

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ КОМПЛЕКС
«ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ» НТУУ «КПІ»
МОН ТА НАН УКРАЇНИ

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

МІЖНАРОДНИЙ НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 1

2012

ЗАСНОВАНИЙ У ЛИПНІ 2001 р.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Головний редактор

М.З. ЗГУРОВСЬКИЙ, акад. НАН України

Заступник головного редактора

Н.Д. ПАНКРАТОВА, проф., д. т. н.

Члени редколегії:

П.І. АНДОН, чл.-кор. НАН України

А.В. АНІСІМОВ, проф., д. ф.-м. н.

В.Г. БОНДАРЕНКО, проф., д. ф.-м. н.

Ж. БОННІН, проф., Франція

Г.-В. ВЕБЕР, проф., Турція

Р. ВОРОНКА, проф., США

О.Д. ГВІШАНИ, проф., д. ф.-м. н.,
Росія

В.М. КУНЦЕВИЧ, акад. НАН України

О.С. МАКАРЕНКО, проф., д. ф.-м. н.

О.А. ПАВЛОВ, проф., д.т.н.

Т.Л. СААТІ, проф., д. ф.-м. н.

Л. САКАЛАУСКАС, проф., Литва

І.В. СЕРГІЄНКО, акад. НАН України

Е.О. ФАЙНБЕРГ, проф., США

Я.С. ЯЦКІВ, акад. НАН України

АДРЕСА РЕДАКЦІЇ:

03056, м. Київ,
пр. Перемоги, 37, корп. 35,
Навчально-науковий комплекс
«Інститут прикладного системного аналізу»
НТУУ «КПІ» МОН та НАН України
Тел.: **406-81-44**; Факс: **406-81-44**
E-mail: journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua
<http://journal.iasa.com.ua>

У номері:

• **Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу**

• **Прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи**

• **Проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах**

• **Математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем**

• **Методи аналізу та управління системами в умовах ризику і невизначеності**

NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE
EDUCATIONAL-SCIENTIFIC COMPLEX
«INSTITUTE FOR APPLIED SYSTEM ANALYSIS»
AT THE NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF UKRAINE «KPI»
OF MES AND NAS OF UKRAINE

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

№ 1

2012

IT IS FOUNDED IN JULY, 2001

EDITORIAL BOARD:

The editor – in – chief

M.Z. ZGUROVSKY, Academician of
NASU

Deputy editor – in – chief

N.D. PANKRATOVA, Prof., Ukraine

Associate editors:

F.I. ANDON, Correspondent
member of NASU
A.V. ANISIMOV, Prof., Ukraine

V.G. BONDARENKO Prof., Ukraine

Z. BONNIN, Prof., France

E.A. FEINBERG Prof., USA

A.D. GVISHIANI Prof., Russia

V.M. KUNTHEVICH, Academician of NASU

A.S. MAKARENKO Prof., Ukraine

A.A. PAVLOV, Prof., Ukraine

T.L. SAATY, Prof., USA

L. SAKALAUŠKAS Prof., Lithuania

I.V. SERGIENKO, Academician of NASU

R. VORONKA, Prof., USA

G.-W. WEBER Prof., Turkey

Ya.S. YATSKIV Academician of NASU

THE EDITION ADDRESS:

03056, Kyiv,
av. Peremogy, 37, building 35,
Educational-Scientific Complex
«Institute for Applied System Analysis» at the
National Technical University of Ukraine «KPI»
of MES and NAS of Ukraine
Phone: **406-81-44**; Fax: **406-81-44**
E-mail: journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua
<http://journal.iasa.com.ua>

In the issue:

• **Theoretical and applied problems and methods of system analysis**

• **Progressive information technologies, high-efficiency computer systems**

• **Decision making and control in economic, technical, ecological and social systems**

• **Mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research**

• **Methods of system analysis and control in conditions of risk and uncertainty**

Шановні читачі!

Навчально-науковий комплекс «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України видає міжнародний науково-технічний журнал

«СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ».

Журнал публікує роботи теоретичного і прикладного характеру в широкому спектрі проблем, пов'язаних із системними дослідженнями та інформаційними технологіями.

Провідні тематичні розділи журналу:

Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу; теоретичні та прикладні проблеми інформатики; автоматизовані системи управління; прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи; проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах; теоретичні та прикладні проблеми інтелектуальних систем підтримки прийняття рішень; проблемно і функціонально орієнтовані комп'ютерні системи та мережі; методи оптимізації, оптимальне управління і теорія ігор; математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем; методи аналізу та управління системами в умовах ризику і невизначеності; евристичні методи та алгоритми в системному аналізі та управлінні; нові методи в системному аналізі, інформатиці та теорії прийняття рішень; науково-методичні проблеми в освіті.

Головний редактор журналу — ректор Національного технічного університету України «КПІ», директор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, академік НАН України Михайло Захарович Згуровський.

Журнал «Системні дослідження та інформаційні технології» включено до переліку фахових видань ВАК України.

Статті публікуються українською, російською та англійською мовами.

Журнал можна передплатити. **Наш індекс 23918.** Якщо ви не встигли передплатити журнал, його можна придбати безпосередньо в редакції. Наша адреса: 03056, м. Київ, пр. Перемоги, 37, корп. 35.

Завідуюча редакцією **С.М. Шевченко**

Редактор **А.О. Млечко**

Молодший редактор **В.М. Литвин**

Комп'ютерна верстка та набір **А.А. Патіоха**

Підписано до друку 15.03.2012. Формат 70x108/16.

Папір офс. Офс. друк. Ум. друк. арк. 14. Ціна договірна.

Свідоцтво про реєстрацію КВ № 13804–2778 ПР від 17.03.2008 р.

Видавництво та поліграфія ВПК «Політехніка»

ВПІ НТУУ «КПІ»

03056, Київ–56, пр. Перемоги, 37, корп. 15

Dear Readers!

The Educational-scientific complex «Institute for applied system analysis» at the National technical university of Ukraine «KPI» of MES and NAS of Ukraine is published of the international scientific and technical journal

«SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES».

The Journal is printing works of a theoretical and applied character on a wide spectrum of problems, connected with system researches and information technologies.

The main thematic sections of the Journal are the following:

Theoretical and applied problems and methods of system analysis; theoretical and applied problems of computer science; automated control systems; progressive information technologies, high-efficiency computer systems; decision making and control in economic, technical, ecological and social systems; theoretical and applied problems of intellectual systems for decision making support; problem- and function-oriented computer systems and networks; methods of optimization, optimum control and theory of games; mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research; methods of system analysis and control in conditions of risk and uncertainty; heuristic methods and algorithms in system analysis and control; new methods in system analysis, computer science and theory of decision making; scientific and methodical problems in education.

The editor-in-chief of the Journal is Rector of the National Technical University of Ukraine «KPI», Director of the Educational-scientific complex «Institute for applied system analysis» at the National technical university of Ukraine «KPI» of MES and NAS of Ukraine, academician of the NASU Michael Zaharovich Zgurovsky.

The articles to be published in the Journal in Ukrainian, Russian and English languages are accepted. Information printed in the Journal is included in the Catalogue of periodicals of Ukraine.

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

1 • 2012

ЗМІСТ

ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ І МЕТОДИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ	
<i>Панкратова Н.Д., Глушак Л.В.</i> Системный подход к реализации информационной технологии линейки развития	7
<i>Недашкова Н.И.</i> Оценивание чувствительности метода ДШ/МАИ к изменениям во множестве альтернатив	17
ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ	
<i>Haigh M.</i> Requirements engineering for business stakeholders: applying quality views framework to software	31
<i>Яровий А.А., Власюк Р.С.</i> Розробка нейромережевої інтелектуальної системи для прогнозування енергетичних центрів плямових зображень у процесах профілювання лазерного променя	39
<i>Романюк О.М., Сапігора А.С., Свістунов С.Я., Марченко О.І.</i> Створення середовища виконання наукових додатків у Грід з використанням інструментаріїв GridSphere та Vine Toolkit як частини комплексного наукового шлюзу	51
ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ І УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ, ЕКОЛОГІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ	
<i>Михалевич В.М., Иваненко В.И.</i> К неопределенности в непараметрических схемах ситуаций задач принятия решения	61
<i>Повещенко Г.П.</i> Модель індивідуального та групового формування експертних оцінок	77
МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ І ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ	
<i>Капустян О.А., Ясінський В.В.</i> Наближений регулятор для еволюційного включення субдиференціального типу	87
<i>Федин С.С., Зубрецакая Н.А.</i> Обеспечение точности обобщенной интервальной оценки качества изделий	94
<i>Гарт Л.Л.</i> Проекційно-ітераційний алгоритм розв'язання некоректних інтегральних рівнянь Вольтера	101
МЕТОДИ АНАЛІЗУ ТА УПРАВЛІННЯ СИСТЕМАМИ В УМОВАХ РИЗИКУ І НЕВИЗНАЧЕНОСТІ	
<i>Згуровский М.З., Зайченко Ю.П.</i> Комплексный анализ риска банкротства корпораций в условиях неопределенности. Часть 1	113
<i>Горбатюк О.Д., Мельник К.В.</i> Сравнительный обзор методов линейных матричных неравенств и H_∞ -оптимизации применительно к задаче подавления внешних возмущений для стабилизации неустойчивого объекта	129
Реферати	142
Відомості про авторів	148

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

1 • 2012

CONTENTS

THEORETICAL AND APPLIED PROBLEMS AND METHODS OF SYSTEM ANALYSIS	
<i>Pankratova N.D., Glushak L.V.</i> The system approach to the implementation of information technology of development line	7
<i>Nedashkovskaya N.I.</i> Evaluation of sensitivity of the DS/AHP method to the applying in the most of the alternatives	17
PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES, HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS	
<i>Haigh M.</i> Requirements engineering for business stakeholders: applying quality views framework to software	31
<i>Yarovyy A.A., Vlasjuk R.S.</i> Neural net intellectual system development for energy center of spot images forecasting in the laser beam profiling system	39
<i>Romanjuk O.M., Sapigora A.S., Svictunov S.Ya., Marchenko O.I.</i> Creation of the environment of the scientific applications implementation in the Grid with the use of GridSphere and Vine Toolkit as part of an integrated scientific gateway	51
DECISION MAKING AND CONTROL IN ECONOMIC, TECHNICAL, ECOLOGICAL AND SOCIAL SYSTEMS	
<i>Mykhalevich V.M., Ivanenko V.I.</i> To the uncertainty in the non-parametric schemes of decision-making problems	61
<i>Poveshchenko G.P.</i> Model of individual and group formation of expert estimations	77
MATHEMATICAL METHODS, MODELS, PROBLEMS AND TECHNOLOGIES FOR COMPLEX SYSTEMS RESEARCH	
<i>Kapustian O.A., Yasinsky V.V.</i> Close regulator for evolutionary inclusion of subdifferential type	87
<i>Fedin S.S., Zubretska N.A.</i> Providing of exactness of the generalized interval estimation of quality of the products	94
<i>Hart L.L.</i> A projection-iteration algorithm of solution the ill-posed integral equations of Volter	101
METHODS OF SYSTEM ANALYSIS AND CONTROL IN CONDITONS OF RISK AND UNCERTAINTY CONDITIONS	
<i>Zgurovsky M.Z., Zaychenko Yu.P.</i> A complex analysis of the enterprises' bankruptcy risk in the conditions of uncertainty. Part 1	113
<i>Gorbatyuk O.D., Melnik K.V.</i> A Comparative review of linear matrix inequalities method and H_∞ -optimization with regard to the problem of external disturbance suppression for the unstable object stabilization	129
References	142
Information about the authors	148



УДК 519.711.3

**СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К РЕАЛИЗАЦИИ
ИНФОРМАЦИОННОЙ ТЕХНОЛОГИИ ЛИНЕЙКИ РАЗВИТИЯ**

Н.Д. ПАНКРАТОВА, Л.В. ГЛУШАК

Приведен системный подход к реализации информационной технологии линейки развития, включающий содержательную и математическую постановки задачи. Рассмотрено практическое применение приведенного системного подхода на примере построения стратегии развития коммерческого банка до 2020 г.

ВВЕДЕНИЕ

Опыт ведущих стран мира свидетельствует, что успех в социальной и экономической деятельности государства в современных условиях глобализации мировой экономики во многом обеспечивается высокими темпами инновационного развития научно-технического и производственно-технологического потенциалов, а также высоким уровнем конкурентоспособности национальной наукоемкой продукции на мировом рынке. Во многих странах, прежде всего для выработки долгосрочного видения инновационного развития промышленности, науки и техники как основных составляющих экономики, используют методологию технологического предвидения [1, 2]. На ее основе осуществляется систематический процесс «идентификации» ключевых будущих технологий (критических технологий), чтобы помочь представителям высших руководящих органов экономической сферы государства, отраслей промышленности или отдельных учреждений и компаний в формировании наиболее эффективной научно-технической политики и планировании ее развития.

Правительства всех стран постепенно вынуждены «втягиваться» в процесс предвидения, так как успешное использование достижений науки и техники в большей степени зависит от эффективных связей между бизнесом, инновациями, научными и образовательными учреждениями и ветвями власти, которые ответственны за технологическое развитие общества. Технологическое предвидение является основой для установления и укрепления подобных связей, способствуя согласованию и реализации национальной и региональной инновационных систем, повышая их эффективность. Методология предвидения предлагает механизм для достижения подобной цели; способствует общению участников системы; обсуждению проблем, имеющих долгосрочный взаимный интерес; координации соответствующих стра-

тегий, и в некоторых случаях, сотрудничеству. Таким образом, технологическое предвидение, как процесс принятия решения относительно поведения сложной системы в будущем, становится средством активизации национальной и региональной систем инновационного развития, приобретает роль важного движителя методологии инновационного развития современного общества как на национальном или региональном уровне, так и на уровне отдельных отраслей промышленности или крупных организаций и компаний. Практика использования методологии предвидения базируется, в первую очередь, на использовании интуиции, опыта и знаний экспертов проводить исследования в разных предметных областях при решении задач стратегического планирования и принятия решений.

Для сложных систем с человеческим фактором характерны существенные неопределенности данных и информации. Их поведению присущи различные риски, а оценки экспертов относительно качественных характеристик этих систем всегда субъективны. С учетом всех перечисленных выше характеристик необходимо принимать соответствующие решения на основе единой базы данных, которую целесообразно формировать в виде линейки развития. Применение линейки развития стратегическим подразделением любой компании, отрасли или региона должно преследовать одну из целей — знать о событиях до того, как они наступили, а также знать о них за тот промежуток времени, который позволяет подготовиться к ним и включиться в подготовку к этому событию, или повлиять на него. Обобщенное организационное и техническое описание инструмента линейки развития приведено в работе [3].

Цель работы — разработка идеологии и формализации технологии инструмента линейки развития в виде информационной платформы согласованных стратегий рассматриваемой предметной области на уровне инновационного развития компаний, предприятий и регионов. Планы развития предприятий, отраслей, регионов и видения органов власти должны заноситься в единую базу знаний — линейку развития. Она позволяет увидеть, какое будущее будет создано при реализации всех заявленных стратегий развития, а также с привлечением экспертов оценить реальное состояние исследуемой проблемы.

СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД К РЕАЛИЗАЦИИ ИНФОРМАЦИОННОЙ ТЕХНОЛОГИИ ЛИНЕЙКИ РАЗВИТИЯ

Содержательная постановка задачи

Содержательная составляющая линейки развития является одним из инструментов, информационно обеспечивающих предварительный этап процесса технологического предвидения. Реализация этого процесса, т.е. процесса принятия решения относительно поведения сложной системы в будущем с наличием человеческого фактора, предполагает выполнения 4-х этапов. Первый, предварительный этап, является базовым, обеспечивающим информацию об исследуемом объекте. Объекты, которые исследуются, существуют в информационном пространстве, где разными источникам генерируются большие объемы структурированной и неструктурированной

информации различной природы, связанной тем или иным образом с этими объектами. Такими источниками могут быть: масс-медиа, глобальная информационная сеть Интернет, информационные отчеты министерств и ведомств, информация, советы экспертов и т.д. Не учет на данном этапе определенного вида информации в дальнейшем может привести к существенному ущербу. Поэтому на данном этапе целесообразно также разрабатывать современные технологии, позволяющие в наибольшей степени учитывать исследуемую проблему в широком ракурсе.

Предлагается на начальной стадии предварительного этапа формировать содержательную составляющую рассматриваемой проблемы в виде современной информационной технологии линейки развития (ИТЛР). ИТЛР позволит не только выполнять основные задачи предвидения (изучать и предвидеть тенденции естественного процесса развития, оценивать угрозы и возможности, разрабатывать план действий и т.д.), но также оценивать множества принятых решений, конфликтов, возможного повтора похожих проблем, а также согласовывать взаимоприемлемый желаемый образ будущего. ИТЛР на основе реальных данных позволит оценить ситуацию в краткосрочном (5–7 лет) и долгосрочном (10–15 лет) будущем.

Реализация ИТЛР базируется на разрабатываемом системном подходе, структурная схема которого приведена на рис.1. Базовым здесь является модуль «Разработка модели линейки развития», который обеспечивает создание структурной и содержательной составляющих в условиях концептуальной неопределенности. Данный модуль разработки линейки развития базируется на выполнении следующих этапов процесса предвидения: сбор и обработка исходной информации, создание базы данных, вычислительный комплекс, принятие решения.

