнена бальна оцінка будується так:

$$E(f) = e(f) + (1 - \|P_{F_i}(f)\|_V) / v_i,$$

якщо  $e(f) = i$ ,  $i = 3, 4$ . Тут  $P_{F_i}(f)$  — проекція на підобласть  $F_i[0, X]$  значень характеристики  $f(x)$ , основна бальна оцінка якої дорівнює  $i$ ,  $v_i$  — нормуючий коефіцієнт,  $\|\cdot\|_V$  — норма функціонального простору  $V$ . Наприклад, для  $C_0[0, X]$

$$v_i = \max_{x \in F_i[0, X]} f(x) - \min_{x \in F_i[0, X]} f(x),$$

а у разі  $L_2[0, X]$   $v_i$  є пропорційним до площі підобласті  $F_i[0, X]$ ,  $i = 3, 4$ , [20]. Якщо підобласть еталонних значень  $F_5[0, X]$  вироджується до кривої  $f_{em}(x)$ , то запропонований алгоритм оцінює міру відхилення характеристики  $f(x)$  від прийнятого еталону її поведінки або від розв'язку відповідної задачі оптимального керування, якщо такий вдається відшукати. Цей алгоритм також використовується для оцінювання першої похідної характеристики  $f(x)$ , який дає можливість проаналізувати динаміку її зміни на проміжку  $[0, X]$ . Так осцилююча динаміка характеристик стану колії впродовж ділянки свідчить про зниження комфортності та безпеки руху поїздів, особливо зі збільшенням їхньої швидкості.

Розглянемо детальніше алгоритм локального оцінювання для випадку, коли  $F_5[0, X] = f_{em} \equiv \text{const}$ . Нехай  $SD = SD = \{S_m\}_{m=1}^{\tilde{M}} \cup \{D_m\}_{m=1}^M$  — деяка підсистема складної ієрархічно-мережевої системи (СІМС) [2], яка утворюється із взаємопов'язаних базових підсистем (БПС — підсистем найнижчого рівня розбиття, складовими яких є елементи системи), тобто є сукупністю вузлів  $S_m$ ,  $m = \overline{1, \tilde{M}}$ , та поєднуючих їх ребер  $D_m$ ,  $m = \overline{1, M}$ . У праці [2]

у якості прикладу реальної СІМС розглядалася залізнична транспортна система (ЗТС) України. У цьому випадку найпростішим прикладом підсистеми  $SD$  є відділок, як послідовність станцій та перегонів між ними. Поділимо ребро  $D_m$  на послідовність елементарних ділянок  $\{D_{m,n}\}_{n=1}^{N_m}$  довжиною  $X_{m,n}$ , стан кожної з яких описується набором характеристик  $\{f_{m,n,i}(x)\}_{i=1}^{I_{N_m}}$ ,  $x \in [0, X_{m,n}]$ ,  $n = \overline{1, N_m}$ . Нехай для характеристики  $f_{m,n,i}(x)$  область допустимих значень має вигляд  $F_{m,n,i}[0, X_{m,n}] = \{f_{m,n,i}(x) : f_{m,n,i}^{em} \leq f_{m,n,i}(x) \leq f_{m,n,i}^{max}, x \in [0, X_{m,n}]\}$ , де  $f_{m,n,i}^{max}$  — максимально допустиме відхилення характеристики  $f_{m,n,i}(x)$  від її еталонного значення  $f_{m,n,i}^{em}$  (рис.1). Визначимо підобласті  $F_{m,n,i}[0, X_{m,n}]$  поведінки характеристики  $f_{m,n,i}(x)$ , які відповідають різним значенням цілочисельної бальної шкали оцінок. Вважаємо, що вона є «відмінною», якщо  $f_{m,n,i}(x) = f_{m,n,i}^{em}$ . Підобласть  $(f_{m,n,i}^{em}, \gamma]$  відповідає поведінці «добре». Значення  $\gamma \in [f_{m,n,i}^{em}, f_{m,n,i}^{max}]$  встановлюють експерти. Підобласть  $(\gamma, f_{m,n,i}^{max}]$  відповідає поведінці «задовільно». Якщо значення характеристики  $f_{m,n,i}(x)$  у будь-якій точці проміжку  $[0, X_{m,n}]$  перевищують величину  $f_{m,n,i}^{max}$ , то її поведінка вважається «незадовільною». Зрозуміло, що поведінка характеристики  $f_{m,n,i}(x)$  визначається за її найбільшим відхиленням від еталону, тобто значенням

$$\|f_{m,n,i}(x) - f_{m,n,i}^{em}\|_{C_0[0, X_{m,n}]} = \max_{x \in [0, X_{m,n}]} |f_{m,n,i}(x) - f_{m,n,i}^{em}|.$$

Прикладом характеристики такого типу для елементарної ділянки колії, яка є горизонтальною прямою, є характеристика, яка визначає взаємне розміщення рейок у вертикальній площині під час руху поїзда з максимальними для цієї ділянки швидкістю і вагою. У цьому випадку  $f_{m,n,i}^{em} = 0$  мм,  $f_{m,n,i}^{max} = 18$  мм,  $\gamma = 8$  мм [21].

Оцінювання поведінки досліджуваної характеристики будемо здійснювати за двома параметрами. За першим формуємо уточнену бальну оцінку  $e_c(f_{m,n,i})$  на основі аналізу величини максимальних збурень  $f_{m,n,i}(x)$  на елементарній ділянці  $D_{m,n}$ , а саме вважаємо  $e_c(f_{m,n,i})$  рівною:

- 2, якщо  $f_{m,n,i}^{max} < \|f_{m,n,i}(x)\|_{C_0[0, X_{m,n}]}$ ;
- $3 + (f_{m,n,i}^{max} - \|f_{m,n,i}(x)\|_{C_0[0, X_{m,n}]}) / (f_{m,n,i}^{max} - \gamma)$ ,

якщо  $\gamma < \|f_{m,n,i}(x)\|_{C_0[0, X_{m,n}]} \leq f_{m,n,i}^{max}$ ;

- $4 + (\gamma - 4 + (\gamma - \|f_{m,n,i}(x)\|_{C_0[0, X_{m,n}]}) / \gamma) / \gamma$ ,

якщо  $f_{m,n,i}^{\max} f_{m,n,i}^{\max} < \|f_{m,n,i}(x)\|_{C_0[0, X_{m,n}]} \leq \gamma$ ;

- 5, якщо  $\|f_{m,n,i}(x)\|_{C_0[0, X_{m,n}]} \equiv f_{m,n,i}^{em}$ .

За другим параметром формуємо уточнену бальну оцінку  $e_l(f_{m,n,i})$  на основі аналізу масовості збурень  $f_{m,n,i}(x)$  на елементарній ділянці  $D_{m,n}$ , а саме вважаємо  $e_l(f_{m,n,i})$  рівною:

- 2, якщо  $f_{m,n,i}^{\max} < \|f_{m,n,i}(x)\|_{C_0[0, X_{m,n}]}$ ;
- $3 + ((f_{m,n,i}^{\max} - \gamma)\sqrt{X_{m,n}} - \|f_{m,n,i}(x) - \gamma\|_{L_2[0, X_{m,n}]}) / (f_{m,n,i}^{\max} - \gamma) - \sqrt{X_{m,n}}$ ,

якщо  $\lambda \leq \|f_{m,n,i}(x)\|_{C_0[0, X_{m,n}]} \leq f_{m,n,i}^{\max}$ ;

- $4 + (\|\gamma - f_{m,n,i}(x)\|_{L_2[0, X_{m,n}]}) / \gamma \leq \sqrt{X_{m,n}}$ ,

якщо  $f_{m,n,i}^{\max} < \|f_{m,n,i}(x)\|_{C_0[0, X_{m,n}]} \leq \gamma$ ;

- 5, якщо  $\|f_{m,n,i}(x)\|_{C_0[0, X_{m,n}]} \equiv f_{m,n,i}^{em}$ .

Розглянемо приклади поведінки характеристик, основна цілочисельна оцінка яких є «задовільною» (рис. 1). Оцінки характеристик, які відображаються лініями 1 і 2, у рівномірній метриці є рівними, а саме  $e_c(f_{m,n,1}) = e_c(f_{m,n,2}) = 3,10$ . Однак, їхня поведінка є суттєво різною. Якщо значення першої характеристики є близькими до критичного лише в одній точці, то другої — на всій ділянці  $D_{m,n}$ . Аналогічно, оцінки характеристик, які відображаються лініями 1 і 3, у середньо-квадратичній метриці також є рівними, а саме  $e_l(f_{m,n,1}) = e_l(f_{m,n,3}) = 3,94$ . Однак, якщо перша з цих характеристик має «критичну» точку, то друга поводить себе «майже добре» на всій ділянці  $D_{m,n}$ . Таким чином, використання однопараметричних оцінок не дає адекватного уявлення щодо поведінки досліджуваної характеристики елемента системи. У той же час, пара  $e_c(f_{m,n,1}) = 3,10$ ,  $e_l(f_{m,n,1}) = 3,94$  означає, що впродовж обраної елементарної ділянки є лише точкові місця, де значення  $f_{m,n,1}(x)$  близькі до допустимих меж, які можна усунути за допомогою незначного локального ремонту; пара  $e_c(f_{m,n,2}) = 3,10$ ;  $e_l(f_{m,n,2}) = 3,02$  свідчить, що стан ділянки з огляду на досліджувану характеристику близький до «незадовільного» і потребує серйозного ремонту; пара  $e_c(f_{m,n,3}) = 3,95$ ;  $e_l(f_{m,n,3}) = 3,94$  означає, що стан ділянки з огляду на досліджувану характеристику близький до «доброго». Тобто, побудовані нами оцінки дають достатньо конкретну, обґрунтовану та зрозумілу пересічному користувачеві інформацію, наприклад, під час дослідження стану колії: локальні збурення, які можна усунути шляхом незначного точкового ремонту, загалом майже добрий стан, стан, який потребує термінового ремонту ділянки колії тощо. Зрозуміло, що витрати, необхідні для виконання точкового та капітального ремонту колії є неспівмірними.

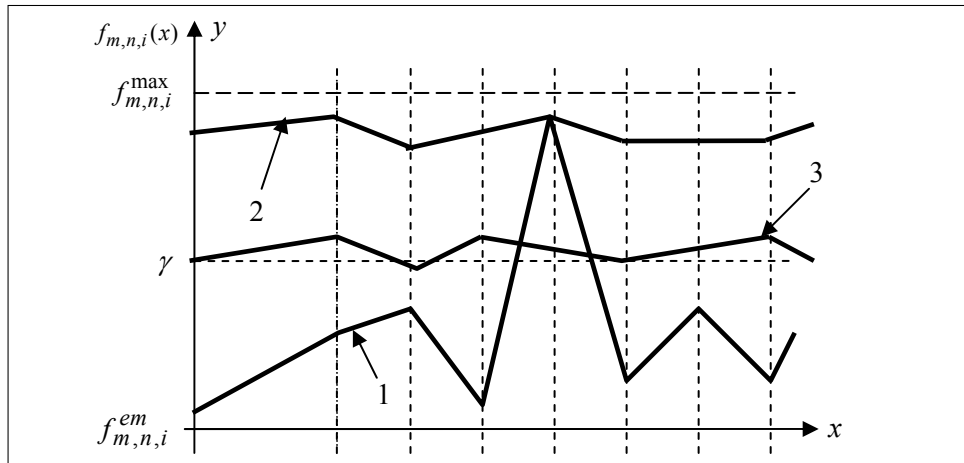


Рис. 1. Три приклади поведінки характеристик, основна цілочисельна оцінка яких є «задовільною»

Загалом кількість характеристик для визначеного (найпростішого) типу ділянки колії перевищує сорок, для яких у процесі дослідження нами було виділено чотири основні типи поведінки [11, 20]. Кожен з них, окрім способу відбору даних відрізняється виглядом областей еталонних та допустимих значень, способом формування підобластей області допустимих значень, які визначають поведінку характеристики та можуть бути неоднозв'язними, вибором функціоналів, за якими проводиться оцінювання тощо, тобто потребує застосування різних варіантів описаного вище алгоритму локального оцінювання.

### ВІЗУАЛІЗАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ЛОКАЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ

Сумарна кількість оцінок характеристик елементів системи, наприклад, колійного господарства ЗТС, може сягати мільйонів одиниць [11, 21]. Зрозуміло, що ця інформація потребує розробки спеціальних методів візуалізації результатів оцінювання, зручних для оперативної локалізації виявлених недоліків [22]. На рис. 2 показано діаграму розподілу оцінок характеристик елемента БПС ( $k$  — загальна кількість характеристик елемента). Заштрихована область відповідає характеристикам, які не оцінювались.

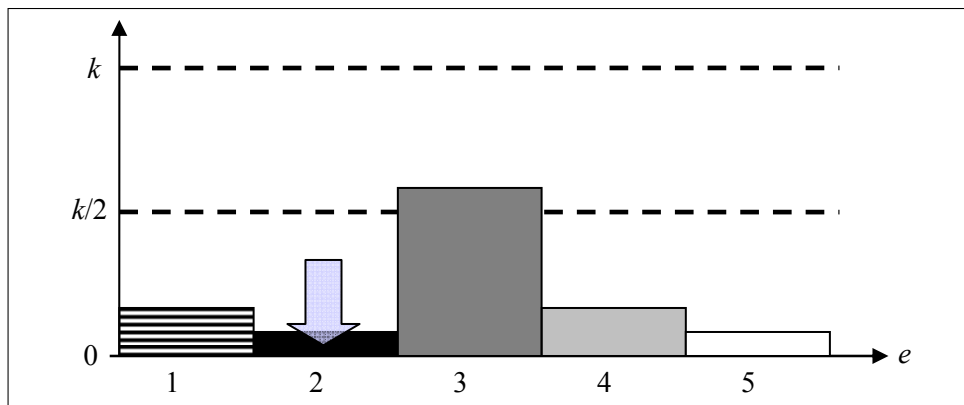



Рис. 2. Розподіл характеристик елемента  $D_{m,n}$  за оцінками

Клікання курсором на стовпці діаграми супроводжується відображенням характеристик (таблиця), цілочисельна частина оцінки яких має відповідне значення. Характеристики можуть слідувати або в порядку їх пріоритетності, або в порядку зростання оцінок.

Клікання курсором по назві характеристики у таблиці супроводжується відображенням графіка її поведінки на фоні області допустимих значень та підобластей, які відповідають цілочисельним бальним оцінкам, а також таблиці її числових значень.

**Т а б л и ц я .** Перелік характеристик елемента  $D_{m,n}$  з оцінкою «задовільно»

№	Характеристика	$e_c(f_{m,n,i})$	$e_l(f_{m,n,i})$
$i_1$	Характеристика $f_{m,n,i_1}$	3,05	3,16
 $i_2$	Характеристика $f_{m,n,i_2}$	3,11	3,14
...	...	...	...
$i_L$	Характеристика $f_{m,n,i_L}$	3,79	3,85

### ЛОКАЛЬНЕ ОЦІНЮВАННЯ ДИСКРЕТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Існує чимало прикладів реальних СІМС, стан та функціонування елементів яких може характеризуватись не лише функціональними залежностями, на які були орієнтовані описані вище алгоритми локального оцінювання, але й наборами числових значень, що відображають параметри стану чи реалізації певних функцій [23–25]. До таких характеристик відносяться, зокрема, часові інтервали виконання операцій над потоком у вузлі, наприклад, над поїздом на станції (посадка та висадка пасажирів, прийом та видача пошти, огляд поїзда, заміна локомотиву на вузлових станціях тощо). Оцінки таких процесів будуються на основі аналізу часових відхилень реального виконання операції від передбаченого встановленим графіком [23].

Нехай  $\mathbf{O} = \{O_n\}_{n=1}^N$  — повний цикл операцій, що необхідно виконати над потоком  $P$  у вузлі  $S$ ,  $\mathbf{O}_{N_i} = \{O_{n_1}, O_{n_2}, \dots, O_{n_i}\} \subset \mathbf{O}$ ,  $\sum_{i=1}^I N_i = N$  — підмножини операцій, які необхідно виконувати послідовно, причому операції з різних підмножин  $\mathbf{O}_{N_i}$ ,  $i = \overline{1, I}$ , можуть виконуватися паралельно. Позначимо  $\tau^e = \{\tau^e(O_n)\}_{n=1}^N$ , де  $\tau^e(O_n)$  — час виконання операції  $O_n$  згідно графіка,  $\tau^{\min} = \{\tau^{\min}(O_n)\}_{n=1}^N$ ,  $\tau^{\min}(O_n)$  — мінімально допустимий час виконання операції  $O_n$ ,  $\tau^p = \{\tau^p(O_n)\}_{n=1}^N$ ,  $\tau^p(O_n)$  — реальний час виконання операції  $O_n$ . Оцінювання якості роботи вузла має проводитися без врахування попередніх затримок потоку, які сталися з незалежних від цього вузла причин.



Позначимо  $\tau^{\min}(\mathbf{O}_{N_i}) = \sum_{n_1, n_2, \dots, N_i} \tau^{\min}(O_n)$ ,  $\tau^{\circ}(\mathbf{O}_{N_i}) = \sum_{n_1, n_2, \dots, N_i} \tau^{\circ}(O_n)$ ,  
 $\tau^P(\mathbf{O}_{N_i}) = \sum_{n_1, n_2, \dots, N_i} \tau^P(O_n)$ . Якість виконання  $e_S(P, \mathbf{O}_{N_i})$  послідовності операцій  $\mathbf{O}_{N_i}$  реальної обробки потоку  $P$  у вузлі  $S$  будемо вважати рівною:

- 5, якщо  $\tau^P(\mathbf{O}_{N_i}) = \tau^{\min}(\mathbf{O}_{N_i})$ ;
- $4 + (\tau^P(\mathbf{O}_{N_i}) - \tau^{\circ}(\mathbf{O}_{N_i})) / (\tau^{\min}(\mathbf{O}_{N_i}) - \tau^{\circ}(\mathbf{O}_{N_i}))$ ,

якщо  $\tau^{\min}(\mathbf{O}_{N_i}) < \tau^P(\mathbf{O}_{N_i}) \leq \tau^{\circ}(\mathbf{O}_{N_i})$ ;

- $3 + (\tau^P(\mathbf{O}_{N_i}) - T_{PS}^{\circ}) / (\tau^{\circ}(\mathbf{O}_{N_i}) - T_{PS}^{\circ})$ ,

якщо  $\tau^{\circ}(\mathbf{O}_{N_i}) < \tau^P(\mathbf{O}_{N_i}) \leq T_{PS}^{\circ}$ ;

• 2, якщо  $\tau^P(\mathbf{O}_{N_i}) > T_{PS}^{\circ}$ ,  $i = \overline{1, I}$ , де  $T_{PS}^{\circ}$  — час перебування потоку  $P$  у вузлі  $S$  згідно з графіком.

Для оцінювання якості виконання  $e_S(P, O_n)$  окремої операції з послідовності  $\mathbf{O}_{N_i}$  використовуємо подібний алгоритм, а саме вважаємо її рівною:

- 5, якщо  $\tau^P(O_n) = \tau^{\min}(O_n)$ ;
- $4 + (\tau^P(O_n) - \tau^{\circ}(O_n)) / (\tau^{\min}(O_n) - \tau^{\circ}(O_n))$ ,

якщо  $\tau^{\min}(O_n) < \tau^P(O_n) \leq \tau^{\circ}(O_n)$ ;

- $3 + (\tau^P(O_n) - T_{PS}^{\circ}) / (\tau^{\circ}(O_n) - T_{PS}^{\circ})$ ,

якщо  $\tau^P(O_n) : \tau^{\circ}(O_n) < \tau^P(\mathbf{O}_{N_i}) \leq T_{PS}^{\circ}$ ,  $O_n \in \mathbf{O}_{N_i}$ ;

- 2, якщо  $\tau^P(O_n) : \tau^P(\mathbf{O}_{N_i}) > T_{PS}^{\circ}$ ,  $O_n \in \mathbf{O}_{N_i}$ ,  $n = \overline{1, N_i}$ ,  $i = \overline{1, I}$ .

Останні дві оцінки означають, що тривалість операції  $O_n \in \mathbf{O}_{N_i}$  є такою, що час виконання послідовності  $\mathbf{O}_{N_i}$  може наблизитися до часу обробки  $T_{PS}^{\circ}$  потоку у вузлі згідно з графіком чи перевищити його відповідно. Загалом перерозподіл часу виконання окремих операцій в рамках послідовності  $\mathbf{O}_{N_i}$  може бути змінним та залежати від об'єму кожної з них. Однак, якщо у вузлі  $S$  під час обробки певного типу потоків виконання окремої операції регулярно оцінюється «незадовільно», то слід ретельно проаналізувати причини появи такого висновку.

Якість обробки  $e_S(P)$  потоку  $P$  у вузлі  $S$  визначаємо за співвідношенням

$$e_S(P) = \langle \mathbf{p}, e_S(P, \mathbf{O}) \rangle_{R^I} / \langle \mathbf{p}, \mathbf{1} \rangle_{R^I}, \quad (1)$$

де  $\langle \cdot, \cdot \rangle_{R^I}$  — скалярний добуток в евклідовому просторі  $R^I$ ,  $e_S(P, \mathbf{O}) = \{e_S(P, \mathbf{O}_{N_i})\}_{i=1}^I$ ,  $\mathbf{p} = \{\rho_i\}_{i=1}^I$  — вектор вагових коефіцієнтів, які визначають пріоритетність послідовностей операцій  $\mathbf{O}_{N_i}$ ,  $i = \overline{1, I}$ ,  $\mathbf{1} = \{1\}_{i=1}^I$ .

Звичайно, якість обробки окремого потоку не може визначати якість роботи вузла загалом. Достатньо обґрунтований висновок можемо сформулювати на основі аналізу роботи вузла з обслуговування сукупності потоків різних типів, які проходять через нього протягом заданого періоду часу. Більш детальні висновки отримуємо, аналізуючи роботу вузла з виконання послідовностей операцій чи окремих операцій над потоками за ті ж проміжки часу.

Припустимо, що рух потоків у системі є періодичним і  $T_0$  — мінімальний проміжок часу, який враховує визначену графіком періодичність проходження потоків через вузол  $S$ . Нехай  $T^k$  — період тривалістю  $T_0$ ,  $\mathbf{P}^k = \{P_l^k\}_{l=1}^{L_k}$  — сукупність потоків, які проходять через вузол  $S$  за  $k$ -тий період,  $k = \overline{1, K}$ ,  $K$  — кількість тестових досліджень, проведених над кожним із потоків сукупності  $\mathbf{P}^k$ , під час планового огляду роботи вузла. Якість обробки  $E_S^K(\mathbf{P}_l)$  потоку  $P_l$  у вузлі  $S$  протягом  $K$  періодів  $T_0$  оцінюємо за співвідношенням

$$E_S^K(\mathbf{P}_l) = \langle e_S(\mathbf{P}_l), \mathbf{1} \rangle_{R^K} / K,$$

де  $e_S(\mathbf{P}_l) = \{e_S(P_l^k)\}_{k=1}^K$  — вектор оцінок виду (1) якості обробки потоку  $P_l \in \mathbf{P}_l = \{P_l^k\}_{k=1}^K$ ,  $l = \overline{1, L_k}$ , під час  $k$ -того періоду  $T_0$ ,  $k = \overline{1, K}$ .

Якість обробки  $E_S(\mathbf{P}^k)$  сукупності потоків  $\mathbf{P}^k$ , які проходять через вузол  $S$  за  $k$ -й період, визначаємо за співвідношенням

$$E_S(\mathbf{P}^k) = \langle \tilde{\rho}, \mathbf{E}_S(\mathbf{P}^k) \rangle_{R^{L_k}} / \langle \tilde{\rho}, \mathbf{1} \rangle_{R^{L_k}}, \quad (2)$$

де  $\tilde{\rho} = \{\rho_l\}_{l=1}^{L_k}$  — вектор вагових коефіцієнтів, які визначають пріоритетність потоків  $P_l$ ,  $l = \overline{1, L_k}$ ,  $\mathbf{E}_S(\mathbf{P}^k) = \{E_S(P_l^k)\}_{l=1}^{L_k}$ ,  $k = \overline{1, K}$ . Аналогічні узагальнені висновки можна отримувати для послідовностей операцій над потоками окремих типів із сукупності  $\mathbf{P}^k$ , а також, у разі потреби, конкретних операцій над ними.

Якість роботи вузла протягом  $K$  періодів  $T_0$  за станом обробки сукупності потоків  $\mathbf{P}^k$ ,  $k = \overline{1, K}$ , визначаємо за співвідношенням

$$E_S^K(\mathbf{P}) = \langle \mathbf{E}_S(\mathbf{P}), \mathbf{1} \rangle_{R^K} / K,$$

де  $\mathbf{E}_S(\mathbf{P}) = \{E_S(\mathbf{P}^k)\}_{k=1}^K$ . Аналіз послідовності  $E_S(\mathbf{P}^k)$ ,  $k = \overline{1, K}$ , дає можливість визначати причини незадовільної обробки у вузлі певних категорій потоків.

Наведений алгоритм ми можемо застосувати, наприклад, для оцінювання якості обробки поїздів різних категорій на окремій станції ЗТС. При цьому нерідко його результати дозволяють покращити якість обробки певного регулярного поїзда, незначно змінивши графік його руху. Тут ми об-

межили процедуру локального оцінювання рівнем БПС системи, оскільки при аналізі процесу обробки потоків, які проходять через вузол, поелементна деталізація процесу зазвичай є надлишковою. Така деталізація є доцільною, зокрема, при дослідженні процесу формування складу поїзда на сортувальній станції тощо.

## ПРОГНОСТИЧНЕ ОЦІНЮВАННЯ

Прогностичне оцінювання може бути коротко- та довготерміновим та передбачати прогнозування як оцінок, так і поведінки характеристик елементів системи. Розглянемо алгоритм короткострокового прогнозування значень оцінки характеристики елемента. Нехай  $\{e(t_j)\}_{j=1}^J$ ,  $J \geq 2$  — передісторія оцінок певної характеристики, одержаних під час здійснення послідовності планових досліджень у моменти часу  $t_j \in [0, T]$ ,  $j = \overline{1, J}$  за період  $T$ . Позначимо  $\Phi(t) = \{\varphi_j(t)\}_{j=1}^J$  систему лінійно незалежних функцій, визначених на проміжку  $[0, T]$ . Побудуємо функцію  $e(t) = \langle \mathbf{A}, \Phi(t) \rangle_{R^J}$ , де  $\mathbf{A} = \{a_j\}_{j=1}^J$  — вектор невідомих коефіцієнтів. Тоді прогнозоване значення оцінки  $e(t)$  обраної характеристики в момент часу  $t_{J+1}$ , наприклад, наступного планового дослідження, одержується із співвідношення  $e(t_{J+1}) = \langle \mathbf{A}, \Phi(t_{J+1}) \rangle_{R^J}$ , у якому вектор  $\mathbf{A}$  визначається з умови  $\langle \mathbf{A}, \Phi(t_k) \rangle_{R^J} = e(t_k)$ ,  $k = \overline{1, J}$ . Вибір системи базисних функцій може визначатися експериментально встановленим характером поведінки оцінок характеристик досліджуваного об'єкта. Так оцінка стану об'єктів ЗТС поводиться відповідно до експоненційного закону [19], що і визначає вибір системи  $\Phi(t)$ . Результати прогностичного оцінювання можуть розглядатися як складові локального та відобразитися на діаграмах і таблицях, подібних зображеним на рисунках 2 та 3.

Виявлено ще один недолік цілочисельних бальних оцінок, який полягає в тому, що вони не дозволяють здійснювати коректні прогнози навіть на короткострокову перспективу. Дійсно, екстраполяція послідовності  $e(t_k) = 3$ ,  $k = 1, 2, 3$  дає значення  $e(t_4) = 3$ . У той же час послідовність  $e(t_1) = 3, 84$ ,  $e(t_2) = 3, 49$ ,  $e(t_3) = 3, 11$  дає прогноз  $e(t_4) < 3$ , тобто нижче «порогу безпеки». Прогностичний аналіз уточнених оцінок дає можливість визначити момент часу, коли понятійна оцінка зменшиться на одиницю при тому ж режимі експлуатації та за відсутності факторів, які можуть різко погіршити стан чи якість функціонування елемента системи. А саме, виходячи з поведінки послідовності  $\{e(t_j)\}_{j=1}^J$  тобто враховуючи, що  $e(t)$  є монотонно спадаючою функцією, час наступного дослідження можна визначити з умови  $e(t) \geq e^*$ , де  $e^*$  — значення, яке відповідає понятійній оцінці на одиницю меншій, ніж встановлена на момент останнього огляду.

Термін короткострокового прогнозу  $t_{J+1}$  природно обмежувати часом наступного планового дослідження оцінюваних об'єктів, стан яких у ре-

зультаті слідуєчого за ним ремонту стрибкоподібно покращується. Процедура прогностичного оцінювання поведінки характеристики елемента полягає у прогнозуванні її поточкових значень та здійснюється за допомогою описаного вище екстраполяційного алгоритму. Її доцільно проводити лише для тих характеристик, для яких отримано негативний прогноз оцінки на момент наступного планового дослідження.

Повертаючись до сформованих вище оцінок отримуємо, що прогностичний аналіз пар  $e_c(f_{m,n,i})$ ,  $e_l(f_{m,n,i})$  поведінки характеристик  $f_{m,n,i}$  дозволяє визначити стан елементарної ділянки колії на момент наступного її планового огляду та попередити можливий вихід за «поріг безпеки»,  $i = \overline{1, I_{N_m}}$ ,  $n = \overline{1, N_m}$ ,  $m = \overline{1, M}$ .

Екстраполяція значень визначеної за співвідношенням (1) послідовності  $e_S(P_l^k)$ , дає можливість прогнозувати якість обробки потоку  $P_l$ ,  $l = \overline{1, L_k}$ ,  $k = \overline{1, K}$ , у вузлі, наприклад, поїзда на станції, на короткострокову перспективу. Значення визначеної у (2) послідовності  $E_S(\mathbf{P}^k)$ ,  $k = \overline{1, K}$ , дає можливість здійснювати прогностичний аналіз роботи вузла системи. Для довгострокового прогнозування, яке включає в себе кілька періодів планових досліджень та слідуєчих за ними ремонтів, використовуємо апарат часових рядів [20, 26].

За аналогічним принципом здійснюємо побудову локальних та прогностичних оцінок стану та якості функціонування елементів вузлів  $S_m$ ,  $m = \overline{1, \widetilde{M}}$ , на момент останнього та наступного планового дослідження.

Різновидом прогностичного оцінювання можна вважати перевірку відповідності стану та якості функціонування елементів системи новим вимогам, наприклад, пов'язаним з її модернізацією. Недотримання цієї відповідності не дасть можливості досягти очікуваного результату модернізації. Таке оцінювання доцільно здійснювати, наприклад, перед початком виготовлення підприємством нових видів продукції. Оцінка готовності обладнання, кваліфікації персоналу, безперебійного постачання потрібних комплектуючих є необхідною передумовою успішного започаткування нового виробництва. Подібна ситуація виникає за потреби інтенсифікації виробництва, тобто скороченні часу виконання кожної із операцій виробничого циклу. У цьому випадку прогностичне оцінювання здійснюється з використанням алгоритмів локального оцінювання зі зміною областей допустимих та еталонних значень поведінки характеристик елементів системи у відповідності до нових вимог.

Яскравим прикладом наслідків непроведення такого роду прогностичного аналізу є досвід впровадження на УЗ потягів Hyundai Rotem. Максимальна швидкість руху цих потягів складає 350 км/год [27]. На дорогах країни-виробника вони рухаються із середньою швидкістю, яка перевищує 250 км/год. Передбачалося, що на залізницях України вони рухатимуться із середньою швидкістю не меншою 160 км/год. Насправді, у 2012 р. середня швидкість руху складала менше 110 км/год. [28], тобто незначно перевищувала швидкість руху звичайних поїздів. Основна причина ситуації, що склалася, полягає у якості колійного та станційного господарства УЗ, непідгото-

вленість яких призвела до неможливості досягнення встановленої швидкості, частих поломок та багатогодинних затримок поїздів Hyundai Rotem (одна година простою такого потяга коштує близько 300 тис. грн [29]). Тобто, для досягнення очікуваного результату, слід було перед впровадженням швидкісного руху оцінити відповідність показників стану залізниць України нормативам, прийнятим на залізницях країни-виробника, та модернізувати їх згідно з цими нормативами. Це дало б можливість уникнути проблем, що виникли з експлуатацією швидкісних поїздів на коліях УЗ.

## **ВИСНОВКИ**

У роботі описано методи локального і прогностичного оцінювання поведінки характеристик елементів реальних СІМС. Ці методи є складовими загальної методики комплексного оцінювання складних систем з ієрархічно-мережевою структурою, описаної у [2]. Застосування багатопараметричної уточненої бальної шкали оцінок дозволяє не лише адекватно оцінити поведінку характеристики елемента системи, але й частково локалізувати причини виявлених недоліків. Методи локального та прогностичного аналізу дозволяють сформулювати набори оцінок, на основі яких здійснюється побудова узагальнених висновків про стан та процес функціонування об'єктів системи на всіх рівнях ієрархії. Описана методика та запропоновані способи візуалізації результатів оцінювання використовується під час розробки програмного забезпечення для дослідження стану та якості функціонування колійного та станційного господарства УЗ [11, 20].

## **ЛІТЕРАТУРА**

1. *Соломенко Н.С.* Академик Алексей Николаевич Крылов — выдающийся математик, механик и кораблестроитель // Вестник АН СССР. — 1988. — № 12. — С. 70–79.
2. *Поліщук Д.О., Поліщук О.Д., Яджак М.С.* Комплексное детерминированное оценивание сложных иерархически-сетевых систем. Часть I. Описание методики // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 1. — С. 21–31.
3. *Поліщук Д.О., Поліщук О.Д., Яджак М.С.* Порівняння методів оцінювання складних систем // Відбір і обробка інформації. — 2010. — Вип. 32 (108). — С. 110–118.
4. *Bloom M., Fischer J., Orme J.* Evaluating practice. — Allyn and Bacon, 2006. — 488 p.
5. *Patton M.Q.* How to use qualitative methods in evaluation. — Sage Publications, 1987. — 490 p.
6. *Hwang C.L., Tillman F.A., and Lee J.* System-reliability evaluation techniques for complex/ large systems. A review // IEEE Transactions, Reliability. — 1981. — **30.5**. — P. 416–423.
7. *Калашиников В.В.* Сложные системы и методы их анализа. — М.: Знание, 1980. — 211 с.
8. *Железнов И.Г., Семёнов Г.П.* Комбинированная оценка характеристик сложных систем. — М.: Машиностроение, 1978. — 56 с.
9. *Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н.* Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. — М.: Наука, 1986. — 354 с.

10. Дилигенский Н.В., Дымова Л.Г., Севастьянов П.В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология. — М.: Машиностроение, 2004. — 458 с.
11. Поліщук Д.О. Модель локального оцінювання стану елементів колійного господарства Укрзалізниці // Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту імені ак. В. Лазаряна. — 2012. — Вип. 41. — С. 158–166.
12. Polishchuk O. Optimization of estimation of man's musculoskeletal system // Computer Mathematics and Calculation Optimization. — 2001. — 2. — P. 360–367.
13. Хованов Е.В. Математические основы теории шкал измерения качества. — Л.: ЛГУ, 1982. — 412 с.
14. Polishchuk D., Polishchuk O. About evaluation of complex dynamical systems // Journal of Complex Systems. — 2013, Article ID 204304, 6 p.: — <http://dx.doi.org/10.1155/2013/204304>.
15. Крейнис З.Л., Коршунова Н.П. Техническое обслуживание и ремонт железнодорожного пути. — М.: УМК МПСР, 2001. — 768 с.
16. Азгальдов Г.Г., Азгальдова Л.А. Количественная оценка качества. — М.: Статистика, 1971. — 348 с.
17. Матвеев А.П., Тилевич М.Е. Методика оценки и прогнозирования технического уровня промышленной продукции // Методология и практика оценки качества продукции. — 1988. — Вып. 2. — С. 38–42.
18. Крутько В.Н., Славин М.Б., Смирнова Т.М. Математические основания геронтологии: Общая теория здоровья; теория надёжности в живых и неживых системах; современные методы анализа биологического возраста, старения и продолжительности жизни. — М.: URSS. ru, 2002. — 384 с.
19. Lichtberger B.W. Kostensenkung durch qualitätsvorrat in der fahrgeweginstandhaltung // Der Eisenbahningenieur. — 1999. — 50, № 1. — P. 39–42.
20. Поліщук Д.О. Модель локального оцінювання станційного господарства Укрзалізниці // Зб. наук. праць IV Конф. молодих учених із сучасних проблем механіки і марематики ім. ак. Я.С. Підстригача. — 24–27 травня 2011 р. — Львів. — С. 178–181.
21. Крейнис З.Л., Коршунова Н.П. Техническое обслуживание и ремонт железнодорожного пути. — М.: УМК МПСР, 2001. — 768 с.
22. Norros L., Saviola P. Usability evaluation of complex systems. A literature review. — Helsinki: STUK, 2004. — 44 p.
23. Поліщук А.Д., Поліщук Д.А. Оценка качества обработки потоков в узлах сетевых структур // Acta Universitatis Pontica Euxinus. — 2013. — Special Number. — 2. — P. 443–445.
24. Polishchuk D., Polishchuk O., Yadzhak M. Solution of some problems of evaluation of the complex systems // Proc. of the 15<sup>th</sup> Int. conf. on automatic control, 23–26 September 2008. — Odesa: ONMA. — P. 968–976.
25. Bar-Yam Y. About engineering complex systems: Multiscale analysis and evolutionary engineering // Engineering Self-Organising Systems: Methodologies and Applications. — Springer, 2005. — P. 16–31.
26. Поліщук Д., Яджак М. Використання часових рядів для прогнозування оцінки якості функціонування складних систем // Зб. праць Міжн. наук. конф. «Сучасні проблеми механіки і математики». — 25–29 травня 2008. — Львів. — Т. 3. — С. 38–40.
27. Офіційний сайт компанії «Hyundai Rotem». — <https://www.hyundai-rotem.co.kr>.
28. Дубецька О. Укрзалізниця випускає на колії конкурента Hyundai. — <https://www.real-economy.com.ua/publication/22/34408.html>.
29. Покупку Hyundai признали главной ошибкой 2012 года. — <http://kp.ua/life/372536-pokupku-Hyundai-pryznaly-hlavnoi-oshybkoi-2012-hoda>.

Надійшла 28.05.2013

## **ОЦЕНКА СТАТИСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НА ВЫХОДЕ КОМБИНАЦИОННОГО ГЕНЕРАТОРА С ПОМОЩЬЮ ГРАФИЧЕСКИХ ТЕСТОВ**

**А.А. ЛАВДАНСКИЙ, Э.В. ФАУРЕ**

Рассмотрен класс комбинационных генераторов, в котором в качестве комбинирующей функции используется операция суммирования в некотором конечном поле. Исследованы статистические свойства последовательности чисел на выходе комбинационного генератора, где в качестве исходных первичных генераторов использованы таблицы перестановок с взаимно простыми периодами повторения. Рассмотрены графические методы определения статистических свойств последовательностей чисел. Произведен анализ полученных с помощью графических тестов статистических характеристик последовательности на выходе комбинационного генератора с различным заполнением исходных таблиц перестановок (линейный конгруэнтный метод, квантовый генератор случайных чисел), выполнено их сравнение с характеристиками последовательностей на выходе существующих генераторов случайных (оцифрованные радишумы) и псевдослучайных («Вихрь Мерсенна») чисел. Полученные результаты свидетельствуют об идентичности полученных с помощью графических методов оценки статистических свойств всех исследуемых последовательностей

### **ВВЕДЕНИЕ**

Решение многих практических задач невозможно без использования генераторов случайных или псевдослучайных чисел (ПСЧ). Последовательности и случайных, и ПСЧ широко используются в таких важных задачах как имитационное моделирование, криптография, передача данных и др.

Отметим, что под случайной последовательностью чисел будем понимать последовательность, порожденную процессом, исход которого непредсказуем и не может быть повторно воспроизведен. Под псевдослучайной последовательностью чисел будем понимать последовательность, сформированную с помощью детерминированного алгоритма и обладающую статистическими свойствами, близкими к статистическим свойствам случайных последовательностей.

### **ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ**

Качественная последовательность ПСЧ должна соответствовать следующим требованиям: непредсказуемость, воспроизводимость, равномерное распределение слов последовательности, бесконечный период повторения, отсутствие корреляции между словами (символами) последовательности. Заметим, что достичь бесконечного периода повторения невозможно с помощью

детерминированных алгоритмов, поэтому под бесконечным периодом будем понимать настолько большой период, полное воспроизведение которого будет значительно превышать вычислительные возможности аппаратного обеспечения на текущем этапе развития вычислительной техники.

Всем перечисленным выше требованиям (кроме требования по воспроизводимости последовательности) отвечают последовательности, полученные квантованием естественных случайных физических процессов (например, «белого шума»). По существу, «белый шум» является идеальным источником случайных последовательностей чисел. Но использование его в качестве источника случайных чисел для ряда практических задач крайне затруднено или просто невозможно. Так, для решения криптографических задач требуется обеспечить воспроизводимость случайной последовательности в силу разнесения во времени (или в пространстве) процессов шифрования и дешифрования. Отсутствие же методов формирования псевдослучайных последовательностей чисел, отвечающих всем перечисленным требованиям, стимулирует непрерывный процесс улучшения существующих и поиска новых принципов и подходов в данной области исследований.

Таким образом, разработка и анализ новых методов и устройств формирования псевдослучайных последовательностей чисел, обладающих статистическими свойствами, близкими к статистическим свойствам случайных последовательностей чисел, а также обладающих свойством воспроизводимости, является актуальной проблемой.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Отдельного внимания среди устройств формирования случайных последовательностей чисел заслуживает класс комбинационных генераторов [1], реализующих комбинацию нескольких исходных генераторов с помощью некоторой комбинирующей функции. Комбинационные генераторы позволяют избавиться от таких слабых сторон генераторов, как малый период повторения, корреляция символов последовательности, неудовлетворительные статистические свойства.

Общим недостатком известных комбинационных генераторов является недостаточная криптографическая стойкость, связанная с наличием корреляции между выходной последовательностью и последовательностями на выходе исходных генераторов.

Комбинирование нескольких случайных процессов является актуальным направлением научных и прикладных исследований, находящихся отражение, например, в [2, 3], однако множество вопросов все еще остаются неизученными.

### **Цель работы:**

- анализ эффективности использования операции суммирования в некотором конечном поле в качестве комбинирующей функции комбинационного генератора;
- оценка с помощью графических тестов статистических свойств последовательности на выходе комбинационного генератора и их сравнение со статистическими свойствами случайной последовательностью чисел.



## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Комбинационный генератор псевдослучайных чисел реализует операцию комбинации исходных генераторов. В качестве исходных генераторов в работе рассматриваются генераторы подстановок или предварительно сформированные таблицы подстановок. В этом случае в процессе работы комбинационного генератора исходные значения, подлежащие комбинации, формируются циклически генераторами подстановок или считываются также циклически из таблиц подстановок. Заметим, что закон распределения чисел внутри подстановки является равномерным для всех значений из области определения случайной величины и обладает нулевой ошибкой воспроизведения закона распределения. Ошибка воспроизведения определяется в соответствии с методикой, изложенной в [4].

Таким образом, в состав рассматриваемого комбинационного генератора входят  $n$  таблиц подстановок  $n \geq 2$ , а также блок реализации комбинации. В данной работе в качестве комбинирующей функции используется операция суммирования по некоторому модулю  $M$ . Структурная схема генератора представлена на рис. 1.

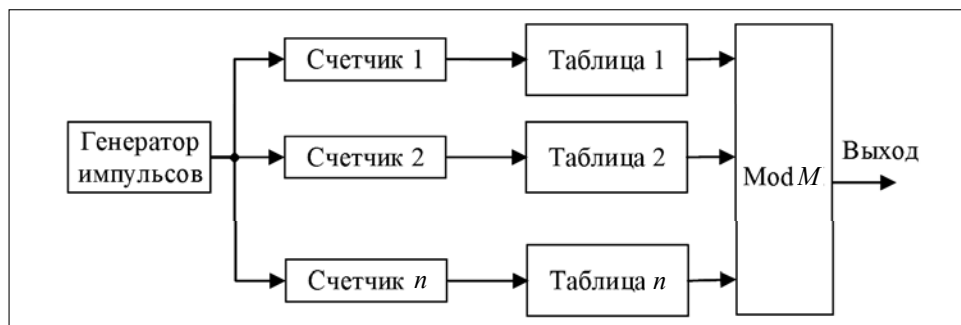


Рис. 1. Структурная схема комбинационного генератора

В  $i$ -й исходной таблице в произвольном порядке без повторов и пропусков записаны числа от 0 до  $M_i$  ( $i \in [1, n]$ ). Заполнение таблиц может производиться как случайными данными (например, с использованием источника случайных чисел), так и с помощью детерминированного алгоритма (линейного конгруэнтного генератора, генератора  $M$ -последовательности и т.д.). Кроме того, представляется возможным использование различных алгоритмов заполнения для каждой из исходных таблиц.

Период последовательности  $T$  на выходе комбинационного генератора определяется мощностями алфавитов исходных генераторов (размерами таблиц)  $M_1, M_2, \dots, M_n$  и равен их наименьшему общему кратному (НОК):

$$T = \text{НОК}(M_1, M_2, \dots, M_n).$$

Для получения максимального периода повторения последовательности на выходе комбинационного генератора мощности алфавитов исходных генераторов должны быть взаимно простыми. Тогда период

$$T = \prod_{i=1}^n M_i.$$

Рассмотрим принцип функционирования описанного комбинационного генератора, схема которого изображена на рис. 1.

В  $i$ -ю таблицу подстановок загружается случайная последовательность чисел от 0 до  $M_i$  ( $i \in [1, n]$ ) без повторов и пропусков.

