

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ КОМПЛЕКС  
«ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ» НТУУ «КПІ»  
МОН ТА НАН УКРАЇНИ

## СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

МІЖНАРОДНИЙ НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 4

2012

ЗАСНОВАНО У ЛИПНІ 2001 р.

**РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:**

**Головний редактор**

**М.З. ЗГУРОВСЬКИЙ**, акад. НАН України

**Заступник головного редактора**

**Н.Д. ПАНКРАТОВА**, проф., д. т. н.

**Члени редколегії:**

**П.І. АНДОН**, чл.-кор. НАН України

**А.В. АНІСІМОВ**, чл.-кор. НАН України

**В.Г. БОНДАРЕНКО**, проф., д. ф.-м. н.

**Ж. БОННІН**, проф., Франція

**Г.-В. ВЕБЕР**, проф., Турція

**Р. ВОРОНКА**, проф., США

**О.Д. ГВІШАНИ**, проф., д. ф.-м. н.,  
Росія

**В.М. КУНЦЕВИЧ**, акад. НАН України

**О.С. МАКАРЕНКО**, проф., д. ф.-м. н.

**О.А. ПАВЛОВ**, проф., д.т.н.

**Т.Л. СААТІ**, проф., США

**Л. САКАЛАУСКАС**, проф., Литва

**І.В. СЕРГІЄНКО**, акад. НАН України

**Е.О. ФАЙНБЕРГ**, проф., США

**Я.С. ЯЦКІВ**, акад. НАН України

**АДРЕСА РЕДАКЦІЇ:**

03056, м. Київ,

пр. Перемоги, 37, корп. 35,

Навчально-науковий комплекс

«Інститут прикладного системного аналізу»

НТУУ «КПІ» МОН та НАН України

Тел.: **406-81-44**; Факс: **406-81-44**

E-mail: [journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua](mailto:journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua)

<http://journal.iasa.kpi.ua>

### У номері:

• **Прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи**

• **Проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах**

• **Теоретичні та прикладні проблеми інтелектуальних систем підтримки прийняття рішень**

• **Проблемно і функціонально орієнтовані комп'ютерні системи та мережі**

• **Методи оптимізації, оптимальне управління і теорія ігор**

• **Нові методи в системному аналізі, інформатиці та теорії прийняття рішень**

NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE  
EDUCATIONAL-SCIENTIFIC COMPLEX  
«INSTITUTE FOR APPLIED SYSTEM ANALYSIS»  
AT THE NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF UKRAINE «KPI»  
OF MES AND NAS OF UKRAINE  
**SYSTEM RESEARCH AND  
INFORMATION TECHNOLOGIES**  
INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

№ 4

2012

IT IS FOUNDED IN JULY 2001

**EDITORIAL BOARD:**

**The editor – in – chief**

**M.Z. ZGUROVSKY,** Academician of  
NASU

**Deputy editor – in – chief**

**N.D. PANKRATOVA,** Prof., Ukraine

**Associate editors:**

**F.I. ANDON,** Correspondent  
member of NASU

**A.V. ANISIMOV,** Correspondent  
member of NASU

**V.G. BONDARENKO,** Prof., Ukraine

**Z. BONNIN,** Prof., France

**E.A. FEINBERG,** Prof., USA

**A.D. GVISHIANI,** Prof., Russia

**V.M. KUNTHEVICH,** Academician of NASU

**A.S. MAKARENKO,** Prof., Ukraine

**A.A. PAVLOV,** Prof., Ukraine

**T.L. SAATY,** Prof., USA

**L. SAKALAUSKAS,** Prof., Lithuania

**I.V. SERGIENKO,** Academician of NASU

**R. VORONKA,** Prof., USA

**G.-W. WEBER,** Prof., Turkey

**Ya.S. YATSKIV,** Academician of NASU

**THE EDITION ADDRESS:**

03056, Kyiv,  
av. Peremogy, 37, building 35,  
Educational-Scientific Complex  
«Institute for Applied System Analysis» at the  
National Technical University of Ukraine «KPI»  
of MES and NAS of Ukraine  
Phone: **406-81-44**; Fax: **406-81-44**  
E-mail: [journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua](mailto:journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua)  
<http://journal.iasa.kpi.ua>

In the issue:

• **Progressive information technologies, high-efficiency computer systems**

• **Decision making and control in economic, technical, ecological and social systems**

• **Theoretical and applied problems of intellectual systems for decision making support**

• **Problem- and function-oriented computer systems and networks**

• **Methods of optimization, optimum control and theory of games**

• **New methods in system analysis, computer science and theory of decision making**

## Шановні читачі!

Навчально-науковий комплекс «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України видає міжнародний науково-технічний журнал

### «СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ».

Журнал публікує роботи теоретичного та прикладного характеру в широкому спектрі проблем, пов'язаних із системними дослідженнями та інформаційними технологіями.

#### Провідні тематичні розділи журналу:

Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу; теоретичні та прикладні проблеми інформатики; автоматизовані системи управління; прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи; проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах; теоретичні та прикладні проблеми інтелектуальних систем підтримки прийняття рішень; проблемно і функціонально орієнтовані комп'ютерні системи та мережі; методи оптимізації, оптимальне управління і теорія ігор; математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем; методи аналізу та управління системами в умовах ризику і невизначеності; евристичні методи та алгоритми в системному аналізі та управлінні; нові методи в системному аналізі, інформатиці та теорії прийняття рішень; науково-методичні проблеми в освіті.

**Головний редактор журналу** — ректор Національного технічного університету України «КПІ», директор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, академік НАН України Михайло Захарович Згуровський.

Журнал «Системні дослідження та інформаційні технології» включено до переліку фахових видань ВАК України.

Статті публікуються українською, російською та англійською мовами.

Журнал можна передплатити. **Наш індекс 23918.** Якщо ви не встигли передплатити журнал, його можна придбати безпосередньо в редакції. Наша адреса: 03056, м. Київ, пр. Перемоги, 37, корп. 35.

Завідуюча редакцією **С.М. Шевченко**  
Редактор **А.О. Млечко**  
Молодший редактор **Н.В. Черногорець**  
Комп'ютерна верстка та набір **А.А. Патіоха**

---

Підписано до друку 14.12.2012. Формат 70x108/16.  
Папір офс. Офс. друк. Ум. друк. арк. 14. Ціна договірна.  
Свідоцтво про реєстрацію КВ № 13804–2778 ПР від 17.03.2008 р.

---

Видавництво та поліграфія ВПК «Політехніка»  
ВПІ НТУУ «КПІ»  
03056, Київ–56, пр. Перемоги, 37, корп. 15

**Dear Readers!**

The Educational-scientific complex «Institute for applied system analysis» at the National technical university of Ukraine «KPI» of MES and NAS of Ukraine is published of the international scientific and technical journal

**«SYSTEM RESEARCH AND  
INFORMATION TECHNOLOGIES».**

The Journal is printing works of a theoretical and applied character on a wide spectrum of problems, connected with system researches and information technologies.

**The main thematic sections of the Journal are the following:**

Theoretical and applied problems and methods of system analysis; theoretical and applied problems of computer science; automated control systems; progressive information technologies, high-efficiency computer systems; decision making and control in economic, technical, ecological and social systems; theoretical and applied problems of intellectual systems for decision making support; problem- and function-oriented computer systems and networks; methods of optimization, optimum control and theory of games; mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research; methods of system analysis and control in conditions of risk and uncertainty; heuristic methods and algorithms in system analysis and control; new methods in system analysis, computer science and theory of decision making; scientific and methodical problems in education.

**The editor-in-chief of the Journal** is Rector of the National Technical University of Ukraine «KPI», Director of the Educational-scientific complex «Institute for applied system analysis» at the National technical university of Ukraine «KPI» of MES and NAS of Ukraine, academician of the NASU Michael Zharovich Zgurovsky.

The articles to be published in the Journal in Ukrainian, Russian and English languages are accepted. Information printed in the Journal is included in the Catalogue of periodicals of Ukraine.

# СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

4 • 2012

## ЗМІСТ

<b>ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ</b>	
<i>Matsuki Y., Bidiuk P., Kalnytskyi G., Gavrish E.</i> Energy security cost as an externality — increased gas import price and economy of Ukraine .....	7
<i>Климчук С.А.</i> Применение прецедентов для диагностики кранов мостового типа ...	17
<b>ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ І УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ, ЕКОЛОГІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ</b>	
<i>Романенко В.Д., Реутов О.А.</i> Моделирование та оптимальне прийняття рішень для підтримання стабільності індексу споживчих цін .....	23
<i>Богушевський В.С., Жук С.В., Сергеева К.О., Горбачова М.В.</i> Модель керування конвертерним процесом у системі прийняття рішень .....	35
<i>Єремеев І.С., Дичко А.О.</i> Управління якістю біохімічного очищення стічних вод ....	45
<i>Приходько С.Ю., Полякова Л.П.</i> Исследование устойчивости функционирования региональных природно-промышленных систем и принятие оптимальных управленческих решений .....	49
<i>Демчишин М.В., Левченко Є.Г.</i> Оптимізація розподілу ресурсів при проведенні розвідки в інформаційному протистоянні .....	56
<b>ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ СИСТЕМ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ</b>	
<i>Бидюк П.И., Гасанов А.С., Вавилов С.Е.</i> Идентификация нелинейности в реальных данных с использованием упрощенного теста .....	64
<b>ПРОБЛЕМНО І ФУНКЦІОНАЛЬНО ОРІЄНТОВАНІ КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ ТА МЕРЕЖІ</b>	
<i>Hatamleh Hazem.</i> Fast rerouting method in MPLS networks in case of failures .....	74
<b>МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ, ОПТИМАЛЬНЕ УПРАВЛІННЯ І ТЕОРІЯ ІГОР</b>	
<i>Ємець О.О., Ольховська О.В.</i> Розв'язування комбінаторних задач ігрового типу з обмеженнями-переставленнями у обох гравців: ітераційний метод .....	80
<b>НОВІ МЕТОДИ В СИСТЕМНОМУ АНАЛІЗІ, ІНФОРМАТИЦІ ТА ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ</b>	
<i>Дидук Н.Н.</i> Меры внутренней и внешней информации (на примере вероятностных ситуаций неопределенности). Часть II .....	94
<i>Бондаренко В.Г., Селин А.Н.</i> Аппроксимация решения задачи Коши для параболического уравнения с нелинейным потенциалом .....	111
<i>Бессалов А.В., Чевардин В.Є.</i> Число ізоморфізмів еліптичної кривої під час трансформацій канонічної форми рівняння .....	119
<i>Переверза К.В.</i> Методологія побудови сценаріїв розвитку складних соціальних систем із використанням морфологічного та SWOT-аналізу. Частина 1 .....	124
Реферати .....	138
Відомості про авторів .....	146
Зміст журналу «Системні дослідження та інформаційні технології» за 2012 р. ....	148
Автори статей за 2012 р. ....	150

# SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

4 • 2012

## CONTENTS

### PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES, HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS

- Matsuki Y., Bidyuk P., Kalnytskyi G., Gavrish E.* Energy security cost as an externality — increased gas import price and economy of Ukraine ..... 7
- Klimchuk S.A.* Using precedents for the overhead crane diagnosis ..... 17

### DECISION MAKING AND CONTROL IN ECONOMIC, TECHNICAL, ECOLOGICAL AND SOCIAL SYSTEMS

- Romanenko V.D., Reutov O.A.* Modeling and optimal decision-making to support the stability of the consumer price index ..... 23
- Bogushevskiy V.S., Zhuk S.V., Sergeyeva K.A., Gorbachova M.V.* The model of control the converter process in the decision-making system ..... 35
- Yeremeev I.S., Dichko A.O.* Control of wastewater biochemical treatment quality ..... 45
- Prikhodko S.Yu., Polyakova L.P.* Study of stability of the regional natural-industrial systems and optimal decision-making ..... 49
- Demchyshyn M.V., Levchenko Ye.H.* Optimization of resources distribution during intelligence in informational confrontation ..... 56

### THEORETICAL AND APPLIED PROBLEMS OF INTELLECTUAL SYSTEMS FOR DECISION MAKING SUPPORT

- Bidiuk P.I., Gasanov A.S., Vavilov S.E.* Identification of nonlinearity in actual data with the use of simplified test ..... 64

### PROBLEM- AND FUNCTION-ORIENTED COMPUTER SYSTEMS AND NETWORKS

- Hazem Hatamleh* Fast rerouting method in mpls networks in case of failures ..... 74

### METHODS OF OPTIMIZATION, OPTIMUM CONTROL AND THEORY OF GAMES

- Iemets O.O., Olkhovskaja O.V.* Solving combinatorial problems of gaming type with permutations-restrictions of both players: the interactive method ..... 80

### NEW METHODS IN SYSTEM ANALYSIS, COMPUTER SCIENCE AND THEORY OF DECISION MAKING

- Diduk N.N.* The measures of internal and external information (on example of probabilistic situations of uncertainty). Part II ..... 94
- Bondarenko V.H., Selin A.N.* Approximation of a Cauchi problem solution for a parabolic equation with nonlinear potential ..... 111
- Bessalov A.V., Chevardin V.E.* The number of isomorphism elliptic curve during the transformation of the canonical form of the equation ..... 119
- Pereverza K.V.* Metodology of scenario development for complex social systems using morphological analysis and SWOT-analysis. Part 1 ..... 124
- References ..... 138
- Information about the authors ..... 146
- Contents of journal «System Research & Information technologies» over 2012 ..... 148
- Information about the authors over 2012 ..... 150

**ENERGY SECURITY COST AS AN EXTERNALITY —  
INCREASED GAS IMPORT PRICE AND  
ECONOMY OF UKRAINE**

**Y. MATSUKI, P. BIDYUK, G. KALNYTSKYI, E. GAVRISH**

In this research, the tolerability of the economy of Ukraine for the increase of the gas import price is investigated. The relationship between the economic growth and imported gas price is analyzed, and it was found that the gas consumption of the food and other smaller industries was growing while the gas price was increasing; although, the larger industries such as chemical and manufacturing industries reduced the gas consumption. It was also found that Ukraine may hold a capability to lower the gas import price to the degree comparable to the current price. For the analysis, the national statistics of every month from 2002 through 2008 was used with the least squares model and the ARMA model for time-series forecasting. The data contains the GDP, the imported gas price and volume, the PPIs for the food industry, the chemical industry, the manufacturers and the energy industry, as well as the gas volumes consumed by the industries of low price band, other than the manufacturers and the chemical industries.

**INTRODUCTION**

The term, energy security, refers to the economic security of a country that is relatively dependent on imports of energy resources from one or more suppliers with considerable market power such as OPEC and/or that is vulnerable to oil price shocks [1]. Energy security costs have two major components. One component of the energy security cost is the macroeconomic adjustment for the sudden change of the import price in a short term, which is not reflected in the market price of the energy supply. One more component is the economic rent as a long term cost of the imports, which the oil/gas producing countries extract from the market through its power as cartel, which makes the price of energy resource unnecessarily high. Theoretically an importer with considerable market power, such as the USA, could recover this rent owing to its monopsony power as a major consumer of oil. Here, the energy security cost is an externality, which is a concept of microeconomics theory, and which creates a negative or positive impact that is not included in the domestic market price of energy.

The territory of Ukraine is on the major route of natural gas pipe-lines exported from Russia to the countries of the European Union, while the natural gas being consumed in Ukraine is currently imported from Russia and Turkmenistan

in addition to the domestic gas production. The price of the imported natural gas is being increased over the last decade. The price negotiation is a political issue every year between Ukraine and Russia, and it led to an international gas crisis in Europe as the gas supply was stopped for a few months to the European Union due to the delay of the price settlement at the beginning of 2009. Therefore the price negotiation is not only the issue of only Ukraine and Russia, and it is necessary to analyze the macroeconomic adjustment capability of the price increase and the potential bargaining power of the price.

In this study, the approach to identify the energy security cost of energy importing countries [1] was used for investigating the tolerability of the economy of Ukraine for the increase of the gas import price. The analysis made in this research is twofold. First the relationship between the economic growth and imported gas price was analyzed upon the Gross Domestic Production (hereinafter, «GDP») imported gas price, imported gas volume, the Production Price Index (hereinafter, «PPI»), the Consumer Price Index (hereinafter, «CPI»), and consumed gas volumes by different industries. On this step, it was assumed that the increase of gas import price gives negative impact to the economy as it was observed in the precedent study in the US [1, 2]. Second, the potential bargaining power of Ukraine upon the gas-price was discussed. On this step, a model of monopsony [1–4] was used, which assumes that the importer is a single buyer.

## **METHODOLOGY**

The issues on energy security caught attentions by the oil importing countries such as the United States, Germany and Japan after the oil embargo in the 1970s, which was triggered by the Yom Kippur War in the Middle East that started in October 1972. Later the concept of the energy security cost emerged in the United States during the 1990s, and the Oak Ridge National Laboratory published relevant studies [1, 3, 4] within the series of the studies on external costs of electricity generation systems. The general layout of an adaptive data processing and model selection procedure is given in Fig. 1, *a, b*.

The modeling and forecasting methodology reflected by Fig. 1, *a, b* corresponds to the system analysis approach that is based on hierarchical model search procedure and optimization of model parameters by appropriately selected estimation technique. The methodology presented is highly flexible thanks to the use of ACF and PACF functions, correlation matrix and various tests for stationarity analysis and detection of nonlinearity. Also flexibility is provided by the wide set of modern parameter estimation techniques such as maximum likelihood, Monte Carlo for Markov chains and others.

Macroeconomic adjustment cost is estimated as the negative impacts to the GDP, upon the sudden hike of the oil price [1, 4]. To estimate the impacts, the common approach is to analyze the history of the price shock. In this study, the national statistics of Ukraine of every month from 2002 through 2008 was used for the analysis with the tools for the statistical analysis, the least squares model and the ARMA model for time-series forecasting. The data contains the GDP, the imported gas price and volume, the PPIs for the food industry, the chemical industry, the manufacturers and the energy industry, as well as the gas volumes consumed by the industries of low price band, other than the manufacturers and the chemical industries. The descriptive statistics of those input data are shown in Table 1.



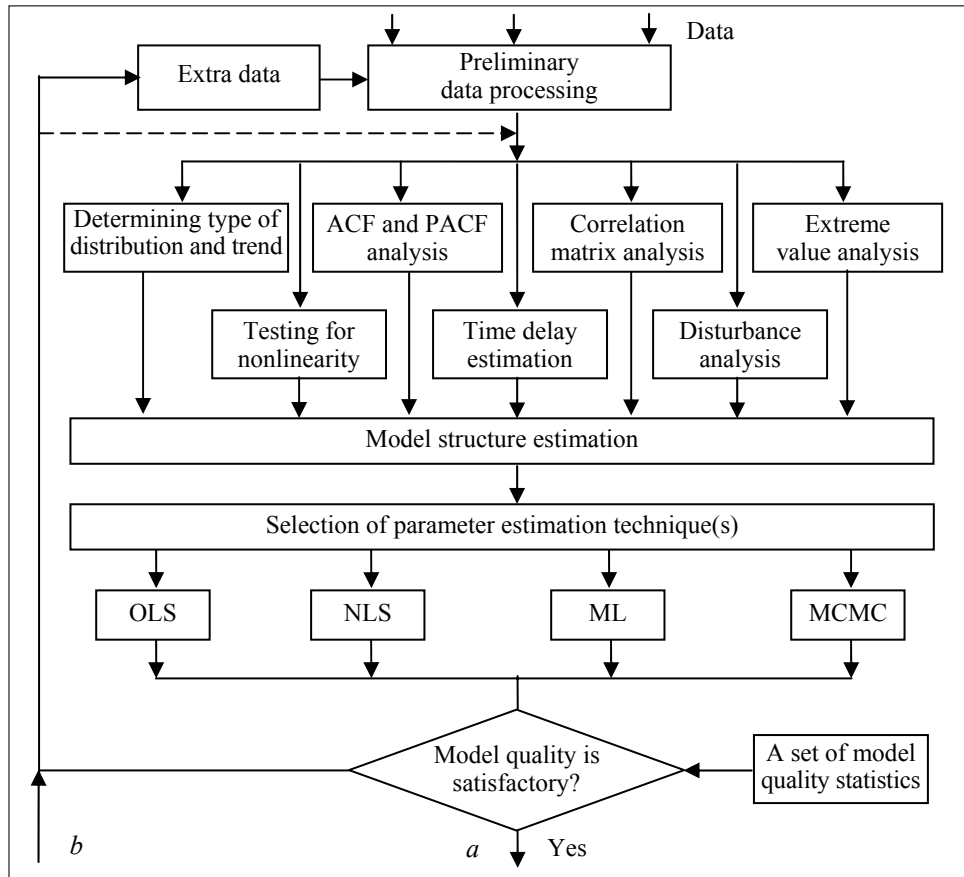


Fig. 1, a. Adaptive estimation of a process model

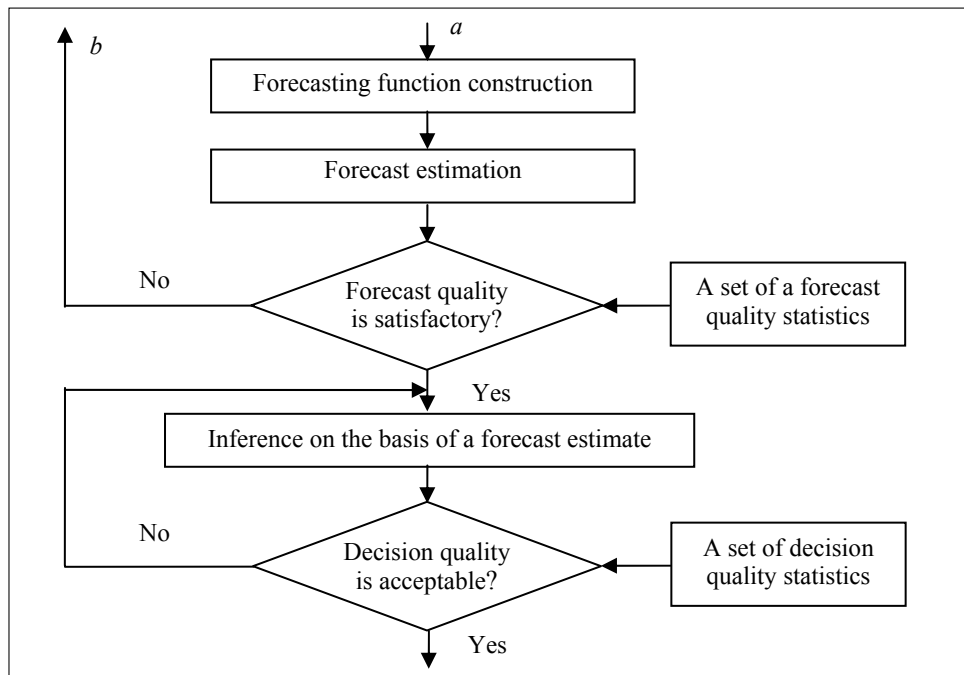


Fig. 1, b. Adaptive estimation of a process model

**Table 1.** Descriptive statistics of the variables

Statistiks	GDP (Billion US\$)	$P$ (US\$/1000 $m^3$ )	$Q$ (Billion $m^3$ )	$Q_{others}$ (Billion $m^3$ )	$PPI_f$	$PPI_m$	$PPI_c$	$PPI_e$	$AP$ (Million US)
Mean	5.21	97.7	4.40	0.963	100.8	101.4	101.2	101.6	982
Median	4.35	75.0	4.43	0.890	100.6	101.5	101.1	100.9	727
Maximum	11.6	220	4.73	1.82	104.5	106.2	110.7	114.5	5835
Minimum	1.84	40.0	4.00	0.730	98.3	94.2	92.5	93.6	180
Std. Dev.	2.68	59.0	0.270	0.240	1.18	1.71	2.17	3.26	916
Skewness	0.769	0.569	-0.215	1.31	0.672	-0.987	0.0234	1.16	2.49
Kurtosis	2.56	1.89	1.48	4.44	3.94	7.25	10.3	6.15	11.7
Observations	84	84	84	84	84	84	84	84	84

The next step is to estimate how much economic rent held by the energy exporting country can be bargained by the importer’s monopsony power. According to Leiby [2], the US can influence the world oil price by reducing the domestic oil consumptions with some policy like excise tax as a monopsony (single buyer), and this is an externality which is not accounted in the domestic oil price. This theory is also reviewed by the International Atomic Energy Agency [1] and the US National Academy [4]. In this study, the applicability of this theory was investigated in the case of gas import from Russia to Ukraine, and the range of potential recovery of the economic rent to be held by the gas exporters, which is to be used for forecasting the changes of gas import price in near future. The amount of the premium price  $E^M$  of natural gas import, which is the recovered amount by the monopsony power of Ukraine from the economic rent of gas producing countries, is to be calculated by the following equation [2]:

$$E^M = M \frac{dp^w}{dM} = \frac{p^w}{\varepsilon}. \tag{1}$$

Here,  $\varepsilon$  is the price elasticity of supply,  $\varepsilon = M \frac{dM}{dp^w} \frac{p^w}{M}$ ;  $M$  is the imported volume of oil or gas;  $p^w$  is the world price of oil or gas.

Descriptive statistics of the variables used for analysis is given in Table 1.

**Note.** GDP: Gross Domestic Production,  $P$  — the natural gas import price;  $Q$  the imported gas volume;  $Q_{others}$  — the gas volumes consumed by the industries of the low price band, other than the manufacturers and the chemical industries;  $PPI_f$  — PPI of the food industry;  $PPI_m$  — PPI for the manufacturers;  $PPI_c$  —PPI for the chemical industry;  $PPI_e$  — PPI for the energy industry;  $AP$  — Agricultural product (million US dollars).

## RESULTS

### Gas Import Price and Economic Growth

In the precedent studies in the US [1, 4], there was a view such that the macroeconomic adjustment cost that absorbs the sudden increase of the oil import price is the externality that is not included in the oil price in the US domestic market. This view was based on the assumption that the sudden increase of the imported oil price disturbed the GDP growth, and therefore this economic loss is not included in the market price of the imported oil. However, the data of natural gas import price and the GDP shows an opposite relation in case of Ukraine, i.e., when the gas import price went up, the GDP grew as shown in Fig. 2. On the other hand, when the gas import price went up, the imported gas volume was reduced as shown in Fig. 3. Upon these findings, the further analysis was made as shown below.

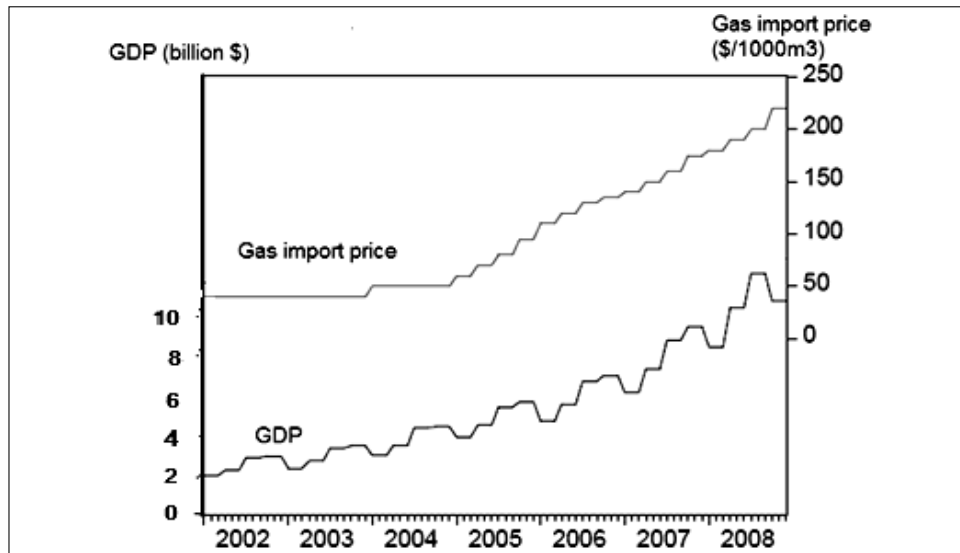


Fig. 2. Temporal change of GDP and Gas Import Price

For finding the reason for the positive correlation between the gas import price and the GDP, the degrees of correlations between the variables are investigated as shown in Table 2.

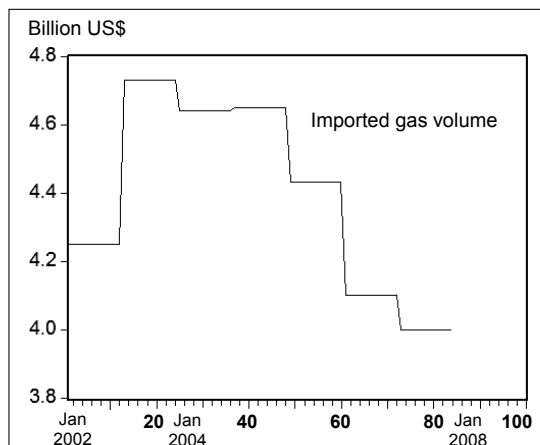


Fig. 3. Temporal change of Imported Natural Gas Volume

As a result, it was found that the GDP, the gas import price, the PPI for the food industry and the consumed gas volume by the industries of low price band such as the food industry have the correlations with each other. Upon this finding, a model was constructed as shown in Fig. 4, with the assumption that the change of the gas import price influenced the demand of the gas

consumption for the industries of low price band, and then the input price rose, inducing the higher PPI for the food industry, and then the GDP grew. Each step of the model constructing was investigated with the least squares method, and the results are shown in Table 3.

**Table 2.** Correlations between the variables

Variables	GDP	P	Q	Q <sub>others</sub>	PPI <sub>f</sub>	PPI <sub>m</sub>	PPI <sub>c</sub>	PPI <sub>e</sub>	AP
GDP	1	0.963	-0.694	0.828	0.404	-0.021	0.132	0.133	0.500
P		1	-0.762	0.871	0.396	-0.052	0.0763	0.173	0.355
Q			1	-0.687	-0.133	-0.149	-0.130	-0.236	-0.218
Q <sub>others</sub>				1	0.477	-0.00513	0.114	0.119	0.205
PPI <sub>f</sub>					1	0.241	0.181	-0.0767	0.0557
PPI <sub>m</sub>						1	0.567	0.124	0.0307
PPI <sub>c</sub>							1	0.0904	0.120
PPI <sub>e</sub>								1	-0.0343
AP									1

**Table 3.** Regression Analysis on Gas Import Price, GDP, PPI and Gas Consumption

Model	Independent variable	Coefficient (a, b, c..)	t-Statistics	R <sup>2</sup>	Durbin-Watson	AIC	Schwartz	
1	GDP = = a + b * P + c * Q	Interception	-3.60	-1.71	0.932	0.481	2.18	2.26
		P	0.0470	23.2				
		Q	0.960	2.16				
2	GDP = a + + b * PPI <sub>f</sub> + + c * PPI <sub>c</sub> + + d * PPI <sub>m</sub> + + e * PPI <sub>e</sub>	Interception	-94.2	-3.56	0.233	0.353	4.65	4.79
		PPI <sub>f</sub>	1.01	4.36				
		PPI <sub>m</sub>	0.219	1.48				
		PPI <sub>c</sub>	-0.396	-2.07				
3	PPI <sub>f</sub> = = a + b * Q <sub>others</sub>	Interception	98.5	208	0.227	0.742	2.95	3.00
		Q <sub>others</sub>	2.34	4.91				
4	Q <sub>others</sub> = a + b * P	Interception	0.616	24.5	0.759	1.25	-1.40	-1.34
		P	0.00355	16.1				

The correlation between the PPI of the food industry and the GDP is relatively stronger than with the other PPIs (Table 3, Model 2). Here the PPI for the food industry is the indicator of the changes of the price over time period. In general, when the quantity of the production increases over the whole industry, the prices of input materials will also increase [3]. As the evidence, the PPI for the food industry has a correlation with the gas consumption of the smaller size industries including the food industry (Table 3, Model 3). Therefore, the above correlation means that there is a possibility that the growth of the food industry contributed to the GDP growth.

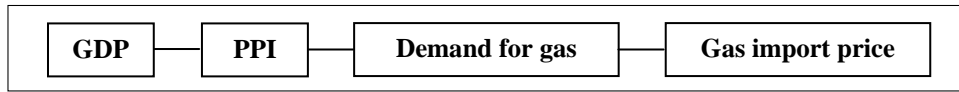


Fig. 4. The relations of GDP, the gas import price and the other variables

The further investigation was made on the growth of the food industry, which is the correlation between the gas consumption of the food industry and the gas import price. Here, however, the gas consumption volume specific to the food industry was not available, but the small and middle size industries, including the food industry. As a result, it was recognized that there is a considerable correlation between the gas import price and the gas consumption by the industries of low price band including the food industry (Table 3, Model 4).

The gas consumption volume by the small-middle size industries has a positive correlation with the gas import price. With this finding, it is assumed that the input prices of the food industry rose, and it led to the GDP growth. Given this assumption, the food industry consumed more gas and led to the GDP growth.

Upon the above finding, Fig. 2 and Fig. 3 can be explained, which shows that the GDP was still growing while the imported gas volume was being reduced. At first, the small-middle size industries such as the food industry grew, while the larger industries such as the energy, the chemical and the manufacturing industries reduced the gas consumption, in order to minimize the negative impacts to the economy, which could be led by the increased gas import price. Then, the saved cost by reducing the imported gas volume could have been spent elsewhere of the macro-economy of Ukraine, such as in the food industry, and it could be the macroeconomics adjustment cost. Upon this assumption, the marginal increase of the gas import price per unit volume of the reduced imported gas was calculated to obtain the sum of the saved cost by reducing the gas import volume, as shown bellow:

$$P_0 = \sum_{i=1}^n P_i \times (Q_1 - Q_i). \quad (11)$$

Here,  $P_0$  is the unit saved cost per volume;  $Q_1$  is the gas imported volume in January 2004 when the imported gas volume started declining;  $P_i$  is the monthly gas import price, and  $Q_i$  is monthly imported gas volume;  $i$  is the suffix that indicates each month. For example,  $i = 1$  means January 2004 and  $i = n$  means December 2008.

Calculated values are 3,484,050,000 US dollars for  $\sum_{i=1}^n P_i \times (Q_1 - Q_i)$ , 22,000,000,000 m<sup>3</sup> for  $\sum_{i=1}^n (Q_1 - Q_i)$ , and 159 US dollars/1000 m<sup>3</sup> for  $P_0$ .

However, the macroeconomics adjustment costs are usually calculated as the reduction of the GDP due to the sudden increase of the energy price [1, 4], and this case, as shown in Fig. 2, is opposite to such common practice. Therefore, there is also a possibility that the calculated value, 159 US dollars/1000 m<sup>3</sup>, is not the adjustment cost of the macro-economy, which is to respond to the price shock, but rather there should be a view such that the economic growth could have induced the imported gas price.

The GDP growth was further analyzed with the gas import price with the autoregression, and then the forecast of the GDP growth was made. The result is shown in Table 4 and Fig. 5. The analysis was made upon the actual data between January 2002 and December 2008, and Fig. 5 shows that the GDP is growing after December 2008. However, due to the economic crisis in 2008, the actual economy of Ukraine shrunk in 2009, while it was recovered in 2010 with 4.3 % increase of the GDP.

**Table 4.** Forecast of the GDP increase

Model	Independed variable	Coeff. (a, b, c..)	t-Statistics	R <sup>2</sup>	Durbin-Watson	AIC	Schwartz
$GDP = a + b * GDP(-1) + c * P(-1) + d * P(-7) + k$	Intercept	0.174	1.14	0.969	1.91	1.41	1.56
	GDP(-1)	0.722	8.71				
	P(-1)	-0.00594	-0.629	RMSE	MAPE	Theil	Numb. of ovs.
	P(-7)	0.0125	1.39	0.626	9.01	0.0517	77
	k	0.0201	1.87				

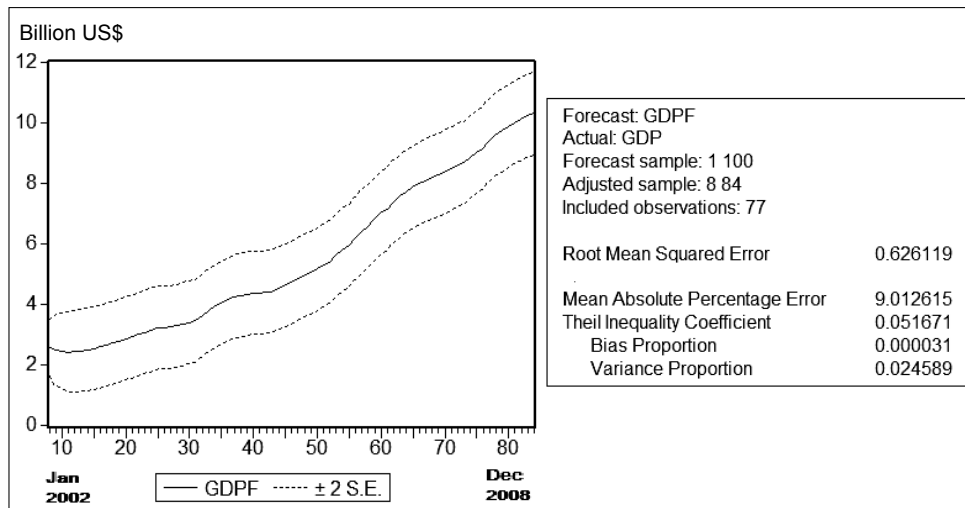


Fig. 5. Forecast of GDP by Gas Import Price with autoregression (-1, -7)

### Influence to the gas import price as a monopsony

With the equation (1), the amount of the premium price  $E^M$  of natural gas import, which is the theoretically bargained amount by the monopsony power of Ukraine out from the economic rent of gas producing countries, is dependent on the price elasticity of gas supply  $\varepsilon$ . But the price elasticity of gas supply  $\varepsilon$  is not obtainable because it is related to the marginal production costs of the producers. Therefore in this study, the premium was calculated for 9 discrete values of  $\varepsilon$  from 0.2 to 5.0 as shown in Table 5.

As of January 2011, the announced gas import price to Ukraine was 264 US dollars/1000m<sup>3</sup>, therefore if the price elasticity of supply  $\varepsilon$  is 1.0, the premium

price,  $E^M$ , of natural gas import is 264 US dollars/1000m<sup>3</sup>; while, if  $\varepsilon$  is 2.0,  $E^M$  will be 132 US dollars/1000m<sup>3</sup>. However, regarding the gas pipelines installed in the territory of Ukraine as well as the further gas export to the EU from Russia, the price elasticity of supply  $\varepsilon$  could be inelastic, i.e., less than 1.0 because the elasticity will be smaller if the suppliers have less flexibility in changing the quantity of supply upon the change of the price. In this case, the premium price,  $E^M$ , of natural gas import could exceed the current gas import price. This finding means that the gas import price could be as higher as this premium price if Ukraine doesn't have the monopsony power.

**Table 5.** The premium price of natural gas import (US dollars/1000 m<sup>3</sup>) at the gas import price of 264 US dollars/1000m<sup>3</sup>

Price elasticity of supply $\varepsilon$	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
Premium price $E^M$ (US dollars/1000 m <sup>3</sup> )	1320	660	440	330	264	132	88	66	52.8

## CONCLUSIONS

The national statistics of Ukraine from 2002 through 2008 was used for the analysis, with the statistical tool, the multiple regression model and the ARMA model. As the result, despite the preliminary assumption, it was found statistically with accurate correlations that the GDP still grew while the gas import price was increased; although, the imported gas volume was reduced while the GDP was growing.

The modeling and forecasting methodology presented in this paper corresponds to the system analysis approach that is based on hierarchical model search procedure and optimization of model parameters by appropriately selected estimation technique. The methodology presented is highly flexible thanks to the use of ACF and PACF functions, correlation matrix and various tests for stationarity analysis and detection of nonlinearity. The flexibility is also provided by the wide set of modern parameter estimation techniques such as maximum likelihood, Monte Carlo for Markov chains and others.

Upon the above finding, the further investigation was made on the relationship between the gas import price and the PPI of different industries; and, it was found that PPI of food industry has stronger correlation with the GDP growth than the PPIs for the other industries such as the chemical, the manufacturing and the energy. Also, the gas consumption of the industries of low price band, such as the food industry, was found positively correlated with the gas price increase.

The result of the above investigation suggests that the gas consumption of the food and other smaller industries was growing as the gas import price was increasing; while, the larger industries such as the chemical and the manufacturing reduced the gas consumption.

Assuming that the saved cost by reducing the imported gas volume was spent elsewhere of the macro-economy of Ukraine, such as the food industry, and it

could be the macroeconomics adjustment cost, the marginal increase of the gas import price per unit volume of the reduced imported gas was calculated as 159 US dollars/1000 m<sup>3</sup>.

There is also a possibility such that the growth of the GDP by the food and other small industries rather stimulated the increase of gas import price. Therefore, further investigation is needed before determining that the cost used for growing the food industry is the externality of the energy price.

Ukraine may hold a monopsony power to lower the price of gas import with the size comparable to the current gas import price, although depending on the price elasticity of gas import price, which further depends on the options of exporters' current capacity of gas production and gas delivery. Further investigation is needed for identifying the price elasticity of gas supply to Ukraine.

The above assumption of the monopsony power held by Ukraine is based on the fact that the natural gas pipelines installed in the territory of Ukraine is the major route of the natural gas export from Russia and Turkmenistan to the EU. However, this situation may not be sustainable because of the volatile global natural gas trades, and it is necessary to observe any possibility of changes in near future. Besides, Russia will start to use the Northern Flow pipeline soon what will change the situation with the natural gas transit.

The future research should be directed towards taking into considerations extra economic indicators as well as further improvement of the model construction methodology based on the use of statistical data and adaptive system analysis approach. The current economy of Ukraine after the world-wide economic crisis in 2008-2009 is of interest for the further investigation in near future.

## REFERENCES

1. *International Atomic Energy Agency*. «Health and environmental impacts of electricity generation systems: procedures for comparative assessment», IAEA Technical Report Series. — 1999. — № 394.—193 p.
2. *Leiby. P.N, Jones D.W, Curlee T.R. and Lee R.* Oil Imports: An Assessment of Benefits and Costs. Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, TN, 1997. — 93 p.
3. *Browning E.K., Browning J.M.* Microeconomic Theory and Application, Third Edition. — Glenview: Scott, Foresman and Company, 1989. — 637 p.
4. *National Research Council*, Hidden Costs of Energy: Unpriced Consequences of Energy Production and Use, Committee on Health, Environmental, and Other External Costs and Benefits of Energy Production and Consumption. — National Research Council, the National Academies Press, Washington, 2010. — 473 p.

*Received 08.09.2011*

---

From the Editorial Board: the article corresponds completely to submitted manuscript



## **ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕЦЕДЕНТОВ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ КРАНОВ МОСТОВОГО ТИПА**

**С.А. КЛИМЧУК**

Установлено, что использование прецедентов для решения не формализованных задач диагностики кранов мостового типа позволяет упростить получение знаний от экспертов, сократить время поиска решения и реализовать самообучение. Предложена модель прецедента и базы прецедентов, которая позволяет охарактеризовать текущее состояние крана мостового типа во время диагностики. Показано, что применение онтологии прецедентов позволяет повысить качество принимаемых решений благодаря использованию знаний, накопленных многими специалистами в области технической диагностики. Предложена структурная схема системы поддержки принятия решений диагностики кранов мостового типа. Основными компонентами, которые отражают ее функциональные возможности, являются база прецедентов, блок ее настройки и поиска прецедентов. Разработана система поддержки принятия решений диагностики металлоконструкции кранов мостового типа. Применение системы поддержки принятия решений позволило уменьшить информационную нагрузку на лицо, принимающее решения, снизить влияние факторов субъективности при анализе текущего состояния крана, сократить время, необходимое для принятия решения..

### **ВВЕДЕНИЕ**

Разработка эффективных методов технического диагностирования объектов машиностроения повышенной опасности (грузоподъемных кранов, лифтов, подъемников, сосудов под давлением) является жизненно важной проблемой для Украины. Решение задач, связанных с безопасной эксплуатацией кранов мостового типа, которые отработали нормативный ресурс, с каждым годом обостряется, поскольку темпы восстановления их парка значительно ниже роста числа машин с истекшим нормативным сроком эксплуатации.

**Цель работы** — решение задачи безопасной эксплуатации кранов мостового типа посредством применения системы поддержки принятия решений для диагностики технического состояния на основе прецедентов.

### **АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ВОПРОСА**

Только на предприятиях Луганской области эксплуатируется более 5000 грузоподъемных кранов и 6000 подъемников, 85 % которых выработали нормативный срок службы. Техническое состояние большинства кранов соответствует уровню 1960-х гг.

Несмотря на повышенный интерес к этой проблеме со стороны кафедр подъемно-транспортной техники ВУЗов, технического комитета ТКУ-78 «Техническая диагностика и неразрушающий контроль» при институте

сварки им. Е.О. Патона, сотрудников предприятий разных отраслей, работников Государственного комитета Украины по промышленной безопасности, охране труда и горному надзору, в настоящее время недостаточно проработан вопрос создания эффективных компьютеризированных систем технической диагностики кранов мостового типа (КМТ), а публикации по данной теме носят эмпирический характер.

Оценка технического состояния КМТ является приоритетной задачей, которая требует применения специализированных систем поддержки принятия решений (СППР). Существующие методы диагностирования не охватывают всего спектра внешних воздействий, которым КМТ подвергаются при эксплуатации. Сложность решения данной задачи обусловлена слабой формализацией сведений об отказах, которые имеют описывающий характер, отсутствием систематизированной информации о характере и изменениях внешних воздействующих факторов, большим количеством контролируемых параметров и взаимосвязей между ними, а также недостаточным количеством статистических данных по эксплуатации КМТ.

В связи с этим, только специалист, обладающий большим опытом работы в области диагностики КМТ и широким кругозором, может обосновать принятие решения по конкретному отказу, как правило, находя решение «по аналогии с предыдущим», т.е. адаптируя принятое ранее решение к текущей ситуации.

Следовательно, перспективным является решение задачи диагностики КМТ путем создания СППР, имитирующей человеческие рассуждения и основанной на эффективном использовании существующего опыта, представленного в виде прецедентов [1]. Такая система позволяет обобщать информацию, адаптироваться к ее изменениям, общаться с пользователем на естественном языке, принимать решение в условиях неполной, ненадежной и противоречивой информации. Наличие механизма рассуждений на основе прецедентов в системе экспертного диагностирования позволяет своевременно и более качественно осуществлять диагностирование КМТ, и дает возможность принимать адекватные и экономически выгодные решения с целью нормализации проблемной ситуации [2].

## РАЗРАБОТКА СТРУКТУРЫ ПРЕЦЕДЕНТА

Прецедент (case) диагностики КМТ представлен в виде набора параметров с конкретными значениями и решения:

$$\text{Case}(x_1, x_2, \dots, x_n, R), \quad (1)$$

где  $x_1, \dots, x_n$  — диагностические параметры КМТ ( $x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_n \in X_n$ ),  $R$  — диагноз и рекомендации лица, принимающего решения (ЛПР),  $n$  — количество параметров прецедента,  $X_1, \dots, X_n$  — пределы допустимых значений соответствующих параметров прецедента.

Прецедент (1) диагностики является описанием текущего технического состояния КМТ в совокупности с указанием работ, которые проводятся в результате диагностики и включает следующие основные компоненты (рис. 1): диагностические параметры КМТ [3], диагноз, рекомендации по применению решения.

База прецедентов (БП) СППР содержит информацию о каждом диагностическом параметре, который используется для описания прецедентов (рис. 1).

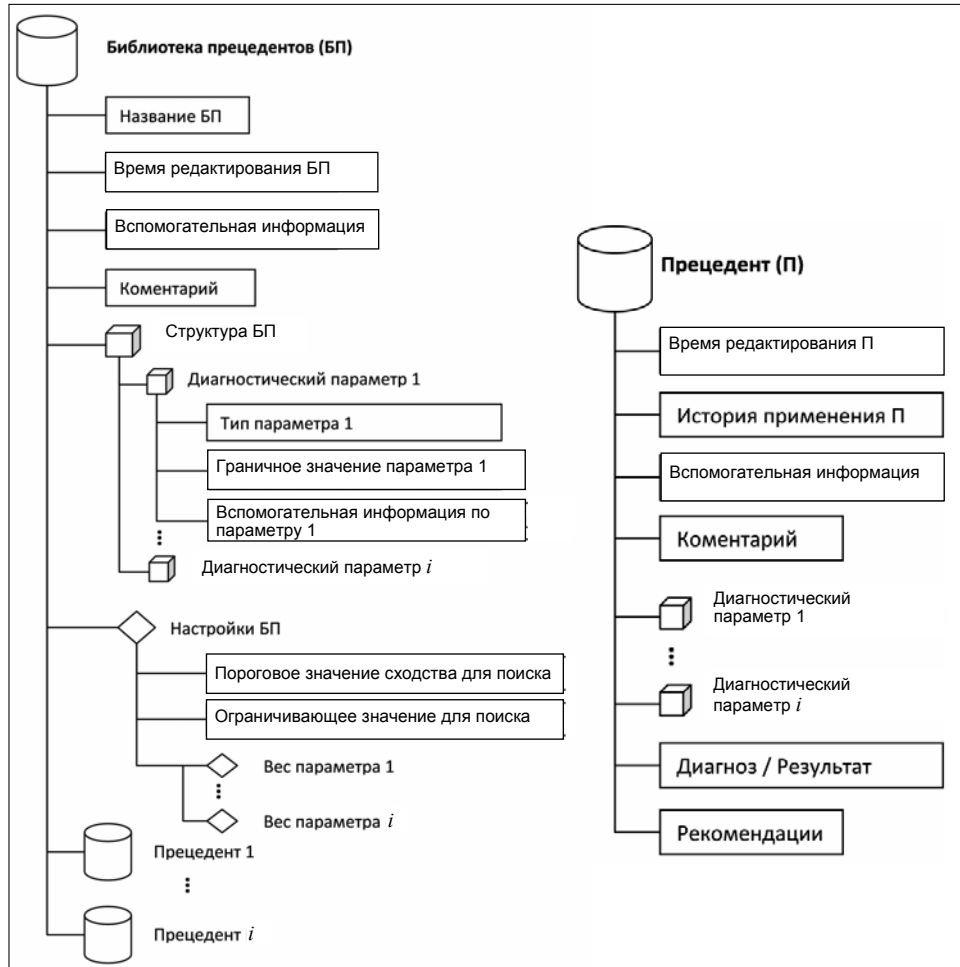


Рис. 1. Структура БП для СППР диагностики КМТ

## РАЗРАБОТКА ОНТОЛОГИИ ПРЕЦЕДЕНТОВ ДИАГНОСТИКИ

Согласно структурной схеме технической диагностики КМТ были определены следующие основные классы: «Испытания» (Tests), «Металлоконструкция» (Metallware), «Механизм» (Mechanism), «Общие сведения» (General\_information), «Паспортные данные» (Published\_data), «Приборы безопасности» (Safety\_controls), «Электрооборудование» (Electrical equipments). С помощью плагина Ontoviz к системе Protégé разработана таксономия основных классов прецедента диагностики, фрагмент которой представлен на рис. 2.

Применение онтологии прецедентов позволяет производить автоматизированную обработку информации и повысить качество решений, которые принимаются. Благодаря использованию знаний, накопленных многими

специалистами, это позволит решать плохо формализованные задачи диагностики КМТ, упростить приобретение знаний от экспертов, сократить время поиска решения [4].

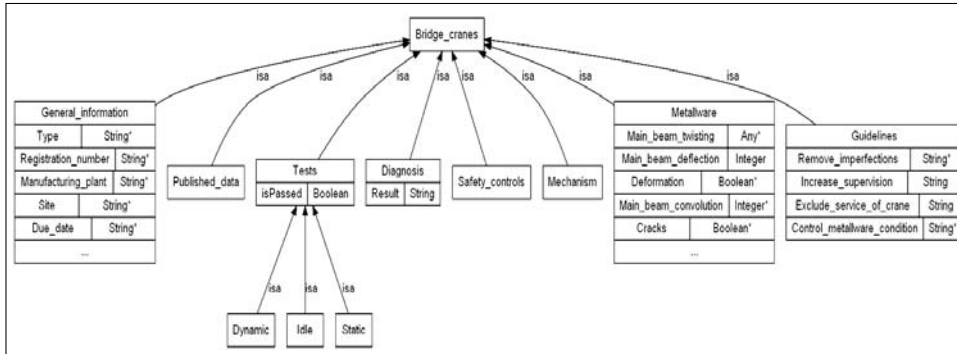


Рис. 2. Онтология прецедентов диагностики КМТ

## РАЗРАБОТКА СТРУКТУРНОЙ СХЕМЫ СППР

Структурная схема СППР технической диагностики КМТ на основе прецедентов приведена на рис. 3.

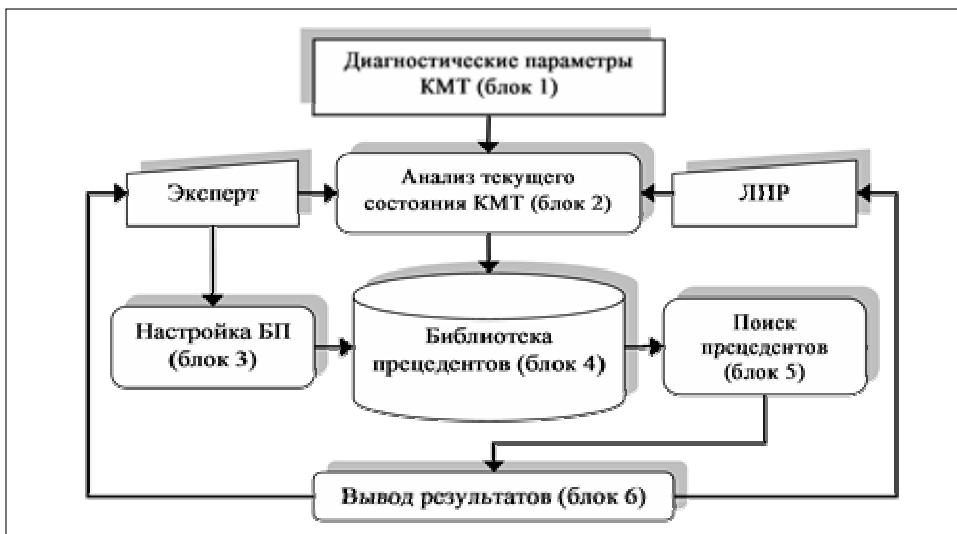


Рис. 3. Структурная схема СППР технической диагностики КМТ

Основными функциональными компонентами СППР являются:

- блок 1 — получение диагностических параметров КМТ от обслуживающего персонала, системы контроллеров, из оперативной БД;
- блок 2 — анализ текущего состояния КМТ, предназначенный для предварительной обработки информации;
- блок 3 — настройка БП, позволяющая эксперту формировать структуру БП, загрузку и сохранение БП и т.д.;
- блок 4 — библиотеки прецедентов, которые уже имели место при диагностике КМТ или заданы экспертом на основе его собственного опыта;

- блок 5 — поиск решения, который реализует поиск прецедентов диагностики;
- блок 6 — вывод результатов, который отображает диагноз и рекомендации ЛПР и/или эксперту.

### ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ СППР

В соответствии с предложенной структурной схемой (рис. 3) была разработана СППР диагностирования металлоконструкций КМТ, главное окно которой показано на рис. 4. В качестве начального набора прецедентов используется каталог ситуаций, составленный по данным из отчетов технической диагностики КМТ ООО «Инженерный центр промышленной безопасности» (г. Луганск) и экспертно-диагностической научно-исследовательской лаборатории «Грузоподъемные машины и промышленные сооружения» ВНУ им. В. Даля.



Рис. 4. Главное окно СППР технической диагностики КМТ

СППР позволяет задавать локальные метрики подобия для отбора каждого диагностического параметра, веса параметров и глобальную метрику подобия для прецедента в целом. После уточнения всех необходимых метрик подобия осуществляется поиск прецедентов и их вывод в порядке уменьшения релевантности с указанием степени подобия каждого прецедента.

После того, как отобран соответствующий прецедент, может выполняться его адаптация — модификация имеющегося в нем решения с целью его соответствия параметрам текущей ситуации и сохранения в БП [5]. В случае отсутствия необходимости в адаптации выполняется сохранение выбранного прецедента без изменения параметров.

## ВЫВОДЫ

1. В ходе проведенного исследования было установлено, что диагностика на основе прецедентов позволяет решать не достаточно формализованные задачи диагностики КМТ, упростить получение знаний от экспертов, сократить время поиска решения и реализовать самообучение.

2. Предложенная модель прецедента позволяет охарактеризовать состояние КМТ во время диагностики.

3. Применение онтологии прецедентов позволяет повысить качество решений, которые принимаются, благодаря использованию знаний, накопленных многими специалистами.

4. Предложена структурная схема СППР диагностики КМТ. Основными компонентами, которые отражают ее функциональные возможности, являются база прецедентов, блок ее настройки и получения прецедентов.

5. Разработана СППР диагностики металлоконструкции КМТ. Применение СППР способствует уменьшению информационной нагрузки на ЛПР в процессе принятия решений, снижению влияния факторов субъективности при анализе текущей ситуации, сокращению времени, необходимого для принятия решения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Aamodt A., Plaza E.* Case-based reasoning: Foundational issues, methodological variations, and system approaches // *AI Communications*. — 7, Issue 1. — 1994. — P. 39–59.
2. *Варшавський П.Р., Еремеев А.П.* Моделирование рассуждений на основе прецедентов в интеллектуальных системах поддержки принятия решений // *Искусственный интеллект и принятие решений*. — 2009. — № 1. — С. 45–57.
3. *Ульшин В.А., Климчук С.А.* Модель диагностики кранов мостового типа // *Тр. Луганского отделения Междунар. Акад. информатизации*. — 2009. — № 2 (20). — С. 61–71.
4. *Розушина Ю.В., Гришанова І.Ю.* Використання методу індуктивного виведення для вдосконалення онтології предметної області пошуку // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — 2007. — № 1. — С. 62–70.
5. *Anguel F., Sellami M.* Knowledge management for fault diagnosis of gas turbines using case based reasoning // *Communications of the IBIMA*. — 2009. — 10, № 24. — P. 186–190.

Поступила 07.06.2010

**МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМАЛЬНЕ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ  
ДЛЯ ПІДТРИМАННЯ СТАБІЛЬНОСТІ ІНДЕКСУ  
СПОЖИВЧИХ ЦІН**

**В.Д. РОМАНЕНКО, О.А. РЕУТОВ**

Розроблено модель динаміки індексу споживчих цін (ІСЦ) з різномірою дискретизацією координат. На вхід моделі подається сім збурень та два керуючих діяння, які визначають прийняття рішень, а саме: процентна ставка на міжбанківському ринку на гривню строком овернайт та процентна ставка на внутрішні цінні папери міністерства фінансів строком 3 роки. Наведена динаміка збурень та керувань у ретроспективі. Проведено математичний і економічний аналіз коефіцієнтів моделі ІСЦ та виявлені основні властивості цієї моделі. Для забезпечення стабільності ІСЦ виконано проектування оптимального закону прийняття рішень на основі мінімізації критерію оптимальності у формі узагальненої дисперсії ІСЦ та керуючих діянь. На основі синтезованого закону прийняття рішень визначені в дискретній формі оптимальні керуючі діяння. Проведено цифрове моделювання на основі історичних даних та синтезованого критерію оптимальності. На основі аналізу результатів цифрового моделювання встановлено, що застосування оптимального закону прийняття рішень забезпечило в середньому зменшення узагальненої дисперсії ІСЦ у п'ять разів.

**ВСТУП**

Після декількох хвиль кризисів, які відбулися у світі з 2008–2011 рр., проблему інфляції знову почали активно висвітлювати ЗМІ, вона стала найактуальнішою для всіх державних банків різних країн світу. Головним чином проблема виникає від того, що інфляція дуже волатильний чинник, на якому зав'язана економічна система країн та світу. В одній із праць МВФ поставило питання, що таргетування інфляції має знаходитись на вищому рівні, ніж було до кризи [1]. Але більша інфляція спричиняє інші різноманітні проблеми, наприклад, волатильність може значно збільшитися. Це потребує таргетувати не тільки абсолютне значення інфляції, але й її волатильність.

Останнім часом багато робіт присвячено різноманітним питанням, які тим чи іншим чином пов'язані з інфляцією. Ці питання розглядаються як з економічної токи зору, так і з математичної.

У роботах [2, 3, 4] інфляція розглядається лише як економічний фактор, але й описуються деякі прості моделі, що виходять саме з економічного змісту інфляції.

У роботах [5, 6] інфляцію розглянуто з математичної точки зору і приведено деякі моделі. Але проблема цих моделей полягає в тому, що вони розглядають інфляцію взагалі, а не відокремлено до певних аспектів прита-

манних Україні чи певного періоду часу. У роботі [7] було розглянуто різноманітні моделі в умовах України. Але їхня якість є незадовільною, хоча і було зроблено висновок про потребу спиратися на моделі під час таргетування інфляції.

У роботах [8, 9] розглянуто використання регулятора на основі мінімізації узагальненої дисперсії на реальних процесах: залишки на поточних рахунках та курсу гривня/долар. Цей регулятор використовувався для визначення оптимального керування.

**Мета роботи** — створення різноманітної моделі, яка описує поведінку індексу споживчих цін (ІСЦ) України протягом 2009–2010 рр. Визначення індикатору оптимальності для підтримання стабільності (мінімальної волатильності) цього процесу та проведення цифрового моделювання результатів оптимального управління.

Постановка завдання:

- створити різноманітну модель, яка описує поведінку ІСЦ України протягом 2009–2010 рр. на основі різноманітних збурень та керувань для цієї моделі;
- розробити алгоритм прийняття рішень для підтримання стабільності (мінімальної волатильності) ІСЦ на основі критерію оптимальності у вигляді узагальненої дисперсії;
- провести цифрове моделювання результатів.

## РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ІСЦ ІЗ РІЗНОТЕМПОВОЮ ДИСКРЕТИЗАЦІЄЮ

Першим етапом у побудові моделі є визначення збурень, керувань моделі та її структури. На рис. 1 можна побачити структуру моделі ІСЦ. До моделі входить сім збурень та два керування. Також важливим є наявність трьох авторегресивних членів вихідної величини. Це свідчить про сильну «пам'ять» процесу, оскільки три попередні значення впливають на вихідну величину.

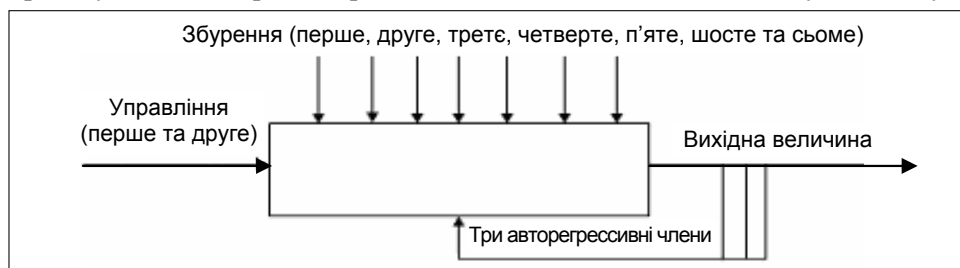


Рис. 1. Схема моделі

Вихідною координатою є ІСЦ, який описує зміну вартості кошику продуктів споживача. Цей економічний показник дозволяє оцінювати витрати споживачів та розрахувати більш зрозумілий для споживача показник — інфляцію.

На рис. 2 зображено поведінку ІСЦ та інфляції в ретроспективі. Для моделювання цей показник є зручнішим, ніж інфляція. Зазначені економічні показники пов'язані між собою формулою

$$\text{Інфляція}_t = \ln(\text{ІСЦ}_t - \text{ІСЦ}_{t-1}),$$

але для процесу ІСЦ характерним є відсутність різких стрибків, що дозволяє виявити авторегресивні члени процесу.



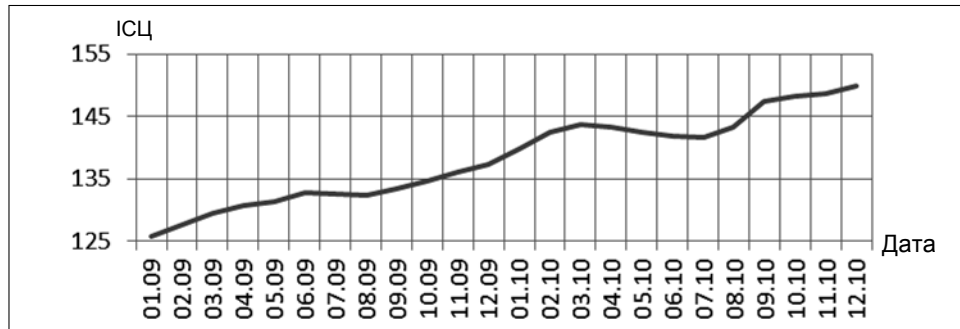


Рис. 2. Графік ІСЦ — значення ІСЦ на початку 2008 р. дорівнює 100 (у безрозмірних одиницях)

Перше збурення ( $\xi_1$ ) — нетто між імпортом та експортом послуг. Поведінку цього фактора зображено на рис. 3. Вказаний фактор значно впливає на значення ІСЦ на території України завдяки великій кількості заробітчан.



Рис. 3. Графік нетто імпорту та експорту послуг (у тис. дол США)

Збурення ( $\xi_2$ ), яке зображено на рис. 4 є агрегуючим. До його складу входять збурення, завдяки яким відбувається фінансування рахунку поточних операцій.

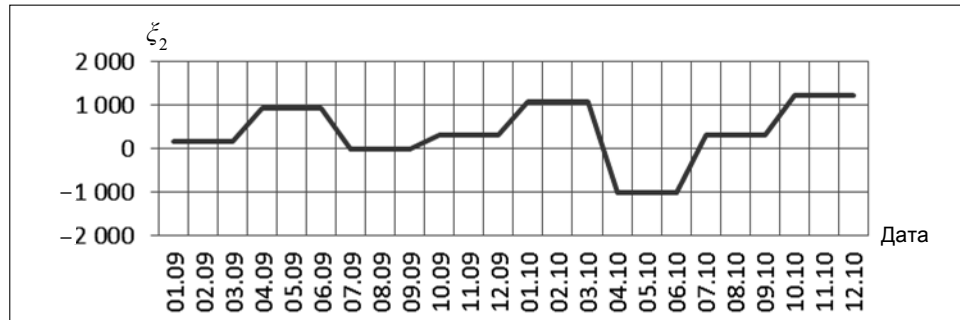


Рис. 4. Графік рахунку операцій з капіталом та фінансових операцій (у млн дол США)

Третє збурення ( $\xi_3$ ) — ВВП України. Якщо ВВП країни не зростає, то очікувана інфляція буде зростати. Четвертим збуренням ( $\xi_4$ ) є загальний розмір зовнішніх інвестицій. Поведінку цих збурень зображено на рис. 5. Обсяг зовнішніх інвестицій свідчить про додаткову грошову масу на території України, що надійшла ззовні її території та потребує додаткового контролю від Центрального банку України.



Рис. 5. Графіки ВВП України (ліва вісь у млн грн) та обсяг зовнішніх інвестицій (права вісь) у млн дол США

П'яте ( $\xi_5$ ) та шосте ( $\xi_6$ ) збурення — максимальний та мінімальний курс гривня/долар протягом місяця. Для нашої країни, яка є імпортозалежною, ці збурення дуже суттєві, оскільки зміна курсу прямим чином впливає на вартість продуктового кошика споживача. На рис. 6 зображено поведінку цих збурень у ретроспективі.

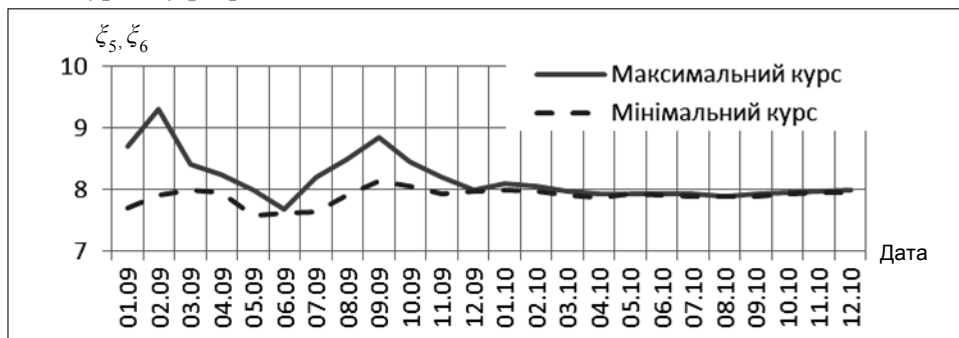


Рис. 6. Графіки мінімального та максимального курсу грн/дол протягом місяця (у грн)

Сьоме збурення ( $\xi_7$ ) — процентна ставка на цінні папери Казначейства США строком на один рік. Графік сьомого збурення зображено на рис. 7. Цей фактор є суттєвим, оскільки при наявності прив'язки курсу гривні до долара Україна «експортує» монетарну політику США, а саме її інфляцію [2].



Рис. 7. Графік процентної ставки на цінні папери Казначейства США строком на один рік (у процентних пунктах)

На рис. 8 зображено поведінку в ретроспективі керувань: процентна ставка на міжбанківському ринку на гривню строком овернайт та процентна ставка на державні цінні папери (ЦП) Міністерства фінансів строком на 3 роки. Ці збурення є регулюючими важелями монетарної політики України. Перше керування є індикатором ціни на короткостроковому ринку, а друге — на довгостроковому горизонті.



Рис. 8. Графіки процентної ставки на міжбанківському ринку строком овернайт та на внутрішні ЦП Міністерства фінансів строком на 3 роки (у процентних пунктах)

Загальний вигляд рівняння моделі ІСЦ типу ARMAX із різнометровою дискретизацією має такий вигляд:

$$\begin{aligned}
 Y\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] &= \alpha_1 Y\left[\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right]h_1\right] + \alpha_2 Y\left[\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]-2\right]h_1\right] + \alpha_3 Y\left[\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]-3\right]h_1\right] + \\
 &+ \beta_0 u_1\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] + \beta_1 u_2\left[\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right]h_1\right] + \sum_1^3 \varsigma_1^i \xi_i\left[\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right]h_2\right] + \\
 &+ \sum_4^5 \varsigma_1^i \xi_i\left[\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right]h_1\right] + \varsigma_1^6 \xi_6\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] + \varsigma_1^7 \xi_7(kT_0) + \varsigma_2^7 \xi_7[(k-1)T_0], \quad (1)
 \end{aligned}$$

де  $Y\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right]$  — вихідна величина ІСЦ на момент часу  $k$ ;  $k$  — номер

дискретного відліку з періодом дискретизації  $T_0$ ;  $T_0 = \frac{1}{2}$  місяця = 15 днів

— базовий період дискретизації;  $\left[\frac{k}{m}\right]$  — ціле число від ділення, де  $m$  —

ціле число більше ніж 1;  $h_1 = m_1 T_0 = 2T_0 = 1$  місяць,  $m_1 = 2$ ;  $h_2 = m_2 T_0 = 6T_0 = 3$  місяці,  $m_2 = 6$ .

Інші позначення розшифровані в таблиці. Також у ній знаходяться значення коефіцієнтів моделі. Чотири збурення перевищують 5-ти процентний поріг індикатора значущості. З точки зору теорії, це свідчить про те, що їх можна виключити з моделі, але якщо це зробити, то значно погіршаться результати моделювання. Тому з точки зору практики, ці збурення залишилися в моделі.

Таблиця. Результати оцінювання коефіцієнтів для моделі ІСЦ

Змінна	Значення коефіцієнта	Індикатор незначущості	
$Y\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right)h_1$	ІСЦ із лагом 2 (1 місяць)	1,417225	0,0000
$Y\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]-2\right)h_1$	ІСЦ із лагом 4 (2 місяці)	-1,103765	0,0001
$Y\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]-3\right)h_1$	ІСЦ із лагом 6 (3 місяці)	0,298023	0,0148
$\xi_1\left[\left[\frac{k}{m_2}\right]-1\right)h_2$	Нетто між експортом та імпортом послуг з лагом 6 (3 місяці)	-7,63E-06	0,0003
$\xi_2\left[\left[\frac{k}{m_2}\right]-1\right)h_2$	Рахунок операцій з капіталом та фінансових операцій із лагом 6 (3 місяці)	-0,001090	0,0011
$\xi_3\left[\left[\frac{k}{m_2}\right]-1\right)h_2$	ВВП України з лагом 6 (3 місяці)	-3,76E-05	0,0012
$\xi_4\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right)h_1$	Обсяг зовнішніх інвестицій в Україну з лагом 2 (1 місяць)	0,001329	0,0000
$\xi_5\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right)h_1$	Мінімальний курс грн/дол протягом місяця з лагом 2 (1 місяць)	-1,412745	0,0800
$\xi_6\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right)$	Максимальний курс грн/дол протягом місяця	0,884171	0,1457
$\xi_7(kT_0)$	Процентна ставка на ЦП Казначейства США строком 1 рік	3,903509	0,1495
$\xi_7[(k-1)T_0]$	Процентна ставка на ЦП Казначейства США строком на 1 рік із лагом 1 (пів місяця)	-3,609543	0,0554
$u_1\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right)$	Процентна ставка на міжбанківському ринку на гривню строком овернайт	0,587058	0,0218
$u_2\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right)h_1$	Процентна ставка на внутрішні ЦП Міністерства фінансів строком на 3 роки з лагом 2 (1 місяць)	0,202557	0,0002

Варто звернути увагу, що модель має три авторегресивні члени. Також важливим є те, що одне керування (процентні ставки строком овернайт) впливає на вихідну величину відразу, а друге (процентні ставки на 3 роки) — впливає із лагом на 1 місяць.

Щодо якості оцінювання, то зкоректований коефіцієнт  $R^2 = 0,997$  є достатньо якісним результатом. Для цієї моделі, якби зкоректований коефіцієнт  $R^2 = 0,9$ , то можна було б стверджувати, що результати незадовільні. У цій моделі є яскраво-визначений тренд, тому значення зкоректованого коефіцієнта  $R^2$  має бути дуже близьким до одиниці, щоб результати були адекватними. На рис. 9 зображені графіки ІСЦ: реальний та розрахований по моделі (1).

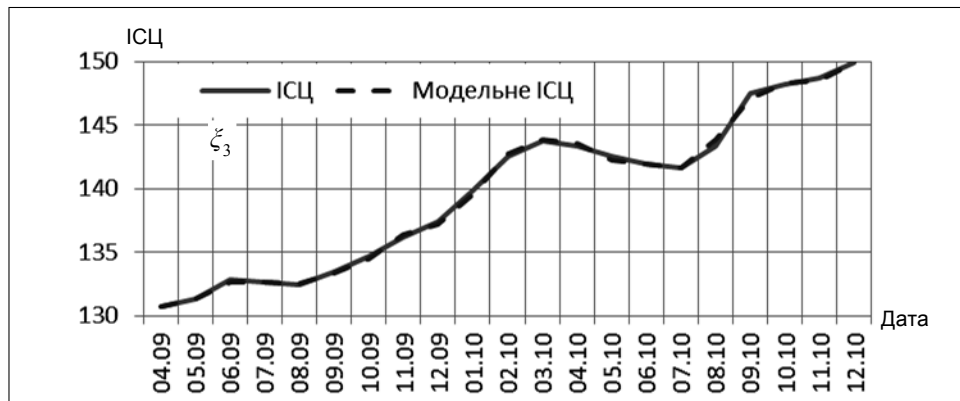


Рис. 9. Графіки реального ІСЦ та ІСЦ за моделлю (1)

### АНАЛІЗ МОДЕЛІ ІНДЕКСУ СПОЖИВЧИХ ЦІН

- Авторегресивні коефіцієнти мають складну структуру. Коефіцієнти відрізняються за значенням та знаком. Але ця система є стійкою.

- Значення коефіцієнта у випадку нетто експорту та імпорту послуг менше ніж нуль. Тобто перевищення імпорту над експортом збільшує ІСЦ, що співпадає з економічною теорією. Більше надходження валюти створює додаткову грошову масу, а це, у свою чергу, збільшує інфляцію.

- Коефіцієнти під час рахунку операцій з капіталом та фінансових операцій і ВВП України менші ніж нуль. Це свідчить про те, що ріст цих збурень зменшує ІСЦ. Ми спостерігаємо таку ситуацію, так як Україна має значний потенціал росту і ріст даних збурень дозволяє очікувати покращення економічного стану країни завдяки використанню цього потенціалу.

- Значення коефіцієнта при обсягу зовнішніх інвестицій свідчить про додатковий тиск на інфляцію завдяки створенню додаткової грошової маси. На відміну від рахунку операцій за капіталом та фінансових операцій, це збурення вказує на створену додаткову грошову масу.

- Максимальний та мінімальний курси мають коефіцієнти з різними знаками, але різні за модулем. Україна є імпортозалежною країною, тому більший курс збільшує ІСЦ. Але, як можна побачити, коефіцієнт за мінімального курсу більший за абсолютним значенням. Тому дуже важливим є не значення курсу, а наскільки він змінився. За великих стрибків ІСЦ буде значно більший, ніж за стабільного та повільного збільшенню курсу.

- Значення коефіцієнтів при ставці на папери Казначейства США майже однакові за абсолютним значенням, але мають різні знаки. Саме тому важливим є зміна ставок, а не їх абсолютне значення.

- Обидва керування мають коефіцієнти більше ніж нуль. Чим більша ставка тим більша інфляція. В Україні ця залежність цілком зрозуміла, оскільки частіше за все ставки взаємопов'язані очікуваною інфляцією. Чим більша очікувана інфляція, тим більші ставки хочуть отримати контрагенти по цінним паперам. Ставки овернайт на міжбанківському ринку у свою чергу впливають на очікувану інфляцію. Чим більші ставки, тим більші проблеми очікуються в Україні, тим більша інфляція очікується.

**СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОГО ЗАКОНУ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ**

Наступним етапом після створення моделі є визначення критерію оптимальності прийняття рішень, який буде мінімізуватися [8, 9]. Обов'язково критерій має забезпечувати стабільність ІСЦ, тобто наступне значення повинно мінімально відрізнятись від поточного:

$$I\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] = E\left\{\left(Y\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] - Y\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right] - 1\right)h_1\right]\right)^2\right\}, \quad (2)$$

де  $E$  — математичне сподівання;  $Y\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right]$  — поточне значення регульованої змінної (ІСЦ);  $Y\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right] - 1\right)h_1\right]$  — минуле значення ІСЦ.

З огляду на те, що в критерій, описаний рівнянням (2), не входить (зі зважувачим коефіцієнтом) жодна керуюча змінна, під час регулювання можуть спостерігатися дуже значні зміни в керуванні, що може вплинути на стабільність процесу керування або взагалі зробити його неможливим. Тому в цій роботі запропоновано таку версію критерію оптимальності у вигляді узагальненої дисперсії:

$$I\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] = E\left\{\left(Y\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] - Y\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right] - 1\right)h_1\right]\right)^2 + r_1\left(u_1\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] - \bar{u}_1\right)^2 + r_2\left(u_2\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right] - 1\right)h_1\right] - \bar{u}_2\right)^2\right\}, \quad (3)$$

де  $\bar{u}_1$  — середнє значення рівня першого керування;  $\bar{u}_2$  — середнє значення рівня другого керування;  $r_1$  та  $r_2$  — вагові коефіцієнти відповідно для першого та другого керування.

Подібні критерії використовувалися у [8, 9] та показали адекватні результати.

Підставимо (1) у (3). Отримаємо такий критерій у вигляді узагальненої дисперсії:

$$I\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] = E\left\{\alpha_1 Y\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right] - 1\right)h_1\right] + \alpha_2 Y\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right] - 2\right)h_1\right] + \alpha_3 Y\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right] - 3\right)h_1\right] + \beta_0 u_1\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] + \beta_1 u_2\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right] - 1\right)h_1\right] + \sum_1^3 \varsigma_1^i \xi_i\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right] - 1\right)h_2\right] + \sum_4^5 \varsigma_1^i \xi_i\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right] - 1\right)h_1\right] + \varsigma_1^6 \xi_6\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] + \varsigma_1^7 \xi_7(kT_0) + \varsigma_2^7 \xi_7[(k-1)T_0] - \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & -Y\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right)h_1\right]^2 + r_1\left(u_1\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right]-\bar{u}_1\right)^2 + \\
 & + r_2\left(u_2\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right)h_1\right]-\bar{u}_2\right)\left(u_2\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right)h_1\right]-\bar{u}_2\right)^2\right\}.
 \end{aligned}$$

Мінімізація критерію виконується завдяки розв'язку такої системи:

$$\begin{cases}
 \frac{\partial l\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right]}{\partial u_1\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right]} = 2 * \beta_0 * \left(Y\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] - Y\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right)h_1\right]\right) + \\
 + 2 * r_1\left(u_1\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] - \bar{u}_1\right)^2 = 0, \\
 \frac{\partial l\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right]}{\partial u_2\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right)h_1\right]} = 2 * \beta_1 * \left(Y\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] - Y\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right)h_1\right]\right) + \\
 + 2 * r_2\left(u_2\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right)h_1\right] - \bar{u}_2\right)^2 = 0.
 \end{cases}$$

Виконавши всі необхідні перетворення, можемо записати систему для оптимального прийняття рішень в умовах підтримання стабільності ІСЦ:

$$\begin{cases}
 u_1^{\text{OPT}}\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] = -\frac{1}{r_2r_1 + r_2\beta_0^2 + r_1\beta_1^2} \{r_2\beta_0(\tilde{Y}\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] - \\
 - Y\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right)h_1\right] - r_1(r_2 + \beta_1^2)\bar{u}_1 + r_2\bar{u}_2\beta_0\beta_1\}, \\
 u_2^{\text{OPT}}\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right)h_1\right] = -\frac{1}{r_2r_1 + r_2\beta_0^2 + r_1\beta_1^2} \{r_1\beta_1(\tilde{Y}\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right] - \\
 - Y\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right)h_1\right] - r_2(r_1 + \beta_0^2)\bar{u}_2 + r_1\bar{u}_1\beta_0\beta_1\},
 \end{cases}$$

де  $\tilde{Y}\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right]$  — очікуване значення вихідної координати за моделлю без керувань (1);  $u_1^{\text{(OPT)}}\left[\left[\frac{k}{m_1}\right]h_1\right]$  та  $u_2^{\text{(OPT)}}\left[\left(\left[\frac{k}{m_1}\right]-1\right)h_1\right]$  — оптимальні значення змінних, на які можливий вплив, під час прийняття оптимального

рішення, з точки зору критерію оптимальності, у вигляді рівняння (3). Оптимальні значення кожного керування залежать від значень обох керувань, а не тільки від власного.

## РЕЗУЛЬТАТИ ЦИФРОВОГО МОДЕЛЮВАННЯ

У критерій входять чотири змінні, які можуть встановлюватися:  $\bar{u}_1$  — визначає очікувану процентну ставку на міжбанківському ринку на гривню строком овернайт;  $\bar{u}_2$  — визначає очікувану процентну ставку на внутрішні ЦП Міністерства фінансів строком на 3 роки;  $r_1$  — ваговий коефіцієнт для першого керування;  $r_2$  — ваговий коефіцієнт для другого керування.

Вагові коефіцієнти вибираються залежно від того, що має для оптимального прийняття рішень найбільше значення: підтримання стабільності ІСЦ або підтримання двох процентних ставок (керувань) на очікуваних рівнях. Між керуваннями можна також визначити домінуюче керування або, ставлячи однакові коефіцієнти, не вирізняти їх.

Під час експериментальних розрахунків на історичних даних показники вибирались такими:  $\bar{u}_1 = 2$  — ставка на гривню на міжбанківському ринку строком овернайт очікується 2%;  $\bar{u}_2 = 14$  — ставка на внутрішні ЦП Міністерства фінансів строком 3 роки очікується 14%;  $r_1 = 0,9$  — ставка на міжбанківському ринку має майже такий самий вплив як і стабільність ІСЦ;  $r_2 = 0,1$  — ставка на внутрішні ЦП Міністерства фінансів має набагато менший вплив.

На рис. 10 можна побачити графіки оптимального прийняття рішень і керування за реального функціонування процесу для другого керування відповідно.



Рис. 10. Графіки оптимального прийняття рішень і керування за реального функціонування процесу для другого керування (у процентних пунктах)

Оптимальне прийняття рішень для першого керування коливалось щодо очікуваного рівня. Оптимальне прийняття рішень для другого керування знаходилось майже три чверті періоду моделювання на очікуваному рівні, але на останній чверті воно також почало сильніше коливатися, але нижче очікуваного рівня. Це викликано ваговими коефіцієнтами.



Як можна побачити на рис. 11, узагальнена дисперсія ІСЦ змінилася у деяких періодах дуже суттєво. Але узагальнена дисперсія за оптимального прийняття рішень була завжди значно нижче за узагальнену дисперсію при реальному протіканні процесу.



Рис. 11. Графіки узагальненої дисперсії ІСЦ при оптимальному прийнятті рішень та при реальному протіканні процесу (у безрозмірних величинах)

## ВИСНОВКИ

У цій роботі було розроблено модель з різноміжною дискретизацією, яка описує динаміку індексу споживчих цін протягом 2009–2010 рр. На вхід цієї моделі подається сім збурень та два керування, які визначають прийняття рішення. Під час створення моделі використовувався різноманітний матеріал з теми індексу споживчих цін та інфляції, але в умовах України важливим виявилися саме практичні результати, тому що в умовах нашої країни світова теорія динаміки фінансових процесів дуже часто діє по-своєму. Проведено аналіз коефіцієнтів моделі ІСЦ.

Також був розроблений критерій оптимальності у вигляді узагальненої дисперсії, який дозволяє проводити фінансову політику таким чином, щоб коливання ІСЦ були якомога меншими. Виконано проектування оптимального закону прийняття рішень для мінімізації узагальненої дисперсії ІСЦ.

Результати цифрового моделювання показали, що формування фінансової політики, яка дозволить в умовах українського середовища підтримувати ІСЦ стабільним, можливе. На основі аналізу результатів цифрового моделювання встановлено, що застосування оптимального закону прийняття рішень забезпечило зменшення узагальненої дисперсії ІСЦ від 1 % (найменше значення зменшення) до 99 % (найбільше значення зменшення). Також на відміну від робіт [8, 9] використовувався інший критерій оптимальності, але також розроблений на основі критерію оптимальності (2). Це вказує на значну гнучкість цього критерію, що дозволяє видозмінювати його залежно від задач, які необхідно виконати.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Blanchard O., Dell'Ariccia G., Mauro P. Rethinking Macroeconomic Policy // IMF Staff Position Note. — 2010. — 19 p. — <http://www.imf.org/external/pubs/ft/spn/2010/spn1003.pdf>.

2. Бернанке Б., Абель С. Макроскономика. — СПб: Питер, 2008. — 768 с.
3. Аладышев К.Ю., Аксенов И.В., Шишкин В.Г. Инфляция. Банки. Инфраструктура рынка. — Саранск: Знание, 2005. — 238 с.
4. Кейнс Д.М. Общая теория занятости, процента и денег. — М.: Эксмо, 2009. — 960 с.
5. Табачников Я.А. Кинетическая модель инфляции, учитывающая инфляционные ожидания // Прикладна статистика. Актуарна та фінансова математика. — Донецьк. нац. ун. — 2008. — № 1–2. — С. 92–100.
6. Бідюк П.І., Меньяйленко О.С., Половцев О.В. Методи прогнозування. — Луганськ: «Альма-матер», 2008. — 606 с.
7. Ставицький А.В., Ніколайчук С.А. Моделювання і прогнозування інфляції в Україні // Вісн. Львів. держ. фін. акад. — Л.: ЛДФА, 2006. — № 10. — 430 с.
8. Романенко В.Д., Реутов О.А. Моделювання та оптимальне управління залишками на поточних рахунках клієнтів банку // Математично-економічне моделювання соціально-економічних процесів. — 2011. — № 1. — С. 378–398.
9. Романенко В.Д., Реутов О.А. Оптимальне прийняття рішень по стабілізації курсу гривня/долар на основі математичних моделей з різномовною дискретизацією // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2011. — № 6. — С. 67–73.

*Надійшла 19.03.2012*

## МОДЕЛЬ КЕРУВАННЯ КОНВЕРТЕРНИМ ПРОЦЕСОМ У СИСТЕМІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

В.С. БОГУШЕВСЬКИЙ, С.В. ЖУК, К.О. СЕРГЕСЬВА, М.В. ГОРБАЧОВА

Наведено принцип розробки моделі стосовно статичного та динамічного керування киснево-конвертерним процесом. Розглянуто моделі статичного (розрахунок металеві частини шихти, маси шлакоутворюючих, охолоджуючих і нагріваючих матеріалів, модель розрахунку сипких на плавку з використанням кінцевого шлаку) і динамічного (контроль маси маталу, швидкості знеуглецювання, шлакоутворення, модель визначення доцільності й моменту скошування шлаку, динамічна модель додувки плавки) керування. Наведено відеокадри (приклади) реалізації моделі керування: відеокадр «розрахунок металеві частини шихти», відеокадр «рекомендації з ведення плавки», відеокадр «додувка». Проаналізовано результати промислових іспитів моделі, які проводилися за даними керування 350-тонними конвертерами ВАТ Металургійний комбінат «Азовсталь», що показали збільшення ефективності роботи конверторів за основними показниками: збільшення виходу придатного литва, стійкості футерівки, збільшення кількості контрольованих плавок.

### ВСТУП

Киснево-конвертерна плавка відрізняється складністю фізико-хімічних процесів, проходить із великою швидкістю та за високої температури, характеризується багаторежимністю функціонування та великою розмірністю задач, присутністю нестационарних і взаємнокорельованих шумів і перешкод вимірюванню, а також має суттєвий дрейф робочих параметрів. Останнє визначається ступенем підготовки вихідних матеріалів, стабілізацією параметрів процесу. Чим нижчий ступінь підготовки шихтових матеріалів, тим важче керувати процесом. Автоматизація конвертерного процесу дозволяє суттєво підвищити його ефективність і якість сталі, що виплавляється.

До цього часу розроблено низку математичних моделей конвертерної плавки як вітчизняними, так і закордонними фірмами. Аналіз моделей передових закордонних фірм Jones & Laughlin, Danieli, Voest-Alpine показує, що вони непридатні до умов вітчизняного виробництва, а це пов'язано з великим сортаментом марок сталі, що виплавляються на вітчизняних підприємствах, слабкою підготовкою й усередненням сировинних матеріалів. Вітчизняні моделі [1–5], важко використовувати, тому що вони створені для вузьких діапазонів зміни температури та хімічного складу шлаку. Моделі нелінійні відносно масових часток домішок. Вони дозволяють отримати деяку «середню» плавку з метою дослідження окремих особливостей процесу. Задача ж моделювання конкретних плавок із метою керування процесом на порядок складніша.

Все це підтверджує актуальність рішення проблеми створення математичної моделі керування конвертерним процесом.

Наведені в роботі дослідження проводились у Національному технічному університеті України «Київський політехнічний інститут» за темами «Принципи створення математичної моделі системи управління кисневим конвертером» і «Математичні моделі й алгоритми системи управління кисневим конвертером» державні реєстраційні номери 0109U001838 та 0110U002880 на ПАТ «Металургійний комбінат „Азовсталь”» і ПАТ «АрселорМіттал, Кривий Ріг».

**Мета роботи** — створити моделі керування конвертерним процесом, які забезпечують високу адаптацію до зміни вихідних параметрів та можуть працювати в умовах широкої номенклатури марок сталі (гнучкої до зміни технології).

## **РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ**

Основний принцип, який покладено в розробку моделі, такий: для плавки із однаковими початковими (маса, хімічний склад і температура чавуну, маса, щільність і хімічний склад металевих брухтів тощо) і кінцевими (задана марка сталі за хімічним складом і температурою, її маса тощо) умовами керування діями по переводу плавки із початкового стану в кінцевий (маса шихтових матеріалів, зокрема металеві частини шихти, режим дуття тощо) мають бути однаковими [6].

Модель керування має забезпечувати статичне (визначення режиму проведення плавки до її початку, виходячи із значень вихідних параметрів), динамічне (контроль прямими і непрямими методами основних параметрів плавки — швидкості знеуглецювання, температури ванни, основності шлаку; коректування керування діями, що визначені статичною моделлю, відповідно до реального проходження процесу), замкнене керування продувкою конвертерної плавки й введення розкиснювачів у виплавлений метал (поступовий перехід по мірі зростання якості керування від системи прийняття рішень до системи прямого цифрового керування).

Реалізація основного принципу створення моделі щодо статичного керування плавкою виглядає таким чином. Маючи вибірку траєкторій керування успішно проведених плавки, можна говорити про виділення в реальній траєкторії двох складових: програмної частини та додаткового керування, що зв'язане як із неточним визначенням вихідного стану, так і з дією перешкод. Стратегія керування не може бути зведена до чисто детермінованої [7], а складається з детермінованої (вибір програми) і стохастичної (визначення додаткових керування діями) частин. Для визначення першої частини проводиться класифікація плавки за початковими та кінцевими умовами плавки. Кожна проведена плавка відноситься до того чи іншого класу (плавка «позитивного» досвіду). При цьому виникає протиріччя: за малого діапазону розбиття параметрів на класи кількість класів непомірно зростає, за великого — суттєво починає впливати нелінійність залежностей у середині діапазону. Протиріччя вирішено шляхом визначення додаткових керування діями в межах діапазону [8].

Маючи на увазі, що об'єкт (конвертер) дрейфує в процесі експлуатації (зношується футерівка, що змінює теплові втрати, заростає горловина, що впливає на режим видалення газів із порожнини конвертера, зношується фурма, що змінює режим дуття тощо), а виплавляється великий сортамент ста-

лей, плавки «позитивного» досвіду можуть відрізнятися за станом об'єкта. Тому модель доповнюється корегуючим фактором на стан об'єкта, який визначається за неточністю керування на попередніх плавках [9].

Цей же підхід застосовується і для інших частин моделі. Звичайно, для кожної з них масив плавок «позитивного» досвіду будується окремо. Розбиття плавок на класи по окремим задачам наведено в [10].

### Статична модель

Статична модель включає розрахунок шихти (масу чавуну, брухту, шлакоутворюючих та охолоджуючих матеріалів, загальну витрату дуття на плавку) і параметрів режиму дуття (інтенсивності продування ванни та відстані кінцевика фурми до рівня спокійного металу).

Розрахунок маси брухту і чавуну не є задачею реального часу, ініціюється вводом заданої марки сталі. Результати розрахунку виводяться на екран (рис. 1). На початку зміни майстер виробництва проводить розрахунок металеві частини шихти згідно з планом виробництва за марками сталі на поточну зміну.

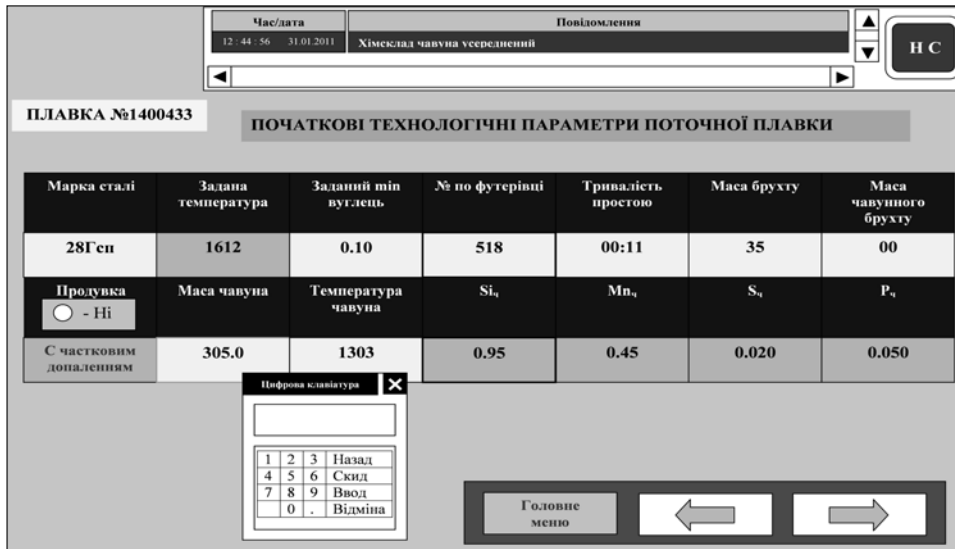


Рис. 1. Приклад відеокдру «Розрахунок металеві частини шихти»

Розрахунок металеві частини шихти (співвідношення чавун-брухт при фіксованій масі садки, що дорівнює для конвертерів ПАТ «АрселорМіттал, Кривий Ріг» 160 т) виконується за інформацією про вміст силіцію в чавуні та його температурі, а також заданій температурі сталі.

Розрахункова маса брухту визначається за формулою:

$$m_6^p = a_1(Si_{ч} - Si_{ч}^0) - a_2(t_c^3 - t_c^0) + (t_{ч} - t_{ч}^0) + a_4 + \Delta m_6^p,$$

де  $m_6^p$  — розрахункова маса брухту, т;  $a_1, \dots, a_4$  — умовно-постійні коефіцієнти;  $Si_{ч}$  — вміст силіцію в чавуні, %;  $t_c, t_{ч}$  — відповідно температура металу на повалці й чавуну, °C;  $\Delta m_6^p$  — поправка до розрахунку за досвідом попередніх плавок, т. Тут і далі «р» та «з» — індекси відповідно розрахункового та заданого значення параметрів.  $\Delta m_6^p$  визначається за формулою:

$$\Delta m_{\phi}^p = \frac{\sum_{n=2}^n (T_{\phi}^{\phi} - T_{\phi}^p) + 2 \sum_{n=2}^n (T_{\text{вп}}^{\phi} - T_{\text{вп}}^3) + 0,1 \sum_{n=2}^n (t_c^{\phi} - t_c^3) - 5,1 \sum_{n=2}^n (T_{\text{вуг}}^{\phi} - T_{\text{вуг}}^3)}{3},$$

де  $m_{\text{вп}}$ ,  $m_{\text{вуг}}$  — відповідно маса вапняку й вугілля марки АС, що введена в конвертер, т;  $n$  — порядковий номер плавки; « $\phi$ » — індекс фактичного значення параметра.

Розрахункова маса брухту зменшується на 2 т за нової футерівки конвертера  $N_{\phi} \leq 15$  плавок, а також за великого простою конвертера  $\tau_{\text{п}} > 240$  хв. В обох випадках спостерігаються великі втрати тепла на акумуляцію футерівки конвертера у процесі продувки.

Під час зміни маси садки перераховують масу брухту за формулою:

$$m_{\phi}^{\text{пр}} = \frac{m_{\phi}^p \cdot m_{\text{сд}}}{m_{\text{сд}}^0},$$

де  $m_{\text{сд}}$  — маса садки конвертера, т.

Якщо в металевій частині шихти присутній твердий чавун  $m(t_{\text{чб}}, \tau)$ , що є носієм додаткової теплоти, тоді кількість брухту визначається за формулою:  $m_{\phi}^{\text{пр}} = m_{\phi}^p + 0,05m_{\text{чб}}$ .

Під час використання для охолодження плавки металізованих окатків ( $m_{\text{ок}}, \tau$ ) маса брухту визначається за формулою:  $m_{\phi}^{\text{пр}} = m_{\phi}^p - 2,5m_{\text{ок}}$ .

Розрахунок проводиться один раз за зміну і коректується, якщо відхилення кінцевої температури металу перевищує 20 °С.

Маса чавуну визначається за формулою:  $m_{\text{ч}}^p = m_{\text{сд}} - m_{\phi}$ , де  $m_{\phi} = m_{\phi}^{\text{пр}}$ ,  $m_{\phi} = m_{\phi}^p$ , т.

Розрахунок шлакоутворюючих, охолоджуючих та теплоносіїв на плавку ініціюється введенням заданої марки сталі у режимі реального часу, результати виводяться на екран (рис. 2).

Балансово-статистичне рівняння розрахунку «базових» (вапно, вапняк, плавиковий шпат) добавок сипких на плавку, що складені на основі прирощень параметрів із використанням бази даних «плавок позитивного досвіду» («зразкових»), мають вигляд:

$$\begin{aligned} m_{\text{вп}}^p &= m_{\text{вп}}^0 - a_{10}(m_{\phi} - m_{\phi}^0) - a_{11}(m_{\phi} + m_{\text{ч}})(t_{\text{ч}} - t_{\text{ч}}^0) + a_{12}(m_{\text{ч}} - m_{\text{ч}}^0) + a_{13}(t_{\text{ч}} - t_{\text{ч}}^0) + \\ &+ a_{14}(Si_{\text{ч}} - Si_{\text{ч}}^0) + a_{15}(Mn_{\text{ч}} - Mn_{\text{ч}}^0) - a_{16}[f_1(C_3^{\text{min}}) - f_1(C_{\text{ч}}^0)] + a_{17}(m_{\text{в}}^p - m_{\text{в}}^0) + \\ &a_{18}(m_{\text{ш}}^p - m_{\text{ш}}^0) - [f(\tau_n) - f(\tau_n^0)] - [f(N_{\phi}) - f(N_{\phi}^0)] + a_{19}(H^3 - H^0) + \Delta m_{\text{вп}}; \\ m_{\text{в}}^p &= m_{\text{в}}^0 - a_{20}(m_{\phi} - m_{\phi}^0) + a_{21}(m_{\text{ч}}Si_{\text{ч}} - m_{\text{ч}}^0Si_{\text{ч}}^0) + \delta m_{\text{в}} + \Delta m_{\text{в}}; \\ m_{\text{ш}}^p &= m_{\text{ш}}^0 - a_{30}(Mn_{\text{ч}} / Si_{\text{ч}} - Mn_{\text{ч}}^0 / Si_{\text{ч}}^0) - a_{31}(1 / C_3^{\text{min}} - 1 / C_{\text{ч}}^0) + \Delta m_{\text{ш}}, \end{aligned}$$

де  $m_{\text{вп}}^p$ ,  $m_{\text{в}}^p$ ,  $m_{\text{ш}}^p$  — відповідно маси добавок вапняку, вапна й плавикового шпату, т;  $a_{10}, \dots, a_{19}, \dots, a_{21}, a_{30}, \dots, a_{31}$  — умовно-постійні коефіцієнти;  $m_{\phi}$ ,  $m_{\text{ч}}$  — відповідно маса брухту й чавуну, т;  $t_3$ ,  $t_{\text{ч}}$  — відповідно задана

температура сталі та температура сталі на повалці, °C;  $Mn_q$  — вміст мангану в чавуні, %;  $C_c^{\min}, C_c$  — відповідно мінімальний заданий вміст вуглецю та вміст вуглецю на повалці, %;  $\tau_n$  — тривалість простою конвертера, хв;  $N_\phi$  — номер плавки за футерівкою;  $H$  — середньо-інтегральна відстань фурми до рівня спокійного металу, калібрів;  $\Delta m_{\text{ВП}}, \Delta m_{\text{В}}, \Delta m_{\text{Ш}}$  — поправочні коефіцієнти, т;  $\delta m_{\text{В}}$  — поправка до маси вапна у залежності від основності шлаку, т. Тут «0» приналежність параметра до «зразкової плавки»;  $\delta m_{\text{В}} = 3,0(B_3 - B^0)$ ,  $B$  — основність кінцевого шлаку.

«ККЦ»		31 січня 2011 г 12:24:56		Час/дата		12:44:56 31.01.2011		Повідомлення		НС	
КОНВЕРТЕР №1 ЗМІНА 2											
РЕКОМЕНДАЦІЇ ПО ВЕДЕННЮ ПЛАВКИ											
№140043		ВАПНО	ДОЛОМИТ	ШПАТ	ВАПНЯК	ВУГЛІЦЯ	КАТУНИ	КИСЕНЬ	ФУРМА	СТЗСП	
До продувки		3,00								До продувки	
Рекомендуюма тривалість продувки 18 : 35	1 хв	0,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	400	4,50	1 хв	
	2 хв	2,50	00,00	0,25	00,00	00,00	00,00	400	3,50	2 хв	
	3 хв	0,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	400	3,00	3 хв	
	4 хв	2,50	00,00	00,00	00,00	00,00	0,00	400	2,50	4 хв	
	5 хв	0,00	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	400	1,20	5 хв	
	6 хв	0,00	00,00	00,00	00,00	00,00	0,00	380	1,00	6 хв	
Рекомендована сум. витрата кисню 7215	7 хв	0,50	00,00	00,00	00,00	00,00	00,00	380	1,00	7 хв	
	8 хв			00,00	00,00	00,00	0,00	380	1,00	8 хв	
	9 хв			00,00	00,00	00,00	00,00	380	1,00	9 хв	
	10 хв			00,00	00,00	00,00	00,00	380	1,00	10 хв	
	11 хв			00,00	00,00	00,00	00,00	380	1,00	11 хв	
	12 хв			00,00	00,00	00,00	00,00	400	1,00	12 хв	
	13 хв			00,00	00,00	00,00	00,00	400	1,00	13 хв	
	14 хв			00,00	00,00	00,00	00,00	400	1,00	14 хв	
Сум. витр.		8,50		0,25			0,00			Сум. витр.	

Рис. 2. Приклад відеокдру «Рекомендації по веденню плавки»

Функціональні залежності, що входять до системи рівнянь, визначаються відповідно за формулами:

$$f_1(C) = C + a_{39} \exp(-k_{40}C),$$

$$f(N_\phi) = \begin{cases} a_{41} - a_{42}N_\phi, & \text{якщо } N_\phi \leq 15; \\ a_{43} + a_{44}N_\phi, & \text{якщо } N_\phi > 15, \end{cases}$$

$$f(\tau_n) = \begin{cases} a_{45}\tau_n, & \text{якщо } \tau_n < 60 \text{ хв}; \\ a_{46} + a_{47}\tau_n, & \text{якщо } 60 \text{ хв} \leq \tau_n \leq 240 \text{ хв}; \\ a_{48} + a_{49}\tau_n, & \text{якщо } \tau_n > 240 \text{ хв}, \end{cases}$$

де  $a_{39}, \dots, a_{49}$  — умовно-постійні коефіцієнти.

Якщо відсутній вапняк, охолодження плавки може бути виконано продувкою азотом. У такому випадку тривалість продувки ( $\tau_a$  хв) визначається за формулою:

$$\tau_a = \gamma m_{\text{ВП}}^{\text{р}}$$

де  $\gamma$  — умовно-постійний коефіцієнт.

Якщо розрахункове значення добавки плавикового шпату  $m_{\text{ш}}^{\text{р}} < 0$ , то приймають  $m_{\text{ш}}^{\text{р}} = 0$ .

Якщо розрахункове значення добавки вапняку  $m_{\text{вп}}^{\text{р}} < 0$ , тобто плавка фізично та хімічно холодна, то розраховують масу добавки нагрівача — вугілля  $m_{\text{вуг}}^{\text{р}}$ , т, за формулою:

$$m_{\text{вуг}}^{\text{р}} = -\frac{m_{\text{вп}}^{\text{р}}}{2,6}.$$

Розподілення сипких за добавками і момент уведення останніх встановлюється так само, як на «зразковій плавці».

Кількість теплоти, що виділяється в процесі, залежить від повноти проходження реакцій окиснення, яка, у свою чергу, визначається режимом дуття. Перерахунок рекомендацій із ведення плавки, що зв'язаний із відхиленням режиму дуття від заданого, проводять на 8-й хв продувки

$$m_{\text{вп}}^{\text{р8}} = m_{\text{вп}}^{\text{р}} + a_{19}(H^{1-8} - H^{0(1-8)}) + a_{51}(m_{\text{в}}^{\text{ф}} - m_{\text{вп}}^{\text{р}}) + a_{52}(m_{\text{ш}}^{\text{ф}} - m_{\text{ш}}^{\text{р}}),$$

де  $a_{51}, a_{52}$  — коефіцієнти;  $H^{1-8}$  — фактична середньо-інтегральна відстань фурми на 1–8 хв, калібрів. Тут  $a_1 = 0$ , якщо  $m_{\text{в}}^{\text{р}} \geq m_{\text{в}}$ ;  $a_2 = 0$  та  $k_2 = 0$ , якщо  $m_{\text{ш}}^{\text{р}} \geq m_{\text{ш}}$ ;  $a_1 = a_{17}$  — якщо  $m_{\text{в}}^{\text{р}} < m_{\text{в}}$ ;  $a_2 = a_{18}$ , якщо  $m_{\text{ш}}^{\text{р}} \geq m_{\text{ш}}$ .

Рекомендовані маси вапна та плавикового шпату не змінюються.

Модель розрахунку сипких на плавку з використанням кінцевого шлаку попередньої плавки має вигляд:

- ведення сипких на плавку проводиться відповідно до «зразкової плавки»;
- за відсутності «зразкової плавки» введення сипких проводиться відповідно до попередньої плавки, якщо вона продувалася із використанням кінцевого шлаку;
- у випадку відсутності «зразкової плавки» і попередньої плавки з продувкою з використанням кінцевого шлаку сипкі вводяться в такому порядку:
  - для підрозкиснення й загушення шлаку, що залишається вводиться вугілля марки АС в кількості 200 кг та вапно в кількості 1,0 т;
  - за витрати на продувку 3000 м<sup>3</sup> кисню проводиться проміжне скочування шлаку (присадка вапна в конвертер під час продувки до проміжного скочування шлаку не проводиться);
  - після скочування шлаку проводиться присадка 5,0 т вапна двома порціями.

Модель розрахунку загальної кількості кисню на звичайну плавку та керування режимом дуття наведено в [11].