Рассмотрим более детально каждый из указанных этапов, представленных в виде программных модулей.

Модуль сбора и обработки исходной информации заключается в интегрировании разнотипных данных, приведении их к единому, обрабатываемому, формату. Программно-технические средства этого модуля реализуют известные методы сканирования, мозгового штурма, STEEP и SWOT анализов и алгоритмы предварительной оценки экспертных предложений по степени их перекрестного влияния на значимые факторы анализа алгоритма построения области допустимых решений для задачи поиска рациональных решений рассматриваемой проблемы [4]. При разработке этого модуля учитываются необходимые сведения об источниках и потребителях информации, о порядке получения и предоставления конфиденциальной информации и т.д. По завершению обработки, данные кластеризуются, выявляются критические технологии, оцениваются экспертами на предмет актуальности, достоверности, своевременности и противоречивости.

Переработанная и агрегированная информация далее поступает и хранится в базе данных, из которой она может быть востребована по заказу в любых разрезах, или в таком виде, в котором она поступила от источника. Создание базы данных тесно связано с выполнением последовательности задач: проектирование структуры, разработка СУБД, утверждение механизма сопровождения базы данных.

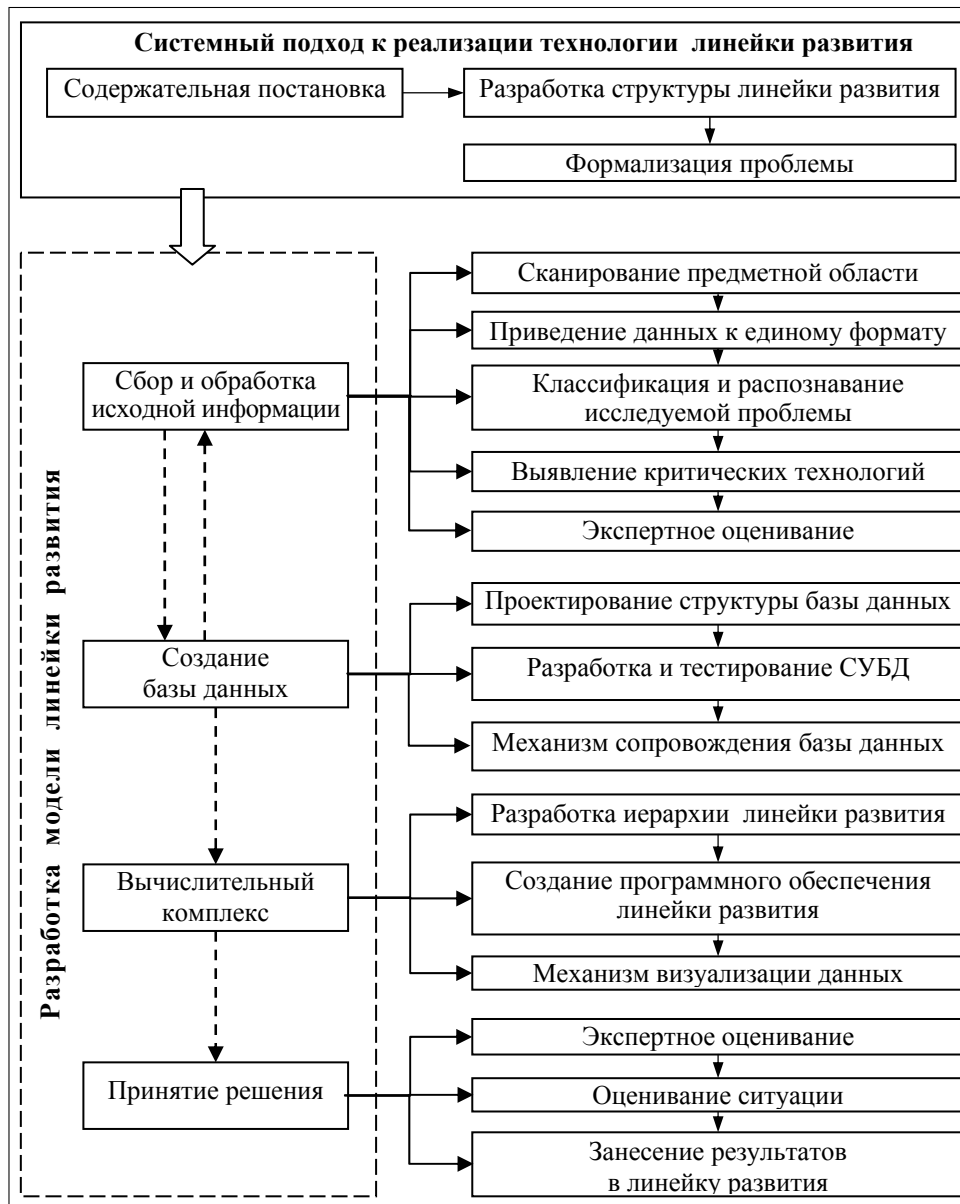


Рис. 1. Структурная схема системного подхода к формализации ИТЛР

По завершению построения структуры базы данных и разработки СУБД выполняется задача по созданию программного обеспечения, представляющего визуализацию данных в виде линейки развития. За данный этап отвечает модуль «Вычислительный комплекс», элементами которого являются: разработка структурной иерархии линейки развития; создание программного обеспечения линейки развития; разработка механизма визуализации данных.

Модуль «Принятие решения» ориентирован на постоянную связь с рабочими группами по оцениванию текущего состояния критических технологий и обновление результатов в линейке развития. Это группа системных аналитиков, которая, с одной стороны, обладая знаниями о системе, и, с дру-

гой, с требованиями различных уровней государственного управления, в интерактивном режиме готовит и подает на соответствующие уровни линейки развития информацию, сопровождающаяся необходимыми обоснованиями (рассчитанными рисками, уровнями доверия, результатами имитационного моделирования и др.). Группа интерактивного взаимодействия может также согласовывать разнородные данные и информацию, поступающую в ИТЛР в соответствии с заданными целями и стратегиями. При этом система может действовать в режиме реального времени, с опережением событий или в режиме анализа временных ситуаций.

Математическая постановка задачи

Разрабатываемая ИТЛР представляется как многоуровневая система, где каждый предшествующий уровень является отображением развития некоторых объектов области или кластера в будущем. Т.е. начальный уровень является отображением подмножества элементов кластера, которые соответствуют текущему состоянию развития технологий, соответственно высокий уровень — определенное предполагаемое состояние технологий кластера в будущем.

К наивысшему уровню, как к исследуемой системе в целом, предъявляются требования в виде множества показателей [5]:

$$Q_o = \{K_r^o \mid K_r^- \leq K_r^o \leq K_r^+; r = 1, R_o\}, \quad (1)$$

где K_r^o — r -й качественный показатель системы.

Для формирования структуры ИТЛР исследуемая проблемная система представляется в виде декартового произведения конечного количества уровней:

$$S_0 = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_i \times \dots \times S_m,$$

где m — общее количество уровней; S_0 — уровень, который отвечает системе в целом.

Каждый S_i -уровень формируется в виде:

$$S_i = \langle M_i, f_i, \varphi_i, X_i, Y_i \rangle, \quad M_i = \{\Phi_{ij} \mid j = 1, \dots, N_i\},$$

$$\varphi_i : X_i \rightarrow Y_i; \quad f_i : Y_i \rightarrow Y_{i-1},$$

где M_i — множество функциональных элементов (в ИТЛР в качестве функциональных элементов выступают составляющие исследуемой предметной области) на i -м уровне; Φ_{ij} — функциональный элемент j -го типа на i -м уровне; φ_i, f_i — функционалы, которые определяют взаимосвязь соответствующих параметров; N_i — общее количество функциональных элементов на i -ом уровне; X_i, Y_i — множества, соответственно, внутренних и внешних параметров функциональных элементов i -го уровня, которые определяются соотношениями:

$$Y_i = \{Y_{ij} \mid j = 1 \dots N_i\}, \quad X_i = \{X_{ij} \mid j = 1 \dots N_i\}.$$

Для формирования требований к элементам системы необходимо установить взаимозависимость внешних параметров разных уровней:

$$Y_0 = f_0(Y_1), \dots, Y_i = f_i(Y_{i+1}), \dots, Y_{m-1} = f_{m-1}(Y_m).$$

Для всех $i = 1 \dots m$, полагая $Y_i = \{Y_{ir_i} | r_i = 1 \dots R_i\}$ и учитывая то, что уровень S_0 соответствует ИТЛР в целом, получим систему уравнений для определений требований к наивысшему уровню:

$$K_r^- = f_{0r}(Y_{1r_1}^-); K_r^+ = f_{0r}(Y_{1r_1}^+); r = 1, \dots, R_0; r_1 = 1, \dots, R_1.$$

Решения систем

$$\hat{Y}_1^- = \{\hat{Y}_{1r_1}^- | r_1 = 1 \dots R_1\}; \hat{Y}_1^+ = \{\hat{Y}_{1r_1}^+ | r_1 = 1 \dots R_1\} \quad (2)$$

позволяет получить исходные данные для определения \hat{Y}_2^-, \hat{Y}_2^+ . В общем случае для $i \in [1, m]$ имеем системы уравнений:

$$\hat{Y}_{ir_i}^- = f_{ir_i}(Y_{(i+1)r_{i+1}}^-); \hat{Y}_{ir_i}^+ = f_{ir_i}(Y_{(i+1)r_{i+1}}^+); r_i = 1, \dots, R_i; r_{i+1} = 1, \dots, R_{i+1}. \quad (3)$$

Следовательно, определение требований к функциональным элементам структуры сводится к формированию последовательности уравнений вида (3). На основе значений \hat{Y}_i^-, \hat{Y}_i^+ , полученных из системы уравнений (3), определяются требования к внешним показателям качества k_{ijq} каждого типа функциональных элементов Φ_{ij} :

$$\hat{K}_{ij} = \{k_{ijq} | k_{ijq}^- \leq k_{ijq} \leq k_{ijq}^+; q = 1, \hat{q}_{ij}\}.$$

Полученные требования являются исходными данными для построения альтернативных сценариев развития сложной многоуровневой системы, т.е. представляют собой информационную технологию для принятия решений.

Структурно-функциональный анализ предусматривает представление k -го объекта исследования в виде декартового произведения конечного числа уровней:

$$S_0^k = S_1^k \times S_2^k \times \dots \times S_i^k \times \dots \times S_{m^k}^k,$$

где m^k — общее количество уровней k -го объекта исследования; S_0^k — уровень, который отвечает k -му объекту в целом.

Используя методологию (1)–(3), формируется множество рациональных структур сложной многоуровневой системы (множество Паретто).

На этапе исследования системы полученное множество рациональных структур объекта сужается. Все альтернативы рациональных функциональных элементов проверяются на предмет выполнения требований к системе не только на текущем уровне ИТЛР, но и на всем ее декартовом произведении. Определяются требования к внешним параметрам каждого S_i уровня и принимаются к каждому S_{Li} требования, как к системе в целом

$\hat{K}_{ij} = \{k_{ijq} \mid k_{ijq}^- \leq k_{ijq} \leq k_{ijq}^+; q = 1, \hat{q}_{ij}\}, i \in [1, m]$ в заданные промежутки времени. Таким образом, определяются требования $\hat{K}_{ij} = \{k_{ijq} \mid k_{ijq}^- \leq k_{ijq} \leq k_{ijq}^+; q = 1, \hat{q}_{ij}\}$ к внешним показателям k_{ijq} каждого типа функциональных элементов Φ_{ij} для каждого уровня ИТЛР.

Полученные результаты формируют множество рациональных альтернативных структур объекта для выполнения требований к системе в целом.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ ТЕХНОЛОГИИ ЛИНЕЙКИ РАЗВИТИЯ

В качестве практического применения ИТЛР предлагается создание стратегии развития коммерческого банка до 2020 г.

На этапе сканирования предметной области вопрос о развитии технологий банковского кластера в целом был вынесен на обсуждение круга экспертов. Полученные данные обрабатывались специалистами, и было выделено 6 ключевых технологий, которые образуют линейку развития банковского сектора в ближайшем будущем (рис. 2). Каждая из технологий состоит из стадий разработки, внедрения и использования. Условно можно разделить линейку развития на множество последовательных уровней ($S_0 = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_i \times \dots \times S_m$), где каждый из уровней содержит множество функциональных элементов.

События	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Виртуальные деньги							Внедрение	Использование		
Глобальные бизнес-процессы и аутсорсинг			Разработка	Внедрение	Использование					
Расширенный мобильный банкинг					Разработка	Внедрение	Использование			
Круглосуточный доступ к счету			Разработка	Использование						
Виртуальные отделения			Разработка	Внедрение	Использование					
Новые «производные» продукты		Разработка	Внедрение	Использование						

Рис. 2. ИТЛР банковского сектора

Для реализаций всех возможных технологий, представленных в ИТЛР на 2020 г., в соответствии с последовательностью уровней, необходимо в текущий момент времени развивать следующее:

- создание программного обеспечения для виртуальных отделений;
- разработка практического применения к использованию виртуальных отделений;

- обеспечение юридической экспертизы относительно использования виртуальных денег;
- изменение бизнес-процессов (в т.ч. глобализация);
- создание метаданных;
- создание единой информационной платформы.

Чтобы развивать описанные выше технологии, необходимы существенные капитальные затраты, следовательно, необходимо получить капитальные вложения для реализации стратегии. Для рассмотрения возможных сценариев относительно получения капитальных вложений представим коммерческий банк в виде многоуровневой структуры (рис. 3), где наивысший уровень отвечает за принадлежность подразделений к «Профит» или «Кост»-центрам (ценообразующие и не ценообразующие подразделения соответственно).

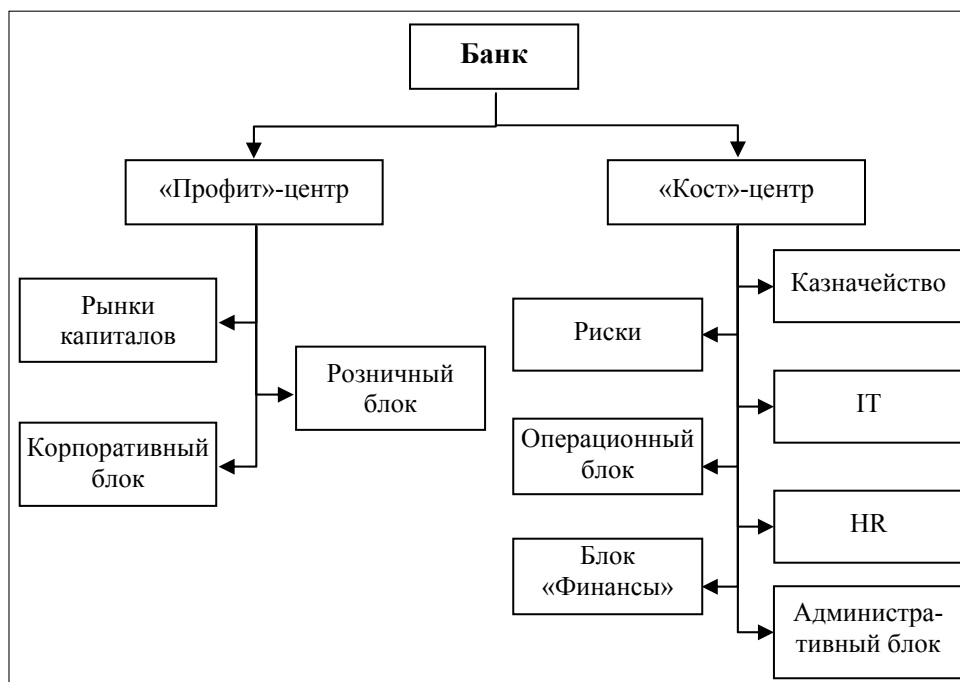


Рис. 3. Структура коммерческого банка

Отметим функции подразделений банка как множество функциональных элементов самого низкого из уровней:

1. Корпоративный блок: наращивание кредитного портфеля, оптимизация кредитного портфеля, привлечение пассивов, работа с клиентами.
2. Казначейство: контроль эффективности использования ликвидности, привлечение капитала, работа с финансовыми институтами, контроль требований НБУ.
3. Розничный блок: работа с клиентами, разработка продуктов, наращивание кредитного портфеля, привлечение пассивов.
4. Информационные технологии (IT): разработка CRM (программа, помогающая улучшать взаимоотношения с заказчиком и автоматизировать многие процессы в отделе продаж), оптимизация процессов, автоматизация процессов.

5. Риски: оптимизация кредитного портфеля, лимиты на контрагентов.
6. Рынки капиталов: межбанковские операции, операции с ценными бумагами.
7. Операционный блок: оптимизация процессов, автоматизация процессов, улучшение качества обслуживания.
8. Административный блок: выделение главных стратегий развития, приоритезация задач.
9. Блок финансы: привлечение капитала.
10. Блок по работе с персоналом (HR): мотивация сотрудников, привлечение сотрудников.

Таким образом, для коммерческого банка была сформирована структура в виде многоуровневой системы, и описаны функциональные элементы. В дальнейшем необходимо выделить функциональные элементы, которые не будут противоречить цели по привлечению капитальных вложений: разработка продуктов (Retail); работа с клиентами (Retail); работа с клиентами (Корпоративный блок); корпоративные отношения (Корпоративный блок); улучшение качества (Корпоративный блок); улучшение качества (Риски); контроль НБУ (Казначейство); капитал (Казначейство); суборд (Казначейство); ЦБ (Рынки капиталов); МБК (Рынки капиталов); бонды (Рынки капиталов); CRM (IT); автоматизация (IT); автоматизация (операционный блок); мотивация (HR).