Для каждой таблицы существует счетчик, указывающий на текущее значение, считываемое из таблицы. Начальное значение счетчиков равно нулю. Счетчики всех таблиц работают синхронно. При появлении импульса на выходе генератора импульсов каждый из счетчиков увеличивает свое значение на единицу.

Данные с выходов каждого из счетчиков являются адресными для считывания значений из исходных таблиц подстановок. При этом на выходе каждой из таблиц появляется значение, соответствующее адресу, на который указывает счетчик таблицы. Сформированные  $n$  слов одновременно поступают на сумматор по модулю  $M$ . Выход сумматора является выходом устройства формирования псевдослучайной последовательности чисел. Описанная процедура продолжается циклически до выключения устройства.

Каждый из счетчиков при достижении значения, равного размеру соответствующей ему таблицы, обнуляется.

Выполним анализ статистических свойств описанного комбинационного генератора. Для этого определим методики оценки ПСЧ.

Исследование свойств выходной последовательности генератора ПСЧ использует две группы тестов: графические и статистические.

Графические тесты отображают статистические свойства последовательности в графическом виде (графики, гистограммы и т.д.), по виду которых можно судить о случайности последовательности. Важно отметить, что результат прохождения такого теста является субъективным, поскольку графический тест не дает численной оценки. Графические тесты являются первым этапом исследования последовательности псевдослучайных чисел, который позволяет сделать вывод, стоит ли работать с алгоритмом генерации, сформировавшим эту последовательность, в дальнейшем, либо же он требует доработки.

К графическим тестам можно отнести следующие: гистограмма распределения элементов последовательности; распределение на плоскости; проверка серий (распределение  $k$ -грамм); автокорреляционная функция; профиль линейной сложности; графический спектральный тест.

Статистические свойства исследуемой последовательности могут быть описаны вероятностью встречи определенного шаблона бит (байт) в этой последовательности. Для пояснения возьмем, например, распределение бит в последовательности. Зная длину последовательности в битах, а также посчитав количество бит, равных «1» и «0», возможно вычислить вероятность появления в потоке единицы либо нуля. Для случайной последовательности эти данные известны априорно (очевидно, что для квантованного «белого шума» вероятность появления единицы (как и нуля) стремится к 0,5). Предположение о случайности тестируемой последовательности строится на основании сравнения результатов тестирования с соответствующими результатами случайной последовательности чисел. Это сравнение и положено в основу статистических тестов. Результатом работы статистического теста

есть число (обычно доверительная вероятность подтверждения гипотезы о случайности последовательности), по которому можно однозначно судить о прохождении теста.

Рассмотрим графические тесты подробнее.

**Гистограмма распределения элементов последовательности.** Данный тест позволяет оценить соответствие распределения слов заданному закону распределения. Тест также полезен для выявления часто (редко) встречающихся, либо отсутствующих слов в последовательности. Построение гистограммы выполняется следующим образом. Производится подсчет символов, встречающихся в выборке размером  $V$  слов. Посчитанное количество отображается на графике в точке, соответствующей определенному символу. Для случайной последовательности (равномерное распределение) все возможные слова должны быть отображены на графике с примерно одинаковым значением, стремящимся к  $V/M$ , где  $M$  — мощность алфавита слов (количество различных слов в последовательности). Также данный тест можно интерпретировать как статистический, оценив распределение слов с помощью критерия хи-квадрат, что, впрочем, и производится в пакетах статистического тестирования.

**Распределение на плоскости.** Тест позволяет выявить зависимость между элементами последовательности. Последовательность слов группируется парами, которые рассматриваются как координаты на двумерном графике, т.е. если представить последовательность слов как  $\{a_0, a_1, a_2, \dots, a_V\}$ , где  $V$  — размер выборки, то координаты графика можно представить как  $x = a_k, y = a_{k+1}, 0 \leq k \leq V-1$ . Отображение этих точек на плоскости размером  $2^R - 1 \times 2^R - 1$  точек (где  $R$  — разрядность чисел последовательности), является результатом теста. Для случайной последовательности расположение точек на плоскости будет хаотичным, а при росте выборки плоскость полностью будет заполнена точками. Признаком неслучайной последовательности является наличие на полученном изображении «узоров» (явно выраженных вертикальных либо горизонтальных линий, периодических рисунков и т.д.).

**Проверка серий (распределение  $k$ -грамм).** Последовательность из  $k$  слов (бит), при  $k > 1$ , называется  $k$ -граммой. Количество возможных  $k$ -грамм вычисляется как  $M^k$ , где  $M$  — мощность алфавита. Для примера, при  $M = 2$  количество битовых биграмм равно  $2^2 = 4$ . Это биграммы 00, 01, 10, 11. Для случайной последовательности количество  $k$ -грамм для одного  $k$  должно быть примерно одинаковым и стремиться к значению  $\frac{V}{k \times M^k}$ , где  $V$  — размер выборки. Тест позволяет оценить равномерность распределения символов в последовательности на основе  $k$ -грамм. Для этого производится подсчет количества различных  $k$ -грамм в последовательности с последующим отображением результата на гистограмме. Успешным прохождением теста является равная высота столбцов на гистограмме. Данный тест (как и гистограмму распределения элементов последовательности) возможно оценить с помощью критерия  $\chi$ -квадрат, что позволит однозначно

судить о прохождении теста. Согласно [1],  $b$ -ичная последовательность длины  $N$  случайна, если она  $k$ -распределена для всех положительных целых чисел  $k \leq \log_2 N$ .

**Автокорреляционная функция.** Тест предназначен для определения зависимостей внутри последовательности. Для этого определяется степень корреляции между сдвинутыми копиями последовательности. Обозначим бит последовательности как  $a_k$ , где  $k$  — номер бита в последовательности,  $0 \leq k < V$ ,  $V$  — размер выборки. Произведем нормирование битового представления исследуемой последовательности следующим образом:  $1 \rightarrow 1$ ,  $0 \rightarrow -1$ . Значение автокорреляционной функции для сдвига  $i$  обозначим как  $\rho_i$ . Тогда значение корреляции для  $i$ -того сдвига равно:

$$\rho_i = \frac{\sum_{k=0}^{V-1} (a_k \times a_{|k+i|_V})}{\sum_{k=0}^{V-1} a_k^2}.$$

Для построения графика автокорреляционной функции рассчитываются значения  $\rho_i$  для  $0 \leq i < V$ . Результатом выполнения теста будет отображение точек  $\rho_i$  на графике. При этом значение  $\rho_0$  всегда должно быть равно единице. Чем ближе к нулю значения  $\rho_i$  в других точках, тем ближе исследуемая последовательность к случайной. Наличие пиков на графике (исключая пик в нулевой точке) свидетельствует про внутреннюю корреляцию бит последовательности.

**Профиль линейной сложности.** Линейной сложностью конечной двоичной последовательности называется число, равное длине самого короткого регистра сдвига с линейной обратной связью, который генерирует последовательность, имеющую в качестве первых  $n$  членов значения этой двоичной последовательности. Последовательность слов рассматривается как битовая последовательность. Для построения графика линейной сложности берутся первые  $n$  бит последовательности,  $n > 1$ . Для этих  $n$  бит производится расчет значения линейной сложности. Определение значения линейной сложности производится с помощью алгоритма Берлекэмп-Мэсси [5–6]. Линейная сложность для  $n$  бит откладывается на графике. Успешным прохождением теста является малое отклонение полученного графика от графика  $f(n) = n/2$  [7].

**Графический спектральный тест.** Тест предназначен для определения равномерности распределения нулей и единиц на основе анализа высоты выбросов преобразования Фурье. Для этого битовая последовательность нормируется ( $1 \rightarrow 1$ ,  $0 \rightarrow -1$ ), после чего к ней применяется дискретное преобразование Фурье. Первая половина полученной последовательности гармоник отображается на гистограмме. Для случайной последовательности чисел число гармоник, значительно превышающих среднюю высоту гармоник на гистограмме, должно стремиться к нулю.

Проведем сравнительное тестирование комбинационного генератора с помощью описанных выше графических тестов.

Для тестирования будем использовать два варианта заполнения исходных таблиц — с помощью линейного конгруэнтного метода и с помощью квантового генератора случайных чисел [8]. Для удобства тестирования будем использовать мощность алфавита  $M = 256$ , что позволяет исследовать как последовательность слов, так и последовательность бит в выборке (путем последовательной конкатенации битового представления слов в единый поток бит). Количество исходных таблиц в комбинационном генераторе установим равным 4, определив следующие размеры этих таблиц: 251, 241, 239, 229 слов без повторов и пропусков в каждой таблице соответственно. Такая комбинация исходных таблиц даст максимальный период (поскольку размеры таблиц взаимно простые), равный  $T = 251 \times 241 \times 239 \times 229 = 3310732921$  слов. Параметры использованных конгруэнтных генераторов следующие:

$$K_1 = 34, C_1 = 67, M_1 = 251, S_{01} = 0;$$

$$K_2 = 158, C_2 = 5, M_2 = 241, S_{02} = 0;$$

$$K_3 = 24, C_3 = 222, M_3 = 239, S_{03} = 0;$$

$$K_4 = 143, C_4 = 47, M_4 = 229, S_{04} = 0.$$

В случае отсутствия цикла максимальной длины производится формирование сверхцикла путем конкатенации циклов генератора до достижения максимального периода, равного  $M_i$  слов [9].

Для сравнения с другими методами формирования последовательностей псевдослучайных чисел в тестирование также включен генератор «Вихрь Мерсенна» [10].

С целью сравнения статистических параметров последовательности на выходе комбинационного генератора с параметрами случайной последовательности чисел анализ также будет произведен для последовательности, сформированной с помощью оцифрованных радишумов [11]. Будем называть эту последовательность случайной последовательностью слов.

Рассмотрим графики огибающей для гистограммы распределения элементов последовательности (рис. 2). Для тестирования взята выборка размером в  $2^{25}$  слов.

Как следует из рис. 2, различные варианты заполнения исходных таблиц дают одинаковый результат — обеспечивают равномерное распределение слов в исследуемой выборке. Распределение слов сравнимо с таковым для генератора «Вихрь Мерсенна» и случайной последовательности слов.

Проведем оценку полученных результатов с помощью критерия  $\chi^2$  [12] с доверительной вероятностью 0,05. Для 255 степеней свободы критическое значение  $\chi^2$  равно  $\chi_{0,05;255}^2 = 293,2478$ . Результаты оценки гистограммы распределения следующие: заполнение исходных таблиц с помощью линейного конгруэнтного метода ( $\chi^2 = 229,3256$ ); заполнение исходных таблиц с помощью квантового генератора случайных чисел

( $\chi^2 = 235,7351$ ); генератор «Вихрь Мерсенна» ( $\chi^2 = 281,6868$ ); случайная последовательность слов ( $\chi^2 = 252,6039$ ).

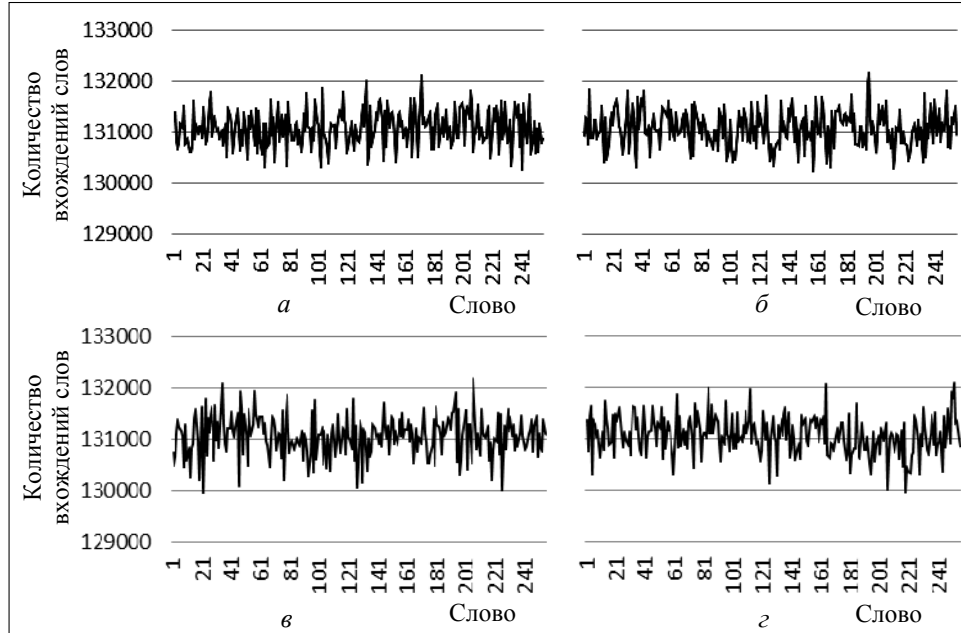


Рис. 2. График огибающей для гистограммы распределения слов последовательности: *а* — комбинационный генератор, заполнение исходных таблиц с помощью линейного конгруэнтного метода; *б* — комбинационный генератор, заполнение исходных таблиц с помощью квантового генератора случайных чисел; *в* — генератор «Вихрь Мерсенна»; *г* — случайная последовательность слов

Все полученные значения  $\chi^2$  меньше критического значения  $\chi^2_{0,05;255}$ , что подтверждает равномерность распределения слов в исследуемых последовательностях псевдослучайных чисел.

Результаты теста распределения на плоскости изображены на рис. 3. Выборка для каждой из исследуемых последовательностей постепенно увеличивается и составляет  $2^{14}$ ,  $2^{15}$ ,  $2^{16}$ ,  $2^{18}$  слов, соответственно.

На полученных изображениях не наблюдается различных «узоров», а с ростом выборки плоскость полностью покрываются точками. Результаты тестирования свидетельствуют о присутствии всех возможных биграмм и отсутствии закономерности в их распределении для всех исследуемых последовательностей чисел.

Результаты определения профиля линейной сложности приведены на рис. 4. Для тестирования взяты первые  $2^{11}$  бит каждой из исследуемых последовательностей.

Результаты анализа свидетельствуют о равномерном увеличении линейной сложности по мере увеличения размера выборки для всех исследуемых в работе последовательностей чисел. Полученные графики имеют малое отклонение от линии  $f(n) = n/2$ , что является свидетельством успешного прохождения теста.

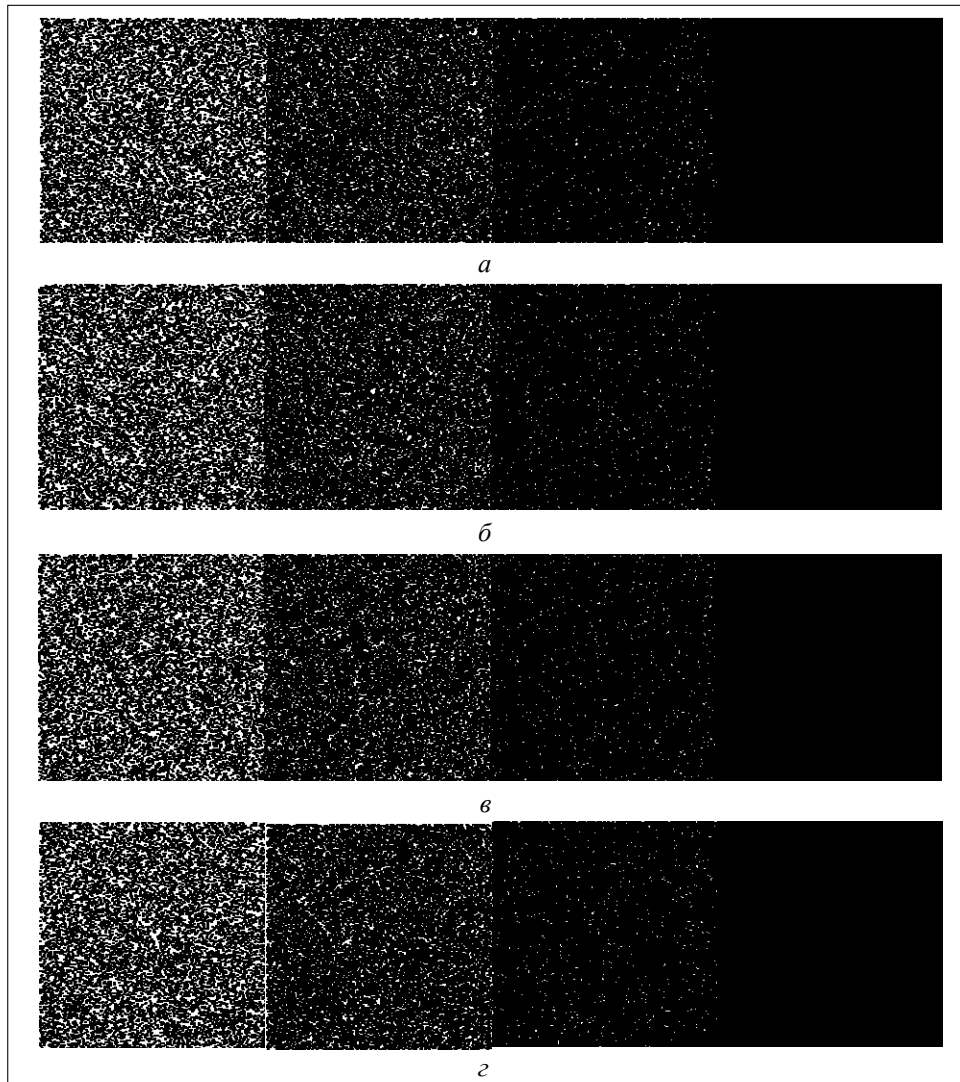


Рис. 3. Распределение слов на плоскости: *а* — комбинационный генератор, заполнение исходных таблиц с помощью линейного конгруэнтного метода; *б* — комбинационный генератор, заполнение исходных таблиц с помощью квантового генератора случайных чисел; *в* — генератор «Вихрь Мерсенна»; *г* — случайная последовательность слов

Результаты прохождения графического спектрального теста представлены на рис. 5. Для проведения теста взяты первые  $2^9$  бит каждой из исследуемых последовательностей. Средняя длина гармоник для каждой из последовательностей соответствует горизонтальной линии.

На гистограммах, приведенных на рис. 5, *б*, *в*, *г*, не наблюдается гармоник, значительно превышающих среднюю длину. Для варианта заполнения таблиц комбинационного генератора с помощью линейного конгруэнтного метода (рис. 5, *а*), на гистограмме присутствуют пики гармоник, превышающие среднюю длину более чем в три раза, чего не наблюдается для остальных исследуемых выборок. Такой результат тестирования показывает незначительное отличие последовательности, сформированной с помощью

заполнения исходных таблиц результатом работы линейного конгруэнтного метода, от случайной последовательности и требует дальнейшего исследования.

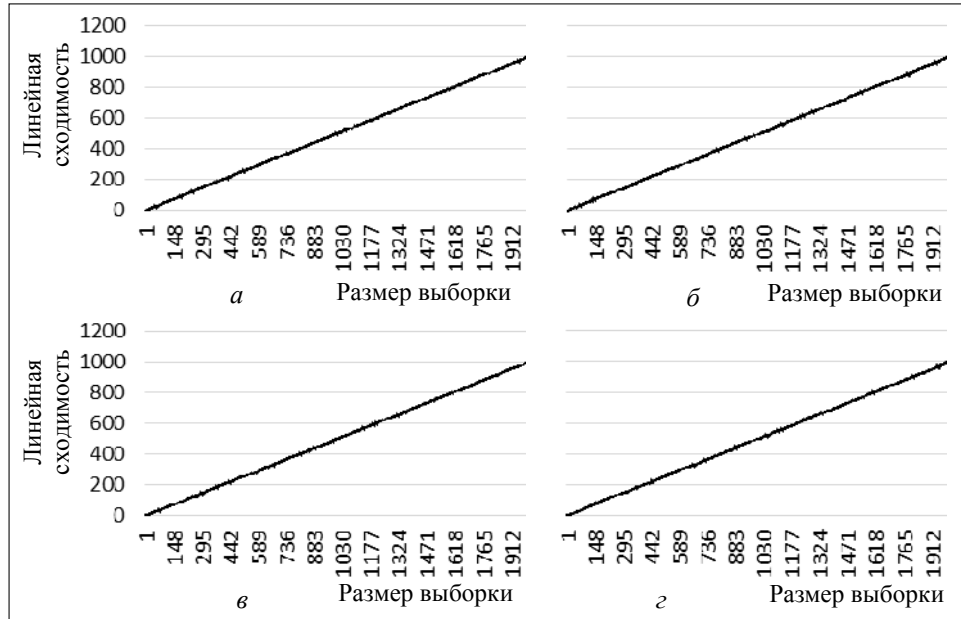


Рис. 4. Профиль линейной сложности: *а* — комбинационный генератор, заполнение исходных таблиц с помощью линейного конгруэнтного метода; *б* — комбинационный генератор, заполнение исходных таблиц с помощью квантового генератора случайных чисел; *в* — генератор «Вихрь Мерсенна»; *г* — случайная последовательность слов

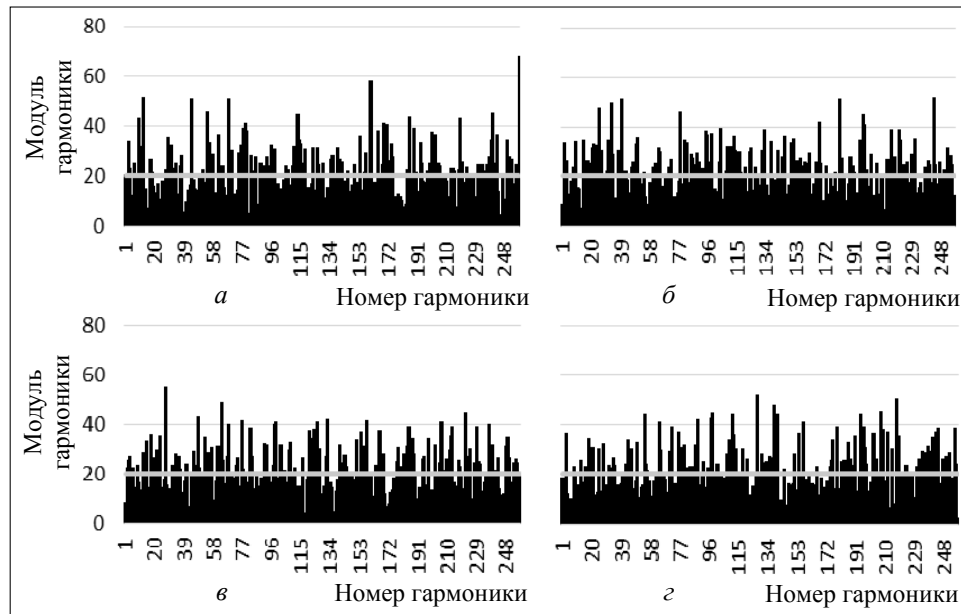


Рис. 5. Графический спектральный тест: *а* — комбинационный генератор, заполнение исходных таблиц с помощью линейного конгруэнтного метода; *б* — комбинационный генератор, заполнение исходных таблиц с помощью квантового генератора случайных чисел; *в* — генератор «Вихрь Мерсенна»; *г* — случайная последовательность слов



График автокорреляционной функции представлен на рис. 6. Для построения графика используется битовое представление исследуемых последовательностей. Для тестирования взяты первые  $2^{15}$  бит каждой из исследуемых последовательностей.

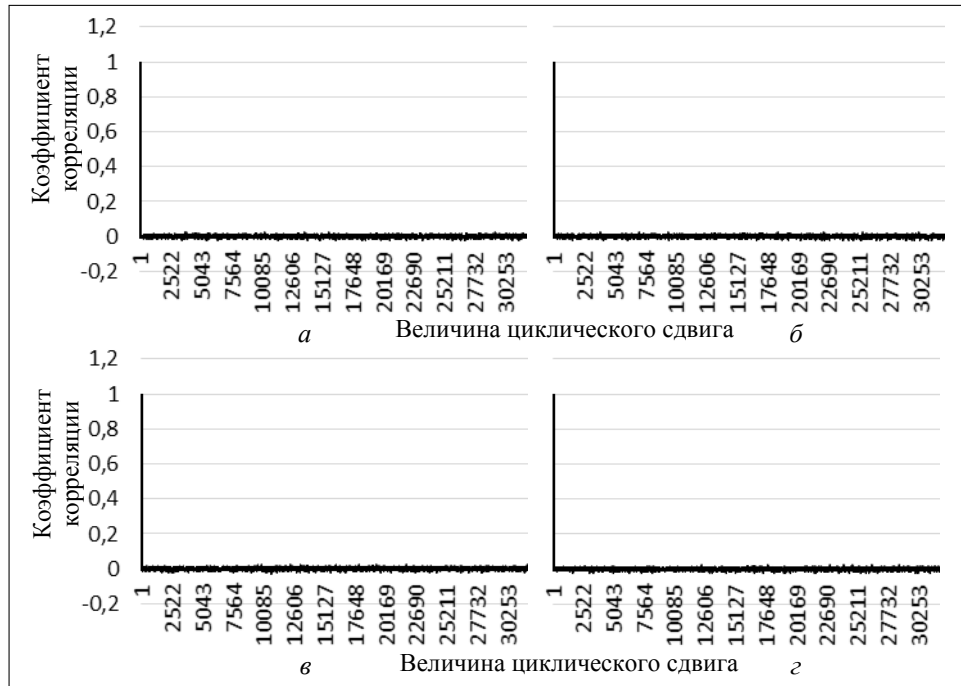


Рис. 6. Автокорреляционная функция: *а* — комбинационный генератор, заполнение исходных таблиц с помощью линейного конгруэнтного метода; *б* — комбинационный генератор, заполнение исходных таблиц с помощью квантового генератора случайных чисел; *в* — генератор «Вихрь Мерсенна»; *г* — случайная последовательность слов

Результаты тестирования показывают отсутствие всплесков корреляции, что является успешным прохождением теста и доказывает отсутствие внутренней корреляции для всех исследуемых последовательностей.

## ВЫВОДЫ

В процессе тестирования последовательностей на выходе комбинационного генератора получены следующие результаты: гистограмма распределения слов последовательности подтверждает равномерное распределение слов формируемой генератором последовательности; анализ теста распределения на плоскости не показал каких-либо узоров на полученном изображении; отсутствуют всплески боковых лепестков на автокорреляционной функции, что свидетельствует об отсутствии корреляции между символами последовательности; графический спектральный тест показывает отсутствие значительных всплесков гармоник; профиль линейной сложности показывает линейное увеличение сложности последовательностей по мере увеличения размера выборки.

Проведенное в работе исследование статистических свойств псевдослучайных последовательностей чисел показало, что последовательности, порожденные комбинационным генератором, имеют большой период повторения, успешно проходят графические тесты, являются непредсказуемыми и воспроизводимыми.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кнут Д.Э. Искусство программирования. В 4-х т. Том 2. Получисленные алгоритмы. — М.: Вильямс, 2007. — 832 с.
2. Митянкина Т.В., Швыдкий В.В., Фауре Э.В. Преобразование дискретных случайных процессов комбинационным автоматом // Вісник ЧДТУ. — 2004. — № 3. — С. 67–69.
3. Фауре Э.В. Нелинейные преобразования дискретных случайных процессов // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. — 2006. — № 6(18). — С. 200–205.
4. Фауре Э.В., Береза А.С., Ярославская Е.А. Оценка точности воспроизведения закона распределения дискретной случайной величины при ее преобразовании // Вісник Хмельницького національного університету. — 2012. — № 5. — С. 176–182.
5. Elwyn R. Berlekamp. Algebraic Coding Theory. — CA: Aegean Park Press, 1984. — 474 p.
6. Massey J.L. Shift-register synthesis and BCH decoding // IEEE Trans. Information Theory. — 1969. — IT-15. — P. 122–127.
7. Niederreiter H. Sequences with almost perfect linear complexity profile. In D. Chaum and W.L. Price, editors, Advances in Cryptology – EUROCRYPT '87, volume 304 of Lect. Notes Comput. Sci., pages 37–51, Berlin, 1987. Springer.
8. QRNG Service. — <http://qrng.physik.hu-berlin.de/>.
9. Береза А.С., Лавданский А.А., Швыдкий В.В., Фауре Э.В. Генерация конгруэнтных последовательностей чисел с заданными свойствами // Вісник Черкаського державного технологічного університету. — 2012. — № 2. — С. 3–8.
10. Matsumoto M., Nishimura T. Mersenne Twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator // ACM Trans. Model. Comput. Simulat. — 1998. — 8. — P. 3–30.
11. True Random Number Service. — <http://random.org/>.
12. Иванов М.А., Чугунков И.В. Теория, применение и оценка качества генераторов псевдослучайных последовательностей. — М.: КУДИЦ-ОБРАЗ, 2003. — 240 с.

Поступила 24.06.2014

УДК 519.81

**ОЧІКУВАНА КОРИСНІСТЬ У СИТУАЦІЯХ ПРИЙНЯТТЯ  
РІШЕНЬ З ВИПАДКОВИМИ У ШИРОКОМУ СЕНСІ  
НАСЛІДКАМИ**

**В.І. ІВАНЕНКО, І.О. ПАСІЧНІЧЕНКО**

Запропоновано розповсюдження теореми про очікувану корисність на ситуації прийняття рішень з випадковими у широкому сенсі наслідками. Статистична закономірність відповідного випадкового явища має форму сімейства скінченно-адитивних ймовірнісних мір. Це сімейство має об'єктивне походження і, взяте в цілому, описує закономірність випадкового явища. Рішенням поставлено у відповідність статистичні закономірності на множині наслідків. Запропоновано природні умови на відношення переваги на множині всіх статистичних закономірностей. Показано, що вони є необхідними і достатніми для існування і єдиності функціоналу корисності у формі мінімуму очікуваної корисності елементів статистичної закономірності. Отриманий результат застосовано у вирішенні задач прийняття рішень, а також до вимірювання інформативності експерименту та невизначеності ситуації прийняття рішень.

**ВСТУП**

Теорема про очікувану корисність, перший варіант якої належить фон Нейману і Моргенштерну [1], застосовується в задачах вибору зі стохастичним механізмом генерації наслідків рішень. Вона дає необхідні й достатні умови існування функції корисності рішень, яка має форму математичного сподівання деякої функції наслідків.

Спираючись на цю теорему отримано низку результатів за двома основними напрямками [2]. У дослідженнях першого [3–4] зберігається припущення наявності об'єктивної, зовнішньо заданої закономірності механізму генерації наслідків. У дослідженнях другого [5–10] таке припущення опускається, відкриваючи простір для трактування певних елементів моделі як «суб'єктивних» закономірностей. У роботі будемо дотримуватись першого напрямку.

На відміну від припущень очікуваної корисності, на практиці не завжди можна розраховувати на те, що розподіл ймовірності є адекватним засобом опису закономірності випадкового явища, тобто що механізм генерації наслідків у ситуації прийняття рішень дійсно є стохастичним. Такий стан речей спостерігається, якщо фактори, які впливають на явище, не мають достатньої стабільності, щоб спричинити збіжність відносних частот подій,

пов'язаних з досліджуванним явищем. В [11] у зв'язку з цим А.М. Колмогоров вживає термін «масові випадкові в широкому сенсі явища», які природно поділити на стохастичні (є предметом теорії ймовірності) та нестохастичні. В [12] наведено теорему існування так званих «статистичних закономірностей» випадкових у широкому сенсі явищ у вигляді сімейства скінченно-адитивних ймовірнісних мір (більш детально зміст цього поняття буде розкрито нижче). Таке сімейство ймовірностей має об'єктивне походження і взяте в цілому описує закономірність випадкового явища.

Теорема про очікувану корисність потребує розповсюдження на задачі вибору, які можуть містити нестохастичні наслідки.

**Мета роботи** — побудувати узагальнення теореми про очікувану корисність для ситуацій прийняття рішень з випадковими в широкому сенсі наслідками, використовуючи поняття статистичної закономірності.

Умови існування функції корисності такого вигляду вперше були розглянуті у загальній постановці для параметричної моделі прийняття рішень у [6; 13–14]. Ці результати було розвинуто і доповнено у [10]. Для часткового випадку, а саме параметричної моделі типу Анскомба–Аумана, відповідні умови пізніше було запропоновано в [7]. На відміну від цих робіт, у статті розглядається непараметрична (або так звана лотерейна [15]) модель із заданими зовнішньо статистичними закономірностями на множині наслідків.

## ПОНЯТТЯ СТАТИСТИЧНОЇ ЗАКОНОМІРНОСТІ

Нехай  $X$  — довільна непуста множина,  $PF$  — множина всіх скінченно-адитивних ймовірнісних мір на  $X$ , тобто

$$PF = \{p : 2^X \rightarrow [0;1] \mid p(X) = 1, p(A \cup B) = p(A) + p(B \setminus A) \forall A, B \subseteq X\}.$$

Нехай  $M$  — банаховий простір обмежених дійсних функцій  $f$  на  $X$  із нормою  $\|f\| = \sup_{x \in X} |f(x)|$ ,  $M^*$  — спряжений простір. Визначимо відображення  $PF$  в  $M^*$ , поставивши у відповідність  $p \in PF$  лінійний функціонал  $f \mapsto \int_X f dp$ , тобто інтеграл по скінченно-адитивній мірі  $p$ . Очевидно, що це

відображення ін'єктивне. Розглядаючи  $PF$  як підмножину простору  $M^*$  визначимо на  $PF$  топологію  $\tau$  як слід \*-слабкої топології в  $M^*$ . Тобто визначаючою системою околів точки  $p \in PF$  в  $\tau$  є множини

$$O_{\varepsilon, f_1, \dots, f_n}(p) = \{p' \in PF \mid |p'f_i - pf_i| < \varepsilon \forall i \in \overline{1, n}\},$$

$$\varepsilon > 0, f_1, \dots, f_n \in M, n \in N,$$

де  $pf = \int_X f dp$ .

Топологічний простір  $(PF, \tau)$  є компактом. Дійсно, множина  $PF$  передкомпактна в \*-слабкій топології в  $M^*$  (це впливає, наприклад, з [16], теорема 1.11.4). З ізоморфності  $M^*$  простору обмежених адитивних функцій підмножин  $X$  [17, теорема IV.5.1] впливає

$$PF = \{\phi \in M^* \mid \phi f \geq 0 \quad \forall f \in M : f \geq 0, \phi 1_X = 1\},$$

звідки ясно, що  $PF$  замкнена в \*-слабкій топології в  $M^*$  ( $1_A$  — індикатор множини  $A$ ).

Розглянемо тепер поняття статистичної закономірності послідовності. Нехай  $\bar{x} = \{x_i\}_{i=1}^\infty$ ,  $x_i \in X \quad \forall i \in N$  — довільна послідовність. Для всіх  $A \subseteq X$  та  $n \in N$

$$p_{\bar{x}}^{(n)}(A) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_A(x_i)$$

є частотою потрапляння до  $A$  перших  $n$  членів послідовності  $\bar{x}$ .

Очевидно,  $p_{\bar{x}}^{(n)} \in PF \quad \forall n \in N$ . Позначимо  $P$  множину граничних точок послідовності  $\{p_{\bar{x}}^{(n)}\}_{n=1}^\infty$  в топології  $\tau$ , тобто  $p \in P$  тоді й тільки тоді, коли для будь-яких  $k, n_0 \in N$ ,  $f_1, \dots, f_k \in M$ ,  $\varepsilon > 0$  існує таке  $n \geq n_0$ , що  $|p_{\bar{x}}^{(n)} f_i - p f_i| < \varepsilon$  для всіх  $i = \overline{1, k}$ . Множина  $P$  непушта в наслідок компактності  $(PF, \tau)$ . Неважко перевірити, що вона замкнена в  $\tau$ . Множина  $P$  називається статистичною закономірністю послідовності  $\bar{x}$ . Більше того, будь-яка непушта замкнена множина простору  $(PF, \tau)$  є множиною граничних точок вибіркової направленості, і навпаки (детальніше в [18, п. 2.3]). Виходячи з цього, статистичною закономірністю називається будь-яке непусте замкнуте в  $\tau$  сімейство скінченно-адитивних ймовірностей.

## ТЕОРЕМА ПРО ОЧІКУВАНУ КОРИСНІСТЬ

Необхідні й достатні умови існування функції корисності того або іншого виду дають теореми представлення [19]. Вони часто мають таку форму: бінарне відношення  $(\prec, Y)$  задовольняє множину умов  $\{A_1, \dots, A_n\}$  тоді і тільки тоді, коли існує і єдина з точністю до певного класу перетворень така функція  $U : Y \rightarrow R$ , що

- $x \prec y \Leftrightarrow U(x) < U(y) \quad \forall x, y \in Y$  (тобто  $U$  є функцією корисності для відношення  $\prec$ );
- $U$  має властивості  $\{B_1, \dots, B_m\}$ .

Вони застосовуються тоді, коли кожна з умов  $A_1, \dots, A_n$  піддається перевірці легше, ніж твердження про існування функції  $U$ . Після того, як у певній задачі вибору встановлено існування функції корисності  $U$ , проводиться оцінка невідомих параметрів цієї функції і вирішується задача знаходження оптимального рішення згідно критерію  $U$ .

Більшість сучасних теорем представлення спираються на теорему про очікувану корисність, яку ми наведемо у цій роботі. Множину  $X$  надалі вважатимемо множиною наслідків,  $PF$  — множиною рішень. Нехай  $\prec$  — бінарне відношення на  $PF$ , будемо називати його відношенням переваги. Для будь-яких  $p, q \in PF$  запис  $p \preceq q$  означає (не  $q \prec p$ ),  $p \sim q$  означає (не  $q \prec p$  і не  $p \prec q$ ).

Для будь-яких  $p, q \in PF$ ,  $\alpha \in [0;1]$  визначимо відображення  $\alpha p + (1-\alpha)q : 2^X \rightarrow R$ , поклавши

$$[\alpha p + (1-\alpha)q](A) = \alpha p(A) + (1-\alpha)q(A) \quad \forall A \subseteq X.$$

Очевидно,  $\alpha p + (1-\alpha)q \in PF$ . Поставимо у відповідність  $x \in X$  елемент  $\delta_x \in PF$ , визначений співвідношенням  $\delta_x(\{x\}) = 1$ . Розглянемо наступні умови на відношення переваги  $(\prec, PF)$ , відомі під назвою «аксіоми очікуваної корисності»:

**A1.**  $(\prec, PF)$  асиметричне і негативно транзитивне;

**A2.**  $\forall p, q, r \in PF \quad (p \prec q \text{ й } q \prec r) \Rightarrow \exists \alpha, \beta \in (0;1) : \alpha p + (1-\alpha)r \prec q \text{ та } q \prec \beta p + (1-\beta)r$ ;

**A3.**  $\forall p, q, r \in PF, \alpha \in (0;1) \quad p \prec q \Rightarrow \alpha p + (1-\alpha)r \prec \alpha q + (1-\alpha)r$ ;

**A4.**  $\forall p, q, r \in PF, A \subseteq X$

$(p(A) = 1, q \prec \delta_x \quad \forall x \in A) \Rightarrow q \preceq p$ ,  $(p(A) = 1, \delta_x \prec r \quad \forall x \in A) \Rightarrow p \preceq r$ .

**Теорема** (про очікувану корисність).

I. Відношення переваги  $(\prec, PF)$  задовольняє умови **A1–A4** тоді й тільки тоді, коли існує така  $U : PF \rightarrow R$ , що

1)  $p \prec q \Leftrightarrow U(p) < U(q) \quad \forall p, q \in PF$ ;

2)  $U(p) = \int_X u(x) dp \quad \forall p \in PF$ , де  $u : X \rightarrow R$  — деяка обмежена функція.

II. Нехай  $U : PF \rightarrow R$  має властивості 1 і 2. Функція  $V : PF \rightarrow R$  також має властивості 1 і 2 з  $v$  замість  $u$  тоді і тільки тоді, коли існують такі  $a, b \in R$ ,  $a > 0$ , що  $V(p) = aU(p) + b$  для будь-якого  $p \in PF$ .

Теорема дає загальний вигляд функції  $U$  та стверджує її єдиність з точністю до додатного лінійного перетворення. Очевидно,  $U(\delta_x) = u(x) \quad \forall x \in X$ , тому властивість 2 говорить, що  $U$  цілком визначається своїми значеннями на  $\{\delta_x \mid x \in X\}$ . Також властивість 2 тягне за собою лінійність  $U$ :

$$U(\alpha p + (1-\alpha)q) = \alpha U(p) + (1-\alpha)U(q) \quad \forall p, q \in PF, \alpha \in [0;1].$$

**A1** є умовою слабкого порядку, **A4** — умовою домінування. Розглянемо  $\alpha p + (1-\alpha)q$  як рішення, наслідок якого визначається складною подією: на першому етапі з ймовірностями  $\alpha$  та  $1-\alpha$  рішення  $\alpha p + (1-\alpha)q$  зводиться до  $p$  або  $q$  відповідно, на другому етапі наслідок отримується відповідно розподілу ймовірностей  $p$  або  $q$  (залежно від результату першого етапу). Тоді можна інтерпретувати **A2** як умову неперервності, **A3** як умову незалежності переваг (детальніше див. [19, с. 169–173]).

## УЗАГАЛЬНЕНА ОЧІКУВАНА КОРИСНІСТЬ ДЛЯ СТАТИСТИЧНИХ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ

Нехай  $P$  — множина всіх статистичних закономірностей, тобто

$$P = \{P \subseteq PF \mid P \text{ замкнена в } \tau, P \neq \emptyset\}.$$

Тепер множиною рішень вважатимемо  $\mathbf{P}$  й розглядатимемо на ній відношення переваги  $\prec$ . Наша ціль — це побудова функції корисності вигляду

$$U(P) = \min_{p \in P} \int_X u(x) dp, \quad P \in \mathbf{P},$$

де  $u: X \rightarrow R$  — деяка обмежена функція.

Надалі розглядатимемо  $PF$  як підмножину  $\mathbf{P}$ , ототожнюючи  $p \in PF$  з одноточковою статистичною закономірністю  $\{p\} \in \mathbf{P}$ . Для будь-яких  $P \in \mathbf{P}$ ,  $q \in PF$  позначимо  $\alpha P + (1-\alpha)q$  множиною  $\{\alpha p + (1-\alpha)q \mid p \in P\}$ . У подальшому нам знадобляться дві допоміжні леми.

**Лема 1.**  $\alpha P + (1-\alpha)q \in \mathbf{P} \quad \forall P \in \mathbf{P}, q \in PF, \alpha \in (0;1)$ .

**Доведення.** Треба показати замкненість  $\alpha P + (1-\alpha)q$ . Розглянемо відображення  $F: PF \rightarrow PF$ , задане співвідношенням  $F(p) = \alpha p + (1-\alpha)q \quad \forall p \in PF$ , та доведемо його неперервність. Для цього покажемо, що  $\forall p \in PF$  з  $p' \in O_{\varepsilon/f_1, \dots, f_n}(p)$  випливає  $F(p') \in O_{\varepsilon, f_1, \dots, f_n}(F(p))$ . Дійсно,  $\forall i \in \overline{1, n}$ :

$$\begin{aligned} |F(p')f_i - F(p)f_i| &= |[\alpha p' + (1-\alpha)q]f_i - [\alpha p + (1-\alpha)q]f_i| = \\ &= |\alpha p'f_i + (1-\alpha)qf_i - \alpha pf_i - (1-\alpha)qf_i| = \alpha |p'f_i - pf_i| < \alpha \frac{\varepsilon}{\alpha} = \varepsilon, \end{aligned}$$

де друга рівність отримана з властивості інтеграла. Тоді множина  $\alpha P + (1-\alpha)q = F(P)$  замкнена як образ компакта при неперервному відображенні.

**Лема 2.** Нехай  $\alpha_n \in [0;1] \quad \forall n \in N$  та  $\alpha_n \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ . Тоді для будь-яких  $P \in \mathbf{P}$  та околу  $A \in \tau$  точки  $r \in PF$  існує таке  $n_0 \in N$ , що  $\alpha_n P + (1-\alpha_n)r \subseteq A$  для всіх  $n \geq n_0$ .

**Доведення.** Знайдуться  $\varepsilon > 0$ ,  $f_1, \dots, f_k \in M$ , при яких  $O_{\varepsilon, f_1, \dots, f_k}(r) \subseteq A$ . Зафіксуємо  $i \in \{1, \dots, k\}$ . Оскільки відображення  $p \mapsto pf_i$  неперервне на компактній  $P$ , існують такі  $p_0, p^0 \in P$ , що  $p_0 f_i = \inf_{p \in P} pf_i$  та  $p^0 f_i = \sup_{p \in P} pf_i$ .

Оскільки

$$|[\alpha p_0 + (1-\alpha)r]f_i - rf_i| = |\alpha p_0 f_i + (1-\alpha)rf_i - \alpha rf_i - (1-\alpha)rf_i| = \alpha |p_0 f_i - rf_i|,$$

і аналогічно для  $p^0$ , то можна взяти  $\delta_i > 0$  настільки малим, щоб при  $0 \leq \alpha < \delta_i$  було  $|[\alpha p_0 + (1-\alpha)r]f_i - rf_i| < \varepsilon$  та  $|[\alpha p^0 + (1-\alpha)r]f_i - rf_i| < \varepsilon$ . Тоді й для будь-якого  $p \in P$  маємо  $|[\alpha p + (1-\alpha)r]f_i - rf_i| < \varepsilon$ , оскільки

$$[\alpha p_0 + (1-\alpha)r]f_i \leq [\alpha p + (1-\alpha)r]f_i \leq [\alpha p^0 + (1-\alpha)r]f_i.$$

Залишилось взяти  $\delta_0 = \min\{\delta_i \mid i = \overline{1, k}\}$ . Тоді при  $0 \leq \alpha < \delta_0$  з  $p \in \alpha P + (1-\alpha)r$  випливає  $p \in O_{\varepsilon, f_1, \dots, f_k}(r)$ , що й треба було довести.

Наша множина умов на  $(\prec, \mathbf{P})$  складається з таких семи елементів.