### Динамічна модель

Модель розрахунку динамічних параметрів ванни конвертера складається із моделі динамічного розрахунку прогнозованої маси рідкої сталі, швидкості



зневуглецювання і вмісту вуглецю ванни конвертера під час продувки, моделі прогнозування температури ванни в процесі продувки, динамічної моделі додувки та моделі визначення необхідності і моменту проміжного скоочування шлаку.

Розрахунок прогнозованої маси рідкої сталі на випуску плавки  $m_{ст}^p$ , т, проводиться за формулою:

$$m_{ст}^p = \left( 1 - \gamma_1 \frac{\tau_{пр}}{\tau_{пр}^p} \right) \left[ m_ч + m_б \left( 1 - e^{-\gamma_2 \cdot \varphi(\mu, m_б) \frac{\tau_{пр}}{\tau_{пр}^p}} \right) \right],$$

де  $\gamma_1, \gamma_2$  — умовно-постійні коефіцієнти;  $\varphi(\mu, m_б)$  — функція, що залежить від насипної щільності брухту  $\mu$  та маси брухту. Для вагового брухту  $\varphi(\mu, m_б) = 0,7 m_б / m_{ср}$ , для брухту середньої насипної щільності  $\varphi(\mu, m_б) = 1,0 m_б / m_{ср}$ , для легковагового —  $\varphi(\mu, m_б) = 1,5 m_б / m_{ср}$ . За відсутності інформації про насипну щільність брухту  $\varphi(\mu, m_б) = 1,0 m_б / m_{ср}$ . Тут  $m_{ср}$  — умовно-постійна величина.

Швидкість зневуглецювання металу  $V_c$ , %/хв визначається за хімічним складом газів, що відходять

$$V_c = \frac{0,536(CO + CO_2)}{(1 + t_r)m_{ст}^p}$$

де CO, CO<sub>2</sub> — відповідно вміст окису й двоокису вуглецю в газах, що відходять, %;  $v_r$  — витрата газів, що відходять, м<sup>3</sup>/хв;  $\alpha$  — коефіцієнт об'ємного розширення газів, що відходять, який дорівнює 1/273 °C<sup>-1</sup>;  $t_r$  — температура газів, що відходять, °C.

За відсутності виміру витрати газів, що відходять, останні визначаються за балансом аргону й азоту

$$v_r = \frac{Ar_{п} N_{2д} - Ar_{д} N_{2п}}{Ar_{п} N_{2г} - Ar_{г} N_{2п}} v,$$

де  $Ar_{п}, Ar_{д}, Ar_{г}$  — відповідно вміст аргону в повітрі, дутті й газах, що відходять, %;  $N_{2п}, N_{2д}, N_{2г}$  — відповідно вміст азоту в повітрі, дутті й газах, що відходять, %;  $v$  — витрата дуття, м<sup>3</sup>/хв.

Прогнозований вміст вуглецю в металі по ходу продувки визначається за балансом вуглецю

$$C_{г}^p = \frac{C_ч m_ч + C_б m_б + C_в m_в^p}{m_{ст}^p} - \int_0^{\tau_{пр}} V_c d\tau,$$

де  $C_б, C_в$  — відповідно вміст вуглецю у брухті й вапні, %. Тут вміст вуглецю в чавуні визначається за хімічним складом чавуну та його температурою

$$C_ч = k_0 + k_1 Si_ч + k_2 Mn_ч + k_3 P_ч + k_4 S_ч + k_5 t_ч,$$

де  $k_0 - k_5$  — умовно-постійні коефіцієнти;  $S_ч$  — вміст сірки в чавуні.

Вміст вуглецю в брухті визначається як середньомасове із його вмісту в окремих складових. У випадку відсутності інформації про його вміст в окремих складових брухту вміст вуглецю в брухті приймається таким, що дорівнює його значенню в марці сталі, яка виплавляється.

Вміст вуглецю у вапні визначається аналізом його проб. За відсутності результатів аналізу приймається таким, що дорівнює  $0,012m_B$ .

В останній фазі продувки вміст вуглецю в металі визначається за формулою:

$$C_r^p = \sqrt{1/(\beta_1/V_c + \beta_2)} \text{ при } \tau_{пр} \geq 0,8\tau_{пр}^p,$$

де  $C_r^p$  — вміст вуглецю в металі, що визначений за допомогою газового аналізу;  $\beta_1, \beta_2$  — умовно-постійні коефіцієнти.

Динамічна модель контролю температури конвертерної ванни подано в [12].

Динамічна модель додувки, запускається при вимірі температури  $t_n$  та вмісту вуглецю в металі  $C_n$  під час повалки конвертера. Динамічний розрахунок вмісту вуглецю  $C^p$  і температури металу  $t^p$  на додувку проводять за формулами:

$$C_r^p = C_n + \frac{m_{\text{вуг}}^d}{m_{\text{ст}}^p} 10^{-1} - \int_0^{\tau_d} V_c d\tau; \quad t_r^p = t_n + \eta_1 \int_0^{\tau_d} V_c d\tau + \eta_2 \sum_0^{\tau_d} m_{\text{вп}}^{\text{дпп}} + \eta_3 m_{\text{вуг}}^d + \eta_4.$$

За відсутності інформації про газовий аналіз або при вмісті вуглецю на повалці нижче 0,2 % — за формулою:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{\tau(n+1)}^p = C_{\tau(n)}^p + \eta_5 (\Delta V_{\tau(n+1)}^d - \Delta V_{\tau(n)}^d), \quad C_{\tau(0)}^p = C_n; \\ \eta_5 = \begin{cases} \beta_3, & \text{якщо } C_{\tau}^p > 0,25; \\ \beta_4, & \text{якщо } 0,10 < C_{\tau}^p \leq 0,25; \\ \beta_5, & \text{якщо } 0,07 < C_{\tau}^p \leq 0,10; \\ \beta_6, & \text{якщо } C_{\tau}^p \leq 0,07; \end{cases} \\ t_{\tau}^p = t_n + \beta_7 \Delta V_{\tau}^d + \beta_8 \sum m_{\text{вп}}^{\text{дпп}} + \beta_9 m_{\text{вуг}}^d + \beta_{10}, \end{array} \right.$$

де  $m_{\text{вуг}}^d, \sum_0^{\tau_d} m_{\text{вп}}^{\text{дпп}}$  — маса вуглецьвміщуючих матеріалів і сумарна наведена

маса вапняку на додувці плавки, т;  $\tau_d$  — тривалість додувки, с;  $\eta_1 - \eta_6,$

$\beta_3 - \beta_{10}$  — умовно-постійні коефіцієнти;  $\Delta V_{\tau}^d$  — поточні сумарні витрати кисню на додувку плавки (з моменту виміру  $C_n$  та  $t_n$ ),  $\text{м}^3$ ;  $n$  — часовий

крок ітерації, що дорівнює 10 с. Тут  $\sum_0^{\tau_d} m_{\text{вп}}^{\text{дпп}} = \sum_{i=1}^{\kappa} m_{\text{вп}i} + 0,4 \sum_{j=1}^p m_{\text{в}j}$ , де

$m_{\text{вп}i}, m_{\text{в}j}$  — відповідно маса  $i$ -ї добавки вапняку й  $j$ -ї добавки вапна, т.

Результати прогнозу температури ванни та вмісту вуглецю виводяться на екран монітора кожні 10 сек (рис. 3).

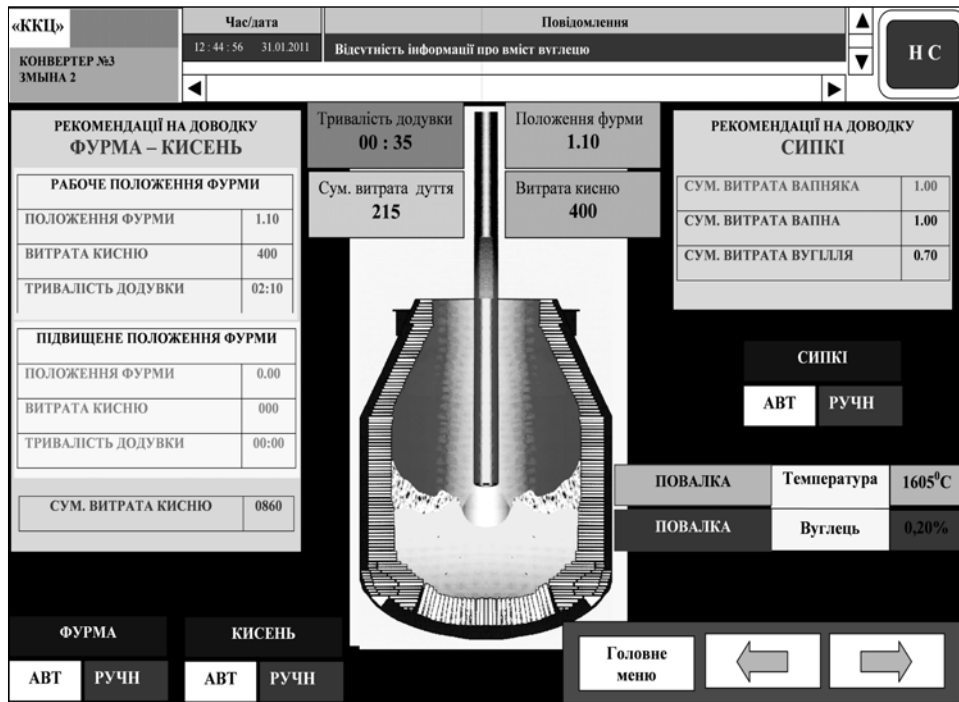


Рис. 3. Приклад відеокадру «Додувка»

Проміжне скочування шлаку проводиться за таких ознак:

- $\varepsilon_1 = 1$  — ознака плавки зі зменшеною витратою вапна;
- $\varepsilon_2 = 1$  — ознака використання кінцевого шлаку попередньої плавки;
- $\varepsilon_3 = 1$  — ознака фізично й хімічно гарячого чавуну;
- $\varepsilon_4 = 1$  — ознака використання металобрухту з підвищеною забрудненістю й ошлакованістю;
- $\varepsilon_5 = 1$  — ознака виплавки марок сталі 35ГСм, 25Г2См, 25ХГНМА.

Необхідність проміжного скочування шлаку інших плавок визначається за «зразковою плавкою». Момент скочування шлаку  $\tau_{ск}$  за «зразковою плавкою» визначається за формулою:

$$\tau_{ск} = \begin{cases} \tau_{ск}^0, & \text{якщо } V_c \leq V_{ссс}^0; \\ \tau_{ск}^0 + \Delta\tau, & \text{якщо } V_c > V_{ссс}^0, \end{cases}$$

де  $\tau_{ск}^0$  — тривалість продувки до моменту скочування шлаку за «зразковою плавкою»;  $\Delta\tau$  — тривалість продувки до моменту  $V_{ссс} = V_{ссс}^0$ . Тут для плавок із ознакою  $\varepsilon_1 = 1$  значення  $\tau_{ск} \leq 8$  хв; для плавок із ознакою  $\varepsilon_2 = 1$  значення  $\tau_{ск} \leq 9$  хв; для плавок з ознакою  $\varepsilon_3 = 1$  значення  $\tau_{ск} \leq 12$  хв; для плавок із ознакою  $\varepsilon_4 = 1$  значення  $\tau_{ск} \leq 10$  хв; для плавок із ознакою  $\varepsilon_5 = 1$  значення  $\tau_{ск} \leq 10$  хв.

За відсутності інформації про швидкість зневуглицювання ( $V_c \leq 0,05$ ),  $\tau_{ск}$  приймається таким, що дорівнює  $\tau_{ск}^0$ . За відсутності «зразкової плавки» момент скочування шлаку визначається за попередньою плавкою, за відсут-

ності скочування шлаку в попередній плавці момент визначається таким чином: для плавки із ознакою  $\varepsilon_1 = 1$  значення  $\tau_{\text{ск}} = 7,5$  хв; для плавки із ознакою  $\varepsilon_2 = 1$  значення  $\tau_{\text{ск}} = 8$  хв; для плавки із ознакою  $\varepsilon_3 = 1$  значення  $\tau_{\text{ск}} = 11,5$  хв; для плавки із ознакою  $\varepsilon_4 = 1$  значення  $\tau_{\text{ск}} = 9,5$  хв; для плавки із ознакою  $\varepsilon_5 = 1$  значення  $\tau_{\text{ск}} = 9,5$  хв.

Модель розкиснення плавки наведено в [10].

## ВИСНОВКИ

Модель пройшла промислові іспити за даними керування 350-тонними конвертерами ВАТ «Металургійний комбінат „Азовсталь”». Результати іспитів — вихід придатного збільшився в середньому на 0,9 %, стійкість футерівки збільшилась на 3 %. Кількість плавки, що не потребували коректування збільшилась на 10–15 %. Кількість контрольованих плавки становить 90 % від кількості проведених (не контролюються плавки, що проходять з порушенням технологічного режиму).

## ЛІТЕРАТУРА

1. Чернеча Д.Ф., Богушевський В.С., Готвянський Ю.Я. та ін. Основи металургійного виробництва металів і сплавів. — К.: Вища шк., 2006. — 503 с.
2. Бигеев А.М. Металлургия стали. Теория и технология плавки стали. — Челябинск: Металлургия, 1988. — 480 с.
3. Богушевський В.С., Оробцев Ю.В., Рюмишин Н.А., Сорокин Н.А. Математическая модель АСУ конвертерной плавкой. — К.: НПК «Киевский институт автоматики», 1996. — 212 с.
4. Бойченко Б.М., Охотський В.Б., Харлашин П.С. Конвертерне виробництво сталі (теорія, технологія, якість сталі, конструкція агрегатів, рециркуляція матеріалів і екологія). — Дніпропетровськ: РВА «Дніпро-ВАЛ», 2004. — 454 с.
5. Богушевський В.С., Рюмишин Н.А., Сорокин Н.А. Основы математического описания технологических процессов конвертерного производства стали. — К.: НПО «Киевский институт автоматики», 1992. — 168 с.
6. Bogushevsky V., Sharbatian M., Suhenko V. Automatic control of converter process // Materialy IV Mezinarodni Vedecko-Practicka Ronference «Evropska Veda XXI Stoleti–2008», 16–30 kvetna 2008 roku. — P. 26–29.
7. Богушевський В.С., Сухенко В.Ю. Про використання детермінованого підходу при побудові математичної моделі конвертерного процесу // Спеціальна металургія: вчора, сьогодні, завтра. — К.: «Політехніка», 2009. — С. 228–233.
8. Богушевський В.С., Грабовський Г.Г., Михайлов В.М. и др. Компьютерная модель расчета шихтовки и продувки конвертерной плавки // Сталь. — 2006. — № 1. — С. 18–21.
9. Богушевський В.С., Сухенко В.Ю., Сергеева Е.А., Жук С.В. Реализация модели управления конвертерной плавкой в системе принятия решений // Автоматика. Автоматизация. Электричні комплекси та системи. — 2010. — № 1 (25). — С. 101–105.
10. Богушевський В.С., Сергеева К.О., Жук С.В. Автоматизована система керування конвертерною плавкою // Вісн. НТУУ «КПІ». Сер. Машинобудування. — 2011. — 2, № 61. — С. 147–151.
11. Богушевський В.С., Сухенко В.Ю., Шматко О.В. Математична модель і система керування режимом дуття конвертерної плавки // Вісн. НТУУ «КПІ». Сер. Машинобудування. — 2011. — 2, № 61. — С. 38–43.
12. Богушевський В.С., Сергеева К.О., Сухенко В.Ю., Жук С.В. Розрахунок металевий частини шихти киснево-конвертерної плавки // Металургическая и горнорудная промышленность. — 2010. — № 7. — С. 266–269.

Надійшла 17.05.2011

## УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ БІОХІМІЧНОГО ОЧИЩЕННЯ СТІЧНИХ ВОД

І.С. ЄРЕМЕЄВ, А.О. ДИЧКО

Заропоновано підхід до менеджменту процесу очищення стічних вод, який базується на використанні методів теорії нечітких множин. Для запровадження методу експертної оцінки функцій належності визначено керуючі правила з вибору методу підвищення ефективності процесу, а також лінгвістичні змінні, які характеризують процес очищення. Наведено приклад розбудови функції належності та евристики для процедур інтенсифікації біохімічного очищення стоків. Якісний моніторинг процесу біохімічного очищення стічних вод пропонується забезпечити шляхом використання теореми Байєса з метою визначення і уточнення ймовірності дійсності прийнятої гіпотези розподілу контрольних параметрів процесу в умовах невизначеності.

### ВСТУП

Ефективне управління процесами очищення стічних вод (СВ) зустрічається з низкою проблем, серед яких однією з головних є відсутність можливості точного й оперативного вимірювання якісних та кількісних показників СВ. Це, у свою чергу, не дозволяє адекватно реагувати на зміни цих показників під час надходження в очисні споруди та на їхньому виході. Отже, необхідно змінити підхід до інформаційного забезпечення процесів поводження з СВ.

Останнім часом як альтернативу замість детермінованих функцій, які зв'язують між собою вхідні дані, змінні, зовнішні чинники та параметри з виходами, використовують функції належності (ФН), які спираються на методи теорії нечітких множин та теорії можливостей [1, 2]. У практиці нечітких множин замість детермінованих цифрових даних користуються лінгвістичними змінними, які, наприклад, можуть мати такі значення: відсутнє (В), мале (М), середнє (С) та багато (Б). Середнє, як правило, відповідає такому, яке спостерігається у більшості випадків протягом значного часу. Тоді функцію належності до тієї чи іншої лінгвістичної змінної можна подати у такому вигляді:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a, d \leq x, \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b, \\ 1, & b \leq x \leq c, \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d, \end{cases}$$

де  $a_i \leq b_i \leq c_i \leq d_i$  — відповідають експертним оцінкам меж, в яких перебувають відповідні ( $i$ -ті) лінгвістичні змінні В, М, С та Б. Такий підхід дозволяє використовувати нечіткі ФН замість детермінованих залежностей, що суттєво спрощує проблему інформаційного забезпечення процесів пово-

дження із СВ і, у той же час сприяє підвищенню ефективності управління. Справа у тому, що показники СВ визначаються як усереднені за період до 30 діб. У той же час потік крізь очисні споруди коливається у часі протягом доби: близько 35 % потоку проходить у ранкові години (06:00 – 11:00), 25 % від 11:00 до 17:00, а решта (близько 40 %) — у вечірні години (17:00 – 22:00) [3], які відповідно можна зазначити як С, М та Б і далі використовувати їх для визначення режиму очищення СВ. Такі ж лінгвістичні змінні можна визначити і для інших показників СВ.

**Мета роботи** — використання теорії нечітких множин для оцінювання ефективності методів інтенсифікації очищення СВ та розробка евристик, які б сприяли застосуванню раціонального методу підвищення ефективності очисних споруд з мінімізацією витрат та максимізацією безпеки довкілля.

## ФУНКЦІ НАЛЕЖНОСТІ ТА ЕВРИСТИКИ ДЛЯ ПРОЦЕДУР ІНТЕНСИФІКАЦІЇ БІОХІМІЧНОГО ОЧИЩЕННЯ СТОКІВ

Будь-яке керуюче правило з вибору методу інтенсифікації очищення стоків можна подати у формі «ЯКЩО» {умови}, «ТО» {наслідки} [4].

Наприклад, доцільність попереднього коригування рівня рН (водневого показника) СВ можна сформулювати таким чином:

**ЯКЩО**  $\{(PPH\_C) \text{ ТА } (ШПС\_C)\}$ , **ТО**  $\{HKP\_B\}$ ,

**ЯКЩО**  $\{(PPH\_M) \text{ ТА } (ШПС\_B)\}$ , **ТО**  $\{HKP\_B\}$ ,

**ЯКЩО**  $\{(PPH\_B) \text{ ТА } (ШПС\_M)\}$ , **ТО**  $\{HKP\_C\}$ ,

де  $PPH$  — рівень рН,  $ШПС$  — швидкість протоку стоків у споруді,  $HKP$  — необхідність коригування рівня рН, а В, М, С, Б — відповідні оцінки.

Необхідне співвідношення біогенних елементів в аеротенку має становити  $BCK_{повн}: N:P = 100:5:1$ . Евристики для здійснення підживлення активного мулу сполуками азоту та фосфору мають такий вигляд:

**ЯКЩО**  $\{(BCK\_C) \text{ ТА } (BAC\_C) \text{ ТА } (BFC\_C)\}$ ,

**АБО**  $\{(BCK\_M) \text{ ТА } (BAC\_C) \text{ ТА } (BFC\_C)\}$ , **ТО**  $\{ПAM\_B\}$ ,

**ЯКЩО**  $\{(BCK\_B) \text{ ТА } (BAC\_C) \text{ ТА } (BFC\_M)\}$ , **ТО**  $\{ПAM\_C\}$ ,

**ЯКЩО**  $\{(BCK\_B) \text{ ТА } (BAC\_M) \text{ ТА } (BFC\_M)\}$ , **ТО**  $\{ПAM\_B\}$ ,

де  $BCK$  — значення біологічного споживання кисню ( $BCK_{повн}$ ) у стоках,  $BAC$  — вміст азоту в стоках,  $BFC$  — вміст фосфору в стоках,  $ПAM$  — підживлення активного мулу.

Евристики для застосування методів інтенсифікації процесу можна сформулювати таким чином:

**ЯКЩО**  $\{(ШПС\_C) \text{ ТА } (BCK\_C) \text{ ТА } (КАМ\_C) \text{ ТА } (ІAM\_C)\}$ ,

**АБО**  $\{(ШПС\_M) \text{ ТА } (BCK\_B) \text{ ТА } (КАМ\_B) \text{ ТА } (ІAM\_C)\}$ , **ТО**  $\{НП\_B\}$ ,

**ЯКЩО**  $\{(ШПС\_C) \text{ ТА } (BCK\_B) \text{ ТА } (КАМ\_B) \text{ ТА } (ІAM\_C)\}$ , **ТО**  $\{НП\_C\}$ ,

**ЯКЩО**  $\{(ШПС\_B) \text{ ТА } (BCK\_C) \text{ ТА } (КАМ\_C) \text{ ТА } (ІAM\_B)\}$ , **ТО**  $\{НП\_B\}$ ,

де *ШПС* — швидкість потоку СВ, *КАМ* — концентрація активного мулу, *ІАМ* — індекс активного мулу (відображає його властивості), *НПП* — необхідність інтенсифікації процесу очищення.

Процедура використання евристик під час оцінки процесу очищення активним мулом полягає у цьому (рис.). Якщо певна характеристика, що використовується для оцінки необхідності інтенсифікації процесу (*ШПС*, *БСК*, *ІАМ* тощо), приймає деяке значення  $X_1$ , то її належність до лінгвістичних змінних визначається в точці перетину такого значення із лініями належності —  $X_{1C}$  (функцією належності до змінної *C*) та  $X_{1M}$  — функцією належності до змінної *M*). Очевидно, що  $X_{1C} < X_{1M}$ . Звідси це значення  $X_1$  можна віднести до лінгвістичної змінної *M*.

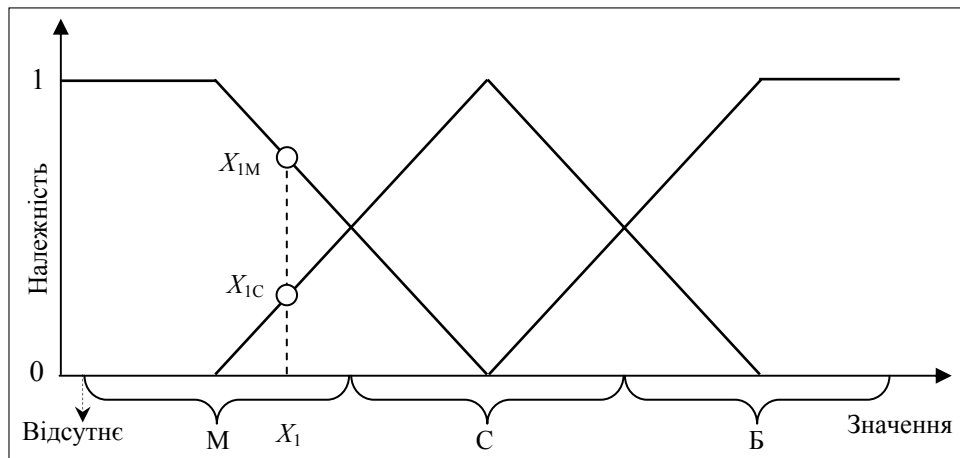


Рисунок. Визначення належності значення  $X$  до відповідних лінгвістичних змінних

Таким чином, прийняття рішень щодо впровадження додаткових заходів із підвищення ефективності трансформації забруднюючих речовин у СВ вимагає експертної оцінки функцій належності тих чи інших лінгвістичних змінних (аналогів функцій розподілу випадкових величин) із урахуванням таких даних, як щоденні та усереднені (щомісячні, щорічні): *швидкості потоку СВ у споруді* з урахуванням співвідношення кількості надходження промислових та комунальних стоків; *показники якісного складу стоків*; *характеристики активного мулу*.

Таке оцінювання можна виконати, користуючись теоремою Байєса [5], яка дозволяє визначити ймовірність того, що прийнята гіпотеза розподілу випадкових величин відповідає дійсності, якщо є лише непрямі підтвердження (дані), які не є вичерпними (непредставницькі вибірки) й можуть бути неточними, як це й має місце під час моніторингу очищення стічних вод. Отриману за формулою Байєса ймовірність можна при цьому далі уточнювати, приймаючи до уваги дані нових спостережень  $a_i \leq b_i \leq c_i \leq d_i$ . Таким чином, за формулою Байєса ймовірність *НПП*:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)},$$

де  $P(A)$  — апіорна ймовірність гіпотези,  $A$  — функції розподілу лінгвістичної змінної (*НПП*);  $P(A|B)$  — апостеріорна ймовірність гіпотези  $A$  (*НПП*)

за умов здійснення події;  $B$  (БСК) — визначення реального розподілу;  $P(B|A)$  — імовірність здійснення події  $B$  (БСК) за умов істинності гіпотези  $A$  (НІП);  $P(B)$  — імовірність здійснення події  $B$  (БСК) або:

$$P(\text{НІП} | \text{БСК}) = \frac{P(\text{БСК} | \text{НІП})P(\text{НІП})}{P(\text{БСК})}.$$

Важливим наслідком теореми Байєса є формула повної ймовірності події, яка залежить від декількох несумісних гіпотез:

$$P(B) = \sum_{i=1}^N P(A_i)P(B|A_i) \quad \text{або} \quad P(\text{НІП}) = \sum_{i=1}^N P(\text{БСК}_i)P(\text{НІП} | \text{БСК}_i).$$

Ймовірність здійснення події  $B$  (НІП) залежить від низки гіпотез  $A_i$  (БСК\_М, БСК\_С, БСК\_В), якщо відомі ступені достовірності цих гіпотез (наприклад, отримані експериментальні дані), до того ж за робочу гіпотезу варто прийняти  $P(B_k)$ , яка задовольняє умові:

$$P(B_k) = \max \{P(A_1)P(B|A_1), P(A_2)P(B|A_2), \dots, P(A_N)P(B|A_N)\}.$$

## ВИСНОВКИ

Використання теорії нечітких множин із визначенням достовірних меж, в яких можуть знаходитися відповідні оцінки тих чи інших параметрів, дозволяє забезпечити оптимальний менеджмент процесу біохімічного очищення СВ.

Прийняття рішень щодо впровадження заходів інтенсифікації процесу біотрансформації забруднюючих речовин у СВ вимагає експертної оцінки функції належності лінгвістичних змінних із урахуванням основних характеристик процесу очищення — показників якісного складу стоків, швидкості їх протоку в споруді, характеристик активного мулу тощо.

Використання теореми Байєса дозволяє визначити, а надалі й уточнювати, ймовірність дійсності прийнятої гіпотези розподілу параметрів процесу в умовах невизначеності, яка існує під час моніторингу очищення СВ.

## ЛІТЕРАТУРА

1. *Nikolaos V. Karadimos, Vassili Loumos, Alessandra Orsoni*. Municipal Solid Waste Generation Modeling based on Fuzzy Logic // Proceedings 20-th European Conference on Modelling and Simulation. — 2006. — 68 p.
2. *Fuzzy Image Processing: Fuzzy sets*. — <http://pami.uwaterloo.ca/tizhoosh/set.htm>.
3. *Protocol for the verification of residential wastewater treatment technologies for nutrient reduction*. U.S. EPA, November 27. — 2000. — P. 1–41.
4. *Єремєєв І.С.* Проблеми прийняття рішень в умовах невизначеності під час моніторингу доквілля // Системний аналіз та інформаційні технології, матеріали X міжнар. наук.-техн. конф. 20–24 трав. — 2008. — С. 187.
5. *Hoeting J.A., Madigan D., Raftery A.E, Volinsky Ch.T.* Bayesian Model Averaging: A Tutorial // Statistical Science. — 1999. — 14, № 4 — P. 382–417.

*Надійшла 01.04.2011*



## **ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ РЕГИОНАЛЬНЫХ ПРИРОДНО-ПРОМЫШЛЕННЫХ СИСТЕМ И ПРИНЯТИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ**

**С.Ю. ПРИХОДЬКО, Л.П. ПОЛЯКОВА**

Предложена математическая модель, описывающая поведение горного массива при воздействии на него массовых сил. Найдены условия параметров задачи, при которых возможны геотектонические нарушения. Предложена методика исследований, заключающаяся в системном подходе решения вопроса, который состоит в выделении рассматриваемой системы, определении составляющих ее компонентов, определение связей между ними. Определяющим моментом методики исследования является наличие базы данных по факторам влияния. Рассматривается математическая модель, позволяющая описать слоистую структуру горного массива с учетом наличия геологических нарушений и техногенных воздействий. Исследование ее устойчивости базируется на анализе энергетического баланса внешнего и внутреннего потенциалов, комплексно воздействующих на горный массив, на котором расположен рассматриваемый регион. Выведены критерии (на основании дисбаланса потенциалов), позволяющие делать пространственно-временной прогноз возможных чрезвычайных горно-геологических процессов. Достоверность критериев устойчивости усиливается коэффициентом системности, который может рассчитываться как для всей природно-промышленной системы, так и для отдельных ее компонентов.

### **ВВЕДЕНИЕ**

В современных условиях быстро меняющихся экономических, политических и других факторов значительно возросла цена ошибок в управлении организационными системами (административными образованиями, крупными предприятиями и т.д.). Все подобные системы включают как природные, так и технические объекты, а параметры их функционирования существенно зависят от пространственного расположения, а также от времени. Такие системы называются промышленно-природными системами (ППС). Экспериментальные воздействия на ППС по многим причинам (ограниченные временные рамки, опасность необратимых изменений, высокая стоимость и др.) обычно невозможны или нежелательны, поэтому основным методом изучения и прогнозирования поведения ППС служит моделирование. Моделирование таких объектов с достаточной для получения практически значимых результатов, многосторонностью заставляет рассматривать их как сложные пространственные динамические системы с переменной структурой, множественными внешними и внутренними связями, а также учитывать разнообразные информационные, финансовые, материальные, энергетические потоки и предусматривать анализ последствий изменения структуры объекта, критических ситуаций и т.д.

Анализ исследований проводимых в данном направлении [1–2] показал, что математические модели рассматриваемых систем дают в основном качественные характеристики. В случаях количественной оценки математические модели носят локальный характер и не могут давать количественную оценку динамики процессов в сложных системах, например таких, как региональные ППС. Системный анализ сложных структур в основном проводится без выделения наиболее весомых компонентов, определяющих динамику и устойчивость других компонентов системы и всей системы в целом. Весовые значения компонентов могут изменяться во времени и это тоже не учитывается в методиках исследований.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Предлагаемая методика исследований заключается в системном подходе решения вопроса, который состоит в выделении рассматриваемой системы, определении составляющих ее компонентов, определении связей между компонентами и на каждом исследуемом временном интервале весовой оценке рассматриваемых факторов влияния на систему в объеме (как внутренних, так и внешних). Определяющим моментом методики исследования является наличие базы данных по факторам влияния [3–8].

В региональных ППС определяющим компонентом является горный массив, от устойчивого состояния которого зависит комплексная устойчивость всей региональной ППС. Разработанная объемная математическая модель горного массива позволяет прогнозировать его динамику и динамику всей региональной ППС.

**Цель работы.** Предложена математическая модель, описывающая поведение горного массива при воздействии на него массовых сил. Найдены условия параметров задачи при которых возможны геотектонические нарушения.

## ИЗЛОЖЕНИЕ МАТЕРИАЛА И РЕЗУЛЬТАТЫ

В любой из геотектонических гипотез должны быть четко определены силы, участвующие в перемещениях или преобразованиях масс в земной коре, и источник энергии, поддерживающий эти силы в течении определенного периода времени. Модели горного массива, рассматриваемые при прогнозировании газодинамических явлений, основаны на детерминистическом причинном описании. Однако такое описание не всегда является адекватным. Главная причина этого состоит в том, что в макроскопических системах существование многих степеней свободы часто приводит к возникновению флуктуаций. После возникновения макроскопической флуктуации система ведет себя в соответствии с определенными феноменологическими законами. Флуктуации, хотя и являются измеримыми величинами, должны оставаться малыми по сравнению с макроскопическими величинами. Малые флуктуации при наличии критической точки усиливаются, достигают макроскопического уровня и переводят систему в новое состояние, т.е. приводят к возникновению новой фазы в системе [6].

В работах [3–5] для описания качественного поведения амплитуды вертикального смещения локальной области земной поверхности использовалась модель колебания упругой тонкой пластины под действием внешних массовых сил. Учитывая относительную локальность области, в которой рассматривается модель, можно пренебречь вращением Земли. В качестве внешних сил  $V_e$  рассматривается воздействие на земную поверхность комплекса экзогенных процессов и эрозионных волн [4], влияние долговременных тенденций изменения атмосферного давления, результаты гравитационного взаимодействия Земли с другими космическими телами (например, Солнцем, Луной) и т.д. В качестве внутренних сил  $V_i$  учитывается влияние вертикальных тектонических движений, возникающих как вследствие движения тектонических плит, так и в результате процессов физико-химической дифференциации вещества в недрах Земли. Получено модельное уравнение, которое учитывает зависимость амплитуды вертикального смещения, а, следовательно напряжений на земной поверхности, от взаимодействия внешнего и внутреннего суммарных потенциалов [3–5]. В работе [3] была рассмотрена модель упругих деформаций земной коры, которая при условии сохранения объёма в нутационной системе координат (нутационная система координат — система отчёта, определенным образом связанная с инерциальной системой отчёта) для амплитуды вертикального смещения принимает следующий вид:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = \frac{\mu}{\rho} \Delta h + \frac{\partial f}{\partial h}, \quad (1)$$

где  $h = h(t, x, y)$  — вертикальное смещение, зависящее от времени  $t$  и декартовых координат  $x, y$ ;  $f = f(h) := V_e + V_i$  — сумма внешнего ( $V_e$ ) и внутреннего ( $V_i$ ) потенциалов, действующих на горный массив;  $\mu$  — параметр Ламе (Па);  $\rho$  — плотность (кг/м<sup>3</sup>);  $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$  — оператор Лапласа.

Основной целью исследования является определение значений некоторого положительного параметра  $\beta$ , который определяет динамику взаимодействия внешних и внутренних сил в безразмерной математической модели, при которых в системе возможно нарушение энергетического баланса. Для этого необходимо выполнить:

- переход к безразмерной форме в модели;
- построение энергетической диаграммы для задачи;
- анализ энергетической диаграммы.

В безразмерном виде уравнение (1) запишется:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = c_0 \Delta h + c_1 h^\beta - c_2 h^{\beta-1}, \quad (2)$$

где

$$c_0 = \frac{t_0^2 \mu}{l^2 \rho}, \quad c_1 = \frac{t_0^2 f_0}{h_0^2 (1-\alpha)} \left( \frac{h_0 g_0}{f_0} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \quad c_2 = \frac{t_0^2 \alpha a_S g_0}{h_0^2 (1-\alpha)} \left( \frac{h_0 g_0}{f_0} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}, \quad \beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}.$$

Не нарушая общности, будем рассматривать уравнение (2) в некоторой фиксированной области  $\Omega$  с границей  $\partial\Omega$  и полагать  $c_0 = 1$ . Вместе с (2) рассматриваем следующие граничные и начальные условия:

$$h|_{\partial\Omega} = 0, \quad h|_{t=0} = h_0(x), \quad h_t|_{t=0} = h_1(x), \quad (3)$$

где  $h_0(x)$  — некоторая начальная геометрия горного массива, а  $h_1(x)$  — его начальная скорость изменения.

Полная энергия открытой системы:

$$E(h(t)) := \frac{1}{2} \int \left( h_t^2 + |\nabla h|^2 - \frac{2c_1}{\beta+1} h^{\beta+1} + \frac{2c_2}{\beta} h^\beta \right) dx. \quad (4)$$

Из теории бинарных систем, хорошо известно, что знак начальной энергии системы существенно влияет на ее поведение, например, если начальная энергия отрицательна, то это приводит к фазовому переходу. Применительно к нашей ситуации, это означает следующее: если  $E(h(0)) < 0$ , то в системе, при определенных значениях параметров, возможен быстрый рост градиента амплитуды инверсионного подъема.

Для градиента мы получили следующее неравенство:

$$\frac{c_1 C_0^{\beta+1}}{\beta+1} \left( \frac{\beta+1}{2c_1 C_0^{\beta+1}} - \left( \int |\nabla h|^2 dx \right)^{\frac{\beta-1}{2}} \right) \int |\nabla h|^2 dx \leq E(h(0)). \quad (5)$$

В зависимости от значений начальной энергии, для случая  $0 < \beta < 1$ , возможны пять различных ситуаций:

- если  $E(h(0)) < E^* = -\frac{(1-\beta)(c_1 C_0^{\beta+1})^{\frac{2}{1-\beta}}}{2(\beta+1)} < 0$ , то не существует универсальной (независящей от времени) оценки градиента решения;
- если  $E(h(0)) = E^*$ , то градиент решения в точности равен  $\int |\nabla h|^2 dx = (c_1 C_0^{\beta+1})^{\frac{2}{1-\beta}}$  в любой момент времени  $t > 0$ ;
- если  $E^* < E(h(0)) < 0$ , то градиент решения имеет двухстороннюю оценку при любом  $t > 0$ , а именно,

$$a_1 \leq \int |\nabla h|^2 dx \leq a_2,$$

где постоянные  $0 < a_1 < a_2 < \left( \frac{2c_1 C_0^{\beta+1}}{\beta+1} \right)^{\frac{2}{1-\beta}}$  зависят от значения начальной энергии  $E(h(0))$ ;

- если  $E(h(0)) = 0$ , то имеет место оценка градиента решения сверху  $\int |\nabla h|^2 dx \leq \left( \frac{2c_1 C_0^{\beta+1}}{\beta+1} \right)^{\frac{2}{1-\beta}}$  при любом  $t > 0$ ;

- если  $E(h(0)) > 0$ , то градиент решения ограничен сверху

$$\int |\nabla h|^2 dx \leq a_3, \text{ при любом } t > 0, \text{ и постоянная } a_3 > \left( \frac{2c_1 C_0^{\beta+1}}{\beta+1} \right)^{\frac{2}{1-\beta}} \text{ зависит}$$

от  $E(h(0))$ .

Для случая  $\beta > 1$  в зависимости от значений начальной энергии возможны три ситуации:

- если  $E(h(0)) > 0$ , то градиент решения в любой момент времени  $t > 0$  не имеет универсальной оценки сверху;
- если  $E(h(0)) = 0$ , то градиент решения ограничен снизу

$$\int |\nabla h|^2 dx \geq \left( \frac{\beta+1}{2c_1 C_0^{\beta+1}} \right)^{\frac{2}{\beta-1}} \text{ при любом } t > 0;$$

- если  $E(h(0)) < 0$ , то градиент решения имеет оценку снизу  $\int |\nabla h|^2 dx \geq a_4$  при любом  $t > 0$ , где постоянная  $a_4 > \left( \frac{\beta+1}{2c_1 C_0^{\beta+1}} \right)^{\frac{2}{\beta-1}}$  зависит от  $E(h(0))$ .

Итак, в случае  $\beta > 1$  и  $E(h(0)) \leq 0$ , мы получим, что градиент всегда ограничен снизу, т.е.

$$\int |\nabla h|^2 dx \geq C > 0.$$

Для случая  $\beta = 1$  из оценки (5) мы получим, что

$$\chi \int |\nabla h|^2 dx \leq E(h(0)),$$

где  $\chi = \frac{1}{2} - \frac{c_1 C_0^{\beta+1}}{\beta+1}$ . Отсюда, в свою очередь, мы устанавливаем, что:

- если  $\chi > 0$  и  $E(h(0)) < 0$ , то  $\int |\nabla h|^2 dx$  не имеет универсальной верхней оценки;
- если  $\chi > 0$  и  $E(h(0)) = 0$ , то  $\int |\nabla h|^2 dx = 0$ , откуда следует, что  $h = \text{const}$ ;
- если  $\chi > 0$  и  $E(h(0)) > 0$ , то  $\int |\nabla h|^2 dx \leq \frac{2(\beta+1)}{\beta+1-2c_1 C_0^{\beta+1}} E(h(0))$ ;
- если  $\chi < 0$  и  $E(h(0)) < 0$ , то  $\int |\nabla h|^2 dx \geq -\frac{2(\beta+1)}{2c_1 C_0^{\beta+1} - \beta - 1} E(h(0))$ ;
- если  $\chi < 0$  и  $E(h(0)) \geq 0$ , то  $\int |\nabla h|^2 dx$  не имеет универсальной верхней оценки.

Определяя поведение градиента вертикального смещения, который связан с тензором деформаций, мы тем самым определяем поведение соответ-

ствующих напряжений в горном массиве. Найденная зависимость между значением начальной энергии системы и поведением градиента вертикального смещения, а как следствие и самого вертикального смещения, позволяет получать информацию о поведении напряжений внутри горного массива.

## ВЫВОДЫ

Математическая модель позволяет описать слоистую структуру горного массива с учетом наличия геологических нарушений и техногенных воздействий. Исследование ее устойчивости базируется на анализе энергетического баланса внешнего и внутреннего потенциалов, комплексно воздействующих на горный массив, на котором расположен рассматриваемый регион. Выведены критерии (на основании дисбаланса потенциалов), позволяющие делать пространственно-временной прогноз возможных чрезвычайных горно-геологических процессов. Достоверность критериев устойчивости усиливается коэффициентом системности, который может рассчитываться как для всей ППС, так и для отдельных ее компонентов. При наличии соответствующей базы данных, модель позволяет исследовать устойчивость региональных ППС в любой точке Земного шара.

Любая исследуемая система имеет 2 граничных состояния: 0 — система полностью неупорядочена, хаос; 1 — система полностью упорядочена, гармония. Метод главных компонент позволяет на любом временном интервале исследования выделять наиболее весомые факторы комплексного воздействия на систему и по их значениям рассчитывается коэффициент системности, значение которого находится в интервале от 0 до 1. Эмпирически определяются критерии, по которым программа информирует пользователя о сильной неустойчивости системы в целом (или компонентов системы) и на выделяемых временных интервалах показывает факторы, наиболее сильно влияющие на устойчивость. Это позволяет (при возможности) воздействовать на эти факторы, для восстановления устойчивости.

Предлагаемая методика исследования устойчивости систем позволяет работать с базами данных в различных сферах общественной деятельности:

- производственно-технической (горно-металлургическая промышленность, химическая промышленность, гражданское и промышленное строительство и т.д.);
- политической (международные отношения);
- социальной (чрезвычайные ситуации, сферы услуг: ЖКХ, снабжение населения различной продукцией, медицина и т.д.);
- экономической (экономика города, региона, государства).

Алгоритм методики исследований позволяет при работе с базами данных вносить в программу соответствующие дополнения для более точного определения критериев, оценивающих устойчивость исследуемых систем.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Горелова Г.В. Исследование слабоструктурированных проблем социально-экономических систем: когнитивный подход / Г.В. Горелова, Е.Н. Захарова, С.А. Радченко. Ростов-на-Дону: Изд-во РГУ, 2006. — 323 с.

2. Булавин И.В. Анализ качества программно-целевого планирования в условиях реализации социально-экономической стратегии региона // Региональная экономика: теория и практика. — 2008. — № 6. — С. 17–28.
3. Таранец Р.М., Привалов В.А., Приходько С.Ю. Новый подход к оценке влияния внешних и внутренних сил на поведение горного массива // Проблемы экологии. — 2007. — № 1–2. — С. 46–50.
4. Таранец Р.М., Привалов В.А., Приходько С.Ю. Об одном из аспектов нелинейной геодинамики: влияние массовых сил на тектоническое поведение земной поверхности на примере Донецкого бассейна // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: «Гірничо-геологічна». — 2007. — № 6 (125) — С. 205–210.
5. Приходько С.Ю., Приходько С.Ю., Таранец Р.М. Исследование влияния внешних и внутренних сил на поведение горного массива // Материалы 11-й международной конференции «Геоинформационные технологии в управлении территориальным развитием», Ялта, 2008. — С. 125–126.
6. Приходько С.Ю., Панов Б.С. Новый подход к описанию геодинамической модели горного массива // Доповіді і повідомлення 4-ї Міжнародної наукової конференції 21–25 квітня 2005 р. у м. Донецьку. — С. 139–141.
7. Приходько С.Ю., Поляков П.И. К теории устойчивости региональных природно-промышленных систем // Проблемы экологии. — 2009. — № 1–2. — С. 70–74.
8. Приходько С.Ю., Скаженник Б., Полякова Л.П. Перспективы применения ГИС-технологий в региональном управлении Донбасса // Збірник наукових праць Донецького державного університету управління. — Донецьк–2010, т. XI: серія «Технічні науки», В. 158 — С. 178–187.

*Поступила 01.06.2011*

## ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗПОДІЛУ РЕСУРСІВ ПРИ ПРОВЕДЕННІ РОЗВІДКИ В ІНФОРМАЦІЙНОМУ ПРОТИСТОЯННІ

М.В. ДЕМЧИШИН, Є.Г. ЛЕВЧЕНКО

Конкурентна боротьба в інформаційній сфері характеризується тим, що кожна зі сторін прагне захистити свою інформацію і здобути інформацію про суперника. В умовах невизначеності, коли дії суперника невідомі й не можуть бути передбачені точно, важливу роль відіграє розвідка, котра може дати відомості про важливість інформації, її розподіл між об'єктами, вразливості та ступені захищеності цих об'єктів. На основі створеної математичної моделі розроблена методика визначення доцільності проведення розвідки в залежності від вразливості об'єктів і кількості ресурсів. Встановлено принципи розподілу ресурсів, які забезпечують максимальну ефективність розвідки. Наведено приклади розрахунків у системі із двох об'єктів із різними вразливостями. Розраховані інтервали значень ресурсів, в яких розвідка доцільна, за різних форм функцій вразливості. Наведено рекомендації по оптимальному розподілу ресурсів на розвідку і на здобуття інформації в залежності від вразливості об'єктів та загальної кількості ресурсів.

### ВСТУП

Моделювання протистояння двох сторін в інформаційній сфері має багато спільного з моделюванням військового протистояння. Зокрема це стосується розвідки, яка в умовах невизначеності щодо дій суперника може надати важливі відомості, які сприятимуть прийняттю оптимального рішення. З точки зору захисту це відомості про направленість атак суперника, виділену ним кількість ресурсів нападу, їх розподіл між об'єктами. Мета нападу — одержання відомостей про кількість інформації на кожному з об'єктів, ступінь її захищеності, який залежить від виділених ресурсів захисту і їх розподілу.

**Мета роботи** — розробка методики пошуку рішень нападу, яка дала б можливість передбачити його дії при побудові оптимальної системи захисту.

### МЕТОДИКА РОЗРАХУНКІВ

Цільову функцію, яка визначає кількість вилученої інформації, представимо у вигляді [1]:

$$I(x, y) = \sum_{k=1}^l I_k(x, y) = \sum_{k=1}^l g_k \cdot p_k \cdot q_k(x, y) f_k(x, y), \quad (1)$$

де  $x$  та  $y$  — ресурси нападу і, відповідно, захисту;  $k = \overline{1, l}$  — номер об'єкта;  $g_k$  — відносна кількість інформації на  $k$ -му об'єкті;  $p_k$  — імовірність нападу на  $k$ -й об'єкт;  $q_k(x, y)$  — імовірність виділення нападом та захистом



ресурсів  $x$  та  $y$ , відповідно, на  $k$ -й об'єкт;  $f_k(x, y)$  — залежність частки вилученої інформації від ресурсів  $x$  та  $y$ .

Розглянемо спрощений варіант, коли система складається з двох об'єктів, причому  $p_k = 1$ ;  $g_1 = g_2 = g/2 = \frac{1}{2}$ . Покладемо  $y = 1$ ,  $q_k(x, y) = \text{const} = \frac{1}{3}$ . Останнє значення знаходимо з умови  $\int_0^{x_{\text{гр}}} q(x) dx = 1$ , де  $x_{\text{гр}} = 3$  —

границя можливих, із точки зору нашої експертної оцінки, значень  $x$ . Спрощена форма цільової функції, яка визначає відносну кількість вилученої інформації має вигляд:

$$i(x, y) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} [f_1(x, y) + f_2(x, y)]. \quad (2)$$

В [1] запропоновано два поширених класи функцій, які можуть описувати реальні ситуації: степеневі та показникові. Враховуючи, що криві, які зображують ці залежності, принципово не відрізняються, обмежимося розглядом степеневих функцій  $f(x, y) = \frac{a(x/y)^n}{(x/y)^n + c}$  та в (2) будемо використо-

увати такі форми:

$$f(x, y) = \frac{(x/y)}{(x/y) + 4}, \quad (3)$$

$$f(x, y) = \frac{a(x/y)^2}{(x/y)^2 + 16}, \quad (4)$$

$$f(x, y) = \frac{a(x/y)^3}{(x/y)^3 + 32}, \quad (5)$$

$$f(x, y) = \frac{a(x/y)^4}{(x/y)^4 + 64}. \quad (6)$$

Залежності  $f(x, y)$  на двох об'єктах можуть виражатись різними парами з набору (3)–(6). Зазначимо, що  $n$  в цих виразах впливає, в основному, на кривизну залежності, а  $c$  — на її положення відносно осі абсцис. Зокрема, при  $n = 1$  опуклість кривої  $f(x, y)$  в області  $(x/y) \geq 0$  направлена вгору,

а при  $n > 1$  — вниз.

Доцільність проведення розвідки і корисність одержаних від неї результатів залежить від двох основних факторів:

- вразливості об'єктів;
- кількості виділених на розвідку ресурсів.

Вразливість будемо поділяти на статичну і динамічну. Статична, або початкова вразливість визначається рівнем природної й технічної захищенос-

ті у відсутності додаткових ресурсів захисту, тобто при  $y = 0$ . Динамічна вразливість залежить від співвідношення  $x$  та  $y$  та виражається функціями  $f(x, y)$ . При використанні степеневих функцій та  $y \rightarrow 0$  маємо  $f(x, y) \rightarrow a$ , що виражає статичну вразливість.

Показники розподілу ресурсів, які підлягають оптимізації, можна поділити на три групи:

- загальна кількість ресурсів  $X$ ;
- кількість ресурсів, виділених на розвідку —  $X^{(1)}$  й на витік —  $X^{(2)}$ , де  $X^{(1)} + X^{(2)} = X$ ;
- розподіл ресурсів між об'єктами:  $x_1^{(1)}/x_2^{(1)}$ ,  $x_1^{(2)}/x_2^{(2)}$ ,  $x_1^{(1)} + x_2^{(1)} = X^{(1)}$ ,  $x_1^{(2)} + x_2^{(2)} = X^{(2)}$ .

### РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ

На рис. 1–6 наведено результати розрахунків, виконаних з використанням пакету Optimization Toolbox програмного комплексу Matlab. На лівих частинах рисунків зображені залежності  $i(x, y)$ , які розраховано на базі функцій (3)–(6) та їх похідні. На правих — втрати інформації з двох об'єктів під час розвідки, під час витоку і сумарні. По осі абсцис на лівих частинах відкладено загальні ресурси, на правих — ресурси, виділені на кожний об'єкт під час розвідки. Вважаючи, що протистояння здійснюється в умовах повної невизначеності, ресурси розвідки поділяємо між об'єктами порівну:  $x_1^{(1)} = x_2^{(1)}$ , тому максимальні значення на осі абсцис правих рисунків вдвічі менші, ніж на лівих.

Метою нападу є визначення розподілу ресурсів, який забезпечує досягнення оптимальних значень обраних показників ефективності. В нашому розгляді таким показником є сумарна кількість вилученої інформації  $I(x, y)$  під час розвідки і під час витоку. Першим кроком є визначення доцільності проведення розвідки, яка встановлюється в результаті порівняння значень  $I(x, y)$  із застосуванням розвідки та без неї. Означення цих величин потребує деякого уточнення.

- Вважатимемо, що після проведення розвідки напад робить правильний вибір об'єкта, на котрий направляється залишок ресурсів  $x_2 = X - x_1$ , й кількість вилученої інформації на кожному інтервалі  $\Delta x$  визначається верхньою з двох кривих, які зображають сумарний витік.

- Кількість  $i(x, y)$  при відсутності розвідки будемо визначати при двох варіантах розподілу ресурсів:

- усі ресурси діляться порівну між об'єктами — це крайня права точка  $x_1 = x_2 = x_{II} = \frac{x}{2}$  (вона визначає положення суцільної горизонтальної лінії  $i_{II} = \text{const}$  на правих частинах рисунків); в цій точці вилучення інформації

відбувається в результаті одного етапу, в якому розвідка повністю переходить у витік;

– усі ресурси направляються на один із об'єктів (крайні ліві точки); невизначеність у виборі об'єкта може бути врахована шляхом усереднення

$$i(x, y) = \frac{i_1(x, y) + i_2(x, y)}{2} \text{ (штрихова горизонтальна лінія).}$$

Будемо називати ці варіанти першим і другим критеріями порівняння.

Перша задача в розв'язанні поставленої проблеми — визначення впливу основних факторів (вразливості об'єктів  $f(x, y)$  і кількості ресурсів  $X$ ) на значення цільової функції. На рис. 1–6 наведено результати розрахунків у різних діапазонах  $\Delta x$  для двох варіантів комбінацій функцій  $f(x, y)$ : дробно-лінійної для першого об'єкта та дробно-нелінійної для другого (рис. 1–3) і двох дробно-нелінійних (рис. 4–6).