Данные функциональные элементы организуются в диаграмму Ганта, которая отображает сценарии привлечения капитальных вложений для достижения глобальных целей по развитию банка до 2020 г. (рис. 4).

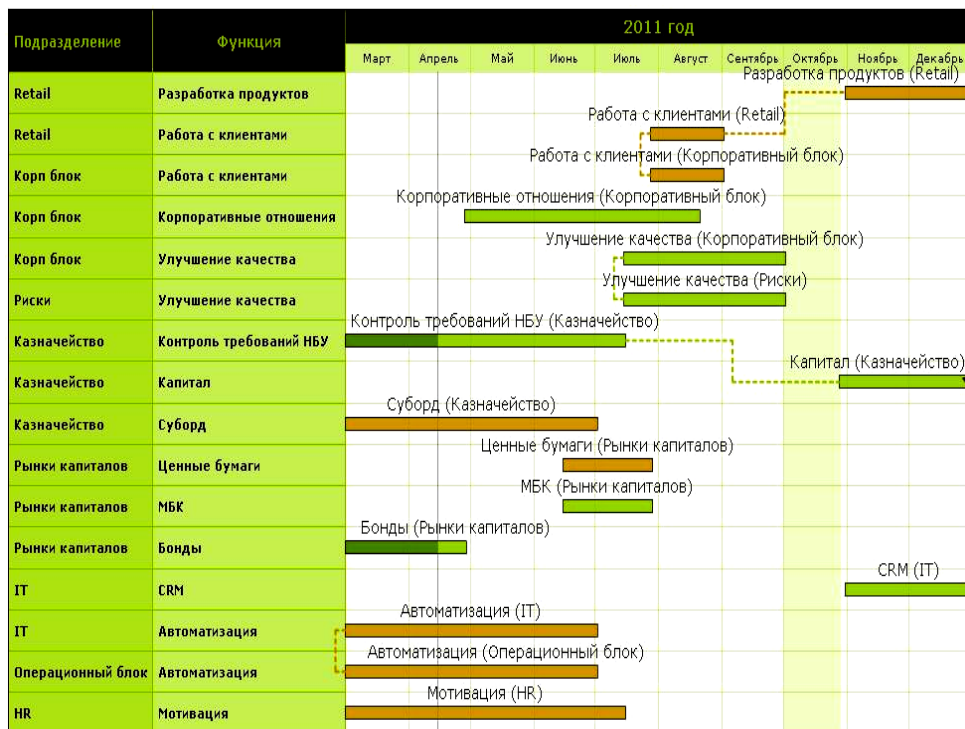


Рис. 4. Структурная схема сценариев по привлечению капитальных инвестиций

На завершающей фазе план подвергается критике, проверке и предоставляется лицам, принимающим решения по его реализации. Для этого план должен быть выполнен в форме ИТЛР (рис. 5). Эта фаза должна периодически пересматриваться и обновляться в соответствии со стремительным изменением информационных технологий.

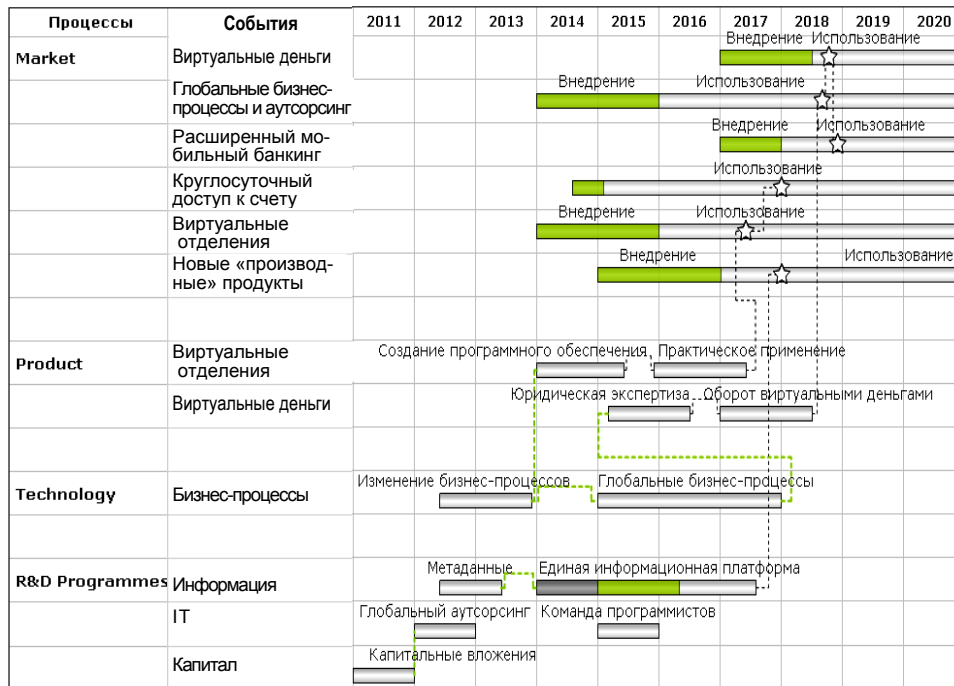


Рис. 5. ИТЛР стратегии развития коммерческого банка до 2020 г.

Рассмотренный пример построения ИТЛР стратегии развития коммерческого банка не сужает применение данного системного подхода только к приведенной области: механизм информационной технологии линейки развития можно применять для любой проблемной области, как в краткосрочном, так и в долгосрочном построении стратегии развития.

ЛИТЕРАТУРА

1. Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. Технологическое предвидение. — К.: Политехника, 2005. — 165 с.
2. Pankratova N., Oparina E. Technology foresight system strategy in innovation activity // Proc. Miedzynarodova Konferencja «VII Szkoła Geomechaniki». Materiały Naukowe, Gliwice-Ustron. — 2005. — P. 57–65.
3. Афанасьев Г.Э. Инфраструктура инноваций: ИТЛР 2.0 // Процедура разработки форсайта: материалы первой междунар. науч.-практ. Интернет-конф. / Под науч. ред. Н.Я. Калужновой. — Иркутск: Изд-во Иркутского гос. ун-та, 2007. — С. 122–128.
4. Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. Системный анализ: проблемы, методология, приложения. — К.: Наук. думка, 2011. — 743 с.
5. Панкратова Н.Д. Системная оптимизация конструктивных элементов современной техники // Кибернетика и системный анализ. — 2001. — № 3. — С. 119–131.

Поступила 12.01.2012

ОЦЕНИВАНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МЕТОДА ДШ/МАИ К ИЗМЕНЕНИЯМ ВО МНОЖЕСТВЕ АЛЬТЕРНАТИВ

Н.И. НЕДАШКОВСКАЯ

Проведена формализация интегрированного метода ДШ/МАИ поддержки принятия решений по многим критериям при неполных экспертных оценках, который объединяет метод анализа иерархий и теорию доверия Демпстера-Шафера. Проведено оценивание чувствительности ранжирований, полученных методом ДШ/МАИ, к изменениям во множестве альтернатив решений. Изменения ранжирований проиллюстрированы на нескольких примерах.

ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия метод анализа иерархий (МАИ) решения многокритериальных задач принятия решений (МКПР) на основе экспертных оценок [1, 2] разносторонне модифицируется и находит широкое применение в различных предметных сферах. Одна из модификаций — это метод ДШ/МАИ [3–7], объединяющий метод МАИ и теорию доверия Демпстера-Шафера [8], что позволяет осуществлять МКПР в условиях неполноты, неточности и неопределенности экспертной информации.

При решении практических задач лицо, принимающее решение, не всегда, в соответствии с методологией МАИ, имеет возможность выполнить парные сравнения между *всеми* альтернативами решений, что является необходимым условием для применения МАИ и практически всех его модификаций. При решении задач МКПР информация об альтернативах решений может быть неполной вследствие временных ограничений, неточности экспертных знаний, нематериального характера некоторых критериев и т.д. Большинство исследователей [9–11] решает задачу МКПР с неполной информацией, используя следующую двухшаговую процедуру. На первом шаге формируется задача МКПР с полной информацией путем дополнения отсутствующих значений матрицы решений, используя механизм обучения [9, 10] или эвристические правила [11]. На втором шаге применяются стандартные методы МКПР для решения задачи с полной информацией. В отличие от этой двухшаговой процедуры метод ДШ/МАИ позволяет решать задачу МКПР непосредственно, основываясь на неполных экспертных оценках альтернатив по критериям.

Цель работы — формализация метода ДШ/МАИ и исследование чувствительности решений, полученных этим методом, к разного вида изменениям во множестве альтернатив.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ДОВЕРИЯ ДЕМПСТЕРА-ШАФЕРА

Приведем основные понятия теории доверия Демпстера-Шафера (ТДШ) [8], используемые для формализации метода ДШ/МАИ.

Полное множество взаимоисключающих событий названо *фреймом различения* Θ . Возможными гипотезами в ТДШ являются все возможные подмножества Θ , их количество равно $|2^\Theta|$.

Базовым распределением доверия называется функция $m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$, удовлетворяющая двум аксиомам: доверие к пустому множеству равно нулю ($m(\emptyset) = 0$); сумма доверий для всех подмножеств фрейма Θ равна единице: $\sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1$.

Величина $m(A)$ показывает долю или порцию доверия к гипотезе $A \subseteq \Theta$. Любое подмножество A фрейма Θ , для которого выполняется условие $m(A) > 0$, называется *фокальным элементом*.

Полным доверием называется функция $Bel: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$, удовлетворяющая следующим аксиомам: доверие к пустому множеству равно нулю: $Bel(\emptyset) = 0$; доверие к фрейму Θ равно единице: $Bel(\Theta) = 1$; $Bel(A) + Bel(\neg A) \leq 1$.

Величина $Bel(A)$ вычисляется как сумма доверий по всем подмножествам A : $Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B)$ и показывает полное доверие к $A \subseteq \Theta$.

Символ « $\neg A$ » в определении функции полного доверия означает «не A », а величина доверия $Bel(\neg A)$ показывает уровень сомнения в гипотезе A и вычисляется по формуле:

$$Bel(\neg A) = \sum_{\substack{B \subseteq \Theta \\ A \cap B = \emptyset}} m(B).$$

Правдоподобием называется функция $Pls: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$, где $Pls(A)$ показывает величину максимального значения доверия, которое может быть по возможности назначено $A \subseteq \Theta$:

$$Pls(A) = 1 - Bel(\neg A).$$

Функции $Bel(A)$ и $Pls(A)$ интерпретируются как нижние и верхние вероятности появления гипотезы A в том смысле, что предполагается существование некоторой истинной вероятности $p(A)$ появления гипотезы A , такой что $Bel(A) \leq p(A) \leq Pls(A)$. Интервал $[Bel(A), Pls(A)]$ называется *доверительным интервалом*.

Следующие два неравенства: $Bel(A) + Bel(\neg A) \leq 1$, $Pls(A) + Pls(\neg A) \geq 1$, $A \subseteq \Theta$ показывают главное отличие ТДШ от традиционного байесовского подхода, в котором вероятность $p(A)$ события A удовлетворяет условию $p(A) + p(\neg A) = 1$. В случае, когда каждое подмножество A состоит только из одного элемента, получим $Bel(A) = Pls(A) = m(A)$, следовательно, в этом случае выполняется $Bel(A) + Bel(\neg A) = 1$. Поэтому ТДШ можно рассматривать как обобщение байесовской теории вероятности.

Для агрегирования независимых доверий относительно одних и тех же гипотез используется правило Демпстера, согласно которому агрегированные доверия к гипотезам находятся посредством вычисления ортогональных сумм

$$(m_1 \oplus m_2)(A) = \frac{1}{K} \sum_{X \cap Y = A} m_1(X)m_2(Y), \quad (1)$$

где $K = \sum_{X \cap Y \neq \emptyset} m_1(X)m_2(Y) = 1 - \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_1(X)m_2(Y)$ — нормировочная

константа, которая интерпретируется как мера конфликта между довериями m_1 и m_2 ; X, Y — фокальные элементы доверий m_1 и m_2 соответственно.

Используя свойство ассоциативности правила Демпстера (1), $(m_1 \oplus m_2) \oplus m_3 = m_1 \oplus (m_2 \oplus m_3)$ осуществляется агрегирование трех и более независимых доверий.

ФОРМАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ДШ/МАИ

Рассмотрим постановку задачи нахождения доверительных интервалов для альтернатив решений и ранжирования альтернатив по множеству критериев в соответствии с методом ДШ/МАИ, объединяющем метод анализа иерархий и теорию доверия Демпстера-Шафера.

Дано:

- $A = \{A_i \mid i = 1, \dots, n\}$ — множество альтернатив решений,
- $C = \{C_j \mid j = 1, \dots, q\}$ — множество критериев решений.

Требуется найти:

- значения доверий к альтернативам;
- доверительные интервалы для альтернатив;
- ранжирование альтернатив.

В методе ДШ/МАИ каждая группа альтернатив решений сравнивается с фреймом различения (все множество альтернатив) по каждому из критериев и эксперт выражает степень «благоприятного знания» для каждой из этих групп альтернатив [3, 4]. Приведенное является принципиальным отличием от метода МАИ, в котором парные сравнения проводятся между отдельными альтернативами. Количество групп альтернатив отображает количество знаний, которыми обладает эксперт по данному критерию. К альтернативам, находящимся в одной группе, полагается (имеет место) одинаковое доверие, т.е. эксперт не обладает достаточными знаниями для их различения. Кроме того, для агрегирования весов альтернатив по множеству критериев в методе ДШ/МАИ используется правило Демпстера вместо дистрибутивного и идеального методов, применяемых в МАИ.

Метод ДШ/МАИ состоит из нескольких этапов [3, 4]:

- 1) определение множества альтернатив и критериев решений;
- 2) нахождение точечных весов критериев по методу собственного вектора МАИ;
- 3) формирование групп альтернатив относительно критериев, при этом к альтернативам, находящимся в одной группе, имеется одинаковое доверие;

4) проведение парных сравнений сформированных групп альтернатив с фреймом различия (всем множеством альтернатив) по каждому из критериев;

5) нахождение значений функций базового распределения доверия $m_j(\cdot)$ для групп альтернатив и фрейма по каждому из критериев $j = 1, \dots, q$ методом главного собственного вектора;

6) агрегирование полученных в п. 5 функций базового распределения доверия, используя правило Демпстера;

7) расчет значений полного доверия $Bel(\cdot)$ и правдоподобия $Pls(\cdot)$, построение доверительных интервалов для групп альтернатив;

8) ранжирование альтернатив (групп альтернатив).

Проведем формализацию четвертого, пятого и восьмого этапов. Матрица парных сравнений (МПП) в методе ДШ/МАИ будет иметь следующую структуру:

$$D_{r+1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & d_1 w^c \\ 0 & 1 & \dots & 0 & d_2 w^c \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 1 & d_r w^c \\ 1/(d_1 w^c) & 1/(d_2 w^c) & \dots & 1/(d_r w^c) & 1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $d_i = d_{i\Theta}$ — количественное выражение степени преобладания группы альтернатив S_i над фреймом, r — количество групп альтернатив по рассматриваемому критерию, w^c — вес критерия. Нули в МПП (2) показывают, что парные сравнения производятся не между различными группами альтернатив, а только с фреймом.

Значения функции базового распределения доверия $m_j(\cdot)$ для групп альтернатив и фрейма вычисляются как элементы собственного вектора МПП D_{r+1} (2), отвечающего наибольшему собственному числу λ_{\max} этой матрицы. Используя уравнения $D_{r+1}w = \lambda_{\max} w$, $\det(D_{r+1} - \lambda I_{r+1}) = 0$, $\sum_{i=1}^{r+1} w_i = 1$ (условие нормировки) нетрудно доказать следующие утверждения.

Утверждение 1. Наибольшее собственное число МПП (2) равно $\lambda_{\max} = 1 + \sqrt{r}$.

Утверждение 2. Элементы нормированного главного собственного вектора МПП (2), соответствующие ее наибольшему собственному числу λ_{\max} , равны

$$w_i = \frac{d_i w^c}{\sum_{j=1}^r d_j w^c + \sqrt{r}}, \quad i = 1, 2, \dots, r, \quad w_{r+1} = \frac{\sqrt{r}}{\sum_{j=1}^r d_j w^c + \sqrt{r}}. \quad (3)$$

Величины w_i , $i = 1, 2, \dots, r + 1$, вычисленные по формулам (3), являются значениями функции базового распределения доверия по критерию: $m(S_i) = w_i$, $i = 1, 2, \dots, r$, $m(\Theta) = w_{r+1}$.

Мерой неполноты экспертной информации по критерию назовем величину $t(\Theta)$ базового доверия к фрейму по рассматриваемому критерию.

Мерой неполноты экспертной информации по множеству критериев $C = \{c_j \mid j = 1, \dots, q\}$ назовем величину $(t_1 \oplus t_2 \oplus \dots \oplus t_q)(\Theta)$ базового агрегированного доверия к фрейму.

Таким образом, использование теории Демстера-Шафера в МАИ позволяет осуществлять принятие решений по многим критериям в условиях неполноты экспертной информации, когда эксперт не обладает достаточными определенными знаниями для различения альтернатив по какому-либо из критериев. Также метод ДШ/МАИ позволяет количественно оценить относительную меру неполноты экспертных оценок.