**A1'**.  $(\prec, \mathbf{P})$  асиметричне і негативно транзитивне.

Умови **A2–A4** залишаються буквально тими самими з тією тільки різницею, що тепер  $(\prec, PF)$  є звуженням  $(\prec, P)$ .

$$\mathbf{A5.} \quad \forall P \in P, q \in PF \left( q \prec p \forall p \in P \right) \Rightarrow q \prec P.$$

$$\mathbf{A6.} \quad \forall P \in P, r \in PF, \forall \{\alpha_n\}_{n=1}^{\infty}: \alpha_n \in [0;1] \quad \forall n \in N, \alpha_n \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty, \\ P \prec_{\sim} \alpha_n P + (1 - \alpha_n)r \quad \forall n \in N \Rightarrow P \prec_{\sim} r.$$

$$\mathbf{A7.} \quad \forall P \in P, p \in P \quad P \prec_{\sim} \frac{1}{2}P + \frac{1}{2}p.$$

Очевидно, **A5** є умовою домінування. В **A6** множина  $\alpha_n P + (1 - \alpha_n)r$  при  $n \rightarrow \infty$  й  $\alpha_n \rightarrow 0$  у певному сенсі (лема 2) стягується в  $r$ , тому цю умову можна вважати певною формою неперервності відношення переваги. Умова **A7** показує, що статистична закономірність не стає гіршою після рандомізації кожного свого елемента з певним фіксованим.

**Теорема.**

I. Відношення переваги  $(\prec, P)$  задовольняє умови **A1'**, **A2–A7** тоді й тільки тоді, коли існує така  $U: P \rightarrow R$ , що

$$1) \quad P \prec Q \Leftrightarrow U(P) < U(Q) \quad \forall P, Q \in P; ;$$

$$2) \quad U(P) = \min_{p \in P} \int_X u(x) dp \quad \forall P \in P, \text{ де } u: X \rightarrow R \text{ — деяка обмежена функція.}$$

ція.

II. Нехай  $U: P \rightarrow R$  має властивості 1 та 2. Функція  $V: P \rightarrow R$  також володіє властивостями 1 та 2 з  $v$  замість  $u$  тоді і тільки тоді, коли існують такі  $a, b \in R, a > 0$ , що  $V(P) = aU(P) + b$  для будь-якого  $P \in P$ .

**Доведення.** I) Доведемо достатність умов **A1'**, **A2–A7**. Звуження  $(\prec, P)$  на  $PF$  задовольняє умови **A1–A4**, отже за теоремою про очікувану користь існує  $J: PF \rightarrow R$ :

$$p \prec q \Leftrightarrow J(p) < J(q) \quad \forall p, q \in PF, \quad J(p) = \int_X u(x) dp \quad \forall p \in PF,$$

де  $u: X \rightarrow R$  — деяка обмежена функція. Зафіксуємо довільну  $P \in P$ . Точна нижня границя множини  $\{J(p) | p \in P\}$  досягається, тому що  $J$  неперервна на компактi  $P$ . Нехай  $p_0$  — будь-який елемент  $P$ , для якого

$$J(p_0) = \min_{p \in P} J(p). \text{ Тоді } p_0 \prec_{\sim} P \text{ за умовою } \mathbf{A5}. \text{ З іншого боку, } P \prec_{\sim} \frac{1}{2}P + \frac{1}{2}p_0$$

за **A7** та  $p_0 \in \frac{1}{2}P + \frac{1}{2}p_0$ . Тоді знову за **A7**

$$\frac{1}{2}P + \frac{1}{2}p_0 \prec_{\sim} \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}P + \frac{1}{2}p_0 \right) + \frac{1}{2}p_0.$$

$$\text{Очевидно, що } \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2}P + \frac{1}{2}p_0 \right) + \frac{1}{2}p_0 = \frac{1}{4}P + \frac{3}{4}p_0. \text{ Отже, } P \prec_{\sim} \frac{1}{4}P + \frac{3}{4}p_0.$$

Продовжуючи так само далі, отримаємо послідовність статистичних зако-



номірностей  $P \lesssim \frac{1}{2^n} P + \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) p_0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$ . Тоді за **A6**  $P \lesssim p_0$  а, отже,  $P \sim p_0$ . Покладемо  $U(P) = J(p_0)$ . Очевидно,  $U: \mathbf{P} \rightarrow \mathbb{R}$  має властивості 1 та 2 з теореми.

Необхідність **A1'** та **A5** очевидна. Необхідність **A2–A4** випливає з теореми про очікувану корисність, **A6** отримуємо з рівності

$$U(\alpha P + (1 - \alpha)r) = \alpha U(P) + (1 - \alpha)U(r) \quad \forall P \in \mathbf{P}, r \in PF, \alpha \in [0; 1].$$

Встановимо необхідність **A7**. Для будь-яких  $q, p \in P$  маємо

$$U\left(\frac{1}{2}q + \frac{1}{2}p\right) = \frac{1}{2}U(q) + \frac{1}{2}U(p) \geq U(P).$$

Отже,

$$U\left(\frac{1}{2}P + \frac{1}{2}p\right) = \min_{q \in P} U\left(\frac{1}{2}q + \frac{1}{2}p\right) \geq U(P),$$

з чого випливає  $P \lesssim \frac{1}{2}P + \frac{1}{2}p$ .

II) Твердження про єдиність випливає з відповідного твердження в теоремі про очікувану корисність. Теорему доведено.

Очевидно,  $U(p) = \int_X u(x) dp$  при  $p \in PF$ , отже  $u$  є функцією корисності

Неймана–Моргенштерна.

## ВИСНОВКИ

Нехай ситуація прийняття рішень задана трійкою  $S = (X, D, P_D)$ , де  $D$  — довільна непуста множина (рішень),  $P_d$  ( $d \in D$ ) — статистична закономірність на  $X$  (яка відповідає рішенню  $d$ ),  $P_D = \{P_d \mid d \in D\}$ . Якщо відомо, що відношення переваги того, хто приймає рішення, задовольняє умови **A1'**, **A2–A7**, то, виходячи з доведеної теореми, впорядкування елементів  $D$  у ситуації  $S$  для нього зводиться до оцінки функції  $u$  та застосування критерію  $d \mapsto \min_{p \in P_d} \int_X u(x) dp$  на  $D$ .

Природно виникає проблема узагальнення таких понять як байєсівський ризик, інформативність експерименту тощо [20]. У [18] в загальній постановці розглядаються величини ризику (цінності) ситуації, інформативності експерименту та невизначеності ситуації, встановлюються їх основні властивості. Доведена теорема служить обґрунтуванням застосування реалізацій цих величин, побудованих на основі функції корисності Неймана–Моргенштерна. Назвемо цінністю ситуації  $S$  величину

$$\psi(S) = \sup_{d \in D} \min_{p \in P_d} \int_X u(x) dp.$$

Доступні в ситуації  $S$  спостереження  $h \in H$  можна впорядкувати за цінностями відповідних ситуацій  $S^h = (X, D_h, P_{D_h})$ , де  $D_h$  — множина до-

пустимих стратегій використання результатів спостереження  $h$ , тобто за величиною

$$\text{INF}(h/S) = \psi(S^h) - \psi(S),$$

яку назвемо інформативністю експерименту  $h \in H$ . Тоді невизначеністю ситуації  $S$  природно назвати величину  $v(S) = \max_{h \in H} \text{INF}(h/S)$ .

## ЛІТЕРАТУРА

1. *Нейман Дж., Моргенштерн О.* Теория игр и экономическое поведение: Пер. с англ. — М.: Наука, 1970. — 707 с.
2. *Bouyssou D., Dubois D., Prade H., Pirlot M.* Decision-Making Process: Concepts and methods. — NY: John Wiley & Sons, 2010. — 928 p.
3. *Quiggin J.* A theory of anticipated utility // *Journal of Economic Behavior and Organization*. — 1982. — **3**. — P. 323–343.
4. *Jaffray J.-Y.* Linear utility theory for belief functions // *Operation Research Letters*. — 1989. — **8**, № 2. — P. 107–112.
5. *Savage L.J.* The foundations of statistics. — NY: Wiley & Sons, 1954. — 294 p.
6. *Іваненко В.І., Лабковський В.А.* Об одном классе правил выбора критерия // *ДАН СССР*. — 1986. — **287**, № 3. — С. 564–567.
7. *Gilboa I., Schmeidler D.* Maxmin expected utility with a non-unique prior // *Journal of Mathematical Economics*. — 1989. — **18**, № 2. — P. 141–153.
8. *Tversky A., Kahneman D.* Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty // *Journal of Risk and Uncertainty*. — 1992. — **5**, № 4. — P. 297–323.
9. *Maccheroni F., Marinacci M., Rustichini A.* Ambiguity aversion, robustness, and the variational representation of preferences // *Econometrica*. — 2006. — **74**, № 6. — P. 1447–1498.
10. *Михалевич В.М.* Задачи принятия решения с денежными доходами (потерями) при сочетании принципов гарантированного и наилучшего результатов // *Кибернетика и системный анализ*. — 2012. — № 6. — С. 85–95.
11. *Колмогоров А.Н.* О логических основах теории вероятностей // *Теория вероятностей и математическая статистика*. — М.: Наука, 1986. — С. 467–471.
12. *Іваненко В.І., Лабковський В.А.* Одна модель нестохастической случайности // *ДАН СССР*. — 1990. — **310**, № 5. — С. 1059–1062.
13. *Ivanenko V.I., Labkovskii V.A.* A class of criterion-choosing rules // *Soviet Physics Doklady*. — 1986. — **31**, № 3. — P. 204–205.
14. *Ivanenko V.I., Labkovskii V.A.* On the functional dependence between the available information and the chosen optimality principle // *Stochastic Optimization, Lecture Notes in Control and Information Sciences*. — Springer-Verlag, 1986. — P. 388–392.
15. *Іваненко В.І., Куц А.В., Пасичніченко І.А.* К параметризации лотерейной модели непараметрической ситуации принятия решений // *Кибернетика и системный анализ*. — 2014. — № 2. — С. 83–88.
16. *Эдвардс Р.* Функциональный анализ: Пер. с англ. — М.: Мир, 1969. — 1071 с.
17. *Данфорд Н., Шварц Дж.Т.* Линейные операторы (общая теория): Пер. с англ. — М.: Изд-во ИЛ, 1962. — 896 с.
18. *Іваненко В.І., Лабковський В.А.* Проблема неопределенности в задачах принятия решений — К.: Наук. думка, 1990. — 136 с.
19. *Фишберн П.* Теория полезности для принятия решений: Пер. с англ. — М.: Наука, 1978. — 352 с.
20. *Де Гроот М.* Оптимальные статистические решения: Пер. с англ. — М.: Мир, 1975. — 491 с.

Надійшла 18.11.2014

## АНАЛИЗ ФИНАНСОВОГО СОСТОЯНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РИСКА БАНКРОТСТВА БАНКОВ

ОВИ НАФАС АГАИ АГ ГАМИШ, Ю.П. ЗАЙЧЕНКО, О.С. ВОЙТЕНКО

Рассмотрена проблема анализа финансового состояния и прогнозирования риска банкротства банков на примере банковской системы Украины. Для исследования были выбраны финансовые показатели 170 банков Украины, из которых 120 банков составляли обучающую выборку, а 50 банков — проверочную. Использованы данные за год и два года до кризиса банковской системы 2008-2009 гг. Учитывая недостоверность ряда исходных данных по финансовым показателям для решения данной проблемы предложено использовать нечеткие методы: нечеткие нейронные сети ANFIS и TSK, а также нечеткий МГУА. Проведены экспериментальные исследования предложенных методов, выполнена оценка их эффективности и проведен сравнительный анализ с классическими четкими методами оценки риска банкротства. В результате экспериментов установлено, что среди нейронных сетей сеть TSK дает более точные результаты, чем сеть ANFIS. Изменение количества правил в обучающей выборке не оказывает значительного влияния на результаты прогнозирования. При сравнении нечетких методов было установлено, что нечеткие нейронные сети дают лучшие результаты при использовании данных за год до прогноза, то есть при *краткосрочном прогнозировании*, а нечеткий МГУА дает лучшие результаты при использовании данных за год до прогноза, то есть при *долгосрочном прогнозировании* на два и более лет.

### ВВЕДЕНИЕ

В современной экономике проблема оценки финансового состояния и прогнозирования банкротства банков играет исключительно важную роль. Поскольку банковская система является фундаментом эффективно развивающейся экономики, своевременное определение риска банкротства банков является исключительно важным. Своевременное выявление признаков надвигающегося банкротства банка позволяет топ-менеджерам принять срочные меры по исправлению финансового состояния и недопущению банкротства. На данный момент существует множество методик определения рейтинга банков (Кромонава, WebMoney, CAMEL, методика агентства Moody's S&P и др.) [1–2]. Однако общим их недостатком является то, что они работают с полными и достоверными данными и потому не всегда дают правильные результаты, а порой использование разных методик приводит к противоречивым результатам. Особенно это актуально для банков Украины, где зачастую коммерческие банки предоставляют заведомо недостоверную информацию о своих финансовых показателях.

В связи с вышеуказанным, актуальным является разработка новых методов прогнозирования банкротства банков в условиях неопределенности и неполноты исходной информации.

**Цель работы** — исследование методов и методик анализа финансового состояния и прогнозирования риска банкротства банков на примере Украины с помощью классических и нечетких методов и сравнительный анализ их эффективности.

## ФИНАНСОВЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ СОСТОЯНИЯ БАНКОВ

Как известно, 2008 г. стал переломным в развитии банковской системы Украины. Если первые три квартала были периодом стремительного роста и экспансии, то четвертый квартал — время обвала финансовой сферы. До начала кризиса банковская система Украины развивалась ускоренными темпами. Количество действующих банков достигло 184. Начиная с сентября 2008 г. в Украине началось ухудшение макроэкономической ситуации, в результате пошатнулось доверие к банковской системе страны, начался процесс оттока депозитов из банков. Ряд банков оказались перед угрозой дефолта.

Для исследования были использованы данные квартальной финансовой отчетности банков, взятые на сайте Национального банка Украины [1]. В частности, для анализа были использованы показатели 170 украинских банков в период с 01.01.2008 г. по 01.07.2009 г. Как почти за два года до начала периода ухудшения финансового состояния значительного количества украинских банков, так и прямо непосредственно перед началом этого периода.

Ключевой вопрос — какие именно показатели финансовой отчетности украинских банков необходимо применять в качестве входных данных для моделей, чтобы достичь максимальной эффективности прогнозирования. Для анализа были взяты такие показатели отчетности украинских банков:

- общие активы;
- размер уставного капитала;
- денежные средства и их эквиваленты;
- средства физических лиц;
- средства юридических лиц;
- общие обязательства;
- чистая прибыль/(убыток) банка.

Были использованы такие коэффициенты бухгалтерской отчетности банков.

**Коэффициент надежности.** Соотношение собственного капитала ( $K$ ) к привлеченным средствам ( $П_c$ ). Уровень зависимости банка от привлеченных средств

$$K_n = \frac{K}{П_c}.$$

**Коэффициент финансового рычага.** Соотношение обязательств банка ( $O$ ) и капитала ( $K$ ), раскрывает способность банка привлекать средства на финансовом рынке

$$K_{фр} = \left( \frac{O}{K} \right).$$

**Коэффициент участия собственного капитала в формировании активов** — достаточность капитала. Раскрывает достаточность сформированного собственного капитала ( $K$ ) в активизации и покрытии различных рисков

$$K_{ук} = \left( \frac{K}{A_{общ}} \right).$$

**Коэффициент защищенности собственного капитала.** Соотношение капитализированных активов ( $A_K$ ) и собственного капитала ( $K$ ) показывает, какую часть капитала вложено в недвижимость (имущество)

$$K_{зк} = \left( \frac{A_K}{K} \right).$$

**Коэффициент защищенности доходных активов.** Сигнализирует о защите доходных активов (чувствительные к изменению процентных ставок) мобильным собственным капиталом

$$K_{зда} = \left( \frac{K - HA_D - Y_B}{A_D} \right),$$

где  $HA_D$  — не доходные активы;  $A_D$  — доходные активы;  $Y_B$  — убытки.

**Коэффициент мультипликатора капитала.** Степень покрытия активов ( $A$ ) (акционерным) капиталом ( $K_a$ )

$$K_{МК} = \left( \frac{A}{K_a} \right).$$

**Коэффициент активности привлечения заемных и привлеченных средств.** Удельный вес привлеченных средств ( $\Pi_c$ ) в общих пассивах ( $\Pi_{общ}$ )

$$K_{ПК} = \left( \frac{\Pi_c}{\Pi_{общ}} \right).$$

**Коэффициент активности привлечения межбанковских кредитов.** Удельный вес полученных межбанковских кредитов ( $МБК$ ) в общих пассивах ( $\Pi_{общ}$ )

$$K_{ПМБК} = \left( \frac{МБК}{\Pi_{общ}} \right).$$

**Коэффициент активности привлечения срочных депозитов.** Удельный вес срочных депозитов ( $D_{ср}$ ) в общих пассивах ( $\Pi_{общ}$ )

$$K_{зсд} = \left( \frac{D_{ср}}{\Pi_{общ}} \right).$$

**Коэффициент активности использования привлеченных средств в доходных активах.** Соотношение доходных активов ( $D_a$ ) и привлеченных средств ( $\Pi_c$ )

$$K_{апс} = \left( \frac{D_a}{\Pi_c} \right).$$

**Коэффициент активности использования привлеченных средств в кредитном портфеле.** Удельный вес кредитного портфеля ( $KП$ ) в привлеченных средствах ( $\Pi_c$ )

$$K_{ПСКП} = \left( \frac{KП}{\Pi_c} \right).$$

**Коэффициент доходных активов.** Удельный вес доходных активов ( $A_d$ ) в общих активах ( $A_{\text{общ}}$ )

$$K_{\text{да}} = \frac{A_d}{A_{\text{общ}}}.$$

**Коэффициент кредитной активности инвестиций в кредитном портфеле.** Удельный вес кредитного портфеля ( $KП$ ) в общих активах ( $A_{\text{общ}}$ )

$$K_{\text{ка}} = \frac{KП}{A_{\text{общ}}}.$$

**Коэффициент мгновенной ликвидности.** Показывает возможность банка погасить «живыми» деньгами с корсчетов и кассы обязательства по всем депозитам ( $D$ )

$$K_{\text{мл}} = \left( \frac{K_{\text{кп}} + K_{\text{а}}}{D} \right).$$

**Коэффициент общей ликвидности обязательств банка.** Характеризует максимальную возможность банка в погашении обязательств ( $O_{\text{общ}}$ ) всеми активами ( $A_{\text{общ}}$ )

$$K_{\text{ол}} = \left( \frac{A_{\text{общ}}}{O_{\text{общ}}} \right).$$

**Коэффициент отношения высоколиквидных активов рабочих активах.** Характеризует удельный вес высоколиквидных активов ( $A_{\text{вл}}$ ) в рабочих активах ( $A_p$ )

$$K_{\text{овл}} = \left( \frac{A_{\text{вл}}}{A_p} \right).$$

**Коэффициент ресурсной ликвидности обязательств.** Характеризует обеспечение доходными активами банка ( $A_d$ ) его общих обязательств ( $O_{\text{общ}}$ ) и сообщает о частичном погашении обязательств банка возвратами доходных активов

$$K_{\text{рл}} = \left( \frac{A_d}{O_{\text{общ}}} \right).$$

**Коэффициент ликвидного соотношения выданных кредитов и привлеченных депозитов** (для определения несбалансированной ликвидности) Раскрывает, насколько выданные кредиты ( $KП$ ) обеспечены всем привлеченным депозитам ( $D$ ) (есть несбалансированная ликвидность)

$$K_{\text{скпд}} = \left( \frac{KП}{D} \right).$$

**Коэффициент генеральной ликвидности обязательств.** Раскрывает способность банка погасить обязательства ( $O_{\text{общ}}$ ) высоколиквидными активами ( $A_{\text{вл}}$ ) и через продажу имущества ( $A_{\text{и}}$ )

$$K_{\text{гло}} = \left( \frac{A_{\text{вл}} + A_{\text{и}}}{O_{\text{общ}}} \right).$$

**Общий уровень рентабельности.** Размер балансовой прибыли ( $\Pi_6$ ) на 1 грн дохода ( $D_0$ )

$$K_1 = \frac{\Pi_6}{D_0}.$$

**Окупаемость затрат доходами.** Размер дохода ( $D_0$ ) на 1 грн расходов ( $B_0$ )

$$K_2 = \frac{D_0}{B_0}.$$

**Чистая процентная маржа.** Раскрывает уровень доходности активов процентной разницы

$$K_3 = \frac{\text{Процентный доход} - \text{Процентные издержки}}{\text{Средние общие активы}} 100.$$

**Чистый спрэд.** Раскрывает уровень доходности активов от процентных операций

$$K_4 = \left( \frac{\text{Проценты полученные}}{\text{Займ предоставлены}} 100 \right) - \left( \frac{\text{Проценты уплаченные}}{\text{Подпроцентные депозиты}} 100 \right).$$

**«Мертвая точка» доходности банка.** Показывает минимальную доходную маржу для покрытия всех расходов, после чего банк начинает зарабатывать прибыль, где  $A_n$  — активы в недвижимости

$$K_5 = \frac{Z_n - D_n}{A_{\text{общ}} - A_n}.$$

**Производительность труда.** Уровень дохода ( $D_0$ ) на одного среднегодового работника ( $CP$  — среднегодовое число работников)

$$K_6 = \frac{D_0}{CP}.$$

**Рентабельность активов, %.** Уровень окупаемости чистой прибылью ( $ЧП$ ) среднегодовых активов в целом ( $A_{\text{общ}}$ )

$$K_7 = \frac{ЧП}{A_{\text{общ}}}.$$

**Рентабельность общего капитала.** Уровень окупаемости чистой прибылью среднего годового общего капитала ( $\bar{K}_{\text{общ}}$ )

$$K_8 = \frac{ЧП}{\bar{K}_{\text{общ}}}.$$

**Рентабельность уставного фонда (акционерного капитала).** Уровень окупаемости чистой прибылью среднегодового акционерного капитала ( $\bar{K}_a$ )

$$K_9 = \frac{ЧП}{\bar{K}_a}$$

**Рентабельность деятельности по затратам.** Уровень окупаемости чистой прибылью всех расходов банка ( $P_{\text{общ}}$ )

$$K_{10} = \frac{ЧП}{P_{\text{общ}}}$$

**Производительность труда среднегодового работника.** Уровень чистой прибыли на одного среднегодового работника

$$K_{11} = \frac{ЧП}{СР}$$

Собранные показатели были использованы как при применении нечетких нейронных сетей, так и при проведении анализа четкими методами — методом Кромонава и методикой, разработанной ассоциацией белорусских банков (АББ) [2].

При этом выходными данными созданных моделей для украинских банков было два значения:

+1, если не ожидается значительного ухудшения финансового состояния банка в ближайшем будущем;

–1, если ожидается введение временной администрации и/или ликвидация банка.

## **ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКИХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ФИНАНСОВОГО СОСТОЯНИЯ УКРАИНСКИХ БАНКОВ**

Для прогнозирования риска банкротства банков было предложено использовать нечеткие нейронные сети ANFIS и TSK, описанные в [3–4]. Нечеткие нейронные сети обладают такими достоинствами:

возможность работать с нечеткой и качественной информацией;

возможность использования знаний экспертов в виде нечетких правил вывода.

Для применения нейронных сетей было разработано программное обеспечение, которое позволило получить прогноз банкротства банков Украины на основе работы сетей ANFIS и TSK. В качестве входных данных использовались показатели финансовой отчетности банков Украины за период с 2008 г. по 2009 г. Выходом сети является значение +1 или –1, что в соответствии означают банк-небанкрот и банк-банкрот. При анализе использовались различные наборы входных данных, разное количество правил для работы нечетких нейронных сетей, а также проводился анализ влияния периода данных, используемых на результат прогноза.

### **Сравнительный анализ работы сетей ANFIS и TSK при прогнозировании банкротства украинских банков**

Во время экспериментов были получены практические результаты. Первая группа экспериментов использовала данные за январь 2008 г. и было про-



анализировано возможное банкротство на начало 2010 г. (то есть за два года до возможного банкротства).

*Эксперимент № 1.*

Обучающая выборка = 120 банков Украины. Тестовая выборка = 50 банков. Количество правил = 5. Входные переменные (показатели финансовой отчетности банков):

- активы;
- капитал;
- наличность (ликвидные активы);
- депозиты домашних зозайств;
- обязательства.

В результате применения нечеткой нейронной сети TSK, были получены результаты, которые отражены в табл. 1.

**Таблица 1.** Результаты работы сети TSK

Результаты	
Общее количество ошибок	5
% ошибок	10
Ошибки 1-го рода	0
Ошибки 2-го рода	5

*Эксперимент № 2.*

Обучающая выборка = 120 банков Украины. Тестовая выборка = 50 банков. Количество правил = 50. Входные переменные (показатели финансовой отчетности банков) такие же.

В результате применения нечеткой нейронной сети ANFIS, были получены результаты, которые отражены в табл. 2.

**Таблица 2.** Результаты работы сети ANFIS

Результаты	
Общее количество ошибок	6
% ошибок	12
Ошибки 1-го рода	0
Ошибки 2-го рода	6

Как видно при сравнении табл. 1 и 2, нейронная сеть TSK дает более точные результаты, чем сеть ANFIS.

*Эксперимент № 3.*

Этот эксперимент был направлен на определение влияния количества правил на результат прогноза.

Обучающая выборка = 120 банков Украины. Тестовая выборка = 50 банков. Количество правил = 10. Входные переменные (показатели финансовой отчетности) те же, что и ранее.

В результате применения нечеткой нейронной сети TSK были получены результаты, которые отражены в табл. 3.

**Таблица 3.** Результаты работы сети TSK

Результаты	
Общее количество ошибок	6
% ошибок	12
Ошибки 1-го рода	1
Ошибки 2-го рода	5

Аналогичный анализ проведен для нейронной сети ANFIS.

*Эксперимент № 4.*

Обучающая выборка = 120 банков Украины. Тестовая выборка = 50 банков. Количество правил = 10. Входные переменные (показатели финансовой отчетности банков) аналогичные.

В результате применения нечеткой нейронной сети ANFIS, были получены результаты, которые отражены в табл. 4.

**Таблица 4.** Результаты работы сети ANFIS

Результаты	
Общее количество ошибок	7
% ошибок	14
Ошибки 1-го рода	1
Ошибки 2-го рода	6

В табл. 5 приведен сравнительный анализ результатов прогноза в зависимости от количества правил, которые используются для каждой входной переменной. На рис. 1 отражена графическая интерпретация результатов прогнозирования.

**Таблица 5.** Сравнительный анализ сетей ANFIS и TSK в зависимости от количества используемых правил

Сеть (количество правил)	Общее количество ошибок	% ошибок	Количество ошибок 1-го рода	Количество ошибок 2-го рода
Anfis 5	6	12	0	6
Anfis 10	7	14	1	6
TSK 5	5	10	0	5
TSK 10	6	12	1	5

Далее были проведены эксперименты, которые направлены на определение влияния размера проверочной и обучающей выборки на результаты прогноза.

*Эксперимент № 5.*

Обучающая выборка = 100 банков Украины. Тестовая выборка = 70 банков. Количество правил = 10. Входные переменные (показатели финансовой отчетности банков):

- активы;
- капитал;
- наличность (ликвидные активы);

депозиты домашних хозяйств;  
обязательства.

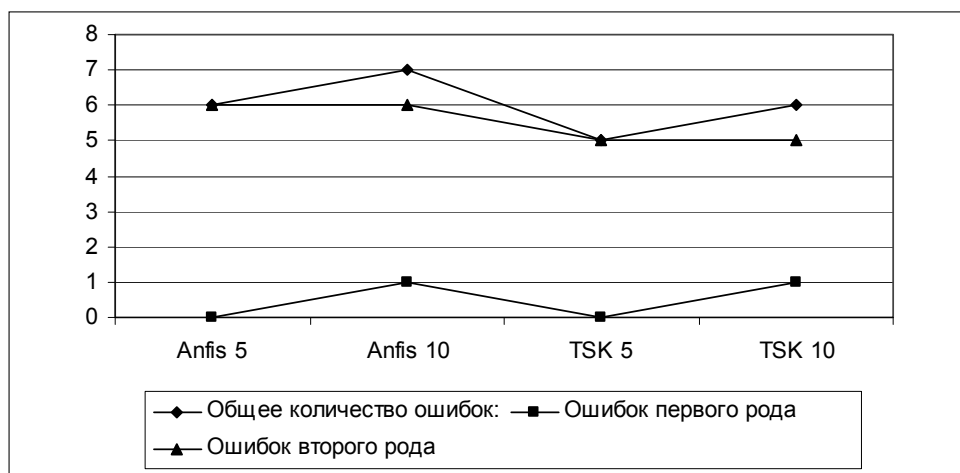


Рис. 1. Графическая интерпретация результатов прогноза с использованием ННС

В результате применения нечеткой нейронной сети TSK, были получены результаты, которые отражены в табл. 6.

**Таблица 6.** Результаты работы сети TSK

Результаты	
Общее количество ошибок	7
% ошибок	10
Ошибки 1-го рода	1
Ошибки 2-го рода	6

Аналогичный эксперимент был проведен и для сети ANFIS.

*Эксперимент № 6.*

Обучающая выборка = 100 банков Украины. Тестовая выборка = 70 банков. Количество правил = 10. Входные переменные (показатели финансовой отчетности банков) те же.

В результате применения нечеткой нейронной сети ANFIS, были получены результаты, которые отражены в табл. 7.

В результате анализа приведенных экспериментов можно сделать выводы:

Сеть TSK дает более точные результаты, чем сеть ANFIS.

Изменение количества правил в обучающей и проверочной выборках не имеет значительного влияния на результаты прогнозирования.

**Таблица 7.** Результаты работы сети ANFIS

Результаты	
Общее количество ошибок	7
% ошибок	10
Ошибки 1-го рода	0
Ошибки 2-го рода	7

Следующая группа экспериментов была посвящена поиску оптимальных входных данных (показателей) для прогнозирования. Период данных — январь 2008 г.

*Эксперимент № 7.*

Обучающая выборка = 100 банков Украины. Тестовая выборка = 70. Количество правил = 5. Входные переменные (показатели финансовой отчетности банков):

- прибыль текущего года;
- чистый процентный доход;
- чистый комиссионный доход;
- чистые расходы на формирование резервов;
- чистые прибыль / убыток банка.

В результате применения нечеткой нейронной сети TSK, были получены результаты, которые отражены в табл. 8.

**Таблица 8.** Результаты работы сети TSK

Результаты	
Общее количество ошибок	13
% ошибок	19
Ошибки 1-го рода	6
Ошибки 2-го рода	7

*Эксперимент № 8.*

Обучающая выборка = 100 банков Украины. Тестовая выборка = 70 банков. Количество правил = 70. Входные переменные (показатели финансовой отчетности банков):

- генеральный коэффициент надежности (собственный капитал / активы работающие);
- коэффициент мгновенной ликвидности (ликвидные активы / обязательства до востребования);
- кросс-коэффициент (суммарные обязательства / активы работающие);
- генеральный коэффициент ликвидности ((ликвидные активы + защищенный капитал + средства в фонде обязательных резервов) / суммарные обязательства);
- коэффициент фондовой капитализации прибыли (собственный капитал / уставной фонд).

В результате применения нечеткой нейронной сети TSK, были получены результаты, которые отражены в табл. 9.

**Таблица 9.** Результаты работы сети TSK

Результаты	
Общее количество ошибок	7
% ошибок	10
Ошибки 1-го рода	1
Ошибки 2-го рода	6

Необходимо отметить, что эти показатели используются как входные данные в методике Кромонава [22], результаты применения которой рассмотрены ниже.

*Эксперимент № 9.*

Обучающая выборка = 100 банков Украины. Тестовая выборка = 70 банков. Количество правил = 5. Входные переменные (показатели финансовой отчетности банков):

ROE — доходность капитала (финансовый результат / капитал);

ROA — доходность активов (финансовый результат / активы);

CIN — соотношение доходов и расходов (доходы / расходы);

NIM — чистая процентная маржа (чистый процентный доход);

NI — чистая прибыль.

В результате применения нечеткой нейронной сети TSK, были получены результаты, которые отражены в табл.10.

**Таблица 10.** Результаты работы сети TSK

Результаты	
Общее количество ошибок	12
% ошибок	17
Ошибки 1-го рода	5
Ошибки 2-го рода	7

Необходимо отметить, что эти показатели используются как входные данные в методике EuroMoney [1].

*Эксперимент № 10.*

Обучающая выборка = 100 банков Украины. Тестовая выборка = 70 банков. Количество правил = 5. Входные переменные (показатели финансовой отчетности банков):

генеральный коэффициент надежности (собственный капитал / активы работающие);

коэффициент мгновенной ликвидности (ликвидные активы / обязательства до востребования);

кросс-коэффициент (суммарные обязательства / активы работающие);

генеральный коэффициент ликвидности ((ликвидные активы + защищен капитал + средства в фонде обязательных резервов) / суммарные обязательства);

коэффициент фондовой капитализации прибыли (собственный капитал / уставной фонд);

коэффициент защищенности капитала (защищенный капитал / собственный капитал).

В результате применения нечеткой нейронной сети TSK, были получены результаты, которые отражены в табл. 11.

**Таблица 11.** Результаты работы сети TSK

Результаты	
Общее количество ошибок	8
% ошибок	13
Ошибки 1-го рода	1
Ошибки 2-го рода	7

Необходимо отметить, что эти показатели используются как входные данные в методике Кромонава [2].

В табл. 12 приведен итоговый сравнительный анализ результатов прогноза, в зависимости от входного набора данных (используемых финансовых показателей). На рис. 2 отражена графическая интерпретация результатов прогнозирования.

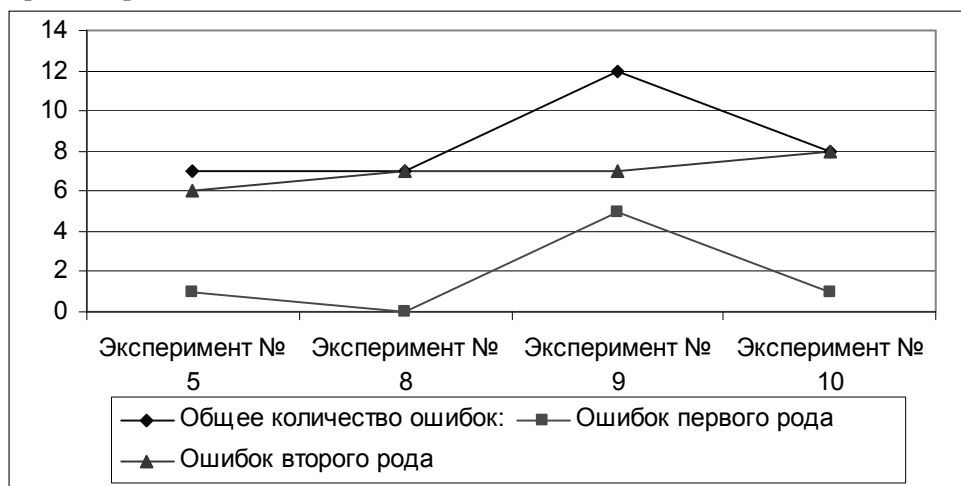


Рис. 2. Зависимость ошибок первого и второго рода от используемых наборов показателей

Таблица 12. Зависимость результата прогноза от набора входных показателей

Эксперимент	Общее количество ошибок	% ошибок	Ошибки 1-го рода	Ошибки 2-го рода, %
Эксперимент № 5	7	10	6	1
Эксперимент № 8	7	10	7	0
Эксперимент № 9	12	17	7	5
Эксперимент № 10	8	13	7	1

Далее был проведен ряд экспериментов, которые были направлены на определение влияния периода сбора входных данных на результат. Предложено рассмотреть период, значительно ближе к моменту возможного банкротства, а именно — июль 2009 г., то есть за 6 месяцев до возможного банкротства.

Эксперимент № 11.

Обучающая выборка = 100 банков Украины. Тестовая выборка = 70 банков. Количество правил = 10. Входные переменные (показатели финансовой отчетности банков):

генеральный коэффициент надежности (собственный капитал / активы работающие);

коэффициент мгновенной ликвидности (ликвидные активы / обязательства + обязательства до востребования);

кросс-коэффициент (суммарные обязательства / активы работающие);

генеральный коэффициент ликвидности ((ликвидные активы + защищен капитал + средства в фонде обязательных резервов) / суммарные обязательства);

коэффициент фондовой капитализации прибыли (собственный капитал / уставной фонд).

В табл. 13 можно увидеть сравнительный анализ результатов прогноза, в зависимости от периода входного набора данных. На рис. 3 отражена графическая интерпретация результатов прогнозирования.

**Таблица 13.** Зависимость результата прогноза от момента сбора входных показателей

Эксперимент: период количества правил	Общее количество ошибок	Ошибки 1-го рода	Ошибки 2-го рода	Общий % ошибок
01.01.2008 — 5 правил	7	0	7	10
01.07.2009 — 5 правил	5	0	5	7
01.07.2009 — 10 правил	7	3	4	10

### Применение НМГУА для прогнозирования финансового состояния европейских банков

В ходе работы был также применен нечеткий метод группового учета аргументов для прогнозирования финансового состояния банков [3,4]. В качестве входных переменных использовались те же показатели, что и в экспериментах с сетью TSK. Результатом работы метода является значение выходной переменной, которая попадает в определенный интервал. В данном случае (при прогнозировании банкротства) необходимо приводить результат прогноза к виду +1 или -1 (где 1 — банк с хорошим финансовым положением; -1 — банк с ухудшенным финансовым положением). В данной работе в качестве порога мы принимали середину выходного интервала и приводили ее к необходимому виду.

В табл. 14 отражены результаты прогнозирования в зависимости от периода входных данных.

**Таблица 14.** Сравнительный анализ результатов прогноза методом НМГУА в зависимости от периода получения входных данных

Период входных данных	Общее количество ошибок	% ошибок	Ошибки 1-го рода	Ошибки 2-го рода
2004	10	14	3	7
2005	9	13	3	6
2006	8	11,4	3	5
2007	7	10	2	5
2008	6	8,5	1	5
2009	6	8,5	2	4

Если сравнить результаты применения метода НМГУА с результатам работы нейронной сети TSK, можно увидеть, что нейронная сеть TSK дает лучшие результаты при использовании входных данных за один год до возможного банкротства, но метод НМГУА работает лучше при использовании более давних данных, за два и более лет, что дает ему преимущество в долгосрочном прогнозировании финансового состояния банков.

### Применение методики Кромонава и методики многоуровневого агрегированного показателя оценки состояния банков

С целью сравнительного анализа результатов применения нечеткой логики к проблеме прогнозирования финансового состояния банков, и классических методов были реализованы и исследованы четкие методики анализа финансового состояния банков. Используя выборку с финансовыми показателями 170 украинских банков, мы применили методику Кромонава [2], а также методику многоуровневого агрегированного показателя состояния банков, разработанную ассоциацией белорусских банков (методика АББ) для решения поставленной задачи.

*Результаты применения методики Кромонава.* Первым экспериментом в данной серии было применение методики Кромонава на основе квартальных данных украинских банков по состоянию на начало 2008 г., и проверка прогноза по данным о банкротстве (или введении временной администрации) банка после середины 2009 г. Таким образом, целью было исследовать, как влияет период сбора данных на качество прогноза. Результаты анализа приведены в табл. 15.

**Таблица 15.** Результаты применения методики Кромонава по данным банков в зависимости от периода сбора данных

Результаты	01.01.2008	01.07.2009
Общее количество ошибок	34	24
% ошибок	20	15
Ошибки 1-го рода	18	12
Ошибки 2-го рода	16	12
Размер тестовой выборки	170	170

Как видно из табл. 15, методика Кромонава дала неверный прогноз по 34 банкам из 170, что дает погрешность в размере 20%. При использовании данных на 01.01.2008 г. и неверный прогноз по 24 банкам из 170 (погрешность 15%) по исходным данным 01.07.2009 г. Очевидно значительное улучшение качества полученных результатов прогноза по свежим данным середины 2009 г. по сравнению с данными на начало 2008 г., задолго до момента массового банкротства украинских банков.

Такой вывод не удивителен, принимая во внимание, что с приближением отчетных данных к моменту банкротства (или значительного ухудшения финансового состояния), последние начинают более явно отражать вероятность наступления дефолта банка.

Виды ошибок достаточно равномерно распределились между собой в обоих случаях.

*Результаты применения методики многоуровневого агрегированного показателя состояния банков (разработанного ассоциацией белорусских банков).* Третьим экспериментом в этой серии экспериментов было применение методики разработанной ассоциацией белорусских банков (АББ) на основе квартальных данных украинских банков по состоянию на начало 2008 г. и проверка прогноза по данным о банкротстве (или введения временной администрации) банка после середины 2009 г. Как и в случае методики Кромонава, целью было исследовать, как влияет период данных на качество прогноза. Результаты анализа приведены в табл. 16.



**Таблица 16.** Результаты применения методики АББ по данным банков по состоянию на 01.01.2008 и 01.07.2009

Результаты	01.01.2008	01.07.2009
Общее количество ошибок	27	24
% ошибок	16	15
Ошибки 1-го рода	12	4
Ошибки 2-го рода	15	20
Размер тестовой выборки	170	170

Как видно из табл. 16, методика АББ дала неверный прогноз по 27 банкам из 170, что дает ошибку в размере 16%. Этот результат для данных на середину 2008 г. является лучшим по сравнению с методикой Кромонава, давшей ошибку 20% на этих данных. Есть незначительное большее количество ошибок 2-го рода (15) по сравнению с количеством ошибок 1-го рода (12). По данным на середину 2009 г. методика АББ показывает неверный прогноз по 24 банкам из 170 (погрешность 15%), что совпадает с результатами, полученными по методике Кромонава.

#### ОБЩИЙ АНАЛИЗ ПРИМЕНЕНИЯ ЧЕТКИХ И НЕЧЕТКИХ МЕТОДИК ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СОСТОЯНИЯ БАНКОВ

В заключительном эксперименте был выполнен сравнительный анализ всех вышеизложенных методов и методик. Были рассмотрены следующие методы:

- нечеткая нейронная сеть ANFIS;
- нечеткая нейронная сеть TSK;
- методика Кромонава;
- методика АББ.

На вход методов были введены финансовые показатели украинских банков за июль 2007 г. Сравнительный анализ методов приведен в табл. 17, а на рис. 3 отражены графические результаты анализа.

**Таблица 17.** Сравнительный анализ результатов прогноза риска банкротства банков Украины в зависимости от метода прогнозирования

Методика(период)	Общее количество ошибок	% ошибок	Ошибки 1-го рода	Ошибки 2-го рода
ANFIS	7	10	1	6
TSK	5	7	0	5
Кромонава	10	15	5	5
АББ	10	15	2	8

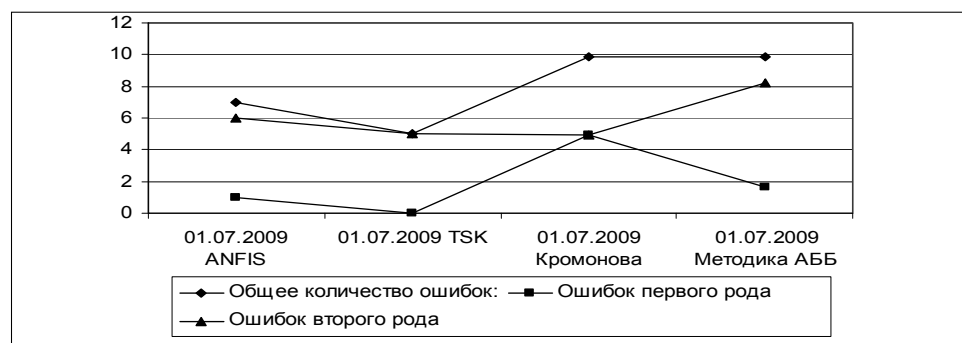


Рис. 3. Графическая интерпретация результатов прогнозирования банков Украины

## ВЫВОДЫ

В статье рассмотрены и исследованы различные методы и методики анализа финансового состояния и прогнозирования банкротства банков:

нечеткая нейронная сеть ANFIS;  
нечеткая нейронная сеть TSK;  
НМГУА;  
метод Кромонаова;  
метод АББ.

В качестве входных данных рассмотрены финансовые показатели банков Украины.

Определены входные переменные моделей (финансовые показатели банков), которые показали лучшие результаты прогноза при их использовании прогнозирования банкротства банков Украины:

генеральный коэффициент надежности;  
коэффициент мгновенной ликвидности;  
кросс-коэффициент;  
генеральный коэффициент ликвидности;  
коэффициент фондовой капитализации прибыли.

Определено, что среди нейронных сетей сеть TSK дает более точные результаты, чем сеть ANFIS. Изменение количества правил в обучающей выборке не оказывает значительного влияния на результаты прогнозирования. Увеличение количества правил не приводит к улучшению результатов прогнозирования.

При сравнении нечетких методов было установлено, что нечеткие нейронные сети дают лучшие результаты при использовании более свежих данных, то есть при *краткосрочном прогнозировании*. Нечеткий метод группового учета аргументов дает лучшие результаты при использовании более старых данных, то есть при *долгосрочном прогнозировании* на два года и более.

В целом, *сравнительный анализ показал, что четкие методы и методики большинстве случаев дают худшие результаты при сравнении с нечеткими методами.*

## ЛИТЕРАТУРА

- Рейтингова оцінка комерційного банку.* — [http:// www. nbuv. gov.ua/Soc\\_Gum/ Ekpr/2009\\_25/mescheryakov/htm](http://www.nbuv.gov.ua/Soc_Gum/Ekpr/2009_25/mescheryakov/htm).
- Построение рейтинга банков с использованием методики расчета многоуровневого агрегированного показателя состояния банка.* — [http:// www. credit-rating. ua/ ru/analytics/ analytical-articles/](http://www.credit-rating.ua/ru/analytics/analytical-articles/).
- Згуровский М.З., Зайченко Ю.П.* Основы вычислительного интеллекта. — К.: Наук. думка, 2013. — 406 с.
- Зайченко Ю.П.* Нечеткие модели и методы в интеллектуальных системах. — К.: Слово, 2008. — 344 с.