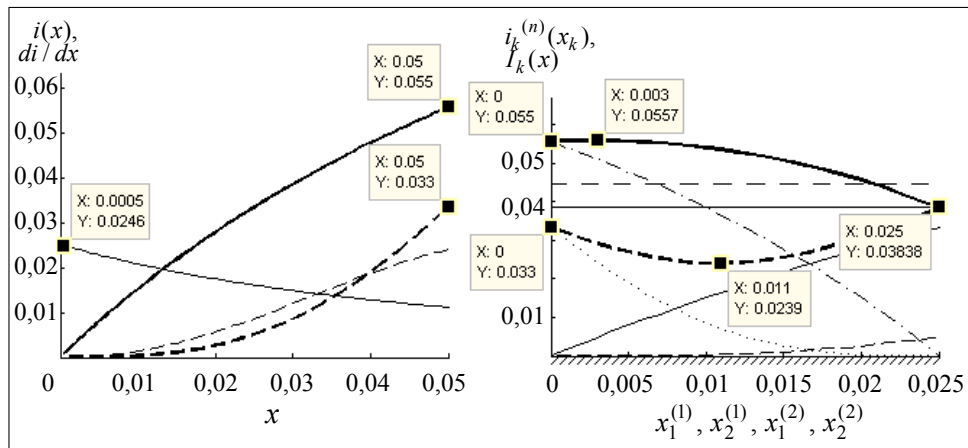


Рис. 1. Втрати інформації при використанні функцій вразливості  $f_1(x, y) = \frac{x/y}{x/y + 4}$ ,  $f_2(x, y) = \frac{(x/y)^3}{(x/y)^3 + 32}$  та  $Y = 0,05$ ,  $x_{\max} = 0,05$

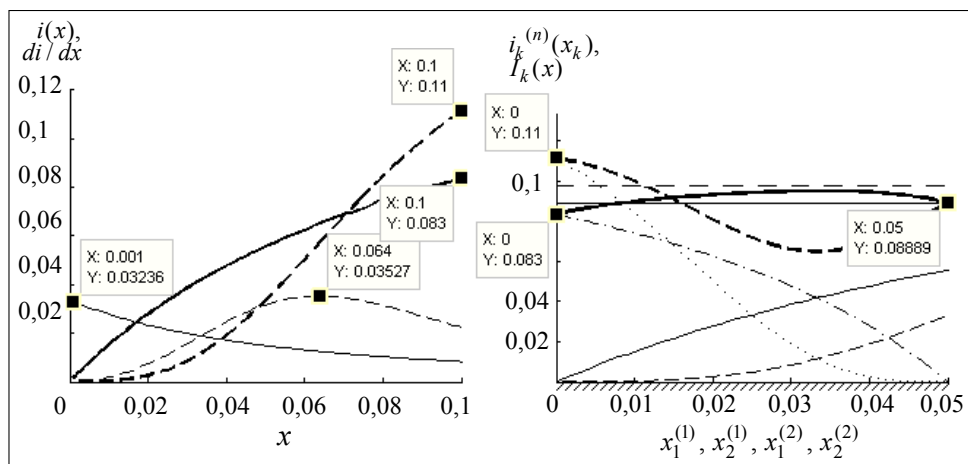


Рис. 2. Втрати інформації при використанні функцій вразливості (рис. 1) та  $x_{\max} = 0,1$

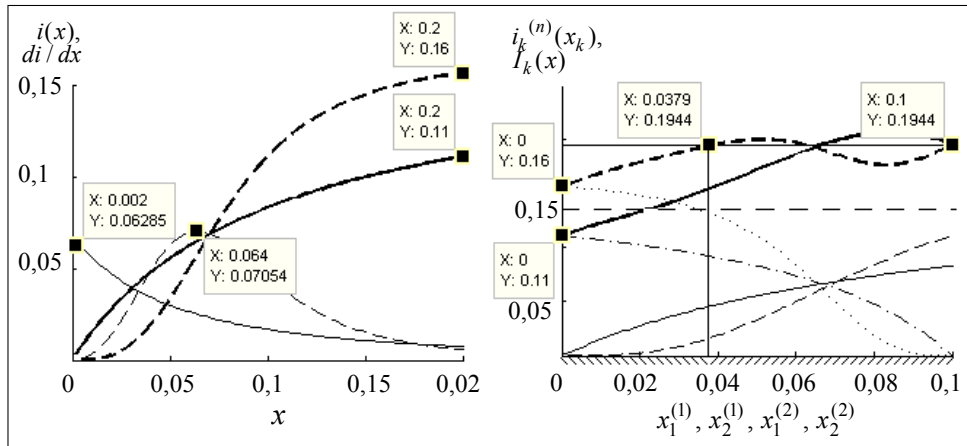


Рис. 3. Втрати інформації при використанні функцій вразливості (рис. 1) та  $x_{\max} = 0,2$

На рис. 1–3 використано функції  $f_1(x, y) = \frac{x/y}{x/y + 4}$ ,  $f_2(x, y) = \frac{(x/y)^3}{(x/y)^3 + 32}$  у різних діапазонах  $\Delta x$ : на рис. 1 —  $\Delta x = 0..0,05$ , на рис. 2 —  $\Delta x = 0..0,1$ , на рис. 3 —  $\Delta x = 0..0,2$ . На лівих частинах рисунків суцільними жирними лініями зображено залежності  $i_1(x)$ , жирними штриховими —  $i_2(x)$ , суцільними тонкими —  $di_1/dx$ , тонкими штриховими —  $di_2/dx$ . На правих частинах рисунків: суцільні тонкі лінії —  $i_1^{(1)}(x_1^{(1)})$ , тонкі штрихові —  $i_2^{(1)}(x_2^{(1)})$ , штрихові пунктирні —  $i_1^{(2)}(x_1^{(2)})$ , точки —  $i_2^{(2)}(x_2^{(2)})$ , суцільні жирні лінії —  $I_1(x) = i_1(x_1^{(1)}) + i_2(x_2^{(1)}) + i_1(x_1^{(2)})$ , жирний штрих —  $I_2(x) = i_1(x_1^{(1)}) + i_2(x_2^{(1)}) + i_2(x_2^{(2)})$ . Значення  $y$  в наведених залежностях виступає як параметр:  $y = \frac{Y}{2} = 0,025$ .

При використанні двох типів функцій (рис. 1–3) порівняння наведених результатів приводить до наступних висновків.

**За першим критерієм.** У першому діапазоні ( $x = 0..0,05$  — рис. 1) розвідка доцільна при всіх  $x$  (суцільна крива лежить вище суцільної горизонтальної лінії) з концентрацією ресурсів витoku на першому об'єкті; в другому діапазоні ( $x = 0..0,1$  — рис. 2) розвідка доцільна теж у всьому діапазоні, проте ресурси витoku в початковій області  $x^{(1)}$  ( $x^{(1)} = 0..0,015$ ) концентруються на другому об'єкті, а в кінцевій ( $x^{(1)} = 0,015..0,05$ ) — на першому; в третьому діапазоні ( $x = 0..0,2$  — рис. 3) розвідка доцільна лише в кінцевій області — при  $x^{(1)} = 0,038..0,065$  — з зосередженням ресурсів витoku на другому об'єкті, а при  $x^{(1)} = 0,065..0,1$  — на першому.

**За другим критерієм.** У першому діапазоні (рис. 1) розвідка доцільна в початковій області, яка займає майже весь діапазон ( $x^{(1)} = 0..0,022$ ).

У другому діапазоні (рис. 2) розвідка доцільна теж у початковій області, проте в звуженому інтервалі ( $x^{(1)} = 0..0,012$ ). У третьому діапазоні (рис. 3) розвідка доцільна у всій області.

Зміна інтервалів доцільності викликана зміщенням крайніх точок  $x^{(1)} = 0$  та  $x^{(1)} = x_{II}$ , причому темп зміщення цих точок різний: він визначається кривизною ліній  $f_k(x, y)$  у відповідних діапазонах. Проте слід звернути увагу на такий результат: розвідка доцільна у всій області — за першим критерієм у першому діапазоні, за другим критерієм — у третьому діапазоні. Таким чином, вибір критерію може суттєво вплинути на прийняття рішення. Зазначимо, що перший критерій застосовується в умовах повної невизначеності, в той час, як при певній обізнаності про вразливість об'єктів має сенс застосування другого критерію.

При використанні двох дробно-нелінійних функцій отримуємо суттєво відмінний результат. У цьому випадку існують області, в яких розвідка недоцільна при всіх  $x$  — за першим критерієм у третьому діапазоні (рис. 6), за другим критерієм — у першому (рис. 4). Іншими словами, за малої кількості ресурсів їх слід вкладати в один із об'єктів, а за великої — ділити нарівно між об'єктами. Таким чином, при використанні двох дробно-нелінійних функцій розвідка частіше є недоцільною.

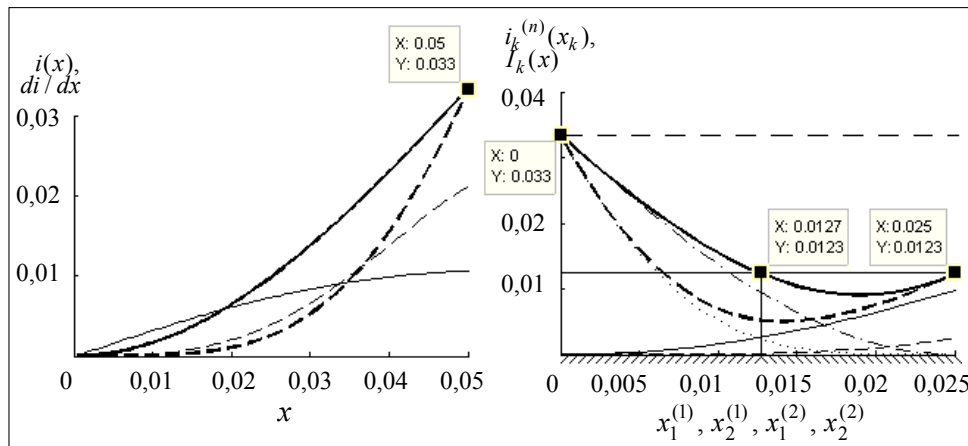


Рис. 4. Втрати інформації при використанні функцій вразливості  $f_1(x, y) = \frac{(x/y)^2}{(x/y)^2 + 16}$ ,  $f_2(x, y) = \frac{(x/y)^4}{(x/y)^4 + 64}$  та  $x_{\max} = 0,05$

Спробуємо пов'язати питання про доцільність розвідки з формою кривих  $f(x, y)$ . Зауважимо, що положення крайніх правих точок (при  $Y = 0,05$  та  $x = x_{\max} = 0,05$ ) на лівих рисунках визначає положення крайніх лівих точок на правих рисунках. Вирішальну роль при цьому грає положення крайньої правої точки на правих рисунках відносно крайніх лівих. Якщо права точка розташована нижче однієї з лівих і відповідна крива має опуклість, направлену вгору у всьому діапазоні (функція  $f(x, y)$  має дробно-лінійний характер), то розвідка по першому критерію доцільна у всьому діапазоні

(рис. 1). Якщо крива має змінний напрямок опуклості (дробно-нелінійна функція), то інтервал доцільності, який визначається цією кривою, звужується (рис. 2). В обох випадках існує певний інтервал доцільності по другому критерію. Якщо опуклість направлена донизу (рис. 4), то розвідка за другим критерієм недоцільна у всьому діапазоні, а за першим — в кінцевому інтервалі. Якщо ж права точка лежить вище обох лівих (рис. 3, 6), то можливі різні варіанти, в тому числі такий, при якому у всьому діапазоні розвідка недоцільна по першому критерію (рис. 6) і доцільна по другому (рис. 3, 6). Таким чином, аналіз напрямку опуклості кривих  $f(x, y)$  може дати рекомендації з вибору принципу розподілу ресурсів за недоцільності розвідки — на один, більш привабливий об'єкт чи на два об'єкти.

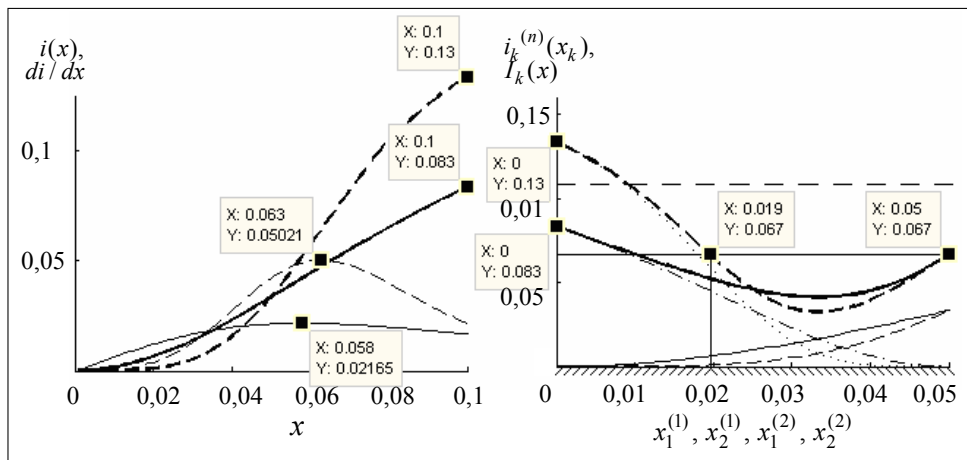


Рис. 5. Втрати інформації при використанні функцій вразливості (рис. 4) та  $x_{\max} = 0,1$

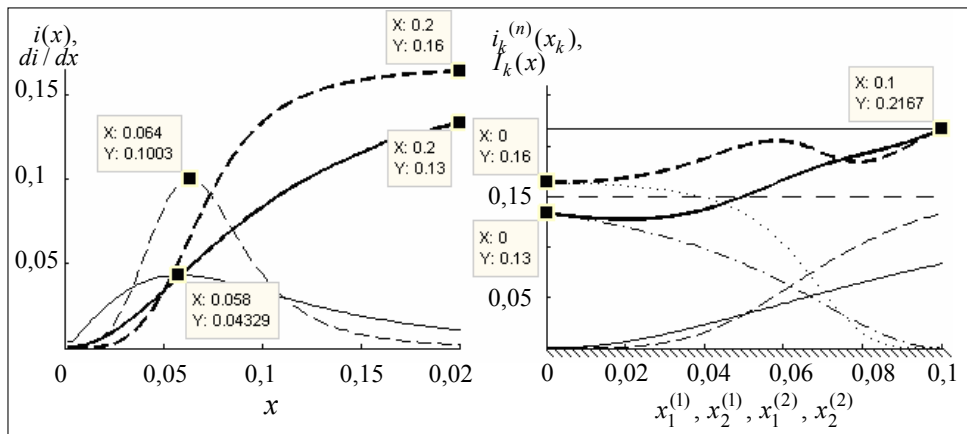


Рис. 6. Втрати інформації при використанні функцій вразливості (рис. 4) та  $x_{\max} = 0,2$

Зауважимо, що напрямок опуклості кривих на правих рисунках визначається їх формою на лівих рисунках. Прослідкуємо це на прикладі рис. 1, 4. На правій частині рис. 1 ліва верхня точка  $Y = 0,0558$  визначається правою верхньою точкою лівої частини. Крайня права точка  $Y = 0,0383$  є сума ординат кривих  $f(x, y)$  лівої частини в точці  $x = 0,025$ . Форма кривої, яка

з'єднує крайні точки на кожній частині, є в значній мірі дзеркальним відображенням кривої  $f_1(x, y)$  між точками  $x = 0,05$  і  $x = 0,025$  відносно вертикальної прямої, що проходить через точку  $x = 0,025$ . При цьому зберігається і напрямок опуклості. З тих же причин суцільна крива на правій частині рис. 4 має опуклість, направлену вниз — так само, як відповідна крива на лівій частині рисунка. Додаткові відомості з розглянутого питання містяться в [3].

## **ВИСНОВКИ**

Питання про доцільність проведення розвідки можна вирішити шляхом встановлення форми залежності динамічної вразливості об'єктів від ресурсів захисту і нападу. У випадку, коли розвідка недоцільна, проведений аналіз дозволяє надати рекомендації відносно вибору принципу розподілу ресурсів між об'єктами.

## **ЛІТЕРАТУРА**

1. *Левченко Є.Г., Рабчун А.О.* Оптимізаційні задачі менеджменту інформаційної безпеки // Сучасний захист інформації. — 2010. — № 1. — С. 16–23.
2. *Gordon L.A., Loeb M.P.* The Economics of Information Security Investment // Transactions on Information and System Security. — 2002. — 5, № 4. — P. 438–457.
3. *Демчишин М.В., Левченко Є.Г.* Ефективність розвідки при протистоянні двох сторін в інформаційній сфері // Сучасний захист інформації. — 2011. — № 2. — С. 5–15.

*Поступила 17.03.2011*

## **ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНОСТИ В РЕАЛЬНЫХ ДАНЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УПРОЩЕННОГО ТЕСТА**

**П.И. БИДЮК, А.С. ГАСАНОВ, С.Е. ВАВИЛОВ**

Рассмотрена задача идентификации нелинейности в экспериментальных данных с использованием статистических тестов. Представлен анализ известного статистического теста на нелинейность, основанного на соотношении Фишера, и предложен упрощенный тест, который может быть использован в условиях неполноты экспериментальных данных. Эмпирический критерий проверки данных на нелинейность рассчитывается на основе связи между размахом кумулятивной суммы и стандартным отклонением, вычисленным по экспериментальным данным. Эмпирически установлено существование тесной взаимосвязи между предложенным и известным тестами в смысле подобия окончательного результата тестирования. Для получения критических значений, необходимых для использования упрощенного теста, выполнены необходимые вычислительные эксперименты. Установлено, что предложенный упрощенный тест может быть использован как в условиях достаточной полноты, так и при неполных экспериментальных данных. Практическое применение различных тестов к фактическим данным свидетельствует о близости получаемых результатов.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Несмотря на то, что проблема выявления нелинейности, скрытой в экспериментальных данных, исследовалась в течение длительного времени, она все еще существует. Есть случаи, когда т. н. «классические подходы» не могут быть применены. В то же время для построения корректной модели очень важно иметь априорную информацию о наличии нелинейности в данных, полученных в процессе эксперимента. Описанные в литературных источниках тесты, посвященные определению нелинейности [1–5], применяются в условиях достаточности данных, т.е. когда каждая группа данных должна содержать достаточное количество наблюдений. В большинстве практических случаев эти условия проведения эксперимента не могут быть выполнены в связи с невозможностью проведения повторных экспериментов в одинаковых условиях. Это является основной причиной для создания нового метода идентификации (обнаружения) нелинейности в экспериментальных данных.

В большинстве случаев при определении нелинейности необходимо строить модель для экспериментального исследования факта нелинейности. Однако в некоторых случаях для этого необязательно строить модель, т.к. анализ на нелинейность, может успешно осуществляться с помощью соот-



ветствующих тестов. На рис. 1 приведена классификация методов определения нелинейности в экспериментальных данных.

Для оценивания типа связи между входом и выходом (линейная или нелинейная связь) можно воспользоваться спектральной функцией высокого порядка вида [5]:

$$X_{ij} = \frac{|S_{\omega}(\omega_i, \omega_j)|^2}{S_{\omega}(\omega_i)S_{\omega}(\omega_j)S_{\omega}(\omega_i / \omega_j)}, \quad (1)$$

где  $S_{\omega}(\omega_i, \omega_j)$  — биспектральная плотность мощности;  $S_{\omega}(\omega_i)$ ,  $S_{\omega}(\omega_j)$  — спектральные плотности мощности временного ряда. При  $S_{\omega}(\omega_i, \omega_j) = 0 \quad \forall \omega_i, \omega_j$  процесс будет линейным, а третий момент входного сигнала в этом случае  $\mu_3 = 0$ . Однако, если  $X_{ij} = \text{const}$ , то процесс линейный на рассматриваемом интервале, но при этом  $\mu_3 \neq 0$ .



Рис. 1. Методы идентификации нелинейности в экспериментальных данных

Такой подход к определению наличия нелинейностей имеет два недостатка. Во-первых, оценивание спектральной плотности мощности требует привлечения методов специальной предварительной обработки сигналов в виде применения временных окон, усреднения, цифровой фильтрации и т.д. Во-вторых, он не всегда может быть использован при решении задач идентификации систем, поскольку не дает возможности

получить оценки параметров модели в явном виде на основании недостаточности информативных значений входных последовательностей. В таких случаях информативный входной сигнал получают искусственно в виде специально генерируемых последовательностей, которые не всегда можно подавать на вход объекта вследствие особенностей его функционирования.

Возможно использование дисперсионного метода определения наличия нелинейностей, который основан на применении функции, вычисляемой с помощью достаточно сложного интегрального уравнения, если известны соответствующие плотности распределения вероятностей сигналов, которые также не всегда можно оценить с приемлемой точностью.

Известный критерий Фишера для обнаружения нелинейности в данных определяется выражением [1]:

$$\hat{F} = \frac{\frac{1}{k-2} \sum_{i=1}^k n_i (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2}{\frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}, \quad (2)$$

где  $y_{ij}$  — вектор измеренных значений;  $\bar{y}$  — среднее значение, определяемое по уравнению прямой;  $k$  — количество групп данных;  $n_i$  — число измерений в группе;  $n$  — общее число измерений. Этот статистический параметр может быть интерпретирован следующим образом:

$$\hat{F} = \frac{\text{Отклонение средних значений от линии регрессии}}{\text{Отклонение величины } y(k) \text{ от средних групп}}$$

Если  $\hat{F}$  статистика с  $\nu_1 = k - 2$ ,  $\nu_2 = n - k$  степенями свободы достигает или превосходит критический уровень, то гипотеза о линейности должна быть отклонена.

Вторая задача, посвященная вопросам идентификации нелинейности, скрытой в экспериментальных данных, может быть решена с помощью метода обобщенной переменной (МОП) [4]. Основная идея этого метода заключается в том, что по исходным эмпирическим данным, описывающим некоторую нелинейную гиперповерхность  $y = f(x)$ , восстанавливается линейная регрессия, позволяющая найти оценки направлений составляющих градиента функции отклика. С помощью этих функций можно синтезировать обобщенную переменную. Затем выборка трансформируется в другую выборку, что, в свою очередь, эквивалентно проецированию исходных многомерных данных в одномерное пространство. Соответственно, по этой выборке восстанавливается нелинейная степенная регрессия. Метод построения нелинейных моделей при наличии коротких выборок отличается относительной простотой алгоритмического и программного обеспечения.

Наиболее простым, не требующим сложных вычислений, является тест для определения наличия нелинейности, основанный на вычислении эмпирического критерия. Положительным качеством этого теста есть то, что он может быть использован также в условиях малой выборки. Описание предлагаемого теста для определения наличия нелинейности в экспериментальных данных приводится ниже.

**Цель работы** — по имеющимся статистическим (или экспериментальным) данным, описывающих процесс или явление предметной области, необходимо идентифицировать наличие нелинейности; в случае обнаружения нелинейности в экспериментальных данных построить соответствующую модель для анализа нелинейного процесса.

### ПРЕДЛАГАЕМЫЙ ТЕСТ НА НЕЛИНЕЙНОСТЬ

Идея определения нелинейности основана на вычислении кумулятивной суммы, связанной с т.н. «кумулятивной кривой» отклонений [2]. Кривая накапливает отклонения экспериментальных данных от линии регрессии, параметры которой оцениваются методом наименьших квадратов. То есть строится линейная регрессия в форме:  $\hat{y} = a_0 + a_1x$ . Отклонения (остатки)  $e_i$  для всех точек от прямой линии определяются в соответствии с выражением:  $e_i = y_i - a_0 - a_1x_i$  последовательно, в соответствии с возрастанием  $x_i$ , т.е.,  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ . Тогда последовательные суммы отклонений (остатков)  $S_i$  определяются следующим образом:

$$s_0 = 0; s_1 = e_1; s_2 = e_1 + e_2, \dots; s_k = \sum e_k; s_n = 0. \quad (3)$$

На рис. 2 представлен график кумулятивной суммы отклонений, представляющий собой интегральную кривую.

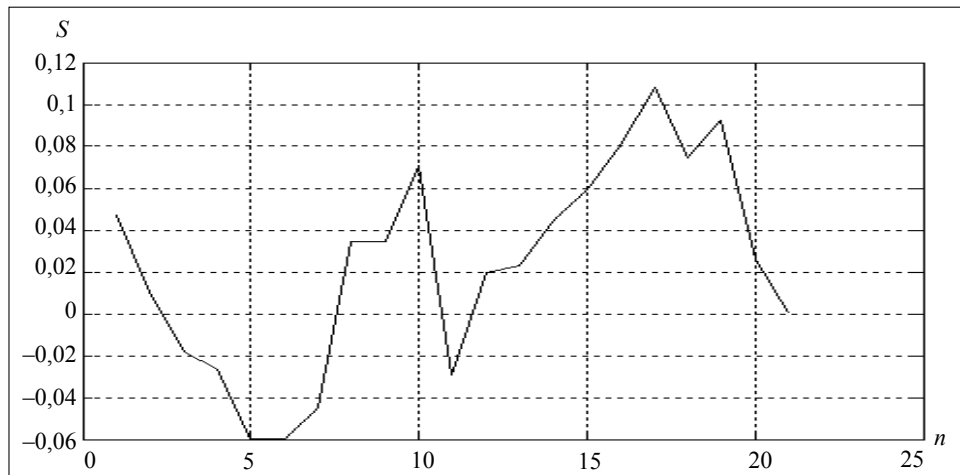


Рис. 2. График кумулятивной суммы отклонений

Основная идея метода заключается в определении диапазона, в котором изменяются отклонения (остатки) интегральной кривой и сравнение этого диапазона с критической величиной для различных уровней доверительной вероятности. Интегральная кривая представлена последовательностью сумм  $s_1, s_2, \dots, s_n$ , расположенных с равными интервалами. Эта кривая может пересекать линию регрессии в произвольном месте ближе к середине. Если эмпирические точки имеют ярко выраженную нелинейность, интегральная кривая пересечет линию регрессии только один раз (например, на рис. 3 показано, что точка пересечения находится приблизительно в середине интервала).

В результате выполнения анализа интегральной кривой определены ее максимальное и минимальное отклонения, а также установлен диапазон  $R_{\max} = S_{\max} - S_{\min}$ . То есть вычислена разность между максимальным и минимальным значением отклонений временного ряда от линейной аппроксимации.

Этот диапазон сравнивается с критической величиной для различных значений доверительных вероятностей. Эмпирический критерий проверки на нелинейность  $D$  рассчитывается как связь между  $R_{\max}$  и стандартным отклонением  $\sigma$ , вычисленным по экспериментальным данным, т.е.  $D = R_{\max} / \sigma$ .

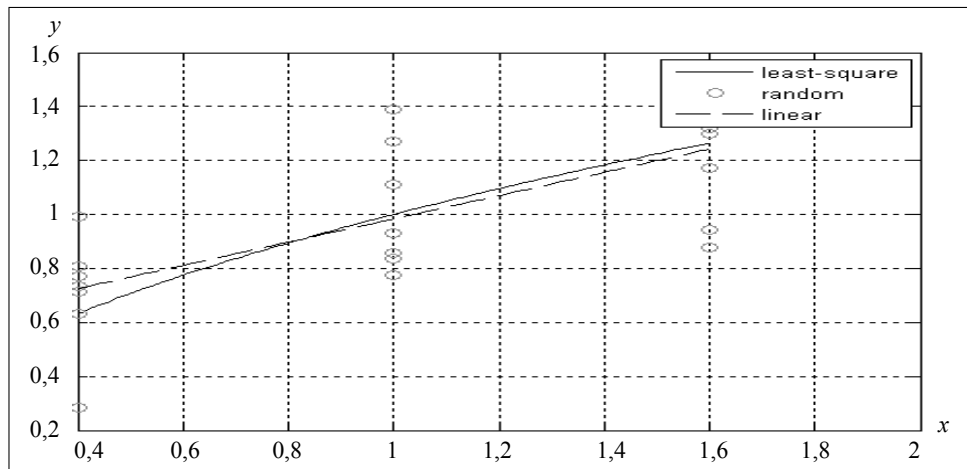


Рис. 3. График иллюстрирует выраженную нелинейность

Алгоритм применения предлагаемого критерия следующий.

1. Строится линейная аппроксимация данного ряда по МНК.
2. Вычисляется кумулятивная сумма и определяются  $S_{\max}$  и  $S_{\min}$  для интегральной кривой.
3. Вычисляется диапазон размаха  $R_{\max} = S_{\max} - S_{\min}$ .
4. Вычисляется оценка стандартного отклонения  $\sigma$  относительно прямой по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum [y(k) - \bar{y}]^2},$$

где  $N$  — длина ряда данных;  $\bar{y}$  — среднее значение, определяемое по уравнению прямой.

5. Рассчитывается эмпирическое значение критерия по формуле  $D = R_{\max} / \sigma$ .

6. Сравнивается полученное значение  $D$  с его критическим значением  $d_{\text{crit}}$ , которое можно найти из табл. 1.

Если  $d_{\max} \leq d_{\text{crit}}$ , то начальная гипотеза о линейности будет принята, а альтернативная гипотеза о нелинейности отклоняется. В противном случае, если  $d_{\max} > d_{\text{crit}}$ , экспериментальные данные должны быть описаны нелинейной функцией.

С использованием данных объемом 5–60 значений вычислены значения критической величины  $d_{\text{crit}}$  для значений вероятностей (уровней значимости)  $p = 0,90$ ,  $p = 0,975$ ,  $p = 0,99$  [1]. В табл. 1 приведены значения критической величины  $d_{\text{crit}}$  для интегральной кривой при  $\sigma = 0,01$ .

### ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ УПРОЩЕННОГО ТЕСТА

Для проверки предлагаемого теста на нелинейность были построены несколько моделей. Один из простейших примеров тестирования основан на использовании функции  $y = x^{1/2}$  в выбранном интервале зависимой переменной  $x \in [0,4; 1,6]$ . В каждом сечении функция  $y = x^{1/2}$  определена в точках:  $x_1 = 0,4$ ,  $x_2 = 1,0$  и  $x_3 = 1,6$ .

**Таблица 1.** Критические значения  $d_{\text{crit}}$ , полученные из стандартной таблицы Фишера для интегральной кривой при  $\sigma = 0,01$

№	Число измерений $N$	$d$ среднее	Критические величины $d_{\text{crit}}$ при различных вероятностях $p$		
			$p = 0,90$	$p = 0,975$	$p = 0,99$
1	18	0,767	0,633	0,644	0,668
2	21	0,903	0,780	0,789	0,807
3	24	1,032	0,829	0,842	0,869
4	27	1,165	0,951	0,964	0,990
5	30	1,298	1,033	1,480	1,077
6	33	1,437	1,176	1,189	1,216
7	36	1,555	1,232	1,248	1,279
8	39	1,692	1,373	1,389	1,418
9	42	1,825	1,425	1,443	1,477
10	45	1,957	1,523	1,542	1,578
11	48	2,090	1,686	1,703	1,735
12	51	2,218	1,741	1,760	1,796
13	54	2,356	1,843	1,830	1,900

Зависимая переменная смоделирована в семи случайных точках (как это показано на рис. 4) с помощью случайной составляющей, которая сгенерирована по нормальному закону распределения:

$$y(k) = x^{1/2}(k) + \varepsilon(k), \quad (4)$$

где  $\{\varepsilon(k)\} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ .

Таким образом, общее количество экспериментальных точек составило 21. На этом рисунке имеется точка пересечения кривых, показывающая факт наличия нелинейности в тестовых данных.

Для значения вероятности  $p = 0,90$  вычисленное значение  $D$  составило 0,903,  $d_{\text{crit}} = 0,780$ . Следовательно, случайный процесс должен быть описан нелинейной функцией, т.к. 0,903 больше критического 0,780. Аналогично, для значения  $p = 0,975$  полученное эмпирическое значение боль-

ше критического 0,789, а это подтверждает, что процесс должен быть описан нелинейной функцией.

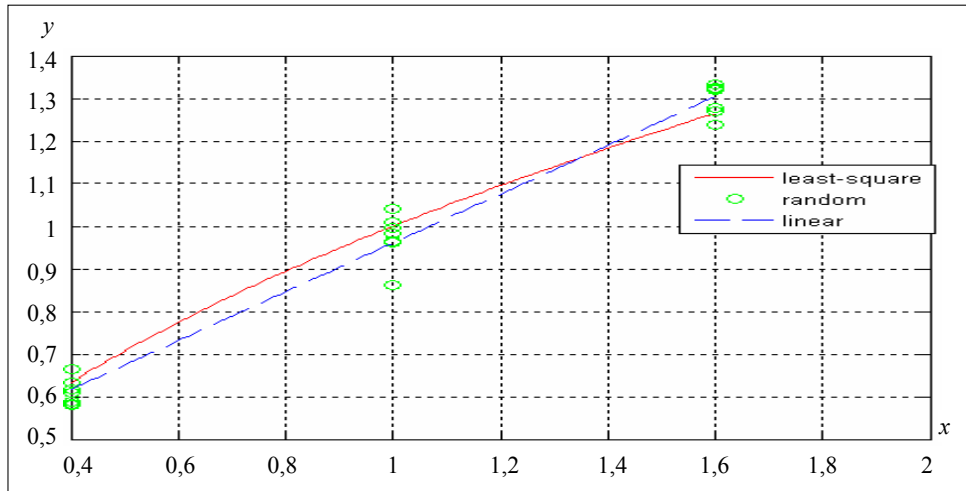


Рис. 4. График функции  $y = x^{1/2}$  в выбранном интервале независимой переменной  $x \in [0,4; 1,6]$

Такая схема была принята для получения возможности сравнения двух испытуемых тестов на нелинейность: классического теста Фишера и предлагаемого эмпирического критерия. Всего получено 100 реализаций случайного процесса  $\varepsilon(k)$  для следующих оценок стандартных отклонений:  $\sigma_{\varepsilon 1} = 0,02$ ,  $\sigma_{\varepsilon 2} = 0,05$  и  $\sigma_{\varepsilon 3} = 0,2$ . В результате выполнения численных экспериментов получены эмпирические линейные связи между критерием Фишера и предлагаемым тестом.

На рис. 5 представлены кластеры экспериментально полученных точек по описанным двум методам для установления связи между двумя тестами при определении критических значений предлагаемого эмпирического критерия (зависимость оценок  $D$  от  $F$ , при возрастании  $F$  возрастает и  $D$ ).

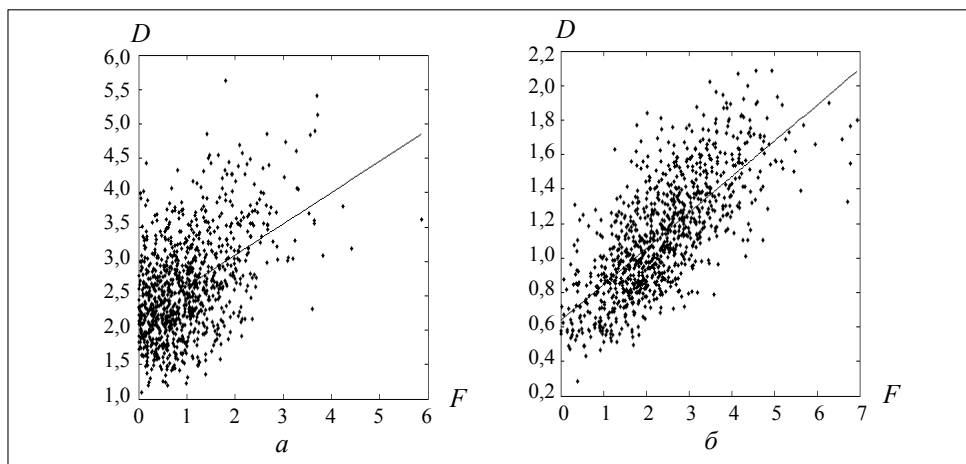


Рис. 5. Кластеры точек, показывающие наличие линейной связи между двумя различными тестами

Для того чтобы определить количественную оценку значения критерия  $D$  в зависимости от  $F$  было произведено 1000 измерений входного синтезированного сигнала для следующих значений стандартного отклонения:  $a — \sigma = 0,02$ ;  $b — \sigma = 0,05$ ;  $c — \sigma = 0,2$ .

Таким образом, удалось установить тесную связь между эмпирическим (относительным) отклонением  $D$  и квадратным корнем из статистики Фишера  $\sqrt{F}$ . Результаты моделирования представлены в табл. 2.

**Таблица 2.** Результаты моделирования по определению взаимосвязи эмпирического критерия и теста Фишера

№	Оценки стандартного отклонения $\sigma_z$ для случайного процесса $\varepsilon(k)$ и значения коэффициента вариации $V$ для различных стандартных отклонений		
	$\sigma_\varepsilon = 0,02$	$\sigma_\varepsilon = 0,05$	$\sigma_\varepsilon = 0,2$
1	$\sigma_\varepsilon = 0,02$	$\sigma_\varepsilon = 0,05$	$\sigma_\varepsilon = 0,2$
2	$V = 0,99$	$V = 0,893$	$V = 0,726$
3	$D = 3,485 + 0,6987\sqrt{F}$	$D = 3,442 + 0,713\sqrt{F}$	$D = 3,501 + 0,693\sqrt{F}$

Коэффициент вариации  $V$ , как мера относительного разброса случайной величины, определяется по формуле:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}}, \quad (3)$$

где  $\bar{x}$  — выборочное среднее. Это соотношение принимает максимальное значение (коэффициент вариации составляет около 0,99), когда стандартное отклонение для шумовой составляющей  $\sigma$  минимальное. Сила связи минимальная в случае, когда  $\sigma$  принимает максимальное значение (коэффициент вариации составляет около 0,726). Другими словами, два теста тесно связаны друг с другом при этом классический подход является теоретически более обоснованным и для него имеется таблица критических значений, которая была использована авторами.

Однако предлагаемый тест проще классического и может быть применен в условиях неполноты экспериментальных данных. Так как упрощенный тест связан с классическим тестом соотношением  $D = 3,485 + 0,6987\sqrt{F}$ , то можно легко определить критические значения для  $d_{\text{crit}}$ . В табл. 3 приведены критические значения  $d_{\text{crit}}$ , полученные из стандартной таблицы Фишера для интегральной кривой при  $\sigma = 0,02$ .

Например, для вычисленного значения  $d = 869$ ,  $d_{\text{crit}} = 0,698$  — гипотеза о линейности отвергается с вероятностью 0,95. Соответственно, для значения  $d = 869$ ,  $d_{\text{crit}} = 0,719$  (гипотеза о линейности отвергается на уровне вероятности 0,975) и  $d = 869$ ,  $d_{\text{crit}} = 0,808$  (гипотеза о линейности отвергается на уровне вероятности 0,999).

**Таблица 3.** Критические значения  $d_{crit}$ , полученные из стандартной таблицы Фишера для интегральной кривой при  $\sigma = 0,02$

№	Число измерений $N$	Критические величины $d_{crit}$ при различных вероятностях $p$		
		$p = 0,90$	$p = 0,95$	$p = 0,99$
1	18	0,556	0,581	0,704
2	21	0,676	0,698	0,808
3	24	0,701	0,729	0,866
4	27	0,786	0,816	0,955
5	30	0,835	0,867	1,019
6	33	0,951	0,983	1,132
7	36	0,960	0,996	1,164
8	39	1,109	1,143	1,299
9	42	1,083	1,123	1,307
10	45	1,156	1,198	1,389
11	48	1,269	1,310	1,495
12	51	1,273	1,318	1,522

Полученные соотношения, связывающие вычисленные средние значения эмпирического критерия  $d_{mean}$  с критерием Фишера  $F$  для значений  $\sigma = 0,02$ , приведены в табл. 4.

**Таблица 4.** Соотношения, связывающие  $d_{mean}$  с критерием Фишера для значений стандартного отклонения  $\sigma = 0,02$

№	$d_{mean}$	$d = a_0 + a_1 * \text{sqrt}(F)$
1	0,78	$d = 0,445 + 0,064 * \text{sqrt}(F)$
2	0,92	$d = 0,572 + 0,060 * \text{sqrt}(F)$
3	1,05	$d = 0,565 + 0,079 * \text{sqrt}(F)$
4	1,18	$d = 0,644 + 0,083 * \text{sqrt}(F)$
5	1,32	$d = 0,677 + 0,093 * \text{sqrt}(F)$
6	1,46	$d = 0,792 + 0,093 * \text{sqrt}(F)$
7	1,57	$d = 0,445 + 0,064 * \text{sqrt}(F)$
8	1,71	$d = 0,572 + 0,060 * \text{sqrt}(F)$
9	1,84	$d = 0,565 + 0,079 * \text{sqrt}(F)$
10	1,98	$d = 0,644 + 0,083 * \text{sqrt}(F)$
11	2,11	$d = 0,677 + 0,093 * \text{sqrt}(F)$
12	2,24	$d = 1,044 + 0,136 * \text{sqrt}(F)$
13	2,38	$d = 1,172 + 0,133 * \text{sqrt}(F)$

Поскольку оценки стандартного отклонения экспериментальных данных существенно влияют на конечный результат, его нужно определять по возможности точнее с использованием различных видов аппроксимации.



Критические значения  $d_{crit}$ , полученные из таблицы Фишера для заданных квантилей доверительной вероятности и заданного числа степеней свободы, служат для сравнения с реальными данными при идентификации нелинейностей. Для того чтобы вычислить отклонение, можно использовать приближение в виде параболы второго порядка или полиномиальной регрессии.

Сравнительный анализ метода, предложенного в [1] и в данной работе, показал, что корреляция между этими двумя подходами выявления нелинейности очень близка и составляет  $r = 0,7 - 0,95$ . Повторное моделирование позволяет утверждать, что эти два метода дают возможность получать очень близкие оценки, несмотря на различные алгоритмы их вычислений.

## **ВЫВОДЫ**

В работе предложен упрощенный тест для анализа нелинейности, основанный на достаточно простых вычислениях и не требующий нескольких выборок данных для одного и того же процесса. В результате компьютерного моделирования и сравнительного анализа двух тестов установлено, что существует тесная связь между классическим тестом, предложенным Фишером, и упрощенным тестом, предложенным в работе. Это тесная взаимосвязь позволяет использовать упрощенный тест в условиях неполноты экспериментальных данных.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Закс Б. Статистическое оценивание. — М.: Статистика, 1976. — 598 с.
2. Кузьмин В.Н. Новый статистический метод идентификации нелинейности на основе эмпирических данных // Конференция по компьютерному анализу данных и моделированию. — Минск, 1998. — Т. 1. — С. 159–164.
3. Бидюк П.И., Баклан И.В., Гасанов А.С. Системный подход к анализу адекватности нелинейных моделей временных рядов // Кибернетика и системный анализ. — 2003. — № 3. — С. 147–158.
4. Бабак О.В., Гасанов А.С., Мельников С.В. Применение метода генеральной обобщенной переменной при идентификации нелинейных объектов // Вісн. КНУ ім. Т.Г. Шевченка. Сер. фіз.-мат. наук. — 2002. — № 5. — С. 9–12.
5. Rao M.J.N. Filtering and Control of Macroeconomic Systems. — Amsterdam: North Holland, 1987. — 360 p.

*Поступила 04.04.2012*

**FAST REROUTING METHOD IN MPLS NETWORKS  
IN CASE OF FAILURES**

**HAZEM HATAMLEH**

The problem of nonlinearity identification in experimental data is considered with application of appropriate statistical tests. An analysis of known statistical nonlinearity test is presented that is based on Fisher relation, and a new simplified test is proposed that can be used in conditions of incomplete experimental or statistical data. The empirical statistical nonlinearity criterion is computed on the basis of existence of a link between the values of respective cumulative sum and sample based standard deviation. It was empirically established that there exists a close link between the proposed and existing tests in the sense of similarity of final testing results. To find the critical values of statistics that are necessary for statistical decision making with the use of the simplified test appropriate computational experiments have been fulfilled. It has also been established that the test proposed can be used successfully in conditions of complete and incomplete experimental data. The practical application of the test proposed to actual data proved the similarity of results obtained with various approaches.

**INTRODUCTION**

Rapid growth of real-time traffic, which is transmitted via IP networks, sets not only high demands to a quality of service, but also to network survivability. Currently, the degree of survivability in the Internet is defined only as ability finding and installing an alternative routes in case of crash. Today MPLS is becoming a key technology of transmission in the core network. Networks with MPLS technology — technology oriented on connections, are even more sensitive to failure. Therefore, the development of methods of traffic protection from failures in a service is an important task.

The goal of this paper is to develop a fast rerouting algorithm to protect traffic that would provide the best use of bandwidth and performance requirements to a quality of service (QoS).

**FAST REROUTING METHOD**

In networks with MPLS technology three approaches to a problem of traffic protection from failures to service one of label switched route are used.

The main point of method of global recovery (global protection) is that when denial occurs in result of router or communication channel breakdown, the router

which finds failure, sends RSVP-message to a border router of region, which calculates new routes for traffic, which was transmitted through the channels or node, which failed, and redirects traffic to a new route.

The main point of method of global security (global protection) is that reserve routes on which traffic will be routed in the event of failure are calculated and determined simultaneously with the main routes. When the failure is detected, a border router immediately begins to redirect traffic to a reserve route.

The idea of fast rerouting method, which is a method of local protection, is shown in Fig. 1.

In Fig. 1 T1 is the main label-switched (LS) route, by which traffic is passed from router R2 to R6, T2 — the main LS-route, by which the traffic is passed from router R7 to R9.

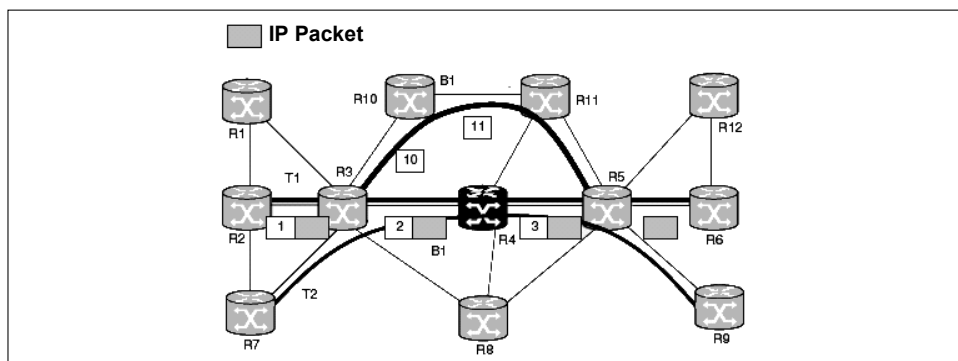


Fig. 1. Fast rerouting

Let the router R4 has failed. In this case, router R3, through which routes T1 and T2 pass, reveals the lack of communication through the path R1-R4. The router R3 finds a new route for all flows that follow through that communication channels and establish a tunnel B1: R3-R10-R11-R5 and redirect all traffic through that tunnel. Traffic rerouting along this tunnel was performed to add one more label to a package with a stack labels. When a packet reaches to a node R5 this label is removed from the stack and a packet follow through the main route.

## REQUIREMENTS FOR NETWORK RECOVERY METHODS

Evaluation of the recovery mechanisms of the network requires consideration of several parameters: recovery time, size of network, bandwidth and quality of service parameters use, etc.

Obviously, the recovery time of the global recovery method will be the largest, because it contains failures detection time, time of failure transmission to the border router, the calculation time and a new route establishment time.

As for recovery time in a local protection mechanism, it consists only of time we need to pass the message about the failure to the border router. And in fast rerouting method traffic redirection begins as soon as the router, closest to the area, where a failure has occurred, detect it.

An important parameter when security algorithms work is the size of network, as the number of nodes in the network is growing, the load to routers is also increasing, because it is associated with the need to store additional information about the reserve routes and of the time of route calculation is also increasing.

For the protection algorithms (global and local) the important is reservation of additional bandwidth that is available when the network works without interruption. The mechanism of global protection sets a reserve route that duplicates the main route. In contrast to this mechanism, the local rerouting method can establish reserve tunnels that duplicate only a part of the route. Therefore they can be used by all routes that pass through an area which is protected by him. In addition in local protection is possible sharing of bandwidth of the tunnel. Tunnel B1 on the Fig. 1 can be used not only to protect the traffic that passes along the route R3-R4-R5, but also to protect areas R3-R8-R5.

For some traffic types it is important to maintain a quality of service. During the voice transmission isn't allowed reducing of the service quality for a long period of time. So it is important that recovery mechanisms ensure the quality of service.

The problem of ensuring quality of service is much more complicated when equipment breaks down and loses part of precious resources and solving of this problem is more complicated than when the network is working normal. Obviously, not all types of traffic can use reserve tunnels, as there would be significantly increased bandwidth use, that leads to overloads. That's why, only high-traffic routes should be protected by the protection mechanisms. To the rest of traffic, we use the method of the global recovery.

Also in connection with the problem of guaranteeing quality of service in MPLS networks is the notion of priority service (preemption), the main point of which is at times, when bandwidth isn't enough, capacity of low priority traffic may be directed to transmit high priority traffic. Thus, all the above requirements should be considered when restoration algorithms are developed in case of network failures.

#### ALGORITHM FOR FINDING RESERVE ROUTES

A distinctive feature of the proposed local rerouting algorithm from the other similar algorithms is an algorithm for finding reserve tunnels, which considers the quality of the service indicators and works in a decentralized manner.

MPLS network is given as a graph  $G = (V, E)$ , where  $V = \{v_j\}$ ,  $j = \overline{1, n}$  is a set of nodes — MPLS routers,  $E = \{(r, s)\}$  is the set of communication channels. Each node in a network is characterized by the intensity of processing of the incoming packets —  $\{\lambda_i\}$  each channel is characterized by its bandwidth capacity —  $\{\mu_{rs}\}$ .

Subscribers connected to the router form the input flow, which is described as a requirements matrix of input Poisson flows of the  $k$ -th class  $H^{(k)} = \|\|h_{ij}^{(k)}\|\|$ ,  $i, j = \overline{1, n}$ ,  $k = \overline{1, K}$ , where  $h_{ij}^{(k)}$  — the intensity of input flow of  $k$ -th class transferred from node  $i$  to node  $j$ .

For each type of transferred data the following indicators of QoS should be set: the average delay —  $T_{\text{Delay}}^{(K)}$ ,  $\sigma_{\text{Delay}}^{(K)}$  is delay variation (jitter), the probability of packet loss —  $P_{\text{Delay}}^{(K)}$  and the following constraints for the desired levels of QoS should be satisfied:

$$\begin{aligned}
 T_{\text{Average}}^{(K)} &\leq T_{\text{Delay}}^{(K)}, \\
 P_{\text{Average}}^{(K)} &\leq P_{\text{Delay}}^{(K)}, \\
 \sigma_T^{(k)} &\leq \sigma_{T_{\text{Delay}}}^{(K)}.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Expressions formulas for finding the average delay, delay variation and packed loss probability were obtained in work [1].

Assume in time  $t$  router discovered that one of his neighbors can't answer and he needs to redirect traffic  $h_{ij}^{(k)}$  to bypass the router, which failed. Assume that at time  $t$  router knows network status, that is, the loading of channels:  $\rho(t) = \{\rho_{rs}^{(k)}(t)\}$ . The loading of the channel is the ratio of volume of traffic to the bandwidth.

1. Find conditional metrics by the formula, which is obtained in work [2]:

$$l_{rs}^{(k)}(t) \Big|_{\rho^{(k)} = \rho_{rs}^{(k)}(t)}. \tag{2}$$

2. By the matrix we find the shortest path given the fact that the channels have sufficient bandwidth capacity:

$$\min_{(r,s) \in \pi_{ij}^{\min}} \{(1 - \rho_{rs}) \mu_{rs}\} > h_{ij}^{(k)}. \tag{3}$$

If the algorithm does not find ways, then it generates denial to service as the network is unable to transfer this amount of data in a given time. Otherwise, proceed to step 3.

3. Distribute this flow on the found path.

4. Check of constraints (1) fulfillment. When they are fulfilled, the router establishes a LS-path, and starts the data transfer. In a different way, proceed to step 5 and try to redistribute the flows that are passing through this router.

5. Repeat steps 1–3 for finding distribution of the flows  $V^{(k)} = [v_{rs}^{(k)}]$ , using at the step 1 conditional metrics:

$$l_{rs}^{(k)}(t) \Big|_{F^{(k)}(t+1)} \tag{4}$$

6. Check the condition of possible optimization of the flow distribution  $F(t+1)$ :

$$\sum_{(r,s) \in E} l_{rs}^{(k)} f_{rs}(k) > \sum_{(r,s) \in E} l_{rs}^{(k)} v_{rs}(k). \tag{5}$$

If this condition is true, then go to step 8, otherwise STOP — problem is unsolvable at the given input parameters.

7. Find the first requirement  $(i, j_1)$ , for which the inequality (6) is valid

$$\sum_{(r,s) \in E} l_{rs}^{(k)} f_{rs}^{i j_1}(k) > \sum_{(r,s) \in E} l_{rs}^{(k)} v_{rs}^{i j_1}(k), \tag{6}$$

where  $\hat{\pi}_{ij_1}$  — path of the requirement transmission  $(i, j_1)$ , that is used in the current distribution  $F(t+1)$ ,  $\pi_{ij_1}^{\min}$  is the shortest path in the metrics  $l_{rs}^{(k)}(t)$ . The

flow of the requirement packets  $(i, j_1)$  redirecting from the path  $\pi_{ij_1}^{\min}$  to path  $\hat{\pi}_{ij_1}$  and find a new flow.

8. Check the performance of the conditions (1). If they are true, then it's the end of the second stage, else go back to step 7, choose the next request that satisfies the condition (1).

In a result of the algorithm performance we obtain a new route and distribution of flow of class k, which satisfies constraints (1).

### RESULTS OF EXPERIMENTS

For experimental research the corresponding algorithm was implemented as part of software kit «MPLS Net Builder». The work of decentralized local rerouting algorithm was compared with the work of the centralized global security algorithm.

Algorithms of routes protection from overloading use a significant part of network resources, that's not used during normal work of the network. That's

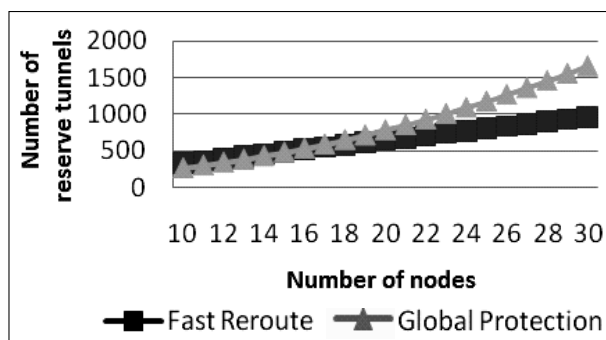


Fig. 2. The number of reserve tunnels

why, an important indicator of the work of algorithm is the number of reserve routes that are set to protect the major routes from failures. In Fig. 2 dependence of number of the reserve tunnels from network size is shown. From the Fig. 2 we may see that for local rerouting algorithm this dependence is linear and creates a smaller number of reserve tunnels. This means that in contrast to the global protection algorithm, where a reserve route is created for each primary route, in the local rerouting algorithm one reserve tunnel is created to protect each part of the route, but due to the assumption that at in the same time the failure of only one channel or hub may happen the sharing use of tunnels by different routes enables total number of tunnels to be smaller.