В результате применения такого интегрированного метода ДШ/МАИ каждой группе альтернатив (альтернативе в частном случае) ставятся в соответствие значение полного доверия и доверительный интервал. Следовательно, для нахождения ранжирования групп альтернатив необходимо использовать специальные методы.

Можно рассматривать следующие два метода ранжирования групп альтернатив:

- 1) ранжирование в соответствии с убыванием точечных значений полных агрегированных доверий к группам альтернатив;
- 2) ранжирование, полученное при сравнении доверительных интервалов.

В данной работе предлагается следующий метод ранжирования групп альтернатив на основе сравнения их доверительных интервалов. Пусть $[Bel(S_i), Pls(S_i)]$ и $[Bel(S_j), Pls(S_j)]$ — доверительные интервалы групп альтернатив S_i и S_j . Если $Bel(S_i) > Bel(S_j)$ и $Pls(S_i) > Pls(S_j)$, то, основываясь на интерпретации доверительного интервала (рисунок), группа S_i обладает бóльшим полным доверием и меньшим уровнем непринятия по сравнению с группой S_j . В этом случае будем считать, что S_i преобладает над S_j . Степень преобладания S_i над S_j определим следующим образом:

$$P(S_i > S_j) = \frac{\max[0, Pls(S_i) - Bel(S_j)] - \max[0, Bel(S_i) - Pls(S_j)]}{[Pls(S_i) - Bel(S_i)] + [Pls(S_j) - Bel(S_j)]},$$

$$P(S_i > S_j) \in [0, 1].$$

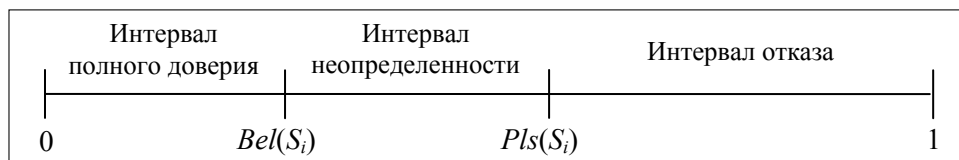


Рисунок. Схема интерпретации доверительного интервала

Группа альтернатив решений S_i преобладает над S_j (обозначение $S_i \succ S_j$), если $P(S_i > S_j) > 0,5$. Группы альтернатив решений S_i и S_j неразличимы (обозначение $S_i \sim S_j$), если $P(S_i > S_j) = 0,5$.

ОЦЕНИВАНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МЕТОДА ДШ/МАИ К ИЗМЕНЕНИЯМ ВО МНОЖЕСТВЕ АЛЬТЕРНАТИВ

Пусть n альтернатив решений A_1, A_2, \dots, A_n оцениваются по двум критериям C_1 и C_2 и по этим критериям определены соответственно d_1 и d_2 групп альтернатив решений $S_{11}, S_{12}, \dots, S_{1d_1}$ и $S_{21}, S_{22}, \dots, S_{2d_2}$, где $S_{1k} \cap S_{1l} = \emptyset$, $S_{2p} \cap S_{2r} = \emptyset$, $k, l = 1, \dots, d_1$, $p, r = 1, \dots, d_2$. Метод ДШ/МАИ используется для вычисления доверий $Bel(\cdot)$ и доверительных интервалов $[Bel(\cdot), Pls(\cdot)]$ для каждой группы альтернатив решений и фрейма Θ .

Нас интересуют условия изменения порядков ранжирования альтернатив решений при использовании метода ДШ/МАИ при изменении множества альтернатив, например, когда к множеству альтернатив добавляется еще одна альтернатива. В данной работе предлагаются следующие два условия. В первом условии рассматриваются изменения в значениях функций агрегированного полного доверия (далее просто доверия) групп альтернатив.

Пусть $Bel(S_i)$ — первоначальное значение агрегированного полного доверия к группе S_i на основании объединенного опыта по двум критериям, $Bel^*(S_i)$ — соответствующее значение после добавления альтернативы.

Условие 1. Порядок ранжирования между группами альтернатив S_i и S_j изменяется, если:

- доверие к группе S_i становится меньше доверия к группе S_j после добавления альтернативы, т.е. $Bel^*(S_i) < Bel^*(S_j)$ при первоначальном ранжировании $Bel(S_i) > Bel(S_j)$;
- выполняются условия $Bel(S_i) < Bel(S_j)$ и $Bel^*(S_i) > Bel^*(S_j)$;
- доверия к группам S_i и S_j стали отличаться (совпадать) после добавления альтернативы при условии, что они первоначально совпадали (отличались).

Поэтому, общее условие 1 изменения ранжирования следующее:

$$(\Delta Bel_{ij} \Delta Bel_{ij}^* < 0) \vee ((\Delta Bel_{ij} = 0) \wedge (\Delta Bel_{ij}^* \neq 0)) \vee ((\Delta Bel_{ij} \neq 0) \wedge (\Delta Bel_{ij}^* = 0)),$$

$$\Delta Bel_{ij} = Bel(S_i) - Bel(S_j), \quad \Delta Bel_{ij}^* = Bel^*(S_i) - Bel^*(S_j).$$

Условие 2. Порядок ранжирования между группами альтернатив S_i и S_j изменяется, если изменяются ранжирования, определяемые их доверительными интервалами $[Bel(S_i), Pls(S_i)]$ и $[Bel(S_j), Pls(S_j)]$.

В данной работе три известных тестовых критерия [12] используются для исследования разных типов изменения ранжирования в методе ДШ/МАИ. Эти критерии применялись для исследования других методов МКПР.

Тестовый критерий № 1. Использование эффективного метода МКПР не должно изменять наилучшую альтернативу при добавлении неоптималь-

ной альтернативы к множеству альтернатив решений (при условии неизменности относительных важностей критериев решений). Аналогично не должны изменяться относительные ранги остальных неизменяемых альтернатив.

Тестовый критерий № 2. Порядки ранжирования альтернатив решений, полученные с привлечением эффективного метода МКПР, должны удовлетворять свойству транзитивности.

Тестовый критерий № 3. Для той же задачи принятия решений и при использовании того же метода МКПР, ранжирование, полученное в результате объединения ранжирования подзадач, должно совпадать с первоначальным ранжированием до проведения декомпозиции.

Проведем оценивание чувствительности метода ДШ/МАИ согласно введенному выше условию 1, когда к множеству альтернатив решений добавляется неоптимальная альтернатива с разными свойствами.

Случай 1. Новая альтернатива A_{N+1} неоптимальна и формирует отдельную группу по каждому из критериев решений, т.е. $\{A_{N+1}\} \cap S_{1i} = \emptyset$ и $\{A_{N+1}\} \cap S_{2k} = \emptyset$, $i = 1, \dots, D_1$, $k = 1, \dots, D_2$.

Проведем агрегирование базовых функций доверий по двум критериям для возмущенного случая с добавленной альтернативой. После добавления альтернативы A_{N+1} , матрица пересечений $S_{1i} \cap S_{2k}$ в соответствии с правилом Демпстера (1) для групп первоначально определенных альтернатив A_1, \dots, A_N не изменяется и обозначена в табл. 1 жирным шрифтом.

Таблица 1. Промежуточные результаты использования правила Демпстера (случай 1)

$C_1 \backslash C_2$	S_{21}	S_{22}	...	S_{2D_2}	$\{A_{N+1}\}$	Θ
S_{11}	$S_{11} \cap S_{21}$	$S_{11} \cap S_{22}$...	$S_{11} \cap S_{2D_2}$	\emptyset	S_{11}
S_{12}	$S_{12} \cap S_{21}$	$S_{12} \cap S_{22}$...	$S_{12} \cap S_{2D_2}$	\emptyset	S_{12}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
S_{1D_1}	$S_{1D_1} \cap S_{21}$	$S_{1D_1} \cap S_{22}$...	$S_{1D_1} \cap S_{2D_2}$	\emptyset	S_{1D_1}
$\{A_{N+1}\}$	\emptyset	\emptyset	...	\emptyset	$\{A_{N+1}\}$	$\{A_{N+1}\}$
Θ	S_{21}	S_{22}	...	S_{2D_2}	$\{A_{N+1}\}$	Θ

Однако изменяется нормирующая константа K в правиле Демпстера (1):

$$K^* = 1 - \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_1(X)m_2(Y) = K - \sum_{A_{N+1} \cap Y = \emptyset} m_1(A_{N+1})m_2(Y),$$

где K — первоначальное значение нормирующей константы.

Как следствие, при возмущении множества альтернатив, агрегированные функции доверий для групп альтернатив, найденные по правилу Демпстера, могут изменяться непропорционально. Поэтому ранжирование может изменяться. Примеры изменения ранжирования согласно тестовым критериям № 1 и № 3 приведены ниже.

Случай 2. Новая альтернатива A_{N+1} неоптимальна и формирует отдельную группу по одному из критериев решений. Относительно второго критерия решений эта альтернатива A_{N+1} имеет такое же предпочтение относительно фрейма Θ , что и одна или несколько определенных ранее альтернатив, т.е. A_{N+1} включена в одну из существующих групп альтернатив.

Пусть альтернатива A_{N+1} включена в группу S_{21} (без потери общности выбор S_{21} не принципиален). Тогда после добавления A_{N+1} формируются группы $S_{11}, S_{12}, \dots, S_{1D_1}$ и $\{A_{N+1}\}$ относительно критерия C_1 и группы $S'_{21}, S_{22}, \dots, S_{2D_2}$ относительно критерия C_2 , где $S'_{21} = S_{21} \cup \{A_{N+1}\}$ (табл. 2).

Таблица 2. Промежуточные результаты использования правила Демпстера (случай 2)

$C_1 \backslash C_2$	$S'_{21} = S_{21} \cup \{A_{N+1}\}$	S_{22}	...	S_{2D_2}	Θ
S_{11}	$S_{11} \cap S_{21}$	$S_{11} \cap S_{22}$...	$S_{11} \cap S_{2D_2}$	S_{11}
S_{12}	$S_{12} \cap S_{21}$	$S_{12} \cap S_{22}$...	$S_{12} \cap S_{2D_2}$	S_{12}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
S_{1D_1}	$S_{1D_1} \cap S_{21}$	$S_{1D_1} \cap S_{22}$...	$S_{1D_1} \cap S_{2D_2}$	S_{1D_1}
$\{A_{N+1}\}$	$\{A_{N+1}\}$	\emptyset	...	\emptyset	$\{A_{N+1}\}$
Θ	$S_{21} \cup \{A_{N+1}\}$	S_{22}	...	S_{2D_2}	Θ

Как следует из табл. 2, при возмущении множества альтернатив и последующем агрегировании базовых доверий m_1 и m_2 по критериям, матрица пересечений в правиле Демпстера (1), соответствующая группам определенных первоначально альтернатив (обозначенная в табл. 2 жирным шрифтом), изменяется, так как изменяется результат пересечения группы S'_{21} с фреймом Θ . Появляется новый результат агрегирования:

$$(m_1^* \oplus m_2^*)(S_{21} \cup \{A_{N+1}\}) = \frac{1}{K^*} m_1(\Theta) m_2(S_{21} \cup \{A_{N+1}\}),$$

измененная нормирующая константа K в правиле Демпстера для всех результатов агрегирования вычисляется по формуле:

$$K^* = 1 - \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_1(X) m_2(Y) = K - \sum_{A_{N+1} \cap Y = \emptyset} m_1(A_{N+1}) m_2(Y).$$

Поэтому при применении правила Демпстера к возмущенному множеству альтернатив агрегированные функции доверий групп альтернатив также как и в случае 1 выше могут изменяться непропорционально. И, как следствие, ранжирование может изменяться (см. пример ниже).

Рассмотрим теперь возможность изменения ранжирования в методе ДШ/МАИ согласно тестовому критерию № 2. Предположим, что использо-

ван метод ДШ/МАИ и найдено ранжирование альтернатив задачи принятия решений. Далее, предположим, что произведена декомпозиция этой задачи на множество подзадач, в каждой из которых только две альтернативы оцениваются по всем критериям решений первоначальной задачи. Тогда в соответствии с тестовым критерием № 2 все порядки ранжирования подзадач должны удовлетворять свойству транзитивности.

Группы альтернатив относительно двух критериев решений C_1 и C_2 обозначим S_{1i} и S_{2j} . Предположим, что каждая группа состоит из одного элемента, т.е. $S_{11} = S_{21} = \{A_1\}$, $S_{12} = S_{22} = \{A_2\}, \dots, S_{1N} = S_{2N} = \{A_N\}$ и альтернативы (группы альтернатив) рассматриваются попарно и порядки ранжирования двух произвольных пар равны $A_i \succ A_j$ и $A_j \succ A_k$. Тогда агрегированное доверие к альтернативе A_i согласно правилу Демпстера (1) вычисляется по формуле:

$$\frac{1}{K} (m_1(A_i)(m_2(A_i) + m_2(\Theta)) + m_1(\Theta)m_2(A_i)),$$

где $m_1(\cdot)$ и $m_2(\cdot)$ — функции базовых доверий относительно критериев решений C_1 и C_2 , K — нормирующая константа.

Тогда ранжирования $A_i \succ A_j$ и $A_j \succ A_k$ приводят к следующим неравенствам:

$$\begin{aligned} & m_1(A_i)(m_2(A_i) + m_2(\Theta)) + m_1(\Theta)m_2(A_i) - \\ & - m_1(A_j)(m_2(A_j) + m_2(\Theta)) + m_1(\Theta)m_2(A_j) > 0, \\ & m_1(A_j)(m_2(A_j) + m_2(\Theta)) + m_1(\Theta)m_2(A_j) - \\ & - m_1(A_k)(m_2(A_k) + m_2(\Theta)) + m_1(\Theta)m_2(A_k) > 0. \end{aligned}$$

При объединении этих неравенств получаем:

$$\begin{aligned} & m_1(A_i)(m_2(A_i) + m_2(\Theta)) + m_1(\Theta)m_2(A_i) - \\ & - m_1(A_k)(m_2(A_k) + m_2(\Theta)) + m_1(\Theta)m_2(A_k) > 0, \end{aligned}$$

т.е. $A_i \succ A_k$.

Поэтому, когда группы альтернатив решений состоят из одного элемента, свойство транзитивности рангов альтернатив выполняется, и по тестовому критерию № 2 ранжирование в методе ДШ/МАИ не меняется.

ПРИМЕРЫ ИЗМЕНЕНИЯ РАНЖИРОВАНИЯ АЛЬТЕРНАТИВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДА ДШ/МАИ ДЛЯ ВОЗМУЩЕННОГО МНОЖЕСТВА АЛЬТЕРНАТИВ

На нескольких примерах проиллюстрированы разные виды изменения ранжирования альтернатив в методе ДШ/МАИ при возмущении множества альтернатив. В примере 1 приведен первый случай изменения ранжирования,

когда добавляемая альтернатива является неоптимальной и формирует отдельную группу по каждому критерию решений. Показано, что метод ДШ/МАИ не удовлетворяет тестовым критериям № 1 и № 3, поскольку при добавлении неоптимальной альтернативы к множеству альтернатив происходит изменение наилучшей альтернативы и общее ранжирование альтернатив, полученное объединением частичных ранжирований подзадач, не совпадает с первоначальным ранжированием до декомпозиции задачи.

Пример 1. Пусть три альтернативы A_1 , A_2 и A_3 оцениваются по двум критериям решений C_1 и C_2 , веса критериев равны $w_1^c = 0,2$ и $w_2^c = 0,8$. Три группы альтернатив $\{A_1\}$, $\{A_2\}$ и $\{A_3\}$ определены по критерию C_1 и три группы альтернатив $\{A_1\}$, $\{A_2\}$ и $\{A_3\}$ — по критерию C_2 (табл. 3).

Таблица 3. Результаты сравнений групп альтернатив с фреймом по критериям C_1 и C_2

C_1	$\{A_1\}$	$\{A_2\}$	$\{A_3\}$	C_2	$\{A_1\}$	$\{A_2\}$	$\{A_3\}$
Θ	2	8	3	Θ	6	5	8

Используя данные табл. 3, значения функции базового доверия к группам альтернатив и фрейму Θ по критериям C_1 и C_2 равны соответственно:

$$m_1(\{A_1\}) = 0,0923, m_1(\{A_2\}) = 0,3693, m_1(\{A_3\}) = 0,1385 \text{ и } m_1(\Theta) = 0,3998,$$

$$m_2(\{A_1\}) = 0,2835, m_2(\{A_2\}) = 0,2362, m_2(\{A_3\}) = 0,3780 \text{ и } m_2(\Theta) = 0,1023.$$

Агрегирование найденных функций базового доверия $m_1(\cdot)$ и $m_2(\cdot)$ по правилу Демпстера (1) дает следующие агрегированные доверия $m_{\text{aggr}} = m_1 \oplus m_2$: $m_{\text{aggr}}(\{A_1\}) = 0,2376$, $m_{\text{aggr}}(\{A_2\}) = 0,3501$, $m_{\text{aggr}}(\{A_3\}) = 0,3471$ и $m_{\text{aggr}}(\Theta) = 0,0652$. Все исследуемые группы являются одноэлементными множествами, поэтому полные агрегированные доверия к ним совпадают с их базовыми агрегированными довериями, т.е. $Bel(\{A_1\}) = 0,2376$, $Bel(\{A_2\}) = 0,3501$ и $Bel(\{A_3\}) = 0,3471$. Поэтому порядок ранжирования альтернатив при сравнении значений доверий равен $A_2 \succ A_3 \succ A_1$.