Поступила 22.12.2014

## ЦЕЛИ И ОБЪЕКТЫ НАУКИ О СЕРВИСАХ

А.А. ПЕТРЕНКО

Масштаб, сложность и взаимозависимость современных систем сервисов в связи с глобализацией, демографическими изменениями и технологическими разработками достигли беспрецедентного уровня. В наиболее развитых странах более 70% ВВП формируется индустрией сервисов, в которой занято сегодня (по информации Международной организации труда) более половины человечества. Изложены основные задачи науки о сервисах, возникшей недавно по инициативе фирмы ИБМ. Последовательно рассмотрены тематика научных исследований, задачи бизнеса, образования и государственных органов в области масштабирования и совершенствования систем сервисов. Возможности инженерного и кадрового обеспечения процессов создания и поддержки систем сервисов продемонстрированы на примере сервисной системы управления взаимоотношениями с клиентами.

### ВВЕДЕНИЕ

В 2008 г. компания ИБМ ввела в обиход новый термин **SSME** (Service Science, Management and Engineering — наука о сервисах, их менеджменте и инженерии). Под ним понимают междисциплинарный подход к изучению, разработке и внедрению систем сервисов: таких сложных систем, в которых одна организация (или объединение людей и технологий) выполняет что-то полезное и ценное для другой организации [1–3]. Другими словами, *сервис* (услуга) — это применение компетенций организации (лица) в интересах другого лица (организации) в различных областях человеческой деятельности или человеческой жизни. Часто сервис рассматривается как часть искусственной среды, созданной самим человеком.

При этом под *научной* составляющей понимаются методы и стандарты, позволяющие разрабатывать совокупность знаний о сервисах; *инженерной* составляющей — способ применения знаний для создания систем сервисов; *бизнесом* — способ применения знаний для получения прибыли от систем сервисов; *менеджментом* — способ улучшения создания и распространения новых сервисов и систем сервисов (рис. 1).



Рис. 1. Пояснение термина SSME

**Цель работы** — рассмотрение содержания нового термина SSME и основных задачах науки о сервисах, вопросов широкого распространения и взаимосвязи систем сервисов, их проникновения в технические системы (в частности, в структуры программного обеспечения), вопросов развертывания подготовки соответствующих кадров для SSME.

В системе сервисов взаимодействуют три субъекта (рис. 2):

- поставщик сервисов;
- пользователь сервисов;
- брокер сервисов с репозитарием сервисов.

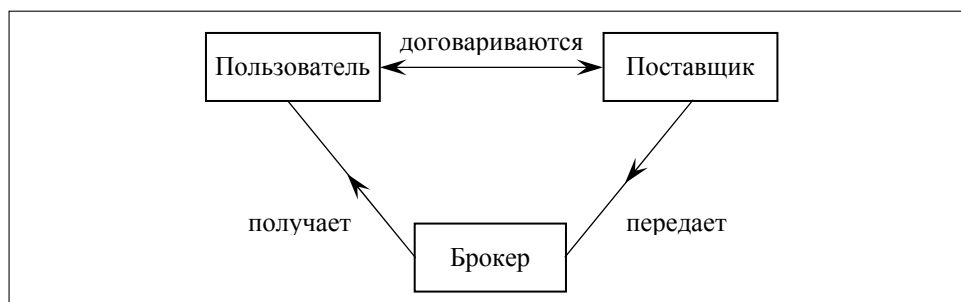


Рис. 2. Основные участники системного обслуживания

Поставщик сервисов может не взаимодействовать напрямую с их пользователем, ему достаточно опубликовывать свои сервисы в репозитории. Пользователь сервиса, как правило, взаимодействует с брокером, с помощью которого подбирает необходимые для себя сервисы. Но в случае отсутствия в репозитории нужных сервисов, пользователь может вступать непосредственно в контакт с поставщиками сервисов, размещая заказ на создание сервисов с определенными нужными свойствами.

Сервисы обладают качествами, отличающими их от товаров (вещей). В экономике и маркетинге сервис (услуга) — это нематериальный эквивалент товара (блага). Предоставление услуг определено в качестве экономической деятельности, не приводящей к собственности, и это ее основное отличие от деятельности по предоставлению физических товаров.

*Системы сервисов* являются динамическими конфигурациями людей, технологий, организаций и средств обмена информацией, которые создают и обеспечивают ценность для пользователей, поставщиков и других заинтересованных сторон. Они образуют большую растущую долю в мировой экономике и становятся важнейшими для бизнеса, правительства, семьи и отдельных лиц. *Инновации* как термин, применяемый почти исключительно к технологиям в прошлом, все чаще используется по отношению к системам сервисов.

Рост рабочих мест в сфере сервисов происходит не только в развитых странах, но также характерен для развивающихся стран. Международная организация труда сообщает, что 2006 г. был первым годом в истории человечества, когда больше людей работало в сфере сервисов, чем в сельском хозяйстве во всем мире: 40% в сфере сервисов, 39,7% в сельском хозяйстве, и 21,3% [1].

Рост рабочих мест в обслуживании шел параллельно росту информационной экономики. Много рабочих мест являются наукоемкими, базирую-

щимися на широком использовании информационных технологий. Они появились как в традиционных зонах обслуживания (в том числе коммунальных услуг, технического обслуживания зданий, финансов, здравоохранения, образования), так и новых: электронной коммерции, дистанционного обучения, коллективного проектирования и электронного правительства и так далее, что делает индустрию сервисов более привлекательной и придает ей технический характер. Однако, до сих пор, в отличие от производственных процессов, серьезные попытки автоматизации процессов в сфере сервисов не проводились.

Индустрия сервисов требует создания своей научной базы, разработки методик и инструментария для построения систем сервисов. Может быть проведена определенная аналогия между наукой о сервисах (SSME) и компьютерными науками (CS). Успех компьютерных наук заключается не в исследовании фундаментальных законов природы (как в физике или химии, например), а в способности объединить различные дисциплины (такие как математика, электроника, системотехника, информатика) для решения комплексных проблем, требующих участия всех этих дисциплин и их взаимодействия.

Наука о сервисах может также стать междисциплинарным предохранителем, позволяющим экономистам, социологам, математикам, программистам и законодателям сотрудничать для достижения более важной цели: анализа, построения, управления и развития сложных систем, которые когда-нибудь люди пытались построить (рис. 3).

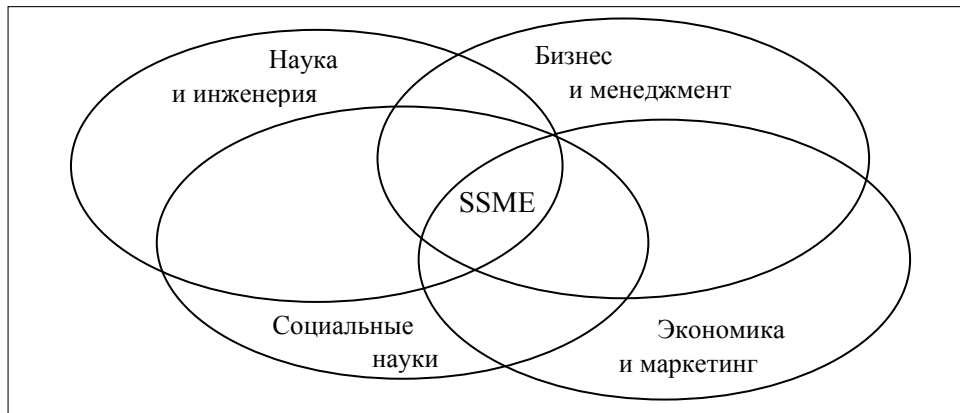


Рис. 3. Система сервисов как сложная социально-техничко-экономическая система

Наука о сервисах развивается как отдельное направление. Ее главная задача состоит в том, чтобы выявить логику сложных систем сервисов, установить общий язык и общие рамки для инноваций сервисов. С этой целью междисциплинарный подход должен быть доминирующим в научных исследованиях и образовании в области систем сервисов. Были сформулированы следующие ближайшие задачи в развитии этого направления [1–3].

**Тематика научных исследований:** разработка междисциплинарного подхода к исследованиям сервисов; установка связи между разными дисциплинами путем исследования крупных научных проблем; создание вместе с практикующими разработчиками пилотных систем сервисов (use cases),

которые позволят понять характер и поведение систем сервисов в целом; создание инструментария моделирования и проектирования систем сервисов.

- **Задачи бизнеса:** сформировать политику в области занятости и карьерного роста для сервисных специалистов; обеспечить поддержку проектов по исследованию систем сервисов; обеспечить финансирование исследований в области систем сервисов; разработать соответствующие организационные мероприятия по повышению промышленно-академического сотрудничества; работать с заинтересованными сторонами по обеспечению устойчивого развития систем сервисов.

- **Задачи образования:** предоставить выпускникам различных специальностей возможность стать сервисными профессионалами и адаптивными новаторами; содействовать осуществлению образовательных программ в области SSME; разработать модульный SSME учебный план для высшего образования и распространять его на другие уровни образования; исследовать новые методы обучения в области SSME образования.

- **Задачи государственных органов власти:** способствовать инновациям в системах сервисов и финансово поддержать соответствующие SSME научные исследования; разработать необходимые мероприятия по внедрению достижений науки о сервисах для совершенствования системы государственной службы; поощрять открытые слушания, семинары и брифинги с другими заинтересованными сторонами в разработке дорожных карт для инноваций в области систем сервисов.

Следует отметить, что наука о сервисах по своему назначению, методам и инструментарию *подобная системному анализу и могла бы стать его составляющей.*

Тематике SSME посвящен ряд монографий [3–5]. Появились и новые журналы по SSME тематике. В 2008 г. вышли первые выпуски журналов «Journal of Service Science and Management» и «Journal of Service Science»; с 2009 г. секция Service Science корпорации INFORMS начала выпуск онлайн журнала «Service Science»; в 2010 г. Ассоциация Управления информационных ресурсов (IRMA) опубликовала свой первый номер «International Journal of Service Science, Management, Engineering and Technology» (IJSSMET) с целью содействия развитию науки о сервисах в теоретическом и практическом планах. К сожалению, среди читателей этих изданий отечественные читатели составляют малую часть.

## КАДРЫ ДЛЯ НАУКИ О СЕРВИСАХ

При поддержке компании ИБМ за прошедший короткий срок (около пяти лет) новое направление SSME получило широкое распространение в ведущих университетах мира. Некоторые из них заняли лидирующие позиции в исследованиях и привнесли инновационное видение науки о сервисах как новой дисциплины. К таким университетам можно отнести Беркли (Калифорния), Карнеги-Милон, Технологический институт штата Джоржия, Массачусетский технологический (США), Институт Фраунгофера (Германия), Университет Карлштад (Швеция), Университет Цинги Хуа (Тайвань), университет Кента (Великобритания). Серьезное развитие преподавания новой

науки получило в Чехии и Венгрии. Сегодня известны 102-е SSME учебные программы по всему миру (88 магистерских и 14 бакалаврских) по подготовке адаптивных новаторов *сервисного руководства экономикой* [1–4]. От таких выпускников ожидают следующих навыков сервисного обслуживания, умений и знаний:

- междисциплинарной коммуникации;
- разработки системы сервисов, их управления и моделирования;
- ценового анализа сервиса;
- анализа жизненного цикла сервиса (для обеспечения качества);
- поставка сервисов и управления спросом;
- разработки новых сервисов;
- управление бизнес-проектами;
- разработки и анализа бизнес-кейсов;
- управление организационными изменениями;
- маркетинга и продажи;
- творческого и критического мышления;
- коммуникабельности;
- лидерства и навыков к сотрудничеству.

В Украине также нужны специалисты, имеющие необходимые навыки в работе по исследованию, управлению и построению систем сервисов, способные реализовать выгоды от сочетания бизнеса, менеджмента и инженерных технологий. Необходима новая *специализация* (сервисный специалист) и новый инструментарий для ее функционирования. В частности, такая магистерская специализация может быть организована на базе имеющейся специальности «Системное проектирование».

## ИНЖЕНЕРИЯ СЕРВИСОВ

Следует особо подчеркнуть, что развитие науки о сервисах опирается на два известных технических новшества в информационных технологиях: SaaS (*Software as a Service*), когда программное обеспечение используется и арендуется через Интернет, и SOA (*Service-Oriented Architecture* — сервисно-ориентированная архитектура) как стиль архитектуры при проектировании программных систем.

Рост сложности современных информационных систем, включая грид-инфраструктуры, обусловил распространение модульного подхода к разработке их программного обеспечения с использованием стандартизированных, по возможности, интерфейсов между частями, как это предусмотрено концепцией сервисно-ориентированной архитектуры. Теоретические преимущества SOA заключаются в повышении гибкости при одновременном снижении операционных расходов на создание системы сервисов. Данная архитектура представлена в виде набора сервисов и процессов, которые можно комбинировать, а также изменять с течением времени в соответствии с изменениями требований за счет планировщиков потока задач (workflows) типа Taverna, Kepler или Askalon. Однако практическое применение всего потенциала SOA осложняется из-за частой необходимости использовать отдельные сервисы с несовместимыми интерфейсами.

## ПРОВОДИМЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

В ННК «ИПСА» Национального технического университета «Киевский политехнический институт» начаты исследования по выявлению возможного выбора инвариантных сервисов для систем, фокусирующихся на человеческой деятельности (электрические сети; системы водоснабжения; транспортные системы; система здравоохранения; система образования; банковско-финансовые системы; системы розничной торговли; системы туризма, медиа и развлечений и др.). Это позволит в будущем создать репозиторий междисциплинарных инвариантных сервисов как строительных блоков соответствующих систем сервисов. Объем исследований настолько велик, что ННК «ИПСА» нуждается в партнерах. Планируется также построить прототип таких систем на примере *сервисной системы управления взаимоотношениями с клиентами CRM (Customer Relationship Management)* для большого и малого бизнеса, используя Web-технологии для доставки всех предоставляемых пользователю сервисов. При этом предусматривается динамическое пере-конфигурирование системы с целью удовлетворения требований на основе имеющихся ресурсов (люди, технологии, информация и организации). Исследуется многослойная сервисно-ориентированная архитектура программного обеспечения для управления взаимоотношениями с клиентами в e-инфраструктуре. Подобные архитектуры имеют характерные черты [6–7]:

- функциональность распределена по экосистеме в виде прикладных веб-сервисов и грид / облачных сервисов, которые позволяют использовать грид / облачных ресурсов;
- совместима с принятыми стандартами и протоколами;
- поддерживает работу пользователей по созданию в соответствии с их сценариями прикладных приложений CRM и их выполнения в распределенной электронной инфраструктуре;
- функциональность доступна с обычного веб-интерфейса;
- скрывает сложность взаимодействия веб-сервисов, выбранных пользователем с помощью механизма workflow, или проектировщиком рабочего процесса, и простым графическим редактором рабочего процесса.

К базисным интегрированным сервисам планируемой системы CRM предполагается в соответствии с рекомендациями Бартона Голденберга, президента компании ISM Inc. (International Systems Marketing, Inc.) [8], отнести:

- *Сервис продаж*: управление контактами (contact management) — все виды контактов и история контактов; работа с клиентами (account management), включая все активности, связанные с клиентом; ввод заказов от клиентов; создание коммерческих предложений.
- *Сервис управления продажами*: анализ «продаж» (pipeline analysis) — прогнозирование, анализ цикла продаж, региональный анализ, запланированная и произвольная отчетность. Управление последовательными процессами через все каналы работы с клиентами.
- *Сервис для продаж по телефону* (telemarketing / telesales): создание и распределение списка потенциальных клиентов, автоматический набор номера, регистрация звонков, прием заказов.



- *Сервис управления временем*: календарь/планирование как индивидуальное, так и для группы (в большинстве случаев — это Microsoft Outlook), электронная почта.
- *Сервис поддержки и обслуживания клиентов*: регистрация обращений, переадресация обращений, движение заявок от клиента внутри компании, отчетность, управление решением проблем, информация по заказам, управление гарантийным/контрактным обслуживанием.
- *Сервис маркетинга*: управление маркетинговыми кампаниями, управление потенциальными сделками (opportunity management), маркетинговая энциклопедия (полная информация о продуктах и услугах компании) интегрированная с интернетом, конфигуратор продукции, сегментация клиентской базы, создание и управление списком потенциальных клиентов.
- *Сервис для высшего руководства*: расширенная и легкая в использовании отчетность.
- *Сервис интеграции с ERP* (Enterprise Resource Planning — управление ресурсами предприятия): интеграция с бэк-офисом, интернетом, внешними данными.
- *Сервис синхронизации данных*: синхронизация с мобильными пользователями и многочисленными портативными устройствами, синхронизация внутри компании с другими базами данных и серверами приложений.
- *Сервис электронной торговли*: управление сделками через интернет, включая приложения типа B2B (*Business-to-business* — бизнес для бизнеса) и B2C (*Business-to-consumer* — бизнес для потребителя).
- *Сервис для мобильных продаж*: генерация и работа с заказами, передача информации торговым представителям вне офиса в режиме реального времени через мобильные устройства.

Пользователь, создавая разные композиции из сервисов через репозиторий сервисов (среди которых могут быть альтернативные реализации через идентичных сервисов от разных поставщиков) получит возможность формировать для своих нужд CRM системы различных типов: операционные, аналитические и коллаборационные (CRM сотрудничества), запускать их в е-инфраструктуре и динамично модифицировать (в случае необходимости) в процессе функционирования.

## ВЫВОДЫ

Идея сервисов, конечно же, не нова. Тем не менее, масштаб, сложность и взаимозависимость современных систем сервисов в связи с глобализацией, демографическими изменениями и технологическими разработками достигли беспрецедентного уровня. Рост значимости сервисов свидетельствует, что сервисные инновации теперь являются главной задачей практиков в сфере бизнеса и государственных органов власти, а также для ученых и инженеров в области научных исследований и образования. Их совместные усилия должны быть направлены на обеспечение роста индустрии сервисов в Украине, при этом инженерная поддержка процесса разработки и эксплуатации создаваемых и внедряемых систем сервисов станет одним из условий достижения успеха.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *A service perspective for education, research, business and government.* — <http://www.ifm.eng.cam.ac.uk/resources/service/succeeding-through-service-innovation/>.
2. *Succeeding through Service Innovation.* — <http://www.ifm.eng.cam.ac.uk/ssme/>.
3. *Ostrom A.L., Bitner M.J., Brown S.W., Burkhard K.A., Goul M., Smith-Daniels V., Demirkan H., Rabinovich E.* Moving Forward and Making a Difference: Research Priorities for the Science of Service // *Journal of Service Research.* — 2010. — **13**(1). — P. 4–36.
4. *Handbook of Service Science / Springer, 2010 — 720 p.*
5. *Maglio Paul, Kieliszewski Cheryl, Spohrer James.* *Handbook of Service Science.* — Pittsburg: Springer US, 2010. — 720 p.
6. *International Systems Marketing (ISM).* — <http://ismguide.com/about-ism/>.

Поступила 02.03.2015

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИНФЛЯЦИИ В ГРУЗИИ

Н.Г. ГОГОЛАДЗЕ

Процессы экономики переходного периода развиваются в условиях влияния разнородных возмущений, которые приводят к ухудшению показателей на микро- и макроуровне. Для повышения качества управления и прогнозирования макроэкономическими процессами необходимо применять современные методы моделирования и управления. В работе для решения задачи моделирования и прогнозирования выбран процесс инфляции, который является одним из значимых процессов для многих стран мира. Проведен анализ процесса инфляции в Грузии, на основе которого определены его положительные и отрицательные стороны, а также причины и последствия современного протекания процесса. На основе функционального подхода построена стохастическая авторегрессионная модель второго порядка, которая отличается простотой структуры и высокой степенью адекватности экспериментальным данным. Разностное уравнение решено методом вариации параметров. Получена функция прогнозирования на основе решения разностного уравнения, которая используется для краткосрочного прогнозирования процесса инфляции. Полученная модель будет использована для оптимального управления процессом инфляции.

На сегодняшний день инфляция является одним из основных дестабилизирующих факторов рыночной экономики и является серьезной проблемой для многих стран. Отметим, что инфляция имеет серьезные социально-экономические последствия. В частности, происходит социальное расслоение населения на бедных и богатых; падает жизненный уровень населения; разрушается экономика; падает производство и растет безработица; растут ссудные проценты; сокращаются сроки кредитов; производство становится невыгодным и экономически угнетается; перераспределяется народное богатство, но не в пользу производства и населения; развивается теневая экономика; ощущается дефицит средств для расчетов и растут задолженности; угасает инвестиционная активность; нарушается управление предприятием; заторможено внедрение научно-технического прогресса, особенно новых технологий. Возможным положительным последствием инфляции, вызванной увеличением денежной массы в обороте, является оперативное использование дополнительных средств для инвестиций в производстве. При благоприятных условиях для инвестиций, вложенные средства быстро окупаются и позволяют увеличить объемы производства, усовершенствовать технологии и качество продукции.

Исследователи процесса инфляции отмечают, что с ней можно и надо бороться, чтобы она не приняла опасный, неуправляемый характер. Чтобы избежать экономического краха, необходимо разработать антиинфляционную политику, главными элементами которой являются долгосрочная денежная политика, совершенствование налоговой системы, жесткое государ-

ственное регулирование и хорошо проведенная, честная приватизация государственной собственности. Кроме того, антиинфляционная политика должна смягчить налоговый процесс; усилить контроль за деятельностью коммерческих банков; снять все таможенные преграды; умеренно сдерживать денежную массу [1].

Эксперты считают, что инфляция в Грузии во многом связана с текущими процессами на международных рынках. Причинами инфляции являются: рост денежной массы; дефицит бюджета; плохой платежный баланс; торговый дефицит; зависимость от импорта, экспорта; отсутствие производственной базы; монополистическая политика, а также финансирование разных инфраструктурных проектов, к чему дополняются гранты и кредитные ресурсы международных финансовых и донорских организаций, что, несомненно, способствует росту денежной массы. Инфляция оказывает негативное влияние на международные отношения, способствует развитию валютного кризиса, усугубляет социально-экономическую ситуацию, уничтожает всю экономику, приводит также к прекращению продаж. Во время инфляции исчезает твердая денежная единица, усложняется расчет, оплата, население пытается отказаться от обесцененных денег и сохранить иностранную валюту.

В Грузии рост инфляции начался во втором квартале 2010 г. и в мае 2011 г. достиг рекордного уровня — 14,3 %. Тем не менее, в результате государственной политики, инфляция начала снижаться во второй половине 2011 г. и уже в июне 2014 г. составила 2 %. Отметим, что процесс инфляции имеет достаточно сложный характер, поэтому для управления этим процессом необходимы современные методы оптимального управления.

Для моделирования процесса инфляции в Грузии использованы макроэкономические показатели: индекс потребительских цен (CPI) и объем денежной массы (M2). Статистические данные этих макроэкономических показателей Грузии за 01.2010–06.2014 гг. показаны на рисунке в виде темпов прироста к соответствующему месяцу предыдущего года [2].

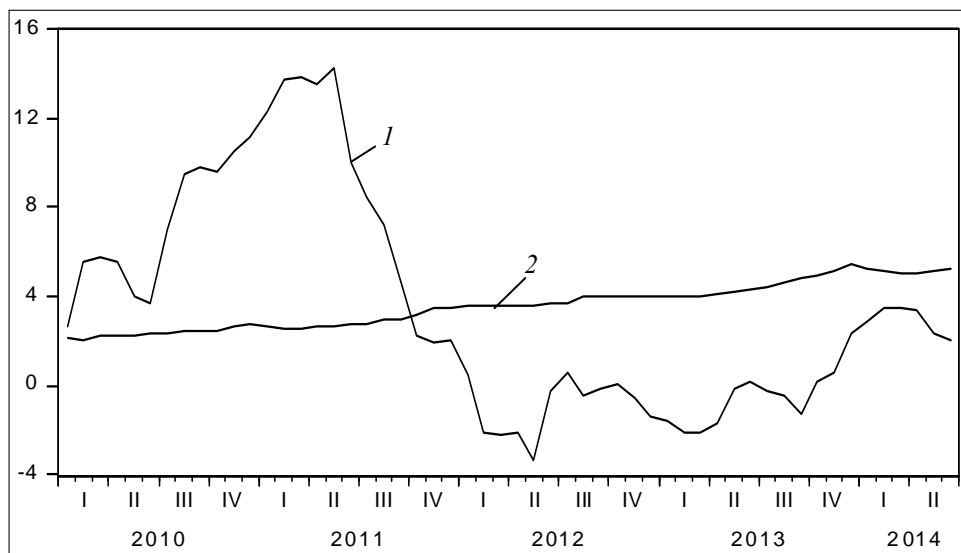


Рисунок. Темпы прироста индекса потребительских цен и денежной массы в Грузии (01.2010–06.2014 гг.), где 1 — CPI, 2 — M2

Задача оцінювання і аналізу регресійних моделей розв'язана з допомогою пакета прикладних програм E-views [3]. В результаті проведення аналізу регресійних моделей вибрана модель, статистичні параметри якої приведені в таблиці.

**Таблиця.** Результати оцінювання моделі

Dependent Variable: CPI Sample (adjusted): 2010M03 2014M06 Included observations: 52 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
CPI(-1)	1,100730	0,308449	3,568597	0,0008
CPI(-2)	-0,177311	0,292913	-0,605338	0,5479
M2(-1)	-0,165174	0,296152	-0,557735	0,5797
C	0,796101	1,229410	0,647547	0,5204
MA(1)	0,208879	0,318361	0,656108	0,5150
R-squared	0,938665	Mean dependent var		3,488462
Adjusted R-squared	0,933445	S.D. dependent var		5,060987
S.E. of regression	1,305647	Akaike info criterion		3,462486
Sum squared resid	80,12153	Schwarz criterion		3,650105
Log likelihood	-85,02463	Hannan-Quinn criter.		3,534415
F-statistic	179,8208	Durbin-Watson stat		2,004128
Prob(F-statistic)	0,000000			

Вибрана модель представляє собою стохастическу авторегресійну модель 2-го порядку:

$$p(k) = b_0 + b_1p(k-1) + b_2p(k-2) + \alpha_1m(k-1) + \beta_1\varepsilon(k-1), \quad (1)$$

де  $p(k)$  — індекс потрeбительських цeн в момент  $k$ ;  $m(k)$  — об'єм де-нежної маси в момент  $k$ ;  $\varepsilon(k)$  — випадкова компонента з нульовим середнім, обумовлена неучтеними регресорами і впливами. Впливами в даному випадку є випадкові впливи на цeни в формі нерегулярних потокiв iмпортa, утечки капiтала, нестабiльностi законодавства;  $b_0, b_1, b_2, \alpha_1, \beta_1$  — коефiциенти, котрi визначенi на основi статистических даних для iндекса потрeбительських цeн  $p(k)$ .

Уравнение (1) можна також представити в формі

$$p(k+2) - b_1p(k+1) - b_2p(k) = b_0 + \alpha_1m(k+1) + \beta_1\varepsilon(k+1). \quad (2)$$

Однорiдне рiшення уравнення  $p(k+2) - b_1p(k+1) - b_2p(k) = 0$  має форм

$$p_H(k) = C_1r_1^k + C_2r_2^k,$$

де  $C_1, C_2$  — константи,  $r_1 = \frac{b_1 + \sqrt{b_1^2 + 4b_2}}{2}$ ,  $r_2 = \frac{b_1 - \sqrt{b_1^2 + 4b_2}}{2}$ .

Щоб знайти частне рiшення уравнення (2), використовуємо метод варіації параметрiв [1]. Частне рiшення шукаємо в формі

$$p_p(k) = \mu_1(k)r_1^k + \mu_2(k)r_2^k. \quad (3)$$

Подставляя уравнение (3) в (2) и учитывая условие  $r_1^{k+1}\Delta\mu_1(k) + r_2^{k+1}\Delta\mu_2(k) = 0$ , где  $\Delta\mu_i(k) = \mu_i(k+1) - \mu_i(k)$ , получаем

$$\mu_1(k) = -\frac{1}{r_2 - r_1} \sum_{n=1}^k \frac{b_0 + \alpha_1 m(n) + \beta_1 \varepsilon(n)}{r_1^n},$$

$$\mu_2(k) = \frac{1}{r_2 - r_1} \sum_{n=1}^k \frac{b_0 + \alpha_1 m(n) + \beta_1 \varepsilon(n)}{r_2^n}.$$

Таким образом, общее решение уравнения (2) имеет вид:

$$p(k) = C_1 r_1^k + C_2 r_2^k + \frac{b_0}{1 - b_1 - b_2} +$$

$$+ \frac{\alpha_1}{r_2 - r_1} \sum_{n=1}^{k-1} [r_2^n - r_1^n] m(k-n) + \frac{\beta_1}{r_2 - r_1} \sum_{n=1}^{k-1} [r_2^n - r_1^n] \varepsilon(k-n).$$

Используя начальные условия  $p(0)$ ,  $p(1)$  получаем значения неизвестных констант  $C_1$ ,  $C_2$  и следовательно, общее решение уравнения (2) принимает вид:

$$p(k) = \frac{b_0}{1 - b_1 - b_2} + \frac{\alpha_1}{r_2 - r_1} \sum_{n=1}^{k-1} [r_2^n - r_1^n] m(k-n) + \frac{\beta_1}{r_2 - r_1} \sum_{n=1}^{k-1} [r_2^n - r_1^n] \varepsilon(k-n) +$$

$$+ \frac{r_2 r_1^k - r_1 r_2^k}{r_2 - r_1} \left[ p(0) - \frac{b_0}{1 - b_1 - b_2} \right] + \frac{r_2^k - r_1^k}{r_2 - r_1} \left[ p(1) - \frac{b_0}{1 - b_1 - b_2} \right].$$

Отметим, что полученное в таком виде решение удобно использовать для прогнозирования процесса инфляции.

Прогнозируемое значение на  $s^*$  периодов дискретизации изменений можно записать как

$$p(k+s) = \frac{b_0}{1 - b_1 - b_2} + \frac{\alpha_1}{r_2 - r_1} \sum_{n=1}^s [r_2^n - r_1^n] u(k+s-n) +$$

$$+ \frac{\beta_1}{r_2 - r_1} \sum_{n=1}^s [r_2^n - r_1^n] \varepsilon(k+s-n) +$$

$$+ \frac{r_2 r_1^{s^*} - r_1 r_2^{s^*}}{r_2 - r_1} \left[ p(k-1) - \frac{b_0}{1 - b_1 - b_2} \right] + \frac{r_2^{s^*} - r_1^{s^*}}{r_2 - r_1} \left[ p(k) - \frac{b_0}{1 - b_1 - b_2} \right],$$

где  $p(k-1)$ ,  $p(k)$  — начальные условия относительно  $k$ -го момента времени.

Функция прогнозирования на  $s$  шагов имеет вид:

$$\hat{p}(k+s) = \frac{b_0}{1 - b_1 - b_2} + \frac{\alpha_1}{r_2 - r_1} \sum_{n=1}^s [r_2^n - r_1^n] u(k+s-n) +$$

$$+ \frac{r_2 r_1^{s^*} - r_1 r_2^{s^*}}{r_2 - r_1} \left[ p(k-1) - \frac{b_0}{1-b_1-b_2} \right] + \frac{r_2^{s^*} - r_1^{s^*}}{r_2 - r_1} \left[ p(k) - \frac{b_0}{1-b_1-b_2} \right].$$

Отметим, что фактическое значение инфляции в июле 2014 г. было 2,8 %, а прогнозируемое значение 2,19 %, что показывает точность прогноза на 78 %. Таким образом, модель процесса инфляции в Грузии, которая построена на основе реальных данных, показала высокую степень адекватности и будет использована для оптимального управления этим процессом.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бутук А.И. Экономическая теория: Учебное пособие. — К.: Вікар, 2000. — 644 с.
2. [www.geostat.ge](http://www.geostat.ge)
3. Молчанов И.Н., Герасимова И.А. Компьютерный практикум по начальному курсу эконометрики (реализация на Eviews): практикум. — Ростов н/Д., 2001.

Поступила 09.10.2014

---

Статья напечатана под редакцией автора

УДК 519.711.2

**ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ  
ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ НА ОСНОВЕ МНОГОЧЛЕНОВ  
ГЕГЕНБАУЭРА**

**Н.Д. ПАНКРАТОВА, И.В. БУЗАНЬ, В.А. ДАШУК**

Приведено обоснование выбора аппроксимирующей функции в модели восстановления функциональных зависимостей в аддитивной и мультипликативной формах в виде полиномов Гегенбауэра. Дан сравнительный анализ применения полученных аппроксимирующих функций с результатами приближения с помощью полиномов Чебышева и Лежандра, которые являются частными случаями полиномов Гегенбауэра. Показано, что полиномы Гегенбауэра являются более универсальными и удобными, позволяющие при неизменной сложности вычислений добиваться высокой точности аппроксимации для более широкого спектра восстанавливаемых зависимостей.

**ВВЕДЕНИЕ**

Сложность задач принятия решений на различных стадиях жизненного цикла в автоматизированных системах испытания летательных аппаратов, системах автоматизированного контроля функционирования сложных динамических объектов в реальном времени, системах технического диагностирования и некоторых других обуславливает необходимость разработки эффективных методологических и математических средств анализа, структуризации и формализации противоречивых целей, формирования множества допустимых решений и выбора из них альтернативы. Особую значимость эти задачи приобрели для некоторых объектов, которые характеризуются условиями неполноты, неопределенности, неточности и противоречивости исходной разнородной и разнотипной информации (для слабоструктурированных и слабоформализуемых прикладных областей: медицина, социология, техническая диагностика нештатных и критических ситуаций сложных объектов и т.д.).

Одной из важнейших задач, возникающих при раскрытии концептуальной неопределенности, является задача восстановления функциональных зависимостей по экспериментально полученной дискретной выборке. Задачи восстановления функциональных зависимостей и выявления закономерностей по эмпирическим данным распространены в практике, и потому приемы и методы их решения постоянно совершенствуют и адаптируют к специфике конкретной предметной области и особенностей реальных задач [1–3].



## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Математическая постановка указанных задач отличается от классических постановок задач интерполяции и статистической обработки ограниченной выборки. Так, в классической задаче интерполяции, требуется найти такую функцию, которая обеспечивает восстановление ее значений в заданных точках. В задачах выявления закономерностей необходимо найти функцию, которая как можно точнее характеризует истинную ее зависимость от наиболее важных факторов на всех интервалах задания исходных данных.

Это отличие обуславливает важные особенности рассмотренной задачи, а именно: построение регуляризирующего функционала при решении некорректных задач интерпретации косвенных экспериментов, выбор базовой аппроксимирующей функции, неформальный выбор структуры восстанавливаемых функций, определение рационального набора признаков и рационального объема выборки и т.д.

Вместе с тем, при решении реальных задач, в частности, на начальном этапе формирования концепции и замысла сложных изделий новой техники, известна лишь неполная, разнородная, исходная информация: эмпирические данные, экспертные оценки, априорная информация об аналогах и прототипах, некоторые сведения о назначениях и качественные показатели изделия, стандартные ограничения и данные, характеризующие условия производства и эксплуатации и т.д. На основе такой информации необходимо сформировать целевые функции создания нового изделия. При этих условиях выбор количества целевых функций, их аналитических форм, обоснования содержания и назначения является неформализуемой процедурой, которую должен выполнять только исследователь. Результат зависит от компетенции, умения, опыта, интуиции и других индивидуальных качеств исследователя, выполняющего данную процедуру.

Рассматриваемая задача принципиально отличается от типовой задачи восстановления функциональной зависимости, что обусловлено разнородностью не только исходной информации, но и свойствами групп факторов, которые определяют соответственно векторы  $x_1, x_2, x_3$ . Значения компонент вектора  $x_1$  задано разработчиком и поэтому их можно изменить в процессе проектирования изделия. Значения компонент вектора  $x_2$  — это требования, обусловленные назначением изделия, которые в случае его изменения могут быть откорректированы заказчиком изделия. В любом случае разработчик обязан выполнить требования заказчика. Значения компонент вектора  $x_3$  — требования, определенные стандартами на условия эксплуатации изделия. Разработчик должен их выполнять. Отсюда следует необходимость оценивать отдельно степень влияния каждой группы факторов на свойства функций приближения. Для этого функции приближения формируются в виде иерархической многоуровневой системы моделей.

На первом, верхнем уровне реализуют модель, которая определяет зависимость функций приближения от переменных  $x_1, x_2, x_3$ . Искомые функции формируются в классе аддитивных функций и представляются в виде суперпозиции функций от переменных  $x_1, x_2, x_3$ . Возможность такого представления следует из теоремы А.Н. Колмогорова [4]. Таким образом, искомые функции  $\Phi_i(x_1, x_2, x_3)$  будем формировать в таком виде [5]:

$$\Phi_i(x_1, x_2, x_3) = c_{i1}\Phi_{i1}(x_1) + c_{i2}\Phi_{i2}(x_2) + c_{i3}\Phi_{i3}(x_3), i = \overline{1, m}. \quad (1)$$

На втором уровне формируются модели, которые определяют зависимость  $\Phi_{is}$  ( $s=1,2,3$ ) от компонентов переменных  $x_1, x_2, x_3$ . Для этого требуется перейти от функций векторов к суперпозициям функций компонентов этих векторов. Учитывая, что компоненты каждого вектора  $x_1, x_2, x_3$  разнородные по физическому содержанию, целесообразно для слагаемых функций (1) выбрать класс обобщенных полиномов и представить их в виде

$$\begin{aligned} \Phi_{i1}(x_1) &= \sum_{j_1=1}^{n_1} a_{ij_1}^{(1)} \Psi_{1j_1}(x_{1j_1}), \quad \Phi_{i2}(x_2) = \sum_{j_2=1}^{n_2} a_{ij_2}^{(2)} \Psi_{2j_2}(x_{2j_2}), \\ \Phi_{i3}(x_3) &= \sum_{j_3=1}^{n_3} a_{ij_3}^{(3)} \Psi_{3j_3}(x_{3j_3}). \end{aligned} \quad (2)$$

Предложено для всех  $i = \overline{1, m}$  по каждой переменной  $x_{1j_1}, x_{2j_2}, x_{3j_3}$  выбирать соответственно однотипные функции  $\Psi_{1j_1}, \Psi_{2j_2}, \Psi_{3j_3}$ , что позволяет упростить дальнейшее решение задачи.

На третьем уровне формируются модели, которые определяют функции  $\Psi_{1j_1}, \Psi_{2j_2}, \Psi_{3j_3}$ . На этом уровне важнейшим является выбор структуры функций  $\Psi_{1j_1}, \Psi_{2j_2}, \Psi_{3j_3}$  и базовых аппроксимирующих функций. Структуры этих функций выбираем аналогично формуле (2). Представим функции в виде обобщенных полиномов

$$\Psi_{sj_s}(x_{j_s}) = \sum_{p=0}^{P_{j_s}} \lambda_{j_s p} \varphi_{j_s p}(x_{sj_s}), \quad s=1, 2, 3. \quad (3)$$

В ряде случаев функциональные зависимости формируются в классе мультипликативных функций, которые характеризуются последовательностью уровней:

$$\begin{aligned} y_i &= \Phi_i(x); \quad i = \overline{1, m}; \\ [1 + \Phi_i(x)] &= \prod_{k=1}^{K_0} [1 + \Phi_{ik}(x_k)]^{c_{ik}}; \\ [1 + \Phi_{ik}(x_k)] &= \prod_{j_k=1}^{n_k} [1 + \Psi_{kj_k}(x_{kj_k})]^{a_{ikj_k}}; \\ [1 + \Psi_{kj_k}(x_{kj_k})] &= \prod_{p_{j_k}=1}^{P_{kj_k}} [1 + \varphi_{p_{j_k}}(x_{kj_k})]^{\lambda_{kj_k}}. \end{aligned}$$

Данная последовательность для удобства вычислений после несложных преобразований представляется в форме аддитивных функций:

$$\Phi_i(x) = \exp \left\{ \sum_{k=1}^{K_0} c_{ik} \ln [1 + \Phi_{ik}(x_k)] \right\} - 1; \quad i = \overline{1, m}; \quad k = \overline{1, K_0}; \quad (4)$$

$$\Phi_{ik} = \exp \left\{ \sum_{j_k=1}^{n_k} a_{ikj_k} \ln [1 + \Psi_{kj_k}(x_{kj_k})] \right\} - 1; \quad x_k = \langle x_{kj_k}, j_k = \overline{1, n_k} \rangle; \quad (5)$$

$$\Psi_{kj_k}(x_{kj_k}) = \exp \left\{ \sum_{p_{jk}=1}^{P_{kj_k}} \lambda_{kj_k} \ln [1 + \varphi_{p_{jk}}(x_{kj_k})] \right\} - 1; p_{jk} = \overline{1, P_{kj_k}}. \quad (6)$$

Выбор структуры функций (4)–(6) обусловлен рядом факторов. Во-первых, априорно неизвестно являются ли компоненты векторов  $x_1, x_2, x_3$  зависимыми или независимыми. Поэтому применение аддитивных функций (1)–(3) при наличии зависимых компонентов векторов  $x_1, x_2, x_3$  может привести к большим отклонениям полученных функций от истинных многофакторных закономерностей исследуемых процессов. Во-вторых, применение мультипликативных функций позволяет учитывать влияния на свойства искомым функций  $\Phi_i(x_1, x_2, x_3), i = \overline{1, m}$  не только группы компонентов каждого вектора  $x_1, x_2, x_3$ , но и взаимные воздействия компонентов разных векторов  $x_1, x_2, x_3$  в пределах каждого вектора. В-третьих, представление искомым функциональных зависимостей в форме последовательности уровней (4)–(6) позволяет при решении задачи использовать типовой математический аппарат для системы уравнений из аддитивных функций.

Задача выбора класса и структуры функций приближения является основной и определяет требования к другим задачам. В частности, искомые функции должны быть не только максимально приближенными к эмпирическим данным по определенному критерию, но и иметь экстремальные свойства. Специфика экстремальных свойств обусловлена ограниченностью интервала задания исходных данных и состоит в том, что возмущения на границах интервала существенно сказываются на экстремальных свойствах функции. Эта особенность является принципиальной и обуславливает более сложную структуру функций приближения, чем в задачах интерполяции. Отсюда следует практическая значимость задачи рационального выбора класса функций приближения. Важная особенность этой задачи состоит в необходимости выбора рационального компромисса между противоречивыми требованиями: максимизации уровня достоверности процедуры выявления искомой закономерности, что обуславливает необходимость повышения сложности класса функций приближения, и минимизации сложности и трудоемкости процедуры формирования искомой функциональной зависимости.

При реализации различных прикладных задач наиболее часто в качестве базовой аппроксимирующей функции используют полиномы Чебышева, Лагерра, Лежандра, Эрмита и др., применение которых не всегда позволяет получить одинаково требуемую точность приближения. Актуальным является нахождение такого общего вида полиномов, которые за счет вариации своих параметров смогли бы не допустить снижения точности приближения при аппроксимации различного вида функций. Последнее обуславливает целесообразность рассмотрения более общей структуры базовых аппроксимирующих функций. Одним из представителей наиболее общего класса функций являются многочлены Гегенбауэра. Следует заметить, что исследуемые полиномы Гегенбауэра не являются крайней точкой обобщения. Существует еще более общая структура — многочлены Якоби, а также функции Гаусса. Однако их использование для решения задач поиска функциональных зависимостей не является рациональным, поскольку оперирование этими интерполяционными полиномами является достаточно громоздким,

а потребность на каждой итерации искать сумму приводит к усложнению работы программного обеспечения. Именно поэтому предлагается рассмотреть полиномы Гегенбауэра, как золотую середину между универсальностью и простотой реализации, которые широко используются в научных исследованиях [6–8].

В данной работе проводится исследование выбора базовой аппроксимирующей функции  $\varphi_{j_s, p}$ , применяемой на третьем уровне в модели восстановления функциональных зависимостей в аддитивной (3) и мультипликативной (6) формах, в виде полинома Гегенбауэра. Далее проводится сравнительный анализ наиболее часто используемых полиномов Чебышева, Лагранжа и Лагерра с целью подбора для многочленов Гегенбауэра оптимального значения параметра  $\alpha$  при аппроксимации различных функций (тригонометрических, экспоненциальных). Для решения этой задачи приведем некоторые сведения о полиномах Гегенбауэра.

### НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ О ПОЛИНОМАХ ГЕГЕНБАУЭРА

Гипергеометрическая функция (функция Гаусса) определяется внутри круга  $\|z\| < 1$  как сумма гипергеометрического ряда [8]:

$$F(a, b, c, z) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \prod_{l=0}^{k-1} \frac{(a+l)(b+l)}{(1+l)(c+l)} \right] z^k = 1 + \frac{ab}{c} \frac{z}{1!} + \frac{a(a+1)b(b+1)}{c(c+1)} \frac{z^2}{2!} + \dots$$

Когда параметр  $c$  не равен нулю и отрицательным целым числам, регулярное в нуле решение уравнения Эйлера

$$z(1-z) \frac{d^2 w}{dz^2} + [c - (a+b+1)z] \frac{dw}{dz} - abw = 0$$

можно будет записать через гипергеометрический ряд

$${}_2F_1(a, b, c, z) \equiv F(a, b, c, z) = 1 + \frac{ab}{c} \frac{z}{1!} + \frac{a(a+1)b(b+1)}{c(c+1)} \frac{z^2}{2!} + \dots$$

Из приведенных выше функций Гаусса можно получить полиномы Якоби (иногда называют гипергеометрическими полиномами) — это один из классов ортогональных полиномов с весом  $W(x) = (1-x)^\alpha (1+x)^\beta$ . Полиномы Якоби получаются из гипергеометрических функций в тех случаях, когда приведенные ниже ряды сходятся

$$P_n^{(\alpha, \beta)}(z) = \frac{(\alpha+1)}{n!} {}_2F_1\left(-n; 1 + \alpha + \beta + n; \alpha + 1; \frac{1-z}{2}\right), \quad (7)$$

где  $(\alpha+1)_n$  — символ Похгаммера, который выражается через Гамма-функцию

$$(\alpha+1)_n = \frac{\Gamma((\alpha+1) + n)}{\Gamma(\alpha+1)}.$$

Подставляя последнее в (7), получаем

$$P_n^{(\alpha, \beta)}(z) = \frac{\Gamma(\alpha + n + 1)}{n! \Gamma(\alpha + \beta + n + 1)} \sum_{m=0}^n \binom{n}{m} \frac{\Gamma(\alpha + \beta + n + m + 1)}{\Gamma(\alpha + m + 1)} \left(\frac{z-1}{2}\right)^m.$$

Если же в многочленах Якоби приравнять параметры  $\alpha$  и  $\beta$ , то получим полиномы Гегенбауэра:

$$C_n^{(\alpha)}(x) = \frac{\Gamma(2\alpha + n)\Gamma(\alpha + 1/2)}{\Gamma(2\alpha)\Gamma(\alpha + n + 1/2)} P_n^{(\alpha-1/2, \alpha-1/2)}, \quad (8)$$

которые являются ортогональными на промежутке  $[-1, 1]$  с весом:

$$W(x) = (1-x^2)^{\alpha-\frac{1}{2}}.$$

В рекуррентном виде полиномы Гегенбауэра можно представить в виде

$$(n+1)C_{n+1}^{(\alpha)}(x) = 2(n+\alpha)x C_n^{(\alpha)}(x) - (n+2\alpha-1)C_{n-1}^{(\alpha)}(x).$$

Частным случаем полиномов Гегенбауэра при  $\alpha = 1/2$  являются многочлены Лежандра [9]

$$P_n(x) = C_n^{(1/2)}(x)$$

или в рекуррентном виде

$$(n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x).$$

Частным случаем нормированного многочлена Гегенбауэра для параметра  $\alpha \rightarrow 0$  являются многочлены Чебышева:

$$T_n(x) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} n \Gamma(\alpha) C_n^{(\alpha)}$$

или в рекуррентном виде:

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x).$$

## АНАЛИЗ ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ ПОЛИНОМАМИ ГЕГЕНБАУЭРА

Проведем исследования точности аппроксимации некоторых наиболее часто используемых функций полиномами Гегенбауэра для различных значений коэффициента  $\alpha$  (Чебышева, Лагранжа и Лагерра). Сначала рассмотрим экспоненциальную зависимость вида

$$f_1(x) = \frac{x^3 e^{x^{4/3}} - x^4 e^{x^2} + e^{2x} - x^{4/3}}{x^2 e^x}. \quad (9)$$

При использовании полиномов Гегенбауэра (8) для разных значений коэффициента  $\alpha$  получены следующие результаты, приведенные в табл. 1.

Как видно из табл. 1, наименьшее отклонение от точного значения получено при использовании полиномов Гегенбауэра с коэффициентом  $\alpha = 0,75$ .

Проведем аналогичное исследование для других наиболее часто используемых функций. Рассмотрим тригонометрическую зависимость вида

$$f_2(x) = 0,08x^2 \sin(2\pi x) - \frac{0,05x}{\cos(\sin(2\pi x))} + \sin \sqrt{\frac{1}{x+1}} + e^x \sin(2\pi x) + \sin(e^x). \quad (10)$$

**Таблица 1.** Сопоставление результатов аппроксимации полиномами Гегенбауэра зависимости (9) при разных значений коэффициента  $\alpha$

Значение $\alpha$	Максимальное отклонение
0 (Полиномы Чебышева)	0,0052
0,25	0,0038
0,5 (Полиномы Лежандра)	0,0045
0,75	0,0031
1	0,0033
1,25	0,0059
1,5	0,0041
1,75	0,0077
2	0,0072
2,25	0,0062
2,5	0,0056
Полиномы Лагерра	0,0067

При использовании полиномов Гегенбауэра для разных значений коэффициента  $\alpha$  мы получим следующие результаты, приведенные в табл. 2.

**Таблица 2.** Сопоставление результатов приближения зависимости (10) при использовании различных аппроксимирующих полиномов и значений коэффициента  $\alpha$

Значение $\alpha$	Максимальное отклонение
0 (Полиномы Чебышева)	0,0032
0,25	0,0035
0,5 (Полиномы Лежандра)	0,0037
0,75	0,0038
1	0,0025
1,25	0,0049
1,5	0,0027
1,75	0,0033
2	0,0045
2,25	0,0058
2,5	0,0033
Полиномы Лагерра	0,0062

В данном случае наилучшее приближение оказывается при значении коэффициента  $\alpha = 1$ , то есть ни полиномы Лежандра, ни полиномы Чебышева, ни полиномы Лагерра не дают ту же точность, что полиномы Гегенбауэра при значении  $\alpha = 1$ .

Для рассмотренных тестовых функций полиномы Гегенбауэра позволили получить более точную аппроксимацию, нежели полиномы Чебышева, Лежандра и Лагерра. Это можно объяснить тем, что для каждой функции можно подобрать такое значение коэффициента  $\alpha$  полиномов Гегенбауэра, который даст возможность получить наилучший результат.

Для демонстрации возможного применения полиномов Гегенбауэра в качестве базовой аппроксимирующей функции  $\varphi_{j_s p}$  при восстановлении функциональных зависимостей (3) или (6) в реальной ситуации были использованы данные о динамике изменения курсов валют на протяжении тридцати двух дней (данные были взяты с официального сайта НБУ) (рисунок). Как и при работе с описанными выше функциями, вариации коэффициента  $\alpha$  и степеней полиномов (8) позволяют с большей точностью аппроксимировать исследуемые функциональные зависимости, в то время как полиномы Лежандра и Чебышева позволяют добиться такой же точности лишь для более высоких степеней полиномов.

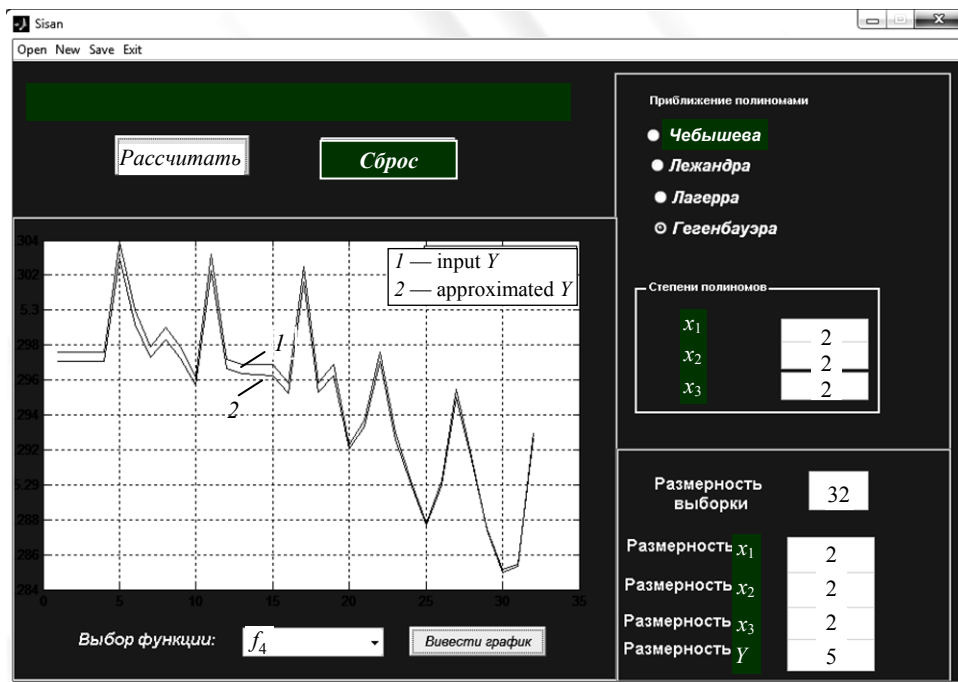


Рисунок. Распределение восстановленных зависимостей курсов валют с привлечением в качестве базовой аппроксимирующей функции  $\varphi_{j_s p}$  полиномов Гегенбауэра

Использование полиномов Гегенбауэра при восстановлении функциональной закономерности в виде базовой аппроксимирующей функции  $\varphi_{j_s p}$  позволяет получить минимальное отклонение от исходной выборки по сравнению со своими частными случаями (для разных значений коэффициента  $\alpha$ ), не увеличивая при этом сложность вычисления.

## ВЫВОДЫ

В данной статье был проведен анализ применения полиномов Гегенбауэра для аппроксимации наиболее часто используемых экспоненциальных и тригонометрических зависимостей, а также сравнение полученных аппроксимирующих функций с результатами приближения с помощью полиномов Чебышева и Лежандра, которые являются частными случаями полиномов Гегенбауэра. При этом было показано, что последние позволяют приблизить с более высокой точностью рассматриваемые функции, чем полиномы

Чебышева или Лежандра за счет изменения коэффициента  $\alpha$  в зависимости от вида функциональной зависимости. Так, для приближения экспоненциальных функций более эффективными оказались полиномы Гегенбауэра со значением  $\alpha = 1/2$ , что соответствует полиномам Лежандра. При аппроксимации тригонометрических функций более высокая точность была получена при использовании полиномов Гегенбауэра со значением  $\alpha=1$ , то есть при таком  $\alpha$  используемая аппроксимирующая функция лучше приближает искомую функциональную зависимость, чем при привлечении полиномов Чебышева или Лежандра.

Полученные результаты были подтверждены при восстановлении реальных функциональных зависимостей курсов валют, применяя полиномы Гегенбауэра в качестве базовой аппроксимирующей функции  $\varphi_{j_s p}$ . Таким образом, исследуемые полиномы Гегенбауэра являются более универсальными и удобными для использования в задачах восстановления функциональных зависимостей, поскольку при неизменной сложности вычислений позволяют добиться высокой точности аппроксимации для более широкого спектра восстанавливаемых зависимостей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гесте Т., Тибширани Р., Фридман Д. Элементы статистического обучения // Интеллектуальный анализ данных, вывода и прогнозирование последовательностей Спрингера в статистике. Springer. — 2008. — 764 с.
2. Жучко О.В., Пытьев Ю.П. Восстановление функциональной зависимости теоретико-возможностными методами // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2003. — 43, № 5. — С. 767–783.
3. Mihaila B., Mihaila I. Numerical approximations using Chebyshev polynomial expansions: El-gendi's method revisited // J. Phys. A: Math. Gen. — 2002. — 35(43), № 5. — P. 731–746.
4. Колмогоров А.Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиции непрерывных функций одного переменного и сложения // ДАН СССР. — 1957. — 114, № 5. — С. 953–956.
5. Панкратова Н.Д. Формирование целевых функций в системной задаче концептуальной неопределенности // Доп. НАН України. — 2000. — № 9. — С. 67–73.
6. Sayyed K.A.M., Metwally M.S., Batahan R.S. Gegenbauer matrix polynomials and second order matrix differential equations, Department of Mathematics // Divulgaciones Matemáticas. — 2004. — 12, № 2. — P. 101–115.
7. David Gottlieb, Chi-Wang Shu. Recovering exponential accuracy in a subinterval from a Gegenbauer partial sum of a piecewise analytic function // Math. Comp. — 1995. — 64. — P. 1081–1095.
8. Guo Ben-yu. Gegenbauer approximation and its applications to differential equations on the whole line // Journal of Mathematical Analysis and Applications. — 1998. — 226, № 1 — P. 180–206.
9. Boyd John P. Trouble with Gegenbauer reconstruction for defeating Gibbs phenomenon: Runge phenomenon in the diagonal limit of Gegenbauer polynomial approximations // Journal of Computational Physics. — 2005. — 204. — P. 53–264.

Поступила 30.04.2015



## ДІАГНОСТИКА НА ОСНОВІ БАГАТОВИМІРНИХ НЕЧІТКИХ ВІДНОШЕНЬ

О.П. РОТШТЕЙН, Г.Б. РАКИТЯНСЬКА

Розглянуто відновлення причин (діагнозів) за спостережуваними наслідками (симптомами) на основі багатовимірних нечітких відношень і розширеного композиційного правила виведення. Проектування нечіткої системи діагностики полягає у розв'язанні нечітких логічних рівнянь сумісно з налаштуванням нечітких відношень на основі експертно-експериментальної інформації. Запропоновано метод розв'язання систем нечітких логічних рівнянь з розширеною *max-min* композицією. Доведено властивості множини розв'язків таких систем. Задачу знаходження множини розв'язків сформульовано у вигляді задачі оптимізації, для розв'язання якої використано генетико-нейронний підхід. Налаштування полягає у виборі таких функцій належності нечітких причин і наслідків, а також нечітких відношень, які мінімізують різницю між модельними і експериментальними результатами діагностики. Запропонований підхід проілюстровано комп'ютерним експериментом і прикладом технічної діагностики.

### ВСТУП

Зручним апаратом формалізації причинно-наслідкових зв'язків у задачах діагностики є нечіткі відношення і композиційне правило виведення Заде [1]. Задача діагностики формулюється у вигляді оберненого логічного виведення і потребує розв'язання нечітких логічних рівнянь, які зв'язують функції належності причин і наслідків. Аналітичні методи розв'язання нечітких логічних рівнянь із спрощеною *max-min* композицією досліджуються протягом багатьох років [2–3]. Множина розв'язків такої системи рівнянь визначається єдиним максимальним розв'язком і множиною мінімальних розв'язків [2]. Задача пошуку множини мінімальних розв'язків відноситься до класу *NP*-складних [4]. Нечіткі логічні рівняння із спрощеною *max-min* композицією розглядаються як нечіткий апроксиматор «один вхід–один вихід» [5].

Багатовимірні структури на нечітких відношеннях [6–8] не знайшли застосування в задачах діагностики через відсутність ефективних алгоритмів розв'язання багатовимірних нечітких логічних рівнянь. Проблема полягає також у побудові матриці відношень, яка забезпечує мінімальну різницю між модельними і експериментальними результатами діагностики.

В роботах [9–11] запропоновано підхід до проектування систем діагностики на основі нечітких відношень і правила спрощеної *max-min* композиції, який забезпечує розв'язання нечітких логічних рівнянь сумісно з налаштуванням нечітких відношень на основі генетико-нейронної оптимізації. В роботі [12] цей підхід розвинуто для систем діагностики на основі нечітких правил ЯКЩО-ТО. Ця робота узагальнює підхід [9–11] для багатовимірних нечітких відношень. У цьому випадку задача діагностики потребує

розв'язання нечітких логічних рівнянь з розширеною *max-min* композицією [5]. Дотримуючись [9–11], для знаходження розв'язків багатовимірних нечітких логічних рівнянь і налаштування нечітких відношень формулюються і розв'язуються задачі оптимізації. Пошук множини розв'язків здійснюється за допомогою генетичного алгоритму в режимі *offline*. Побудова і навчання спеціальної нейро-нечіткої мережі, ізоморфної нечітким логічним рівнянням, дозволяє уточнювати діагностичне рішення в режимі *online*.

Запропонований підхід ілюструється комп'ютерним експериментом і прикладом технічної діагностики.

**Мета роботи** — розробка моделей і алгоритмів діагностики на основі багатовимірних нечітких відношень і правила розширеної *max-min* композиції.

### НЕЧІТКА МОДЕЛЬ ДІАГНОСТИКИ

Розглядається об'єкт з  $n$  входами і  $m$  виходами. Виходи об'єкта асоціюються із спостережуваними наслідками. Входи відповідають причинам (діагнозам). Задача діагностики полягає у відновленні причин (входів) за спостережуваними наслідками (виходами).

Введемо позначення:  $\{x_1, \dots, x_n\}$  — множина вхідних параметрів,  $x_i \in [\underline{x}_i, \overline{x}_i]$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;  $\{y_1, \dots, y_m\}$  — множина вихідних параметрів,  $y_j \in [\underline{y}_j, \overline{y}_j]$ ,  $j = \overline{1, m}$ ;  $\{c_{i1}, \dots, c_{ik_i}\}$  — множина нечітких термів для оцінки параметра  $x_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;  $\{e_{j1}, \dots, e_{jq_j}\}$  — множина нечітких термів для оцінки параметра  $y_j$ ,  $j = \overline{1, m}$ .

Множину вхідних і вихідних термів перепозначимо таким чином:  $\{C_1, \dots, C_N\} = \{c_{11}, \dots, c_{1k_1}, \dots, c_{n1}, \dots, c_{nk_n}\}$  — множина нечітких причин, де  $N = k_1 + \dots + k_n$ ;  $\{E_1, \dots, E_M\} = \{e_{11}, \dots, e_{1q_1}, \dots, e_{m1}, \dots, e_{mq_m}\}$  — множина нечітких наслідків, де  $M = q_1 + \dots + q_m$ .

Задача діагностики ставиться таким чином: за спостережуваними значеннями вихідних параметрів  $(y_1^*, \dots, y_m^*)$  необхідно відновити значення вхідних параметрів  $(x_1^*, \dots, x_n^*)$ .

Взаємозалежність «причини–наслідки» будемо задавати системою матриць нечітких відношень «один вхід–один вихід»  $\mathbf{R}_{ij} \subseteq c_{il} \times e_{jp} = [r_{il, jp}]$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $l = \overline{1, k_i}$ ,  $p = \overline{1, q_j}$ , яка еквівалентна нечіткій матриці відношень «багато входів–багато виходів»  $\mathbf{R} \subseteq C_I \times E_J = [r_{IJ}]$ ,  $I = \overline{1, N}$ ,  $J = \overline{1, M}$ .

За наявності матриці  $\mathbf{R}$  залежність «входи–виходи» описується за допомогою розширеного композиційного правила виведення [5]

$$(\mu^{B_1}, \dots, \mu^{B_m}) = (\mu^{A_1}, \dots, \mu^{A_n}) * \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \dots & \mathbf{R}_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{R}_{n1} & \dots & \mathbf{R}_{nm} \end{bmatrix}, \quad (1)$$



**Твердження.** Система рівнянь (3) має множину розв'язків  $S(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E)$ , яка визначається множиною максимальних розв'язків  $\bar{S}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \{\bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C, k = \overline{1, T}\}$ , де кожному розв'язку  $\bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C \in \bar{S}^*$  відповідає множина мінімальних розв'язків  $\underline{S}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \{\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, l = \overline{1, H}\}$ :

$$S(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \bigcup_{\bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C \in \bar{S}^*} \bigcup_{\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C \in \underline{S}^*} [\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, \bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C], l = \overline{1, H}, k = \overline{1, T}. \quad (7)$$

Тут  $\bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C = (\bar{\mu}_k^{C_1}, \dots, \bar{\mu}_k^{C_N})$  й  $\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C = (\underline{\mu}_l^{C_1}, \dots, \underline{\mu}_l^{C_N})$  — вектори верхніх і нижніх границь мір значимості причин  $C_l$ , де операція об'єднання виконується над усіма  $\bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C \in \bar{S}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E)$  й  $\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C \in \underline{S}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E)$ .

**Доведення.** Оскільки агрегація підсистем «один вхід–один вихід» здійснюється шляхом виконання операції  $\wedge$  (min), то система (3) з двоєю min–max композицією має підмножину розв'язків  $D_1 \subseteq S$ , яка визначається єдиним мінімальним або агрегаційним розв'язком  $\boldsymbol{\mu}_a^C$  і множиною максимальних розв'язків  $\bar{S}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \{\bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C, k = \overline{1, T}\}$ :

$$D_1(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \bigcup_{\bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C \in \bar{S}^*} [\boldsymbol{\mu}_a^C, \bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C], k = \overline{1, T}.$$

З іншого боку, оскільки система (3) містить підсистеми з max–min композицією, то єдиному агрегаційному або максимальному розв'язку  $\boldsymbol{\mu}_a^C$  відповідає множина мінімальних розв'язків  $\underline{S}^*(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \{\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, l = \overline{1, H}\}$ , які визначають підмножину розв'язків  $D_2 \subseteq S$ :

$$D_2(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E) = \bigcup_{\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C \in \underline{S}^*} [\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, \boldsymbol{\mu}_a^C], l = \overline{1, H}.$$

Тоді шляхом об'єднання  $D_1 \cup D_2$ , отримуємо формулу (7), де інтервальні розв'язки визначаються наступним чином:  $[\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, \bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C] = [\underline{\boldsymbol{\mu}}_l^C, \boldsymbol{\mu}_a^C] \cup [\boldsymbol{\mu}_a^C, \bar{\boldsymbol{\mu}}_k^C]$ .

### Генетичний пошук множини розв'язків

Для реалізації генетичного алгоритму розв'язання задачі оптимізації (6) хромосома визначається як вектор-рядок двійкових кодів розв'язків  $\mu^{C_l}, l = \overline{1, N}$  [9–10]. Функція відповідності будується на основі критерію (6).

Згідно з [9–11], формування інтервалів (7) здійснюється шляхом багаторазового розв'язання задачі оптимізації (6) і починається з пошуку її нульового розв'язку  $\boldsymbol{\mu}_0^C = (\mu_0^{C_1}, \dots, \mu_0^{C_N})$ ,  $l = \overline{1, N}$ . Нижня границя ( $\underline{\mu}_l^{C_l}$ ) для

$l=1$  знаходиться в діапазоні  $[0, \mu_0^{C_l}]$ , а для  $l>1$  — в діапазоні  $[0, \min(\bar{\mu}_p^{C_l})]$ ,  $p < k$ , причому мінімальні розв'язки  $\underline{\mu}_s^{C_l}$ ,  $s < l$ , вилучаються із області пошуку. Верхня границя ( $\bar{\mu}_k^{C_l}$ ) для  $k=1$  знаходиться в діапазоні  $[\mu_0^{C_l}, 1]$ , а для  $k>1$  — в діапазоні  $[\max(\underline{\mu}_s^{C_l}), 1]$ ,  $s < l$ , причому максимальні розв'язки  $\bar{\mu}_p^{C_l}$ ,  $p < k$ , вилучаються із області пошуку.

Нехай  $\mathbf{\mu}^C(t) = (\mu^{C_1}(t), \dots, \mu^{C_N}(t))$  — розв'язок задачі оптимізації (6) на  $t$ -му кроці формування інтервалів, тобто  $F(\mathbf{\mu}^C(t)) = F(\mathbf{\mu}_0^C)$ , оскільки для всіх  $\mathbf{\mu}^C \in S(\mathbf{R}, \mathbf{\mu}^E)$  значення критерію (6) однакове. У ході пошуку верхніх границь ( $\bar{\mu}_k^{C_l}$ ) передбачається, що  $\mu^{C_l}(t) \geq \mu^{C_l}(t-1)$ , а під час пошуку нижніх границь ( $\underline{\mu}_l^{C_l}$ ) передбачається, що  $\mu^{C_l}(t) \leq \mu^{C_l}(t-1)$ .

Встановлення верхніх (нижніх) границь здійснюється за правилом: якщо  $\mathbf{\mu}^C(t) \neq \mathbf{\mu}^C(t-1)$ , то  $\bar{\mu}_k^{C_l}(\underline{\mu}_l^{C_l}) = \mu^{C_l}(t)$ ,  $l = \overline{1, N}$ . Якщо  $\mathbf{\mu}^C(t) = \mathbf{\mu}^C(t-1)$ , то формування інтервального розв'язку  $[\underline{\mu}_l^C, \bar{\mu}_k^C]$  припиняється. Пошук інтервалів (7) продовжується, доки виконується умова  $\bar{\mu}_k^C \neq \underline{\mu}_p^C$  й  $\underline{\mu}_l^C \neq \underline{\mu}_s^C$ ,  $p < k$ ,  $s < l$ .

### Нейро-нечіткий підхід до розв'язання рівнянь

Нейро-нечітка мережа, ізоморфна системі нечітких логічних рівнянь (3) представлена на рис. 1. Мережа побудована так, що ваги дуг, які підлягають навчанню, є шуканими мірами значимості причин [11].

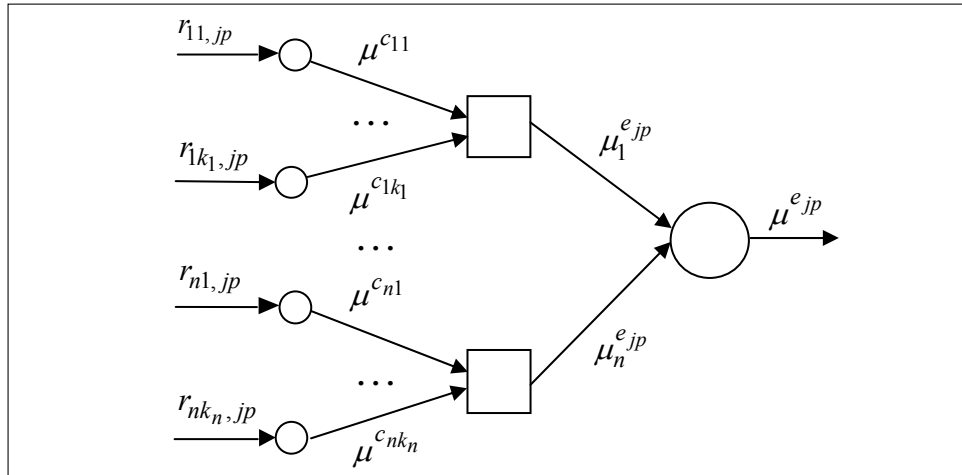


Рис. 1. Нейро-нечітка модель діагностичних рівнянь

Навчання нейро-нечіткої мережі на рис. 1 здійснюється за точками  $(r_{1J}, \dots, r_{NJ}, \mu^{EJ})$ ,  $J = \overline{1, M}$ . На локальних виходах мережі об'єднуються міри

значимості наслідків  $\mu_i^{ejp} = \max_{l=1, k_i} (\min(\mu^{cil}, r_{il,jp}))$ , отримані з урахуванням значень ваг  $\mu^{cil}$ ,  $i = \overline{1, n}$ . На виходах мережі здійснюється агрегація локальних мір значимості наслідків  $\mu^{ejp} = \min_{i=1, n} (\mu_i^{ejp})$ .

Для налаштування параметрів нейро-нечіткої мережі використовуються рекурентні співвідношення:

$$\mu^{cil}(t+1) = \mu^{cil}(t) - \eta \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \mu^{cil}(t)}, \quad (8)$$

які мінімізують критерій

$$\varepsilon_t = \frac{1}{2} (\mu^E(t) - \hat{\mu}^E(t))^2, \quad (9)$$

де  $\mu^E(t)$ ,  $\hat{\mu}^E(t)$  — модельний і експериментальний нечіткий вектор наслідків на  $t$ -ому кроці навчання;  $\mu^{cil}(t)$  — міри значимості причин  $c_{il}$  на  $t$ -му кроці навчання;  $\eta$  — параметр навчання.

Частинні похідні у співвідношеннях (8) обчислюються на основі [11].

### НАЛАШТУВАННЯ НЕЧІТКОЇ МОДЕЛІ

Нехай навчальну вибірку задано у вигляді  $L$  пар експериментальних даних:  $\langle \hat{\mathbf{X}}_p, \hat{\mathbf{Y}}_p \rangle$ ,  $p = \overline{1, L}$ , де  $\hat{\mathbf{X}}_p = (\hat{x}_1^p, \dots, \hat{x}_n^p)$  й  $\hat{\mathbf{Y}}_p = (\hat{y}_1^p, \dots, \hat{y}_m^p)$  — вектори значень вхідних і вихідних змінних в експерименті з номером  $p$ . Суть настройки нечіткої моделі діагностики (5) полягає в підборі такої матриці нечітких відношень  $\mathbf{R}$  й таких векторів параметрів функцій належності  $\mathbf{B}_C$ ,  $\mathbf{\Omega}_C$ ,  $\mathbf{B}_E$ ,  $\mathbf{\Omega}_E$ , які забезпечують мінімальну відстань між модельним та експериментальним нечіткими векторами наслідків:

$$\sum_{p=1}^L [F_R(\hat{\mathbf{X}}_p, \mathbf{R}, \mathbf{B}_C, \mathbf{\Omega}_C) - \hat{\mu}^E(\hat{\mathbf{Y}}_p, \mathbf{B}_E, \mathbf{\Omega}_E)]^2 = \min_{\mathbf{R}, \mathbf{B}_C, \mathbf{\Omega}_C, \mathbf{B}_E, \mathbf{\Omega}_E}.$$

Нейро-нечітку модель об'єкту діагностики представлено на рис. 2. Нейро-нечітку модель отримано шляхом імплантації матриці нечітких відношень у нейронну мережу таким чином, що ваги дуг, які підлягають навчанню, є нечіткими відношеннями і функціями належності нечітких термів причин і наслідків [11].

Для налаштування параметрів нейро-нечіткої мережі використовуються рекурентні співвідношення:

$$\begin{aligned} r_{il,jp}(t+1) &= r_{il,jp}(t) - \eta \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial r_{il,jp}(t)}; \\ \beta^{cil}(t+1) &= \beta^{cil}(t) - \eta \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \beta^{cil}(t)}; \quad \sigma^{cil}(t+1) = \sigma^{cil}(t) - \eta \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \sigma^{cil}(t)}; \\ \beta^{ejp}(t+1) &= \beta^{ejp}(t) - \eta \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \beta^{ejp}(t)}; \quad \sigma^{ejp}(t+1) = \sigma^{ejp}(t) - \eta \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \sigma^{ejp}(t)}, \quad (10) \end{aligned}$$

які мінімізують критерій (9), де:  $r_{il,jp}(t)$  — нечіткі відношення на  $t$ -му кроці навчання;  $\beta^{c_{il}}(t)$ ,  $\sigma^{c_{il}}(t)$ ,  $\beta^{e_{jp}}(t)$ ,  $\sigma^{e_{jp}}(t)$  — параметри функцій належності нечітких термів причин і наслідків на  $t$ -у кроці навчання.

Частинні похідні у співвідношеннях (10) обчислюються на основі [11].

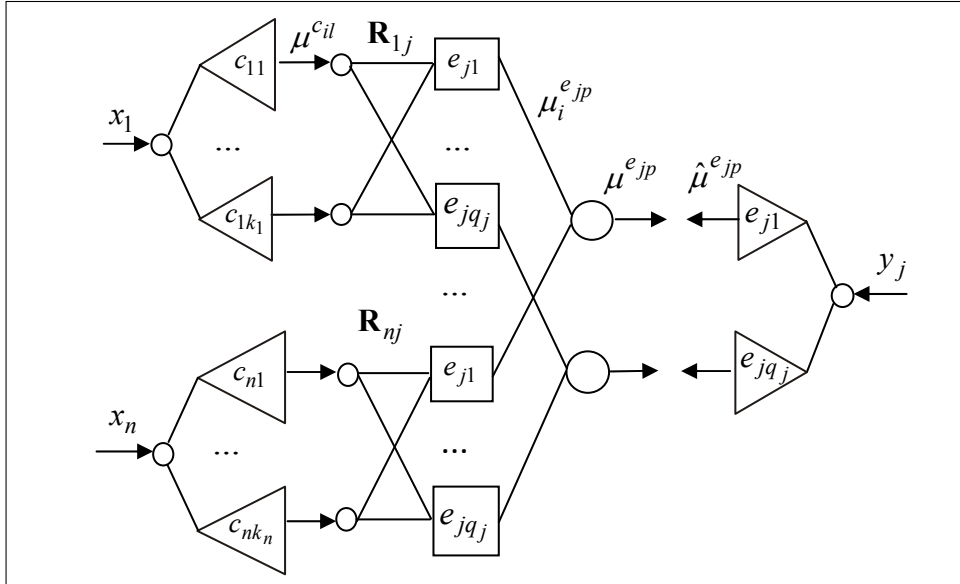


Рис. 2. Нейро-нечітка модель об'єкта діагностики

### КОМП'ЮТЕРНИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ

Мета експерименту полягала у відновленні значень вхідних змінних за відомими значеннями вихідної змінної для еталонної моделі «два входи ( $x_1, x_2$ ) – один вихід ( $y$ )». В якості еталонної моделі використовувалась формула

$$y = ((2z - 0,9)(7z - 1)(17z - 19)(15z - 2))/10,$$

де  $z = ((x_1 - 3,0)^2 + (x_2 - 2,5)^2) / 40$ . Модель-еталон представлено на рис. 3.

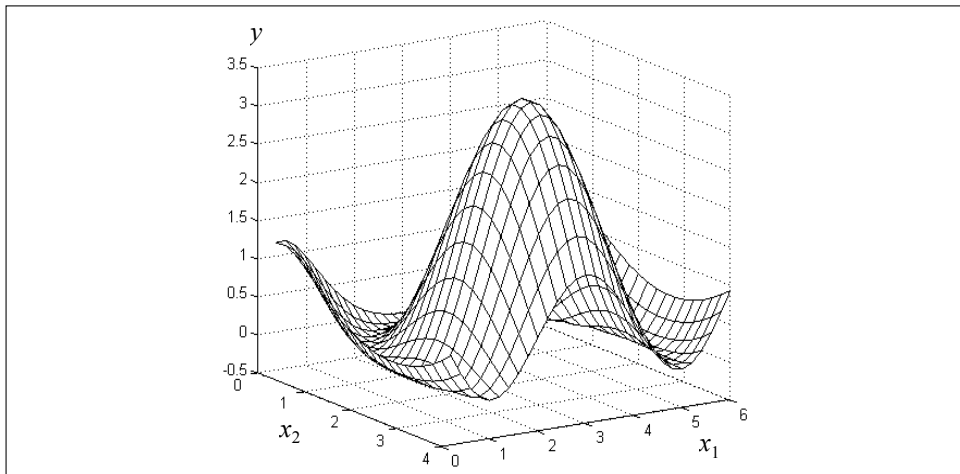


Рис. 3. Модель-талон «входи–вихід»

Нечіткими термами причин і наслідків є:  $c_{11}$  Низький,  $c_{12}$  Середній,  $c_{13}$  Високий для  $x_1$ ;  $c_{21}$  Низький,  $c_{22}$  Високий для  $x_2$ ;  $E_1$  Низький,  $E_2$  Середній,  $E_3$  Високий для  $y$ . Перепозначимо  $\{C_1, \dots, C_5\} = \{c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{21}, c_{22}\}$ .

Результати налаштування нечіткої моделі представлено в табл. 1 та на рис. 4.

**Таблиця 1.** Параметри функцій належності нечітких термів причин і наслідків

Параметр	Нечіткі причини					Нечіткі наслідки		
	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$E_1$	$E_2$	$E_3$
$\beta$	0,01	3,00	5,99	0,02	3,05	0,02	1,12	3,29
$\sigma$	0,69	0,92	0,70	0,63	0,81	0,26	0,33	1,88

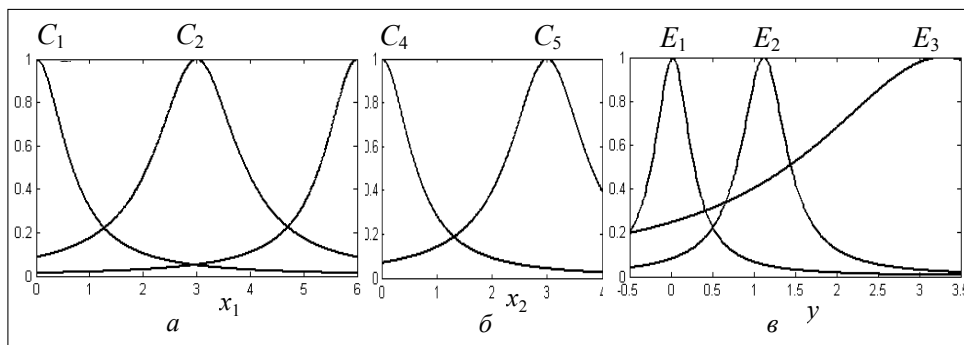


Рис. 4. Функції належності нечітких термів причин (а-б) і наслідків (в)

Нечіткі логічні рівняння після настройки мають вигляд:

$$\begin{aligned} \mu^{E_1} &= [(\mu^{C_1} \wedge 0,12) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0,99) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0,12)] \wedge \\ &\quad \wedge [(\mu^{C_4} \wedge 0,99) \vee (\mu^{C_5} \wedge 0,24)], \\ \mu^{E_2} &= [(\mu^{C_1} \wedge 0,92) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0,41) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0,92)] \wedge \\ &\quad \wedge [(\mu^{C_4} \wedge 0,92) \vee (\mu^{C_5} \wedge 0,30)], \\ \mu^{E_3} &= [(\mu^{C_1} \wedge 0,11) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0,90) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0,11)] \wedge \\ &\quad \wedge [(\mu^{C_4} \wedge 0,11) \vee (\mu^{C_5} \wedge 0,90)]. \end{aligned}$$

Відновлену модель «входи-вихід» представлено на рис. 5.

Нехай конкретне значення вихідної змінної дорівнює  $y^* = 1,0$ . Для цього значення за допомогою функцій належності на рис. 4,в може бути визначений нечіткий вектор наслідків:

$$\mu^E = (\mu^{E_1}(y^*) = 0,07; \mu^{E_2}(y^*) = 0,88; \mu^{E_3}(y^*) = 0,40).$$



За допомогою генетичного алгоритму було отримано множину розв'язків  $S(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E)$ , яка визначається двома максимальними розв'язками  $\bar{S}^* = \{\bar{\boldsymbol{\mu}}_1^C, \bar{\boldsymbol{\mu}}_2^C\}$ :

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}_1^C = (\bar{\mu}_1^{C1} = 0,88; \bar{\mu}_1^{C2} = 0,24; \bar{\mu}_1^{C3} = 0,88; \bar{\mu}_1^{C4} = 1,0; \bar{\mu}_1^{C5} = 1,0);$$

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}_2^C = (\bar{\mu}_2^{C1} = 1,0; \bar{\mu}_2^{C2} = 0,24; \bar{\mu}_2^{C3} = 1,0; \bar{\mu}_2^{C4} = 0,88; \bar{\mu}_2^{C5} = 1,0)$$

і двома мінімальними розв'язками  $\underline{S}^* = \{\underline{\boldsymbol{\mu}}_1^C, \underline{\boldsymbol{\mu}}_2^C\}$

$$\underline{\boldsymbol{\mu}}_1^C = (\underline{\mu}_1^{C1} = 0,88; \underline{\mu}_1^{C2} = 0,24; \underline{\mu}_1^{C3} = 0; \underline{\mu}_1^{C4} = 0,88; \underline{\mu}_1^{C5} = 0,24);$$

$$\underline{\boldsymbol{\mu}}_2^C = (\underline{\mu}_2^{C1} = 0; \underline{\mu}_2^{C2} = 0,24; \underline{\mu}_2^{C3} = 0,88; \underline{\mu}_2^{C4} = 0,88; \underline{\mu}_2^{C5} = 0,24).$$

Значення критерію оптимізації (6) складо  $F = 0,0544$ .

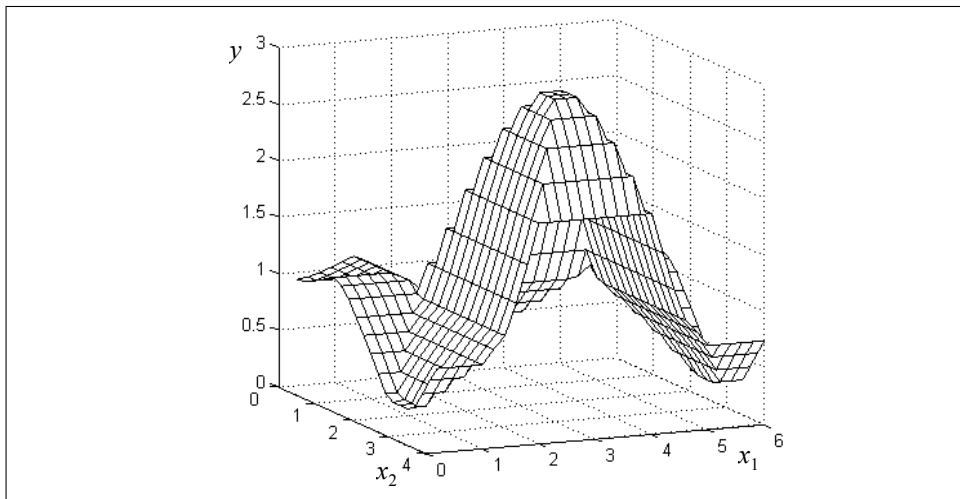


Рис. 5. Відновлена модель «входи-вихід»

Для отриманих розв'язків за допомогою функцій належності на рис. 4,а-б було визначено інтервали значень вхідних змінних:

$$- x_1^* \in [0;0,27] \text{ для } C_1 \text{ або } x_1^* \in [5,73;6,0] \text{ для } C_3 \text{ й } x_2^* \in [0;0,25] \text{ для } C_4;$$

$$- x_1^* = 1,38 \text{ або } x_1^* = 4,63 \text{ для } C_2 \text{ й } x_2^* \in [1,62;4,0] \text{ для } C_5.$$

Порівняння еталонних і відновлених ліній рівня для  $y^* = 1,0$  показано на рис. 6.

Нехай значення вихідної змінної змінилося з  $y^* = 1,0$  на  $y^* = 0,2$ . Для нового значення нечіткий вектор наслідків склав

$$\boldsymbol{\mu}^E = (\mu^E = \mu^{E1}(y^*) = 0,68; \mu^{E2}(y^*) = 0,11; \mu^{E3}(y^*) = 0,27).$$

За допомогою нейронної підстройки була уточнено множину розв'язків  $S(\mathbf{R}, \boldsymbol{\mu}^E)$ , яка визначається двома максимальними розв'язками  $\bar{S}^* = \{\bar{\boldsymbol{\mu}}_1^C, \bar{\boldsymbol{\mu}}_2^C\}$

$$(\bar{\mu}_1^C = \bar{\mu}_1^{C_1} = 0,41; \bar{\mu}_1^{C_2} = 0,68; \bar{\mu}_1^{C_3} = 0,41; \bar{\mu}_1^{C_4} = 1,0; \bar{\mu}_1^{C_5} = 0,27);$$

$$(\bar{\mu}_2^C = \bar{\mu}_2^{C_1} = 0,41; \bar{\mu}_2^{C_2} = 1,0; \bar{\mu}_2^{C_3} = 0,41; \bar{\mu}_2^{C_4} = 0,68; \bar{\mu}_2^{C_5} = 0,27)$$

і одним мінімальним розв'язком  $\underline{S}^* = \{\underline{\mu}_1^C\}$

$$(\underline{\mu}_1^C = \underline{\mu}_1^{C_1} = 0; \underline{\mu}_1^{C_2} = 0,68; \underline{\mu}_1^{C_3} = 0; \underline{\mu}_1^{C_4} = 0,68; \underline{\mu}_1^{C_5} = 0,27).$$

Значення критерію оптимізації (6) складо  $F = 0,0900$ .

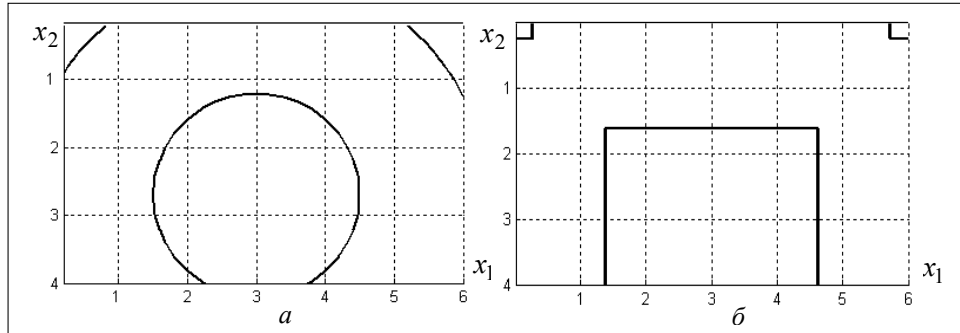


Рис. 6. Порівняння еталонних (а) і відновлених (б) ліній рівня для  $y^* = 1,0$

Для уточнених розв'язків за допомогою функцій належності на рис. 4,а-б було визначено інтервали значень вхідних змінних:

$$x_1^* \in [0; 0,85] \text{ для } C_1 \text{ або } x_1^* \in [5,15; 6,0] \text{ для } C_3 \text{ й } x_2^* = 1,71$$

$$\text{або } x_2^* = 4,37 \text{ для } C_5;$$

$$x_1^* \in [2,37; 3,64] \text{ для } C_2 \text{ й } x_2^* \in [0; 0,45] \text{ для } C_4.$$

Порівняння еталонних і відновлених ліній рівня для  $y^* = 0,20$  показано на рис. 7.

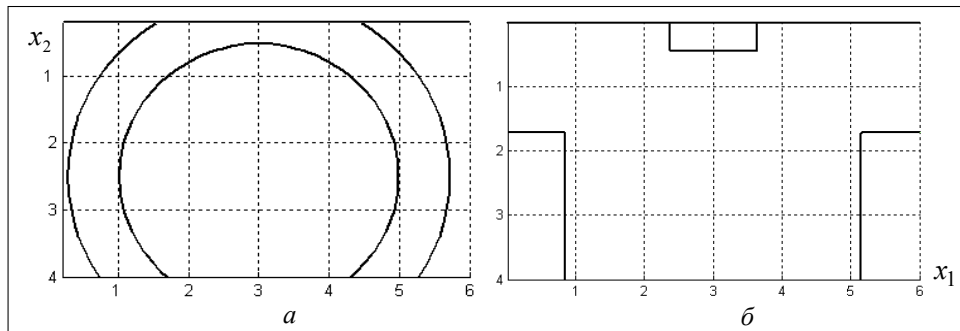


Рис. 7. Порівняння еталонних (а) і відновлених (б) ліній рівня для  $y^* = 0,20$

### ПРИКЛАД ТЕХНІЧНОЇ ДІАГНОСТИКИ

Розглядається діагностика гідравлічного насоса.