A similar effect has sharing of throughput capacity of channels on the over-

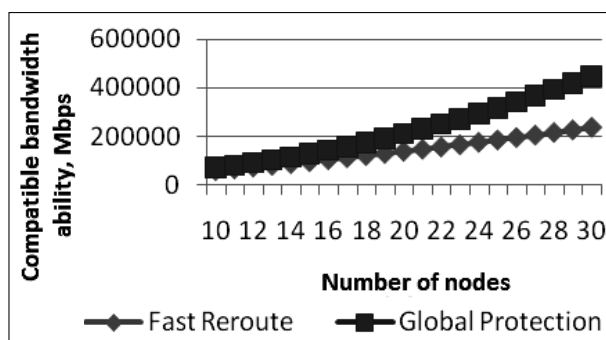


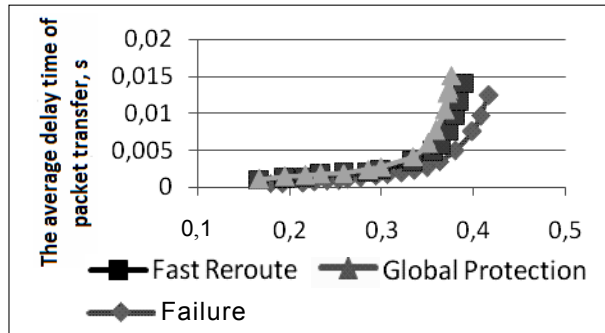
Fig. 3. Compatible bandwidth usage

overall throughput capacity, that use routes. In Fig. 3 the total bandwidth capacity used by reserve tunnels is shown.

As the bandwidth capacity of the tunnel in the local rerouting algorithm is used by the various routes, the reserve local tunnel can protect immediately several different parts of the network. As we can see from

from the presented dependence at the Fig. 2, the greater is the number of nodes in the network, the more effective is usage of local rerouting.

Certainly, an important aspect of work of security algorithms is their ability



to maintain high quality of service in the periods of network equipment failures. In Fig. 4 the curves of the average packet delay time with high requirements to quality of service during normal work of the network equipment and in the periods of failures when algorithm of local rerouting or global defense is used. As we can see when high-priority traffic is routed through a reserve route average time of delay increases, which is evident because reserve routes aren't optimal when compared with the main routes. But we also can see, that due to the fact that at local rerouting total delay time increases only by the value of delay needed to bypass a single channel or node of main route that failed, the average time of delay increase in the local rerouting algorithm is less than in the global protect algorithm.

Fig. 4. The average delay time of packet transfer

As we can see when high-priority traffic is routed through a reserve route average time of delay increases, which is evident because reserve routes aren't optimal when compared with the main routes. But we also can see, that due to the fact that at local rerouting total delay time increases only by the value of delay needed to bypass a single channel or node of main route that failed, the average time of delay increase in the local rerouting algorithm is less than in the global protect algorithm.

## CONCLUSIONS

As experimental investigations show, via program implementation the suggested algorithm has achieved the very high degree of utility of bandwidth capacity when compared with the centralized control method of setting paths, namely the indicator of bandwidth capacity saving reaches the value of 5. This means that for centralized control of reserve paths we need 5 times more bandwidth capacity than for decentralized local rerouting algorithm. And additionally, all the requirements to the level of quality of service during transfer by the new routes are assured. The only disadvantage of this method is that the inner routers of MPLS area may not have sufficient computational capacity, in contrast to the border routers that perform global protection.

## REFERENCES

1. Zaichenko Y.P., Ahmed A.M. Sharadka. Task distribution of flows of different classes in the networks with MPLS technology // Journal of NTU «KPI». Avg. Informatics, Management and Computing equipment. — 2005. — № 43. — P. 113–123.
2. Zaichenko Y.P., Lavrinchuk O.M. Decentralized algorithm of distribution of traffic flows in MPLS networks based on the state of channels and parameters QoS // Journal Cherkasy State Technological University. Avg. Technical Science. — 2010. — № 2. — P. 17–27.
3. Bruce S. Davie, Adrian Farrel. MPLS: next steps. — San Francisco: Morgan Kaufmann, 2008. — 432 p.

Received 25.05.2011

From the Editorial Board: the article corresponds completely to submitted manuscript

**РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КОМБІНАТОРНИХ ЗАДАЧ ІГРОВОГО  
ТИПУ З ОБМЕЖЕННЯМИ-ПЕРЕСТАВЛЕННЯМИ  
У ОБОХ ГРАВЦІВ: ІТЕРАЦІЙНИЙ МЕТОД**

**О.О. ЄМЕЦЬ, О.В. ОЛЬХОВСЬКА**

Розглянуто постановку та математичну модель ігрової задачі сільськогосподарського виробництва з обмеженнями-переставленнями, що накладаються на стратегії обох гравців. Поширено ітераційний метод на задачі комбінаторної оптимізації ігрового типу з обмеженнями, що визначаються переставленнями на стратегії обох гравців. Метод ґрунтується на розігруванні гри, за умови, що кожен гравець прагне досягнути своєї мети. Запропоновано критерії зупинки та процедури визначення результату. На основі розробленого програмного продукту проведено обчислювальні експерименти, які показують наближення платежів до ціни гри, що дає можливість наближеного знаходження мішаних стратегій гравців. Проведено теоретичну та експериментальну оцінку кількості операцій запропонованого ітераційного алгоритму.

**ВСТУП**

Різноманітні комбінаторні оптимізаційні задачі часто виникають під час моделювання на виробництві, у сільськогосподарській діяльності тощо. Ці задачі потребують розв'язання, а тому розробки необхідних методів. Теорія комбінаторної оптимізації містить алгоритми та методи розв'язання задач такого типу [1–13]. Праці [7–13] присвячені дослідженню задач комбінаторної оптимізації ігрового типу. У [7–13] розглянуто розв'язування цього класу задач ітераційним методом за умови, коли на стратегії тільки одного гравця накладаються обмеження, що визначені переставленнями [7], або розміщеннями [10, 13]. У [7] сформульовано математичні моделі у вигляді задач комбінаторної оптимізації ігрового типу, на які накладаються обмеження, що визначаються переставленнями, на стратегії обох гравців. Такі задачі, як відомо з [7], зустрічаються на виробничих підприємствах, у сфері обслуговування, а тому потребують методів для свого розв'язання. Поки що таких методів не існує.

**Мета роботи** — поширення ітераційного методу [11, 13] для розв'язування задач комбінаторної оптимізації ігрового типу за умови, що на стратегії накладаються обмеження, які визначені переставленнями для обох гравців.



## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо задачу з роботи [7]. Нехай є два підприємства, які займаються вирощуванням сільськогосподарських культур. Перше господарство на своїх  $m$  полях вирощує  $m$  різних культур. Поля різної площі, тому кількість кожної вирощеної культури залежить від того, на якому полі її буде посаджено. У другого господарства є відповідно  $l$  полів, на яких вирощується  $l$  різних культур. Кожне поле в обох господарствах засівають повністю однією культурою. Восени вирощену культуру реалізують, саме тому прибутки обох підприємств залежать від кількості вирощеної продукції кожним господарством. Потрібно скласти оптимальні плани вирощування культур в обох господарствах.

Складемо математичну модель задачі, що розглядається, пояснивши одночасно оптимальність плану.

Позначимо  $P_i^x$  — відношення площі  $i$ -го поля до суми площ усіх полів господарства. Вектор  $P^x = (P_1^x, P_2^x, \dots, P_m^x)$  показує, яку частину від загальної суми площ складає площа кожного з полів. Оскільки  $P^x$  — це частини від загальної суми площ, то  $P_i^x \geq 0; \forall i \in J_m: \sum_{i=1}^m P_i^x = 1$ , де  $m$  — натуральні числа  $\{1, 2, \dots, m\} = J_m$ . Покладемо  $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ . Компонента вектора з номером  $i$  показує, яку частину від максимально можливої кількості продукції  $i$ -го типу виростили, тобто цей вектор характеризує обсяги вирощування продукції першим господарством.

На кожному з полів вирощується тільки одна культура, тобто компонента  $i$  вектора  $X$  буде відповідати тій компоненті з  $P^x$ , що відповідає полю, на якому вирощено культуру  $i$ -го типу. Отже, компоненти вектора  $X$  є переставленням компонент вектора  $P^x: X = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in E_m(P^x)$ , де  $E_m(P^x)$  — множина переставлень із елементів вектора  $P^x$ . Для другого господарства введемо аналогічні вектори:  $P^y = (P_1^y, P_2^y, \dots, P_l^y)$  — вектор для якого виконується:  $P_j^y \geq 0; \forall j \in J_l; \sum_{j=1}^l P_j^y = 1$ .

Вектор  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_l)$  характеризує обсяги вирощування продукції другим господарством, а отже компоненти цього вектора є переставленнями з  $P^y: Y = (y_1, y_2, \dots, y_l) \in E_l(P^y)$ .

Складемо матрицю  $A' = (a'_{ij})$ , елемент  $a'_{ij}$  — показує перевищення (різницю) прибутків другого підприємства порівняно з першим тоді, коли перше господарство вирощувало на всіх своїх полях тільки  $i$ -ту культуру, а друге — тільки  $j$ -ту культуру. Позначимо  $F(X, Y)$  функцію:

$$F(X, Y) = \sum_{i=1}^m x_i \sum_{j=1}^l a'_{ij} y_j = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^l a'_{ij} x_i y_j. \quad (1)$$

Функція прибутку є функцією переставлень  $X$  та  $Y$ .

Перший гравець — завдяки своїм можливостям вибору вектора  $X$  прагне мінімізувати свій максимальний програш, отже треба знайти таке  $X^*$  за якого досягається величина  $\alpha = \min_{X \in E_m(P_x)} \max_{Y \in E_l(P_y)} F(X, Y)$ , яку назива-

тимемо нижньою ціною гри. Другий гравець, у свою чергу, завдяки вибору  $Y^*$  прагне максимізувати свій мінімальний виграш, тобто визначає величину  $\beta = \max_{Y \in E_l(P_y)} \min_{X \in E_m(P_x)} F(X, Y)$ , яку називатимемо верхньою ціною гри.

Таким чином, можна записати математичну модель цієї задачі, яка вперше була розглянута в [7].

Знайти оптимальні стратегії гравців  $X^*$  та  $Y^*$ , де  $X^* = \arg \min_{X \in E_m(P^x)} F_x(X)$ ;  $F_x(X) = \max_{Y \in E_l(P^y)} F(X, Y)$ ;  $Y^* = \arg \max_{Y \in E_l(P^y)} F_y(Y)$ ;  $F_y(Y) = \min_{X \in E_m(P^x)} F(X, Y)$ . За обмежень:

- $X = (x_1, x_2, \dots, x_m) \in E_m(P^x)$ ,  $X = (x_1, \dots, x_m) : \sum_{i=1}^m x_i = 1$ ;
- вектор  $P^x = (P_1^x, P_2^x, \dots, P_m^x)$ , задовольняє умовам  $P_i^x \geq 0 \quad \forall i \in J_m$ ;
- $Y = (y_1, y_2, \dots, y_l) \in E_l(P^y)$ ,  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_l) : \sum_{j=1}^l y_j = 1$ ;
- вектор  $P^y = (P_1^y, P_2^y, \dots, P_l^y)$ , задовольняє умовам  $P_j^y \geq 0 \quad \forall j \in J_l$ , де

функція  $F(X, Y)$  має вигляд (1),  $a_{ij} (\forall i \in J_m \quad \forall j \in J_l)$  — задані дійсні числа.

Задачі, які мають описану математичну модель, назвемо задачами комбінаторної оптимізації ігрового типу з переставними обмеженнями на стратегії обох гравців. Якщо існують  $X^*$  та  $Y^*$ , то вважатимемо, що задача зв'язок у чистих стратегіях. Інакше, як і у випадку класичної матричної гри, введемо в розгляд мішані стратегії. Для цього складемо нову платіжну матрицю  $A = (a_{ij})$  вимірності  $k \times n$ , де  $k = m!$ ,  $n = l!$ . Платіж  $a_{ij}$  у цій матриці

нехай обчислюється так:  $a_{ij} = \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^m a'_{ij} x_{it} y_{jt}$ ,  $\forall i \in J_k$ ,  $\forall j \in J_n$ , де  $i$  — номер

відповідного вектора  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$  — це переставлення з множини  $E_m(P^x)$ , а  $j$  — номер відповідного вектора  $Y_j = (y_1, y_2, \dots, y_l)$  —

переставлення з множини  $E_l(P^y)$ . Таким чином,  $a_{ij}$  — платіж (перевищення прибутку) першого гравця над другим, коли перший гравець обирає стратегію-переставлення  $X_i$ , а другий — стратегію-переставлення  $Y_j$ .

Позначимо

$$S_k = \left\{ P = (p_1, p_2, \dots, p_k), \sum_{i=1}^k p_i = 1, p_i \geq 0 \right\};$$

$$S_n = \left\{ Q = (q_1, q_2, \dots, q_n), \sum_{j=1}^n q_j = 1, q_j \geq 0 \right\}.$$

Мішаною стратегією першого гравця є елемент  $p \in S_k$ , мішаною стратегією гравця 2 — елемент  $q \in S_n$ . Якщо гравець 1 застосовує свою мішану стратегію  $P = (p_1, \dots, p_k)$ , а 2 —  $Q = (q_1, \dots, q_n)$ , то платою гравця 1 гравцю 2 є величина  $F(P, Q)$ , яка є математичним сподіванням випадкової величини,

що приймає значення  $a_{ij} \forall i \in J_k, \forall j \in J_n: F(P, Q) = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k a_{ij} p_i q_j$ , де

добуток  $p_i q_j$  — ймовірність випадкової події, що полягає в одночасному настанні випадкової події  $X_i$  для першого гравця та  $Y_j$  — другого. Гравець

1 може забезпечити собі програш не більше  $\min_{P \in S_k} \max_{Q \in S_n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k a_{ij} p_i q_j$ , а гра-

вець 2 — не менше  $\max_{P \in S_k} \min_{Q \in S_n} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k a_{ij} p_i q_j$ . Якщо  $(P^*, Q^*)$  — сідлова точка

функції  $F(P, Q)$ , що визначається  $F(P, Q)$ , тобто виконуються нерівності

$F(P^*, Q) \leq F(P^*, Q^*) \leq F(P, Q^*)$ , то  $P^*, Q^*$  називають оптимальними мі-

шаними стратегіями гравців 1 та 2 відповідно. У цьому випадку, як відомо

[14], значення платіжної функції в сідловій точці:  $F(P^*, Q^*) =$

$= \max_{P \in S_k} \min_{Q \in S_n} F(P, Q) = \min_{Q \in S_n} \max_{P \in S_k} F(P, Q)$ . При цьому задача комбінаторної оп-

тимізації ігрового типу з переставними обмеженнями на стратегії обох грав-

ців має розв'язок у мішаних стратегіях, а  $F(P^*, Q^*)$  — ціна гри. Таким чи-

ном, можна ставити задачу знаходження ймовірностей застосувань

стратегій-переставлень першим та другим гравцями. Зауважимо, що ця

постановка включає в себе і знаходження чистих стратегій (коли всі ймовір-

ності крім однієї є нулями, а одна — одиницею).

## ІТЕРАЦІЙНИЙ НАБЛИЖЕНИЙ МЕТОД ЗНАХОДЖЕННЯ МІШАНИХ СТРАТЕГІЙ

Далі пропонується ітераційний метод для розв'язування в мішаних стратегіях задач комбінаторної оптимізації ігрового типу, в яких на чисті стратегії накладаються обмеження, що визначені переставленнями для обох гравців.

Розглянемо матрицю  $A = (a_{ij})$ , елемент  $a_{ij}$  якої показує перевищення (різницю) прибутків другого гравця порівняно з першим. Вимірності цієї матриці —  $m \times n$ , де  $m$  — кількість рядків,  $n$  — кількість стовпців матриці.

На стратегії першого гравця накладаються обмеження, що визначені переставленнями. Ці переставлення є переставленнями елементів із множини  $P^x$ ; на стратегії другого гравця накладаються обмеження, які теж визначені переставленнями з елементів множини  $P^y$ .

Ідея ітераційного методу, як і для класичної матричної гри, зводиться до наступного [14]. Розігрується гра, в якій супротивники застосовують один проти одного свої стратегії. Експеримент складається з послідовності ходів. Починається з того, що один із гравців обирає довільно одну зі своїх стратегій, інший на це відповідає своєю стратегією, котра найменш вигідна для першого гравця тощо. У кожній партії, коли настає черга гравця обирати стратегію, інший відповідає своєму опоненту тією ж чистою стратегією, яка є найгіршою для противника з урахуванням усіх його попередніх виборів. Ходи розглядаються, як своєрідна «мішана стратегія», де чисті стратегії змішані в пропорціях, які відповідні частоті їх застосування в минулому. Такий спосіб є моделлю реального практичного «взаємного навчання» гравців, коли кожен із них на досвіді досліджує спосіб поведінки супротивника і вчиться на його та своїх помилках.

### АЛГОРИТМ МЕТОДУ

Всі наступні обчислення представлені табл. 1. Перший стовбець  $N$  таблиці — це номер одного етапу розіграшу гри, на якому гравці по черзі роблять свої кроки (обирають по черзі свої стратегії). Курсивом в описі алгоритму зображено табличну реалізацію методу.

**Таблиця 1.** Розв’язування комбінаторної задачі ігрового типу ітераційним методом

№	$X$	$B_1$	$B_1X$	$B_2$	$B_1X$	$N\bar{v}$	$\bar{v}$	$Y$	$A_1$	$A_1Y$	$A_2$	$A_2Y$	$A_3$	$A_3Y$	$N\underline{v}$	$\underline{v}$	$v^*$
1	0,1	7	0,7	3	0,3			0,2	7	1,4	1	0,2	3	0,6			
	0,1	1	0,3	5	1,5			0,8	3	2,4	5	4	4	3,2			
	0,6	3	1,8	4	2,4			<i>sum_r</i>		3,8		4,2		3,8			
	<i>sum_1</i>		2,8		4,2			<i>SUM_R</i>		3,8		4,2		3,8			
	<i>SUM_L</i>		2,8		4,2			<i>NextX</i>		0,3		0,1		0,6	3,84	3,84	3,88
	<i>NextY</i>		0,2		0,8	3,92	3,92										
2	0,3	7	2,1	3	0,9			0,2	7	1,4	1	0,2	3	0,6			
	0,1	1	0,1	5	0,5			0,8	3	2,4	5	4	4	3,2			
	0,6	3	1,8	4	2,4			<i>sum_r</i>		3,8		4,2		3,8			
	<i>Sum_1</i>		4		3,8			<i>SUM_R</i>		7,6		8,4		7,6			
	<i>SUM_L</i>		6,8		8			<i>NextX</i>		0,3		0,1		0,6	7,68	3,84	3,86
	<i>NextY</i>		0,2		0,8	7,76	3,88										
... ..																	
12	0,1	7	0,7	3	0,3			0,2	7	1,4	1	0,2	3	0,6			
	0,1	1	0,3	5	1,5			0,8	3	2,4	5	4	4	3,2			
	0,6	3	1,8	4	2,4			<i>sum_r</i>		3,8		4,2		3,8			
	<i>sum_1</i>		2,8		4,2			<i>SUM_R</i>		48		48		45			
	<i>SUM_L</i>		43,2		47,2			<i>NextX</i>		0,3		0,1		0,6	46,2	3,85	3,85
	<i>NextY</i>		0,2		0,8	46,4	3,87										

**Крок 1.** Першу стратегію (переставлення  $X$ ) 1-й гравець обирає випадково із множини переставлень  $E_m(P^X)$ . Запишемо її по координатно в стовпець  $X$  таблиці. (Тут і далі курсивом викладено дії алгоритму в табличній формі).

**Крок 2.** У таблиці в стовпці  $B_j$ , де  $b_j$  ( $\forall j \in J_n$ ) записуємо вектор-стовпець із номером  $j$  з матриці  $A$ . Обчислимо скалярні добутки векторів-стратегій  $B_j$  другого гравця та вектора обраної стратегії першого гравця. У таблиці це зручно оформлювати, ввівши стовпці:  $B_j X$  — вектор, що складається з поелементних добутків векторів  $X$  та  $B_j$ ,  $j \in J_n$ . Ці вектори  $(X, B_j, B_j X)$  займають  $t$  рядків табл. 1. У наступному рядку  $sum\_l$  у стовпцях  $B_j X$  записуємо скалярні добутки векторів  $B_j$  та  $X$  (як сума елементів стовпця  $B_j X$  табл.1).

**Крок 3.** Знаходимо значення  $SUM\_L$  — накопичені суми скалярних добутків (у лівій частині табл. 1). У рядку  $SUM\_L$  табл.1 записуємо суму значень елементів рядка  $sum\_l$  та рядка  $SUM\_L$  із попереднього  $((N-1)$ -го) етапу. На першому кроці (коли  $N=1$ ) рядок  $SUM$  збігається з рядком  $sum\_l$  цього етапу.

**Крок 4.** Стратегія  $Next Y$  другого гравця обирається з умови отримання ним максимального сумарного за  $N$  етапів платежу, як розв'язок задачі максимізації цільової функції на множині переставлень [2]. Практично це означає впорядкування елементів вектора  $P^x$  так же як і елементи рядка  $SUM\_L$  (найменшому значенню з рядка  $SUM\_L$  — відповідне найменше значення з  $P^x$ , тощо).

**Крок 5.** Знаходимо значення  $N\bar{v}$  — максимальний накопичений вигравш другого гравця. Максимальне значення  $N\bar{v}$  обчислюється як скалярний добуток рядка  $SUM$  та стратегії  $Next Y$ . Записуємо його в цьому ж рядку в стовпці  $N\bar{v}$ .

**Крок 6.** Знаходимо значення  $\bar{v}$ . Обчислюємо значення за формулою  $\bar{v} = \frac{N\bar{v}}{N}$ . Результат записуємо в цьому ж рядку в стовпці  $\bar{v}$ .

**Крок 7.** У стовпець  $Y$  записуємо значення стратегії другого гравця. У стовпець  $Y$  поординатно заносимо значення рядка  $Next Y$  лівої частини табл. 1.

**Крок 8.** У правій частині табл. 1 у стовпці  $A_i$   $\forall i \in J_m$ , записуємо вектор стратегії першого гравця — рядок  $i$  з матриці  $A$ . Обчислюємо скалярні добутки вектора-стратегії другого гравця на вектори стратегій першого гравця — стовпці  $A_i$   $\forall i \in J_m$ . У табл. 1 це зручно оформлювати, ввівши стовпці:  $A_i Y$  — вектори, які складаються з поелементних добутків векторів  $Y$  та  $A_i$ ,  $i \in J_m$ . Вектори  $Y, A_i, A_i Y$  займають  $n$  рядків табл. 1.

**Крок 9.** Обчислюємо значення  $sum\_r$  та  $SUM\_R$ . У наступному рядку  $sum\_r$  в стовпцях  $A_i Y$  записуємо скалярні добутки векторів  $A_i$  та  $Y$  (як сума елементів стовпця  $A_i Y$  табл.1). На першому етапі (коли  $N=1$ ) рядок  $SUM\_R$  правої частини табл. 1 збігається з попереднім рядком  $sum\_r$  правої частини табл.1. У наступному рядку  $SUM\_R$  табл.1 записуємо суму значень елементів рядка  $sum$  та рядка  $SUM\_R$  із попереднього  $((N-1)$ -го) етапу.

**Крок 10.** Стратегія  $NextX$  (права частина табл.1) першого гравця обирається з умови отримання ним мінімального сумарного за  $N$  етапів платежу (програшу), тобто розв'язок задачі мінімізації цільової функції на множині переставлень [2]. Практично це означає впорядкування елементів вектора  $P^y$  так само як і елементи рядка  $SUM\_R$  (найбільшому значенню з рядка  $SUM\_R$  — відповідає найменшому значенню з вектора  $P^y$ , тощо). Обрана стратегія записується в рядок  $NextX$  правої частини табл.1 та стовпець  $X$ .

**Крок 11.** Знаходимо значення  $N\underline{v}$  — мінімальний накоплений програш другого гравця. *Мінімальне значення  $N\underline{v}$  правої частини табл.1 обчислюється як скалярний добуток рядка  $SUM\_R$  та стратегії  $NextX$  (правої частини табл. 1), його записуємо в цьому ж рядку в стовпці  $N\underline{v}$ .*

**Крок 12.** За формулою  $\underline{v} = \frac{N\underline{v}}{N}$  обчислюємо  $\underline{v}$ . *Обчислене значення заносимо у стовпець  $\underline{v}$  табл. 1.*

**Крок 13.** За формулою  $v^* = \frac{\bar{v} + \underline{v}}{2}$  обчислюємо  $v^*$ . *Отримане значення заносимо у стовпець  $v^*$  табл. 1.*

**Крок 14.** Перевіряємо критерій завершення роботи алгоритму. Перевіряється умова, що мінімальне зі знайдених значень  $\bar{v}$  дорівнює максимальному зі знайдених значень  $\underline{v}$ :  $\min \bar{v} = \max \underline{v}$  (рівність максимального виграшу першого гравця мінімальному програшу другого гравця). Якщо цей критерій завершення виконується, то алгоритм зупиняється. Інакше переходимо на крок 10 алгоритму, обравши за стратегію 1-го гравця стратегію  $NextX$ . За ціну гри приймають  $v^* = \bar{v} = \underline{v}$ .

Роботу алгоритму також можна завершити, якщо проведено вказану кількість ітерацій, або коли досягнута задана точність  $\Delta = \min \bar{v} - \max \underline{v} \leq \varepsilon$ , де  $\varepsilon > 0$  — задана величина, а  $\min \bar{v}$  — мінімум зі знайдених  $\bar{v}$ ,  $\max \underline{v}$  — максимум зі знайдених  $\underline{v}$  або при  $\delta = \frac{\Delta}{(1/2)(|\min \bar{v}| + |\max \underline{v}|)}$ . При цьому

ціна гри  $V^* = (1/2)(\min \bar{v} + \max \underline{v})$ .

Наближені значення  $P^*$ ,  $Q^*$  (оптимальні мішані стратегії першого та другого гравців) — це вектори частот застосування своїх чистих стратегій-переставлень гравцями. Логічно вважати, що для забезпечення більшої точності знаходження чистих стратегій гравцями, проводиться якомога більша кількість ітерацій.

## ІЛЮСТРАТИВНИЙ ПРИКЛАД РОБОТИ АЛГОРИТМУ

Розглянемо роботу ітераційного методу розв'язування комбінаторних оптимізаційних задач ігрового типу на переставленнях, коли на стратегії обох гравців накладаються комбінаторні обмеження.

Нехай  $A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 1 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ , на стратегії першого гравця накладаються обмежен-

ня, що визначаються переставленнями з множини  $P^x = \{0,1; 0,3; 0,6\}$ , тобто  $E_3(P^x) = \{(0,1; 0,3; 0,6), (0,3; 0,1; 0,6), (0,3; 0,6; 0,1), (0,6; 0,3; 0,1), (0,1; 0,6; 0,3), (0,6; 0,1; 0,3)\}$ . На стратегії другого гравця теж накладаються комбінаторні обмеження з множини  $P^y = \{0,2; 0,8\}$ , що визначені розміщеннями, тобто  $E_2(P^y) = \{(0,2; 0,8), (0,8; 0,2)\}$ .

У табл. 1 вноситимемо результати розрахунків на кожній ітерації методу.

Всі розрахунки (ітерації) будемо заносити в табл. 1, в якій  $N$  — номер кроку;  $X$  — вибрана стратегія першого гравця;  $B_1, B_2, \dots, B_n$  — стратегії другого гравця;  $B_1X, B_2X, \dots, B_nX$  — скалярний добуток векторів;  $N\bar{v}$  — максимальний накопичений виграш (максимальний із накопичених скалярних добутків  $SUM\_L$  та  $Next X$ );  $\bar{v} = \frac{N\bar{v}}{N}$ ;  $Y$  — вибрана стратегія другого гравця;  $A_1, A_2, \dots, A_m$  — стратегії другого гравця; числа в рядку з назвою  $SUM\_L$  — сума значень елементів рядка  $sum\_l$  та рядка  $SUM\_L$  із попереднього (( $N-1$ )-го) кроку;  $SUM\_R$  — сума значень елементів рядка  $sum\_r$  та рядка  $SUM\_R$  із попереднього (( $N-1$ )-го) кроку. Коли  $N=1$  рядок  $SUM\_R$  збігається з попереднім рядком цієї правої (лівої) частини табл.1  $Next X$  — обрана стратегія першого гравця;  $Next Y$  — обрана стратегія другого гравця;  $N\underline{v}$  — мінімальний накопичений платіж (прогреш) (скалярний добуток елементів векторів  $SUM\_R$  та  $Next Y$ );  $\underline{v} = \frac{N\underline{v}}{N}$ ,  $\underline{v} = \frac{N\underline{v}}{N}$ ,  $v^* = \frac{\bar{v} + \underline{v}}{2}$ .

Першу чисту стратегію першого гравця виберемо довільно — нехай це,  $(0,1; 0,3; 0,6)$ . Перші дві та останній 120-й етап показано в табл. 1.

Після 12 ітерації виконався критерій зупинки алгоритму рівності максимального виграшу першого гравця мініальному програшу другого гравця. Отримаємо  $F_x(X^*) = F_y(Y^*) = 3,85$ . Стратегія  $(0,1; 0,3; 0,6)$  першого гравця використовувалась 3 рази,  $(0,3; 0,1; 0,6)$  — 9 разів. Для другого гравця: перша стратегія  $(0,2; 0,8)$  використовувалась 11 разів, а  $(0,8; 0,2)$  — 1 раз.

Наближені значення мішаних стратегій  $P^*, Q^*$  такі: для першого гравця частота використання стратегії  $(0,1; 0,3; 0,6)$  становить  $\frac{3}{12} = 0,25$ , отже,  $p_1 \approx 0,25$ ,  $(0,1; 0,3; 0,6)$  дорівнює  $\frac{9}{12} = 0,75$ ,  $p_2 \approx 0,75$  частоти застосувань усіх інших можливих стратегій — переставлень рівні 0 ( $p_3 = \dots = p_6 = 0$ ). Для другого гравця частоти застосування стратегії  $(0,2; 0,8)$  — становить

$q_1 = \frac{11}{12}$ , а стратегії (0,8;0,2) —  $q_2 = \frac{1}{12}$ . Частоти приймаються за наближені значення ймовірностей.

**РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЛОВИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ**

За допомогою розробленої програмної реалізації цього методу, проведено числовий експеримент з метою виявлення залежності часу обчислень від вимірності задачі. Результати експерименту внесено в табл. 2, де:  $t$  — загальний час серії в секундах (с);  $t_{\text{сер}}$  — середній час задачі в секундах (с) або мілісекундах (мс);  $t_{\text{ім}}$  — середній час ітерації в мілісекундах (мс);  $\Delta = \min \bar{v} - \max \underline{v}$ ;  $\delta = \frac{\Delta}{(1/2)(|\min \bar{v}| + |\max \underline{v}|)}$ ;  $\delta_{\text{мін}}$  — мінімальне  $\delta$  в серії обчислень;  $\delta_{\text{макс}}$  — максимальне  $\delta$  в серії обчислень.

**Таблиця 2.** Результати першої серії експериментів

№	$m=n$	$[a, b]$	$t$	$t_{\text{сер}}$	$t_{\text{ім}}$ (мс)	$\Delta$ сере	$\delta_{\text{мін}}$	$\delta_{\text{макс}}$	$\delta_{\text{сер}}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$
1	10	[1,200]	< 1 с	470мс	<1	0,0119	1,06E-5	0,000354	0,000129	100	39
2	20	[1,400]	1 с	14 мс	<1	0,0177	2,52E-5	0,000164	8,99E-5	100	66
3	30	[1,600]	3 с	30 мс	<1	0,0246	3,27E-5	0,000164	8,26E-5	100	82
4	40	[1,800]	5 с	50 мс	<1	0,0279	3,8E-5	0,000114	7,02E-5	100	94
5	50	[1,1000]	7 с	74 мс	<1	0,0306	4,22E-5	9,85E-5	6,12E-5	100	100
6	60	[1,1200]	10 с	101 мс	<1	0,0334	3,37E-5	8,33E-5	5,58E-5	100	100
7	70	[1,1400]	13 с	136 мс	<1	0,0366	3,19E-5	7,12E-5	5,24E-5	100	100
8	80	[1,1600]	17 с	167мс	<1	0,0394	3,44E-5	6,76E-5	4,93E-5	100	100
9	90	[1,1800]	21 с	214 мс	<1	0,0419	3,27E-5	6,66E-5	4,65E-5	100	100
10	100	[1,2000]	25 с	255 мс	<1	0,0451	3,12E-5	6E-5	4,51E-5	100	100
11	200	[1,4000]	3 хв,21с	1 с	1	0,0651	2,38E-5	4,13E-5	3,26E-5	100	100
12	300	[1,6000]	5 хв,4 2с	4 с	4	0,0831	2,21E-5	3,49E-5	2,77E-5	100	100
13	400	[1,8000]	10 хв,51с	6 с	6	0,106	2,18E-5	3,83E-5	2,65E-5	100	100
14	500	[1,10000]	17 хв,32с	10 с	10	0,129	2,06E-5	4,24E-5	2,6E-5	100	100
15	600	[1,12000]	24 хв,44с	14 с	15	0,206	2,07E-5	7,1E-5	3,48E-5	100	100
16	700	[1,14000]	35 хв,24с	21 с	21	0,201	2,05E-5	5,73E-5	2,88E-5	100	100

Для цього класу задач розв’язано по 100 задач вимірності  $m \times n$ , причому  $m = n$ . Елементи  $a_{ij}$  матриці генерувалися як рівномірно розподілені цілі числа в інтервалі  $[a, b]$  вказаному в стовпці інтервалів табл. 2. Елементи мультимножин  $P^x, P^y$  генерувалися за рівномірним розподілом за умов  $\sum_{i=1}^m x_i = 1, \sum_{j=1}^n y_j = 1$ . Максимальна кількість ітерації 1000. Вимірність задач задавалась в інтервалі від 10 до 700 (від 10 до 100 через 10; від 100 до 700



через 100). У кожній серії проведено 100000 ітерацій. У стовпцях  $10^{-3}$  ( $10^{-4}$ ,  $10^{-5}$ ) вказано відсоток розв'язаних задач із зазначеною точністю по  $\delta$   $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$ ,  $10^{-5}$  відповідно.

Із використанням пакета CurveExpert Professional 1.2.1 [15] побудовано аналітичний вигляд та графік регресійної залежності часу обчислень від вимірності задачі та величини  $\delta$  від вимірності задачі для кожного з експериментів. Для першої серії експериментів залежності часу обчислень від вимірності задачі аналітичний вигляд функції такий:  $T(m) = 0,00007m^2 - 0,0024m$ , при цьому коефіцієнт кореляції  $r = 0,99$ . Аналітичний вигляд залежності величини  $\delta$  від вимірності задачі такий:  $\delta(m) = 0,00004 \cdot 2929 \left(\frac{1}{m}\right)$ ; коефіцієнт кореляції  $r = 0,91$ .

У другій серії експериментів елементи  $a_{ij}$  матриці генерувалися як рівномірно розподілені цілі числа на проміжках від  $[-200, 200]$  до  $[-1400, 1400]$ , параметри  $m = n$  (вимірність) приймали значення від 10 до 700 відповідно. Час обчислень задач збільшувався зі збільшенням вимірності задачі від 1 сек до 35 хв, значення  $\Delta$  (середнє по 100 задачам вимірності) зростало від 0,026 до 0,418. Аналітичний вигляд залежності часу обчислень від вимірності задачі такий:  $T(m) = 0,00007m^2 - 0,006m + 0,179$ , коефіцієнт кореляції  $r = 0,98$ .

У третій серії експериментів вимірність задач  $m \times n$  ( $m = n$ ) задавалась в інтервалі від 10 до 700 (від 10 до 100 через 10; від 100 до 700 через 100). Для кожної серії генерувалося по 100 задач. Елементи  $a_{ij}$  генерувалися, як рівномірно розподілені цілі числа в інтервалі  $[-100, 100]$ . Для кожної вимірності розв'язано по 100 задач. Час обчислень задач збільшувався зі збільшенням вимірності задачі від 1 сек до 5 хв, значення  $\Delta$  (середнє по 100 задачам вимірності) зростало від 0,013 до 0,00287. Аналітичний вигляд залежності часу обчислень від вимірності задачі одержано такий:  $T(m) = 0,00007m^2 - 0,004m + 0,094$ , коефіцієнт кореляції  $r = 0,99$ .

У четвертій серії експериментів елементи  $a_{ij}$  матриці генерувалися, як рівномірно розподілені цілі числа в інтервалі  $[-10000, 10000]$ , при чому параметри  $m = n$  приймали значення від 10 до 700 відповідно (від 10 до 100 через 10; від 100 до 700 через 100). Для кожної серії генерувалося по 100 задач. Час обчислень задач збільшувався зі збільшенням параметрів задачі від 1 сек до 35 хв, значення  $\Delta$  (середнє по 100 задачам вимірності) змінювалося від 1,21 до 0,289. Аналітична функція залежності часу обчислень від вимірності задачі одержана така:  $T(m) = 0,00007m^2 - 0,006m + 0,195$ , коефіцієнт кореляції  $r = 0,99$ .

У п'ятій серії експериментів розв'язано по 100 задач вимірності  $m \times n$ , причому  $m = n$ , вимірність задач задавалась в інтервалі від 10 до 700 відповідно (від 10 до 100 через 10; від 100 до 700 через 100). Елементи  $a_{ij}$  матри-

ці генерувалися нормально розподілені цілі числа з параметрами  $[M_x, \sigma_x]$ , де  $M_x$  — математичне сподівання,  $\sigma_x$  — середнє квадратичне відхилення. Параметри генерації  $[M_x, \sigma_x]$  становить  $[0,3]$ . Час обчислень задач збільшувався зі збільшенням параметрів задачі від 1 сек до 35 хв, значення  $\Delta$  (середнє по 100 задачах вимірності) змінювалося від 0,000485 до 0,000128. Значення величини  $\delta$  змінювалося від 0,0083 до 0,1430. Кількість розв'язаних задач із точністю  $10^{-3}$  по  $\delta$  у відсотковому співвідношенні для першої серії експериментів становила 86 % та зменшувалася до 5% розв'язаних задач при  $m = n = 700$ . Кількість розв'язаних задач із точністю  $10^{-4}$  по  $\delta$  у відсотковому співвідношенні було зафіксовано лише для  $m = n = 10$  та становила 21 %,  $m = n = 20$  — 5 %,  $m = n = 30$  — 2 %. Для всіх інших серій цього експерименту не було розв'язаних задач. Аналітичний вигляд залежності часу обчислень від вимірності задачі для п'ятої серії експериментів одержано такий:  $T(m) = 0,00007m^2 + 0,0005m - 0,192$ , коефіцієнт кореляції  $r = 0,98$ .

Проведено також експерименти з параметрами генерації  $[M_x, \sigma_x]$ , що становлять  $[0,30]$ . Розв'язано по 100 задач вимірності  $m \times n$ , причому  $m = n$ . Вимірність задач задавалась в інтервалі від 10 до 700 відповідно (від 10 до 100 через 10; від 100 до 700 через 100). Час обчислень задач збільшувався зі збільшенням параметрів задачі від 1 сек до 35 хв, значення  $\Delta$  (середнє по 100 задачах вимірності) змінювалося від 0,00686 до 0,0015. Значення величини  $\delta$  змінювалося від 0,00895 до 0,1430. Кількість розв'язаних задач із точністю  $10^{-3}$  по  $\delta$  у відсотковому співвідношенні для першої серії експериментів становила 83 % та зменшувалася до 1 % розв'язаних задач при  $m = n = 700$ . Кількість розв'язаних задач із точністю  $10^{-4}$  по  $\delta$  у відсотковому співвідношенні була зафіксована лише для  $m = n = 10$  та становила 14 %,  $m = n = 20$  — 6%,  $m = n = 30$  — 1 %, для всіх інших серій цього експерименту не було розв'язано задач із точністю  $10^{-4}$  по  $\delta$ . Аналітичний вигляд залежності часу обчислень від вимірності задачі для п'ятої серії експериментів отримано такий:  $T(m) = 0,00008m^2 - 0,006m + 0,188$ , коефіцієнт кореляції  $r = 0,99$ .

Під час дослідження проведених експериментів із параметрами генерації  $[M_x, \sigma_x]$ , що становлять  $[0,300]$ , розв'язано по 100 задач вимірності  $m \times n$ , причому  $m = n$ . Вимірність задач задавалась в інтервалі від 10 до 700 відповідно (від 10 до 100 через 10; від 100 до 700 через 100). Час обчислень задач збільшувався зі збільшенням параметрів задачі від 1 сек до 36 хв, значення  $\Delta$  (середнє по 100 задачах вимірності) змінювалося від 0,0642 до 0,0147. Значення величини  $\delta$  змінювалося від 0,0108 до 0,0966. Кількість розв'язаних задач із точністю  $10^{-3}$  по  $\delta$  у відсотковому співвідношенні для першої серії експериментів становила 92 % та зменшувалася до 1 % розв'язаних задач при  $m = n = 700$ . Кількість розв'язаних задач із точністю  $10^{-4}$  по  $\delta$  у відсотковому співвідношенні була зафіксована лише для  $m = n = 10$  та становила 15 %,  $m = n = 20$  — 5%, для всіх інших серій цього

експерименту задачі не розв'язувалися. Аналітичний вигляд залежності часу обчислень від вимірності задачі для п'ятої серії експериментів отримано такий:  $T(m) = 0,00008m^2 - 0,007m + 0,187$ , коефіцієнт кореляції  $r = 0,99$ .

Елементи мультимножини  $P^x, P^y$  генерувалися за рівномірним розподілом за умов  $\sum_{i=1}^m x_i = 1, \sum_{j=1}^n y_j = 1$ . Максимальна кількість ітерацій 1000.

У серії проведено 100000 ітерацій.

Отже, усі проведені експерименти показують наближення платежів до ціни гри, що дає можливість наближеного знаходження  $P^*, Q^*$ .

### ОЦІНКА СКЛАДНОСТІ АЛГОРИТМУ

Для розрахунку складності алгоритму [16] складемо табл. 3, де у стовпці «Алгоритм» записано програмну реалізацію ітераційного методу (одна ітерація) для розв'язування комбінаторних оптимізаційних задач ігрового типу на перестановках, в яких накладаються обмеження, що визначаються переставленнями, на стратегії обох гравців. Час виконання різних рядків алгоритму різний, але один і той рядок  $i$  виконується за час  $c_i$ , де  $c_i$  — константа. Позначимо через  $\tau_j$  — кількість раз виконання умови.

Під час розрахунку складності алгоритму потрібно визначити асимптотичну верхню границю з точністю до постійного множника [16]. Для функції  $g(n)$  позначка  $O(g(n)) = f(n)$  з [16] означає множину функцій таких, що існує додатня константа  $c$  і  $n_0$  така, що  $0 \leq f(n) \leq cg(n)$  для всіх  $n \geq n_0$ .

Підрахуємо  $T = \sum_{i=1}^{39} c_j \tau_j$ :

$$\begin{aligned} T = & 1(c_1 + c_8 + c_{11} + c_{15} + c_{16} + c_{25} + c_{30} + c_{31} + c_{32} + c_{33}) + \\ & + n(c_2 + c_3 + c_6 + c_7 + c_9 + c_{10} + c_{12} + c_{13} + c_{14}) + \\ & + m(c_{17} + c_{18} + c_{21} + c_{22} + c_{23} + c_{24} + c_{26} + c_{27} + c_{28} + c_{29}) + \\ & + nm(c_4 + c_5 + c_{19} + c_{20}) + O(n \log n) + O(m \log m) + T_0(m) + T_1(n) \end{aligned}$$

або

$$T = O(1) + O(n) + O(m) + O(nm) + O(n \log n) + O(m \log m) + T_0(m) + T_0(m),$$

якщо  $T_0(m) = O(m), T_1(n) = O(n)$ , то

$$T = O(1) + O(n) + O(m) + O(nm) + O(n \log n) + O(m \log m) + O(m) + O(n).$$

Враховуючи, що  $\forall c > 0: cO(f(n)) = O(f(n))$ , то

$$T = O(n) + O(m) + O(nm) + O(n \log n) + O(m \log m),$$

якщо  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = c < \infty$ , то  $O(f(n)) + O(g(n)) = O(f(n) + g(n))$ , отже

$$T = O(n + m) + O(nm) + O(n \log n) + O(m \log m),$$

якщо  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \infty$ , то  $O(f(n)) + O(g(n)) = O(f(n))$ , отже

$$T = O(nm + n \log n + m \log m).$$

**Таблиця 3.** Оцінка складності алгоритму

Продовження табл. 3

№	Алгоритм	Час $c_j$	Кількість раз $\tau_i$	№	Алгоритм	Час $c_j$	Кількість раз $\tau_i$
1	inc(cIterNum);	$c_1$	1	19	$s := 0;$	$c_{18}$	$m$
2	for $i:=1$ to $cN$ do	$c_2$	$n$	20	for $j :=1$ to $cN$ do	$c_{19}$	$nm$
	begin		–		begin		–
3	$s := 0;$	$c_3$	$n$	21	$s := s + cAy[j, i];$	$c_{20}$	$nm$
4	for $j:=1$ to $cM$ do	$c_4$	$nm$		end;		–
	begin		–	22	$cSumY[i] := s;$	$c_{21}$	$m$
5	$s := s + cBx[j, i];$	$c_5$	$nm$	23	$cSumYn[i] := cSumYn[i] + s;$	$c_{22}$	$m$
	end;		–		end;		–
6	$cSumX[i] := s;$	$c_6$	$n$	24	for $i:=1$ to $cM$ do	$c_{23}$	$m$
7	$cSumXn[i] := cSumXn[i] + s;$	$c_7$	$n$	25	$IndArr[i] := i;$	$c_{24}$	$m$
	end;		–	26	$MakeInd(IndArr, cSumYn, cM, 0);$	1	$O(m \log m)$ [16]
8	$SetLength(IndArr, \max(cN, cM) + 1);$	$c_8$	1	27	$cN\_v := 0;$	$c_{25}$	1
9	for $i:=1$ to $cN$ do	$c_9$	$n$	28	for $i:=1$ to $cM$ do	$c_{26}$	$m$
10	$IndArr[i] := i;$	$c_{10}$	$n$		begin		–
11	$MakeInd(IndArr, cSumXn, cN, 1);$	1	$O(n \log n)$ [16]	29	$cNextXp[i] := cNextX[i];$	$c_{27}$	$m$
12	$cNv\_ := 0;$	$c_{11}$	1	30	$cNextX[IndArr[i]] := cPx[i];$	$c_{28}$	$m$
13	for $i:=1$ to $cN$ do	$c_{12}$	$n$	31	$cN\_v := cN\_v + cNextX[IndArr[i]] * cSumYn[IndArr[i]];$	$c_{29}$	$m$
	begin		–		end;		–
14	$cNextY[IndArr[i]] := cPy[i];$	$c_{13}$	$n$	32	$c\_v := cN\_v / cIterNum;$	$c_{30}$	1
15	$cNv\_ := cNv\_ + cNextY[IndArr[i]] * cSumXn[IndArr[i]];$	$c_{14}$	$n$	33	$cmax\_v := \max(c\_v, cmax\_v);$	$c_{31}$	1
	end;		–	34	$cv\_s := (cv\_ + c\_v) / 2;$	$c_{32}$	1
16	$cv\_ := cNv\_ / cIterNum;$	$c_{15}$	1	35	$CheckStrat(0);$	1	$T_0(m)$ [16]
17	$cminv\_ := \min(cv\_ , cminv\_ );$	$c_{16}$	1	36	$CheckStrat(1);$	1	$T_1(m)$ [16]
18	for $i:=1$ to $cM$ do	$c_{17}$	$m$	37	$Result := CheckEval(aBreak Type, aMaxIter);$	$c_{33}$	1
	begin		–				

## ВИСНОВКИ

Для розв'язання комбінаторних оптимізаційних задач ігрового типу з обмеженнями-переставленнями, що накладаються на стратегії обох гравців, поширено ітераційний метод [8, 11]. Подано експериментальну та теоретичну оцінку кількості операцій та експериментально оцінено точність методу. Доцільним напрямом подальших досліджень є доведення збіжності запропонованого ітераційного методу знаходження ймовірностей для стратегій-переставлень у задачі, що розглядається.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Сергиенко И.В., Каспицкая М.Ф. Модели и методы решения на ЭВМ комбинаторных задач оптимизации. — К.: Наук. думка, 1981. — 288 с.
2. Стоян Ю.Г., Ємець О.О. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації. — К.: Інститут системних досліджень освіти, 1993. — 188 с.
3. Ємець О.А., Колечкина Л.Н. Задачи комбинаторной оптимизации с дробно-линейными целевыми функциями. — К.: Наук. думка, 2005. — 117 с.
4. Ємець О.А., Романова Н.Г. Оптимизация на полиперестановках. — К.: Наук. думка, 2010. — 105 с.
5. Ємець О.А., Барболина Т.Н. Комбинаторная оптимизация на размещениях. — К.: Наук. думка, 2008. — 159 с.
6. Павлов А.А., Павлова Л.А. Основы методологии проектирования ПДС-алгоритмов для труднорешаемых комбинаторных задач // Проблема информатики и управления. — 1995. — № 4. — С. 135–141.
7. Ємець О.А., Устьян Н.Ю. Исследование математических моделей и методов решения задач на перестановках игрового типа // Кибернетика и сист. анализ. — 2007. — № 6. — С. 103–114.
8. Ємець О.О., Устьян Н.Ю. Розв'язування ігрових задач на переставленнях // Наукові вісті НТУУ «КПІ». — 2007. — № 3. — С. 47–52.
9. Ємець О.А., Устьян Н.Ю. Решение некоторых задач комбинаторной оптимизации на размещениях и перестановках игрового типа // Проблемы управления и информатики. — 2006. — № 3. — С. 37–47.
10. Ємець О.А., Устьян Н.Ю. Исследование задач комбинаторной оптимизации игрового типа на размещениях // Проблемы управления и информатики. — 2007. — № 1. — С. 26–36.
11. Ємець О.О., Устьян Н.Ю. Один ітераційний метод розв'язування ігрових задач на переставленнях // Наук. вісті НТУУ «КПІ». — 2008. — № 3. — С. 5–10.
12. Ємець О.А., Устьян Н.Ю. Игры с комбинаторными ограничениями // Кибернетика и сист. анализ. — 2008. — № 4. — С. 134–141.
13. Ємець О.А., Ольховская Е.В. Итерационный метод решения комбинаторных оптимизационных задач игрового типа на размещениях // Проблемы управления и информатики. — 2011. — № 3. — С. 69–78.
14. Вентцель Е.С. Элементы теории игр. — 2-е изд. стереотип. — М.: Физматгиз, 1961. — 68 с.
15. Huams Daniel G. Curve Expert Software. — 2011. — <http://www.curveexpert.net>.
16. Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ: пер. с англ. — 2-е изд. — М.: Вильямс, 2005. — 1296 с.

Надійшла 11.05.2011

УДК 519.7

**МЕРЫ ВНУТРЕННЕЙ И ВНЕШНЕЙ ИНФОРМАЦИИ  
(НА ПРИМЕРЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ СИТУАЦИЙ  
НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ). ЧАСТЬ II**

**Н.Н. ДИДУК**

Продолжено изучение “настоящих” преобразований информации и построение соответствующих мер внешней информации, предназначенных для измерения *интенсивности преобразований*. Рассмотрены преобразования *концентрация информации, образование первой и второй проекций двумерной ситуации и ограничение разнообразия*. Последнее из них занимает особое место среди всех преобразований информации. Показано, что любое событие в Природе, вызывающее ограничение разнообразия в произвольной ситуации неопределенности, связанной с состояниями некоторой реальной системы, *содержит информацию об этой системе*. Образующиеся таким образом *информационные связи* между различными системами могут стать *самостоятельным инструментом познания*, альтернативным к традиционному инструменту познания, каковым являются причинные связи. Введено понятие *ситуации заблуждения*, которое используется для вычисления количества внешней информации, требуемого для разнообразных преобразований ситуаций неопределенности.

В первой части статьи [1] показано, что положенные в основу современной кибернетики представления об информации, о способах ее изучения и об ее преобразованиях, *неверны*. Рассмотрен ряд общих вопросов, связанных с возможными способами изучения информации и ее преобразований. Впервые обнаружена непосредственная связь информации с *ситуациями неопределенности* и получены два важных вывода. Во-первых, ***нельзя изучать информацию, не рассматривая какую-либо ситуацию неопределенности*** (там, где нет неопределенности, не может быть и информации). Во-вторых, ***преобразования информации — это преобразования ситуаций неопределенности*** (а вовсе не преобразования текстов). Эти выводы опровергают основную идею, содержащуюся в концепции “переработки информации в компьютерах”, — идею, согласно которой преобразования текстов — это и есть преобразования информации.

Однако полученное опровержение порождает новую проблему: теперь необходимо начать систематическое изучение “настоящих” преобразований информации. В [1] рассмотрен первый пример “настоящего” преобразования — *квантование*. Это преобразование связано с *потерей информации*. А здесь — во второй части статьи — рассмотрены еще два преобразования этого типа — *концентрация информации и образование первой и второй проекций двумерной ситуации неопределенности*.

Кроме того, здесь начато изучение преобразований, в которых информация не теряется, а *приобретается* (и, следовательно, она должна откуда-то поступить). Одним из таких преобразований является *ограничение разнообразия* (в данной ситуации неопределенности). Это преобразование занимает особое место среди всех преобразований информации, так как оно позволило прояснить смысл самого понятия *информация* и обнаружить неизбежность возникновения *информационных связей* в Природе. Существование же информационных связей означает ни много, ни мало, а необходимость в радикальном изменении наших представлений о возможных способах изучения Природы. Действительно, очевидно, что информационные связи могут стать самостоятельным инструментом познания, отличным от единственного известного до настоящего времени инструмента познания *причинно-следственных связей*.

## 7. КОНЦЕНТРАЦИЯ ИНФОРМАЦИИ

После рассмотрения преобразования *квантование* [1, разд. 6] интересно было бы ответить на следующий вопрос: всегда ли потеря информации, связанная с квантованием, является нежелательной? Для ответа необходимо принять во внимание, с какой целью (или по какой причине) проводилось квантование. Действительно, обычно квантование рассматривают как вынужденную потерю разрешающей способности ради упрощения каких-либо процедур. Однако возможны также другие мотивы проведения квантования. Например, цель этого преобразования информации может заключаться в том, чтобы потерять *лишнюю* (ненужную) информацию и получить в результате *концентрацию* нужной информации.