Предположим, что первоначальное множество альтернатив возмущено путем добавления неоптимальной альтернативы A_4 к множеству альтернатив, которая формирует отдельную группу по каждому из критериев; результаты сравнения группы $\{A_4\}$ с фреймом Θ по критериям C_1 и C_2 равны соответственно 1 и 2. Тогда после добавления альтернативы A_4 полные доверия к группам альтернатив равны $Bel(\{A_1\}) = 0,2213$, $Bel(\{A_2\}) = 0,3161$, $Bel(\{A_3\}) = 0,3204$ и $Bel(\{A_4\}) = 0,0704$.

Таким образом, ранжирование альтернатив становится $A_3 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_4$ и отличается от ранжирования $A_2 \succ A_3 \succ A_1$, которое имело место до возмущения множества альтернатив. Более того, изменяется наилучшая альтернатива.

Далее предположим, что выполнена декомпозиция последней задачи с четырьмя альтернативами на подзадачи, в каждой из которых только две альтернативы оцениваются по всем критериям решений первоначальной задачи. Тогда после применения метода ДШ/МАИ к каждой из подзадач получены следующие частичные порядки ранжирования альтернатив: $A_2 \succ A_1$, $A_3 \succ A_1$, $A_2 \succ A_3$, $A_1 \succ A_4$, $A_2 \succ A_4$ и $A_3 \succ A_4$. Они приводят к обобщенному ранжированию $A_2 \succ A_3 \succ A_1 \succ A_4$, которое отличается от ранжирования $A_3 \succ A_2 \succ A_1 \succ A_4$ этих альтернатив перед декомпозицией задачи.

Следует отметить, что задача принятия решения, рассматриваемая в примере 1, характеризуется конфликтными оценками альтернатив по критериям решений. Поэтому наблюдаемое в этих задачах изменение ранжирования отображает рациональный процесс принятия решений.

Рассмотрим следующую практическую задачу принятия решений. Пусть два соискателя на вакантную должность оцениваются по двум критериям: аналитические способности и коммуникабельность, и пусть эти критерии имеют равную важность для ЛПР. Известно, что первый соискатель имеет прекрасные аналитические способности, но некоммуникабелен. Второй соискатель, наоборот, очень коммуникабелен, но без аналитических способностей. Метод ДШ/МАИ приводит к одинаковым значениям доверий и одинаковым доверительным интервалам для этих двух соискателей. Предположим, что появился еще один альтернативный вариант — соискатель с посредственными аналитическими способностями (не такими хорошими как у первого соискателя) и посредственной коммуникабельностью (не такой хорошей как у второго соискателя). Так как первый и второй соискатели доминируют нового претендента, то новый соискатель неоптимален по обоим критериям. Однако, скорее всего, первые два соискателя уже не будут наиболее предпочтительными для ЛПР — при равных важностях критериев решений новый претендент является наиболее предпочтительным. В такой задаче принятия решений изменение ранжирования — желаемое. И именно такой результат дает метод ДШ/МАИ.

Пример 2. Выполним оценивание чувствительности практической задачи [5] выбора курса обучения из десяти возможных альтернатив $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J$ в соответствии с двумя критериями C_1 и C_2 . Эксперты оценили альтернативы по каждому из критериев и определили следующие группы альтернатив:

- по критерию C_1 : $s_1 = \{F\}$, $s_2 = \{A, H\}$, $s_3 = \{C, D, I\}$, $s_4 = \{J\}$,
- по критерию C_2 : $s_1 = \{E, F\}$, $s_2 = \{A, G, H\}$, $s_3 = \{B, C, J\}$,

веса критериев $w_1^c = 0,4$ и $w_2^c = 0,6$.

Результаты сравнения групп альтернатив s_i с фреймом $\Theta = \{A, B, C, \dots, J\}$ по каждому из критериев представлены в табл. 4.

Таблица 4. Результаты сравнения групп альтернатив с фреймом по критериям C_1 и C_2

C_1	s_1	s_2	s_3	s_4	C_2	s_1	s_2	s_3
Θ	6	4	2	1	Θ	5	3	2

Сравнение выполнялось в 7-ми точечной шкале 1–7, где крайние значения означают соответственно «очень слабое доверие» и «абсолютное доверие».

Значения функций базового распределения доверия, вычисленные по формулам (3), равны: по критерию C_1 : $m_1(\{F\}) = 0,3333$, $m_1(\{A, H\}) = 0,2222$, $m_1(\{C, D, I\}) = 0,1111$, $m_1(\{J\}) = 0,0556$, $m_1(\{\Theta\}) = 0,2778$; по критерию C_2 : $m_3(\{E, F\}) = 0,3880$, $m_3(\{A, G, H\}) = 0,2328$, $m_3(\{B, C, J\}) = 0,1552$, $m_3(\{\Theta\}) = 0,2240$.

При рассмотрении этих функций как независимых доверий относительно одного и того же фрейма, применение правила Демпстера (1) приводит к агрегированной функции доверия m_{aggr} (табл. 5, 6), $K = 1 - 0,3535 = 0,6465$.

Таблица 5. Промежуточные результаты агрегирования значений функций $m_1(\cdot)$ и $m_2(\cdot)$

$m_1(\cdot) / m_2(\cdot)$	$\{E, F\} : 0,3880$	$\{A, G, H\} : 0,2328$	$\{B, C, J\} : 0,1552$	$\Theta : 0,2240$
$\{F\} : 0,3333$	$\{F\} : 0,1293$	$\emptyset : 0,0776$	$\emptyset : 0,0517$	$\{F\} : 0,0747$
$\{A, H\} : 0,2222$	$\emptyset : 0,0862$	$\{A, H\} : 0,0517$	$\emptyset : 0,0345$	$\{A, H\} : 0,0498$
$\{C, D, I\} : 0,1111$	$\emptyset : 0,0431$	$\emptyset : 0,0259$	$\{C\} : 0,0172$	$\{C, D, I\} : 0,0249$
$\{J\} : 0,0556$	$\emptyset : 0,0216$	$\emptyset : 0,0129$	$\{J\} : 0,0086$	$\{J\} : 0,0124$
$\Theta : 0,2778$	$\{E, F\} : 0,1078$	$\{A, G, H\} : 0,6467$	$\{B, C, J\} : 0,0431$	$\Theta : 0,0622$

Таблица 6. Агрегированная функция доверия m_{aggr}

Группы альтернатив	$\{C\}$	$\{F\}$	$\{J\}$	$\{A, H\}$	$\{E, F\}$	$\{A, G, H\}$	$\{B, C, J\}$	$\{C, D, I\}$	Θ
m_{aggr}	0,0267	0,3156	0,0326	0,1570	0,1667	0,1000	0,0667	0,0385	0,0962
<i>Bel</i>	0,0267	0,3156	0,0326	0,1570	0,4823	0,2570	0,1260	0,0652	1,0000

В последней строке табл. 6 находятся значения полных агрегированных доверий к группам альтернатив. Поэтому, ранжирование групп при сравнении этих значений доверий равно: $\{F\} \succ \{J\} \succ \{C\}$, $\{E, F\} \succ \{A, H\}$, $\{A, G, H\} \succ \{B, C, J\} \succ \{C, D, I\}$.

Значение базового агрегированного доверия $m_{aggr}(\Theta) = 0,0962$, в соответствии с определением, введенным выше, является мерой неполноты экспертной информации по множеству критериев. Таким образом, уровень неопределенности данной задачи с двумя критериями составляет 9,62 %.

Проведем *оценивание чувствительности* приведенного выше ранжирования. Предположим, что множество альтернатив изменено: добавлена неоптимальная альтернатива K , которая по критерию C_1 имеет такое же предпочтение над фреймом Θ , что и альтернатива J , и формирует отдельную группу по критерию C_2 . Таким образом, в задаче принятия решения с возмущенными альтернативами определены следующие группы альтернатив:

- по критерию C_1 : $s_1 = \{F\}$, $s_2 = \{A, H\}$, $s_3 = \{C, D, I\}$, $s_4 = \{J, K\}$,
- по критерию C_2 : $s_1 = \{E, F\}$, $s_2 = \{A, G, H\}$, $s_3 = \{B, C, J\}$ и $s_4 = \{K\}$, веса критериев остаются неизменными $w_1^c = 0,4$ и $w_2^c = 0,6$.

Если результаты сравнений групп $\{J, K\}$ (по критерию C_1) и $\{K\}$ (по критерию C_2) с фреймом равны соответственно 1 и 1, то значения функций базового доверия равны:

- по критерию C_1 : $m_1(\{F\}) = 0,3333$, $m_1(\{A, H\}) = 0,2222$, $m_1(\{C, D, I\}) = 0,1111$, $m_1(\{J, K\}) = 0,0556$, $m_1(\Theta) = 0,2778$;
- по критерию C_2 : $m_3(\{E, F\}) = 0,3488$, $m_3(\{A, G, H\}) = 0,2093$, $m_3(\{B, C, J\}) = 0,1395$, $m_3(\{K\}) = 0,0698$ и $m_3(\Theta) = 0,2326$.

Результаты агрегирования по правилу Демпстера (1) для возмущенной задачи приведены в табл. 7.

Таблица 7. Агрегированные доверия $m_{\text{aggr}} = m_1 \oplus m_3$ и полные агрегированные доверия Bel по обоим критериям C_1 и C_2 для возмущенной задачи

Группы альтернатив	{C}	{F}	{J}	{K}	{A,H}	{E,F}	{J,K}	{A,G,H}	{B,C,J}	{C,D,I}	Θ
m_{aggr}	0,0244	0,3048	0,0123	0,0366	0,1545	0,1524	0,0203	0,0915	0,0610	0,0406	0,1016
Bel	0,0244	0,3048	0,0123	0,0366	0,1545	0,4572	0,0692	0,2460	0,0977	0,0650	1,0000

При сравнении значений полных агрегированных доверий (последняя строка табл. 7) получаем, что порядок ранжирования альтернатив C и J равен $C \succ J$. Поскольку ранжирование этих альтернатив до добавления альтернативы K было $J \succ C$, то имеет место изменение ранжирования согласно условию 1, приведенному выше.

Таким образом, возмущение альтернатив исходной задачи принятия решения путем добавления неоптимальной альтернативы к множеству из десяти альтернатив приводит к изменению первоначального ранжирования альтернатив.

ВЫВОДЫ

В работе проведена формализация и предложен метод ранжирования альтернатив в интегрированном методе ДШ/МАИ, который объединяет метод МАИ и теорию доверия Демпстера-Шафера, позволяя осуществлять поддержку принятия решений по многим критериям в условиях неполноты, неточности и неопределенности экспертной информации.

Проведено оценивание чувствительности решений, полученных методом ДШ/МАИ, к изменениям во множестве альтернатив решений. Для этого определены два условия изменения ранжирования в методе ДШ/МАИ. В первом условии рассматриваются изменения в значениях полных доверий к группам альтернатив. Во втором условии сравниваются интервалы доверий. Исследованы разные виды изменения ранжирования альтернатив при разных возмущениях множества альтернатив (добавлении/ удалении неоп-

тимальной альтернативы, которая доминируется одной или несколькими определенными ранее альтернативами). Результаты свидетельствуют о том, что изменение ранжирования может иметь место в случае добавления неоптимальной альтернативы, которая формирует отдельную группу по каждому из критериев решений, когда метод ДШ/МАИ используется для решения задач принятия решений с конфликтными оценками альтернатив по критериям. Тогда такое изменение ранжирования отображает рациональный процесс принятия решений.

Показано, что при использовании метода ДШ/МАИ общее ранжирование альтернатив, полученное объединением ранжирования подзадач, может не совпадать с первоначальным ранжированием до декомпозиции задачи. Наилучшая альтернатива может измениться при добавлении/удалении неоптимальной альтернативы и при попарном рассмотрении альтернатив. Разные виды изменения ранжирования в методе ДШ/МАИ при возмущении множества альтернатив проиллюстрированы на ряде примеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Saaty T.L. Theory of the Analytic Hierarchy Process. Part 2.1. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2003. — № 1. — С. 48–72.
2. Saaty T.L. Decision-making with the AHP: Why is the principal eigenvector necessary // European Journal of Operational Research. — 2003. — **145** (1). — P. 85–91.
3. Beynon M.J., Curry B., Morgan P.H. The Dempster-Shafer theory of evidence: an alternative approach to multicriteria decision modeling // Omega. — 2000. — **28** (1). — P. 37–50.
4. Beynon M.J. DS/AHP method: A mathematical analysis, including an understanding of uncertainty // European Journal of Operational Research. — 2002. — **140**. — P. 148–164.
5. Beynon M.J. A method of aggregation in DS/AHP for group decision-making with the non-equivalent importance of individuals in the group // Computers and Operations Research. — 2005. — **32**. — P. 1881–1896.
6. Beynon M.J. Understanding local ignorance and non-specificity within the DS/AHP method of multi-criteria decision making // European Journal of Operational Research. — 2005. — **163**. — P. 403–417.
7. Beynon M.J. The Role of the DS/AHP in Identifying Inter-Group Alliances and Majority Rule Within Group Decision Making // Group Decision and Negotiation. — 2006. — **15**. — P. 21–42.
8. Dempster A.P. A generalization of Bayesian inference (with discussion) // Journal of the Royal Statistical Society Series B. — 1968. — **30**. — P. 205–247.
9. Fortes I., Mora-L'opez L., Morales R., Triguero F. Inductive learning models with missing values // Mathematical and Computer Modelling. — 2006. — **44**. — P. 790–806.
10. Hong T.P., Tseng L.H., Wang S.L. Learning rules from incomplete training examples by rough sets // Expert Systems with Applications. — 2002. — **22**. — P. 285–293.
11. Quinten A., Raaijmakers W. Effectiveness of different missing data treatments in surveys with Likert-type data: Introducing the relative mean substitution approach // Educational and Psychological Measurement. — 1999. — **59** (5). — P. 725–748.
12. Wang X., Triantaphyllou E. Ranking irregularities when evaluating alternatives by using some ELECTRE methods // Omega. — 2008. — **36** (1). — P. 45–63.

Поступила 23.09.2010

**REQUIREMENTS ENGINEERING
FOR BUSINESS STAKEHOLDERS:
APPLYING QUALITY VIEWS FRAMEWORK TO SOFTWARE**

M. HAIGH

We conducted a survey of more than 300 business stakeholders, asking them to specify their views on software quality requirements within established quality framework. The results showed business role-related differences in specific areas. The paper also considers the implications of these results and their relevance to software requirements analysis.

INTRODUCTION

Software quality can be defined from many points of view, depending on the role the person plays in the development process and on the type of system being developed [1–4]. Garvin [4] generalized these differences in perceptions in a quality framework applicable to design and manufacturing processes of all kinds. He identified five main views of quality: transcendental, product, user, manufacturing, and value-based views. Managers, technical personnel and customers all might differ in their views of what contributes to quality of the software. While, some organizations may have no actual quality definition, in other organizations the view of software quality depends on the occupation of the person establishing the definition or the maturity of the software development process [5–7].

Differences in perceptions of software quality and their impact on the software product development might imply a need for more careful and explicit attention to be paid to the setting of agreed levels for each quality attribute. For example, managers might need to understand what aspects of software quality are most important to users to ensure that system developers implement the most important features when resources are constrained, or when the quality attributes are in direct opposition to each other. On the other hand, the concerns of developers may reflect technical characteristics of the system that — in a manner not fully apparent to managers or users — underpin the delivery of attributes of more explicit concern to all stakeholders.

This study investigates whether managers, developers, and users subscribe to different perspectives on software quality within Garvin's model. It is the first to date to apply Garvin's framework of quality to software quality.

BACKGROUND

Garvin (1984) suggested that the interpretation of quality depends on who is defining it. His definition includes five overarching dimensions of quality. Even though Garvin's framework was developed with a general quality concept in mind, it can be usefully applied to the case of software quality. The dimensions of the Garvin's framework are as follows:

- The *transcendental view*: mostly relates to the elusiveness of the quality concept. Within this view quality is defined as «innate excellence». It is assumed that intuitively everybody realizes a quality product when they see it, but that quality cannot be defined precisely.

- The *product view* sees quality connected to essential characteristics of the product. Measuring systems internal properties offers an objective and context-independent view on quality. This view leads to the quantifiable view of quality. It implies that quality attributes can be unambiguously enumerated and hierarchically organized. Many models of software quality have been derived based on this product view of quality. [8] point out that more research is needed to confirm a positive correlation between these «internal» and the «external» utility of the product in the social setting for which it is being designed.

- The *user view* assesses product quality in a task context. This view defines quality in terms of fitness for purpose. Quality is shown by how well the software meets the needs and preferences of a specific user during its actual use.

- The *manufacturing view* evaluates quality as a measure of the effectiveness and reliability of the process by which the software is produced. This view of quality results in a process assessment that is independent of the product itself and instead examines whether the product was developed in the most cost efficient way. This view of quality implies that there is direct correlation between the development process and its outcome: the premise is that a better development process will lead to a better outcome.

- The *value-based view* assesses quality in terms of its importance to a customer. In other words quality depends on how much customer is willing to pay for a certain quality attribute. The value-based view is defined through relationships or tradeoffs between various quality attributes. The value-based view is different from the user view of quality because it focuses on tradeoffs between cost and quality, not necessarily on user needs.

Even though Garvin's framework has never been directly applied to software quality, it accommodates and illuminates many of the software quality models developed over the last 20 years.