Вхідними параметрами насоса є:  $x_1$  — частота обертання двигуна (30 – 50 об/с);  $x_2$  — тиск у вхідній магістралі (0,02 – 0,15 кг/см<sup>2</sup>);  $x_3$  — радіальний

зазор шестерень (0,1 – 0,3 мм);  $x_4$  — витік палива (0,5–2,0 см<sup>3</sup>/хв);  $x_5$  — кінематична в'язкість рідини ((55–170)10<sup>-6</sup> м<sup>2</sup>/с). Причинами несправності є:  $c_{11}$  — падіння частоти  $x_1$ ;  $c_{21}$  — падіння тиску  $x_2$ ;  $c_{31}$  — збільшення зазору  $x_3$ ;  $c_{41}$  — збільшення витоку  $x_4$ ;  $c_{51}$  ( $c_{52}$ ) — низька (висока) в'язкість  $x_5$ .

Вихідними параметрами насоса є:  $y_1$  — продуктивність (17 – 22 л/хв);  $y_2$  — споживана потужність (2,1 – 3,0 кВт). Наслідками несправності є:  $e_{11}$  ( $e_{12}$ ) — падіння (підвищення) продуктивності  $y_1$ ;  $e_{21}$  ( $e_{22}$ ) — падіння (підвищення) потужності  $y_2$ .

Перепозначимо  $\{C_1, \dots, C_6\} = \{c_{11}, c_{21}, c_{31}, c_{41}, c_{51}, c_{52}\}$ ;  $\{E_1, \dots, E_4\} = \{e_{11}, e_{12}, e_{21}, e_{22}\}$ .

Результати настройки нечіткої моделі представлені в табл. 2 й на рис. 8–9.

**Таблиця 2.** Параметри функцій належності нечітких термів причин і наслідків

Параметр	Нечіткі причини						Нечіткі наслідки			
	$c_{11}$	$c_{21}$	$c_{31}$	$c_{41}$	$c_{51}$	$c_{52}$	$e_{11}$	$e_{12}$	$e_{21}$	$e_{22}$
$\beta$	32,15	0,031	0,27	1,95	61,56	145,96	17,29	21,58	2,11	2,92
$\sigma$	3,75	0,025	0,05	0,48	12,84	28,43	2,72	2,56	0,22	0,25

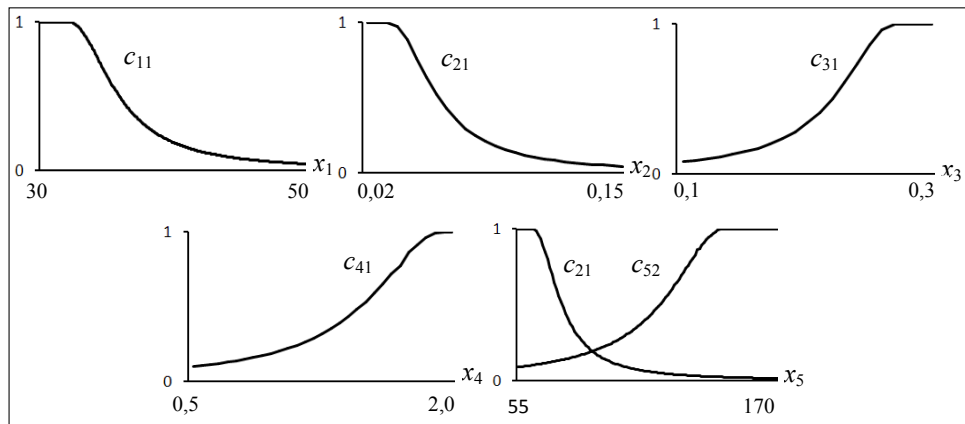


Рис. 8. Функції належності нечітких термів причин

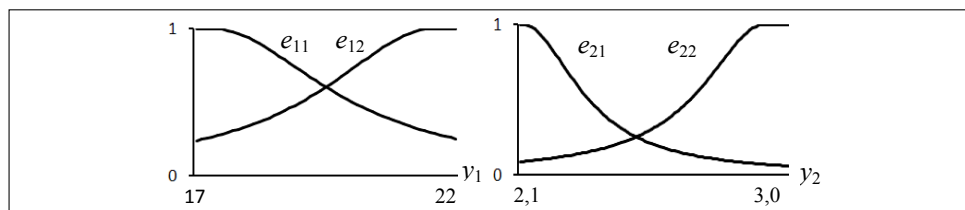


Рис. 9. Функції належності нечітких термів наслідків

Діагностичні рівняння після настройки мають вигляд:

$$\mu^{E_1} = [(\mu^{C_1} \wedge 0,41) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0,65) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0,80) \vee (\mu^{C_4} \wedge 0,62)] \wedge$$

$$\begin{aligned} & \wedge [(\mu^{C_5} \wedge 0,58) \vee (\mu^{C_6} \wedge 0,69)], \\ \mu^{E_2} & = [(\mu^{C_1} \wedge 0,59) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0,09) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0,23) \vee (\mu^{C_4} \wedge 0,45)] \wedge \\ & \wedge [(\mu^{C_5} \wedge 0,69) \vee (\mu^{C_6} \wedge 0,50)], \\ \mu^{E_3} & = [(\mu^{C_1} \wedge 0,92) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0,88) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0,50) \vee (\mu^{C_4} \wedge 0,90)] \wedge \\ & \wedge [(\mu^{C_5} \wedge 0,46) \vee (\mu^{C_6} \wedge 0,87)], \\ \mu^{E_4} & = [(\mu^{C_1} \wedge 0,09) \vee (\mu^{C_2} \wedge 0,09) \vee (\mu^{C_3} \wedge 0,68) \vee (\mu^{C_4} \wedge 0,11)] \wedge \\ & \wedge [(\mu^{C_5} \wedge 0,23) \vee (\mu^{C_6} \wedge 0,07)]. \end{aligned}$$

Нехай для конкретного насоса спостерігається вектор вихідних параметрів  $\mathbf{Y}^* = (y_1^* = 19,3 \text{ л/хв}; y_2^* = 2,23 \text{ кВт})$ . Для цих значень за допомогою функцій належності на рис. 9 може бути визначений нечіткий вектор наслідків:

$$\mu^E = (\mu^{E_1}(y_1^*) = 0,65; \mu^{E_2}(y_1^*) = 0,56; \mu^{E_3}(y_2^*) = 0,77; \mu^{E_4}(y_2^*) = 0,12).$$

За допомогою генетичного алгоритму було отримано множину розв'язків  $S(\mathbf{R}, \mu^E)$ , яка визначається чотирма максимальними розв'язками

$$\bar{S}^* = \{\bar{\mu}_1^C, \dots, \bar{\mu}_4^C\}:$$

$$\bar{\mu}_1^C = (\bar{\mu}_1^{C_1} = 0,77; \bar{\mu}_1^{C_2} = 0,77; \bar{\mu}_1^{C_3} = 0,12; \bar{\mu}_1^{C_4} = 0,77;$$

$$\bar{\mu}_1^{C_5} = 0,56; \bar{\mu}_1^{C_6} = 1,0);$$

$$\bar{\mu}_2^C = (\bar{\mu}_2^{C_1} = 0,56; \bar{\mu}_2^{C_2} = 0,77; \bar{\mu}_2^{C_3} = 0,12; \bar{\mu}_2^{C_4} = 0,77;$$

$$\bar{\mu}_2^{C_5} = 1,0; \bar{\mu}_2^{C_6} = 1,0);$$

$$\bar{\mu}_3^C = (\bar{\mu}_3^{C_1} = 1,0; \bar{\mu}_3^{C_2} = 1,0; \bar{\mu}_3^{C_3} = 0,12; \bar{\mu}_3^{C_4} = 1,0;$$

$$\bar{\mu}_3^{C_5} = 0,56; \bar{\mu}_3^{C_6} = 0,77)$$

$$\bar{\mu}_4^C = (\bar{\mu}_4^{C_1} = 0,56; \bar{\mu}_4^{C_2} = 1,12; \bar{\mu}_4^{C_4} = 1,0;$$

$$\bar{\mu}_4^{C_5} = 1,0; \bar{\mu}_4^{C_6} = 0,77)$$

і двома мінімальними розв'язками  $\underline{S}^* = \{\underline{\mu}_1^C, \underline{\mu}_2^C\}$ :

$$\underline{\mu}_1^C = (\underline{\mu}_1^{C_1} = 0,56; \underline{\mu}_1^{C_2} = 0,77; \underline{\mu}_1^{C_3} = 0,12; \underline{\mu}_1^{C_4} = 0;$$

$$\underline{\mu}_1^{C_5} = 0,56; \underline{\mu}_1^{C_6} = 0,77);$$

$$\underline{\mu}_2^C = (\underline{\mu}_2^{C_1} = 0,56; \underline{\mu}_2^{C_2} = 0,65; \underline{\mu}_2^{C_3} = 0,12; \underline{\mu}_2^{C_4} = 0,77;$$

$$\underline{\mu}_2^{C_5} = 0,56; \underline{\mu}_2^{C_6} = 0,77.$$

Значення критерію оптимізації (6) склало  $F = 0,0000$ .

Для отриманих розв'язків за допомогою функцій належності на рис. 8 було визначено інтервали значень вхідних змінних. Тоді попередньою причиною спостережуваного стану насоса може бути падіння вхідного тиску до  $0,02 - 0,05 \text{ кг/см}^2$  за підвищеної в'язкості рідини  $(130 - 170)10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ , оскільки міри значимості причин  $C_2$  й  $C_6$  є максимальними. Крім того, падіння числа обертів двигуна до  $30 - 35 \text{ об/с}$  або витік палива до  $1,69 - 2,0 \text{ см}^3/\text{хв}$ . Також можуть відбиватись на роботі насоса, оскільки міри значимості причин  $C_1$  й  $C_4$  є достатньо високими. Зношеність шестерень при торцевому зазорі  $0,135 \text{ мм}$  слід виключити, оскільки міра значимості причини  $C_3$  мала.

Нехай під час повторного вимірювання продуктивність підвищилась до  $y_1^* = 19,4 \text{ л/хв.}$ , а споживана потужність знизилась до  $y_2^* = 2,20 \text{ кВт}$ . Для нових значень нечіткий вектор наслідків склав:

$$\underline{\mu}^E = (\mu^{E_1}(y_1^*) = 0,62; \mu^{E_2}(y_1^*) = 0,58; \mu^{E_3}(y_2^*) = 0,86; \mu^{E_4}(y_2^*) = 0,11).$$

За допомогою нейронної підстройки було уточнено множину розв'язків  $S(\mathbf{R}, \underline{\mu}^E)$ , яка визначається чотирма максимальними розв'язками  $\underline{S}^* = \{\underline{\mu}_1^C, \dots, \underline{\mu}_4^C\}$ :

$$\underline{\mu}_1^C = (\overline{\mu}_1^{C_1} = 0,86; \overline{\mu}_1^{C_2} = 0,62; \overline{\mu}_1^{C_3} = 0,11;$$

$$\overline{\mu}_1^{C_4} = 0,86; \overline{\mu}_1^{C_5} = 0,58; \overline{\mu}_1^{C_6} = 1,0);$$

$$\underline{\mu}_2^C = (\overline{\mu}_2^{C_1} = 0,58; \overline{\mu}_2^{C_2} = 0,62; \overline{\mu}_2^{C_3} = 0,11;$$

$$\overline{\mu}_2^{C_4} = 0,86; \overline{\mu}_2^{C_5} = 1,0; \overline{\mu}_2^{C_6} = 1,0);$$

$$\underline{\mu}_3^C = (\overline{\mu}_3^{C_1} = 1,0; \overline{\mu}_3^{C_2} = 0,62; \overline{\mu}_3^{C_3} = 0,11;$$

$$\overline{\mu}_3^{C_4} = 1,0; \overline{\mu}_3^{C_5} = 0,58; \overline{\mu}_3^{C_6} = 0,86);$$

$$\underline{\mu}_4^C = (\overline{\mu}_4^{C_1} = 0,58; \overline{\mu}_4^{C_2} = 0,62; \overline{\mu}_4^{C_3} = 0,11;$$

$$\overline{\mu}_4^{C_4} = 1,0; \overline{\mu}_4^{C_5} = 1,0; \overline{\mu}_4^{C_6} = 0,86)$$

і одним мінімальним розв'язком  $\underline{S}^* = \{\underline{\mu}_1^C\}$

$$\underline{\mu}_1^C = (\underline{\mu}_1^{C_1} = 0,58; \underline{\mu}_1^{C_2} = 0; \underline{\mu}_1^{C_3} = 0; \underline{\mu}_1^{C_4} = 0,86; \underline{\mu}_1^{C_5} = 0,86; \underline{\mu}_1^{C_6} = 0,86).$$

Значення критерію оптимізації (6) склало  $F = 0,0000$ .

Для уточнених розв'язків за допомогою функцій належності на рис. 8 було визначено інтервали значень вхідних змінних. Тоді остаточною причиною стану насосу, що спостерігається, є витік палива до 1,76–2,0 см<sup>3</sup>/хв. за високої в'язкості рідини (134,5–170,0)10<sup>-6</sup> м<sup>2</sup>/с, оскільки міри значимості причин  $C_4$  й  $C_6$  є максимальними. Крім того, падіння числа обертів двигуна до 30–35 об/с залишається причиною спостережуваного стану, оскільки міра значимості причини  $C_1$  є достатньо високою. Падіння вхідного тиску до 0,05 кг/см<sup>2</sup> також може відбиватись на роботі насоса, про що свідчить міра значимості причини  $C_2$ . Зношеність шестерень при торцевому зазорі 0,10–0,13 мм слід виключити, оскільки міра значимості причини  $C_3$  залишилась малою.

Для тестування нечіткої моделі використовувались результати діагностики 200 насосів з різними типами несправності. Показники ефективності алгоритму діагностики для тестувальної вибірки наведено в табл. 3. Для досягнення правильності діагностики на рівні 95% знадобилось 90 хв. роботи генетичного алгоритму і 10 хв. роботи нейронної мережі (Intel Core 2 Duo P7350 2.0 GHz).

**Таблиця 3.** Показники ефективності алгоритму діагностики

Причина несправності	Кількість випадків у вибірці	Ймовірність правильного діагнозу	
		Генетичний алгоритм	Нейронна мережа
$c_{11} c_{51} (c_{11} c_{52})$	74 (52)	0,87 (0,90)	0,97 (0,96)
$c_{21} c_{51} (c_{21} c_{52})$	68 (70)	0,89 (0,88)	0,95 (0,97)
$c_{31} c_{51} (c_{31} c_{52})$	92 (63)	0,90 (0,92)	0,95 (0,95)
$c_{41} c_{51} (c_{41} c_{52})$	105 (88)	0,92 (0,92)	0,96 (0,96)

## ВИСНОВКИ

В статті розроблено сукупність моделей і алгоритмів для проектування систем діагностики на основі багатовимірних нечітких відношень і розширеного композиційного правила виведення. Запропоновано метод розв'язання систем нечітких логічних рівнянь з розширеною max-min композицією. Доведено властивості множини розв'язків таких систем. Задачу знаходження множини розв'язків сформульовано у вигляді задачі оптимізації, для розв'язання якої використано генетико-нейронний підхід. Налаштування нечіткої моделі полягає у виборі таких функцій належності нечітких термів причин і наслідків, а також нечітких відношень, які мінімізують різницю між модельними і експериментальними результатами діагностики.

Подальшим напрямом досліджень є застосування високопродуктивних обчислень для розв'язання систем нечітких логічних рівнянь.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений. — М.: Мир, 1976. — 166 с.
2. Di Nola A., Sessa S., Pedrycz W., Sanchez E. Fuzzy relation equations and their applications to knowledge engineering. — Dordrecht: Kluwer Academic Press, 1989. — 278 p.
3. Peeva K., Kyosev Y. Fuzzy relational calculus. Theory, applications and software. — NY: World Scientific, 2004. — 304 p.
4. Markovskii A. On the relation between equations with max-product composition and the covering problem // Fuzzy Sets and Systems. — 2005. — **153**. — P. 261–273.
5. Yager R., Filev D. Essentials of fuzzy modeling and control. — NY: John Willey & Sons, 1994. — 408 p.
6. Gegov A.E., Frank P.M. Reduction of multidimensional relations in fuzzy control systems // Systems & Control Letters. — 1995. — **25** (4). — 2002. — P. 307–313.
7. Pedrycz W., Vasilakos A.V. Modularization of fuzzy relational equations // Soft Computing – A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications. — 2002. — **6** (1). — P. 33–37.
8. Duan J.-C., Chung F.-L. Multilevel fuzzy relational systems: structure and identification // Soft Computing. — 2002. — **6** (2). — P. 71–86.
9. Ротштейн А.П., Ракитянская А.Б. Диагностика на основе нечетких отношений // Автоматика и телемеханика. — 2007. — № 12. — С. 113–130.
10. Rotshtein A., Rakytyanska H. Diagnosis problem solving using fuzzy relations // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. — 2008. — **16** (3). — P. 664–675.
11. Ротштейн А.П., Ракитянская А.Б. Адаптивная система диагностики на основе нечетких отношений // Кибернетика и системный анализ. — 2009. — № 4. — С. 135–150.
12. Rotshtein A., Rakytyanska H. Fuzzy evidence in identification, forecasting and diagnosis. — Heidelberg: Springer, 2012. — 314 p.

Надійшла 10.11.2014

## ***O*(1) DELTA PART COMPUTATION TECHNIQUE FOR THE QUADRATIC ASSIGNMENT PROBLEM**

**S.V. PODOLSKY, YU.M. ZORIN**

The quadratic assignment problem is rightfully considered to be one of the most challenging problems of combinatorial optimization. Since this problem is NP-hard, the use of heuristic algorithms is the only way to find in a reasonable time a solution that is close to optimal. One of the most effective heuristic algorithms is the Robust Tabu Search, which is the basis of many subsequent metaheuristic algorithms. The paper describes a novel approach to scanning the neighborhood of the current solution that allows reducing by half the number of delta values that were required to be computed with complexity  $O(N)$  in most of the heuristics for the quadratic assignment problem. Using the correlation between the old and new delta values, obtained in this work, a new formula of complexity  $O(1)$  is proposed. The results obtained leads up to 25% performance increase as compared to such well-known algorithms as the Robust Tabu Search and others based on it. The formula obtained in this paper may be successfully applied to other heuristics using a full scan of the solution neighborhood.

### **INTRODUCTION**

The quadratic assignment problem (QAP) was first mentioned by Koopmans and Beckmann in 1957 [1] and still remains one of the most challenging combinatorial optimization problems. The problem formulation is as following. There are  $N$  locations and  $N$  facilities. Distances between each pair of locations and flow values, i.e. number of transportations, are provided. The goal is to assign all the facilities to different locations so that to minimize the sum of all distances multiplied by the corresponding flows. This can be formulated in a form of the objective function

$$\min \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N d_{ij} f_{\pi(i)\pi(j)}, \quad (1)$$

where  $\pi(x)$  is a facility number assigned to location with number  $x$ ;  $d_{ij}$  is a distance between locations  $i$  and  $j$ ;  $f_{\pi(i)\pi(j)}$  is a flow between facilities  $\pi(i)$  and  $\pi(j)$ . Since the problem is NP-hard [2] there is no exact algorithm that can solve the QAP in polynomial time. Furthermore, the travelling salesman problem (TSP) may be seen as a special case of the QAP in the case when all the facilities are connected via flows having a constant value into a single ring while the other flows have zero value. Thus the QAP can be considered even more challenging than the TSP.

The only methods that allow obtaining feasible solutions for the QAP instances of size 30 and higher are heuristics. One of the most efficient heuristic algorithm for the QAP is the Robust Tabu Search (Ro-TS) developed by Eric



Taillard in 1991 [3], which produces high quality solutions even for very large instances. Among other successful heuristics are genetic algorithms [4], ant systems [5] and others. Typically, predominant majority of them are based on the same approach of the neighbor solutions representations obtained by pairwise exchange of elements in the solution vector.

**The purpose of this study** is to propose a technique of the current solution neighborhood scanning that allows obtaining a significant performance increase of the metaheuristic algorithm for the quadratic assignment problem solution.

## BACKGROUND OF THE NEIGHBORHOOD SCANNING

The process of the neighborhood scanning described for the Ro-TS is one of the most representative environment subject to improvement, since the Ro-TS performs initial solution construction and objective function (1) evaluation only once at the beginning of the algorithm before main iterations started. During the initial stage, a random solution vector is generated and its cost is computed by the objective function as defined by (1). In each main iteration of the Ro-TS a move which relies on exchange of the two elements from the current solution vector is performed. A pair of elements to be exchanged is selected among all  $C_N^2$  pairs using  $\Delta_{ij}$  minimization criterion. Actually the selection criterion is more complicated than just delta value minimization, but for now we omit its discussion. After the exchange a new cost can be obtained from the previous cost by adding a  $\Delta_{ij}$  term, where all  $C_N^2$  values  $\Delta_{ij}$  are computed on the initial stage of the Ro-TS, each with the time complexity  $O(N)$ , before main iterations start

$$\Delta_{ij} = (d_{ii} - d_{jj})(f_{\pi(j)\pi(j)} - f_{\pi(i)\pi(i)}) + (d_{ij} - d_{ji})(f_{\pi(j)\pi(i)} - f_{\pi(i)\pi(j)}) + \\ + \sum_{g=1, g \neq i, j}^N [(d_{gi} - d_{gj})(f_{\pi(g)\pi(j)} - f_{\pi(g)\pi(i)}) + (d_{ig} - d_{jg})(f_{\pi(j)\pi(g)} - f_{\pi(i)\pi(g)})].$$

It is convenient to store all computed values  $\Delta_{ij}$  in a jagged matrix and extract them by indices  $i$  and  $j$  once the solution cost must be modified after the elements  $i$  and  $j$  exchange performed. However, each time after the exchange of two elements, all  $C_N^2$  values  $\Delta_{ij}$  become unfeasible and needed to be corrected. It is obvious, that after elements  $p$  and  $q$  are exchanged, the new  $\Delta_{pq}$  value is evaluated trivially as  $\Delta_{pq}$  reflecting the reverse exchange of the same pair. For all those  $\Delta_{ij}$  which do not involve the two elements  $p$  and  $q$  that were exchanged just before, i.e.  $\{i, j\} \cap \{p, q\} = \{\emptyset\}$ , new values  $\Delta_{ij}^*$  can be evaluated exploiting their old values  $\Delta_{ij}$  with the complexity  $O(1)$  as following

$$\Delta_{ij}^* = \Delta_{ij} + (d_{pi} - d_{pj} + d_{qj} - d_{qi})(f_{\pi(p)\pi(j)} - f_{\pi(p)\pi(i)} + f_{\pi(q)\pi(i)} - f_{\pi(q)\pi(j)}) + \\ + (d_{ip} - d_{jp} + d_{jq} - d_{iq})(f_{\pi(j)\pi(p)} - f_{\pi(i)\pi(p)} + f_{\pi(i)\pi(q)} - f_{\pi(j)\pi(q)}), \quad g \neq i, j. \quad (2)$$

However, as it was observed by Taillard [3], for those  $\Delta_{ij}$  which involve one of the indices  $p$  or  $q$  from the last exchange, i.e.  $\{i, j\} \cap \{p, q\} = 1$  all new values  $\Delta_{ij}^*$  must be evaluated anew with complexity  $O(N)$  by (2). This technique of complete delta recomputation was widely used since it was introduced by Taillard and proceeded without any improvements in further researches such as Reactive Tabu Search [6]. Therefore it is still used in miscellaneous recent Ro-TS implementations such as efficient heuristic for sparse matrices [7] etc. This paper shows how to bypass this issue and evaluate with the linear time complexity only a half of deltas that involve nodes from the last pair exchange. However, it would be important to prove that this issue is a real performance bottleneck and needed to be resolved.

### RELEVANCE AND PERFORMANCE

As it was mentioned before, the total number of all possible exchanges equals  $C_N^2 = \frac{N(N-1)}{2}$ . Among them there are possible pair exchanges that involve only one of the two just exchanged elements and the total number of them equals  $2(N-2)$ . The last number is obtained from the considerations that each of the two elements being swapped can be exchanged with any element from the rest of  $N-2$  other distinct elements, as it shown in Fig. 1. Consequently, the total number of those  $\Delta_{ij}$  which can be corrected with the complexity  $O(1)$  is equal to the difference of all possible exchanges number and the total number of exchanges being corrected with complexity  $O(N)$ :

$$\frac{N(N-1)}{2} - 2(N-2) = \frac{(N-4)(N-1)}{2} + 2.$$

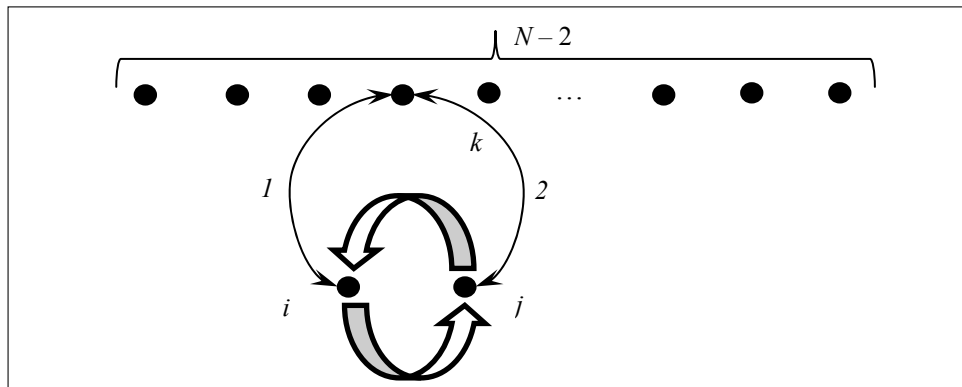


Fig. 1. An illustration of further exchange of one of the two exchanged elements

So, what is to be done is to compute only  $(N-2)$  instead of  $2(N-2)$  new delta values with complexity  $O(N)$  and the rest ones computed with  $O(1)$ . However, the main question still remains — whether this will affect iteration performance significantly? The answer was obtained after the Ro-TS open source C++ code profiled with the use of MS Visual Studio Profiling tools on Tai100a QAP instance.

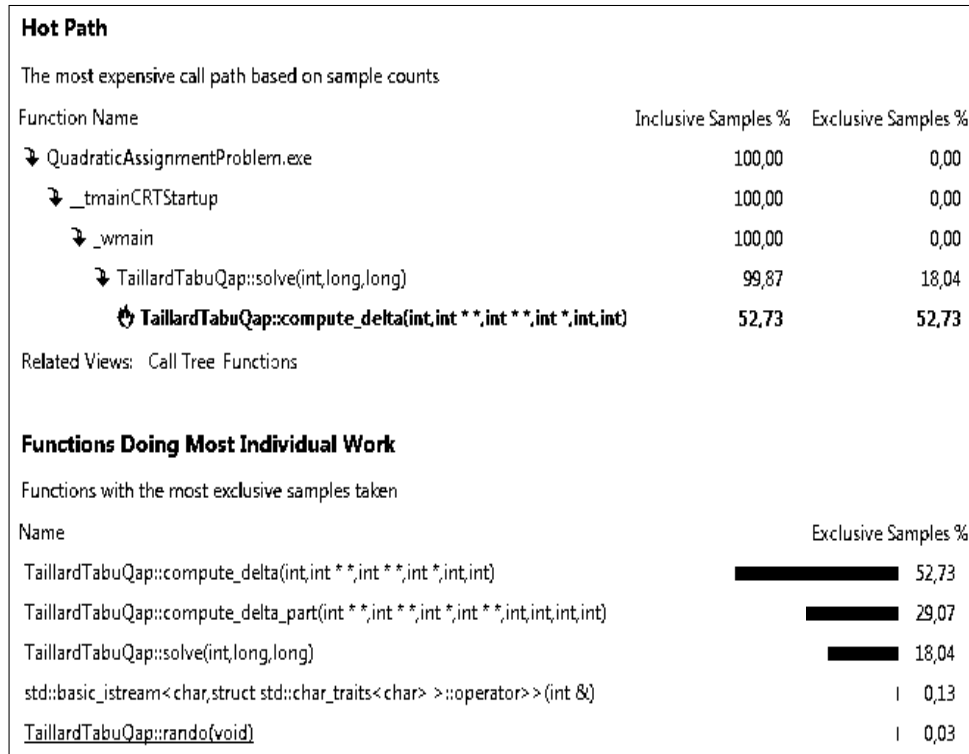


Fig. 2. A sample profiling report for the Ro-TS on Tai100a instance

As it is shown in Fig. 2, the `compute_delta` method which computes deltas anew takes over 50% of total samples, being the most expensive call, while `compute_delta_part` takes only 29% of total samples to update each of other delta values with the  $O(1)$  time complexity. Therefore, we suggest that computational time per iteration can be reduced up to a quarter with the use of proposed technique, especially on large QAP instances.

### NEW $O(1)$ DELTA PART COMPUTATION TECHNIQUE EXPLORATION

Suppose we have three elements with indices  $i, j, k$  in the solution vector and the values  $\Delta_{ij}, \Delta_{ik}, \Delta_{jk}$  are already known. Our purpose is to exchange a pair of elements  $i$  and  $j$  and compute new values  $\Delta_{ij}^*, \Delta_{ik}^*, \Delta_{jk}^*$  afterwards. First of all let's consider the assignments\* of the flows  $f_{\pi(i)\pi(g)}, f_{\pi(j)\pi(g)}, f_{\pi(k)\pi(g)}$  to the distances  $d_{ig}, d_{jg}, d_{kg}$  (Fig. 3), where by  $g$  we denote an arbitrary element from the rest of the other  $N - 3$  elements distinct from  $i, j, k$ . Though in terms of the QAP an assignment usually means the assignment of facility to specific location, here we imply the assignment of flow to distance caused by a pair of regular QAP assignments. All the values  $\Delta_{ij}, \Delta_{ik}, \Delta_{jk}$  include the following terms, which indicate the cost change caused by reassignments of flows to distances to (from) element  $g$  after corresponding pair exchanges:

\*Though in terms of the QAP an assignment usually means the assignment of facility to specific location, here we imply the assignment of flow to distance caused by a pair of regular QAP assignments.

$$\delta_{ij} = -d_{ig} f_{\pi(i)\pi(g)} - d_{jg} f_{\pi(j)\pi(g)} + d_{ig} f_{\pi(j)\pi(g)} + d_{jg} f_{\pi(i)\pi(g)},$$

$$\delta_{ik} = -d_{ig} f_{\pi(i)\pi(g)} - d_{kg} f_{\pi(k)\pi(g)} + d_{ig} f_{\pi(k)\pi(g)} + d_{kg} f_{\pi(i)\pi(g)},$$

$$\delta_{jk} = -d_{jg} f_{\pi(j)\pi(g)} - d_{kg} f_{\pi(k)\pi(g)} + d_{jg} f_{\pi(k)\pi(g)} + d_{kg} f_{\pi(j)\pi(g)}.$$

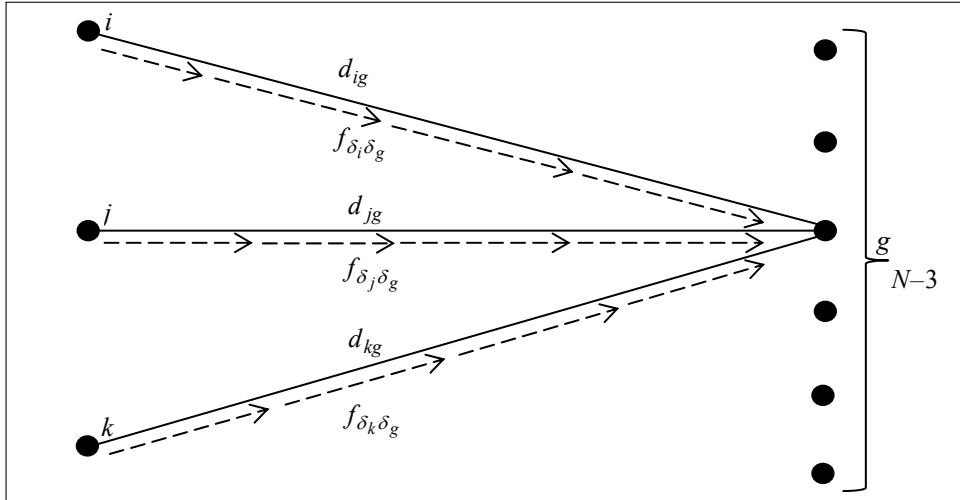


Fig. 3. Assignments of the flows to the distances before any exchanges

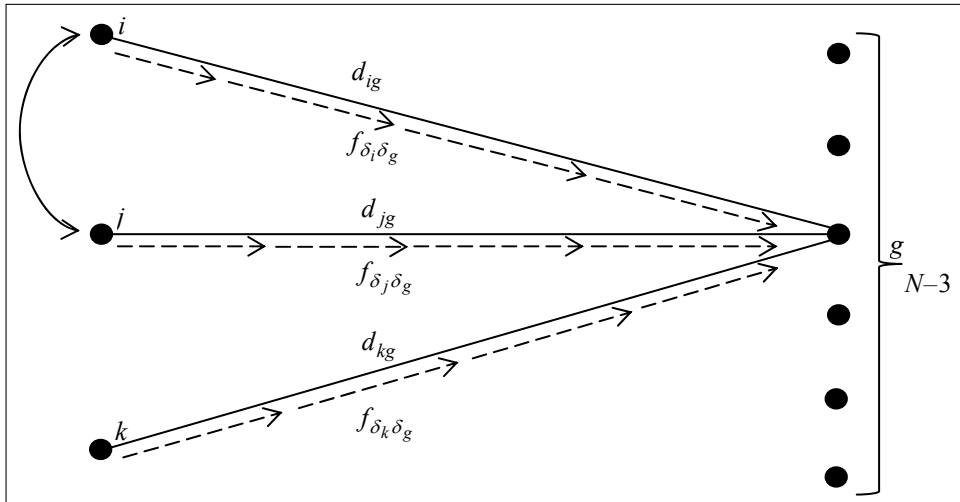


Fig. 4. Assignments of the flows to the distances after *i* and *j* exchanges

Now, let's consider the assignments of the same three flows to the same three distances after the elements *i* and *j* are exchanged (see Fig. 4). The new values  $\Delta_{ij}^*$ ,  $\Delta_{ik}^*$ ,  $\Delta_{jk}^*$  that we need to compute after this exchange will contain the following terms

$$\delta_{ij}^* = -\delta_{ij},$$

$$\delta_{ik}^* = -d_{ig} f_{\pi(j)\pi(g)} - d_{kg} f_{\pi(k)\pi(g)} + d_{ig} f_{\pi(k)\pi(g)} + d_{kg} f_{\pi(j)\pi(g)},$$

$$\delta_{jk}^* = -d_{jg} f_{\pi(i)\pi(g)} - d_{kg} f_{\pi(k)\pi(g)} + d_{jg} f_{\pi(k)\pi(g)} + d_{kg} f_{\pi(i)\pi(g)}.$$

It is important to note, that exactly these  $N - 3$  terms  $\delta_{ik}^*$  and  $\delta_{jk}^*$  for each arbitrary element  $g$  require the complexity  $O(N)$  for each new  $\Delta_{ik}^*$  and  $\Delta_{jk}^*$  values evaluation.

After a simple analysis of the right-hand side expressions for  $\delta_{ij}, \delta_{ik}, \delta_{jk}, \delta_{ik}^*, \delta_{jk}^*$  the following dependency between them has been discovered

$$\delta_{ik}^* + \delta_{jk}^* = \delta_{ik} + \delta_{jk} - \delta_{ij}. \quad (3)$$

This means that it is actually not necessary to compute both new values  $\delta_{ik}^*$  and  $\delta_{jk}^*$  simultaneously. It is enough to compute anew only one of them and the second one can be obtained with the use of the first.

However, it is worth reminding that we have considered only those terms  $\delta_{ij}, \delta_{ik}, \delta_{jk}$  that connect our elements with each of the rest of the other  $N - 3$  elements. So let's consider now the terms  $R_{ij}, R_{ik}, R_{jk}, R_{ik}^*, R_{jk}^*$  which denote the cost change caused by assignments of the flows to distances between the elements  $i, j, k$ . The variables  $R_{ij}, R_{ik}, R_{jk}$  indicate the cost change before elements  $i$  and  $j$  are swapped, and the variables  $R_{ik}^*, R_{jk}^*$  indicate the cost change after the exchange of  $i$  and  $j$  respectively

$$\begin{aligned} \Delta_{ij} &= \delta_{ij} + R_{ij}, \\ \Delta_{ik} &= \delta_{ij} + R_{ik}, \\ \Delta_{jk} &= \delta_{jk} + R_{jk}, \\ \Delta_{ik}^* &= \delta_{ik}^* + R_{ik}^*, \\ \Delta_{jk}^* &= \delta_{jk}^* + R_{jk}^*. \end{aligned}$$

The values  $R_{ij}, R_{ik}, R_{jk}, R_{ik}^*, R_{jk}^*$  are expressed by the following formulae:

$$\begin{aligned} R_{ij} &= (d_{ik} - d_{jk})(f_{\pi(i)\pi(k)} - f_{\pi(j)\pi(k)}) + (d_{ki} - d_{kj})(f_{\pi(k)\pi(i)} - f_{\pi(k)\pi(j)}) + \\ &+ (d_{ii} - d_{jj})(f_{\pi(i)\pi(i)} - f_{\pi(j)\pi(j)}) + (d_{ij} - d_{ji})(f_{\pi(i)\pi(j)} - f_{\pi(j)\pi(i)}); \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{ik} &= (d_{ij} - d_{kj})(f_{\pi(k)\pi(i)} - f_{\pi(j)\pi(i)}) + (d_{ji} - d_{jk})(f_{\pi(i)\pi(k)} - f_{\pi(i)\pi(j)}) + \\ &+ (d_{ii} - d_{kk})(f_{\pi(k)\pi(k)} - f_{\pi(j)\pi(j)}) + (d_{ki} - d_{ik})(f_{\pi(j)\pi(k)} - f_{\pi(k)\pi(j)}); \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{jk} &= (d_{ki} - d_{ji})(f_{\pi(i)\pi(j)} - f_{\pi(k)\pi(j)}) + (d_{ik} - d_{ij})(f_{\pi(j)\pi(i)} - f_{\pi(j)\pi(k)}) + \\ &+ (d_{jj} - d_{kk})(f_{\pi(k)\pi(k)} - f_{\pi(i)\pi(i)}) + (d_{kj} - d_{jk})(f_{\pi(i)\pi(k)} - f_{\pi(k)\pi(i)}); \quad (6) \end{aligned}$$

$$R_{ik}^* = (d_{ij} - d_{kj})(f_{\pi(k)\pi(j)} - f_{\pi(i)\pi(j)}) + (d_{ji} - d_{jk})(f_{\pi(j)\pi(k)} - f_{\pi(j)\pi(i)}) +$$

$$+ (d_{ii} - d_{kk})(f_{\pi(k)\pi(k)} - f_{\pi(i)\pi(i)}) + (d_{ik} - d_{ki})(f_{\pi(k)\pi(i)} - f_{\pi(i)\pi(k)}); \quad (7)$$

$$R_{jk}^* = (d_{ij} - d_{ki})(f_{\pi(k)\pi(i)} - f_{\pi(j)\pi(i)}) + (d_{ij} - d_{ik})(f_{\pi(i)\pi(k)} - f_{\pi(i)\pi(j)}) + \\ + (d_{jj} - d_{kk})(f_{\pi(k)\pi(k)} - f_{\pi(j)\pi(j)}) + (d_{jk} - d_{kj})(f_{\pi(k)\pi(j)} - f_{\pi(j)\pi(k)}). \quad (8)$$

Hence, we can represent the equality (3) as following

$$(\Delta_{ik}^* - R_{ik}^*) + (\Delta_{jk}^* - R_{jk}^*) = (\Delta_{ik} - R_{ik}) + (\Delta_{jk} - R_{jk}) - (\Delta_{ij} - R_{ij}).$$

Now we can compute a new value  $\Delta_{jk}^*$  with the complexity  $O(1)$  using the computed anew value  $\Delta_{ik}^*$  and the old values  $\Delta_{ij}, \Delta_{ik}, \Delta_{jk}$

$$\Delta_{jk}^* = \Delta_{ik} + \Delta_{jk} - \Delta_{ij} - \Delta_{ik}^* - R_{ik} - R_{jk} + R_{ij} + R_{ik}^* + R_{jk}^*. \quad (9)$$

After substitution of the expressions (4-8) for  $R_{ij}, R_{ik}, R_{jk}, R_{ik}^*, R_{jk}^*$  into (10) which are the parts of (9) without deltas, we will obtain a cumbersome expression (Appendix A) which probably has no benefits on small QAP instances because of a bunch of arithmetical operations

$$- R_{ik} - R_{jk} + R_{ij} + R_{ik}^* + R_{jk}^*. \quad (10)$$

To get rid of such complicated representation, an attempt of simplification has been made with the MATLAB script using `simplify` embedded function (Appendix B). As a result the final compact formula has been obtained to compute all the new values  $\Delta_{jk}^*$  with the time complexity  $O(1)$ .

$$\Delta_{jk}^* = \Delta_{jk} + \Delta_{ik} - \Delta_{ij} - \Delta_{ik}^* - \\ - (d_{ij} - d_{ik} - d_{ji} + d_{jk} + d_{ki} - d_{kj})(f_{ij} - f_{ik} - f_{ji} + f_{jk} + f_{ki} - f_{kj}).$$

## EXPERIMENTAL RESULTS

In order to verify the proposed approach the sample problems provided by E.Taillard and R.Kothari [8] have been chosen. The comparison of the following Taillard's algorithms: the Ro-TS, the Fast ant system (FANT), Tabu Search with Local Optimization (TsLo) with the proposed algorithm (PzTabu) has been done. These algorithms have been chosen because of their high reputation and availability of their source codes. All algorithms have been run 50 times on problems with dimensions varying from 20 to 81. The goal of the first part of the simulation was to define best and average solution costs obtained by all algorithms. The second part of simulation has been aimed on comparison of the average time and iterations number required by the algorithms to reach the result not worse than the best one obtained on the first stage. It may be considered as some measure of the algorithm convergence speed. All collected data is shown in Table.

**Table.** Statistical results of comparative analysis of the algorithms for the QAP solution

Problem	Algorithm	Best cost	Mean cost	Mean time to reach the best cost (ms)	Mean number of iterations to reach the best cost
Tai20a	Ro-TS	703482	704449	1353	60175
	FANT	708654	709059	3394	116938
	TsLo	703482	710428	9481	17345
	PzTabu	703482	704296	870	39938
Tai30a	Ro-TS	1818442	1823408	6035	83488
	FANT	1841298	1894374	68786	107317
	TsLo	1825384	1825626	28016	16987
	PzTabu	1820934	1821489	3055	48741
Tai60a	Ro-TS	7265144	7269162	269441	1353407
	FANT	7350644	7351273	553179	1759429
	TsLo	7388361	7396978	777978	65547
	PzTabu	7270382	7274858	159796	879714
Sko81	Ro-TS	91062	91086	241003	560526
	FANT	91106	91323	289203	720510
	TsLo	91596	91666	323767	15944
	PzTabu	91030	91061	135472	360150

From Table we can make sure that the proposed approach outperformed all compared algorithms in terms of operation speed and convergence. It should be noted that, as expected, the larger the size of the problem the greater is the advantage of the proposed approach. A relatively small number of iteration of the TsLo algorithm may be explained by the fact that its each iteration performs local optimization procedure which takes longer time.

**CONCLUSIONS**

The formula obtained in this paper can also be successfully applied to the other heuristics that use the whole neighbor solutions scanning such as Reactive Tabu Search [6], heuristic for sparse matrices [7] and others. The Ro-TS algorithm is the most representative and exploitable because the solution construction is performed only once and the rest of computational time is dedicated for neighbor solutions scanning and delta values update. As computational experiments proved, we can get significant performance increase in comparison with well-known algorithms including the Ro-TS by replacing a half of  $O(N)$  computation operations with the operations of  $O(1)$  time complexity.