**1. Описание преобразования «концентрация информации».** Пусть на множестве  $X$  определена некоторая функция  $f$ , область значений которой обозначим  $Y$ . Как известно, знания элемента  $x$  множества  $X$  *формально* достаточно для того чтобы узнать значение  $f(x)$  этой функции. Но если элемент множества  $X$  неизвестен (т.е. на множестве  $X$  имеется ситуация неопределенности), а нас интересуют именно *значения* функции  $f$ , то может оказаться выгоднее перейти от ситуации неопределенности, заданной на множестве  $X$ , к ситуации, порождаемой функцией  $f$  на области ее значений  $Y$ . Такой переход мы будем называть **концентрацией информации** (относительно заданной функции  $f$ ).

Рассмотрим преобразование *концентрация информации* (относительно функции  $f$ ) для вероятностной ситуации, описываемой *пространством вероятностей*  $(X, p)$  [1, разд. 5] (где  $p$  — распределение вероятностей (РВ), *действующее* на множестве  $X$  [1, разд. 3]). Построение описания такого преобразования начинается с квантования пространства  $(X, p)$  относительно разбиения  $\mathcal{X}_f$  множества  $X$ , порождаемого заданной функцией  $f$ . Известно, что всякая функция  $f$ , определенная на множестве  $X$ , порождает на этом множестве *каноническое разбиение*  $\mathcal{X}_f$  следующего вида:

$$\mathcal{X}_f = \{f^{-1}(y) : y \in Y\}, \quad (1)$$

где  $Y$  — область значений функции  $f$ , а  $f^{-1}(y)$  — множество всех таких  $x \in X$ , что  $f(x) = y$ .

На множестве  $\mathcal{X}_f$  можно задать распределение вероятностей  $\rho_f$ , характеризующее условием: для каждого класса  $A \in \mathcal{X}_f$  должно выполняться равенство

$$\rho_f(A) = \sum_{a \in A} p(a), \quad (2)$$

аналогичное равенству [1, (6)].

Мы получили, таким образом, факторпространство  $(\mathcal{X}_f, \rho_f)$  пространства  $(X, p)$ , описывающего исходную ситуацию неопределенности. Но этого недостаточно, так как мы хотели получить описание той ситуации неопределенности, которую функция  $f$  порождает на области своих значений  $Y$ . До получения искомого описания остался один шаг. А само это описание имеет вид пространства вероятностей  $(Y, q)$ , *изоморфного* факторпространству  $(\mathcal{X}_f, \rho_f)$ . Искомое распределение вероятностей  $q$  на множестве  $Y$  характеризуется выражением

$$q = y \mapsto \rho_f(f^{-1}(y)) \diamond Y \quad (3)$$

(РВ  $q$  представляет собой такую функцию, определенную на множестве  $Y$ , которая каждому элементу  $y \in Y$  ставит в соответствие вероятность  $\rho_f(f^{-1}(y))$ ).

Действительно, нетрудно показать (опять же с помощью теории структур Бурбаки), что пространства вероятностей  $(Y, q)$  и  $(\mathcal{X}_f, \rho_f)$  *изоморфны*, а функция

$$g = y \mapsto f^{-1}(y) \diamond Y \quad (4)$$

является изоморфизмом пространства  $(Y, q)$  на факторпространство  $(\mathcal{X}_f, \rho_f)$ . Причем, для каждого  $y \in Y$  имеет место равенство

$$q(y) = \rho_f(f^{-1}(y)). \quad (5)$$

Таким образом, мы совершили преобразование *концентрация информации*, состоящее в переходе от ситуации неопределенности, заданной на множестве  $X$  (описываемой пространством вероятностей  $(X, p)$ ) к ситуации, порождаемой функцией  $f$  на области ее значений  $Y$ . Эта новая ситуация описывается пространством вероятностей  $(Y, q)$ . Переход состоял из двух шагов: 1) *квантования* исходной ситуации (описание этого шага состояло в построении разбиения  $\mathcal{X}_f$  множества  $X$ , порожденного функцией  $f$ , а затем — в построении факторпространства  $(\mathcal{X}_f, \rho_f)$  исходного пространства  $(X, p)$ ); 2) перехода к ситуации неопределенности на области значений  $Y$  функции  $f$  (эта ситуация описывается пространством вероятностей  $(Y, q)$ , *изоморфным* факторпространству  $(\mathcal{X}_f, \rho_f)$ ).



**2. Мера концентрации информации.** Ввиду *изоморфии* пространств  $(Y, q)$  и  $(\mathcal{X}_f, \mu_f)$  внешней **меру концентрации информации**  $E(X, p|f)$  (относительно функции  $f$ ) можно ввести следующим образом:

$$E(X, p|f) = E(X, p|\mathcal{X}_f). \quad (6)$$

Очевидно, что введенная мера удовлетворяет неравенству

$$E(X, p|f) \geq 0, \quad (7)$$

которое следует из неравенства [1, (13)] и *изоморфии* пространств  $(Y, q)$  и  $(\mathcal{X}_f, \mu_f)$ .

## 8. ОБРАЗОВАНИЕ ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ ПРОЕКЦИЙ ДВУМЕРНОЙ СИТУАЦИИ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Эти преобразования являются частными случаями квантования. Они хорошо иллюстрируют мысль, что потеря информации при квантовании может быть полезной (и может иногда рассматриваться не как потеря, а как *концентрация* информации).

**1. Описание преобразований проектирования.** Пусть задана некоторая *двумерная* ситуация неопределенности (т.е. ситуация с двумерным множеством возможностей). Известно, что если задано двумерное множество, то всегда можно построить две его проекции. Так, например, первой и второй проекцией произведения  $X \times Y$  являются соответственно множества  $X$  и  $Y$  (более общий случай мы здесь рассматривать не будем).

Итак, пусть имеется некоторая двумерная ситуация неопределенности, которая описывается (тоже двумерным) пространством вероятностей  $(X \times Y, \pi)$  (где  $\pi$  есть РВ, действующее на произведении  $X \times Y$  дискретных множеств  $X$  и  $Y$ ). И предположим, что для любых  $x \in X$  и  $y, y' \in Y$  мы не хотим различать состояния природы  $(x, y)$  и  $(x, y')$ . Фактически это значит, что теперь мы хотим рассматривать в качестве нового множества возможностей множество  $X$  (вместо множества  $X \times Y$ ). Очевидно, что в таком случае мы *автоматически* оказались в новой (одномерной) ситуации неопределенности. Это произошло независимо от того, понимаем ли мы смысл происшедшего и умеем ли мы новую ситуацию описать.

Элементарная теория вероятностей предлагает способ, позволяющий найти описание новой ситуации (однако *не предлагает* ни подходящий для этих целей язык, ни систему обозначений). Эта ситуация может быть описана (одномерным) пространством вероятностей  $(X, \mathbf{pr}_1 \pi)$ , где  $\mathbf{pr}_1 \pi$  — РВ, действующее на множестве  $X$ , которое характеризуется следующим условием: для каждого  $x \in X$  имеет место равенство

$$\mathbf{pr}_1 \pi(x) = \sum_{y \in Y} \pi(x, y). \quad (8)$$

Аналогичный *автоматический* переход к новой ситуации неопределенности нас ждет и в том случае, если в качестве нового множества возможностей мы выберем множество  $Y$ . И снова способ, позволяющий найти описание новой ситуации, можно извлечь из элементарной теории вероят-

ностей: эта ситуация может быть описана (одномерным) пространством вероятностей  $(Y, \mathbf{pr}_2 \pi)$ , где  $\mathbf{pr}_2 \pi$  — РВ, действующее на множестве  $Y$ , которое характеризуется условием: для каждого  $y \in Y$  имеет место равенство

$$\mathbf{pr}_2 \pi(y) = \sum_{x \in X} \pi(x, y). \quad (9)$$

Распределения  $\mathbf{pr}_1 \pi$  и  $\mathbf{pr}_2 \pi$  мы будем называть соответственно **первой и второй проекциями** распределения  $\pi$ . А построенные выше (одномерные) пространства вероятностей  $(X, \mathbf{pr}_1 \pi)$  и  $(Y, \mathbf{pr}_2 \pi)$  мы назовем соответственно **первой и второй проекциями** (двумерного) пространства вероятностей  $(X \times Y, \pi)$ .

Итак, отталкиваясь от двумерной ситуации неопределенности, описываемой пространством вероятностей  $(X \times Y, \pi)$ , мы пришли к описаниям  $(X, \mathbf{pr}_1 \pi)$  и  $(Y, \mathbf{pr}_2 \pi)$  двух новых ситуаций неопределенности (которые тоже будем называть **первой и второй проекциями** исходной ситуации). Обе эти ситуации тоже оказались вероятностными (поскольку их описаниями являются пространства вероятностей).

Теперь еще раз подчеркнем специально, что нужно раз навсегда оставить распространенную моду *отождествлять* преобразование распределения  $\pi$  в распределение  $\mathbf{pr}_1 \pi$  (или в распределение  $\mathbf{pr}_2 \pi$ ) с преобразованием *реальной* двумерной ситуации в *реальную* одномерную. Действительно, выражения (8) и (9) *не создают* преобразования ситуаций неопределенности, а только являются их *описаниями*. Реальные же преобразования ситуаций (как уже отмечалось выше) происходят независимо от того, умеем ли мы их описать, т.е. известны ли соотношения (8) и (9) (и даже независимо от того, известна ли вообще теория вероятностей). Причинами же, вызывающими эти преобразования ситуаций, являются преобразования множества возможностей.

**2. Образование проекций двумерных ситуаций как частный случай концентрации информации.** Теперь осталось показать связь между образованием проекций и преобразованием *концентрация информации*. Для этого достаточно вспомнить, что было сказано о последнем преобразовании в разделе 7. Пусть на множестве  $X$  имеет место некоторая ситуация неопределенности. И пусть нас интересуют не элементы множества  $X$ , а значения некоторой функции  $f$ , которая определена на этом множестве. Но мы не можем узнать конкретное значение этой функции, поскольку неизвестно значение ее аргумента (неизвестно состояние природы  $x \in X$ ). Иначе говоря, как на области определения  $X$  функции  $f$ , так и на области ее значений, имеют место ситуации неопределенности. В этом случае лучшее, что мы можем сделать, сводится к тому, чтобы перейти от первой ситуации неопределенности ко второй, т.е. от исходной ситуации на множестве  $X$  к ситуации на множестве *значений* функции  $f$ . Такой переход и был назван *концентрацией информации*.

Покажем, что образование проекций двумерных ситуаций — это частный случай концентрации информации. Пусть исходная ситуация неопределенности двумерна и описывается пространством вероятностей  $(X \times Y, \pi)$ . На множестве  $X \times Y$  можно определить две стандартные функции, отображаю-

щие произведение  $X \times Y$  на каждый из сомножителей. Эти функции обычно обозначаются  $pr_1$  и  $pr_2$  и называются **функциями проектирования** произведения  $X \times Y$  на множества соответственно  $X$  и  $Y$ . Они имеют вид:

$$pr_1 = (x, y) \mapsto x \diamond X \times Y, \quad (10)$$

$$pr_2 = (x, y) \mapsto y \diamond X \times Y. \quad (11)$$

Эти выражения означают, что каждому элементу  $(x, y)$  произведения  $X \times Y$  функция  $pr_1$  ставит в соответствие элемент  $x$ , а функция  $pr_2$  — элемент  $y$ . Иначе говоря, для каждой пары  $(x, y) \in X \times Y$  выполняются соотношения

$$pr_1(x, y) = x, \quad (12)$$

$$pr_2(x, y) = y. \quad (13)$$

Заметим, что необходимо отличать функции проектирования  $pr_1$  и  $pr_2$ , заданные с помощью выражений (8) и (9), от функций проектирования  $pr_1$  и  $pr_2$  (выражения (10) и (11)), поскольку это *разные* функции. Действительно, функции  $pr_1$  и  $pr_2$  определены на множестве  $X \times Y$ , а функции  $pr_1$  и  $pr_2$  — на множестве всех *распределений вероятностей* на множестве  $X \times Y$ .

Как отмечалось в разделе 7 (п. 1), преобразование *концентрация информации* (относительно заданной функции) состоит из двух шагов: 1) *квантования* исходной ситуации (описание этого шага состояло в построении факторпространства исходного пространства относительно канонического разбиения области определения заданной функции); и 2) перехода к ситуации неопределенности на области значений заданной функции.

Покажем, что две определенные выше функции проектирования  $pr_1$  и  $pr_2$  как раз и являются теми функциями, относительно которых концентрация информации обеспечивается преобразованиями проектирования. Действительно, по образцу выражения (1) можно построить каноническое разбиение  $\mathcal{A}_{pr_1}$  множества  $X \times Y$  (на классы неразличимости), порождаемое функцией  $pr_1$ . Поскольку функция  $pr_1$  отображает множество  $X \times Y$  на множество  $X$ , можно написать

$$\mathcal{A}_{pr_1} = \{pr_1^{-1}(x) : x \in X\}. \quad (14)$$

Легко понять, что для каждого  $x \in X$  класс неразличимости  $pr_1^{-1}(x)$  представляет собой множество всех пар вида  $(x, y)$ , где  $y \in Y$ . Иначе говоря, множество  $pr_1^{-1}(x)$  имеет вид

$$pr_1^{-1}(x) = \{(x, y) : y \in Y\} = \{x\} \times Y. \quad (15)$$

Поэтому вместо (14) можем написать

$$\mathcal{A}_{pr_1} = \{\{x\} \times Y : x \in X\}. \quad (16)$$

Имея разбиение  $\mathcal{A}_{pr_1}$  множества  $X \times Y$ , нетрудно построить факторпространство  $(\mathcal{A}_{pr_1}, \mathcal{P}_{pr_1})$  по образцу факторпространства  $(\mathcal{A}_f, \mathcal{P}_f)$  (разд. 7). Покажем теперь, что полученное таким образом факторпростран-

ство  $(\mathcal{X}_{\text{pr}_1}, \mathcal{P}_{\text{pr}_1})$  изоморфно пространству вероятностей  $(X, \text{pr}_1\pi)$ . Это значит, что множества  $X$  и  $\mathcal{X}_{\text{pr}_1}$  равномощны и существует такая биекция (взаимно однозначное отображение)  $f_1$  множества  $X$  на  $\mathcal{X}_{\text{pr}_1}$ , что для каждого  $x \in X$  имеет место равенство

$$\text{pr}_1 \pi(x) = \mathcal{P}_{\text{pr}_1}(f_1(x)). \quad (17)$$

Легко сообразить, что упомянутая биекция  $f_1$  должна иметь вид

$$f_1 = x \mapsto \{x\} \times Y \diamond X. \quad (18)$$

А это значит, что для каждого  $x \in X$  выполняется

$$f_1(x) = \text{pr}_1^{-1}(x) = \{x\} \times Y. \quad (19)$$

Теперь, имея образец построения факторпространства  $(\mathcal{X}_{\text{pr}_1}, \mathcal{P}_{\text{pr}_1})$ , изоморфного первой проекции  $(X, \text{pr}_1\pi)$ , нетрудно построить и факторпространство  $(\mathcal{Y}_{\text{pr}_2}, \mathcal{P}_{\text{pr}_2})$ , изоморфное второй проекции  $(Y, \text{pr}_2\pi)$  (мы этого делать здесь не будем). А изоморфия пространств  $(X, \text{pr}_1\pi)$  и  $(Y, \text{pr}_2\pi)$  соответственно пространствам  $(\mathcal{X}_{\text{pr}_1}, \mathcal{P}_{\text{pr}_1})$  и  $(\mathcal{Y}_{\text{pr}_2}, \mathcal{P}_{\text{pr}_2})$  означает, что образование первой и второй проекций двумерной ситуации неопределенности является примерами концентрации информации.

**3. Информационный аспект образования проекций.** Теперь наша задача состоит в сравнении исходного двумерного пространства вероятностей  $(X \times Y, \pi)$  с его проекциями  $(X, \text{pr}_1\pi)$  и  $(Y, \text{pr}_2\pi)$ . Количество собственной информации произвольного элемента  $(x, y) \in X \times Y$  пространства  $(X \times Y, \pi)$  характеризуется выражением

$$I_\pi(x, y) = \log \frac{1}{\pi(x, y)}. \quad (20)$$

А выражения

$$I_{\text{pr}_1\pi}(x) = \log \frac{1}{\text{pr}_1\pi(x)} \quad \text{и} \quad I_{\text{pr}_2\pi}(y) = \log \frac{1}{\text{pr}_2\pi(y)} \quad (21)$$

характеризуют количества собственной информации соответственно элемента  $x \in X$  пространства  $(X, \text{pr}_1\pi)$  и элемента  $y \in Y$  пространства  $(Y, \text{pr}_2\pi)$ .

Нетрудно показать, что для любых  $x \in X$  и  $y \in Y$  меры собственной информации удовлетворяют неравенствам

$$I_{\text{pr}_1\pi}(x) \leq I_\pi(x, y) \leq I_{\text{pr}_2\pi}(y), \quad (22)$$

$$I_\pi(x, y) \leq I_{\text{pr}_1\pi}(x) + I_{\text{pr}_2\pi}(y). \quad (23)$$

Аналогичным неравенствам удовлетворяют и меры неопределенности пространств вероятностей  $(X \times Y, \pi)$ ,  $(X, \text{pr}_1\pi)$  и  $(Y, \text{pr}_2\pi)$ :

$$G(X, \text{pr}_1\pi) \leq G(X \times Y, \pi) \leq G(Y, \text{pr}_2\pi), \quad (24)$$

$$G(X \times Y, \pi) \leq G(X, \text{pr}_1\pi) + G(Y, \text{pr}_2\pi). \quad (25)$$

**4. Две меры концентрации информации.** По аналогии с мерой концентрации информации  $E(X, p | f)$ , введенной в разделе 7 (п. 2) можно ввести две внешние **меры концентрации информации** при преобразовании двумерной ситуации неопределенности в две проекции этой ситуации:

$$E(X \times Y, \pi | \text{pr}_1) = G(X \times Y, \pi) - G(X, \text{pr}_1 \pi), \quad (26)$$

$$E(X \times Y, \pi | \text{pr}_2) = G(X \times Y, \pi) - G(Y, \text{pr}_2 \pi), \quad (27)$$

а из неравенств (24) следуют неравенства

$$E(X \times Y, \pi | \text{pr}_1) \geq 0 \quad \text{и} \quad E(X \times Y, \pi | \text{pr}_2) \geq 0, \quad (28)$$

аналогичные неравенству (7).

## 9. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ «ОГРАНИЧЕНИЕ РАЗНООБРАЗИЯ»

Теперь мы переходим к рассмотрению примеров другого рода преобразований ситуаций неопределенности — преобразований, при которых информация не теряется, а, наоборот, *приобретается* (а это возможно только в том случае, если информация откуда-то *поступает*). Первым примером такого рода преобразования является *ограничение разнообразия*. Как известно, это понятие ввел У. Росс Эшби.

**1. Достаточное условие наличия информационной связи.** Согласно У. Эшби понятие *информация* связано не только с понятием *разнообразие*, но еще более тесно — с понятием *ограничение разнообразия*, которое Эшби рассматривает во второй части книги «Введение в кибернетику». Он написал:

«Тот факт, что нечто “предсказуемо”, подразумевает наличие ограничения разнообразия» [2, с. 187].

Иначе говоря, наличие ограничения разнообразия в системе означает ее “предсказуемость”. Но что здесь следует понимать под “предсказуемостью”? Сейчас мы покажем, что под “предсказуемостью” системы можно понимать наличие полученной откуда-то *информации* об этой системе. Связав все это вместе, получим следующий вывод.

Если в системе наблюдается ограничение разнообразия (т.е. сокращение множества) возможных ее состояний, то это является достаточным свидетельством того, что о системе получена информация от внешнего источника.

Это последнее утверждение можно следующим образом уточнить.

**Достаточное условие.** Рассмотрим систему, для которой определено понятие *состояния* и известно множество возможных состояний. И предположим, что где-то произошло событие, или наблюдается явление, которое *несовместимо* (согласно существующим представлениям) с некоторыми из возможных для данной системы состояний. Иначе говоря, *логическим следствием* утверждения об этом событии или явлении (в сочетании с существующей системой знаний) является *ограничение разнообразия* возможных состояний системы. Тогда есть основание утверждать, что данное событие или явление содержит (внешнюю) *информацию* о состояниях системы, или что в направлении от данного события или явления к состояниям системы существует *информационная связь*. ■

Это *достаточное условие* существования внешней информации не является также и необходимым условием, поскольку внешняя информация не обязательно ведет к уменьшению разнообразия в данной ситуации неопределенности, а может вызывать другие преобразования этой ситуации. Но зато наше *достаточное условие* может выступать в совершенно необычной роли — в роли своеобразного доказательства того, что возникновение информационных связей в Природе представляет собой массовое явление, а не что-то уникальное, поскольку случаи, когда имеют место ограничения разнообразия, наблюдаются буквально на каждом шагу (множество примеров рассмотрел Эшби, и здесь нет нужды все это повторять).

Крайне важно понимать, что понятие *логического следствия* (которое фигурирует в достаточном условии) не совпадает с понятием *причинно-следственной связи*. Логическое следствие — чисто лингвистическое понятие, которое нельзя применять непосредственно к реальным событиям, а можно применять только к *утверждениям* об этих событиях. С другой стороны, причинно-следственные связи могут существовать только между реальными событиями или явлениями.

Это различие, которое может показаться вполне безобидным, ведет к следующим двум *принципиальным* отличиям информационных связей от более привычных причинно-следственных связей. Причинно-следственные связи *материальны* и всегда действуют только *в одну сторону* — в направлении от причины к следствию. Информационные же связи *нематериальны* и всегда действуют *в обе стороны*. Непонимание этих отличий ведет к огромному количеству недоразумений и разочарований, когда информационные явления пытаются анализировать — *безуспешно* — путем поиска причин и следствий. Такой подход является в корне ошибочным, так как... (сейчас будет раскрыта страшная тайна, которую скрывают от трудящихся) *информационные явления не подчиняются принципу причинности*.

Наиболее остро эта проблема стоит в биологии. В качестве примера приведем короткую цитату из статьи «Причина и следствие в биологии» профессора Эрнста Майра:

«...мне хотелось бы сосредоточить внимание на особых трудностях, связанных с классической концепцией причинности в биологии. Эти трудности начинают терзать исследователей при первых же попытках создать единое понятие причины» [3, с. 47].

Объясняются подобные трудности тем, что ввиду двустороннего характера информационных связей, их направление часто оказывается *противоположным* направлению *причина-следствие*. Например, если состояние системы *A* содержит информацию о состоянии системы *B*, то и обратно, состояние системы *B* содержит информацию о состоянии системы *A*. Причем, если речь идет о вероятностных ситуациях, то, как известно из теории информации, количество той и другой информации одинаково. При этом может случиться даже так, что, хотя между состояниями систем *A* и *B* имеются информационные связи, между ними нет (или даже вообще не может быть) причинно-следственных связей. Такие информационные связи будем называть *косвенными*.

Образование косвенных информационных связей возможно тогда, например, когда речь идет о состояниях систем *A* и *B* *в один и тот же момент времени*, а сами эти системы находятся на некотором расстоянии друг от друга.

Как известно, в этом случае причинно-следственная связь между состояниями систем исключена. Существование же информационных связей (двусторонних), тем не менее, возможно при условии, что состояния обеих систем *A* и *B* являются следствием *общей причины*, находящейся в некоторой третьей системе.

Существует один важный частный случай (двусторонних) информационных связей, о котором следует упомянуть специально. Любой материальный объект во Вселенной содержит огромное количество разнообразной информации. В том числе он содержит информацию как о своем будущем, так и о своем прошлом. Ее можно использовать для получения вполне обоснованных выводов как в одну, так и в другую сторону. Однако современная наука, которая *целиком опирается на принцип причинности*, признает законными только выводы о будущем (кроме тривиальных случаев при рассмотрении обратимых явлений). Причинный характер объяснений в настоящее время рассматривается как признак их научности. Вот что пишет по этому поводу С. Крымский в книге «Запити філософських смислів»:

«Важливим критерієм науковості є введення причинної матриці пояснення явищ... Отже, пошук причинного пояснення є атрибутивним для визначення наукового підходу» [4, с. 154, 155].

Таким образом, как это ни смешно, но современная наука не может обосновать какие бы то ни было выводы о прошлом (поскольку настоящее не может быть причиной прошлого).

Тем не менее существует огромная (и очень пестрая) армия ученых, занимающихся исключительно добыванием выводов о прошлом. Кроме *историков* в узком понимании этого слова, к этой армии принадлежат астрофизики; специалисты по космологии; геологи; археологи; палеонтологи; палеоботаники; исследователи, пытающиеся узнать, как возникла Солнечная система, Земля, другие планеты, их спутники, астероиды и кометы, или выяснить, как возникла жизнь на Земле. И все эти ученые вынуждены работать в научном вакууме, поскольку никакие “научные” методы получения выводов о прошлом неизвестны.

Как до этого могло дойти? Ведь понятие информации вошло в науку уже более чем полвека назад. Предполагается также, что информация все это время интенсивно изучалась. Однако в разделе 1 (первая часть статьи) мы дали краткую справку о том, *как она изучалась*. В кибернетике была также провозглашена программа изучения *законов преобразования информации*. Но предложенный *способ* осуществления этой программы был совершенно негодным — он сводился к изучению преобразований *носителей информации* — текстов! Но изучая преобразования текстов, ничего нельзя узнать о преобразованиях информации. Ясно также, что при упомянутых выше “способах изучения” информации и ее преобразований невозможно прийти к выводу о существовании информационных связей в Природе и невозможно увидеть те перспективы кибернетики (и вообще естествознания), которые открываются вследствие существования таких связей.

Повышению общей информационной культуры не могли способствовать и широко распространенные представления о том, что информация якобы аналогична *физической энтропии*. Ложная аналогия — не помощник, а серьезная помеха. В самом деле, опираясь на эту “аналогию”, тоже невозможно прийти к выводу о существовании информационных связей в Природе, поскольку физическая энтропия никакие подобные связи образовывать не может.

**2. Описание преобразования «ограничение разнообразия».** Рассмотрим снова вероятностную ситуацию неопределенности, описываемую пространством вероятностей  $(X, p)$ . Предположим, что где-то произошло событие, которое *несовместимо* (согласно существующей системе знаний) с некоторыми состояниями природы из множества  $X$ . Иначе говоря, в результате полученной внешней информации выяснилось, что некоторые элементы множества  $X$  осуществиться не могут. Так что теперь вместо множества  $X$  мы должны рассматривать его *собственное* подмножество, которое обозначим  $A$ . Согласно предложенному выше достаточному условию наличия внешней информации сказанное можно рассматривать как пример *действия информационной связи* в направлении от данного события к рассматриваемой ситуации неопределенности.

Попробуем понять, что в этом случае должно произойти с исходной ситуацией неопределенности на множестве  $X$ ? Как только определилось подмножество  $A$ , до которого оказалось ограниченным исходное множество возможностей  $X$ , мы *автоматически* оказались в новой ситуации неопределенности, независимо от того, понимаем мы это или нет. Единственное, что нам теперь осталось сделать, — это правильно *описать* эту новую ситуацию.

Приходится снова и снова повторять одно и то же — что преобразования ситуаций неопределенности (а следовательно — и преобразования информации) происходят не на бумаге и не в каких-то специальных “*преобразователях*”, а *реально* — в той *действительности*, в которой мы живем, принимаем решения и действуем.

Итак, смысл рассматриваемого преобразования сводится к тому, что теперь вместо множества  $X$  мы должны рассматривать его *собственное* (т.е. не совпадающее с самим множеством  $X$ ) подмножество  $A$ . Ясно, что это подмножество  $A$  не может оказаться *пустым*, так как в этом случае мы бы пришли к *противоречию*, состоящему в том, что теперь *не осталось ни одного состояния природы, которое могло бы осуществиться*.

Но это еще не все — аналогичное противоречие получилось бы и в том случае, если бы *суммарная вероятность*

$$\bar{p}(A) = \sum_{x \in A} p(x) \quad (29)$$

всех элементов множества  $A$  равнялась нулю. Действительно, это означало бы, что все оставшиеся якобы возможные состояния природы в действительности имеют нулевые вероятности и, следовательно, фактически тоже осуществиться не могут.

Есть все основания предполагать, что никакие события во Вселенной не могут приводить к подобным противоречиям. Поэтому, если противоречие все же возникает (т.е. оказывается, что  $\bar{p}(A) = 0$ ), остается возможным только одно объяснение: противоречивой является та *система знаний*, на основании которой был получен вывод о составе множества  $A$ .

Итак, мы должны предположить, что  $\bar{p}(A) > 0$ . Преобразование *ограничение разнообразия* сводится к тому, что при упомянутом условии  $\bar{p}(A) > 0$  мы *автоматически* оказываемся в новой ситуации неопределенности (с множеством возможностей  $A$ ). Подчеркнем специально, что сам факт осуществления этого преобразования совершенно не зависит от того,



известна ли уже теория вероятностей. Действительно, от знания теории вероятностей зависит только то, сумеем ли мы правильно *описать* это преобразование.

Итак, если исходная ситуация неопределенности описывалась пространством вероятностей  $(X, p)$ , то, как следует из теории вероятностей, ситуация, образовавшаяся в результате преобразования *ограничение разнообразия*, тоже должна описываться некоторым пространством вероятностей, которое мы обозначим  $(A, p^A)$  (можно показать, что  $(A, p^A)$  есть *подпространство* пространства  $(X, p)$ ). А для того чтобы найти описание  $(A, p^A)$ , достаточно построить распределение вероятностей  $p^A$  (как функцию, определенную на множестве  $A$ ). Согласно известным соотношениям теории вероятностей эта функция должна иметь вид

$$p^A = x \mapsto \frac{p(x)}{\bar{p}(A)} \diamond A. \quad (30)$$

Это значит, что для всякого элемента  $a \in A$  должно выполняться равенство

$$p^A(a) = \frac{p(a)}{\bar{p}(A)}. \quad (31)$$

(заметим, что в выражениях (30) и (31) не возникает деления на ноль, поскольку, как мы показали выше, имеет место  $\bar{p}(A) > 0$ ).

**3. Информационный аспект преобразования.** Теперь займемся вопросом о преобразовании, которому подверглась мера собственной информации и мера неопределенности всей ситуации. Найдем выражение для *количества собственной информации*  $I_{p^A}(a)$  элемента  $a \in A$  новой ситуации неопределенности, описываемой подпространством  $(A, p^A)$ . Опираясь на выражения [1, (2)] и (31), получим

$$I_{p^A}(a) = \log \frac{1}{p^A(a)} = \log \frac{\bar{p}(A)}{p(a)}. \quad (32)$$

Как видно из выражения (32), для каждого  $a \in A$  должно выполняться неравенство  $I_p(a) \geq I_{p^A}(a)$  (равенство будет иметь место только в случае  $\bar{p}(A) = 1$ ). При этом разность  $I_p(a) - I_{p^A}(a)$  для всех  $a \in A$  одна и та же:

$$I_p(a) - I_{p^A}(a) = \log \frac{1}{\bar{p}(A)} \geq 0. \quad (33)$$

Таким образом, в результате получения информации от постороннего события количество собственной информации для каждого элемента множества  $A$  *уменьшилось*. Теперь запишем выражение для меры неопределенности новой ситуации:

$$G(A, p^A) = \mathbf{E}I_{p^A} = \sum_{a \in A} p^A(a) \cdot I_{p^A}(a) = \sum_{a \in A} p^A(a) \cdot \log \frac{1}{p^A(a)}. \quad (34)$$

**4. Опровержение давно укоренившихся представлений.** Теперь мы попытаемся найти способ измерения количества внешней информации,

необходимой для преобразования ситуации неопределенности, описываемой пространством вероятностей  $(X, p)$ , в ситуацию, получающуюся в результате *ограничения* множества  $X$  до его собственного подмножества  $A$ . Обозначим это количество  $E(X, p|A)$ . Может показаться, что по аналогии с преобразованием *квантование* число  $E(X, p|A)$  должно равняться разности

$$\delta G = G(X, p) - G(A, p^A). \quad (35)$$

В самом деле, кажется почти очевидным, что степень неопределенности  $G(A, p^A)$  новой ситуации здесь также не должна превышать неопределенность  $G(X, p)$  исходной ситуации, т.е. должно выполняться неравенство  $G(X, p) \geq G(A, p^A)$ . Для проверки этого предположения можно рассмотреть два частных случая: 1) когда суммарная вероятность  $\bar{p}(A)$  множества  $A$  равна единице; и 2) когда мощность  $|A|$  множества  $A$  равна единице (т.е. множество  $A$  сводится к одному элементу).

Легко показать, что в первом случае (когда  $\bar{p}(A) = 1$ ) мы получим равенство  $G(X, p) = G(A, p^A)$  (из равенства  $\bar{p}(A) = 1$  следует, что вероятность  $p(x)$  каждой точки  $x \in X \setminus A$  пространства вероятностей  $(X, p)$ , не принадлежащей множеству  $A$ , равна нулю). Во втором же случае (когда множество  $A$  сводится к одному элементу) получим равенство  $G(A, p^A) = 0$ . После такого ограничения разнообразия ситуация неопределенности фактически прекращает свое существование, т.е. возникает так называемый *коллапс ситуации неопределенности*. Этому преобразованию посвящен раздел 12 (третья часть статьи).

Оба эти частных случая не противоречат предположению  $G(X, p) \geq G(A, p^A)$ . Однако сейчас мы покажем, что в общем случае это предположение является *ошибочным*. Рассмотрим такой пример. Пусть множество  $X$  состоит из трех элементов:  $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ , а множество  $A$  — из двух:  $A = \{x_2, x_3\}$ . Иначе говоря, преобразование *ограничение разнообразия* в данном случае свелось к исключению из рассмотрения элемента  $x_1$ .

На рис. 1 показано, какой в этом случае будет зависимость величин  $G(X, p)$  и  $G(A, p^A)$  от числа  $p(x_1)$  при условии, что между вероятностями  $p(x_1)$ ,  $p(x_2)$  и  $p(x_3)$  имеется следующая связь:  $p(x_2) = p(x_3)$  (и, конечно,  $p(x_2) + p(x_3) = 1 - p(x_1)$ ). На графике хорошо видно, что неравенство  $G(X, p) \geq G(A, p^A)$  справедливо не для всех значений  $p(x_1)$  (при значениях  $p(x_1) > \approx 0.8$  оно не выполняется).

Рассмотренный пример позволяет сделать следующие выводы.

1. Для исключения из рассмотрения возможного состояния природы  $x_1$  требуется поступление информации извне (достаточное условие наличия внешней информации; п. 1).

2. При вполне определенных условиях (когда  $p(x_1) > \approx 0.8$ ) эта полученная информация ведет не к уменьшению, а к увеличению степени неопределенности рассматриваемой ситуации.

Таким образом, этот пример фактически опровергает целую систему представлений, возникших после появления теории информации — представления теории информации — это то, что устраняет (или хотя бы уменьшает) неопределенность. В чем же причина того, что упомянутые представления считались истинными более полувека? Причина — в двух специфических особенностях классической теории информации.

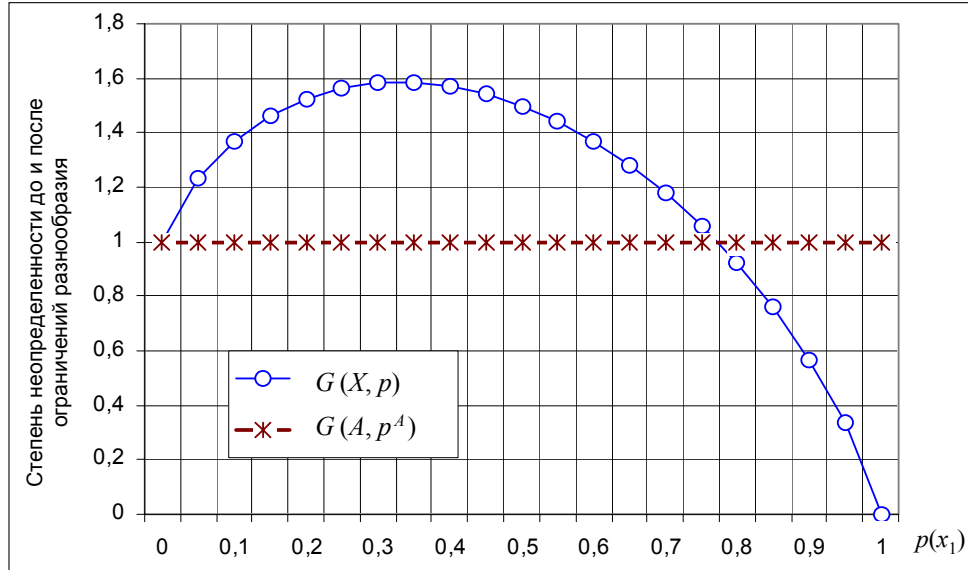


Рис. 1. Зависимость величин  $G(X, p)$  и  $G(A, p^A)$  от числа  $p(x_1)$  при условиях: 1)  $X = (x_1, x_2, x_3)$ ; 2)  $A = (x_2, x_3)$ ; 3)  $p(x_2) = p(x_3)$ ; 4)  $p(x_2) + p(x_3) = 1 - p(x_1)$

Во-первых, эта теория не содержит признаков того, что было замечено отличие между двумя ролями информации, о которых здесь мы говорим как о *внутренней* и *внешней* информации. Но без учета этого отличия вообще невозможно выработать непротиворечивые представления об информации, поскольку информация в процессе исполнения этих двух ролей демонстрирует настолько непохожие свойства, что вообще отсутствует возможность их рассмотрения с единой точки зрения.

Во-вторых, главные результаты теории информации были *асимптотическими* и относились к случаю *безостановочной передачи сообщений* от источника к приемнику. В таких условиях наиболее важную роль играют не одиночные события, а их *массовый эффект*. А массовый эффект, связанный с передачей информации от источника к приемнику, состоит в том, что *в среднем* переданная информация действительно уменьшает степень неопределенности состояния приемника. Таким образом, ошибочные представления держались за счет того, что под результатом действия информации на ситуацию неопределенности всегда понимали только *средний результат*.

## 10. СИТУАЦИИ ЗАБЛУЖДЕНИЯ

Итак, разность  $\delta G$  (35), по-видимому, не может рассматриваться как количество  $E(X, p|A)$  внешней информации, необходимой для *ограничения разнообразия*, т.е. той информации, которая требуется для преобразования

ситуации, описываемой пространством  $(X, p)$ , в ситуацию, описываемую пространством  $(A, p^A)$ . И дело здесь не только в том, что эта разность в некоторых случаях становится отрицательной. Есть еще два важных свойства, которыми должна обладать мера  $E(X, p | A)$ , но которыми *не обладает* разность  $\delta G$ .

Одно из этих обязательных свойств является совершенно очевидным. Мы знаем, что преобразование *ограничение разнообразия* для ситуации неопределенности, описываемой пространством вероятностей  $(X, p)$ , представляет собой исключение из рассмотрения некоторых элементов множества  $X$ . Представляется естественным, что количество информации, необходимое для исключения этих элементов, должно зависеть от их вероятностей (относительно исходного распределения  $p$ ). Причем, чем *больше* вероятностями обладают эти элементы, тем больше необходимо информации для того, чтобы их вообще исключить из рассмотрения.

Второе из упомянутых обязательных свойств является асимптотическим. Если суммарная вероятность исключаемых элементов стремится к единице, то количество информации, требующейся для исключения их из рассмотрения, должно, по-видимому, стремиться к бесконечности.

**1. Ситуации заблуждения и способ их описания.** Для построения меры, обладающей перечисленными свойствами, мы рассмотрим другой подход к информационному анализу преобразования *ограничение разнообразия*. С этой целью предположим, что смысл преобразования *ограничение разнообразия*, т.е. перехода от ситуации неопределенности, описываемой пространством вероятностей  $(X, p)$ , к ситуации, описываемой пространством  $(A, p^A)$ , может быть выражен с помощью следующего утверждения:

*Первоначальное предположение о том, что пространство  $(X, p)$  представляет собой верное описание имеющей место ситуации неопределенности, не подтвердилось. Оказалось, что эту ситуацию нужно описать пространством  $(A, p^A)$ .*

Для того чтобы лучше понять, как это утверждение может повлиять на решение нашей задачи, полезно сначала рассмотреть более общую задачу. Предположим, что мы столкнулись с ситуацией, которая имеет так называемую “вероятностную природу”, но, тем не менее, не относится к тем ситуациям, к которым применима теория вероятностей. На (дискретном) множестве  $X$  действует РВ  $q$ , но тот, кто хочет принять некое решение, не знает верного описания этого распределения. Он думает, что действующим на  $X$  распределением является РВ  $p$  (которое может как совпадать с распределением  $q$ , так и отличаться от него). Такого рода ситуации демонстрируют особую, специфическую разновидность неопределенности, которую можно квалифицировать как *заблуждение*. Поэтому подобные ситуации мы и будем называть **ситуациями заблуждения**.

Ясно, что ситуация заблуждения не может быть формально описана пространством вероятностей  $(X, q)$ . Но она, конечно, не может быть описана и пространством вероятностей  $(X, p)$ . Для ее описания необходимо ка-

ким-то образом учесть оба распределения вероятностей:  $p$  и  $q$ . Мы условимся описывать эту ситуацию символом  $(X, q \diamond p)$ , *формальный* смысл которого сейчас поясним.

Оба распределения  $p$  и  $q$ , входящие в конструкцию  $q \diamond p$ , являются математическими структурами, заданными на множестве  $X$ . А Н. Бурбаки показал, что произвольное *конечное* число математических структур, (заданных на одном и том же множестве) может быть представлено в виде *одной* структуры. Вот эту результирующую структуру, порожденную структурами  $p$  и  $q$ , мы и обозначили символом  $q \diamond p$ . Так что формально конструкция  $(X, q \diamond p)$  представляет собой еще один пример математического пространства.

**Определение 2.** Математические пространства вида  $(X, q \diamond p)$  будем называть **пространствами двойных вероятностей**. ■

**2. Количество внешней информации в пользу одной гипотезы против другой.** Теперь возникает такой вопрос: можно ли для ситуации заблуждения, описываемой пространством двойных вероятностей  $(X, q \diamond p)$ , предложить некую *меру неопределенности*? Для решения этого вопроса заметим, что с точки зрения принимающего решения количество собственной информации, содержащейся в некоторой точке  $x \in X$  этого пространства, должно измеряться выражением [1, (2)]. Иначе говоря, информационная функция принимающего решения должна иметь тот же вид

$$I_p = x \mapsto I_p(x) \diamond X, \quad (36)$$

что и в выражении [1, (3)].

Поэтому, если под мерой неопределенности ситуации по-прежнему понимать математическое ожидание (относительно действующего распределения) информационной функции (как в [1, (5)]), то *мерой неопределенности ситуации заблуждения*, описываемой пространством двойных вероятностей  $(X, q \diamond p)$ , следует считать число

$$G(X, q \diamond p) = \mathbf{E} I_p = \sum_{x \in X} q(x) \cdot I_p(x) = \sum_{x \in X} q(x) \cdot \log \frac{1}{p(x)}, \quad (37)$$

которое не совпадает с математическим ожиданием  $\mathbf{E} I_p$  в [1, (5)] ввиду того, что здесь у нас действующим распределением является не  $p$ , а  $q$ .

Свойства правой части выражения (37) хорошо изучены в теории информации. Известно, что какими бы ни были распределения  $p$  и  $q$ , выполняется неравенство

$$G(X, q \diamond p) \geq G(X, q), \quad (38)$$

причем это неравенство превращается в равенство тогда и только тогда, когда  $p = q$ . Более того, как видно из выражения (37), если для некоторого  $x \in X$  число  $p(x)$  устремить к нулю (при условии  $q(x) \neq 0$ ), то степень неопределенности  $G(X, q \diamond p)$  устремится к бесконечности.

На основании неравенства (38) можно ввести следующую *меру внешней информации*:

$$E(X, p \| q) = G(X, q \diamond p) - G(X, q). \quad (39)$$

Раскрыв разность в правой части (39), получим

$$E(X, p \| q) = \sum_{x \in X} q(x) \cdot \log \frac{q(x)}{p(x)}. \quad (40)$$

А глядя на выражение (40), приходим к выводу, что внешняя мера  $E(X, p \| q)$  представляет собой не что иное, как дискретный вариант знаменитой меры С. Кульбака, которую он положил в основу статистических решений в книге «Теория информации и статистика» [5, с. 13–16].

Однако здесь мы получили эту меру естественным путем, исходя из других соображений (как ее обозначение и наименование у С. Кульбака, так и способ ее обоснования и формального описания совершенно не соответствуют смыслу решаемой здесь задачи). И здесь эту меру мы обозначили иначе. Мы также дадим ей другое имя.

**Определение 3.** Меру  $E(X, p \| q)$  назовем **количеством внешней информации** в пользу гипотезы  $q$  против гипотезы  $p$ . ■

На нескольких примерах, рассматриваемых в этой статье дальше, мы покажем, что число  $E(X, p \| q)$  имеет следующий смысл.

**Предположение 2.** Пусть в результате полученной внешней информации некоторая вероятностная ситуация неопределенности, описываемая пространством вероятностей  $(X, p)$ , преобразовалась в вероятностную ситуацию (с тем же множеством возможностей), описываемую пространством вероятностей  $(X, q)$ . Тогда величина  $E(X, p \| q)$  (40) измеряет количество внешней информации, которое необходимо для этого преобразования. ■

\*\*\*\*\*

В следующей части статьи будет, в частности, показано, как понятие ситуации заблуждения позволяет найти способ измерения интенсивности преобразования *ограничение разнообразия*.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дидук Н.Н. Меры внутренней и внешней информации (на примере вероятностных ситуаций неопределенности). Часть I // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 3 — С. 107–124.
2. Эшби У.Р. Введение в кибернетику. — М.: Изд. ин. лит., 1959. — 432 с.
3. На пути к теоретической биологии. I. Прологомены. — М.: Мир, 1970. — 182 с.
4. Кримський С. Запити філософських смислів. — Київ: Парапан, 2003. — 240 с.
5. Кульбак С. Теория информации и статистика. — М.: Наука, 1967. — 408 с.

Поступила 01.06.2009

Статтю надруковано в редакції автора

## АППРОКСИМАЦИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

В.Г. БОНДАРЕНКО, А.Н. СЕЛИН

Рассмотрена задача Коши для квазилинейного параболического уравнения с локальным и нелокальным потенциалом. Для уравнения типа «реакция-диффузия» с выпуклым локальным потенциалом построены барьерные функции, являющиеся верхней и нижней оценками решения задачи Коши. Метод построения упомянутых барьерных функций — композиция решений двух дифференциальных уравнений. Для уравнения с нелокальным логистическим потенциалом свойства построенной аналогичным образом барьерной функции, как верхней оценки, проверены с помощью вычислительного эксперимента.

### ВВЕДЕНИЕ

Квазилинейное параболическое уравнение в области  $D \subseteq R^n$  с нелинейным потенциалом является математической моделью ряда физических процессов, обобщающих классическую диффузию. В частности, решение такого уравнения описывает плотность популяции в ареале  $D$ . Следует отметить, что для нелинейного потенциала решение  $u(t, x)$  может обладать качественно новыми свойствами, не присущими решению классического уравнения диффузии. Так, для одномерного уравнения (Колмогорова–Петровского–Пискунова–КРР)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \Phi(u)$$

с потенциалом  $\Phi$  определенного вида для некоторого класса начальных условий доказана сходимость решения (при  $t \rightarrow \infty$ ) к функции вида  $g(x + ct)$ , т.е. к «бегущей волне». Свойства решений этого уравнения подробно рассмотрены в работе [1].

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Lu + \Phi(u), \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Lu + \Phi(u(t, \bullet)), \quad (2)$$

где  $L$  — эллиптический оператор второго порядка,  $\Phi$  — потенциал (в уравнении (1) потенциал локальный, в (2) — нелокальный).

В биологических задачах локальный потенциал обычно удовлетворяет условиям

$$\Phi(0) = \Phi(1) = 0, \quad \Phi'(1) < \Phi'(0)$$

и называется функцией локального роста логистической популяции. Примером функции, удовлетворяющей таким условиям, является [2]:

$$\Phi(u) = \lambda u(1-u), \quad \lambda > 0.$$

В последние годы возрос интерес к физическим задачам, математической моделью которых является уравнение (2) с нелокальным потенциалом. Основные результаты, полученные в этом направлении в работах [3–5] — это асимптотическое поведение решения, т. е. наличие бегущей волны.

В данной работе для уравнений (1) и (2) рассмотрены свойства решения задачи Коши с неотрицательным начальным условием. Для этого решения построены двусторонние оценки.

### УРАВНЕНИЕ С ЛОКАЛЬНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Изучим свойства решения задачи Коши  $u(t, x)$  уравнения (1) с начальным условием  $u(0, x) = f(x) \geq 0$  с выпуклым вверх потенциалом  $\Phi(u) > 0$ ,  $\alpha < u < \beta$ . Задача состоит в том, чтобы построить нижнюю и верхнюю оценки  $u_1, u_2$  для решения  $u(t, x)$ . Заметим, что следствием выпуклости вверх является неравенство

$$\Phi\left(\int_X \gamma(y)\mu(dy)\right) \geq \int_X \Phi(\gamma(y))\mu(dy),$$

где  $\mu$  — вероятностная мера на пространстве  $X$ ,  $\gamma$  — интегрируемая функция.

Обозначим через  $p(t, x, y)$  фундаментальное решение линейного уравнения  $\frac{\partial u}{\partial t} = Lu$ . Тогда

$$v(t, x) = \int f(y)p(t, x, y)dy, \quad f(x) \geq 0$$

является решением задачи Коши для этого уравнения (интегрирование ведется по пространству  $R^n$ ). Через  $w(t, c)$  обозначим решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения

$$\frac{dw}{dt} = \Phi(w), \quad w(0) = c \geq 0, \quad w(t, c) > c.$$

Положим

$$u_1(t, x) = \int w(t, f(y))p(t, x, y)dy; \quad u_2(t, x) = w(t, v(t, x)). \quad (3)$$

**Теорема 1.** Пусть  $Lu = \sum a_{jk}(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x_j \partial x_k} + \sum b_k \frac{\partial u}{\partial x_k}$ . Если  $\Phi$  непрерывно дифференцируема, то имеет место неравенство



$$u_1(t, x) \leq u(t, x) \leq u_2(t, x), \quad t > 0, \quad x \in R^n.$$

Доказательство базируется на теореме сравнения для параболических уравнений — [6, с.73]. Пусть  $h_k(t, x)$  — невязки, т.е.

$$h_k = \frac{\partial u_k}{\partial t} - Lu_k - \Phi(u_k), \quad k=1,2.$$

Требуется доказать, что  $h_1 \leq 0$ ,  $h_2 \geq 0$ .

**Лемма 1.** Имеют место соотношения

$$\frac{\partial w}{\partial c} = \frac{\Phi(w(t, c))}{\Phi(c)}, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial c^2} = \frac{\Phi(w(t, c))}{\Phi^2(c)} (\Phi'(w(t, c)) - \Phi'(c)).$$

**Доказательство.** Пусть  $H(z) = \int \frac{dz}{\Phi(z)}$  — произвольная первообразная. Тогда

$$H(w(t, c)) = t + H(c), \quad w(t, c) = H^{-1}(t + H(c))$$

и дифференцируя последнее равенство, получаем нужное утверждение.

**Доказательство теоремы.** Вычислим невязку  $h_1$ :

$$\begin{aligned} h_1(t, x) &= \frac{\partial}{\partial t} \int w(t, f(y)) p(t, x, y) dy - \int w(t, f(y)) Lp(t, x, y) dy - \\ &\quad - \Phi \left( \int w(t, f(y)) p(t, x, y) dy \right) = \\ &= \int \Phi(w(t, f(y))) p(t, x, y) dy - \Phi \left( \int w(t, f(y)) p(t, x, y) dy \right) \leq 0 \end{aligned}$$

в силу выпуклости вверх функции  $\Phi$ .

Вычисление невязки  $h_2$  использует результат леммы 1.

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_2}{\partial t} &= \frac{\partial w}{\partial t}(t, v) + \frac{\Phi(u_2)}{\Phi(v)} \frac{\partial v}{\partial t} = \Phi(u_2) + \frac{\Phi(u_2)}{\Phi(v)} \frac{\partial v}{\partial t}; \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_k} &= \frac{\Phi(u_2)}{\Phi(v)} \frac{\partial v}{\partial x_k}; \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x_j \partial x_k} &= \frac{\Phi(u_2)}{\Phi(v)} \frac{\partial^2 v}{\partial x_j \partial x_k} - \frac{\Phi(u_2)}{\Phi^2(v)} (\Phi'(v) - \Phi'(u_2)) \frac{\partial v}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial v}{\partial x_k}. \end{aligned}$$

Отсюда

$$h_2(t, x) = \frac{\Phi(u_2)}{\Phi^2(v)} (\Phi'(v) - \Phi'(u_2)) (A(x)v', v') \geq 0,$$

что и доказывает теорему.

Приведенные ниже результаты вычислительного эксперимента для  $\Phi(u) = u(1-u)$  и начального условия — функции Хевисайда  $\theta(x)$  позволяют оценить уклонение решения от барьерных функций.

**Замечание.** При других условиях на  $\Phi$  утверждение теоремы 1 доказано в работе [7].

### УРАВНЕНИЕ С НЕЛОКАЛЬНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Рассмотрим задачу Коши для уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Lu + \lambda(1-u)(Ku) \quad (4)$$

с начальным условием  $0 \leq u(0, x) = f(x) \leq 1$ , где  $(Ku)(t, x) = \int_{R^n} u(t, y)K(x, y) dy$ ,  $K$  — стохастическое ядро, т.е.  $K(x, y) \geq 0$ ,  $\int_{R^n} K(x, y) dy = 1$ ,  $\lambda > 0$ .

Изучению решений уравнения (4) (и сходным с ним) посвящен целый ряд работ, например [3–5]. Там же приведена обширная библиография. Основной результат — условия сходимости  $u(t, x)$  к «волновому решению» при  $t \rightarrow \infty$ . Нашей задачей является изучить свойства решения задачи Коши для уравнения (4). Обозначим через  $u(t, x)$  решение задачи Коши для уравнения  $\frac{\partial u}{\partial t} = Lu + \lambda(1-u)g(t, x)$ ,  $g(t, x) \geq 0$  с начальным условием  $0 \leq f(x) \leq 1$ .

**Лемма 2.** Если  $0 \leq \alpha_1(t) \leq g(t, x) \leq \alpha_2(t)$  и  $u_k(t, x) = 1 - (1 - v) \times \exp \left\{ -\lambda \int_0^t \alpha_k(\tau) d\tau \right\}$ , то  $u_1(t, x) \leq u(t, x) \leq u_2(t, x)$ .