METHOD

For this study an online survey of 315 software stakeholders was conducted. The survey made available using a web interface connected to a database. The URL was distributed via email to the Executive MBA students and alumni at one of the most highly ranked business schools in the United States. Distribution of the survey to this sample facilitated reaching a homogeneous group of people with the same education, yet representing managers, users, and technical personnel from all sectors of the U.S. economy. Various aspects of this elaborate study had been examined elsewhere [9–11].

Respondents used a wide variety of different software packages. The survey therefore asked each respondent to select the piece of software most important to them in carrying out their work responsibilities and answer questions with respect to this piece of software. This gives more meaningful results than simply asking the respondent about his or her attitudes to software in general.

Stakeholder role was defined with respect to the specific piece of software chosen for evaluation. We used two axes on which to divide our respondents into four distinct software stakeholder roles. There is an axis of users versus developers: stakeholders who are involved in managing or performing the software development process and those who are not directly involved in these tasks. There is also an axis of managerial versus non-managerial responsibilities (with regard to the specific piece of software evaluated).

The focus of this study is to find out whether members of the four different stakeholder groups exhibit widespread and systematic divergences regarding software quality. Thus the research question of the study is as follows: *Are there systematic differences between different software stakeholder groups in their endorsement of different views on quality as defined by Garvin's framework?*

The null hypothesis of the study can be expressed as follows:

H0: *There is no significant difference in software quality views between different software stakeholder groups.*

The corresponding alternative hypothesis is thus:

H1: *There is a significant difference in software quality views between different software stakeholder groups.*

DEMOGRAPHIC DATA

The survey included questions covering stakeholder's job function, their relationship to software product most important for their job function and their views on software quality.

Each respondent identified him- or herself as either a user or developer of the software concerned, and as either a manager (managing its users or developers) or non-manager (personally using or developing the software concerned). Combining these two variables thus divided respondents into four groups, which we refer to here as stakeholder roles: User, Manager of Users, Developer, and Manager of Developers. Thirty one percent of the respondents were responsible for development of the software concerned: 16.2 % were managing its development, while a further 14.6 % were personally performing development tasks. The remaining 69 % of the respondents were not associated with the development of the software evaluated, and are therefore treated here as users. Fifty percent personally used the software they evaluated and 18.7 % identified themselves as managers of the users of the software they evaluated (35% of the respondents fell into one or other of the management roles). Most of the respondents (60 %) came from two sectors: (1) IT and Telecommunications, and (2) non-IT services. Overall, however, seven major industry categories were represented.

Table 1 shows the distribution of stakeholder roles by industry. Responses associated with developers and developer managers mainly came from IT and Telecommunication industries: 43 % and 44 % respectively. The service-non-computer industry was the most represented for respondents not associated with

software development: 39 % of software users and 32 % of user managers were from this industry. While each stakeholder role was found across the full range of industries, there is clearly some covariance between industry and role — some of which may reflect the nature of each industry and some of which may be due to random variation in the sample.

Table 1. Stakeholder roles by industry

Industry (column %)	Dvlp. <i>n</i> = 46	Mgr.Dvlp. <i>n</i> = 52	User <i>n</i> = 155	Mgr.Use <i>m</i> = 59
IT and Telecomm. <i>n</i> = 92	43.4	44.2	21.3	25.4
Government <i>n</i> = 16	10.9	1.9	3.4	6.8
Healthcare <i>n</i> = 32	6.5	7.7	12.3	10.2
Manufacturing <i>n</i> = 55	13.1	13.5	18.7	22
Military <i>n</i> = 5	2.2	3.9	0.7	1.7
Academic and Research <i>n</i> = 15	6.5	11.5	3.2	1.7
Service-Non-Computer <i>n</i> = 100	17.4	17.3	40	32.2

Respondents evaluated a variety of software packages. These packages were categorized across two axes:

- software application area: business administration, manufacturing or production, scientific/research activities, creativity-related software (e.g., games, art/graphics, music, etc.), and other;
- software type: off-the-shelf-software; off-the-shelf-software customized for respondent's company use, in-house developed software for sale, in-house developed software for the use within respondent's organization, and «other», software did not fit into any of the previous categories.

Forty seven percent of the respondents evaluated business administration software, making this by far the most represented category of software in the survey. Thirty two percent of the software evaluated was categorized as «other» — meaning that the respondent did not believe it to fit into any of the pre-defined application area types. Scientific and manufacturing software were other two most popular application areas (9.5 % and 8.9 % respectively) (Table 2).

Table 2. Software application area chosen for evaluation by stakeholder role

Appl. Area (Column %)	Dvlp. <i>n</i> = 46	Mgr. Dvlp. <i>n</i> = 52	User <i>n</i> = 155	Mgr. User <i>n</i> = 59
Business Admin. <i>n</i> = 147	37.8	30.6	59.7	37.9
Creativity <i>n</i> = 4	0.0	0.0	2.0	1.7
Manufact. <i>n</i> = 28	8.9	24.5	2.0	15.5
Other <i>n</i> = 100	44.4	24.5	28.6	37.9
Scientific <i>n</i> = 30	8.9	20.4	7.8	6.9

Table 2 shows the software application areas evaluated by respondents in different stakeholder groups. Data in this table reflects missing data and rounding errors.

Table 3 shows that sixty two percent of users primarily used off-the-shelf software for their business responsibilities. Developers and developer managers

were involved with in-house software developed for sale, off-the-shelf customized software, and in-house developed software for internal use only. Business stakeholders along the managerial axis commonly used off-the-shelf customized software and in-house software developed for the use within their own organization.

Table 3. Software type chosen for evaluation by stakeholder role

Software Type (Column %)	Dvlp. n = 46	Mgr. Dvlp. n = 52	User n=155	Mgr. User n=59
Off-the-shelf-software	15.2	5.8	62.6	20.3
Off-the-Shelf-Customized	17.4	25.0	19.4	45.8
In-house developed to sell	39.1	32.7	7.1	8.5
In-house developed for the use within own organization	23.9	28.9	9.0	20.3
Other	4.4	7.7	1.9	5.1
Total	100	100	100	100.0

Table 4. Average satisfaction with evaluated software by stakeholder groups

Stakeholder Role	Satisfaction Avg
Developer	3.78
Manager of Developers	3.88
User	3.95
Manager of users	3.91

Respondents were reasonably happy with the software under consideration: 78.2 % measured their satisfaction with the software as '4' on a 7-point scale (Table 4).

In the next section we present the results of our analysis of the stakeholders' quality views regarding software used for their jobs.

DATA ANALYSIS

One question in the survey presented respondents with five statements on software quality, each designed to correspond with one of Garvin's perspectives on quality. Respondents were required to choose only one view. Results are below, together with the five statements themselves.

Table 5. Software quality views choices for all respondents

Statement on Software Quality	Garvin View-point	Number Choosing	Percentage Choosing, %
«Software quality is shown by how well the software meets the needs and preferences of a specific user during actual use»	User View	221	70
«Software quality is always a tradeoff between acceptable levels of excellence and cost»	Value View	46	15
«Software quality is best assessed by looking at the process of the software production process»	Manufacturing View	30	10
«Software quality can be recognized, but not formally defined»	Transcendental View	10	3
«Software quality is best assessed by looking at the internal qualities of the program code and comparing them to standard measures»	Product View	7	2

A frequency distribution of the software quality views by stakeholder groups showed consistent views across all groups (Table 5). Fig. 1 and Fig. 2 show distribution of software quality views by stakeholder groups.

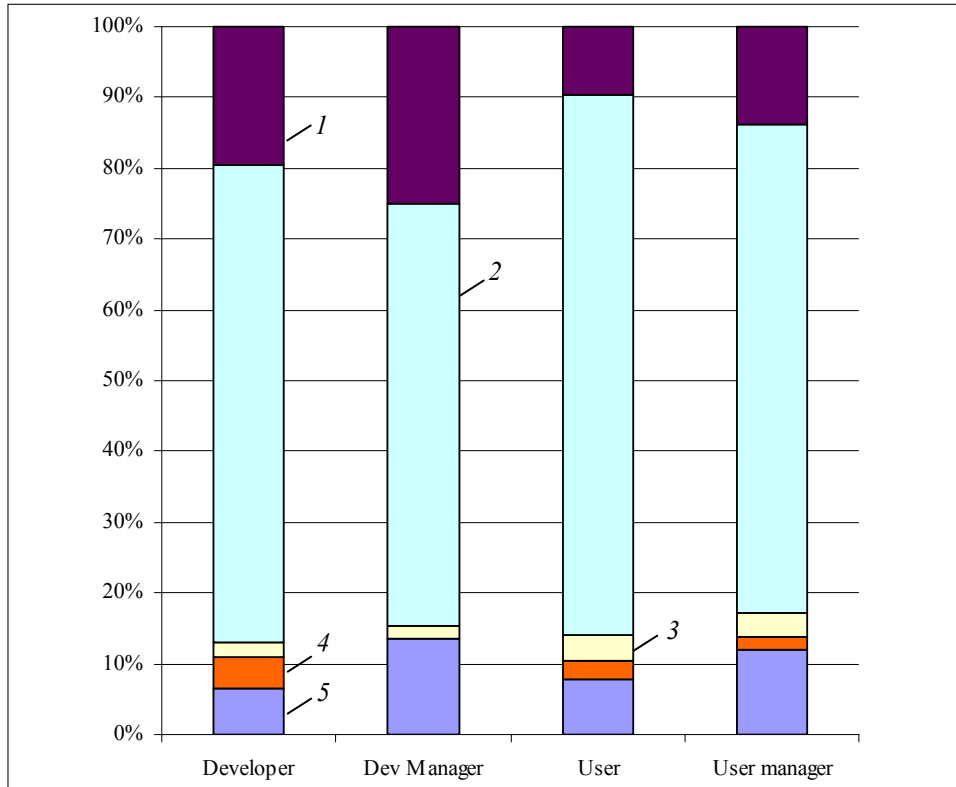


Fig. 1. Software quality views choices by stakeholder role: 1 — Value view, 2 — User view, 3 — Transcendental view, 4 — Product view, 5 — Manufacturing view

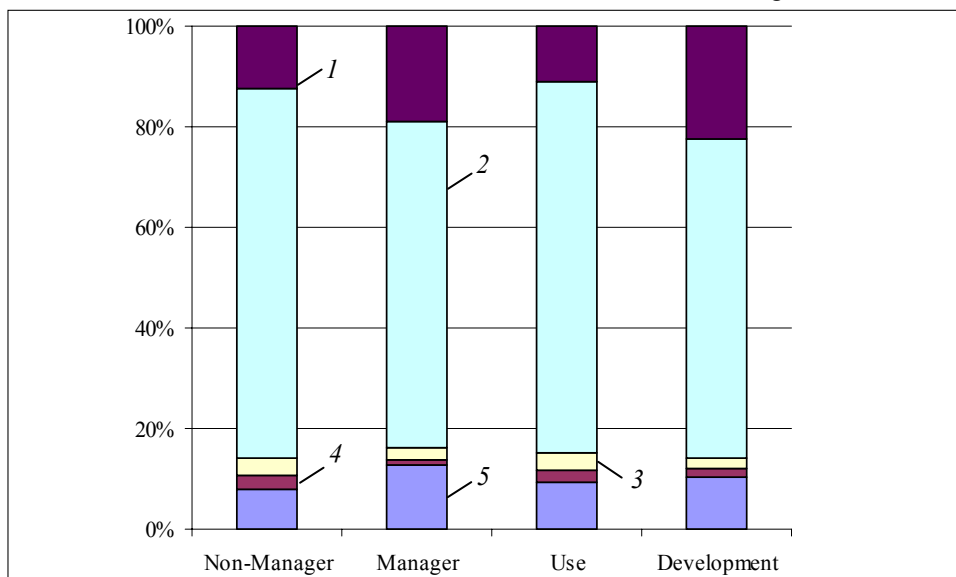


Fig. 2. Software quality views choices by aggregate stakeholder groups: 1 — Value view, 2 — User view, 3 — Transcendental view, 4 — Product view, 5 — Manufacturing view

Users accounted for 72 % of the aggregate use group (together with user managers) and 77 % of the aggregate non-management group (together with developers). Crosstabulation analysis showed no statistically significant differences between stakeholder groups in their view of software quality ($p > 0.29$). However the value view of quality is noticeably more popular with managers, particularly managers responsible for the development process, than with users.

The user view was the most frequently adopted view among all groups, with the value view the second most agreed view for all stakeholder groups; and manufacturing view was the third most commonly endorsed. Clearly, most stakeholders believe that software quality can be defined, but cannot be identified by the application of formal measurement of the code itself (unpopularity of the product view manifested this).

Respondents who took the product view of quality showed the most pronounced differences in quality attribute importance: integrity and interoperability were ranked much higher than among respondents with other views. But because this view and the transcendental view were infrequently reported this result is less significant. However, the differences between respondents taking the manufacturing view and those taking the user and value views are quite striking.

CONCLUSIONS

The user view of software quality (software quality is shown by how well the software meets the needs and preferences of a specific user during actual use) was the most frequently chosen response. The value view (software quality is always a tradeoff between acceptable levels of excellence and cost) was the second most popular. The manufacturing view (software quality is best assessed by looking at the process of the software production process) was picked by 10 % of respondents. The product and transcendental views were the least popular. Only 2 % of the respondents agreed with the product view (software quality is best assessed by looking at the internal qualities of the program code and comparing them to standard measures). Only 3 % of the respondents chose the transcendental view (software quality can be recognized, but not formally defined).

Although the user view was popular with all stakeholder groups, it was most popular among users. The user view defines software quality by how well the software meets the needs and preferences of a specific user during actual use. Users preferred to adopt the view of quality that focuses on them: software is good when it satisfies their needs. However, its appeal was clearly more general and may be attributed to a general sense that the quality of software is hard to define or measure more formally. In addition, those involved in developing software may be consciously attempting to see matters from the viewpoint of their users and customers.

The value view defines software quality as a tradeoff between acceptable levels of excellence and cost. The value view was more popular with development managers than with any other group — perhaps, because they have responsibility for making tradeoffs and satisfying users within cost constraints.

Both of the managerial groups (development managers and user managers) chose the manufacturing view more often than did either of the non-managerial groups (users or developers). The manufacturing view presumes that software

quality is best assessed by looking at the process of the software production process. This phenomenon could be explained by the fact that these respondents may have more faith in the management process by the nature of their managerial responsibilities toward the software. They are also likely to feel that it is through the establishment of a sound process that their personal contribution to software quality can be most directly made. This view of quality is aligned with the movement for Total Quality Management popular in manufacturing circles recently, in that it states that quality must be achieved through superior production processes rather than by later inspections or adjustments. Software specialists might have been exposed to a similar idea through the CMM (Capability Maturity Model) propounded by the Software Engineering Institute.

This research has shown that the Garvin framework has little effect on software quality priorities. Most stakeholders, regardless of their roles, believe that software quality can only be experienced through use, rather than through examination of program code or development methodologies.

REFERENCES

1. *Arthur L.J.* Measuring Programmer Productivity and Software Quality. — NY: John Wiley and Sons, 1985. — 292 p.
2. *Deutsch M.S., Willis R.R.* Software Quality Engineering: a Total Technical and Management Approach. — Englewood Cliffs. — NY.: Prentice Hall, 1988. — 317 p.
3. *Trienekens J.J.M.* et al. Entropy based software processes improvement // *Software Quality Journal*. — 2009. — **17**(3). — P. 231–243.
4. *Garvin D.A.* What Does «Product Quality» Really Mean? // *Sloan Management Review*. — 1984. — **26**(1). — 37 p.
5. *Kusters R.J., Trienekens J.J.M., Hassoldt W.* On the business impact of software process improvement // In *Proceedings 26-th Annual International Computer Software and Applications*. — USA: IEEE Computing Society. — P. 59–67.
6. *Nance K.L., Strohmaier M.* End user perception and software quality assessment // *Journal of International Information Management*. — 1997. — **6**(1). — P. 1–8.
7. *Wilson D.N., Hall T., Baddoo N.* A framework for evaluation and prediction of software process improvement success // *Journal of Systems & Software*. — 2001. — **59**(2). — P. 135–142.
8. *Kitchenham B., Pfleeger S.L.* Software Quality: The Elusive Target // *IEEE Software*. — 1996. — **13**(1). — P. 12–21.
9. *Haigh M.* Software quality revisited: Diverging priorities between stakeholder groups? // In *CIST.*, Drexel University: Philadelphia. — 2002. — P. 184.
10. *Haigh M., Verner J.* Examining Stakeholder Priorities for Software Quality Attribute Requirements // In *Proceedings of the International Workshop on Requirements Engineering for Business Need and IT Alignment, 29–30 August 2005*. — Paris: UNSW Press. — P. 85–92.
11. *Haigh M.* Research versus practice in software engineering: comparison of expert opinions to measured user priorities // *System Research and Information Technologies*. — 2009. — **8**(2). — P. 133–142.

Received 23.04.2010

From the Editorial Board: the article corresponds completely to submitted manuscript.