**APPENDIX A. The final formula’s part before simplification**

$$\begin{aligned}
 & -R_{ik} - R_{jk} + R_{ij} + R_{ik}^* + R_{jk}^* = \\
 & = (d_{ij} - d_{kj})(f_{\pi(k)\pi(i)} - f_{\pi(j)\pi(i)}) + (d_{ji} - d_{jk})(f_{\pi(i)\pi(k)} - f_{\pi(i)\pi(j)}) + \\
 & + (d_{ii} - d_{kk})(f_{\pi(k)\pi(k)} - f_{\pi(j)\pi(j)}) + (d_{ki} - d_{ik})(f_{\pi(j)\pi(k)} - f_{\pi(k)\pi(j)}) -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -(d_{ki} - d_{ji})(f_{\pi(i)\pi(j)} - f_{\pi(k)\pi(j)}) + (d_{ik} - d_{ij})(f_{\pi(i)\pi(j)} - f_{\pi(j)\pi(k)}) + \\
& + (d_{jj} - d_{kk})(f_{\pi(k)\pi(k)} - f_{\pi(i)\pi(i)}) + (d_{kj} - d_{jk})(f_{\pi(i)\pi(k)} - f_{\pi(k)\pi(i)}) + \\
& + (d_{ik} - d_{jk})(f_{\pi(i)\pi(k)} - f_{\pi(j)\pi(k)}) + (d_{ki} - d_{kj})(f_{\pi(k)\pi(i)} - f_{\pi(k)\pi(j)}) + \\
& + (d_{ii} - d_{jj})(f_{\pi(i)\pi(i)} - f_{\pi(j)\pi(j)}) + (d_{ij} - d_{ji})(f_{\pi(i)\pi(j)} - f_{\pi(j)\pi(i)}) + \\
& + (d_{ij} - d_{kj})(f_{\pi(k)\pi(j)} - f_{\pi(i)\pi(j)}) + (d_{ji} - d_{jk})(f_{\pi(j)\pi(k)} - f_{\pi(j)\pi(i)}) + \\
& + (d_{ii} - d_{kk})(f_{\pi(k)\pi(k)} - f_{\pi(i)\pi(i)}) + (d_{ik} - d_{ki})(f_{\pi(k)\pi(i)} - f_{\pi(i)\pi(k)}) + \\
& + (d_{ji} - d_{ki})(f_{\pi(k)\pi(i)} - f_{\pi(i)\pi(j)}) + (d_{ij} - d_{ik})(f_{\pi(i)\pi(k)} - f_{\pi(i)\pi(j)}) + \\
& + (d_{jj} - d_{kk})(f_{\pi(k)\pi(k)} - f_{\pi(j)\pi(j)}) + (d_{jk} - d_{kj})(f_{\pi(k)\pi(j)} - f_{\pi(j)\pi(k)}).
\end{aligned}$$

#### APPENDIX B. Matlab formula's simplification script

```

clc
clear all
echo off

syms fii fjj fkk fij fji fik fki fjk fkj
syms dii djj dkk dij dji dik dki djk dkj

Rij = ...
    (dik - djk) * (fik - fjk) + ... % Missed g = k in delta ij
    (dki - dkj) * (fki - fkj) + ... % Missed g = k in delta ij
    (dii - djj) * (fii - fjj) + ... % Loopback
    (dij - dji) * (fij - fji);      % Reverse flows direction

Rik = ...
    (dij - dkj) * (fki - fji) + ... % Missed g = j in delta ik
    (dji - djk) * (fik - fij) + ... % Missed g = j in delta ik
    (dii - dkk) * (fkk - fjj) + ... % Loopback
    (dki - dik) * (fjk - fkj);      % Reverse flows direction

Rjk = ...
    (dki - dji) * (fij - fkj) + ... % Missed g = i in delta jk
    (dik - dij) * (fji - fjk) + ... % Missed g = i in delta jk
    (djg - dkg) * (fkg - fii) + ... % Loopback
    (dkj - djg) * (fik - fki);      % Reverse flows direction

R_ik = ...
    (dij - dkj) * (fkj - fij) + ... % Missed g = j in delta*
ik
    (dji - djg) * (fjk - fji) + ... % Missed g = j in delta*
ik
    (dii - dkk) * (fkk - fii) + ... % Loopback
    (dik - dki) * (fki - fik);      % Reverse flows direction

```



```
R_jk = ...
    (dji - dki) * (fki - fji) + ... % Missed g = i in delta*
jk
    (dij - dik) * (fik - fij) + ... % Missed g = i in delta*
jk
    (djj - dkk) * (fkk - fjj) + ... % Loopback
    (djk - dkj) * (fkj - fjk);      % Reverse flows direction

x = - Rik - Rjk + Rij + R_ik + R_jk;

simplify(x)
```

## REFERENCES

1. *Koopmans T.C., Beckmann M.J.* Assignment problems and the location of economic activities // *Econometrica*. — 1957. — № 25. — P. 53–76.
2. *Sahni S., Gonzalez T.* P-complete approximation problems // *Journal of the Association of Computing Machinery*. — 1976. — № 23. — P. 555–565.
3. *Taillard E.* Robust tabu search for the quadratic assignment problem // *Parallel Computing*. — 1991. — № 17. — P. 443–455.
4. *Tate D.M., Smith A.E.* A genetic approach to the quadratic assignment problem // *Computers and Operations Research*. — 1995. — № 22. — P. 73–83.
5. *Colomi A., Maniezzo V.* The ant system applied to the quadratic assignment problem // *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*. — 1999. — **11**. — P. 769–778.
6. *Battiti R., Tecchiolli G.* The reactive tabu search // *ORSA Journal on Computing*. — 1994. — № 6. — P. 126–140.
7. *Paul G.* An efficient implementation of the robust tabu search heuristic for sparse quadratic assignment problems // *European Journal of Operational Research*. — 2011. — № 209. — P. 215–218.
8. *Kothari R., Ghosh D.* Insertion based Lin-Kernighan heuristic for single row facility layout // *Computers & Operations Research*. — 2013. — № 40(1). — P. 129–136.

*Received 17.07.2013*

---

From the Editorial Board: the article corresponds completely to submitted manuscript.



## МЕТОДИ АНАЛІЗУ ТА УПРАВЛІННЯ СИСТЕМАМИ В УМОВАХ РИЗИКУ І НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

УДК 519.876.2

### ЭВОЛЮЦИЯ ОБЪЕКТА ИССЛЕДОВАНИЯ С ПРИВЛЕЧЕНИЕМ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА МОРФОЛОГИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

**И.А. САВЧЕНКО**

Рассмотрены способы учета параметра времени при использовании модифицированного метода морфологического анализа для вычисления вероятностей альтернатив параметров объекта. Рассмотрена квазистатическая постановка задачи, учитывающая такие факторы изменений со временем, как события и тенденции. Приведен способ учета факторов в рамках морфологической таблицы и недостатки его использования. Представлен разработанный прием учета событий и тенденций как внешних по отношению к морфологической таблице элементов, которые вносят масштабные коэффициенты в задачу модифицированного метода морфологического анализа. Показано решение задачи изучения эволюции объекта с учетом изменений во времени. Рассмотрен вопрос сопровождения морфологической модели и приведены приемы обеспечения ее актуальности на промежутке времени.

#### **ВВЕДЕНИЕ**

На сегодняшний день одним из важнейших факторов обеспечения устойчивого развития общества является технологическое предвидение как методология инновационного и социально-экономического развития как на национальном или региональном уровне, так и на уровнях отдельных отраслей промышленности или больших предприятий и компаний. В социальном плане целью технологического предвидения является определение общественно и экономически наиболее выгодных технологий будущего. Потребность в предвидении, как процессе принятия решений для сложных систем с человеческим фактором относительно их возможного поведения в будущем вызвана ростом актуальности задачи реформирования общества, качественного улучшения жизни человека.

В процессе технологического предвидения большинство объектов, процессов, явлений, которые исследуются, характеризуются неточностью, неопределенностью, неполнотой, нечеткостью информации [1], поэтому традиционные математические модели и подходы использовать невозможно или нецелесообразно. Это обусловило появление ряда методов качественного анализа, одним из которых является модифицированный метод морфологического анализа [2].

Модифицированный метод морфологического анализа (МММА) — это мощный метод исследования сложных многомерных проблем, который успешно применяется в процессе предвидения. В этом методе на основе исходных экспертных данных получают вероятности альтернатив характеристических параметров рассматриваемого объекта с учетом связей между ними. С помощью этой информации можно сравнивать критические технологии, сценарии и стратегии с точки зрения воздействия на рассматриваемый объект, строить модель объекта «что-если», фиксируя одни параметры, чтобы проследить поведение других; оценивать риски и т.д.

**Цель работы** — адаптировать МММА для исследования эволюции объекта во времени.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Результаты, полученные для МММА рассматриваемого объекта, действительны только для того момента времени, в контексте которого была получена экспертная информация. Для создания долгосрочных сценариев и стратегий этой информации недостаточно, так как со временем ситуация может существенно измениться. Поэтому в процессе принятия решений важно представлять поведение системы не только в один конкретный момент, а на определенном промежутке времени. Следовательно, целесообразно разработать приемы решения задач МММА с учетом изменений, происходящих в исследуемом объекте со временем.

Рассмотрим факторы, которые могут влиять на объект со временем:

- **события**, которые приводят к мгновенному изменению вероятностей альтернатив параметров;
- **тенденции** или непрерывные изменения вероятностей альтернатив параметров.

Тогда можно сформулировать квазистатическую постановку задачи.

**Дано:**

- морфологическая таблица, которая содержит множество характеристических параметров  $F = \{F_i \mid i \in \overline{1, N}\}$ , каждый параметр  $F_i$  описывается множеством альтернатив  $A_i = \{a_j^{(i)} \mid j \in \overline{1, n_i}\}$ ;

- совокупность событий и тенденций, которые влияют на объект.

**Необходимо:**

- определить вероятности  $p_j^{(i)}$  реализации каждой из альтернатив  $a_j^{(i)}$  в заданный момент времени  $t$  с учетом событий и тенденций, которые повлияли на объект.

### ВРЕМЯ КАК ОТДЕЛЬНЫЙ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ ПАРАМЕТР

Одним из способов учета времени для морфологической модели является включение его в морфологическую таблицу в качестве отдельного характеристического параметра (табл. 1).

В табл. 1  $t_j, j \in \overline{1, n_T}$  — последовательные моменты времени в будущем. Параметр  $T$  всегда является фиксированным. Решается задача МММА для фиксированного параметра [2] при каждой из альтернатив параметра  $T$ , что дает представление о поведении объекта в заданные моменты времени.

**Таблица 1.** Морфологическая таблица с отдельным характеристическим параметром времени

$T$	$F_1$	$F_2$	...	$F_N$
$t_1$	$a_1^{(1)}$	$a_1^{(2)}$	...	$a_1^{(N)}$
$t_2$	$a_2^{(1)}$	$a_2^{(2)}$	...	$a_2^{(N)}$
...	...	...	...	...
$t_{n_T}$	$a_{n_1}^{(1)}$	$a_{n_2}^{(2)}$	...	$a_{n_N}^{(N)}$

Такой подход применялся в работах некоторых исследователей [3] для обычного метода морфологического анализа. Этот подход является наиболее простым, он не требует дополнительных расчетных процедур, но имеет определенные ограничения. Рассмотрение объекта в определенные моменты времени предполагает, что существуют некоторые неявные события и тенденции, влияющие на объект. Это значительно усложняет процедуру экспертной оценки, поскольку различные эксперты могут неодинаково представлять факторы воздействия на объект для каждого из моментов времени. Появление некоторого неожиданного события, сильно влияющего на вероятности альтернатив параметров морфологической таблицы, автоматически делает устаревшими полученные экспертные оценки относительно следующих моментов времени. Кроме того, накопленные с каждым следующим моментом времени изменения оцениваются отдельно, что увеличивает количество лишних оценок, при этом уменьшая точность.

### ВНЕШНИЙ УЧЕТ СОБЫТИЙ В МОДИФИЦИРОВАННОМ МЕТОДЕ МОРФОЛОГИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Для более удобного учета изменений в объекте со временем в методе морфологического анализа целесообразно ввести дополнительные элементы, внешне по отношению к морфологической таблице.

Обозначим  $E$  множество событий, которые могут повлиять на объект, где  $E = \{E_k | k \in \overline{1, n_E}\}$ . Набор этих событий зависит от выбранного промежутка времени и детальности моделирования объекта. При применении метода в процессе предвидения эти события можно определить на этапе предварительного изучения проблемы с помощью других методов предвидения таких, как метод мозгового штурма или метод сканирования.

Каждое событие  $E_k$  определенным образом влияет на вероятности альтернатив параметров морфологической таблицы. Обозначим степень влияния события  $E_k$  на альтернативу  $a_j^{(i)}$  при помощи масштабного коэффи-

циента  $\sigma_{kij}$ . Независимую вероятность альтернативы  $a_{ji}^{(i)}$  с учетом влияния события  $E_k$  будем вычислять таким образом:

$$p_{ji}^{n(i)} = \frac{\sigma_{kij} p_{ji}'^{(i)}}{\sum_{j=1}^{n_i} \sigma_{kij} p_j'^{(i)}},$$

где  $p_{ji}'^{(i)}$  — независимые вероятности для исходной морфологической таблицы, полученные с помощью экспертных процедур. Тогда вероятность альтернативы  $a_j^{(i)}$  с учетом влияния всех событий множества  $E$  имеет вид

$$p_{ji}^{n(i)} = \frac{\prod_{k=1}^{n_E} \sigma_{kij} p_{ji}'^{(i)}}{\sum_{j=1}^{n_i} \left( \prod_{k=1}^{n_E} \sigma_{kij} p_j'^{(i)} \right)}.$$

Новые величины независимой вероятности  $p_j^{n(i)}$  используются в качестве входных данных в дальнейшей процедуре модифицированного метода морфологического анализа.

Масштабные коэффициенты  $\sigma_{kij}$  предлагается определять на основе экспертных процедур по следующей шкале (табл. 2).

**Таблица 2.** Шкала оценивания влияния факторов изменений со временем

Степень влияния события $E_k$ на вероятность альтернативы параметра $a_j^{(i)}$ МТ				
Номер уровня	Качественная характеристика уровня влияния	Значения $\sigma_{kij}$ в общем виде	Значения $\sigma_{kij}$ при $q = \sqrt{2}$	Значения $\sigma_{kij}$ при $q = 2$
1	Очень сильное отрицательное	$q^{-4}$	0,25	0,063
2	Сильное отрицательное	$q^{-3}$	0,354	0,125
3	Умеренное отрицательное	$q^{-2}$	0,5	0,25
4	Слабое отрицательное	$q^{-1}$	0,707	0,5
5	Отсутствует	1	1	1
6	Слабое положительное	$q$	1,414	2
7	Умеренное положительное	$q^2$	2	4
8	Сильное положительное	$q^3$	2,828	8
9	Очень сильное положительное	$q^4$	4	16

Значения  $q$  выбираются в зависимости от проблемы. Большие значения  $q$  означают большую степень влияния событий на альтернативы параметров морфологической таблицы.

Отметим, что вопросы экспертам задаются только относительно тех параметров, на которые влияют соответствующие события. Таким образом, на этапе планирования морфологического исследования и составления опросных форм можно существенно уменьшить количество вопросов к экспертам.

### УЧЕТ ТЕНДЕНЦИЙ В МОДИФИЦИРОВАННОМ МЕТОДЕ МОРФОЛОГИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Введем множество тенденций  $T = \{T_k \mid k \in \overline{1, n_T}\}$ , которые влияют на объект, заданный морфологической таблицей. В отличие от событий, тенденции влияют на вероятности альтернатив параметров морфологической таблицы, постепенно изменяя их на протяжении исследуемого промежутка времени.

Будем определять степень влияния тенденции  $T_k$  на альтернативу  $a_j^{(i)}$  при помощи зависимости масштабного коэффициента  $\tau_{kij}(t)$  от времени. Значения этого коэффициента в момент времени  $t$  определяет влияние соответствующей тенденции на вероятность альтернативы параметра МТ. Величина этого влияния задается так же, как и для событий, поэтому в качестве опорных точек при построении зависимости можно использовать табл. 2. Например, если тенденция линейно изменяет влияние на вероятность объекта от значения «отсутствует» до «сильное положительное» за время  $t' = 3$  года, зависимость будет выглядеть так:  $\tau_{kij}(t) = 1 + \frac{2,828-1}{3}t = 1 + 0,609t$ . Тогда в любой момент времени  $t$  можно найти исходные независимые вероятности альтернатив параметров МТ, на основе которых провести расчетную процедуру МММА:

$$p_{ji}^{n(i)}(t) = \frac{\tau_{kij_i}(t)p_{ji}'^{(i)}}{\sum_{j=1}^{n_i} \tau_{kij}(t)p_j'^{(i)}}$$

или, учитывая все действующие тенденции,

$$p_{ji}^{n(i)}(t) = \frac{\prod_{k=1}^{n_T} \tau_{kij_i}(t)p_{ji}'^{(i)}}{\sum_{j=1}^{n_i} \left( \prod_{k=1}^{n_T} \tau_{kij}(t)p_j'^{(i)} \right)}$$

Тип зависимости  $\tau(t)$  для описания влияния тенденции на объект зависит от проблемы и от области исследования. Наиболее распространенными типами зависимостей, которые могут быть использованы в задачах модифицированного метода морфологического анализа с учетом тенденций, являются линейные и периодические, однако предложенный метод не накладывает ограничений на вид зависимости.

Экспертное оценивание необходимо для определения конкретных характеристик зависимостей. Например, для линейной зависимости это на-

чальное/конечное значение и продолжительность изменения; для простой периодической зависимости это максимальное/минимальное значение и период изменения. Для более сложных зависимостей могут понадобиться специфические приемы определения характеристик зависимостей.

Если в задаче учитываются и события, и тенденции, то для некоторого момента времени  $t$  состояние объекта определяется с учетом множества  $T$  действующих тенденций и подмножества  $E^* \subset E$  событий, которые произойдут до момента времени  $t$ , тогда независимые вероятности альтернатив параметров МТ вычисляются, как:

$$p_{j_i}^{n(i)}(t) = \frac{\prod_{k=1}^{n_{E^*}} \sigma_{kij_i} \prod_{k=1}^{n_T} \tau_{kij_i}(t) p_{j_i}'^{(i)}}{\sum_{j=1}^{n_i} \left( \prod_{k=1}^{n_{E^*}} \sigma_{kij} \prod_{k=1}^{n_T} \tau_{kij}(t) p_j'^{(i)} \right)}$$

Предложенный прием учета времени в задачах модифицированного метода морфологического анализа является достаточно гибким. Путем комбинирования соответствующих событий или тенденций можно получить результаты расчета для различных сценариев, определенных в процессе технологического предвидения.

### СОПРОВОЖДЕНИЕ МОРФОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НА ПРОМЕЖУТКЕ ВРЕМЕНИ

С помощью описанной методики можно строить схемы эволюции изучаемого объекта, рассматривая состояние объекта как до каждого из событий, так и после него. Эволюция может быть представлена как линейно, с накоплением изменений, привнесенных каждым событием, так и в древообразном виде, если наступление каждого из событий не является обязательным, и необходимо рассматривать оба варианта будущего.

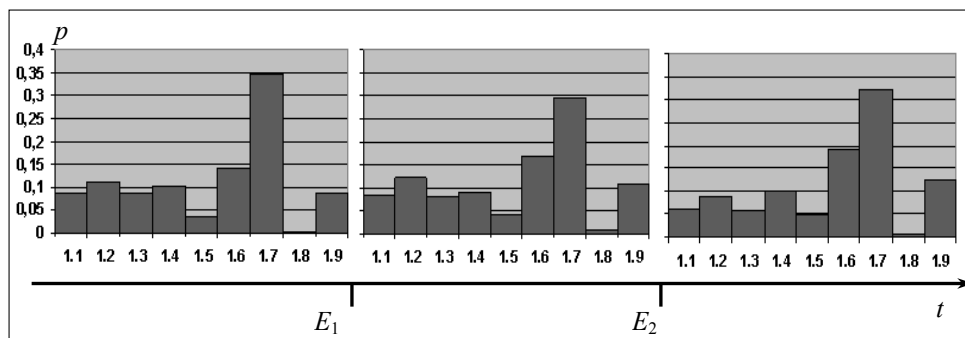


Рис. 1. Представление в линейном виде изменения вероятностей альтернатив параметра объекта со временем

На рис. 1 и 2 показано отличие между представлениями эволюции объекта. Ожидается, что на объект повлияют два события  $E_1, E_2$ . На рис. 1 изображена линейная эволюция объекта, то есть считается, что произойдет

событие  $E_1$  и принесет соответствующие изменения в вероятности альтернатив, после чего произойдет событие  $E_2$  и окажет свое влияние на объект. На рис. 2 показаны пути эволюции объекта для всех четырех возможных подмножеств событий: ни одно из событий не осуществилось; осуществилось событие  $E_1$ ; осуществилось событие  $E_2$ ; осуществились оба события  $E_1, E_2$ .

При наличии большого количества событий схема, подобная изображенной на рис. 2, будет слишком громоздкой. Поэтому для

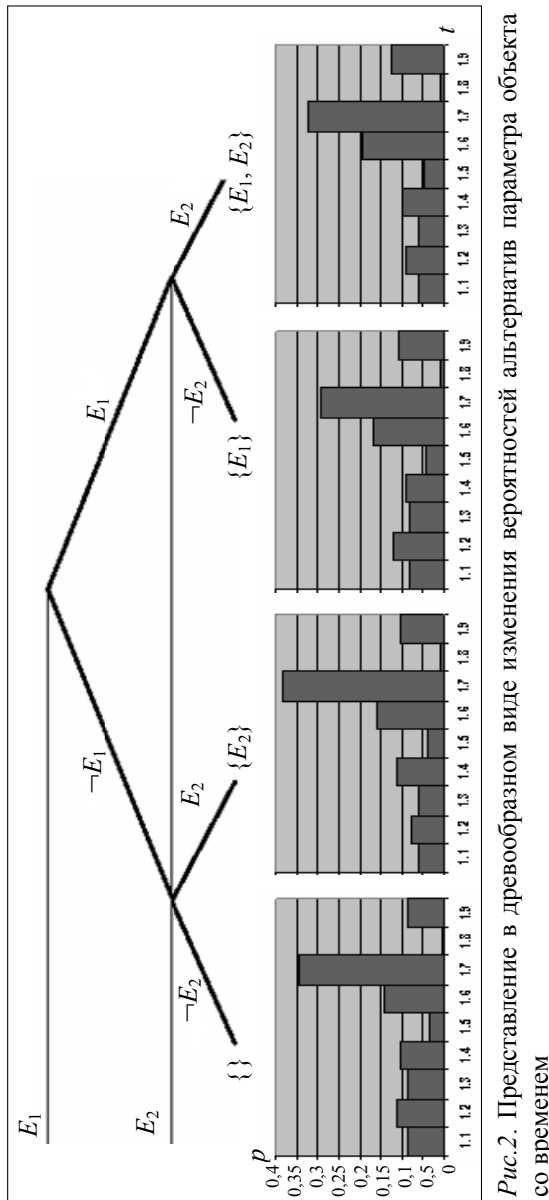


Рис.2. Представление в древовидном виде изменения вероятностей альтернатив параметра объекта со временем

рассмотрения эволюции объекта в древовидном виде можно применять программные средства, в которых предлагается список потенциальных событий, которые можно отмечать как состоявшиеся или не состоявшиеся, соответствующим образом изменяя вероятности альтернатив параметров объекта.

Схемы линейной эволюции объекта удобно использовать в случаях, когда события являются запланированными, то есть они с достаточно высокой вероятностью состоятся, и примерно известно время их наступления. Это позволяет заранее представлять поведение объекта в будущем и принимать решение сразу по результатам исследования проблемы. С другой стороны, древовидную эволюцию объекта следует использовать для решения проблем, где представление о событиях, которые могут произойти, является достаточно неопределенным, и необходимо сопровождать объект на промежутке времени, принимая решение в соответствии с текущими потребностями. При этом события из

множества  $E$  не обязательно должны быть конкретными, это могут быть определенные группы событий, которые примерно одинаково влияют на объект исследования. Например, если рассматривается рынок мобильных телефонов, то потенциальные события могут быть сформулированы, как «появление успешной модели в конкурента» или «появление новой техно-



логии передачи данных», без указания конкретных сведений. Подобные абстрактные описания значительно расширяют множество событий, которые могут повлиять на объект, таким образом существенно увеличивая степень подготовленности к неожиданным обстоятельствам.

Если при рассмотрении объекта на интервале времени учитывались тенденции, то во время сопровождения объекта необходимо также отслеживать моменты запланированного в исследовании завершения тенденции и продлить ее, либо исключить из списка рассматриваемых тенденций. Если за счет некоторых обстоятельств тенденция  $T_k$  перестала влиять на объект или изменила характер влияния, необходимо внести изменения, актуальные на соответствующий момент времени для тенденции  $T_k$ , исключить  $T_k$  из множества тенденций  $T$  и, если необходимо, добавить тенденцию, которая влияет на объект в новых обстоятельствах.

Определенные события, например, упомянутые выше неконкретные события могут привести к появлению новых тенденций, иногда тенденций постепенного возвращения к предыдущему состоянию. Такие тенденции действуют только после возникновения соответствующего события, и это необходимо учитывать при сопровождении объекта.

Рассмотрение эволюции объекта в древообразном виде с учетом тенденций позволяет сохранять актуальность морфологической модели на длительном промежутке времени, выполняя достаточно простые действия. Однако для долгосрочных моделей иногда может возникнуть необходимость синхронизировать результаты вычислений с реальным миром, для чего нужно провести новое оценивание базовой морфологической таблицы и пересмотреть множество событий, исключив те, которые гарантированно состоялись или не состоялись. Другие результаты предыдущих расчетов останутся актуальными.

Таким образом, необходимые действия по сопровождению объекта на интервале времени собраны в табл. 3.

**Таблица 3.** Действия по сопровождению объекта на интервале времени

Причина изменений	Действия по сопровождению морфологической таблицы
Осуществилось событие из множества $E$	Внести соответствующие изменения в исходные вероятности альтернатив параметров. Если это событие привело к появлению новой тенденции, то добавить соответствующую тенденцию к множеству $T$
Закончился назначенный срок действия тенденции	Внести соответствующие для данного момента времени изменения в исходные вероятности альтернатив параметров. Если тенденция продолжает действовать, добавить тенденцию с соответствующими характеристиками в множество $T$
Тенденция досрочно прекратила влиять на объект или сильно изменилась	Внести соответствующие для данного момента времени изменения в исходные вероятности альтернатив параметров. Исключить тенденцию из множества $T$ и, если необходимо, провести анализ влияния новой тенденции на объект и добавить ее в множество $T$
Возникла новая тенденция	Провести анализ ее влияния на объект и добавить тенденцию с соответствующими характеристиками в множество $T$

Продолжение табл. 3

Появились сведения о новых потенциальных событиях	Провести анализ их влияния на объект и добавить события с соответствующими характеристиками в множество $E$
Произошло непредвиденное событие, которое слабо повлияло на объект	Провести анализ ее влияния на объект и внести соответствующие изменения в исходные вероятности альтернатив параметров
Произошло непредвиденное событие, которое сильно повлияло на объект Настало запланированное время пересмотра модели Из-за накопления малых изменений характеристики модели не отражают действительность	Провести новое экспертное оценивание альтернатив параметров морфологической таблицы. Матрица взаимосвязей альтернатив параметров остается без изменений. Провести новые расчеты. Пересмотреть множества событий и тенденций

## ВЫВОДЫ

В задачах сценарного анализа, ориентированных на рассмотрение некоторого объекта, процесса или явления на протяжении достаточно длительного времени, целесообразно применять модифицированный метод морфологического анализа с приемами учета событий и тенденций как факторов воздействия на объект со временем. Предложенные приемы облегчают написание альтернативных сценариев объекта благодаря гибкости использования изменяемого множества событий и тенденций, которые заданным способом воздействуют на объект исследования.

Такой подход позволяет ЛПП представлять, моделировать состояние и поведение объекта на протяжении длительного времени после проведения исследования без дополнительного привлечения специалистов по технологическому предвидению и экспертов. С помощью достаточно простой стратегии сопровождения объекта обеспечивается долгосрочная актуальность морфологической модели объекта и возможность дальнейшего предсказания его поведения в будущем.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. Системный анализ: проблемы, методология, приложения. — К.: Наук. Думка, 2011. — 728 с.
2. Савченко І.О. Методологічне і математичне забезпечення розв'язання задач передбачення на основі модифікованого методу морфологічного аналізу // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2011. — № 3. — С. 18–28.
3. Ritchey T. Futures Studies using Morphological Analysis // Adapted from an article for the UN University Millennium Project: Futures Research Methodology Series. — 2005. — P. 14. — <http://swemorph.com/pdf/futures.pdf>.

Поступила 11.10.2014

## КОРЕЛЯЦІЯ ВИТРАТ У БАГАТОРУБІЖНИХ СИСТЕМАХ ЗАХИСТУ ІНФОРМАЦІЇ

Є.Г. ЛЕВЧЕНКО, Д.І. РАБЧУН

Оптимізаційні економічні задачі інформаційної безпеки направлено на вирішення двох основних проблем: визначення оптимального розміру інвестицій в захист інформації і оптимізація розподілу ресурсів між об'єктами, котра забезпечує досягнення найкращих економічних показників. Перехід до багаторівневих багаторубіжних систем суттєво розширює проблему і викликає низку питань, обумовлених ускладненням структури і особливостями розташування окремих елементів. Розглянуто послідовно-паралельну схему розташування перешкод, котра містить спільну для всіх об'єктів перешкоду та індивідуальні перешкоди. Проаналізовано доцільність введення спільної перешкоди за незмінного бюджету захисту інформації в залежності від вразливості перешкод і розподілу інформації між об'єктами. Розроблено методичку і наведено результати розрахунків оптимального розподілу ресурсів між спільною і індивідуальними перешкодами. Розглянуто умови кореляції між оптимальними розподілами ресурсів, направлених на індивідуальні перешкоди. Наведені результати можуть бути корисними при розробці рекомендацій з управління ресурсами і створенню оптимальних систем захисту інформації.

### ВСТУП

Зростання обсягів і вартості інформації призводить до відповідного ускладнення систем захисту — вони стають багаторівневими і багаторубіжними. Подорожчання цих систем робить більш актуальною проблему оптимального використання ресурсів захисту. Оптимізаційні економічні задачі направлено на забезпечення найкращих показників інформаційної безпеки і мають два основних напрямки:

- визначення оптимального розміру інвестицій у захист інформації;
- оптимізація розподілу ресурсів між об'єктами.

У процесі пошуку рішення слід враховувати зміну умов протистояння з часом, пов'язану зі «старінням» інформації та її оновленням, появою нових засобів нападу, модернізацію систем захисту тощо. В результаті приходимо до задачі динамічного управління ресурсами в складних структурах захисту. На рис. 1 показано приклад такої структури.

Схема (рис. 1) може представляти як фізичні, так і електронні системи. Прикладом фізичної системи може бути система, в якій спільна перешкода  $f_0$  являє собою захищений периметр території, об'єкти  $g_1, g_2$  — приміщення, а перешкоди  $f_{ks}$  — засоби, що захищають ці приміщення (у подвійних індексах перший з них — номер об'єкта, другий — номер перешкоди). Паралельні засоби  $f_{11}, f_{12}, f_{13}$  захисту першого об'єкта — це, приміром, заземлення електро- і тепломереж, екранування, зашумлення приміщень. Послідовні засоби  $f_{21}, f_{22}$  захисту другого об'єкта розташовані в суміжних

приміщеннях. В електронній системі (рис. 1) об'єкти  $g_1$ ,  $g_2$  — це комп'ютери, сервери, захищені спільною (firewall) та індивідуальними (антивірусне програмне забезпечення, шифрування даних, антиспамфільтри) перешкодами. Складну схему (рис. 1) можна звести до більш простих схем (рис. 2) з паралельним (рис. 2,а) або послідовно-паралельним (рис. 2,б) розташуванням елементів захисту.

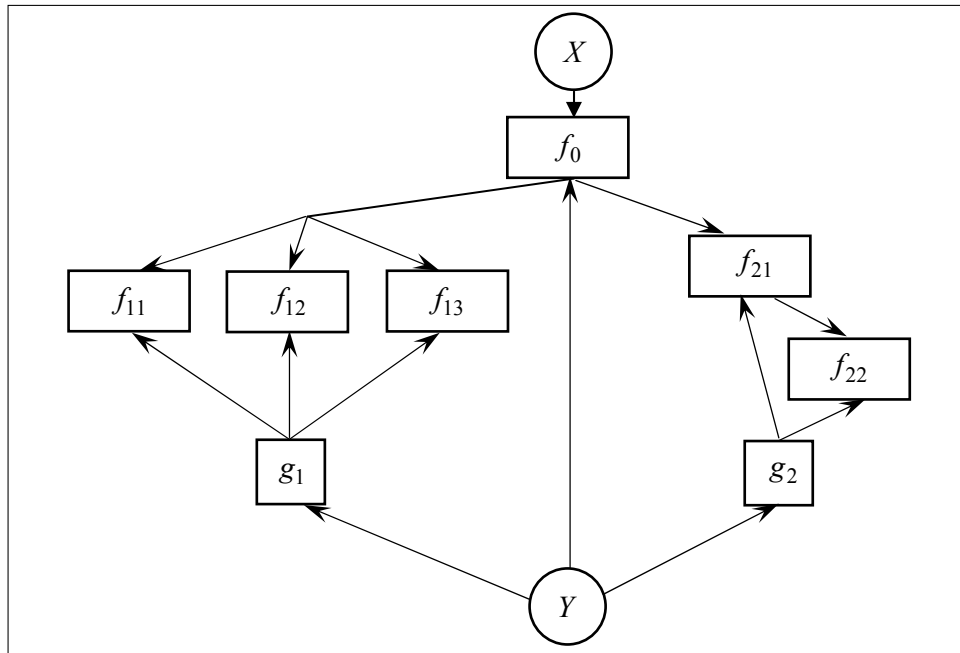


Рис. 1. Структура системи захисту інформації

Розгляду зазначених задач присвячено низку робіт, в якій аналізується як перша із сформульованих проблем [1–3], так і друга [4–6], причому в перших роботах структура інформаційної системи не конкретизувалась, а в інших розглядалися лише найпростіші однорівневі системи. В [7] розглянуто деякі загальні аспекти аналізу багаторубіжних структур та наведено вирази для розрахунку їх показників. Слід зазначити, що перехід до багаторубіжних систем суттєво розширює проблему і викликає низку питань, обумовлених ускладненням структури і особливостями розташування окремих елементів.

**Мета роботи** — дослідження кореляції між оптимальними значеннями кількості ресурсів у багаторівневих багаторубіжних системах і розробка рекомендацій з управління розподілом ресурсів при зміні кількості об'єктів і введенні нових перешкод.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Маючи на меті виявлення основних закономірностей розподілу ресурсів захисту інформації в багаторубіжних системах, обмежимося розглядом спрощених структур (рис. 2). Аналізуючи послідовно-паралельну схему розташування перешкод (рис. 2,б), розглянемо такі задачі:

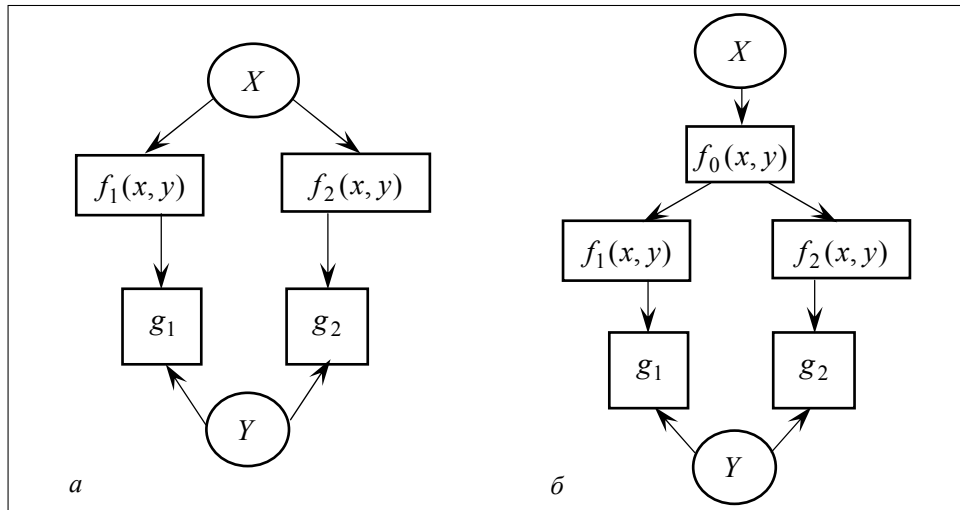


Рис. 2. Спрощені схеми систем захисту інформації, де: *a* — однорівнева система; *б* — дворівнева

- порівняння схеми (рис. 2,б) зі схемою (рис. 2,а) і визначення доцільності введення додаткової перешкоди при незмінному бюджеті захисту інформації;
- визначення оптимального розподілу ресурсів між спільною та індивідуальними перешкодами;
- встановлення кореляції між оптимальними розподілами ресурсів, направлених на індивідуальні перешкоди, для заданих схем;
- розробка рекомендацій по управлінню ресурсами в багаторубіжних системах.

**Методика розрахунків.** Використовуючи математичну модель [8], сформуємо цільову функцію, яка визначає відносну вартість втраченої інформації, у вигляді:

$$i(x, y) = \sum_{k=1}^l i_k(x, y) = \sum_{k=1}^l g_k p_k q_k(x, y) f^{(k)}(x, y),$$

де

$x$  та  $y$  — ресурси нападу і, відповідно, захисту;

$k = \overline{1, l}$  — номер об'єкта;

$g_k$  — відносна вартість інформації на об'єкті,  $\sum_{k=1}^l g_k = 1$ ;

$p_k$  — імовірність нападу на об'єкт;

$q_k(x, y)$  — щільність двовірного розподілу імовірності виділення ресурсів  $x, y$ ;

$f^{(k)}(x, y)$  — частка втраченої інформації на об'єкті, котра визначає вразливість об'єкта.

Величини  $i(x, y)$ ,  $i_k(x, y)$  та  $g_k$  віднесені до загальної вартості інформації,  $f^{(k)}(x, y)$  — до вартості інформації на об'єкті.

Зосередимось на впливі вразливостей об'єктів. З цією метою покладемо  $p_k = 1$  і задамо  $q(x, y) = \text{const} = 1$  в інтервалі значень  $x, y$ , котрий вважаємо реальним.

З урахуванням наведених припущень цільова функція для структури (рис. 1, б) має вигляд:

$$i(x, y) = g_1 f^{(1)}(x, y) + g_2 f^{(2)}(x, y) = f_0(x, y) [g_1 f_1(x, y) + g_2 f_2(x, y)]. \quad (1)$$

Верхній індекс у виразах  $f(x, y)$  — номер об'єкта, нижній — номер перешкоди. Вразливості об'єктів визначаються вразливостями перешкод:

$$f^{(1)}(x, y) = f_0(x, y) f_1(x, y), \quad f^{(2)}(x, y) = f_0(x, y) f_2(x, y).$$

Функції  $f_k(x, y)$  виражають динамічну вразливість перешкод. Наслідуючи [8], прийнемо, що змінні  $x, y$  входять у функції  $q_k(x, y), f^{(k)}(x, y)$  у вигляді відношення  $\frac{x}{y}$ . Величини  $f_k(x, y)$  визначаються властивостями перешкод і мають задовольняти умовам: при  $\frac{x}{y} \rightarrow 0$   $f_k(x, y) \rightarrow 0$ , при  $\frac{x}{y} \rightarrow \infty$   $f_k(x, y) \rightarrow 1$ . Найпростішою формою функцій, які задовольняють зазначеним умовам, є дробово-степенева:

$$f_k(x, y) = \frac{\left(\frac{x}{y}\right)^{n_k}}{\left(\frac{x}{y}\right)^{n_k} + c_k} = \frac{1}{1 + c_k \left(\frac{y}{x}\right)^{n_k}} \quad (2)$$

При  $n_k = 1$  (2) виражає дробово-лінійну залежність, при  $n_k > 1$  — дробово-нелінійну. Параметри  $n_k$  та  $c_k$  мають смисл продуктивностей витрат на захист інформації [9]. При графічному зображенні вони впливають на форму залежностей  $f_k(x, y)$ .

У подальшому для спрощення запису введемо позначення:  $\frac{x}{y} = \tilde{x}$ ,

$\frac{y}{x} = \tilde{y}$ . Тоді цільова функція (1) для служби захисту матиме вигляд:

$$i(\tilde{y}) = \frac{1}{1 + c_0 \tilde{y}_0^{n_0}} \left( \frac{g_1}{1 + c_1 \tilde{y}_1^{n_1}} + \frac{g_2}{1 + c_2 \tilde{y}_2^{n_2}} \right). \quad (3)$$

## РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Метою наших розрахунків є знаходження оптимального розподілу  $\{y_k^0\}$ , який мінімізує  $i(\tilde{y})$ . Структуру (рис. 2, а) вважаємо базовою, з якою порівнюємо структуру (рис. 2, б) при різних варіантах параметрів  $G = \frac{g_1}{g_2}, n_k, c_k$ .

У ході вирішення першої з поставлених задач необхідно визначити умови, за яких введення додаткової перешкоди при незмінному бюджеті захисту інформації є доцільним. Критерієм доцільності є зменшення можливого обсягу втраченої інформації при забезпеченні оптимального розподілу ресурсів захисту між об'єктами.

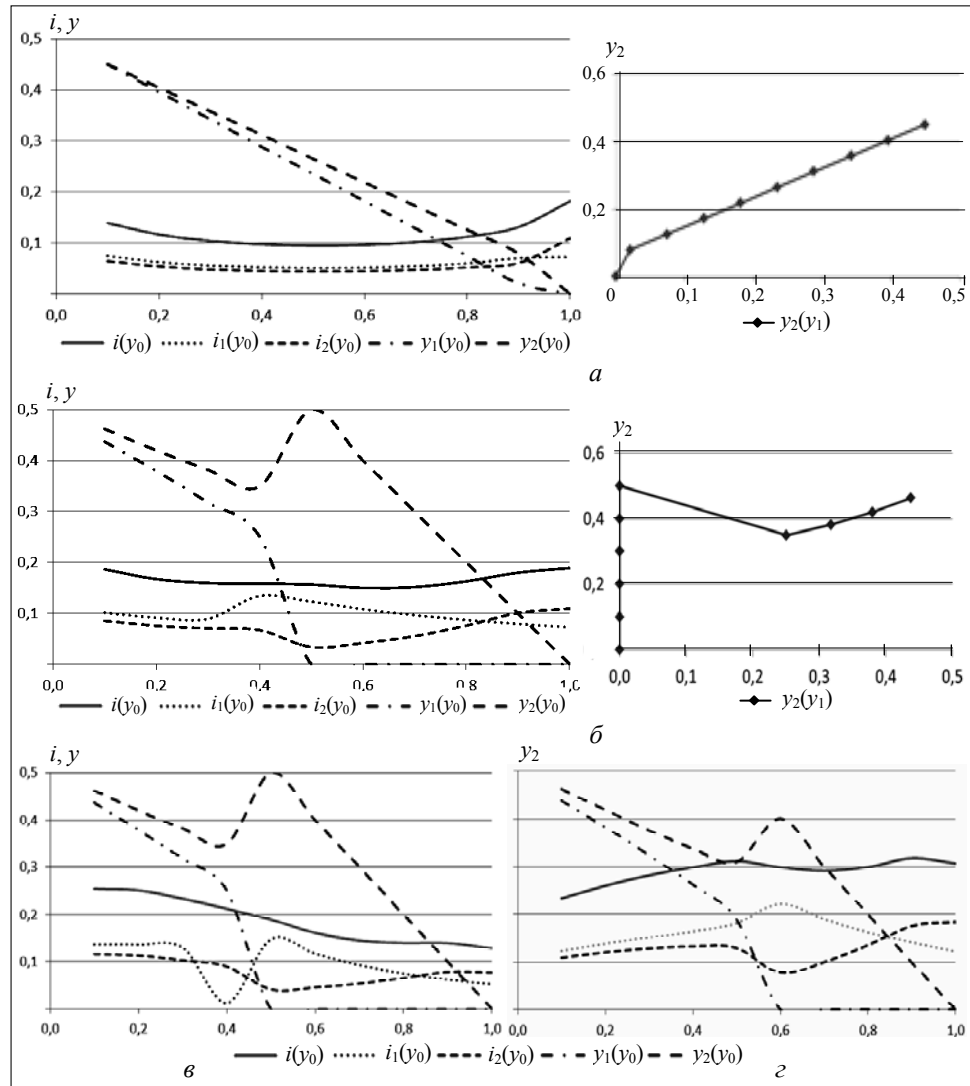


Рис. 3. Залежності  $y_k^0(y_0)$ ,  $i_k(y_0)$ , та  $i(y_0)$  для системи (рис. 2, б, г) при  $Y=1$ ,  $X=2$ ,  $g_1=0,4$ ,  $g_2=0,6$  та різних значеннях параметрів  $n_k, c_k$ : а —  $n_0=n_1=n_2=1$ ; б —  $n_0=1, n_1=n_2=2$ ; в —  $n_0=n_1=n_2=2$ , (для а, б, в —  $c_0=3, c_1=4, c_2=8$ ); г —  $n_0=n_1=n_2=2, (c_0=1, c_1=5, c_2=9)$

На рис. 3 показано оптимальний розподіл ресурсів захисту  $y_1^0(y_0)$ ,  $y_2^0(y_0)$  між індивідуальними перешкодами і відповідну частку втраченої інформації  $i_1(y_0)$ ,  $i_2(y_0)$  на кожному з об'єктів, а також сумарні втрати  $i(y_0) = i^{(1)}(y_0) + i^{(2)}(y_0)$  — залежно від кількості ресурсів  $y_0$  на спільній

перешкоді. Нижній нулик у позначенні змінних відноситься до спільної перешкоди, верхній — до оптимальних значень. Розподіл ресурсів нападу між перешкодами вважаємо рівномірним:  $x_k = \frac{X}{l}$ . Рис. 3,а,б відображають ситуацію, коли вразливість спільної перешкоди описується дробово-лінійною залежністю ( $n_0 = 1$ ), рис. 3,в,г — коли дробово-квадратичною ( $n_0 = 2$ ). Для індивідуальних перешкод розглянуто різні варіанти функцій — як дробово-лінійних (рис. 3,а), так і дробово-квадратичних (рис. 3,б–г). На правих частинах рис. 3,а,б показано лінії регресії  $y_2^0(y_1^0)$ .

Аналізуючи результати розрахунків, звернемо увагу на форми залежностей  $i(y_0)$  та  $y_2(y_1)$ . Перша з них визначає доцільність введення спільної перешкоди і дозволяє встановити оптимальну кількість  $y_0^0$  ресурсів, які слід виділяти на цю перешкоду. Можливі такі варіанти:

- $0 < y_0^0 < 1$  (рис. 3,а,б) — існує оптимальне значення  $y_0^0$ ;
- $y_0^0 = 1$  (рис. 3,в) — на спільну перешкоду слід направити всі ресурси;
- $y_0^0 = 0$  (рис. 3,г) — вводити спільну перешкоду недоцільно.

Шуканий розподіл  $\{y_k^0\}$  знаходимо як оптимум функції трьох змінних  $i(y_0, y_1, y_2)$ . Точка оптимуму  $(y_0^0, y_1^0, y_2^0)$  визначається методом перебору всіх можливих комбінацій  $(y_0, y_1, y_2)$ , обмежених умовою  $\sum_{k=1}^3 y_k = Y$ . Ця процедура здійснюється за допомогою програмного комплексу Matlab.

На рис. 3,а–г фіксується величина  $y_0$  в інтервалі від 0 до 1 й для кожного з цих значень наведено оптимальні величини  $y_1^0, y_2^0$ . Шуканий розподіл  $\{y_0^0, y_1^0, y_2^0\}$  визначається точкою  $y_0^0$ , яка відповідає найменшому значенню  $i(y_0)$  (ця точка позначається вертикальною штриховою лінією).