Доказательство основано на упомянутой выше теореме сравнения. Так, вычисляя невязку

$$h_k = \frac{\partial u_k}{\partial t} - Lu_k - \lambda(1-v) \exp \left\{ -\lambda \int_0^t \alpha_k(\tau) d\tau \right\} (\alpha_k(t) - g(t, x))$$

и так  $0 \leq v(t, x) \leq 1$ , то  $h_1(t, x) \leq 0$ ,  $h_2(t, x) \geq 0$ , откуда и следует утверждение.

**Теорема 2.** Решение задачи Коши (4) единственно и удовлетворяет неравенству  $0 \leq u(t, x) \leq 1$ .

**Доказательство.** В уравнении

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Lu + \lambda(1-u)(Kg)(t, x), \quad 0 \leq g \leq 1$$

с начальным условием  $0 \leq u(0, x) \leq 1$  рассмотрим  $u(t, x)$  как функционал от  $g$  в метрическом пространстве  $X$  с метрикой  $0 \leq t \leq T$ ,  $\rho(u, 0) \leq 1$ .

В силу леммы 2  $v \leq u(t, x) \leq 1 - (1 - v) \exp \{-\lambda t\}$ .

С другой стороны,

$$u(t, x) = v(t, x) + \lambda \int_0^t d\tau \int (1 - u(\tau, y))(Kg)(\tau, y)p(t - \tau, x, y)dy,$$

так что для  $g_1, g_2$  (соответственно,  $u_1, u_2$ ) получаем уравнение для  $u = u_1 - u_2$ :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Lu - \lambda u(Kg_1) + \lambda(1 - u_2)(K(g_1 - g_2)), \quad u(0) = 0.$$

Если  $q(\tau, t, x, y)$  — фундаментальное решение уравнения  $\frac{\partial u}{\partial t} = Lu -$

$$- \lambda u(Kg_1), \quad \text{то} \quad u(t, x) = \lambda \int_0^t d\tau \int (1 - u_2(\tau, y))(K(g_1 - g_2))(\tau, y)q(\tau, t, x, y)dy,$$

и переходя к оценкам, получим  $\rho(u_1, u_2) \leq \lambda T \rho(g_1, g_2)$ , т.е. для  $\lambda T < 1$  отображение  $u(g)$  сжимающее в  $X$ , т.е. интегральное уравнение

$$u(t, x) = v(t, x) + \lambda \int_0^t d\tau \int (1 - u(\tau, y))(Ku)((\tau, y)p(t - \tau, x, y)dy$$

имеет единственное решение  $u \in X$ .

**Замечание.** Так как  $0 \leq u(T, x) \leq 1$ , то процедуру можно повторить для  $t \in (T; 2T)$  и т.д., т.е.  $0 \leq u(t, x) \leq 1$  для всех  $t$ .

**Следствие.** Решение  $u(t, x)$  задачи Коши (4) удовлетворяет оценке

$$v \leq u \leq 1 - (1 - v)e^{\lambda t}.$$

Для уравнения (4) также можно построить функции  $u_1, u_2$ , являющиеся композицией решений задач Коши. Так, пусть  $w(t, x)$  — решение дифференциально-интегрального уравнения

$$\frac{dw}{dt} = \lambda(1 - w) \int K(x, y)w(t, y)dy, \quad w(0, x) = f(x), \quad 0 \leq f(x) \leq 1.$$

Тогда  $w$  удовлетворяет интегральному уравнению

$$w(t, x) = 1 - (1 - f(x)) \exp \left\{ - \lambda \int_0^t d\tau \int K(x, y)w(\tau, y)dy \right\}.$$

Положим

$$u_3(t, x) = 1 - (1 - v(t, x)) \exp \left\{ - \lambda \int_0^t d\tau \int K(x, y)u_3(\tau, y)dy \right\}. \quad (5)$$

Проверка неравенства  $u_3 > u$  описанная выше методом (с помощью невязки) некорректна, так как для уравнения (4) не имеет места принцип максимума. Приведенные ниже результаты вычислительного эксперимента позволяют оценить отклонения функций  $u_k(t, x)$  от решения уравнений (1) и (4).

**РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ**

Рассмотрим задачу Коши для одномерных уравнений

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u(1-u) \tag{1A}$$

и

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\sigma}{m}(1-u) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u(t,y)}{\sigma^2 + (x-y)^2} dy \tag{4A}$$

с начальным условием Хевисайда  $u(0,x) = \theta(x)$ . Ядро оператора в (4A) является плотностью Коши (при  $\sigma \rightarrow 0$   $K(x,y) \rightarrow \delta(x-y)$ ). Для такого начального условия

$$v(t,x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi t}} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{(x-y)^2}{4t}} dy,$$

а функции  $u_1, u_2$ , определенные равенством (3), принимают вид

$$u_1(t,x) = v(t,x), \quad u_2(t,x) = \frac{v(t,x)\exp(t)}{1 - v(t,x) + v(t,x)\exp(t)}.$$

На рис. 1, а, 1, б приведены пространственно-временные графики функций  $u(t,x)$  — решения задачи Коши (1а) и  $u_2$  — мажоранты решения.

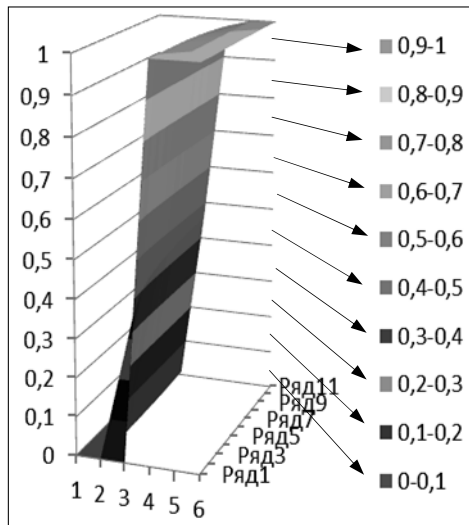


Рис. 1, а

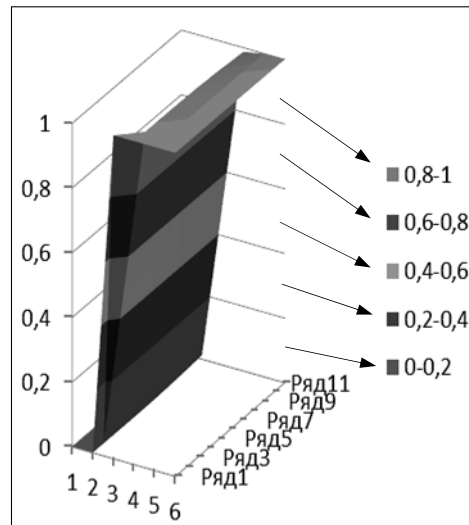


Рис. 1, б

На рис. 2, а, 2, б и 3, а, 3, б приведены пространственно-временные графики функций  $u(t,x)$  — решения задачи Коши (4A) и  $u_3(t,x)$  — решения интегрального уравнения (5) (рис. 2 соответствуют значению  $\sigma = 0,1$ , рис. 3 —  $\sigma = 1,0$ ).

Из вычислительного эксперимента следует, что функция  $u_3(t,x)$  является мажорантой для решения  $u(t,x)$ .

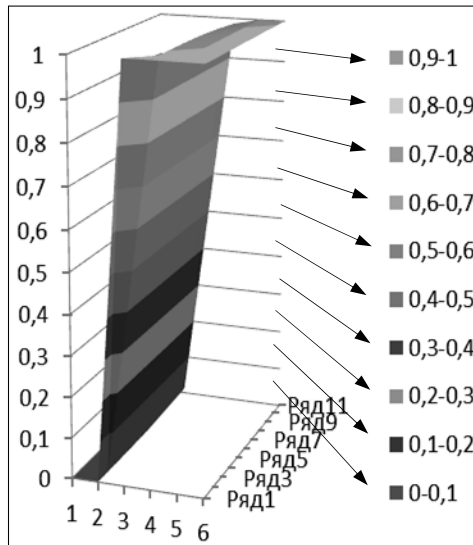


Рис. 2, а

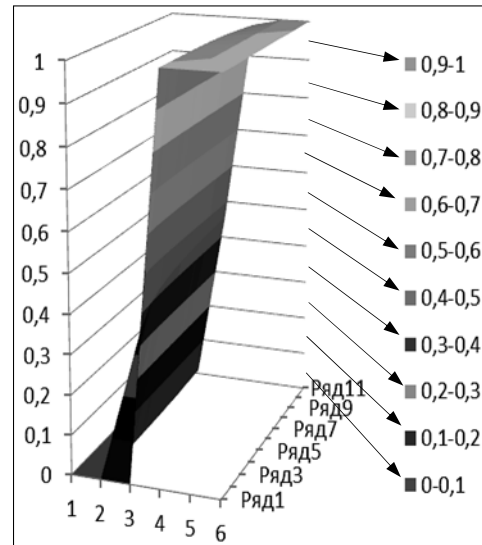


Рис. 2, б

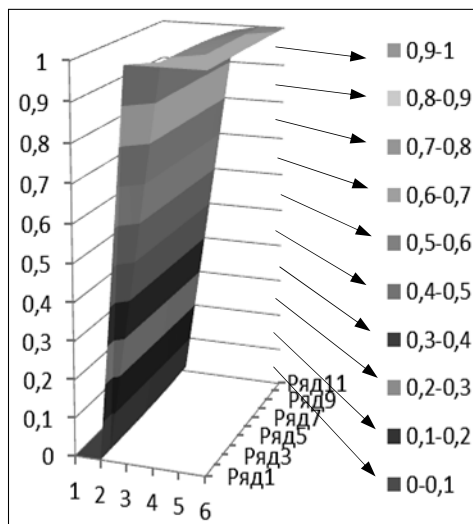


Рис. 3, а

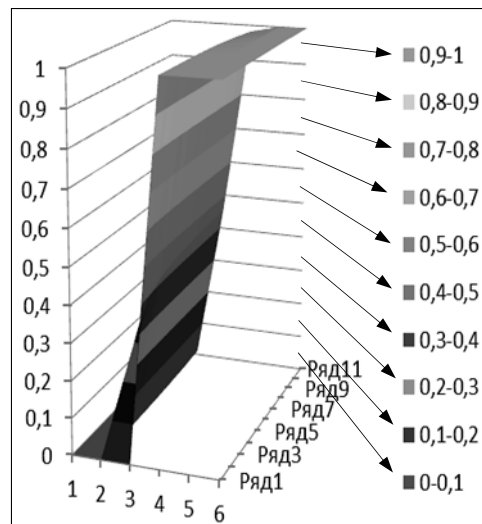


Рис. 3, б

## ВЫВОДЫ

Для квазилинейного параболического уравнения с локальным выпуклым потенциалом построены барьерные функции — верхняя и нижняя оценки решения задачи Коши. В случае нелокального логистического потенциала, полученного усреднением решения по вероятностной мере, свойство барьерной функции как верхней оценки подтверждено вычислительным экспериментом.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Bramson M. Convergence of solution of the Kolmogorov equation to travelling waves // Mem. AMS. — 1983. — № 285. — P. 190.

2. *Свирижев Ю.М.* Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии. — М.: Наука, 1987. — 364 с.
3. *Pertham B., Souganidis P.E.* Front propagation for a jump process model arising in spatial ecology // *Discrete and continuous dynamical systems.* — **13.** — 2005. — № 5. — P. 1235–1246.
4. *Zhi-Cheng Wang, Wan-Tong Li, Shigni Ruan.* Existence and stability of travelling wave fronts in reaction advection equations with nonlocal delay // *J. Differential Equations.* — **238.** — 2007. — P. 153–200.
5. *Berestycki H., Nadin G., Perthame B., Ryzhik L.* The non-local Fisher-KPP equation: travelling waves and steady states // *Nonlinearity.* — **22.** — 2009. — P. 2813–2844.
6. *Фридман А.А.* Уравнения с частными производными параболического типа — М.: Мир, 1968–424 с.
7. *Бондаренко В.Г., Прокопенко Ю.Ю.* Барьерные функции для одного класса полулинейных параболических уравнений // *Укр. мат. журнал.* — **60.** — 2008. — № 11. — С. 1449–1459.

Поступила 11.07.2012

## ЧИСЛО ІЗОМОРФІЗМІВ ЕЛІПТИЧНОЇ КРИВОЇ ПІД ЧАС ТРАНСФОРМАЦІЙ КАНОНІЧНОЇ ФОРМИ РІВНЯННЯ

А.В. БЕССАЛОВ, В.С. ЧЕВАРДІН

Представлено результати аналізу аналітичних виразів трансформації несуперсингулярних еліптичних кривих у канонічній формі для криптографічних цілей. Отримано нові результати оцінки верхньої границі числа ізоморфних трансформацій еліптичної кривої в канонічній формі над кінцевим полем Галуа. Так, для поля характеристики  $p$  верхня межа числа ізоморфізмів еліптичної кривої при трансформаціях із канонічної в канонічну форму зростає пропорційно  $p$ . Для трансформації еліптичної кривої над полем характеристики  $p$  із канонічної в нормальну форму верхня границя числа ізоморфізмів зростає пропорційно  $p^4$ . Використання повної множини трансформацій базової еліптичної кривої дозволяє збільшити потужність простору можливих параметрів криптосистем на еліптичних кривих, а також використовувати їх в якості додаткового джерела ентропії. Застосування отриманих результатів для криптографічних генераторів випадкових чисел може дозволити скоротити довжину модуля поля Галуа.

### ВСТУП

Актуальним науковим завданням є розробка нових аналітичних виразів, які дозволяють точніше оцінювати параметри та властивості криптографічних примітивів на основі перетворень у групах точок еліптичних кривих. Це зумовлено останніми науковими результатами, які отримані поєднанням великих обчислювальних потужностей, таких як: декодування ДНК людини, вирішення задачі дискретного логарифмування в простому полі з розрядністю чисел 1024 біти і низки інших наукових проблем. Криптоперетворення в групі точок еліптичної кривої дозволяють задовольнити зростаючі вимоги щодо стійкості та швидкодії сучасних систем захисту інформації.

Відомо, що поряд зі спеціальними задачами еліптичної криптографії виникає необхідність переходу до ізоморфних кривих, які зберігають структуру групи точок під час трансформації їх координат. При цьому слід визначити точне число ізоморфізмів або дати хоча б оцінку цього числа.

У цій роботі вказана задача вирішена для часткового випадку канонічної форми базової кривої.

**Мета роботи** — аналіз можливих трансформацій базової несуперсингулярної еліптичної кривої та отримання аналітичних виразів для оцінки граничних значень множини ізоморфних трансформацій кривої.

### ІЗОМОРФНІ ТРАНСФОРМАЦІЇ ЕЛІПТИЧНОЇ КРИВОЇ ТА ОЦІНКА ПОТУЖНОСТІ МНОЖИНИ ІЗОМОРФІЗМІВ ДЛЯ КАНОНІЧНОЇ ФОРМИ ЕЛІПТИЧНОЇ КРИВОЇ

Нормальною формою базової кривої над полем  $F_p$  у визначеннях, що прийняті в [1, 3], називається крива виду:

$$y^2 + a_1xy + a_3y = x^3 + a_2x^2 + a_4x + a_6, a_k \in F_p, \quad (1)$$

яка також є афінною версією рівняння Вейерштрасса [2].

Лінійне ізоморфне перетворення координат цієї кривої задається формулами:

$$y = u^3\bar{y} + su^2\bar{x} + t, \quad x = u^2\bar{x} + r, \quad u \neq 0, \quad u, r, s, t \in \{0, \dots, p-1\}. \quad (2)$$

При довільних параметрах  $\{u, r, s, t\}$  перетворення отримуємо криву виду:

$$\bar{E}: \bar{y}^2 + \bar{a}_1\bar{x}\bar{y} + \bar{a}_3\bar{y} = \bar{x}^3 + \bar{a}_2\bar{x}^2 + \bar{a}_4\bar{x} + \bar{a}_6, \bar{a}_i \in F_p. \quad (3)$$

Необхідно отримати співвідношення, які пов'язують коефіцієнти  $\bar{a}_i$  ізоморфної кривої  $\bar{E}$  з коефіцієнтами базової кривої (1).

Складові рівняння (1), які отримані на основі формули (2), дорівнюють:

$$y^2 = u^6\bar{y}^2 + s^2u^4\bar{x}^2 + t^2 + 2u^5s\bar{x}\bar{y} + 2u^3ty + 2u^2stx,$$

$$a_1xy = a_1(u^5\bar{x}\bar{y} + u^4s\bar{x}^2 + u^2t\bar{x} + u^3r\bar{y} + u^2sr\bar{x} + rt),$$

$$a_3y = a_3(u^3\bar{y} + u^2s\bar{x} + t),$$

$$x^3 = u^6\bar{x}^3 + 3u^4r\bar{x}^2 + 3u^2r^2\bar{x} + r^3,$$

$$a_2x^2 = a_2(u^4\bar{x}^2 + 2u^2r\bar{x} + r^2),$$

$$a_4x = a_4(u^2\bar{x} + r).$$

Порівнюючи коефіцієнти з (1) та (3), отримаємо:

$$\begin{cases} u\bar{a}_1 = (a_1 + 2s)u^6, \\ u^3\bar{a}_3 = (a_3 + a_1r + 2t)u^6, \\ u^2\bar{a}_2 = (a_2 + 3r - a_1s - s^2)u^6, \\ u^4\bar{a}_4 = (a_4 - sa_3 + 2ra_2 - (t + rs)a_1 + 3r^2 - 2st)u^6, \\ u^6\bar{a}_6 = (a_6 + a_4r + r^2a_2 + r^3 - ta_3 - rta_1 - t^2)u^6. \end{cases} \quad (4)$$

Тепер рівняння в координатах  $\bar{x}, \bar{y}$  має вид:

$$u^6\bar{y}^2 + u^5(a_1 + 2s)\bar{x}\bar{y} + u^3(a_3 + a_1r + 2t)\bar{y} = u^6\bar{x}^3 +$$

$$+ u^4(a_2 + 3r - a_1s - s^2)\bar{x}^2 + u^2(a_4 - sa_3 + 2ra_2 -$$

$$- (t + rs)a_1 + 3r^2 - 2st)\bar{x} + a_6 + a_4r + r^2a_2 + r^3 - ta_3 - rta_1 - t^2.$$

Заміною  $\tilde{y} = u^3\bar{y}$  та  $\tilde{x} = u^2\bar{x}$  це рівняння приводиться до незалежного від параметра  $u$  виду:



$$\begin{aligned} \tilde{y}^2 + (a_1 + 2s)\tilde{x}\tilde{y} + (a_3 + a_1r + 2t)\tilde{y} = \tilde{x}^3 + (a_2 + 3r - a_1s - s^2)\tilde{x}^2 + \\ + (a_4 - sa_3 + 2ra_2 - (t + rs)a_1 + 3r^2 - 2st)\tilde{x} + \\ + (a_6 + a_4r + r^2a_2 + r^3 - ta_3 - rta_1 - t^2). \end{aligned}$$

Помноживши це рівняння на  $u^6$  з новою заміною  $Y = \tilde{y}u^3$  та  $X = \tilde{x}u^2$ , отримаємо нове рівняння:

$$Y^2 + \bar{a}_1XY + \bar{a}_3Y = X^3 + \bar{a}_2X^2 + \bar{a}_4X + \bar{a}_6,$$

де

$$\begin{cases} \bar{a}_1 = (a_1 + 2s)u, \\ \bar{a}_3 = (a_3 + a_1r + 2t)u^3, \\ \bar{a}_2 = (a_2 + 3r - a_1s - s^2)u^2, \\ \bar{a}_4 = (a_4 - sa_3 + 2ra_2 - (t + rs)a_1 + 3r^2 - 2st)u^4, \\ \bar{a}_6 = (a_6 + ra_4 + r^2a_2 + r^3 - ta_3 - rta_1 - t^2)u^6. \end{cases} \quad (5)$$

Рівняння в координатах  $X, Y$  тотожно рівнянню (1) у координатах  $\bar{x}, \bar{y}$ , тому ці позначення рівнозначні.

Детальний вивід виразів (5) нам знадобився у зв'язку з помилкою, яку припущено в роботі [1]. У рівняннях (4), що наведені в [1], були втрачені співмножники  $u^6$  у правих частинах. Тому, співмножники  $u^i$  відповідних коефіцієнтів з'явилися в лівих частинах рівнянь, а не в правих, як у рівняннях (5). Слід зазначити, що ця помилка не є катастрофічною, так як при  $u \neq 0$  в поле  $F_p$ , при  $p \neq 2, 3$  завжди існує зворотній елемент  $v = u^{-1}$ .

Для базового рівняння (1), яке записане в канонічній формі маємо  $a_1 = a_2 = a_3$ , тоді рівняння (5) спрощується:

$$\begin{cases} \bar{a}_1 = 2us, \\ \bar{a}_3 = 2u^3t, \\ \bar{a}_2 = (3r - s^2)u^2, \\ \bar{a}_4 = (a_4 + 3r^2 - 2st)u^4, \\ \bar{a}_6 = (a_6 + ra_4 + r^3 - t^2)u^6. \end{cases} \quad (6)$$

Нехай  $\gamma_1$  — число ізоморфних кривих, які отримані трансформацією з канонічної форми в канонічну, при цьому  $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 = \bar{a}_3 = 0$  та, відповідно,  $s = r = t = 0$ . Тоді  $\bar{a}_4 = u^4a_4$ ,  $\bar{a}_6 = u^6a_6$ . Число  $\gamma_1$  визначається об'ємом

множин різних пар  $\bar{a}_4, \bar{a}_6$ , які залежать від значень  $a_4, a_6$  та порядку елементів  $u^4, u^6$  у мультиплікативній групі  $F_p^*$ .

Наприклад, при  $p = 7$  порядок групи  $\#F_7^* = 6$ . Елемент  $u^6 = 1 \pmod{7}$ , елемент  $u^3 = \pm 1 \pmod{7}$ , елемент  $u^4 \in \{1, 2, 4\}$  при  $u \neq 1$  має порядок 3. Це означає, що число ізоморфізмів  $\gamma_1 = 1$  при  $a_4 = 0, a_6 \neq 0$  (порушення останньої умови дає сингулярну криву), або  $\gamma_1 = 3$  при  $a_4 \neq 1$ . Зі збільшенням  $p$  число  $\gamma_1$  зростає. Так, при  $p = 11, F_{11} = 10 = 2 * 5$ , степені елементів  $u^4, u^6$  парні, а самі елементи  $u \neq 1$  мають порядок 5. Число різних пар елементів  $u^4, u^6$  також дорівнює 5, тому  $\gamma_1 = \frac{p-1}{2} = 5$  при  $p = 11$ . Можна помітити, що пари елементів  $(\pm u)^4, (\pm u)^6$  пробігають усі значення квадратичних від'ємників у мультиплікативній групі  $F_p^*$ , тому для будь-якого поля верхня границя буде такою:

$$\gamma_1 \leq \frac{p-1}{2}. \tag{7}$$

Звідси видно, що зріст числа ізоморфізмів у канонічній формі кривої лінійний зі збільшенням  $p$ .

Із рівнянь (6) очевидно, що число ізоморфізмів кривої  $E$  при ненульових параметрах  $r, s, t$  різко зростає. Тут перші 3 параметри кривих лінійно незалежні з розділеними змінними  $r, s,$  и  $t$ , що дозволяє знайти верхню границю числа ізоморфізмів під час трансформації з канонічної форми у нормальну:

$$\gamma_2 \leq \frac{1}{2}(p-1)p^3. \tag{8}$$

Величина  $\gamma_2$  зростає вже пропорційно 4-му ступеню порядку  $p$  поля. Вже при  $p = 7$  можна отримати до  $3 * 7^3 = 1029$  кривих.

Із (2) випливає, що перетворення точки в точку ізоморфної кривої має обчислювальну складність не більш п'яти множень у кінцевому полі (та не більш чотирьох множень для канонічної форми). Також використання для задач криптографії ізоморфних кривих у нормальній формі з оцінкою (8) для числа ізоморфізмів дозволяє під час фіксації цього числа приблизно в чотири рази скоротити довжину модуля поля та відповідно обчислювальну складність операцій у полі.

## ВИСНОВКИ

Таким чином, у результаті проведених досліджень було отримано уточнення наведених у [1] виразів для коефіцієнтів ізоморфних еліптичних кривих під час трансформації з нормальної форми в нормальну. На їх основі було отримано нові результати для оцінки верхньої границі кількості ізоморфних

кривих, які наведені в канонічній формі. Так, трансформація кривої з канонічної форми в канонічну дає лінійну залежність (7) верхньої границі числа ізоморфізмів з ростом порядку  $p$  поля. Аналогічна границя (8) під час переходу від канонічної форми в нормальну пропорційна вже  $p^4$ . Це дозволяє значно збільшити потужність простору ізоморфних кривих у галузі криптографічних додатків, або скоротити довжину модуля поля.

Отримані результати мають користь для оцінки показників стійкості криптографічних алгоритмів на основі перетворень у групі точок еліптичної кривої.

#### **ЛІТЕРАТУРА**

1. *Husemöller D.* Elliptic Curves, Second Edition. — NY: Springer-Verlag, 2002. — 487 p.
2. *Смарт Н.* Криптография / Пер. с англ. С.А. Кулешова под ред. С.К. Ландо. — М.: Техносфера, 2005. — 528 с.
3. *Koblitz N.* Primality of the number of points on an elliptic curve over a finite field. — Pacific Journal of Mathematics. — 1988. — **131**, № 1. — P. 157–165.

*Надійшла 19.09.2011*

## МЕТОДОЛОГІЯ ПОБУДОВИ СЦЕНАРІЇВ РОЗВИТКУ СКЛАДНИХ СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ МОРФОЛОГІЧНОГО ТА SWOT-АНАЛІЗУ. ЧАСТИНА 1

К.В. ПЕРЕВЕРЗА

У цій частині роботи представлено методологію побудови сценаріїв розвитку складних соціальних систем. Запропонована методологія складається із дев'яти кроків, для кожного з яких описано методи, характер вхідної та вихідної інформації, практичні рекомендації. Описано процедури отримання від експертів інформації щодо ключових змінних системи, рушійних сил, що впливають на неї, майбутніх станів рушійних сил та їх взаємоузгодженості. Для вибору ключових змінних системи пропонується підхід на основі SWOT-аналізу; для генерації множини сценаріїв — використовувати морфологічний аналіз. Побудований із використанням морфологічного аналізу сценарійний простір скорочується в результаті аналізу взаємоузгодженості станів рушійних сил. Для аналізу сценарного простору в загальному вигляді пропонується декілька підходів, проте ця задача залишається відкритою і є перспективною для подальшого дослідження.

### ВСТУП

Побудова сценаріїв розвитку складних соціальних систем (компаній, міст, галузей економіки країн) є досить ефективною технікою, яка дозволяє формувати гнучкі рішення та досліджувати їх якості у критичних та неочікуваних ситуаціях [1–3]. Побудова сценаріїв часто передує розробці стратегії розвитку досліджуваної системи або ж має на меті тестування та покращення уже розробленої стратегії. Крім того, сценарії будують у дослідницьких цілях — для вивчення різноманітних ситуацій, у яких може опинитися досліджувана система у майбутньому.

Під *сценарієм* будемо розуміти послідовний опис альтернативного гіпотетично можливого варіанту розвитку подій у майбутньому, який відображає різні точки зору на минуле, теперішнє та майбутнє, а також може слугувати базисом для стратегічного планування [4].

Для побудови сценаріїв проводиться сценарне дослідження. Суттєвою частиною сценарного дослідження є обрана методологія побудови сценаріїв, яка передбачає певну послідовність кроків та методи на кожному з них. Вибір методів залежить від характеру наявної інформації, можливих способів її отримання та умов проведення дослідження. Може бути використано моделювання; методи за участі широких кіл громадськості (зацікавлених сторін, суспільства); метод Delphi; аналіз трендів; мозкові штурми; дерева рішень; аналіз ризиків та багато інших.

**Метою цієї роботи** є розробка формалізованої методології побудови сценаріїв — послідовність кроків методології та методів для кожного з них. Розроблена методологія базується на роботі з експертами і її доцільно застосовувати у тих випадках, коли немає можливості залучити до сценарного дослідження представників стейкхолдерів системи, а також коли недостат-

ньо кількісних даних для моделювання сценаріїв розвитку системи, і в той же час є можливість залучити експертів у досліджуваній області.

Робота складається з двох частин: перша присвячена опису кроків методології, друга частина містить приклад застосування методології та обговорення обмежень та можливостей щодо її практичного застосування.

## СЦЕНАРНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

Щодо реалізації окремих етапів сценарного дослідження існує багато різних підходів [4–8], але в більшості випадків передбачаються три етапи:

- Завдання сценарного дослідження (мета, фокус, об'єкт, часовий проміжок, обмеження).

Планування та проведення дослідження аналітиками, вибір/розробка методології побудови сценаріїв, її застосування.

Аналіз отриманих результатів аналітиками та надання їх у зрозумілому вигляді особам, що приймають рішення.

У цій роботі основну увагу приділено методології побудови сценаріїв. Але перш ніж перейти до її опису доцільно коротко розглянути суть етапу завдання дослідження.

На етапі завдання сценарного дослідження має бути сформовано команду аналітиків сценарного дослідження, які вестимуть його. Аналітикам надається така інформація: опис границь системи, для якої проводиться дослідження; період, на який необхідно побудувати сценарії; фокус дослідження; мета побудови сценаріїв (наприклад, розробка гнучкої стратегії розвитку певної організації або міста, тестування уже розробленої стратегії та її удосконалення з урахуванням критичних сценаріїв, обґрунтування необхідності змінити існуючу стратегію, вивчення можливих альтернативних шляхів розвитку подій у майбутньому та багато інших); масштаб дослідження — глибина аналізу; вимоги до оформлення результатів.

## МЕТОДОЛОГІЯ ПОБУДОВИ СЦЕНАРІЇВ

Перейдемо безпосередньо до опису методології побудови сценаріїв. На рис. 1 зображено послідовність із 9 кроків розробленої методології.

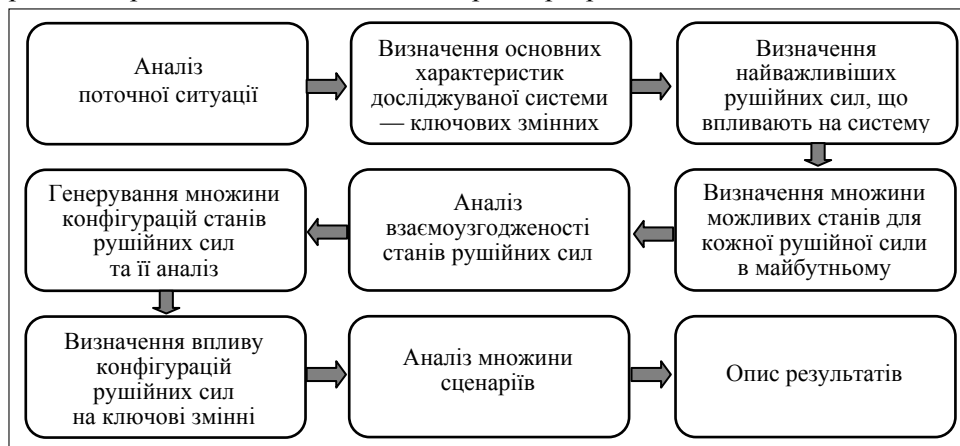


Рис. 1. Кроки методології побудови сценаріїв

Далі кожен крок методології буде описано згідно з планом:

- **Мета кроку** — очікувані результати кроку.
- **Вхідні дані та вихідні дані** — опис основних змінних та об'єктів, з якими працюють на даному кроці.
- **Реалізація кроку** — детальний опис реалізації даного кроку методології.
- **Рекомендації** — результати досвіду тестового застосування цієї методології.

### Аналіз поточної ситуації

**Мета кроку.** Перший крок методології побудови сценаріїв передбачає всебічний аналіз та опис поточного стану досліджуваної системи.

**Вхідні та вихідні дані. Основні об'єкти.** У якості вхідної інформації для реалізації цього кроку використовується подана на початку дослідження інформація, а також дані про систему, зібрані різними шляхами.

**Реалізація кроку.** У залежності від наявного доступу до джерел кількісної інформації про систему, а також можливостей щодо залучення експертів та представників організацій і осіб, що мають відношення до досліджуваної системи, використовуються різні методи збору інформації. Наприклад, проведення інтерв'ю із представниками залучених організацій (*stakeholders*), збір експертних думок, опрацювання документів та статистичних даних щодо досліджуваної системи.

Для аналізу зібраної кількісної інформації про систему використовуються різноманітні статистичні методи, для аналізу якісної інформації — методи аналізу змісту, кодування, рекурсивної абстракції тощо.

У результаті аналізу зібраної інформації описуються основні характеристики системи та середовища, в якому вона функціонує, проводиться аналіз трендів, ключових акторів системи тощо. З використанням SWOT-аналізу на цьому етапі виявляються сильні та слабкі сторони досліджуваної системи, а також перспективи та загрози для неї у майбутньому.

**Рекомендації, можливі труднощі.** На цьому кроці важливо перевірити достовірність зібраної інформації про поточний стан системи, наприклад, співставити інформацію з різних джерел.

### Формування множин ключових змінних системи

**Мета кроку.** Цей крок методології побудови сценаріїв передбачає формування множини ключових змінних досліджуваної системи.

**Вхідні та вихідні дані. Основні об'єкти.** Важливою вхідною інформацією для цього кроку є задана глибина аналізу, яка визначає масштаб параметрів, які розглядатимуться для формування множини ключових змінних. Іншим важливим фактором є заданий фокус дослідження, який звужує область дослідження та задає контекст. Результати аналізу поточного стану системи також відіграють суттєву роль на цьому кроці.

У якості вихідних даних маємо отримати множину ключових змінних системи.

*Ключові змінні (key variables)* — деякі важливі параметри системи. Позначимо множину ключових як  $(\{kv_i\}, i \in [1..N])$ . Множина ключових змінних системи — це скінченна множина незалежних між собою змінних.

**Реалізація кроку.** Для формування множини ключових змінних системи використовується, наприклад, описаний в [5] метод структурного аналізу. Також набір ключових змінних може бути сформований експертами. У цій роботі пропонується підхід до формування множини ключових змінних із використанням SWOT-аналізу [9–10]. Його доцільно застосувати у тих випадках, коли є можливість сформувати множину кількісних ключових змінних, дані за якими доступні як для досліджуваної системи так і для інших подібних їй систем.

Так для країн можуть бути використані економічні, екологічні та соціально-інституціональні показники, які опубліковують у щорічних звітах міжнародних організацій [11–13]. Наприклад, у дослідженні по розробці метрики вимірювання сталості розвитку країн [14–15], пропонується набір параметрів, вибраних експертами із доступних даних — індексів та індикаторів сталого розвитку країн.

Для відбору найбільш критичних параметрів, які доцільно включити до множини ключових змінних системи пропонується підхід, побудований на базі SWOT-аналізу і детально описаний у [16]. Його суть полягає у визначенні відхилень значень змінних для обраної системи від їх значень для систем з групи порівняння (*peer group*).

Позначимо поточне значення деякого параметру обраної країни —  $kv_i^*$ , а  $kv_i^j$  — поточне значення цього ж параметру для  $j$ -ї країни із групи порівняння. Нехай у групу порівняння включено  $m$  країн. Тоді відхилення значення за цим параметром  $\Delta kv_i$  розрахуємо за формулою:

$$\Delta kv_i = \left( kv_i^* - \frac{\sum_{j=1}^m kv_i^j}{m} \right) / \left( \frac{\sum_{j=1}^m kv_i^j}{m} \right) * 100\% .$$

Таким чином, розрахувавши відхилення для кожного параметру країни, відберемо критичні параметри за правилом: якщо відхилення  $\Delta kv_i$  виявилось більше за 10% або менше за — 10%, то віднесемо цей параметр до критичних, а отже і ключових змінних країни.

**Рекомендації, можливі труднощі.** На цьому кроці необхідно дослідити взаємозалежність обраних змінних. Якщо відомі кількісні значення змінних, проводиться кореляційний аналіз, якщо змінні якісного характеру — виконати перевірку незалежності змінних можна із залученням експертів.

### Формування множини рушійних сил для системи

**Мета кроку.** Метою цього кроку є визначення множин основних рушійних сил для досліджуваної системи — факторів внутрішнього і зовнішнього середовища системи, які можуть чинити суттєвий вплив на характер її розвитку та відносно майбутніх станів яких існує невизначеність. Розгляд саме таких рушійних сил даватиме неочікувані та важливі результати.

**Вхідні та вихідні дані. Основні об'єкти.** Масштаб рушійних сил, які визначатимуться на цьому кроці, має корелювати з масштабом, у якому бу-

ли визначені ключові змінні, щоб співставлення їх на наступних кроках було коректним.

*Рушійні сили (driving forces)* — це зовнішні фактори для системи, які можуть чинити вплив на її подальший розвиток і створювати ситуації, в яких система може опинитися в майбутньому.

Позначимо множину рушійних сил як  $(\{DF_j\}, j \in [1..M])$ , де  $DF_j$  — це деяка вербальна змінна, яку називатимуть експерти. Множина рушійних сил — це скінченна множина, яка, як правило, містить багато різних елементів, але часто її скорочують до кількох елементів з метою спрощення аналізу. Виділяють соціальні, економічні, екологічні, політичні, технологічні рушійні сили.

Оскільки у сценарному дослідженні важливо розглянути перш за все ті рушійні сили, які чинять суттєвий вплив на систему та щодо майбутніх значень яких існує невизначеність, введемо наступні параметри: *ступінь невизначеності рушійної сили*  $U(DF_j)$  — деяка міра невизначеності щодо майбутнього стану рушійної сили. Чим більша невизначеність щодо стану рушійної сили в майбутньому, тим більш несподіваним буде її вплив на систему; *ступінь впливу рушійної сили*  $I(DF_j)$  — деяка міра впливу рушійної сили на систему, яка визначає, на скільки суттєвим може бути вплив цієї рушійної сили.

Якщо рушійна сила може чинити суттєвий вплив, але значення її в майбутньому прогнозоване, називатимемо її *трендом*, та враховуватимемо у подальшому аналізі сценаріїв.

**Реалізація кроку.** Для того, щоб сформувати множину рушійних сил для системи, пропонується залучити експертів. Нехай до експертного дослідження залучено  $L$  експертів —  $(\{Exp_l\}, l \in [1..L])$ .

На першому кроці кожен експерт  $Exp_l$  формулює  $M^l$  рушійних сил  $\{DF_{1,l}, \dots, DF_{M,l}\}$ . Для кожної рушійної сили експерт  $Exp_l$  вказує ступінь її впливу на систему —  $I^l(DF_j)$  та ступінь невизначеності щодо її стану в майбутньому —  $U^l(DF_j)$ . Шкала, за якою вимірюються  $I^l(DF_j)$  та  $U^l(DF_j)$  обирається окремо.

Після чого аналітики сценарного дослідження агрегують отримані від експертів дані. Агреговані значення ступенів невизначеності та впливу розраховують за наступними формулами:

$$U(DF_j) = \left( \sum_{l=1}^L U^l(DF_j) \right) / L; \quad I(DF_j) = \left( \sum_{l=1}^L I^l(DF_j) \right) / L.$$

Для всіх різних рушійних сил розраховується показник ступеню невизначеність/вплив:  $UI(DF_j) = (U(DF_j) + I(DF_j)) / 2$ .

На наступному кроці перелік рушійних сил  $\{DF_1, \dots, DF_M\}$ , проранжований за спаданням цього показника, повертається експертам для повторного перегляду. Експерти можуть або об'єднати дві відібрані рушійні сили



в одну, або розбити рушійну силу на дві, або переоцінити значення невизначеності та впливу для кожної рушійної сили, або видалити одну чи кілька рушійних сил із запропонованого переліку.

Після цього кроку аналітики повторно агрегують отриману інформацію. Кроки продовжуються, доки експерти не досягнуть згоди щодо остаточного переліку рушійних сил для системи. Аналітикам сценарного дослідження може бути задана й інша умова зупинки процесу, щоб завершити процес узгодження списку за доступний в рамках дослідження час.

**Рекомендації.** Оскільки експерти формулюють рушійні сили у текстовому вигляді, при визначенні агрегованої множини рушійних сил для системи може виникнути ситуація, коли експерти різними словами назвали одні й ті ж самі за змістом рушійні сили. Тоді аналітики мають залишити одну з них із більш вдалим формулюванням.

Також можливі відмінності у глибині аналізу системи різними експертами, коли одні визначають більш «глобальні» категорії, ніж інші. Або один експерт може назвати рушійну силу, яку інший розбив на декілька складових меншого масштабу. Для уникнення таких ситуацій варто на початку дослідження повідомити експертам очікувану глибину аналізу системи.

При онлайн опитуванні експертів або опитуванні їх поодиночі, зазвичай складно досягти згоди за остаточним переліком рушійних сил і цей процес потребує кількох ітерацій. У такому випадку потрібно передбачити альтернативну умову зупинки процесу, яку слід повідомити експертам на початку дослідження. Наприклад, аналітики залишають за собою право сформулювати остаточну множину рушійних сил на основі попередніх кроків, якщо експерти не зробили цього за три ітерації.

### Формування множини станів рушійних сил

**Мета кроку.** На цьому кроці необхідно сформувати множину станів для кожної з рушійних сил, які були визначені на попередньому кроці. Стани рушійних сил мають бути гіпотетично можливими для реалізації у період часу, на який будуються сценарії.

**Вхідні та вихідні дані. Основні об'єкти.** Вхідними даними цього кроку є множина рушійних сил, визначена на попередньому кроці. Позначимо стан рушійної сили  $DF_j^k$  —  $k$ -й стан  $j$ -ї рушійної сили,  $\{DF_j^k, k \in [1..q_j]\}$  — множина можливих станів рушійної сили на момент часу, для якого будуються сценарії. Стан рушійної сили — деяка вербальна змінна, яку формулюють експерти. Важливою вимогою до станів рушійних сил є їх правдоподібність, можливість їх реалізації у вказаний проміжок часу в майбутньому («вікно актуальності»). Всі стани рушійних сил будемо вважати рівновірогідними, адже особливістю сценарного аналізу є розгляд різноманітних варіантів розвитку подій, навіть таких, які на перший погляд здаються малоімовірними.

**Реалізація кроку.** Кожен експерт  $Exp_l$  формулює множину можливих, на його думку, станів для кожної рушійної сили  $\forall DF_j : \{DF_j^{k,l}, k \in [1..q_j]\}$ .

На основі експертних думок аналітиками формується агрегований набір станів рушійних сил, шляхом виключення станів, що повторюються, або мають однаковий сенс —  $\{DF_j^k, k \in [1..q_j]\}$ .

Аналогічно процесу формування множини рушійних сил, відбувається формування множин станів рушійних сил. Коли експерти досягнуть згоди або виконається критерій зупинки процесу, визначений аналітиками дослідження. Остаточний перелік станів рушійних сил буде надано експертам для подальшої роботи з ними.

**Рекомендації.** На цьому кроці також можливі труднощі, пов'язані з тривалістю процесу формування остаточної множини станів, а також із вербальним характером змінних. Якщо на цьому кроці виявиться, що експерти по-різному трактують зміст рушійних сил, необхідно повернутися до попереднього кроку та уточнити його.

### Аналіз взаємоузгодженості станів рушійних сил

**Мета кроку.** На цьому кроці слід визначити взаємоузгодженість станів рушійних сил між собою, тобто виявити пари станів рушійних сил, які в майбутньому не можуть реалізуватися одночасно, є протирічними.

**Вхідні та вихідні дані. Основні об'єкти.** Вхідними даними цього кроку є множина станів рушійних сил.

Визначимо *сумісність станів рушійних сил* між собою як бінарне відношення між станами рушійних сил, яке визначає можливість існування ситуації в майбутньому, при якій одночасно реалізувалися б ці два стани. Позначимо сумісність  $k_t$ -го стану  $DF_g$ -ї рушійної сили та  $k_p$ -го стану  $DF_j$ -ї рушійної сили,  $g \neq p$ , як  $Comp(DF_g^{k_t}, DF_j^{k_p})$ ,  $k_t \in [1..q_g]$ ,  $k_p \in [1..q_j]$ .

Визначатимемо сумісність таким чином:  $Comp(DF_g^{k_t}, DF_j^{k_p}) = 0$ , якщо стани сумісні між собою та  $Comp(DF_g^{k_t}, DF_j^{k_p}) = 1$ , якщо стани несумісні між собою.

Для зручності встановлення узгодженості станів рушійних сил скористаємося *матрицею взаємоузгодженості (cross-consistency matrix)* — матриця, в якій по стовпцям та рядкам містяться стани різних рушійних сил, а на перетині вказується значення відношення сумісності двох станів. Варто зауважити, що різні стани однієї рушійної сили одночасно реалізовуватися не можуть, виходячи з логіки їх визначення (вони є альтернативами).

**Реалізація кроку.** Для того, щоб встановити взаємоузгодженість станів рушійних сил кожен експерт  $Exp_l$  попарно співставляє стани рушійних сил та в казує в матриці взаємоузгодженості — значення відношення їх сумісності (табл. 1).

Далі аналітики мають агрегувати отриману від експертів інформацію про взаємоузгодженість станів рушійних сил між собою. Нехай у дослідженні беруть участь експерти з однаковою компетентністю. Тоді вважатимемо стани рушійних сил несумісними, якщо більшість експертів назвали їх несумісними. Таким чином отримаємо агреговану матрицю сумісності станів рушійних сил. Бажано виконати повторний крок, надавши експертам агреговану матрицю для повторного перегляду та корегування. Як і на попередніх етапах, процедура корегування може тривати кілька кроків та зупинитися при виконанні обраного аналітиками критерію.

**Таблиця 1.** Матриця взаємоузгодженості

<b>Стан рушійної сили/стан рушійної сили</b>	$DF_1^1$	...	$DF_j^{k_p}$	...	$DF_M^{k_M}$
$DF_1^1$	$Comp(DF_1^1, DF_1^1) = 1$	...	$Comp(DF_g^{k_t}, DF_1^1)$	...	$Comp(DF_M^{k_M}, DF_1^1)$
...	...	...	...	...	...
$DF_j^{k_p}$	$Comp(DF_1^1, DF_j^{k_p})$	...	$Comp(DF_g^{k_t}, DF_j^{k_p})$	...	$Comp(DF_M^{k_M}, DF_j^{k_p})$
...	...	...	...	...	...
$DF_M^{k_M}$	$Comp(DF_1^1, DF_M^{k_M})$	...	$Comp(DF_g^{k_t}, DF_M^{k_M})$	...	$Comp(DF_M^{k_M}, DF_M^{k_M}) = 1$

**Рекомендації, можливі труднощі.** Протиріччя можуть існувати не тільки між двома станами рушійних сил, а й між блоками станів рушійних сил. Тому за наявності часу та інших необхідних ресурсів на цьому кроці також проводиться аналіз взаємоузгодженості між блоками станів рушійних сил. Проведення такого аналізу сумісності блоків дозволить виключити багато ситуацій із подібними протирічними станами рушійних сил та значно скоротить в майбутньому множину можливих сценаріїв. Виконання такого аналізу є трудомісткою задачею і передбачає генерування усіх можливих блоків станів рушійних сил, розміром від 2 до  $(M - 1)$  рушійних сил у блоці, де  $M$  — кількість рушійних сил у дослідженні, та проведення подальшого аналізу попарної протирічності всіх таких блоків.

Якщо немає можливості провести таке додаткове дослідження протирічності, цей крок можна опустити та обмежитися виявленням простої попарної узгодженості.

### Генерування конфігурацій станів рушійних сил

**Мета кроку.** Мета цього кроку — сформувати усі можливі конфігурації з взаємнонепротирічних станів рушійних сил, яких вони можуть набути у проміжок часу, що розглядається.

**Вхідні та вихідні дані. Основні об'єкти.** В якості вхідних даних цього кроку використовується отримана на попередніх кроках множина станів кожної з визначених рушійних сил та результати аналізу сумісності станів.

Конфігурацію станів рушійних сил позначимо  $C_m$  та розумітимемо під нею вектор виду:  $C_m = \{DF_1^{k_1}, \dots, DF_j^{k_j}, \dots, DF_M^{k_M}\}$ ,  $m \in [1, \prod_{j=1}^M q_j]$ , де  $DF_j^{k_j}$  —

деякий із можливих станів рушійної сили  $DF_j$ .

**Реалізація кроку.** Для побудови усіх можливих конфігурацій скористаємося методом морфологічного аналізу.

Морфологічний аналіз — це метод для структурування та аналізу складних багатовимірних проблем, які не піддаються кількісній оцінці та не можуть бути змодельовані звичайними засобами [17–18]. У сценарному

дослідженні інтерпретуємо основні поняття морфологічного аналізу наступним чином:

- характеристичні параметри — рушійні сили для системи, визначені експертами;
- значення характеристичних параметрів — визначені експертами стани рушійних сил, які можуть реалізуватися на момент часу, на який будуються сценарії;
- морфологічний простір ( $M\{\text{системи}\}$ ) — простір усіх можливих конфігурацій станів рушійних сил;
- реально досяжний морфологічний підпростір ( $M^*(\text{системи})$ ) — ті конфігурації, які не містять протирічних станів рушійних сил.

Генерацію множини усіх можливих конфігурацій станів рушійних сил може бути автоматизовано. Так само автоматично виключаються конфігурації, що містять несумісні стани рушійних сил.

У результаті отримаємо множину векторів виду:  $C_m = \{DF_1^{k_1}, \dots, DF_j^{k_j}, \dots, DF_M^{k_M}\}$ . Якщо позначити кількість можливих станів рушійної сили  $DF_j$  як  $N_j$ , то загальна кількість конфігурацій до виключення конфігурацій з несумісними параметрами, становитиме  $\prod_{j=1}^M N_j$ .

Зазвичай потужність сценарного простору дуже висока, адже кількість рушійних сил та їх станів, які потрібно дослідити, як правило, значна. Наприклад, якщо у дослідженні визначено близько 15 рушійних сил, для кожної з яких існують 3–4 стани, то мова йде приблизно про мільйон різних варіантів конфігурацій.

### Встановлення впливу конфігурацій станів рушійних сил на ключові змінні

**Мета кроку.** Задача даного кроку — визначити вплив конфігурації станів рушійних сил на ключові змінні. Якщо значення ключових змінних неможливо визначити чисельно, важливо встановити вплив конфігурації станів на динаміку ключових змінних (як мінімум визначити, буде їх динаміка позитивною, негативною чи нейтральною). Для вирішення цієї задачі необхідно виконати дві підзадачі — визначити ступінь впливу кожного стану рушійної сили на кожну ключову змінну, та розрахувати вплив конфігурацій станів рушійних сил.

**Вхідні та вихідні дані. Основні об'єкти.** Вхідні дані цього кроку — визначена на першому кроці множина ключових змінних системи, а також визначена експертами множина станів рушійних сил.

Введемо поняття ступеню впливу  $k$ -го стану  $j$ -ї рушійної сили  $DF_j^k$  на ключову змінну  $kv_i$ , *Influence*, —  $I_{k,j}^i \in R$ .

Крім впливу окремого стану рушійної сили на ключову змінну також розглядатимемо вплив на неї конфігурацій станів рушійних сил, згенерава-

них на попередньому кроці. Ступінь впливу конфігурації  $C_m$  на ключову змінну  $kv_i$ , Configuration Influence, визначимо як  $CI_m^i$ . Значення ключової змінної після впливу на неї конфігурації  $C_m$  позначимо як  $kv_i^m$ .

**Реалізація кроку.** Для визначення ступенів впливу станів рушійних сил на ключові змінні  $I_{k_t,j}^i$  залучимо експертів. Кожен експерт  $Exp_l$  має визначити ступінь впливу стану рушійної сили на кожну ключову змінну, вказавши їх значення за шкалою  $[-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3]$ , де значенням на шкалі відповідають вербальні характеристики впливу: «-3» — суттєвий негативний вплив, «-2» — сильний негативний вплив, «-1» — незначний негативний вплив, «0» — нейтральний вплив, не впливає, «1» — слабкий позитивний вплив, «2» — позитивний вплив, «3» — суттєвий позитивний вплив. Для виконання такого аналізу використаємо матрицю, кожен стовпець якої відповідає певному стану рушійної сили, а кожен рядок — ключовій змінній, на перетині вказуватиметься ступінь впливу стану рушійної сили на ключову змінну (табл. 2).

**Таблиця 2.** Матриця аналізу впливів станів рушійних сил на ключові змінні

Стан рушійної сили/ ключова змінна	$DF_1^1$	...	$DF_j^{k_t}$	...	$DF_M^{k_M}$
$kv_1$	$I_{1,1}^1$	...	$I_{k_t,j}^1$	...	$I_{k_M,M}^1$
...	...	...	...	...	...
$kv_i$	$I_{1,1}^i$	...	$I_{k_t,j}^i$	...	$I_{k_M,M}^i$
...	...	...	...	...	...
$kv_N$	$I_{1,1}^N$	...	$I_{k_t,j}^N$	...	$I_{k_M,M}^N$

Після того як кожен експерт надасть інформацію про вплив усіх станів рушійних сил на значення та динаміку ключових змінних, необхідно виконати агрегацію думок експертів. Для цього скористаємося формулою:

$$I_{k_t,j}^i = \frac{\sum_{m=1}^L I_{k_t,j}^{i,m}}{L}, \text{ де } L \text{ — кількість залучених у дослідження експертів.}$$

У результаті отримаємо агреговану матрицю, яка міститиме значення впливів станів рушійних сил на ключові змінні.

Наступною підзадачею цього кроку є розрахунок впливу згенерованих на попередніх кроках непротивічних конфігурацій на ключові змінні.

Для визначення впливу конфігурації станів рушійних сил розрахуємо сумарний вплив на ключову змінну всіх станів рушійних сил, які увійшли в конфігурацію за формулою (вважатимемо, що вага впливу усіх станів рушійних сил на ключову змінну однакова)  $IC_m^i = \sum_{\forall k_t \in C_m} I_{k_t,j}^i$ . Отримані числові

змінні  $IC_m^i$  можуть набувати значень із діапазону  $[-3M; 3M]$ .

Оскільки кількість згенерованих конфігурації досить велика, розрахунок впливів конфігурацій на ключові змінні варто автоматизувати. В результаті кроку отримаємо значення ключових змінних під впливом кожної конфігурації.

**Рекомендації.** Варто зауважити, що будучи об'єднаними в певну конфігурацію, стани рушійних сил можуть по-іншому впливати на ключову змінну, ніж при одиничному їх розгляді. Для цього випадку формула розрахунку впливу конфігурації має бути допрацьована з урахуванням взаємних впливів між станами різних рушійних сил. Для розрахунку знадобиться інформація щодо взаємопосилення/послаблення станів рушійних сил.

### Формування та аналіз множини сценаріїв

**Мета кроку.** Метою даного кроку є побудова та аналіз множини сценаріїв — генерування векторів, які містять конфігурацію станів рушійних сил та відповідну їй множину значень/динаміки ключових змінних, а також проведення аналізу цієї множини.