РОЗРОБКА НЕЙРОМЕРЕЖЕВОЇ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ЦЕНТРІВ ПЛЯМОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ У ПРОЦЕСАХ ПРОФІЛЮВАННЯ ЛАЗЕРНОГО ПРОМЕНЯ

А.А. ЯРОВИЙ, Р.С. ВЛАСЮК

Здійснено розробку нейромережевої інтелектуальної системи для прогнозування енергетичних центрів (ЕЦ) плямових зображень у процесах профілювання лазерного променя (ЛП). Обґрунтовано актуальність задачі прогнозування координат ЕЦ профілю ЛП. Розглянуто методи прогнозування та обґрунтовано доцільність застосування нейромережевої моделі. Здійснено комп'ютерне моделювання системи прогнозування, а також на основі отриманих результатів сформульовано вимоги та здійснено програмну реалізацію інтелектуальної системи.

ВСТУП

Застосування лазерних систем для розв'язання численних задач у виробничій та науковій сферах є обґрунтовано доцільним та ефективним. Під час використання лазерів у наукових дослідженнях і в промисловій обробці, небажана структура профілю лазерного променя (ЛП) та параметрів його інтенсивності призводить до низьких показників технічного процесу [1]. Для забезпечення необхідної високої точності роботи лазера і, відповідно, якісного виконання ним поставленого завдання, виникає потреба володіти динамічно змінюваною інформацією про характеристики діючого променя з врахуванням типу лазера та середовища поширення променя. Просторовий розподіл інтенсивності лазерного пучка залежить від механічних, термічних і електромагнітних складових, що в динаміці формують його [2]. Спостерігаючи за роботою лазерної установки в реальному часі, для певних класів задач (наприклад, під час розповсюдження лазерного випромінювання в умовах зі зниженою видимістю в атмосфері, також системи точного орієнтування, що дають можливість визначати просторове положення об'єкта, що рухається, у різних метеорологічних умовах тощо) важливо не тільки оцінювати її поточний стан у динаміці, а й мати можливість передбачити зміну характеристик променя на певний відрізок часу, що достатній для вчасної безпечної зупинки роботи лазера чи автоматичного калібрування для продовження його роботи. Тому актуальною є задача побудови інтелектуальних систем для задач профілювання ЛП, статистичної обробки та аналізу в реальному часі їх основних параметрів (що можуть бути представлені як часові ряди) при проходженні в зовнішньому середовищі, а також прогнозування відповідних параметрів профілю ЛП.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Мета дослідження — підвищення точності прогнозування координат ЕЦ плямових зображень ЛП, що якісно покращить окремі показники функціональності систем профілювання.

Об'єктом дослідження є процеси обробки плямових зображень профілю ЛП та прогнозування координат їх ЕЦ. Предметом дослідження є нейронні мережі (НМ) в інтелектуальних системах прогнозування складових характеристик профілю ЛП.

Задача прогнозування координат ЕЦ плямових зображень профілю ЛП може бути класифікована як задача однокрокового багатопараметричного прогнозування стаціонарного (за умови незначного впливу дестабілізуючих факторів) часового ряду.

Вхідними даними для вирішення задачі є набори координат ЕЦ плямових зображень профілю ЛП, кількість яких кратна 25, так як частота зміни кадрів протяжної лазерної відеотраси 25 кадрів/с. У межах дослідження застосовано набори із 15 лазерних відеотрас по 2044 плямових зображення в кожній.

ВИБІР МЕТОДУ ПРОГНОЗУВАННЯ

За оцінками спеціалістів існує понад 150 методів прогнозування часових рядів [3]. Кількість базових методів прогнозування, які в тих чи інших варіаціях повністю чи частково дублюються в інших методах, набагато менша і їх загальну класифікацію можна подати так, як зображено на рис. 1 [4].

Обираючи підхід для розв'язання задачі прогнозування координат ЕЦ плямових зображень профілю ЛП, необхідно брати до уваги такі особливості двовимірного часового ряду, утвореного координатами ЕЦ:

- розповсюдження ЛП в атмосфері супроводжується дуже великим набором явищ лінійної та нелінійної взаємодії, жодне з яких не виявляється окремо [1];
- значення координат ЕЦ отримані в результаті вимірювань, тому містять випадкові флуктуації та шум.

Традиційні лінійні методи прогнозування недостатньо ефективно справляються з обробкою динамічних масивів інформації та виявленням складних закономірностей описаних часових рядів, а уникнення нелінійності є досить трудомістким процесом, який не завжди дає позитивний результат [5]. Саме тому широкого розповсюдження набули інтелектуальні методи прогнозування, один із різновидів яких, а саме НМ було обрано для вирішення поставленої задачі [4]. Системи ж на основі нечіткої логіки не мають чітких рекомендацій щодо проектування, а в порівнянні навіть із традиційними ймовірнісними методами не дозволяють забезпечити необхідну точність, а їх аналіз існуючими математичними методами є трудомістким. Збільшення кількості вхідних змінних збільшує складність обчислень експоненціально. Швидкість збіжності градієнтних алгоритмів навчання НМ у середньому вища, ніж у генетичних алгоритмів [3].

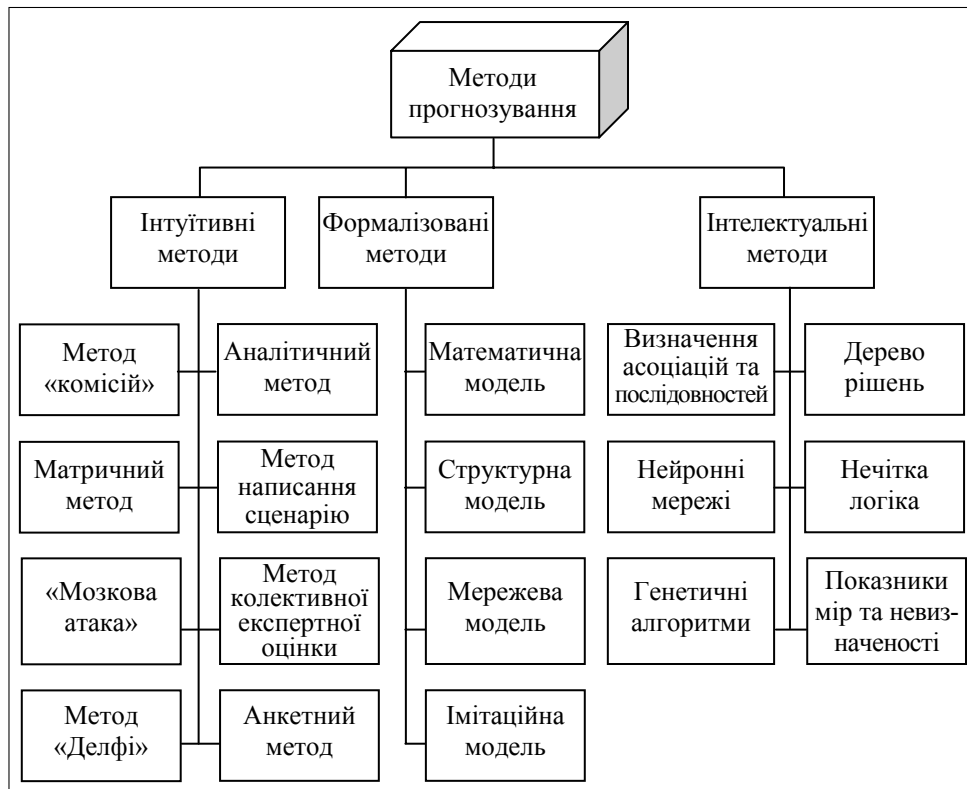


Рис. 1. Узагальнена класифікація методів прогнозування

Отже, для подальшого імітаційного моделювання застосовується НМ, а саме багат шаровий перцептрон із градієнтним методом навчання зворотного поширення помилки.

ОПИС ТА АДАПТАЦІЯ НЕЙРОМЕРЕЖЕВОЇ МОДЕЛІ

Поетапно процес розробки нейромережевої моделі для вирішення задачі прогнозування зображено на рис. 2 [5].

Під час використання нейронних мереж попередня обробка вхідних даних впливає на достовірність та точність прогнозу не менше ніж структура НМ та спосіб навчання. З початкових вхідних даних виділяється дві множини, що не перетинаються і складають, відповідно, навчальну та контрольну вибірки [6].

Для динамічних систем доведено теорему Такенса [5, 7]: якщо часовий ряд породжено динамічною системою, то для опису ситуації існує така глибина занурення в минуле n , яка забезпечує однозначну залежність ряду від n його попередніх значень. При цьому глибина занурення приблизно дорівнює числу ступенів свободи системи (у цьому випадку число ступенів свободи відповідає кількості факторів впливу).

$$x_i = f(x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+(n-1)}), \quad (1)$$

де $\{x_k, x_{k+1}, \dots, x_{k+(n-1)}\}$ — описує ситуацію, у результаті розвитку якої величина, що прогнозується (координата x ЕЦ) прийняла значення x_i та позначається x_i^n ; n — глибина занурення; $k = i - p/t$ — порядковий номер кадру, з якого починається опис ситуації; p — період прогнозування; t — крок часового ряду.

У цьому дослідженні вхідний часовий ряд подається у вигляді таблиці,

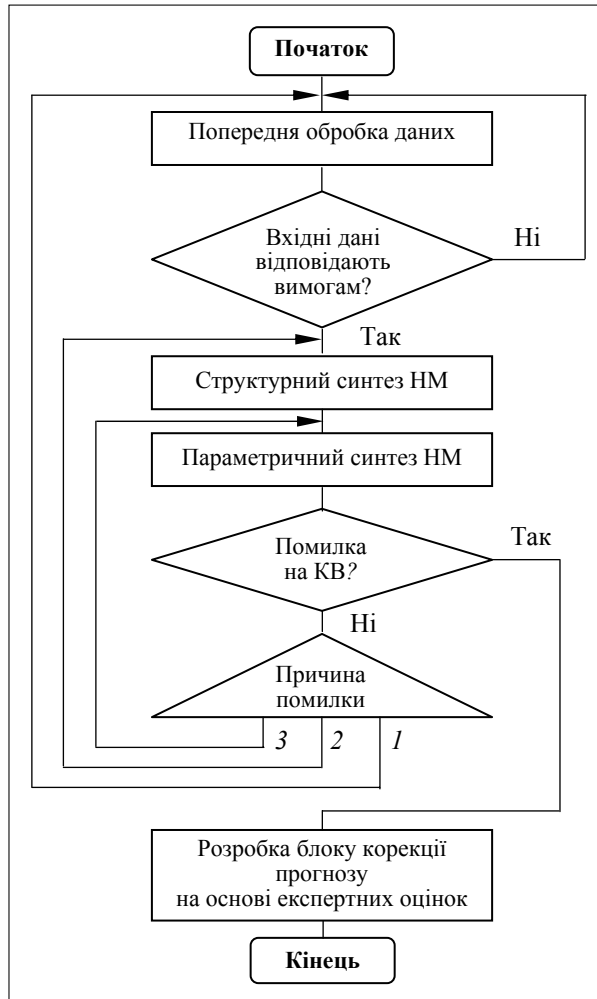


Рис. 2. Схема алгоритму функціонування модуля системи прогнозування (1— вхідні дані, 2 — структура НМ, 3 — процес навчання НМ)

дорівнює одиниці) пар координат записуються в один рядок (спочатку значення координати x , потім y); наступний рядок заповнюється координатами із зсувом на одиницю, тобто починаючи зі значень 2-го кадру і закінчуючи 27-м, ці кроки продовжуються поки не буде досягнуто кінця файла вхідних даних, який має бути кратним 26 [9].

яка містить параметри плямових зображень (утворених розбиттям лазерної відеотраси на послідовність кадрів): $x(t)$ — абсциса ЕЦ зображення в момент часу t ; $y(t)$ — ордината ЕЦ зображення в момент часу t ; $x(t+1)$ та $y(t+1)$ — відповідні координати ЕЦ зображення в момент часу $(t+1)$; f_i — фактори впливу [8]. Для того, щоб неймережева модель адекватно відображала поведінку часового ряду змін координат ЕЦ плямових зображень ЛП, набір даних для обробки НМ має бути максимально репрезентативним. Тому доцільним є транспонування (розгортка) вхідного масиву даних (2).

Транспонування відбувається таким чином: перші 26 (глибина транспонування рівна 25, а також крок прогнозування

$$\begin{array}{ccc}
 x_1, y_1, f_1, \dots, f_n & & x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_{26}, y_{26}, f_1, \dots, f_n \\
 x_2, y_2, f_1, \dots, f_n & \Rightarrow & x_2, y_2, x_3, y_3, \dots, x_{27}, y_{27}, f_1, \dots, f_n \\
 \dots & & \dots \\
 x_i, y_i, f_1, \dots, f_n & & x_i, y_i, x_{i+1}, y_{i+1}, \dots, x_{i+26}, y_{i+26}, f_1, \dots, f_n \\
 \dots & & \dots \\
 x_{26k}, y_{26k}, f_1, \dots, f_n & & x_{26k}, y_{26k}, x_{26k+1}, y_{26k+1}, \dots, x_{26(k+1)}, y_{26(k+1)}, \\
 & & f_1, \dots, f_n
 \end{array} \quad (2)$$

де x_i — абсциса ЕЦ в i -й момент часу; y_i — ордината ЕЦ в i -й момент часу.

Після виконання попередньої обробки вхідні дані мають задовольняти такими умовами:

- прийнятна розмірність простору ознак даних;
- зменшення взаємозалежності даних, що подаються на вхід НМ;
- виконання умови стаціонарності вхідних даних;
- несуперечливість даних навчальної та контрольної вибірки.

Відповідно до рис. 3 наступним етапом роботи системи прогнозування є процес навчання НМ на множині вхідних нормалізованих даних [10].

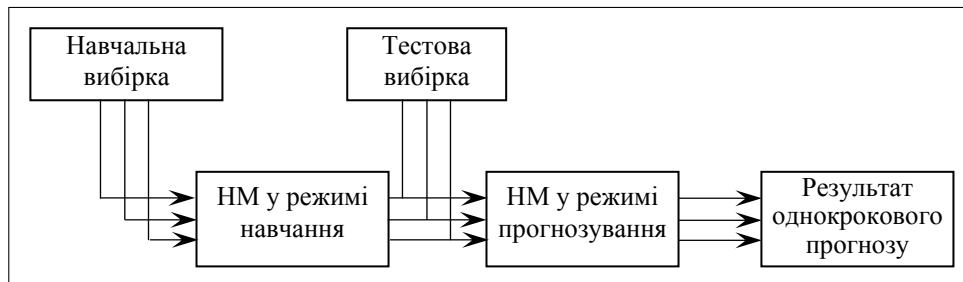


Рис. 3. Функціональна схема роботи системи прогнозування на етапі навчання НМ

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ НЕЙРОМЕРЕЖЕВОЇ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ СИСТЕМИ

Структурний та параметричний синтез НМ для вирішення задачі прогнозування координат ЕЦ плямових зображень ЛП було виконано на базі аналітичної платформи Deductor Studio. Вибір зумовлено можливостями Deductor Studio, зокрема зручною обробкою багатьох типів даних та різноманітними інструментами для вирішення великої кількості аналітичних та інтелектуальних задач — від простої роботи з даними до побудов НМ та дерев досяжності [9].

Під час проведених досліджень використовувалось п'ятнадцять наборів даних, а саме — п'ятнадцять відеотрас із записаною зміною профілю реального ЛП (по 2044 плямові зображення в кожній), які надано у межах комплексних наукових досліджень, що здійснюються протягом тривалого періоду у співпраці з НПО «Астрофізика» (м. Москва, Росія) науковою школою з оптико-електронних інформаційно-енергетичних технологій, що функціонує у ВНТУ [11]. Фрагмент бази даних однієї траси плямових зобра-

жень ЛПІ показано на рис. 4. У попередніх дослідженнях розроблено методики, математичні моделі, алгоритми та пакети прикладних програм для за-

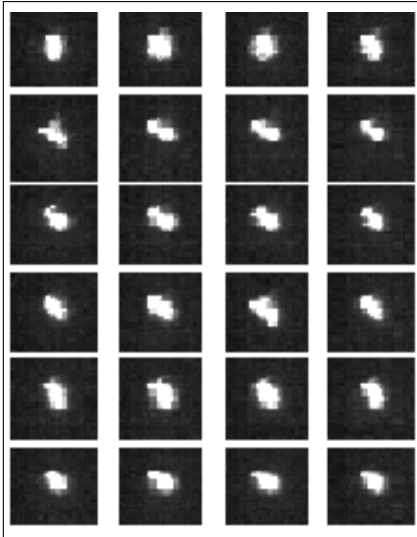


Рис. 4. Фрагмент лазерної траси

дач обробки плямових зображень ЛПІ у реальному часі з підвищеною точністю вимірювання координат їх ЕЦ як складових характеристик профілю ЛПІ, а також технології класифікації астрофізичних об'єктів з метою вивчення впливу атмосфери на величину спотворення лазерного пучка [1, 6, 11].

Для моделювання вхідні дані подаються у вигляді файла формату «ТХТ», який містить порядковий номер зображення та значення пари координат ЕЦ. Після завантаження файла вхідних даних у Deductor Studio виконуємо транспонування (рис. 5) масиву даних з глибиною 26, так як частота зміни кадрів лазерної відеотраси 25 кадрів за секунду і горизонт прогнозування дорівнює одиниці.