Точка  $(y_0^0, y_1^0, y_2^0)$  характеризує ситуацію, коли збільшення будь-якої з цих величин (за рахунок інших) призводить лише до погіршення ситуації, тобто збільшення величини  $i(y)$ . Значення кожної з величин  $y_0^0, y_1^0, y_2^0$  залежить від вразливості перешкод і продуктивності відповідних витрат. На продуктивність витрат впливають величини похідних  $\frac{di}{dy_k}(y_k)$ . Співвідношення похідних з врахуванням вагових коефіцієнтів  $g_k$  при всіх можливих значеннях  $y_k$  визначає напрямок найбільш ефективного внесення ресурсів. Вразливості перешкод, тобто значення функцій  $f(y)$  (2) (де покладено  $x = 1$ ), та величини похідних  $\frac{df}{dy}$ , тобто продуктивності витрат за однакових значень  $g_k$ , зображено на рис. 4 та 5.



Положення точки  $y_0^0$  на шкалі  $y_0$  визначається параметрами  $n_k, c_k$ . Слід врахувати, що, відповідно до (2), у ході зростання  $c_k$  вразливість  $f(x, y)$  зменшується (рис. 4), а у ході зростання  $n_k$  — збільшується (оскільки вартість ресурсів захисту має бути меншою, ніж вартість інформації —  $y_k < 1$ ). Тому значення  $y_0^0 = 0$  досягається в системі, де  $c_0$  приймає мінімальне значення  $c_0 = 1$ , а  $n_0 = 2$  (рис. 3,з). При цих значеннях  $n_0, c_0$  вразливість  $f(y)$  спільної перешкоди висока, а продуктивність  $|f'(y)|$  інвестицій низька (рис. 4,б, 5,б криві 4), і їх доцільно розподілити між індивідуальними перешкодами. При зростанні  $c_0$  вразливість зменшується, а продуктивність зростає в основному інтервалі зміни  $y$  (рис. 4,а, 5,а криві 4). Точка  $y_0^0$  зміщується вправо і зрештою досягає значення  $y_0 = 1$  (рис. 3,в).

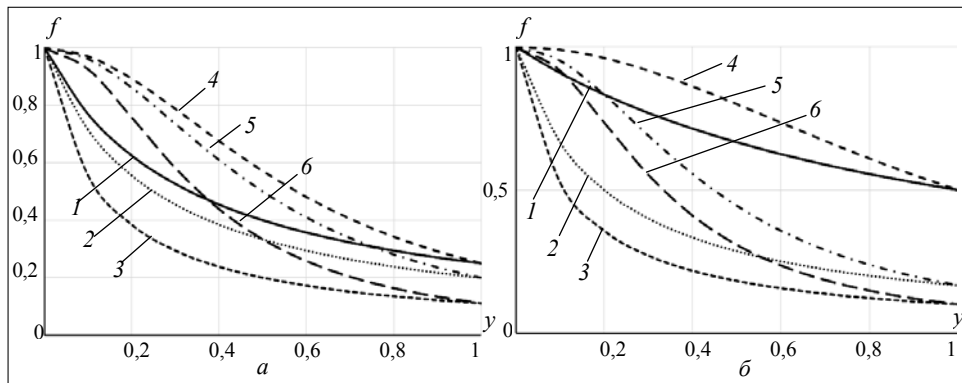


Рис. 4. Вразливості перешкод при різних значеннях  $n$  та  $c$ :  
 криві 1–3 —  $n=1$ , криві 4–6 —  $n=2$ ;  
 а — криві 1, 4 —  $c=3$ ; 2, 5 —  $c=4$ ; 3, 6 —  $c=8$ ;  
 б — криві 1, 4 —  $c=1$ ; 2, 5 —  $c=5$ ; 3, 6 —  $c=9$

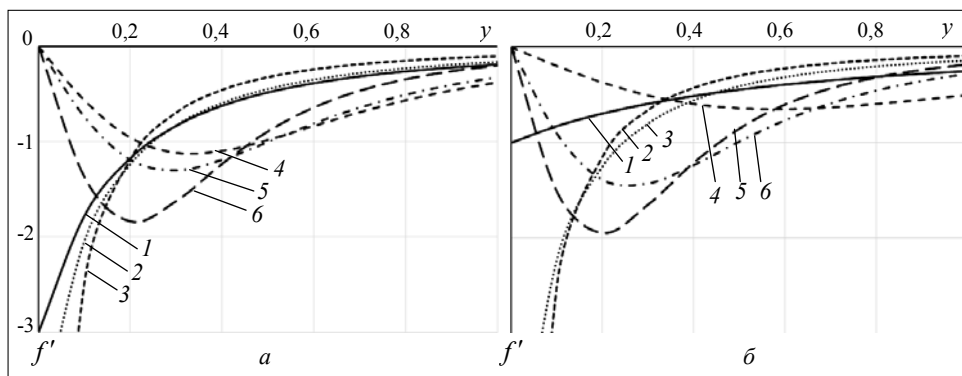


Рис. 5. Продуктивності витрат на захист інформації при різних значеннях  $n$  та  $c$ :  
 криві 1–3 —  $n=1$ ; 4–6 —  $n=2$ ;  
 а — криві 1, 4 —  $c=3$ ; 2, 5 —  $c=4$ ; 3, 6 —  $c=8$ ;  
 б — криві 1, 4 —  $c=1$ ; 2, 5 —  $c=5$ ; 3, 6 —  $c=9$

При зміні обох типів показників —  $n_k$  й  $c_k$  — необхідно врахувати вплив кожного з них. Порівнюючи показники різних перешкод, слід

пам'ятати, що показники спільної перешкоди грають більшу роль, оскільки вона захищає обидва об'єкти. При певних співвідношеннях значень  $n_k$ ,  $c_k$  введення спільної перешкоди є доцільним і значення  $y_0$  знаходиться в інтервалі  $0 < y_0 < 1$  (рис. 3,а,б).

В реальних системах розподіл інформації на об'єктах може бути нерівномірним ( $g_1 \neq g_2$ ), що також буде впливати на оптимальний розподіл ресурсів.

Залежності  $y_1(y_0)$  й  $y_2(y_0)$  і, відповідно, лінії регресії  $y_2(y_1)$  можуть приймати дві принципово відмінні форми. Перша з них відтворює узгоджену зміну величин  $y_1$  й  $y_2$  та близьку до лінійної залежність  $y_2(y_1)$  (рис. 3,а). Така ситуація спостерігається, коли вразливості перешкод описуються дробово-лінійними функціями (рис. 3,а). Цей висновок справедливий також для однорівневих систем з більшою кількістю об'єктів. Привабливість цієї форми обумовлена тим, що за умови введення додаткової перешкоди співвідношення між необхідними ресурсами  $y_1$ ,  $y_2$  не змінюється суттєво і не потребує значної перебудови системи захисту інформації. Друга форма характеризує ситуацію, коли при досягненні певного значення  $y_0$  узгоджена зміна величин  $y_1$ ,  $y_2$  переходить в кардинальний перерозподіл ресурсів — всі ресурси зосереджуються на одному з об'єктів. Цю ситуацію ілюструють рис. 3,б–г, де, починаючи зі значення  $y_0 = 0,5$ , величина  $y_1$  зменшується до нуля, а  $y_2$  зростає до максимально можливого значення  $y_2 = 0,5$ . На рис. 3,г  $y_2$  зростає до значення  $y_2 = 0,4$ , оскільки перерозподіл відбувається при  $y_0 = 0,6$ . Причину таких «стрибків» проаналізовано в [10].

Весь інтервал зміни  $y_0$  можна поділити на 3 зони (рис. 3,б):

- зона 1 — при зростанні  $y_0$  величини  $y_1$ ,  $y_2$  монотонно і узгоджено зменшуються. При цьому зростають вразливості індивідуальних перешкод, проте одночасно зростає захисна дія спільної перешкоди — відбувається часткова компенсація, в результаті  $i_1(y_0)$ ,  $i_2(y_0)$  та  $i(y_0)$  змінюються слабо.

- зона 2 —  $y_1$  зменшується до нуля,  $y_2$  зростає до максимально можливого (при даному  $y_0$ ) значення, відповідно,  $i_1(y_0)$ , зростає, а  $i_2(y_0)$  зменшується.

- зона 3 —  $y_1 = 0$ ,  $y_2$  поступово зменшується (через зростання  $y_0$ ),  $i_1(y_0)$  спадає (з тієї ж причини),  $i_2(y_0)$  зростає через спадання  $y_2$ .

Оптимізацію розподілу ресурсів направлено на досягнення мінімального значення  $i(x, y)$ . Розглянемо, при яких комбінаціях  $\{n_k\}$ ,  $\{c_k\}$  величина  $i_{\min}(y_0)$  досягає найменшого значення. Будемо звертати увагу також на інтервал  $\Delta i$  зміни величини  $i(x, y)$  при зростанні  $y_0$  від 0 до 1. Як видно з рис. 3, найкращі результати за цими показниками досягаються при  $n_0 = n_1 = n_2 = 1$ : на рис. 3,а  $i_{\min}(y_0) = 0,09$ , причому в значній частині інтер-

валу зміни  $y_0$  значення  $i(y_0)$  не перевищують 0,1. Це й зрозуміло: найменші значення  $n_k$  виражають найменшу вразливість перешкод. При переході до значень  $n_1 = n_2 = 2$  (рис. 3,б)  $i_{\min}(y_0)$  зростає до 0,15, залишаючись у всьому інтервалі зміни  $y_0$  близьким до цього значення (на границях інтервалу  $i(y_0) = 0,19$ ). При повністю нелінійних функціях вразливості  $n_0 = n_1 = n_2 = 2$  значення  $i(y_0)$  зростають, а сама залежність при заданих на рис. 3,в,г значеннях  $c_k$  стає відчутно нерівномірною. Наведені дані свідчать про те, що фізичні системи простіше піддаються захисту, ніж електронні. Порівняння залежностей  $i(y_0)$  показує також, що при певних наборах параметрів  $n_k$  й  $c_k$  можна досягти значної компенсації зміни вразливостей спільної та індивідуальних перешкод і досягти досить рівномірного характеру залежності  $i(y_0)$  (рис. 3,б).

Для порівняння систем введемо величину  $K = i_{\min}(y_0) \times \Delta i$ , яка враховує обидва зазначені показники. Для системи (рис. 3,в) маємо  $K = 0,13 \times 0,12 = 0,016$ , для системи (рис. 3,г)  $K = 0,23 \times 0,09 = 0,018$ . Найкращий результат у системі з  $n_0 = n_1 = n_2 = 2$  досягається при  $c_0 = 2$ ,  $c_0 = 4$ ,  $c_0 = 9$  і становить  $K = 0,18 \times 0,08 = 0,014$ .

Зауважимо, що кореляція величин  $y_1$  та  $y_2$  визначається, в основному, значенням  $n_0$ : при  $n_0 = 1$  ці величини корелюють у всьому інтервалі зміни  $y_0$ , а при  $n_0 = 2$  коефіцієнт кореляції при певному значенні  $y_0$  різко змінює знак з позитивного на негативний.

На завершення зазначимо, що обґрунтуванням застосування наведеної методики можна вважати те, що вона дає якісно схожі, а при певному виборі параметрів — співпадаючі результати [11] з широко відомою методикою Гордона-Лоеба [1], яка знайшла своє емпіричне підтвердження [12–13].

## ВИСНОВКИ

Введення спільної перешкоди на додаток до індивідуальних змінює співвідношення між надійністю об'єктів і потребує коригування розподілу ресурсів в рамках незмінного бюджету. Доцільність введення спільної перешкоди та оптимальний розподіл ресурсів між перешкодами залежить від їх динамічних вразливостей  $f_k(y)$  і розподілу інформації між об'єктами. Ці фактори впливають на ступінь коригування розподілу ресурсів, яке може бути узгодженим для окремих об'єктів, але й також може переходити у кардинальний перерозподіл ресурсів. Визначення форми залежностей  $f_k(y)$ , точніше кажучи — параметрів  $n_k$ ,  $c_k$  — при використанні наведеної методики дозволить надати рекомендації з оптимізації багаторубіжних систем захисту інформації, а в перспективі — до їх синтезу.

## ЛІТЕРАТУРА

1. *Gordon L.A., Loeb M.P.* The Economics of Information Security Investment // ACM Transactions on Information and System Security. — 2002. — 5, № 4. — P. 438–457.
2. *Задірака В.К., Олексюк О.С., Смоленюк Р.П., Штабальюк П.І.* Фінансування витрат на захист інформації в економічній діяльності // Університетські наукові записки. — 2006. — № 3–4 (19–20). — С. 479–490.
3. *Рабчун А.О.* Оптимізація сумарних втрат в сфері захисту інформації // Безпека інформації. — 2012. — № 1. — С. 32–36.
4. *Левченко Є.Г.* Оптимізація розподілу ресурсів між об'єктами захисту інформації // НТЖ «Захист інформації». — 2007. — № 1. — С. 33–38.
5. *Прус Р.Б.* Оптимізація розподілу ресурсів захисту інформації в динамічному режимі // Безпека інформації. — 2012. — № 1. — С. 26–32.
6. *Демчишин М.В., Левченко Є.Г.* Оптимізація розподілу ресурсів при проведенні розвідки в інформаційному протистоянні // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 56–63.
7. *Левченко Є.Г., Прус Р.Б., Рабчун А.О.* Показники багатоступінчастих систем захисту інформації // Вісник Інженерної академії України. — 2009. — № 1. — С. 61–65.
8. *Левченко Є.Г., Рабчун А.О.* Оптимізаційні задачі менеджменту інформаційної безпеки // Сучасний захист інформації. — 2010. — № 1. — С. 16–23.
9. *Левченко Є.Г., Прус Р.Б., Рабчун Д.І.* Показники продуктивності витрат на захист інформації // Безпека інформації. — 2012. — № 2. — С. 6–11.
10. *Демчишин М.В., Левченко Є.Г.* Вплив вразливості об'єктів на розв'язок прямої та зворотної задач менеджменту інформаційної безпеки // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 3. — С. 43–57.
11. *Левченко Є.Г., Демчишин М.В., Рабчун А.О.* Математичні моделі економічного менеджменту інформаційної безпеки // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2011. — № 4. — С. 88–96.
12. *Matsuura K.* Productivity Space of Information Security in an Extension of the Gordon-Loeb's Investment Model // The Seventh Workshop on the Economics of Information Security. June 25–28, Hanover, USA. — 2008.
13. *Lui W., Tanaka H., Matsuura K.* Empirical – Analysis Methodology for Information – Security Investment and its Application to a Reliable Survey of Japanese Firms // Information Proceeding of Japan Digital Courier. — 2007. — 3. — P. 585–599.

Надійшла 21.05.2013

ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ,  
ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ  
СИСТЕМИ

PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES,  
HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS

УДК 519.854.2

**Задача побудови допустимого розкладу з найпізнішим моментом запуску і мінімальним сумарним випередженням / Згуровський М.З., Павлов О.А., Халус О.А.** // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 2. — С. 7–15.

Розглянуто задачу складання розкладу виконання одним приладом незалежних робіт з різними тривалостями та директивними термінами за критеріями максимізації моменту запуску робіт і мінімізації сумарного випередження, в якому всі роботи не запізняються. Для встановленого моменту запуску представлено алгоритм побудови допустимого розкладу з мінімальним сумарним випередженням. Наведено доведення того, що задача побудови допустимого розкладу оптимального одночасно за критеріями максимізації моменту запуску і мінімізації сумарного випередження робіт, заданих у лексикографічному порядку є P-вирішеною. Запропоновано точний поліноміальний алгоритм визначення допустимого розкладу, оптимального за критерієм мінімізації сумарного випередження для заданого моменту запуску в системі, яка складається з множини незалежних робіт, виконаних на одному приладі. Рис.: 1. Табл.: 4. Бібліогр.: 2 назви.

UDC 519.854.2

**The problem of constructing a feasible schedule with maximum startup time and minimum total earliness / Zgurovsky M.Z., Pavlov O.A., Khalus O.A.** // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 2. — P. 7–15.

We considered a problem of scheduling a single device performing independent tasks with different durations and due terms on the criteria of maximizing the startup time of the task and minimizing the total earliness, in which all the tasks are not delayed. For the specified launch time, the algorithm is presented to build a feasible schedule with the minimum total earliness. The proof is provided that the problem of constructing an optimal feasible schedule according to the criteria of maximizing the startup time of the task and simultaneously minimizing the total earliness specified in the lexicographical order is P-solvable. We propose an exact polynomial algorithm for finding the optimal schedule on the criteria of minimizing the total earliness for a given startup time of the tasks. Figs.: 1. Tabl.: 4. Refs.: 2 titles.

УДК 681.03

**Использование модели акторов для реализации распределенных генетических алгоритмов / Глибовец Н.Н., Зинчук С.А.** // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 2. — С. 16–25.

Исследована возможность применения модели акторов в качестве средства проектирования и анализа высоконагруженных распределенных программных систем. Основное внимание уделено использованию модели акторов для реализации параллельного распределенного генетического алгоритма. Сделан обзор различных моделей параллельных распределенных генетических алгоритмов, очерчены их преимущества и недостатки. Для концепции «хозяин-работчик» предложено применение ее синхронного и асинхронного вариантов к модели акторов. Средствами фреймворка Akka создана распределенная система — кластер акторов. В среде кластера описано развертывание применения, которое демонстрирует использование предложенной адаптации концепции «хозяин-работчик» для решения задачи поиска наилучшей стратегии поведения робота в искусственной среде. Рис.: 2. Табл.: 1. Библиогр.: 18 назв.

UDC 681.03

**An application of Actor model for the distributed genetic algorithms development / Glybovets M.M., Zinchuk S.O.** // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 2. — P. 16–25.

The article presents an application of the actor model for the high load systems development and analysis. The main attention is dedicated to the usage of actors for an implementation of the distributed genetic algorithms. Different models of parallel distributed

genetic algorithms, such as Master-Slave, coarse-grained, and fine-grained genetic algorithms, were investigated in regards to their strong and weak points. Synchronous and asynchronous variants of the Master-Slave approach were adapted to the actor model. With the power of Akka framework, a distributed system — cluster of actors — has been successfully created. Finally, the deployment into the cluster environment of a real program is described which demonstrates the usage of the proposed adaptation of Master-Slave approach for the task of finding robot's best behavior strategy inside an artificial environment. Figs.: 2. Tabl.: 1. Refs.: 18 titles.

---

УДК 519.6+625.1

**Комплексное детерминированное оценивание сложных иерархически-сетевых систем. Часть II. Локальное и прогностическое оценивание / Полищук Д.А., Полищук А.Д., Яджак М.С. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 2. — С. 26–38.**

Предложена методика комплексного детерминированного оценивания сложных систем с иерархически-сетевой структурой, составляющими которой являются методы локального, прогностического, агрегированного и интерактивного анализа состояния, качества функционирования и взаимодействия объектов системы всех уровней иерархии. Описаны методы локального и прогностического оценивания поведения характеристик элементов системы, являющиеся основой для дальнейшего построения обобщенных выводов об ее состоянии и качестве функционирования. Предложенная уточненная шкала оценок позволяет не только определить качество элемента, но и частично установить причины обнаруженных недостатков. Прогностический анализ дает возможность своевременно предупредить и отреагировать на возможность преодоления элементом «порога безопасности». Предложены средства визуализации локальных и прогностических оценок элементов системы, позволяющие оперативно реагировать на обнаруженные или потенциальные недостатки. Эффективность предлагаемых методов проиллюстрирована на примере анализа качества объектов путевого и станционного хозяйства железнодорожной транспортной системы Украины. Рис.: 2. Табл.: 1. Библиогр.: 29 назв.

UDK 519.6+625.1

**Complex evaluation of the complex hierarchical-network systems. Part II. Local and forecasting evaluation / Polishchuk D.O., Polishchuk O.D., Yadzhak M.S. // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 2. — P. 26–38.**

Methods of complex deterministic evaluation of the complex systems with the hierarchical-network structure are proposed, whose components are the local, forecasting, aggregative, and interactive analysis methods of the state, quality of functioning, and interaction of objects in the system at all hierarchical levels. The local and forecasting evaluation methods of behavior of system's elements characteristics are described. These methods are the basis for the following construction of generalized conclusions about the system's state and the quality of its functioning. The proposed refined points-based evaluation scale allows not only to determine the quality of an element, but also to partly establish the reasons for detected deficiencies. The forecasting analysis allows to preempt and to respond in a timely manner to the possibility for an element surpassing "the safety threshold". Means for visualization of the local and forecasting evaluations of system's elements are proposed that can timely react to detected or potential drawbacks. The effectiveness of the proposed methods is illustrated by an example that analyses the quality of rolling stock and infrastructure objects of the rail transport system of Ukraine. Figs.: 2. Tabl.: 1. Refs.: 29 titles.

---

УДК 621.391:004.73

**Оцінка статистичних властивостей послідовностей на виході комбінаційного генератора за допомогою графічних тестів / Лавданський А.О., Фауре Е.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 2. — С. 39–50.**

Розглянуто клас комбінаційних генераторів, в якому в якості комбінуючої функції використовується операція підсумовування в деякому кінцевому полі. Досліджено статистичні властивості послідовності чисел на виході комбінаційного генератора, де в якості вихідних первинних генераторів використані таблиці перестановок із взаємно простими періодами повторення. Розглянуто графічні методи визначення статистичних властивостей послідовностей чисел. Зроблено аналіз отриманих за допомогою графічних тестів статистичних характеристик послідовності на виході комбінаційного генера-

тора з різним заповненням вихідних таблиць перестановок (лінійний конгруентний метод, квантовий генератор випадкових чисел), виконано їх порівняння з характеристиками послідовностей на виході існуючих генераторів випадкових (оцифровані радіошуми) і псевдовипадкових («Вихор Мерсена») чисел. Отримані результати свідчать про ідентичність отриманих за допомогою графічних методів оцінки статистичних властивостей всіх досліджуваних послідовностей. Рис.: 6. Бібліогр.: 12 назв.

UDC 621.391:004.73

**Evaluation of statistical properties of the output sequence of combination generators with graphics tests / Lavdanskiy A.O., Faure E.V.** // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 2. — P. 39–50.

In this paper, we consider a class of combination generators wherein the summation operation in a finite field (sum modulo) is used as the combining function. The statistical properties of sequences of numbers at the output of the combination generator where the primary source generators use permutation tables with relatively prime periods of recurrence is studied. Graphical methods for determining the statistical properties of sequences of numbers are considered. Using graphical tests, the analysis of statistical characteristics of the sequences at the output of the combination generator is performed with different primary tables of permutations (linear congruential method, quantum random number generator) and these characteristics are compared with the characteristics of output sequences of existing generators of random (digitized radio noise) and pseudorandom ("Mersenne twister") numbers. The results demonstrate identical statistical properties of all sequences tested in this paper. Figs.: 6. Refs.: 12 titles.

---

ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ І  
УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ,  
ЕКОЛОГІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ

DECISION MAKING AND CONTROL IN  
ECONOMIC, TECHNICAL, ECOLOGICAL AND  
SOCIAL SYSTEMS

УДК 519:81

**Ожидаемая полезность в ситуациях принятия решений со случайными в широком смысле последствиями / Иваненко В.И., Пасичниченко И.А.** // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 2. — С. 51–58.

Предложено распространение теоремы об ожидаемой полезности на ситуации принятия решений со случайными в широком смысле последствиями. Статистическая закономерность соответствующего случайного явления имеет форму семейства конечно-аддитивных вероятностных мер. Это семейство имеет объективное происхождение и, взятое в целом, описывает закономерность случайного явления. Решениям поставлены в соответствие статистические закономерности на множестве последствий. Предложены естественные условия на отношение предпочтения на множестве всех статистических закономерностей. Показано, что они есть необходимыми и достаточными для существования и единственности функционала полезности в форме минимума ожидаемой полезности элементов статистической закономерности. Полученный результат применён в решении задач принятия решений, к измерению информативности эксперимента и неопределенности в ситуации принятия решений. Библиогр.: 20 назв.

UDC 519:81

**Expected utility in decision-making situations with random in a broad sense consequences / Ivanenko V.I., Pasichnichenko I.O.** // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 2. — P. 51–58.

An extension of the expected utility theorem for decision-making situations with random in a broad sense consequences is proposed. The statistical regularity of a corresponding random phenomenon is a family of finitely additive probability measures. This family has an objective origin and taken as a whole describes the regularity of a random phenomenon. Statistical regularities on the set of consequences correspond to decisions. Natural conditions on a preference relation on the set of all statistical regularities are proposed. It is shown, that they are necessary and sufficient for the existence and uniqueness of the utility functional that is a minimum of the expected utility of the elements of a statistical regularity. The result is applied to solving decision-making problems, measuring the information content of an experiment and the uncertainty of a decision-making situation. Refs.: 20 titles.

УДК 519.8

**Аналіз фінансового стану й прогнозування ризику банкрутства банків / Ові Нафас Агаї аг Гаміш, Зайченко Ю.П., Войтенко О.С.** // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 2. — С. 59–74.

Розглянуто проблему аналізу фінансового стану й прогнозування ризику банкрутства банків на прикладі банківської системи України. Для дослідження було обрано фінансові показники 170 банків України, з яких 120 банків становили навчальну вибірку, а 50 банків — перевірочну. Використано дані за рік та два роки до кризи банківської системи 2008–2009 рр. Враховуючи недостовірність низки вихідних даних за фінансовими показниками для розв'язку цієї проблеми запропоновано використовувати нечіткі методи: нечіткі нейронні мережі ANFIS та TSK, а також нечіткий МГУА. Проведено експериментальні дослідження запропонованих методів, виконано оцінку їх ефективності й проведено порівняльний аналіз із класичними чіткими методами оцінки ризику банкрутства. У результаті експериментів встановлено, що серед нейронних мереж мережа TSK дає більш точні результати, ніж мережа ANFIS. Зміна кількості правил у навчальній вибірці не виявляє значного впливу на результати прогнозування. Порівнюючи нечіткі методи було встановлено, що нечіткі нейронні мережі дають кращі результати при використанні за рік до прогнозу, тобто при *короткостроковому прогнозуванні*, а нечіткий МГУА дає кращі результати при використанні даних за два і більше років до прогнозу, тобто при *довгостроковому прогнозуванні* на два й більш років. Рис.: 2. Табл.: 17. Бібліогр.: 4 назви.

UDC 519.8

**Financial state analysis and bankruptcy risk forecasting for banks / Ovi Nafas Aghaie agh Ghamish, Zaychenko Y.P., Voytenko O.S.** // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 2. — P. 59–74.

The problem of banks financial state analysis and bankruptcy risk forecasting is considered. In this study, financial indices of 170 Ukrainian banks were chosen, the training sample included 120 banks, and the test sample included 50 banks. Financial indices were taken one and two years before the 2008-2009 crisis of the bank system in Ukraine. Taking into account the uncertainty of the input data, the following fuzzy methods for solving this problem are suggested: fuzzy neural networks (FNN) ANFIS, TSK and fuzzy GMDH. The experimental investigations of the suggested methods were performed and their efficiency was estimated for the bank system of Ukraine. The comparative analysis of the suggested fuzzy methods with conventional classical methods was performed. The results of experiments showed that FNN TSK gave a better forecast than ANFIS. Also, the increase in the number of rules in FNN does not improve the forecasting accuracy. While comparing different fuzzy methods, it was found that FNN TSK gives a more accurate forecast at the short-term forecast (one year), while fuzzy GMDH gives a better forecast at the middle and long-term intervals (two and more years). In a whole, the fuzzy methods give a better forecast than classical methods in the problem of Ukrainian banks bankruptcy risk forecasting. The most essential financial indices for bankruptcy risk forecasting were determined. Figs.: 2. Tabl.: 17. Refs.: 4 titles.

УДК 004.046: 004.896: 004.942

**Цілі та об'єкти науки про сервіси / Петренко О.О.** // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 2. — С. 75–82.

Масштаб, складність і взаємозалежність сучасних систем сервісів у зв'язку з глобалізацією, демографічними змінами та технологічними розробками досягли безпрецедентного рівня. У найбільш розвинених країнах понад 70% ВВП формується індустрією сервісів, в якій зайнято сьогодні (за інформацією Міжнародної організація праці) більше половини людства. Викладено основні завдання науки про сервіси, що виникла нещодавно з ініціативи фірми ІБМ. Послідовно розглянуто тематику наукових досліджень, завдання бізнесу, освіти та державних органів у галузі масштабування і вдосконалення систем сервісів. Можливості інженерного та кадрового забезпечення процесів створення та підтримки систем сервісів продемонстровано на прикладі сервісної системи управління взаємовідносинами з клієнтами. Рис.: 3. Бібліогр.: 7 назв.



UDC 004.046: 004.896: 004.942

**Objects and methods of service science / Petrenko O.O.** // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 2. — P. 75–82.

The scale, complexity, and interdependence of modern systems of services in relation to globalization, demographic changes, and technological developments have reached an unprecedented level. In most developed countries, more than 70% of GDP is generated by the service industry, which employs today (according to the International Labour Organization), more than half of humanity. This paper describes the main tasks of the science of services that occurred recently at the initiative of the IBM company. Research topics, the tasks of business, education, and the government in the field of improving and scaling systems of service are consistently considered. The capabilities to provide engineering and human resources for processes of development and maintaining service systems are demonstrated by the example of a service-oriented Customer Relationship Management system. Figs.: 3. Refs.: 7 titles.

---

УДК 519.86

**Моделювання і прогнозування процесу інфляції в Грузії / Гоголадзе Н.Г.** // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 2. — С. 83–87.

Процеси економіки перехідного періоду розвиваються в умовах впливу різномірних збурень, які призводять до погіршення показників на мікро- і макрорівні. Для підвищення якості управління та прогнозування макроекономічними процесами необхідно застосовувати сучасні методи моделювання та управління. У роботі для вирішення завдання моделювання і прогнозування обрано процес інфляції, який є одним з значущих процесів для багатьох країн світу. Проведено аналіз процесу інфляції в Грузії, на основі якого визначено його позитивні й негативні сторони, а також причини і наслідки сучасного протікання процесу. На основі функціонального підходу побудовано стохастичну авторегресійну модель другого порядку, яка відрізняється простотою структури і високим ступенем адекватності експериментальними даними. Різницеве рівняння вирішено методом варіації параметрів. Отримано функцію прогнозування на основі рішення різницевого рівняння, яка використовується для короткострокового прогнозування процесу інфляції. Отриману модель буде використано для оптимального управління процесом інфляції. Рис.: 1. Табл.: 1. Бібліогр.: 3 назви.

UDC 519.86

**Modeling and forecasting of the inflation process in Georgia / Gogoladze N.G.** // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 2. — P. 83–87.

The processes of Transition Economic are developing in the conditions of diverse disturbances which lead to deterioration of indicators on micro and macro levels. To improve the quality of management and forecasting of macroeconomic processes it is necessary to apply modern methods of modeling and control. In this paper, to solve the problem of modeling and forecasting inflation process is selected, which is one of the most important processes in many countries of the world. The analysis of the inflation process in Georgia, on the basis of which its positive and negative sides are defined, as well as the causes and consequences of the process is carried out. On the basis of the functional approach the stochastic autoregression model of the second order is constructed. This model has simple structure and high degree of adequacy of experimental data. By the method of parameters variation the differential equation is solved. On the basis of the solution of the differential equation which is used for short-term inflation process forecasting, the forecasting function is received. The resulting model will be used for the optimal control of inflation process. Fig.: 1. Tab.: 1. Ref.: 3 titles.

---

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ  
І ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ  
СИСТЕМ

MATHEMATICAL METHODS, MODELS,  
PROBLEMS AND TECHNOLOGIES FOR  
COMPLEX SYSTEMS RESEARCH

УДК 519.711.2

**Відновлення функціональних закономірностей на основі многочленів Гегенбауера / Панкратова Н.Д., Бузань І.В., Дашук В.О.** // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 2. — С. 88–96.

Наведено обґрунтування вибору базової апроксимуючої функції в моделі відновлення функціональних залежностей в адитивній і мультиплікативній формах у вигляді поліномів Гегенбауера. Дано порівняльний аналіз застосування отриманих апроксимуючих функцій з результатами наближення за допомогою поліномів Чебишева і Лежандра, які є окремими випадками поліномів Гегенбауера. Показано, що поліноми Гегенбауера є більш універсальними і зручними, що дозволяють при незмінній складності отримати високу точність апроксимації для більш широкого спектру відновлюваних залежностей. Рис.: 1. Табл.: 2. Бібліогр.: 9 назв.

UDC 519.711.2

**Recovery of functional regularities based on Gegenbauer polynomials / Pankratova N.D., Buzan I.V., Dashuk V.O.** // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 2. — P. 88–96.

The choice of a base approximating function in the recovery model of functional dependencies in additive and multiplicative forms as Gegenbauer polynomials is justified. A comparative analysis of the applications of the approximating functions with the results of approximation with the help of the Chebyshev and Legendre polynomials, who are special cases of Gegenbauer polynomials is performed. It is shown that the Gegenbauer polynomials are more versatile and comfortable, allowing for a constant computational complexity to achieve a high accuracy of approximation for a wide range of restored dependencies. Fig.: 1. Tab.: 2. Ref.: 9 titles.

---

УДК 681.5.015:007

**Диагностика на основе многомерных нечетких отношений / Ротштейн А.П., Раки-  
тыанская А.Б.** // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 2. —  
С. 97–111.

Рассмотрено восстановление причин (диагнозов) по наблюдаемым следствиям (симптомам) на основе многомерных нечетких отношений и расширенного композиционного правила вывода. Проектирование нечеткой системы диагностики состоит в решении нечетких логических уравнений совместно с настройкой нечетких отношений на основе экспертно-экспериментальной информации. Предложен метод решения систем нечетких логических уравнений с расширенной *max-min* композицией. Доказаны свойства множества решений таких систем. Задача нахождения множества решений сформулирована в виде задачи оптимизации, для решения которой используется генетико-нейронный подход. Настройка состоит в выборе таких функций принадлежности нечетких причин и следствий, а также нечетких отношений, которые минимизируют отличие между модельными и экспериментальными результатами диагностики. Предложенный подход проиллюстрирован компьютерным экспериментом и примером технической диагностики. Рис.: 9. Табл.: 3. Библиогр.: 12 назв.

UDC 681.5.015:007

**Diagnosis based on multivariable fuzzy relations / Rotshtein O.P., Rakytyanska H.B.** // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 2. — P. 97–111.

This paper deals with restoration of the causes (diagnoses) through the observed effects (symptoms) on the basis of multivariable fuzzy relations and the extended compositional rule of inference. The design of a diagnostic fuzzy system consists of solving fuzzy relational equations together with tuning of fuzzy relations on the basis of information from experts and experiments. We propose a method for solving fuzzy relational equations with the extended *max-min* composition. We also prove the properties of the solution set for such systems. The problem of finding the solution set is formulated in the form of the optimization problem, which is solved using genetic algorithms and neural networks. The essence of tuning consists of the selection such membership functions for fuzzy causes and effects, and also fuzzy relations, which minimize the difference between model and experimental results of a diagnosis. The proposed approach is illustrated by the computer experiment and the example of a technical diagnosis. Fig.: 9. Tab.: 3. Ref.: 12 titles.

УДК 004.89:004.4

**Метод вычисления дельта-составляющих со сложностью  $O(1)$  в квадратичной задаче о назначениях / Подольский С.В., Зорин Ю.М. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 2. — С. 112–121.**

Квадратичная задача о назначениях по праву считается одной из самых сложных проблем комбинаторной оптимизации. В этой связи, найти ее решение, близкое к оптимальному, за разумное время можно только с использованием эвристических алгоритмов. Одной из наиболее эффективных эвристик является алгоритм Robust Tabu Search, который лежит в основе многих последующих метаэвристических алгоритмов. В работе описан новый подход к сканированию окрестности текущего решения, позволяющий уменьшить наполовину число вычислений дельта-составляющих, которые вычислялись со сложностью  $O(N)$  в большинстве метаэвристик, применяемых для решения квадратичной задачи о назначениях. Исследование взаимосвязи между прежними и новыми значениями дельта-составляющих, позволило получить новую формулу сложности  $O(1)$  для их вычисления, что приводит к увеличению до 25% быстродействия алгоритма по сравнению Robust Tabu Search в случае задач большой размерности. Формула, полученная в работе, может быть успешно применена в других эвристиках, использующих полное сканирование окрестности решения. Рис.: 4. Табл.: 1. Библиогр.: 8 назв.

УДК 004.89:004.4

**Метод обчислення дельта-складових зі складністю  $O(1)$  в квадратичній задачі про призначення / Подольський С.В., Зорін Ю.М. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 2. — С. 112–121.**

Квадратична задача про призначення по праву вважається однією із самих складних проблем комбінаторної оптимізації. У зв'язку з цим, знайти її розв'язок, близький до оптимального, за розумний час можна тільки з використанням евристичних алгоритмів. Однією з найбільш ефективних евристик є алгоритм Robust Tabu Search, який лежить в основі багатьох наступних метаэвристических алгоритмів. У роботі описано новий підхід до сканування околиці поточного розв'язку, який дозволяє зменшити наполовину число обчислень дельта-складових, які обчислювалися зі складністю  $O(N)$  у більшості метаэвристических, що застосовуються для розв'язку квадратичної задачі про призначення. Дослідження взаємозв'язку між колишніми й новими значеннями дельта-складових, дозволило отримати нову формулу складності  $O(1)$  для їхнього обчислення, що приводить до збільшення до 25% швидкодії алгоритму в порівнянні Robust Tabu Search у випадку задач великої розмірності. Формула, отримана в роботі, може бути успішно застосована в інших евристичних, що використовують повне сканування околиці розв'язку. Рис.: 4. Табл.: 1. Библиогр.: 8 назв.

МЕТОДИ АНАЛІЗУ ТА УПРАВЛІННЯ  
СИСТЕМАМИ В УМОВАХ РИЗИКУ  
І НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

METHODS OF SYSTEM ANALYSIS AND  
CONTROL IN CONDITIONS OF RISK AND  
UNCERTAINTY CONDITIONS

УДК 519.876.2

**Еволюція об'єкта дослідження із залученням модифікованого методу морфологічного аналізу / Савченко І.А. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 2. — С. 122–130.**

Розглянуто способи врахування параметра часу у ході застосування модифікованого методу морфологічного аналізу для обчислення ймовірностей альтернатив параметрів об'єкта. Розглянуто квазістатичну постановку задачі, що враховує такі фактори змін з часом, як події і тенденції. Наведено спосіб врахування таких факторів у рамках морфологічної таблиці і недоліки його використання. Представлено розроблений прийом врахування подій і тенденцій як зовнішніх відносно морфологічної таблиці елементів, що вносять масштабні коефіцієнти в задачу модифікованого методу морфологічного аналізу. Показано розв'язок задачі вивчення еволюції об'єкта з урахуванням змін у часі. Розглянуто питання супроводження морфологічної моделі і наведено прийоми забезпечення її актуальності на проміжку часу. Рис.: 2. Табл.: 3. Библиогр.: 3 назви.

UDC 519.876.2

**Evolution of Research Objects Using Modified Morphological Analysis Method / Savchenko I.O.** // System Research and Information Technologies. — 2015. — № 2. — P. 122–130.

Methods of taking into an account the time parameter in modified morphological analysis problems are considered in this paper. A quasi-static problem definition is considered, which includes such time dependent factors as events and tendencies. A method of taking these factors into account within a morphological table is given and its flaws are stated. A newly developed technique for including events and tendencies as external elements for the morphological table, that introduce scale coefficients into the modified morphological analysis problem, is presented. A solution for the problem of object's evolution considering its changes through time, is shown. The issue of supporting a morphological table is considered and methods are presented to guarantee this morphological table to be up-to-date during time periods. Figs.: 2. Tabl.: 3. Refs.: 3 titles.

---

УДК 004.681

**Корреляция затрат в многогранных системах защиты информации / Левченко Е.Г., Рабчун Д.И.** // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 1. — С. 131–140.

Оптимизационные экономические задачи информационной безопасности направлены на решение двух основных проблем: определение оптимального размера инвестиций в защиту информации, который обеспечивает достижение наилучших экономических показателей, и оптимизация распределения ресурсов между объектами. Переход к многоуровневым многорубежным системам существенно расширяет проблему и вызывает ряд вопросов, обусловленных усложнением структуры и особенностями расположения отдельных элементов. Рассмотрена последовательно-параллельная схема расположения препятствий, содержащая общее для всех объектов препятствие и индивидуальные препятствия. Проанализирована целесообразность введения дополнительной преграды при неизменном бюджете защиты информации в зависимости от уязвимости препятствий и распределения информации между объектами. Разработана методика и приведены результаты расчетов оптимального распределения ресурсов между общей и индивидуальными препятствиями. Рассмотрены условия корреляции между оптимальными распределениями ресурсов, направленных на индивидуальные препятствия. Приведенные результаты могут быть полезными при разработке рекомендаций по созданию оптимальных систем защиты информации и управлению ресурсами. Рис.: 5. Библиогр.: 13 назв.

UDC 004.681

**The correlation of expenses in multi-barrier information security systems / Levchenko Ye.G., Rabchun D.I.** // System research and information technologies. — 2015. — № 2. — P. 131–140.

Economic optimization problems of information security are aimed at addressing two major problems: determining the optimal amount of investment in information security, which provides the best economic performance and optimizing the resource allocation between objects. The transition to multilevel multi-barrier systems significantly expands the problem and raises a number of issues arising from the complexity of the structure and physical layout of individual items. We consider a series-parallel layout of obstacles, which contains common obstacles for all objects and individual obstacles. The feasibility of introducing of an additional obstacle at the constant information security budget, depending on vulnerabilities of obstacles and the information distribution between objects, was analyzed. The method was developed and the results of calculations of optimal allocation of resources between the common and individual barriers were presented. Conditions of correlation were considered between the optimal allocation of resources aimed at individual obstacles. The results may be useful in developing recommendations for the creation of optimal information security systems and the resources management. Figs.: 5. Refs.: 13 titles.

## ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

**Бузань Ігор Валентинович,**

студент кафедри математичних методів системного аналізу Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

**Войтенко Ольга Сергіївна,**

магістр Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

**Глибовець Микола Миколайович,**

професор, доктор фізико-математичних наук, декан факультету інформатики Національного університету «Києво-Могилянська академія», Україна, Київ

**Гоголадзе Ніно Гурамівна,**

кандидат технічних наук, заступник декана факультету точних та природничих наук Державного університету Акакія Церетелі, Грузія, Кутаїсі

**Дашук Валерій Олександрович,**

студент кафедри математичних методів системного аналізу Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

**Зайченко Юрій Петрович,**

професор, доктор технічних наук, професор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

**Згуровський Михайло Захарович,**

академік НАН України, професор, доктор технічних наук, ректор Національного технічного університету України «КПІ», Київ

**Зінчук Сергій Олександрович,**

магістр факультету інформатики Національного університету «Києво-Могилянська академія», Україна, Київ

**Зорін Юрій Михайлович,**

доцент, кандидат технічних наук, доцент кафедри системного програмування і спеціалізованих комп'ютерних систем факультету прикладної математики Національного технічного університету України «КПІ», Київ

**Іваненко Віктор Іванович,**

професор, доктор технічних наук, професор кафедри математичного моделювання економічних систем Національного технічного університету України «КПІ», Київ

**Лавданський Артем Олександрович,**

аспірант кафедри інформаційної безпеки і комп'ютерної інженерії Черкаського державного технологічного університету, Україна, Черкаси

**Левченко Євген Григорович,**

доцент, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри засобів захисту інформації Національного авіаційного університету, Україна, Київ

**Ові Нафас Агаї аг Гаміш,**

стажер факультету прикладної математики Національного технічного університету України «КПІ», Україна, Київ

**Павлов Олександр Анатолійович,**

професор, доктор технічних наук, декан факультету інформатики і обчислювальної техніки Національного технічного університету України «КПІ», Україна, Київ

**Панкратова Наталія Дмитріївна,**

професор, доктор технічних наук, заступник директора з наукової роботи Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

**Пасічніченко Ілля Олександрович,**

аспірант Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

- Петренко Олексій Олексійович,**  
аспірант Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу»  
НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ
- Подольський Сергій Валентинович,**  
магістр факультету прикладної математики Національного технічного університету  
України «КПІ», Київ
- Поліщук Дмитро Олександрович,**  
інженер з програмного забезпечення комп'ютерів відокремленого підрозділу «Ін-  
формаційно-обчислювального центру» Державного територіально-галузевого  
об'єднання «Львівська залізниця», Україна, Львів
- Поліщук Олександр Дмитрович,**  
старший науковий співробітник, кандидат фізико-математичних наук, старший науко-  
вий співробітник Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Під-  
стригача НАН України, Львів
- Рабчун Дмитро Ігорович,**  
аспірант кафедри засобів захисту інформації Національного авіаційного університету,  
Україна, Київ
- Ракитянська Ганна Борисівна,**  
доцент, кандидат технічних наук, доцент кафедри програмного забезпечення Вінниць-  
кого національного технічного університету, Україна, Вінниця
- Ротштейн Олександр Петрович,**  
професор, доктор технічних наук, професор кафедри управління виробництвом Іеру-  
салимського політехнічного інституту Махона Лева, Ізраїль, Єрусалим
- Савченко Ілля Олександрович,**  
кандидат технічних наук, молодший науковий співробітник Навчально-наукового  
комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ», Україна, Київ
- Фауре Еміль Віталійович**  
доцент, кандидат технічних наук, доцент кафедри інформаційної безпеки  
і комп'ютерної інженерії Черкаського державного технологічного університету, Укра-  
їна, Черкаси
- Халус Олена Андріївна,**  
асистент факультету інформатики та обчислювальної техніки Національного техніч-  
ного університету України «КПІ», Україна, Київ
- Яджак Михайло Степанович,**  
старший науковий співробітник, доктор фізико-математичних наук, провідний науко-  
вий співробітник Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Під-  
стригача НАН України, Львів