**Вхідні та вихідні дані. Основні об'єкти.** Представимо сценарій як вектор, що складається з конфігурації станів рушійних сил та множини значень динаміки кожної ключової змінної під впливом відповідної конфігурації:  $(\{DF_1^{k_1}, \dots, DF_j^{k_j}, \dots, DF_M^{k_M}\}; \{\Delta kv_1, \dots, \Delta kv_i, \dots, \Delta kv_N\})$ . У першій частині вектора містяться лише непротиворічні конфігурації, визначені на попередніх кроках.

Як результат реалізації цього кроку маємо отримати аналіз описаної множини сценаріїв, виявити її характеристики, відібрати сценарії для подальшого детального опису.

**Реалізація кроку.** Реалізація цього кроку, як зазначалося вище, залежить від задач, які ставляться перед дослідженням. У найбільш загальному вигляді необхідно дослідити всю побудовану множину сценаріїв, виявити її властивості та характеристики.

Спочатку розглянемо спрощений підхід до побудови сценаріїв, який часто застосовується на практиці [19]. Суть його полягає у виборі двох рушійних сил із усієї множини. Для кожної з них визначаються два екстремальні, як правило, протилежні по суті стани. Позначимо перший екстремальний стан першої з обраних рушійних сил —  $DF_1^1$ , другий —  $DF_2^1$ . Аналогічні позначення введемо для двох екстремальних станів другої рушійної сили —  $DF_1^2, DF_2^2$ . Сформуємо чотири каркаси сценаріїв  $DF_1^1$   $(\{DF_1^1; DF_2^1\}, \{DF_1^1; DF_2^2\}, \{DF_1^2; DF_2^2\}, \{DF_1^2; DF_2^1\})$ , кожен із яких відповідає конфігурації з пари екстремальних станів рушійних сил. Простір можливих конфігурацій для такого випадку зображено на рис. 2.

Далі кожен із каркасів сценаріїв слід детально описати, виконавши аналіз впливу конфігурації з двох екстремальних станів, що розглядаються, на ключові змінні системи, проаналізувавши їх взаємовпливи з іншими рушійними силами, оцінивши їх можливі стани за таких обставин тощо. Фактично такий підхід дуже звужує множину можливих сценаріїв, але в той же час

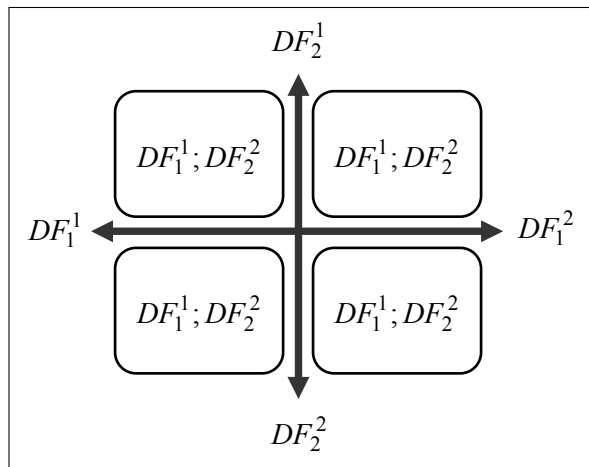


Рис. 2. Матриця для формування каркасу сценаріїв на базі екстремальних значень рушійних сил

дозволяє охопити та проаналізувати дві обрані рушійні сили та пов'язані з ними впливи на систему досить детально. Експерти можуть працювати з такою кількістю сутностей та аналізувати їх. Варто зауважити, що при такому підході втрачаються не лише інші важливі рушійні сили, але й проміжні або ж просто інші по суті значення обраних рушійних сил, що теж зву- жує множину можливих сценаріїв і може спричини-

ти втрату важливих варіантів.

У загальному ж випадку необхідно проаналізувати множину векторів виду:

$$(\{DF_1^{k_1}, \dots, DF_j^{k_j}, \dots, DF_M^{k_M}\}; \{\Delta kv_i, \forall i' \in [1..N]\}),$$

перша частина кожного такого вектору складається з вербальних змінних — станів рушійних сил, друга частина — містить розраховані значення динаміки ключових змінних системи —  $\Delta kv_i \in [-3M; 3M]$ .

Одним із підходів до аналізу множини сценаріїв є введення кількісних критеріїв на праву частину вектору. Наприклад, пошук сценаріїв, в яких динаміка за кожною або за певною змінною позитивна.

Для пошуку груп сценаріїв, які мають близькі праві частини, застосовується кластерний аналіз. Цей підхід дозволяє знайти та проаналізувати всі конфігурації станів рушійних сил, які призводять до схожого впливу на систему, та зменшити кількість сценаріїв, ввівши один репрезентативний варіант для кожного кластеру.

**Рекомендації.** Аналіз множини сценаріїв у загальному вигляді є складною задачею, до вирішення якої немає єдиного підходу. В залежності від того, в якому вигляді вдалося отримати опис сценаріїв (чи є кількісні параметри, чи всі змінні якісні), залежить вибір методу аналізу.

Варто зауважити, що введення ймовірність реалізації різних сценаріїв не відповідає ідеї сценарного підходу. Адже ймовірність оцінюється експертами і відображає їх сприйняття поточних трендів, продовження яких може виявитися невірними. Сценарний підхід передбачає пошук та дослідження важко помітних та нетрендових подій, які можуть чинити суттєвий вплив на досліджувану систему.

## Опис сценаріїв

**Мета кроку.** На цьому кроці виконується опис результатів аналізу сценарного простору, а також детальний опис окремих сценаріїв, які відібрали аналітики, виходячи з мети дослідження.

**Вхідні та вихідні дані. Основні об'єкти.** Вхідною інформацією для цього кроку є результати усіх попередніх кроків дослідження, зокрема результати аналізу сценарного простору. У результаті кроку має бути сформовано звіт або інший документ, який може бути використано особами, що приймають рішення для подальшої роботи, наприклад, із розробки стратегії.

**Реалізація кроку. Рекомендації.** Для реалізації цього кроку аналітики мають виконати детальний змістовний опис відібраних сценаріїв, або ж охарактеризувати множину побудованих сценаріїв. Такий опис має містити зрозумілі пояснення тих або інших висновків, результати проведеного на попередньому кроці аналізу тощо. Бажано проілюструвати текст рисунками та графіками. Також можуть бути надані рекомендації щодо стратегії розвитку досліджуваної системи, якщо ставилась така задача.

Варто зауважити, що розробка стратегії є окремою задачею, а сценарне дослідження лише створює підґрунтя для її розробки.

## ВИСНОВКИ

У роботі представлено методологію побудови сценаріїв розвитку складних соціальних систем. Запропоновано формалізацію об'єктів сценарного аналізу та методи для кожного кроку побудови сценаріїв.

Описана методологія базується на використанні експертних думок для отримання інформації про ключові змінні системи, рушійні сили, що можуть впливати на неї, про майбутні стани рушійних сил та їх взаємоузгодженість. Такий підхід пов'язаний із труднощами по залученню експертів та збору і обробці експертних думок.

Оскільки представники залучених до досліджуваної системи сторін не беруть безпосередньої участі у розробці сценаріїв, підтримка ними стратегічних рішень, що базуватимуться на проведеному дослідженні, буде невисокою. І для підвищення ефективності запровадження таких рішень знадобляться додаткові дії.

Якщо сценарне дослідження від початку проводиться з метою розробки стратегії та запровадження конкретних рішень, доцільно залучати представників зацікавлених сторін на різних етапах дослідження.

Незважаючи на обрані способи отримання інформації для різних етапів сценарного дослідження, актуальною залишається задача аналізу сценарного простору. Як зазначалося вище, для її вирішення не запропоновано ефективного алгоритму. Розробка такого алгоритму є перспективним напрямом для подальшого дослідження.

У наступній (заключній) частині роботи буде представлено приклад застосування методології та аналіз обмежень та можливостей щодо її використання на практиці.

## ЛІТЕРАТУРА

1. *Shell Energy Scenario to 2050.* — Shell International BV, 2008. — 48 p. — <http://webhost.ua.ac.be/psw/pswpapers/PSWpaper%202000-07%20bertrand.pdf>.
2. *Barbanente A., Khakee A., Puglisi M. Scenarios Building for Metropolitan Tunis // Futures.* — 2002. — № 34/7. — P. 583–596.



3. *Westhoek H.J., M. van den Berg, Bakkes J.A.* Scenario Development to Explore the Future of Europe's Rural Areas // *Agriculture, Ecosystems & Environment*. — 2006. — № 114. — P. 7–20.
4. *Ph. Van Notten*, Scenario Development: a Typology of Approaches // *Think Scenario, Rethink Education*. — Paris: OECD Publishing, 2006. — P. 69–84.
5. *Godet M.* Creating Future. Scenario Planning as a Strategic Management Tool. — Paris, Economica Ltd, 2006. — 369 p.
6. *Wack P.* Scenarios: Shooting the Rapids // *Harvard Business Review* 63. — № 5. — Boston, Harvard Business Publishing, 1985. — P. 72–29.
7. *Schwartz P.* The art of the Long View: Planning for the Future in an Uncertain World. — NY, Currency Doubleday, 1991. — 272 p.
8. *Переверза К.В.* Сценарний підхід в задачах аналізу складних соціальних систем // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — № 1. — 2011.
9. *Hill T., Westbook R.* SWOT-analysis: it's Time for a Product Recall // *Long Rang Planning*. — № 30 (1), 1997. — P. 46–52.
10. *Pickton D.W., Wright S.* What's SWOT in Strategic Analysis? // *Strategic Change* — 1998. — № 7. — P. 101–109.
11. *Згуровський М.З., Переверза К.В.* Методика побудови сценаріїв розвитку України з використанням SWOT-аналізу // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — № 2. — 2009. — С. 7–17.
12. *Human Development Indicators, HDI*. — <http://hdr.undp.org/en/>.
13. *Environmental Performance Index, EPI*. — <http://epi.yale.edu/>.
14. *World Data Center, WDC*. — <http://wdc.org.ua/>.
15. *Zgurovsky M., Gvishiani A.* Sustainable Development. Global Simulation: Quality of Life and Security of the World Population. — Polytechnika, 2008. — 350 p.
16. *Zgurovsky M.* Analysis of Sustainable Development – Global and Region Contexts. — Polytechnika, 2009. — 219 p.
17. *Zwicky F.* The Morphological Method of Analysis and Construction // *Courant. Anniversary Volume*. — NY: Intersciences Publish, 1948. — P. 461–470.
18. *Ritchey T.* Futures Studies Using Morphological Analysis, 2005–2008. — [www.swemorph.com](http://www.swemorph.com).
19. *Ogilvy J., Schwartz P.* Plotting Your Scenarios. — San Francisco: John Wiley & Sons. — 1998. — 20 p.

Надійшла 14.06.2012.

ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ,  
ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ  
СИСТЕМИ

PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES,  
HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS

УДК 519.004.942

**Вартість енергетичної безпеки як зовнішня змінна — стійкість економіки України при зростаючій ціні на імпортований газ / Мацуки Й., Бидюк П.І., Кальницький Г.В., Гавриш Є.І. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 7–16.**

Досліджено стійкість економіки України при зростаючій ціні на імпортований газ. Запропоновано методологію моделювання і прогнозування фінансово-економічних процесів, яка ґрунтується на ієрархічній процедурі пошуку структури і оптимізації параметрів моделей. Виконано аналіз залежності економічного зростання та ціни на імпортований газ. Цей аналіз виявив, що споживання газу для виробництва продуктів харчування та в інших, більш дрібних галузях виробництва, зростає при загальному зростанні ціни на імпортований газ. Тоді як крупніші галузі, такі як хімічна та виробнича, зменшували споживання газу під час зростання його ціни. Також виявлено можливість знижувати ціну на імпортований газ для України до рівня порівняного з поточною ціною. Рис.: 6. Табл.: 5. Бібліогр.: 4 назви.

УДК 519.004.942

**Стоимость энергетической безопасности как внешняя переменная — устойчивость экономики Украины при растущей цене на импортрованный газ / Мацуки Й., Бидюк П.И., Кальницкий Г.В., Гавриш Е.И. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 7–16.**

Исследована устойчивость экономики Украины при растущей цене на импортрованный газ. Предложена методология моделирования и прогнозирования финансово-экономических процессов, которая базируется на иерархической процедуре поиска структуры и оптимизации параметров моделей. Выполнен анализ зависимости экономического роста и цены на импортрованный газ. Этот анализ выявил, что потребление газа при производстве продуктов питания и в других, более мелких отраслях производства растет при общем росте цен на импортрованный газ. Тогда как более крупные отрасли, такие как химическая и производственная, снижали потребление газа при росте его цены. Также выявлена возможность снижать цену на импортрованный газ для Украины до уровня, сопоставимого с текущей ценой. Рис.: 6. Табл.: 5. Библиогр.: 4 назв.

УДК 004.891.3

**Застосування прецедентів для діагностики кранів мостового типу / Климчук С.О. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 17–22.**

Встановлено, що використання прецедентів для вирішення неформалізованих завдань діагностики кранів мостового типу дозволяє спростити отримання знань від експертів, скоротити час пошуку рішення і реалізувати самонавчання. Запропоновано модель прецеденту і бази прецедентів, яка дозволяє охарактеризувати поточний стан крана мостового типу під час діагностики. Показано, що застосування онтології прецедентів дозволяє підвищити якість прийнятих рішень завдяки використанню знань, накопичених багатьма фахівцями в галузі технічної діагностики. Запропоновано структурну схему системи підтримки прийняття рішень діагностики кранів мостового типу. Основними компонентами, які відображають її функціональні можливості, є база прецедентів, блок її налаштування та пошуку прецедентів. Розроблено систему підтримки прийняття рішень діагностики металоконструкції кранів мостового типу. Застосування системи підтримки прийняття рішень дозволило зменшити інформаційне навантаження на особу, що приймає рішення, знизити вплив факторів суб'єктивності під час аналізу поточного стану крана та скоротити час, необхідний для прийняття рішення. Рис.: 4. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 004.891.3

**Using precedents for the overhead crane diagnosis / Klimchuk S.A. // System Research and Information Technologies. — 2012. — № 4. — P. 17–22.**

It has been found that using precedents for the solution of not formalized tasks for overhead cranes diagnostics allows to simplify the acquisition of knowledge from experts, reducing the time to find a solution and implement a self-learning. The model of the precedent and the precedent database, which allows to describe the current condition of the overhead crane during diagnostics,

are proposed. It is shown that the use of ontologies of the precedents improves the quality of decision-making through the use of knowledge from many experts in the field of technical diagnostics. A structural diagram of a decision support system for overhead cranes diagnostics has been proposed. The main components that reflect its functionality, are: the precedent database, the block of its settings and precedents search. The decision support system for diagnostics of overhead crane metalware has been developed. Using of the decision support system allowed reduce the information load on the decision-making person, reduce the impact of personal factors in the analysis of the current crane state, reduce the time required for the decision. Figs: 4. Refs: 5 titles.

---

**ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ І  
УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ,  
ЕКОЛОГІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ**

**DECISION MAKING AND CONTROL IN  
ECONOMIC, TECHNICAL, ECOLOGICAL AND  
SOCIAL SYSTEMS**

УДК 62-50

**Моделирование и оптимальное принятие решений для поддержки стабильности индекса потребительских цен / Романенко В.Д., Реутов А.А. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 23–34.**

Разработана модель динамики индекса потребительских цен (ИПЦ) с разнотемповой дискретизацией координат. На вход модели подается семь возмущений и два управляющих действия, которые определяют принятие решений, а именно: процентная ставка на межбанковском рынке на гривну сроком овернайт и процентная ставка на внутренние ценные бумаги министерства финансов сроком 3 года. Показана динамика возмущений и управлений в ретроспективе. Проведен математический и экономический анализ коэффициентов модели ИПЦ и выявлены основные свойства этой модели. Для обеспечения стабильности ИПЦ выполнено проектирование оптимального закона принятия решений на основе минимизации критерия оптимальности в форме обобщенной дисперсии ИПЦ и управляющих воздействий. На основе синтезированного закона принятия решений определены в дискретной форме оптимальные управляющие воздействия. Проведено цифровое моделирование на основе исторических данных и синтезированного критерия оптимальности. На основе анализа результатов цифрового моделирования установлено, что применение оптимального закона решений в среднем обеспечило уменьшение обобщенной дисперсии ИПЦ в пять раз. Рис.: 11. Табл.: 1. Библиогр.: 9 назв.

UDC 62-50

**Modeling and optimal decision-making to support the stability of the consumer price index / Romanenko V.D., Reutov O.A. // System Research and Information Technologies. — 2012. — № 4. — P. 23–34.**

The model of the dynamics of the consumer price index (CPI) with multirate sampling is developed. The model inputs are served with seven disturbances and two controls which determine decision-making: interest rate on the interbank market at UAH maturity overnight and interest rate on domestic securities of the Ministry of Finance with 3 years maturity. The dynamics of disturbances and controls in retrospective are shown. Also mathematical and economic analysis of CPI model coefficients is conducted and the main properties of this model are described. To ensure the stability of CPI the designing of the optimal law of decision-making based on the minimization of the criterion of optimality in the form of the generalized variance of CPI and control, is done. On the basis of synthesized law of decision-making the formula for optimal controls in discrete form is defined. A digital modeling based on historical data and synthesized criteria of optimality is implemented. On the basis of the analysis of digital modeling it is established that the use of optimal law of decisions-making provides reduction of generalized variance CPI in 5 time at average. Figs: 11. Tabl.: 1. Refs: 9 titles.

---

УДК 669.184.244.66.012.1

**Модель управления конвертерным процессом в системе принятия решений / Богушевский В.С., Жук С.В., Сергеева Е.А., Горбачова М.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 35–44.**

Приведен принцип разработки модели относительно статического и динамического управления кислородно-конвертерным процессом. Рассмотрены модели статистического (расчет металлической части шихты, массы шлакообразующих, охлаждающих и нагревающих материалов, модель расчета сыпучих на плавку с использованием конечного шлака) и динамического (контроль массы металла, скорости обезуглероживания, шлакообразования, модель определения целесообразности и момента сворачивания шлака, динамическая модель определения целесообразности и момента сворачивания шлака, динамическая модель додув-

ки плавки) управления. Приведены видеокдры (примеры) реализации модели управления: видеокдр «расчёт металлической части шихты», видеокдр «рекомендации по ведению плавки», видеокдр «додувка». Проанализированы результаты промышленных испытаний модели, которые проводились за данными управления 350-тонными конвертерами ОАО Металлургический комбинат «Азовсталь», которые показали увеличение эффективности работы конвертеров по основным показателям: увеличение выхода годного литья, стойкости футеровки, увеличение количества контролируемых плавков. Рис.: 3. Библиогр.: 12 назв.

UDC 669.184.244.66.012.1

**The model of control the converter process in the decision-making system / Bogushevskiy V.S., Zhuk S.V., Sergeyeva K.A., Gorbachova M.V.** // *System Research and Information Technologies*. — 2012. — № 4. — P. 35–44.

The principle of constructing a model of relatively static and dynamics control of the oxygen-converter process is shown. The models of heating materials, the model of calculation the bulk for the melting using the final slag and dynamic control (control of the metal mass, the rate of decarburization, slagformation, the model of determination the feasibility and the moment of the slag folding, a dynamic model of melting further blow). Analyzed the results of industrial tests of the model. The motion pictures (examples) of the control model implementation are shown: video picture «calculation of metal part of the shaft», video picture «recommendations on the melting control»video picture «further blowing». The results of industrial tests of models, which were performed for the data of the control of the 350-ton Converter JSC Metallurgical combine «Azovstal», were analyzed. It showed an increase in the effectiveness of converters work on key indicators: increase in yield casting, lining resis-tance, an increase in the number of controlled meltings. Figs: 3. Refs: 12 titles.

---

УДК 628.35

**Управление качеством биохимической очистки сточных вод / Еремеев И.С., Дичко А.О.** // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — 2012. — № 4. — С. 45–48.

Предложен подход к управлению процессом очистки сточных вод, который основывается на использовании методов теории нечетких множеств. Для внедрения метода экспертной оценки функций принадлежности определены управляющие правила выбора метода повышения эффективности процесса, а также лингвистические переменные, которые характеризуют процесс очистки. Приведен пример построения функции принадлежности и эвристики для процедур интенсификации биологической очистки воды. Качественный мониторинг процесса биохимической очистки сточных вод предлагается обеспечить путем использования теоремы Байеса с целью определения и уточнения вероятности действительности принятой гипотезы распределения контрольных параметров процесса в условиях неопределенности. Табл.: 1. Библиогр.: 5 назв.

UDC 628.35

**Control of wastewater biochemical treatment quality / Yeremeev I.S., Dichko A.O.** // *System Research and Information Technologies*. — 2012. — № 4. — P. 45–48.

The approach to the control of wastewater treatment process, which is based on the usage of fuzzy sets theory methods, is proposed. To implement the method of expert estimation of membership functions the control rules of choice of the method of ncreasing process effectiveness and also linguistic variables that characterize treatment process, are defined. Example of membership function formation and heuristics for wastewater biochemical treatment intensification procedures is given. Qualitative monitoring of wastewater biochemical treatment process is proposed to ensure by use of Bayesian theorem with the aim of definition and detailing of reality probability of accepted hypothesis of control process parameters distribution under uncertainty. Tabl.: 1. Refs: 5 titles.

---

УДК 551.24

**Дослідження стійкості функціонування регіональних природно-промислових систем і прийняття оптимальних управлінських рішень / Приходько С.Ю., Полякова Л.П.** // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — 2012. — № 4. — С. 49–55.

Запропоновано математичну модель, яка описує поведінку гірничого масиву під час впливу на нього масових сил. Знайдено умови параметрів задачі, за яких можливі геотектонічні порушення. Пропонується методика досліджень, яка полягає у системному підході вирішення питання, яке складається у виділенні розглянутої системи, визначенні складових її компонентів, зв'язків між ними. Визначним моментом методики досліджень є наявність бази даних по факторам впливу. Розглядається математична модель, яка дозволяє описати шарову структуру гірничого масиву з обліком наявності геологічних порушень і ехногенних впливів. Дослідження її стійкості базується на аналізі енергетичного балансу

зовнішнього і внутрішнього потенціалів, які комплексно впливають на гірничий масив, на якому розташовано регіон, що розглядається. Виведено критерії (на основі дисбалансу потенціалів), які дозволяють робити просторо-часовий прогноз можливих надзвичайних гірничо-геологічних процесів. Достовірність критеріїв стійкості посилюється коефіцієнтом системності, який може розраховуватись як для всієї природно-промислової системи, так і для окремих її компонентів. Бібліогр.: 8 назв.

UDC 551.24

**Study of stability of the regional natural-industrial systems and optimal decision-making / Prikhodko S.Yu., Polyakova L.P.** // System Research and Information Technologies. — 2012. — № 4. — P. 49–55.

A mathematical model, which describes the behavior of the rock mass during it is affected by mass forces, is proposed. Conditions are found for the parameters of the problem, where geotectonic violation is possible. A method of study, which consists in systematic approach to problem solution (separate the system, determination of its components, the definition of relationships between components) is proposed. The key defining of research methods is the availability of a database on the factors of influence. A mathematical model that allows to describe the layered structure of the rock mass based on the availability of geological faults and technogenic impacts, is considered. Research of its stability is based on the analysis of the energy balance of internal and external potentials, the complex influence of the mountain range, which is located in this region. The criteria (based on the imbalance of potentials), which allow the space-time prediction of possible extreme geological processes, are derived. The reliability of stability criteria is enhanced by systemic factor that can be calculated for the entire faculty, and for the individual components. Refs: 8 titles.

---

УДК 004.681

**Оптимизация распределения ресурсов при проведении разведки в информационном противостоянии / Демчишин М.В., Левченко Е.Г.** // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 56–63.

Конкурентная борьба в информационной сфере характеризуется тем, что каждая из сторон стремится защитить свою информацию и получить информацию о сопернике. В условиях неопределенности, когда действия соперника неизвестны и не могут быть спрогнозированы точно, важную роль играет разведка, которая может дать сведения о важности информации, ее распределении между объектами, уязвимости и степени защищенности этих объектов. На основании созданной математической модели разработана методика определения целесообразности проведения разведки в зависимости от уязвимости объектов и количества ресурсов. Установлены принципы распределения ресурсов, которые обеспечивают максимальную эффективность разведки. Приведены примеры расчетов в системе из двух объектов с различными уязвимостями. Рассчитаны интервалы значений ресурсов, в которых разведка целесообразна, при различных формах функций уязвимости. Приведены рекомендации по оптимальному распределению ресурсов на разведку и на получение информации в зависимости от уязвимости объектов и общего количества ресурсов. Рис.: 6. Библиогр.: 3 назв.

UDC 004.681

**Optimization of resources distribution during intelligence in informational confrontation / Demchyshyn M.V., Levchenko Ye.H.** // System Research and Information Technologies. — 2012. — № 4. — P. 56–63.

Competition in the information field is characterized by the fact that each side wants to protect their information and to obtain information about an opponent. Intelligence is very important measure under conditions of uncertainty, when the opponent action is unknown and cannot be predicted accurately. It can provide information about the importance of information and its distribution between objects, vulnerability and the security of these objects. Method of determining the intelligence expediency depending on objects vulnerability and resources was developed on the basis of mathematical model. Principles of resource allocation that maximizes intelligence effectiveness were established. Examples of calculations in a system with two objects with different vulnerabilities were given. Intervals of resources volume in which intelligence is expedient in the case of various forms of vulnerability functions were calculated. The recommendations on the optimal resources allocation between intelligence and information obtaining depending on the objects vulnerability and total resources were provided. Figs: 6. Refs: 3 titles.

УДК 519.004.942

**Ідентифікація нелінійності в реальних даних із використанням спрощеного тесту / Бідюк П.І., Гасанов А.С., Вавілов С.Е. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 64–73.**

Розглянуто задачу ідентифікації нелінійності та експериментальних даних із використанням статистичних тестів. Подано аналіз відомого статистичного тесту на нелінійність, що ґрунтується на співвідношенні Фішера, і запропоновано спрощений тест, який може бути використано в умовах неповноти експериментальних або статистичних даних. Емпіричний критерій перевірки даних на нелінійність розраховується на основі зв'язку між розмахом кумулятивної суми і стандартним відхиленням, обчисленим за експериментальними даними. Емпірично встановлено існування тісного взаємозв'язку між запропонованим та відомими тестами в сенсі подібності остаточного результату тестування. Для визначення критичних значень, необхідних для використання спрощеного тесту, виконано обчислювальні експерименти. Також встановлено, що запропонований спрощений тест можна застосовувати як в умовах достатньої повноти, так і при неповних експериментальних даних. Практичне застосування різних тестів до фактичних даних свідчить про близькість результатів, отриманих за різними методами. Рис.: 5. Табл.: 4. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 519.004.942

**Identification of nonlinearity in actual data with the use of simplified test / Bidiuk P.I., Gasanov A.S., Vavilov S.E. // System Research and Information Technologies. — 2012. — № 4. — P. 64–73.**

The problem of nonlinearity identification in experimental data is considered with application of appropriate statistical tests. An analysis of known statistical nonlinearity test, which is based on Fisher relation, is presented; and a new simplified test, which can be used in conditions of incomplete experimental or statistical data, is proposed. The empirical statistical nonlinearity criterion is computed on the basis of existence of a link between the values of respective cumulative sum and standard deviation, which is calculated by experimental data. It was empirically established that there exists a close link between the proposed and existing tests in the sense of similarity of final testing results. To find the critical values of statistics that are necessary for the usage of the simplified test, the appropriate computational experiments have been fulfilled. It has also been established that the proposed simplified test can be used successfully in conditions of complete and incomplete experimental data. The practical application of the different tests to actual data proved the similarity of results obtained with various approaches. Figs: 5. Tabl.: 4. Refs: 5 titles.

УДК 681.324

**Швидкий алгоритм ремаршрутизації в мережах із технологією MPLS в умовах дії відмов / Хатамлех Хазем // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 74–79.**

Роботу присвячено захисту шляхів, комутованих по мітках, у мережах MPLS від відмов обладнання, в першу чергу маршрутизаторів. Мета роботи полягає в розробці швидкого алгоритму ремаршрутизації для захисту трафіка від дії відмов, який би забезпечив найкраще використання смуги пропускання та виконання вимог по забезпеченню за показниками якості сервісу. Використання для цієї мети глобальних алгоритмів потребує великого обсягу смуги пропускання спроможності, що малоприйнятне. Тому методи локальної ремаршрутизації можуть стати засобом, який ефективно вирішує цю задачу. Запропоновано алгоритм вибору резервних шляхів, який дозволяє зменшити обсяг ресурсів, що використовуються. Відмінною рисою цього запропонованого локального алгоритму ремаршрутизації від аналогічних алгоритмів є те, що він відшукує резервні тунелі з урахуванням показників якості обслуговування та працює у децентралізованому режимі. Запропонований алгоритм використовує інформацію, отриману за допомогою RSVP-повідомлень та дозволяє суттєво зменшити обсяги службової інформації в мережі. Проведені експериментальні дослідження запропонованого децен-

тралізованого алгоритму та його порівняння з централізованим глобальним алгоритмом рермаршрутизації. Рис.: 4. Бібліогр.: 3 назви.

УДК 681.324

**Быстрый алгоритм рермаршрутизации в сетях с технологией MPLS в условиях отказов / Хатамлех Хазем // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 74–79.**

Работа посвящена защите путей, коммутируемых по меткам, в сетях MPLS от отказов оборудования, в первую очередь маршрутизаторов. Цель работы состоит в разработке быстрого алгоритма рермаршрутизации для защиты трафика от действия отказов, который бы обеспечил наилучшее использование полосы пропускания и выполнение требований по показателям качества сервиса. Использование для этих целей глобальных алгоритмов требует большого объема полосы пропускной способности, что мало приемлемо. Поэтому методы локальной рермаршрутизации могут оказаться средством, которое эффективно решает эту задачу. Предложен алгоритм выбора резервных маршрутов, позволяющий уменьшить используемый объем ресурсов. Отличительной чертой предложенного локального алгоритма рермаршрутизации от аналогичных алгоритмов состоит в том, что данный алгоритм отыскивает резервные туннели с учетом показателей качества обслуживания и работает в децентрализованном режиме. Предложенный алгоритм использует информацию, полученную с помощью RSVP-сообщений, и позволяет существенно уменьшить объем служебной информации в сети. Проведены экспериментальные исследования предложенного децентрализованного алгоритма и его сравнение с централизованным глобальным алгоритмом рермаршрутизации. Рис.: 4. Библиогр.: 3 назв.

---

МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ, ОПТИМАЛЬНЕ  
УПРАВЛІННЯ І ТЕОРІЯ ІГОР

METHODS OF OPTIMIZATION, OPTIMUM  
CONTROL AND THEORY OF GAMES

УДК 519.83

**Решения комбинаторных задач игрового типа с ограничениями-перестановками у обоих игроков: итерационный метод / Емец О.А., Ольховская Е.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 80–93.**

Рассмотрена постановка и математическая модель игровой задачи сельскохозяйственного производства с ограничениями-перестановками, которые накладываются на стратегии обоих игроков. Распространен итерационный метод на задачи комбинаторной оптимизации игрового типа с ограничениями, которые определяются перестановками на стратегии обоих игроков. Метод основан на розыгрыше игры, при условии, что каждый игрок стремится достичь своей цели. Предложен критерий останова и процедуры определения результата. На основе разработанного программного продукта проведены вычислительные эксперименты, которые показывают приближение платежей к цене игры, что дает возможность приближенного определения смешанных стратегий игроков. Приведена теоретическая и экспериментальная оценка количества операций предложенного итерационного метода. Табл.: 3. Библиогр.: 16 назв.

UDC 519.83

**Solving combinatorial problems of gaming type with permutations-restrictions of both players: the iterative method / Iemets O.O., Olkhovskaja O.V. // System Research and Information Technologies. — 2012. — № 4. — P. 80–93.**

The definition and the mathematical model of a game problem for agricultural production with permutations-restrictions that are imposed on the strategies of both players, are considered. The iterative method is extended for combinatorial optimization problems of the gaming type with the restrictions, defined by permutations on the strategies of both players. The method is based on drawing the game, under the condition that each player tries to achieve his goal. A criterion of stopping and the procedures of determination of the result are suggested. On the basis of the developed software computational experiments, which show approaching of payments to the game price, which enables the approximate determination of mixed strategies of the players, are performed. A theoretical and experimental evaluation of the operations of the proposed iterative method is given. Tabl.: 3. Refs: 16 titles.

УДК 519.7

**Міри внутрішньої та зовнішньої інформації (на прикладі ймовірнісних ситуацій невизначеності). Частина II / Дідук М.М.** // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 94–110.

Продовжено вивчення “справжніх” перетворень інформації і побудова відповідних мір зовнішньої інформації, призначених для вимірювання інтенсивності перетворень. Розглянуто перетворення концентрації інформації, утворення першої і другої проєкцій двовимірної ситуації та обмеження різноманітності. Останнє з цих перетворень займає особливе місце серед інших. Показано, що довільна подія в Природі, яка спричиняє обмеження різноманітності в довільній ситуації невизначеності, що зв’язана зі станом деякої системи, містить в собі інформацію стосовно цієї системи. Утворювані таким чином інформаційні зв’язки між різними системами можуть стати самостійним інструментом пізнання, альтернативним до традиційного інструменту пізнання, яким трапляються причинні зв’язки. Впроваджено поняття ситуації омани, яке використовується для обчислення кількості зовнішньої інформації, що необхідна для різноманітних перетворень ситуацій невизначеності. Рис. 1. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 519.7

**The measures of internal and external information (on example of probabilistic situations of uncertainty). Part II / Diduk N.N.** // System Research and Information Technologies. — 2012. — № 4. — P. 94–110.

A study of the «authentic» transformations of the information and construction of corresponding measures of the external information intended for measurement of transformations intensity is continued. The transformations of the information concentration, formation of the first and the second projections of a two-dimensional situation and restriction of a variety are considered. Last of these transformations takes a special place among the rest. It is shown, that any event in the Nature, causing restriction of a variety in any uncertainty situation connected with states of some real system, contains information on this system. Thus formed information connections between various systems can become the independent tool of cognition alternative to the traditional tool of cognition, where there are causal connections. The concept of a situation of delusion, which is used for the calculation of quantity of the external information, required for various transformations of uncertainty situations, is introduced. Figs: 1. Refs: 5 titles.

---

УДК 517.956.4

**Апроксимація розв’язку задачі Коші для параболічного рівняння з нелінійним потенціалом / Бондаренко В.Г., Селін О.М.** // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 111–118.

Розглянуто задачу Коші для квазілінійного параболічного рівняння з локальним та нелокальним потенціалом. Для рівняння типу «реакція-дифузія» з опуклим локальним потенціалом побудовано бар’єрні функції, що являють собою верхню та нижню оцінки розв’язку задачі Коші. Метод побудови згаданих бар’єрних функцій-композиція розв’язків двох диференціальних рівнянь. Для рівняння з нелокальним логістичним потенціалом властивості бар’єрної функції, що побудовано аналогічно, як верхньої оцінки, перевірено за допомогою обчислювального експерименту. Рис.: 6. Бібліогр.: 7 назв.

UDC 517.956.4

**Approximation of a Cauchy problem solution for a parabolic equation with nonlinear potential / Bondarenko V.H., Selin A.N.** // System Research and Information Technologies. — 2012. — № 4. — P. 111–118.

The Cauchy problem for a quasilinear parabolic equation with local and nonlocal equation potential is considered. For equation of «reaction-diffusion» type with convex local potential the barrier functions, which are the upper and lower estimates of the solution of the Cauchy problem, are constructed. Method of construction of the mentioned barrier function is the composition of the two solutions of differential equations with nonlocal equations. For the equation with a nonlocal potential logistics properties, which are built in a similar way as the barrier function of the upper estimate, it is verified by computing experiment. Figs: 6. Refs: 7 titles.

---

УДК 512.624.95 + 517.772

**Число изоморфизмов эллиптической кривой при трансформациях канонической формы уравнения / Бессалов А.В., Чевардин В.Е.** // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 119–123.



Представлены результаты анализа аналитических выражений трансформации несуперсингулярных эллиптических кривых в канонической форме для криптографических целей. Получены новые результаты оценки верхней границы числа изоморфных трансформаций эллиптической кривой кривых в канонической форме над конечным полем Галуа. Так, для поля характеристики  $p$  верхняя граница числа изоморфизмов эллиптической кривой при трансформациях из канонической в каноническую форму растет пропорционально  $p$ . Для трансформаций эллиптической кривой над полем характеристики  $p$  из канонической в нормальную форму верхняя граница числа изоморфизмов растет пропорционально  $p^4$ . Использование полного множества трансформаций базовой эллиптической кривой позволяет значительно увеличить мощность пространства возможных параметров криптосистем на эллиптических кривых, а также использовать их в качестве дополнительного источника энтропии. Применение полученных результатов для криптографических генераторов случайных чисел может позволить сократить длину модуля поля Галуа. Библиогр.: 3 назви.

UDC 512.624.95 + 517.772

**The number of isomorphism elliptic curve during the transformation of the canonical form of the equation / Bessalov A.V., Chevardin V.E. // System Research and Information Technologies. — 2012. — № 4. — P. 119–123.**

The results of analyze of analytic expressions for transformation of nonsupersingular elliptic curves in the canonical form for cryptographic purposes are shown. New results of the estimate of an upper bound estimate of the number of isomorphic transformations of elliptic curve of the curves in the canonical form over finite Galois field were obtained. For a field with characteristic  $p$  from canonical to normal form, an upper bound of the number of isomorphisms increases proportionally to  $p^4$ . The using of full set of base elliptic curve transformations gives possibility to increase cardinality of set parameters of cryptosystems on elliptic curves and also use it as additional entropy source. Implementattion of these results in cryptographic random bit generators can allow to cut size of Galois field module. Refs: 3 titles.

---

УДК 517+354

**Методология построения сценариев развития сложных социальных систем с применением морфологического и SWOT-анализа. Часть 1 / Переверза Е.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 4. — С. 124–137.**

В данной части работы представлена методология построения сценариев сложных социальных систем. Предлагаемая методология состоит из девяти шагов, для каждого из которых описаны методы, характер входящей и выходной информации, практические рекомендации. Описаны процедуры получения от экспертов информации о ключевых переменных системы, движущих силах, состояниях движущих сил, которые влияют на нее и будущих состояний движущих сил их взаимосогласованности. Для выбора ключевых переменных системы предлагается подход на основании SWOT-анализа. Для генерации множества сценариев предлагается использовать морфологический анализ. Построенное с помощью морфологического анализа сценарное пространство сокращается в результате проведения анализа взаимосогласованности состояний движущих сил. Для анализа сценарного пространства в общем виде в статье предлагается несколько подходов, но эта задача остается открытой и является перспективной для дальнейшего исследования. Рис.: 2. Табл.: 2. Библиогр.: 19 назв.

UDC 517+354

**Methodology of scenario development for complex social systems using morphological analysis and SWOT-analysis. Part 1 / Pereverza K.V. // System Research and Information Technologies. — 2012. — № 4. — P. 124–137.**

In this part of the article a methodology of scenario development for complex social systems is presented. Proposed methodology consists of 9 stages, for each of which the methods, the nature of the input and output of information, practical advice are described. The procedures of obtaining of expert information on the key variables of the system, driving forces, the states of the driving forces that affect on it and future states of the driving forces of their consistency are described. For selecting key variables of the system the approach on the basis of SWOT-analysis is proposed. To generate many of the scenarios it is proposed to use a morphological analysis. A scenario space, built with the help of morphological analysis, is reduced in the result of the analysis of the consistency of the states of the driving forces. For the analysis of the scenario space in the general form there are several approaches in the article, but this task remains open and promising for further investigation. Figs: 2. Tabl.: 2. Refs: 19 titles.

## ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

**Бессалов Анатолій Володимирович,**

професор, доктор технічних наук, професор кафедри математичних методів захисту інформації Фізико-технічного інституту НТУУ «КПІ», Україна, Київ

**Бідюк Петро Іванович,**

професор, доктор технічних наук, професор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

**Богушевський Володимир Святославович,**

професор, доктор технічних наук, професор інженерно-фізичного факультету НТУУ «КПІ», Україна, Київ

**Бондаренко Віктор Григорович,**

професор, доктор фізико-математичних наук, професор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

**Вавілов Сергій Євгенович,**

кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Наукового центру радіобіологічної медицини НАН України, Київ

**Гавриш Євген Іванович,**

студент Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

**Гасанов Айдин Сардар огли,**

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Міжнародного науково-навчального центру інформаційних технологій і систем МОН та НАН України, Київ

**Горбачова Марина Володимирівна,**

студентка інженерно-фізичного факультету НТУУ «КПІ», Україна, Київ

**Демчишин Мирослав Володимирович,**

аспірант кафедри засобів захисту інформації Національного авіаційного університету, Україна, Київ

**Дичко Аліна Олегівна,**

доцент, кандидат технічних наук, доцент кафедри інженерної екології Інституту енергозбереження та енергоменеджменту НТУУ «КПІ», Україна, Київ

**Дідук Микола Миколайович,**

кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ

**Ємець Олег Олексійович,**

професор, доктор фізико-математичних наук, завідувач кафедри математичного моделювання та соціальної інформатики Полтавського університету економіки і торгівлі, Україна, Полтава

**Єремєєв Ігор Семенович,**

професор, доктор технічних наук, професор кафедри комунального господарства Державної академії житлово-комунального господарства, Україна, Київ

**Жук Сергій Васильович,**

асистент інженерно-фізичного факультету НТУУ «КПІ», Україна, Київ

**Кальницький Георгій Володимирович,**

студент Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

**Климчук Сергій Олександрович,**

аспірант кафедри системної інженерії Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля, Україна, Луганськ

**Левченко Євген Григорович,**

доцент, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри засобів захисту інформації Національного авіаційного університету, Україна, Київ

**Мацукі Йошіо,**

доктор наук, професор кафедри математичних методів системного аналізу Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

**Ольховська Олена Володимирівна,**

технік відділу дистанційного навчання Навчально-наукового інформаційного центру Полтавського університету економіки і торгівлі, Україна, Полтава

**Переверза Катерина Володимирівна,**

аспірантка Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

**Полякова Лариса Петрівна,**

доцент, доктор наук з державного управління, завідувача кафедрою інформаційних технологій Донецького державного університету управління, Україна, Донецьк

**Приходько Сергій Юрійович,**

доцент, кандидат технічних наук, доцент Донецького національного технічного університету, Україна, Донецьк

**Реутов Олексій Андрійович,**

аспірант Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

**Романенко Віктор Демидович,**

професор, доктор технічних наук, заступник директора з навчальної роботи Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

**Селін Олександр Миколайович,**

доцент, кандидат технічних наук, доцент Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

**Сергєєва Катерина Олександрівна,**

інженер I категорії інженерно-фізичного факультету НТУУ «КПІ», Україна, Київ

**Хатамлех Хазем,**

доктор філософії, доцент університету Ал-Балка Аблайд, Йорданія, Ажлон

**Чевардін Владислав Євгенійович,**

кандидат технічних наук, докторант Військового інституту телекомунікацій та інформатизації НТУУ «КПІ», Україна, Київ

Зміст журналу  
«Системні дослідження та інформаційні технології»  
за 2012 р.

**ЗМІСТ № 1**

<i>Панкратова Н.Д., Глушак Л.В.</i> Системный подход к реализации информационной технологии линейки развития .....	7
<i>Недашковская Н.И.</i> Оценивание чувствительности метода ДШ/МАИ к изменениям во множестве альтернатив .....	17
<i>Naigh M.</i> Requirements engineering for business stakeholders: applying quality views framework to software .....	31
<i>Яровий А.А., Власюк Р.С.</i> Розробка неймережевої інтелектуальної системи для прогнозування енергетичних центрів плямових зображень у процесах профілювання лазерного променя .....	39
<i>Романюк О.М., Санигора А.С., Свістунів С.Я., Марченко О.І.</i> Створення середовища виконання наукових додатків у Грід з використанням інструментаріїв Gridsphere та Vine Toolkit як частини комплексного наукового шлюзу .....	51
<i>Михалевич В.М., Іваненко В.И.</i> К неопределенности в непараметрических схемах ситуаций задач принятия решения .....	61
<i>Повещенко Г.П.</i> Модель индивидуального та групового формування експертних оцінок .....	77
<i>Капустян О.А., Ясінський В.В.</i> Наближений регулятор для еволюційного включення субдиференціального типу .....	87
<i>Федин С.С., Зубрецькая Н.А.</i> Обеспечение точности обобщенной интервальной оценки качества изделий .....	94
<i>Гарт Л.Л.</i> Проекційно-ітераційний алгоритм розв'язання некоректних інтегральних рівнянь Вольтера .....	101
<i>Згуровський М.З., Зайченко Ю.П.</i> Комплексный анализ риска банкротства корпораций в условиях неопределенности. Часть 1 .....	113
<i>Горбатюк О.Д., Мельник К.В.</i> Сравнительный обзор методов линейных матричных неравенств и $H_{\infty}$ -оптимизации применительно к задаче подавления внешних возмущений для стабилизации неустойчивого объекта .....	129
Реферати .....	142
Відомості про авторів .....	148

**ЗМІСТ № 2**

<i>Згуровський М.З., Петренко А.І.</i> Оброблення наукових даних в умовах інформаційного «буму» .....	7
<i>Зайцев Д.А.</i> Ингибиторная сеть Петри, исполняющая произвольную заданную машину Тьюринга .....	26
<i>Глоба Л.С., Новогрудская Р.Л.</i> Модель представления знаний на специализированном Интернет-портале в области сопротивления материалов .....	42
<i>Абдуллаева Н.А.</i> Нечеткое моделирование для оценивания и прогнозирования индекса устойчивости социальной среды .....	49
<i>Морозов А.В., Панішев А.В.</i> Метод гілок та меж у гальмітоновій задачі про сільського листоношу .....	57
<i>Козуля Т.В., Шаронова Н.В.</i> Розв'язання задач управління екологічною безпекою за умови реалізації концепції корпоративної екологічної системи .....	67
<i>Данчук В.Д., Сватко В.В.</i> Оптимізації пошуку шляхів по графу в динамічній задачі комівояжера методом модифікованого мурашиного алгоритму .....	78
<i>Зак Ю.А.</i> Разбиение на подмножества и построение допустимых и оптимальных последовательностей выполнения множества заданий на нескольких машинах .....	87
<i>Алишов Н.И., Марченко В.А., Мищенко А.Н.</i> Алгоритмы замены контейнеров-ключей при потоковом шифровании информации методом косвенного шифрования .....	102
<i>Згуровський М.З., Зайченко Ю.П.</i> Комплексный анализ риска банкротства корпораций в условиях неопределенности. Часть 2 .....	111
<i>Кологривов Я.І.</i> Побудова сценаріїв розвитку світової економіки до 2030 р. у контексті великих економічних циклів Кондратьєва .....	125
<i>Бохонов Ю.Є.</i> Про один підхід до знаходження періодичних розв'язків нелінійного звичайного диференціального рівняння другого порядку .....	138
Реферати .....	144
Відомості про авторів .....	149

### ЗМІСТ № 3

<i>Баженов Н.А., Соколов Б.Н.</i> Обеспечение качества формирования концептуальной модели требований к программному обеспечению .....	7
<i>Кондратенко Н.Р., Снігур О.О.</i> Використання інтервальних функцій належності в задачах кластеризації даних соціального характеру .....	20
<i>Иваненко В.И., Михалевич В.М.</i> К неопределенности в параметрических схемах ситуаций задач принятия решения .....	30
<i>Демчишин М.В., Левченко С.Г.</i> Вплив вразливості об'єктів на розв'язок прямої та зворотної задач менеджменту інформаційної безпеки .....	43
<i>Соболева Е.В.</i> Модификации критериев обобщенной полезности в задачах идентификации многокритериального выбора .....	58
<i>Ясіньський В.В., Болдак А.О.</i> Дослідження еволюції залишкових знань у великих навчальних системах .....	66
<i>Федин С.С., Зубрецакая Н.А., Гончаров А.С.</i> Прогнозирование конкурентоспособности продукции по совокупности показателей качества на основе нейросетевого моделирования .....	74
<i>Бідюк П.І., Коновалюк М.М.</i> Визначення величини ризику VaR на основі оцінок параметрів моделі стохастичної волатильності .....	85
<i>Желдак Т.А.</i> Застосування зворотних залежностей у математичних моделях складних об'єктів та систем .....	95
<i>Дидук Н.Н.</i> Меры внутренней и внешней информации (на примере вероятностных ситуаций неопределенности). Часть I .....	107
<i>Башиянов О.М., Пічкур В.В., Хітько І.В.</i> Умови практичної стійкості дискретних систем і функції Ляпунова .....	125
<i>Чабаненко Д.М.</i> Дискретне Фур'є-продовження як алгоритм прогнозування фінансово-економічних часових рядів .....	134
Реферати .....	142
Відомості про авторів .....	148

### ЗМІСТ № 4

<i>Matsuki Y., Bidiuk P., Kalnytskyi G., Gavrish E.</i> Energy security cost as an externality — increased gas import price and economy of Ukraine .....	7
<i>Климчук С.А.</i> Применение прецедентов для диагностики кранов мостового типа .....	17
<i>Романенко В.Д., Реутов О.А.</i> Моделювання та оптимальне прийняття рішень для підтримання стабільності індексу споживчих цін .....	23
<i>Богушевський В.С., Жук С.В., Сергеева К.О., Горбачова М.В.</i> Модель керування конвертерним процесом у системі прийняття рішень .....	35
<i>Єремєєв І.С., Дичко А.О.</i> Управління якістю біохімічного очищення стічних вод .....	45
<i>Приходько С.Ю., Полякова Л.П.</i> Исследование устойчивости функционирования региональных природно-промышленных систем и принятие оптимальных управленческих решений .....	49
<i>Демчишин М.В., Левченко С.Г.</i> Оптимізація розподілу ресурсів при проведенні розвідки в інформаційному протистоянні .....	56
<i>Бідюк П.І., Гасанов А.С., Вавилов С.Е.</i> Идентификация нелинейности в реальных данных с использованием упрощенного теста .....	64
<i>Hatamleh Hazem.</i> Fast rerouting method in mpls networks in case of failures .....	74
<i>Ємець О.О., Ольховська О.В.</i> Розв'язування комбінаторних задач ігрового типу з обмеженнями-переставленнями у обох гравців: ітераційний метод .....	80
<i>Дидук Н.Н.</i> Меры внутренней и внешней информации (на примере вероятностных ситуаций неопределенности). Часть II .....	94
<i>Бондаренко В.Г., Селин А.Н.</i> Аппроксимация решения задачи Коши для параболического уравнения с нелинейным потенциалом .....	111
<i>Бессалов А.В., Чевардин В.С.</i> Число ізоморфізмів еліптичної кривої при трансформації канонічної форми рівняння .....	119
<i>Переверза К.В.</i> Методологія побудови сценаріїв розвитку складних соціальних систем з використанням морфологічного та SWOT-аналізу. Частина 1 .....	124
Реферати .....	138
Відомості про авторів .....	146
Зміст журналу «Системні дослідження та інформаційні технології» за 2012 р. ....	148
Автори статей за 2012 р. ....	150

## АВТОРИ СТАТЕЙ ЗА 2012 р.

- Абдуллаєва Нігяр Акрамівна № 2  
Алішов Надір Ісмаїл огли № 2  
Баженов Микола Олександрович № 3  
Башняков Олександр Миколайович № 3  
Бессалов Анатолій Володимирович № 4  
Бідюк Петро Іванович № 3, 4  
Богушевський Володимир Святославович № 4  
Болдак Андрій Олександрович № 3  
Бондаренко Віктор Григорович № 4  
Бохонов Юрій Євгенович № 2  
Вавілов Сергій Євгенович № 4  
Власюк Раїса Сергіївна № 1  
Гавриш Євген Іванович № 4  
Гарт Людмила Лаврентіївна № 1  
Гасанов Айдин Сардар огли № 4  
Глоба Лариса Сергіївна № 2  
Глушак Любомир Володимирович № 1  
Гончаров Олександр Сергійович № 3  
Горбатюк Ольга Дем'янівна № 1  
Горбачова Марина Володимирівна № 4  
Данчук Віктор Дмитрович № 2  
Демчишин Мирослав Володимирович № 3, 4  
Дичко Аліна Олегівна № 4  
Дідук Микола Миколайович № 3, 4  
Ємець Олег Олексійович № 4  
Єремєєв Ігор Семенович № 4  
Желдак Тімур Анатолійович № 3  
Жук Сергій Васильович № 4  
Зайцев Дмитро Анатолійович № 2  
Зайченко Юрій Петрович № 1, 2  
Зак Юрій Олександрович № 2  
Згуровський Михайло Захарович № 1, 2  
Зубрецька Наталія Анатоліївна № 1, 3  
Іваненко Віктор Іванович № 1, 3  
Кальницький Георгій Володимирович № 4  
Капустян Олена Анатоліївна № 1  
Климчук Сергій Олександрович № 4  
Козуля Тетяна Володимирівна № 2  
Кологривов Ярослав Ігорович № 2  
Кондратенко Наталія Романівна № 3  
Коновалюк Максим Михайлович № 3  
Левченко Євген Григорович № 3, 4  
Марченко Віталій Анатолійович № 2  
Марченко Олександр Іванович № 1  
Мацукі Йошіо № 4  
Мельник Костянтин Володимирович № 1  
Михалевич Вадим Михайлович № 1, 3  
Міщенко Олександр Миколайович № 2  
Морозов Андрій Васильович № 2  
Недашківська Надія Іванівна № 1  
Новогрудська Ріна Леонідівна № 2  
Ольховська Олена Володимирівна № 4  
Панішев Анатолій Васильович № 2  
Панкратова Наталія Дмитрівна № 1  
Переверза Катерина Володимирівна № 4  
Петренко Анатолій Іванович № 2  
Пічкур Володимир Володимирович № 3  
Повещенко Геннадій Павлович № 1  
Полякова Лариса Петрівна № 4  
Приходько Сергій Юрієвич № 4  
Реутов Олексій Андрійович № 4  
Романенко Віктор Демидович № 4  
Романюк Олександр Миколайович № 1  
Сапігора Антон Сергійович № 1  
Сватко Віталій Володимирович № 2  
Свістунов Сергій Якович № 1  
Селін Олександр Миколайович № 4  
Сергєєва Катерина Олександрівна № 4  
Снігур Ольга Олексіївна № 3  
Соболева Катерина Володимирівна № 3  
Соколов Борис Миколайович № 3  
Федін Сергій Сергійович № 1, 3  
Хатамлех Хазем № 4  
Хейг Марія № 1  
Хітько Іван Володимирович № 3  
Чабаненко Дмитро Миколайович № 3  
Чевардін Владислав Євгенійович № 4  
Шаронова Наталія Валеріївна № 2  
Яровий Андрій Анатолійович № 1  
Ясінський Василь Васильович № 1, 3