Завдяки транспонуванню з такими параметрами маємо можливість на основі 25 пар координат ЕЦ передбачити одну пару координат.

n	x-25	x-24	x-23	x-22	x-21	x-20	x-19	x-18	x-17	x-16
27	62.8525	64.4383	62.5805	63.2759	59.2454	56.8843	56.4116	63.6921	61.4732	60.6459
28	64.4383	62.5805	63.2759	59.2454	56.8843	56.4116	63.6921	61.4732	60.6459	59.0442
29	62.5805	63.2759	59.2454	56.8843	56.4116	63.6921	61.4732	60.6459	59.0442	60.4088
30	63.2759	59.2454	56.8843	56.4116	63.6921	61.4732	60.6459	59.0442	60.4088	60.1113
31	59.2454	56.8843	56.4116	63.6921	61.4732	60.6459	59.0442	60.4088	60.1113	61.3276
32	56.8843	56.4116	63.6921	61.4732	60.6459	59.0442	60.4088	60.1113	61.3276	62.1168
33	56.4116	63.6921	61.4732	60.6459	59.0442	60.4088	60.1113	61.3276	62.1168	60.5543
34	63.6921	61.4732	60.6459	59.0442	60.4088	60.1113	61.3276	62.1168	60.5543	56.6696
35	61.4732	60.6459	59.0442	60.4088	60.1113	61.3276	62.1168	60.5543	56.6696	57.0564
36	60.6459	59.0442	60.4088	60.1113	61.3276	62.1168	60.5543	56.6696	57.0564	57.2214
37	59.0442	60.4088	60.1113	61.3276	62.1168	60.5543	56.6696	57.0564	57.2214	63.2561
38	60.4088	60.1113	61.3276	62.1168	60.5543	56.6696	57.0564	57.2214	63.2561	58.079
39	60.1113	61.3276	62.1168	60.5543	56.6696	57.0564	57.2214	63.2561	58.079	58.6055
40	61.3276	62.1168	60.5543	56.6696	57.0564	57.2214	63.2561	58.079	58.6055	58.6657
41	62.1168	60.5543	56.6696	57.0564	57.2214	63.2561	58.079	58.6055	58.6657	61.3194
42	60.5543	56.6696	57.0564	57.2214	63.2561	58.079	58.6055	58.6657	61.3194	56.5963
43	56.6696	57.0564	57.2214	63.2561	58.079	58.6055	58.6657	61.3194	56.5963	60.0414
44	57.0564	57.2214	63.2561	58.079	58.6055	58.6657	61.3194	56.5963	60.0414	55.8985
45	57.2214	63.2561	58.079	58.6055	58.6657	61.3194	56.5963	60.0414	55.8985	52.2914
46	63.2561	58.079	58.6055	58.6657	61.3194	56.5963	60.0414	55.8985	52.2914	55.4695
47	58.079	58.6055	58.6657	61.3194	56.5963	60.0414	55.8985	52.2914	55.4695	57.9052
48	58.6055	58.6657	61.3194	56.5963	60.0414	55.8985	52.2914	55.4695	57.9052	58.2068
49	58.6657	61.3194	56.5963	60.0414	55.8985	52.2914	55.4695	57.9052	58.2068	63.997
50	61.3194	56.5963	60.0414	55.8985	52.2914	55.4695	57.9052	58.2068	63.997	63.821
51	56.5963	60.0414	55.8985	52.2914	55.4695	57.9052	58.2068	63.997	63.821	63.9968
52	60.0414	55.8985	52.2914	55.4695	57.9052	58.2068	63.997	63.821	63.9968	53.6717
53	55.8985	52.2914	55.4695	57.9052	58.2068	63.997	63.821	63.9968	53.6717	63.5494
54	52.2914	55.4695	57.9052	58.2068	63.997	63.821	63.9968	53.6717	63.5494	60.0948
55	55.4695	57.9052	58.2068	63.997	63.821	63.9968	53.6717	63.5494	60.0948	61.0588
56	57.9052	58.2068	63.997	63.821	63.9968	53.6717	63.5494	60.0948	61.0588	56.1783
57	58.2068	63.997	63.821	63.9968	53.6717	63.5494	60.0948	61.0588	56.1783	58.076
58	63.997	63.821	63.9968	53.6717	63.5494	60.0948	61.0588	56.1783	58.076	58.4137
59	63.821	63.9968	53.6717	63.5494	60.0948	61.0588	56.1783	58.076	58.4137	55.914
60	63.9968	53.6717	63.5494	60.0948	61.0588	56.1783	58.076	58.4137	55.914	63.5623
61	53.6717	63.5494	60.0948	61.0588	56.1783	58.076	58.4137	55.914	63.5623	59.9572
62	63.5494	60.0948	61.0588	56.1783	58.076	58.4137	55.914	63.5623	59.9572	55.2814

Рис. 5. Транспонований масив вхідних даних

Очевидним є той факт, що розмірність вхідного шару перцептронного обчислюється за виразом [8, 10]:

$$L_i = (n_v + n_f)d, \tag{3}$$

де L_i — кількість нейронів вхідного шару; d — глибина занурення; n_f — кількість факторів впливу; n_v — кількість вхідних змінних одного спостереження.

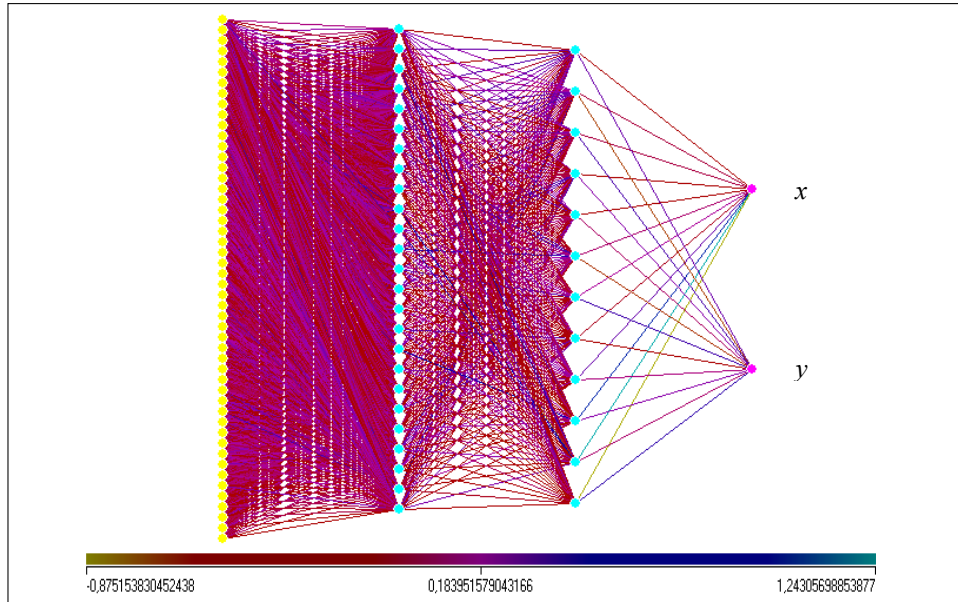


Рис. 6. Структура багатшарового перцептронів 550-250-125-2

Кількість нейронів на вихідному шарі дорівнює двом, оскільки результатом є спрогнозовані абсциса та ордината ЕЦ, а в загальному випадку для цієї системи обчислюється так [8, 10]:

$$L_o = n_v \times s, \quad (4)$$

де L_o — кількість нейронів вихідного шару; s — горизонт прогнозування; n_v — кількість факторів впливу.

Для подальшого моделювання було обрано (на основі проведених раніше досліджень [1, 6, 8]) базову структуру НМ 550-250-125-2, оскільки вона точніше передає нелінійний характер взаємозв'язку та зміни параметрів досліджуваної системи. Розмірність прихованих шарів визначена за існуючими рекомендаціями на основі розмірності вхідного та вихідного шарів [6]. На рис. 6 зображено структуру змодельованої в Deductor Studio НМ.

В якості алгоритму навчання використовуватимемо алгоритм зворотного розповсюдження помилки, який відноситься до класу градієнтних методів. Екранну форму графічного відображення процесу навчання НМ подано на рис. 7.

У результаті здійсненого моделювання було отримано такі результати: після 1200 епох навчання коректний прогноз було здійснено на 95,26 % навчальної вибірки та на 76,84 % тестової вибірки, за умови, що прогноз є коректним, якщо він не відрізняється від очікуваного значення більш ніж на 5 %.

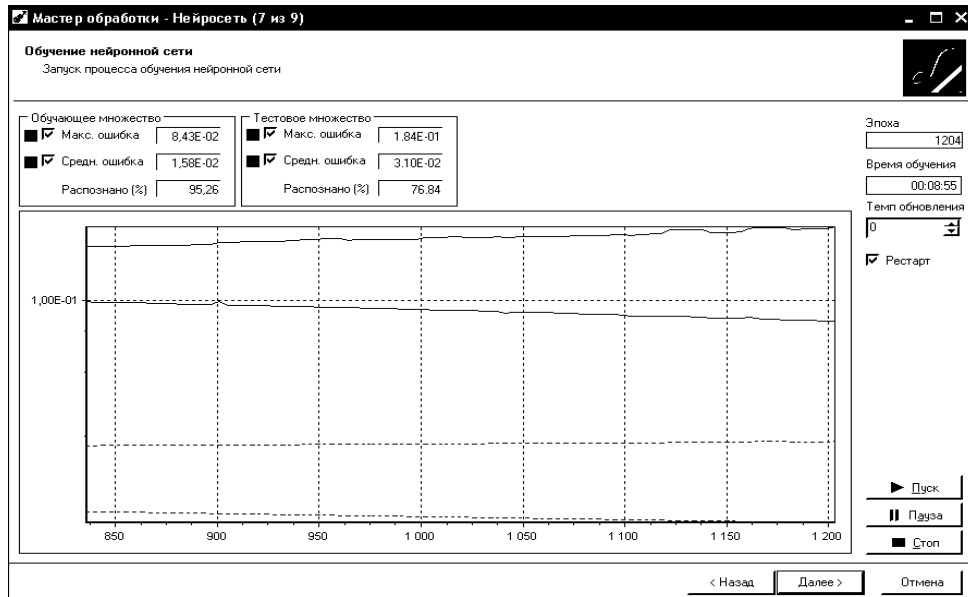


Рис. 7. Экранна форма візуалізації процесу навчання НМ

Deductor Studio має потужні засоби візуалізації та моніторингу результатів моделювання. Для оцінки результатів прогнозування зручним інструментом є діаграми розсіювання [9], адже вони дають можливість наочно оцінити кореляцію між вхідними та спрогнозованими значеннями координат ЕЦ. Як видно з рис. 8, більшість спрогнозованих на основі тестової вибірки значень координат ЕЦ потрапляють в 5 %-тунель допустимих значень.

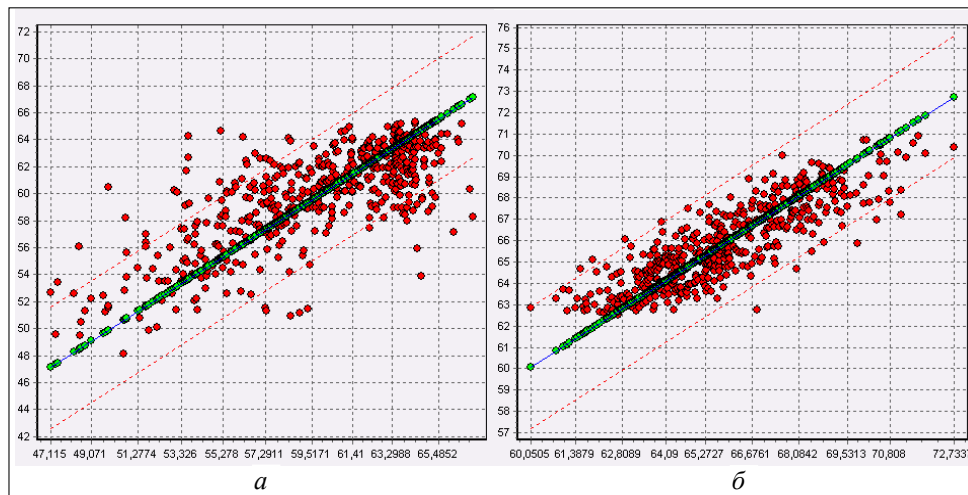


Рис. 8. Діаграми розсіювання спрогнозованих значень: *а* — координат *x*; *б* — координат *y*

Діаграми відношення, зображені на рис. 9, дають можливість візуально оцінити характер зміни координат ЕЦ лазерного пучка, а також — як спрогнозована система відтворює цей характер.

Розробку системи було здійснено з врахуванням критеріїв оцінювання якості функціонування НМ. Внутрішні критерії формуються на основі інформації множини даних, які були використані для навчання, тоді як зов-

нішні критерії використовують нову інформацію тестової множин, елементи яких не використовувались під час навчання. Розглядалися такі критерії:

- Критерій регулярності — зовнішній критерій, для обчислення величини якого потребується тестова вибірка [10]:

$$\Delta(1) = \frac{\sum_{i=1}^{N_{np}} (\hat{O}_i^* - \hat{O}_i)^2}{\sum_{i=1}^{N_{np}} (\hat{O}_i^*)^2} \rightarrow \min, \quad (5)$$

де $\Delta(1)$ — величина критерію; i — номер відгуку; \hat{O}_i — значення відгуків, що продукуються мережею; \hat{O}_i^* — точні значення відгуків.

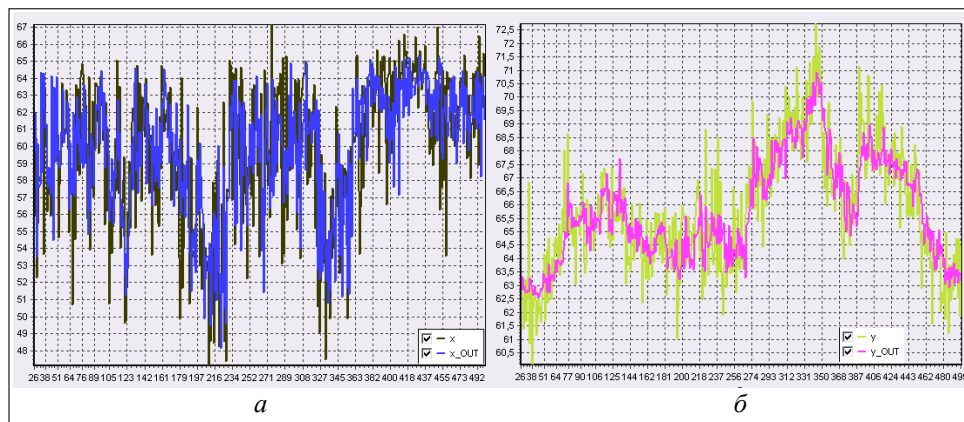


Рис. 9. Діаграми відношення спрогнозованих значень до очікуваних: *a* — координат *x*; *б* — координат *y*

Фізичний сенс застосування критерію регулярності полягає у виборі моделі, яка буде максимально точною на елементах тестової множини, які не входили до складу навчальної множини.

- Критерій мінімального зміщення — потребує максимального співпадіння значень вихідної величини для двох моделей, де в якості навчальних елементів було використано дані різних підмножин навчальної множини [10]. Критерій мінімального зміщення дозволяє обирати модель, яка «слабо реагує» на зміну навчальної множини і дозволяє вирішити задачу відновлення закону, що діє для зашумлених тестових даних.

- Критерій зміщеності показників у часі — допомагає оцінити рівень взаємозв'язку змінних. Застосування цього критерію допомагає в оптимальному підборі таких ознак явища, які можуть забезпечити вищу точність прогнозування [10].

- Критерій фізичної достовірності — потребує виключення моделей, які під час проведення експерименту, можуть продукувати нереальні результати (великий розкид спрогнозованих значень) [10].

Отриману комп'ютерну модель покладено в основу програмної реалізації системи прогнозування координат ЕЦ профілю ЛП. Нейромережеву інтелектуальну систему для прогнозування енергетичних центрів плямових зображень розроблено з використанням спеціальної бібліотеки класів для

роботи з НМ Encog 2.3 (рис. 10) для Java (створена в 2008 р. Heaton Research, Inc., Missouri, USA) [12]. Для роботи комп'ютерної програми необхідна наявність встановленої на комп'ютері операційної системи MS Windows XP/Vista; наявність JRE 6; тактова частота процесора має бути не менше 1,8 GHz; а наявність оперативної пам'яті обсягом не менше ніж 512 Мб.

Нейромережева інтелектуальна система для прогнозування ЕЦ плямових зображень складається з окремих модулів, а саме:

1. Модуль попереднього оброблення вхідних даних.

Спочатку користувачу необхідно виконати завантаження файлу вхідних даних заданої структури для навчання НМ (порядковий номер кадру, координата x , координата y , 20 факторів впливу) та для прогнозування (порядковий номер кадру, координата x , координату y), його парсинг, транспонування (розгортку) даних для навчання і для прогнозування.

2. Модуль структурного та параметричного синтезу НМ [13].

У цьому блоці користувач може побудувати НМ однієї з кількох запропонованих парадигм (багатошаровий перцептрон, RBF-мережа) із заданою користувачем структурою та параметрами навчання в діалоговому режимі; активувати процес навчання побудованої НМ за обраним користувачем алгоритмом. Користувачу надається можливість обрати кількість прихованих шарів НМ, кількість нейронів на кожному шарі, вид функції активації, швидкість навчання, горизонт прогнозування, тривалість навчання (кількість epoch), допустиму помилку навчання.

3. Модуль візуалізації результатів [14].

Цей блок дозволяє зберегти результати прогнозування та їх візуалізацію у формі діаграми розсіювання по координатам x та y спрогнозованих координат ЕЦ.

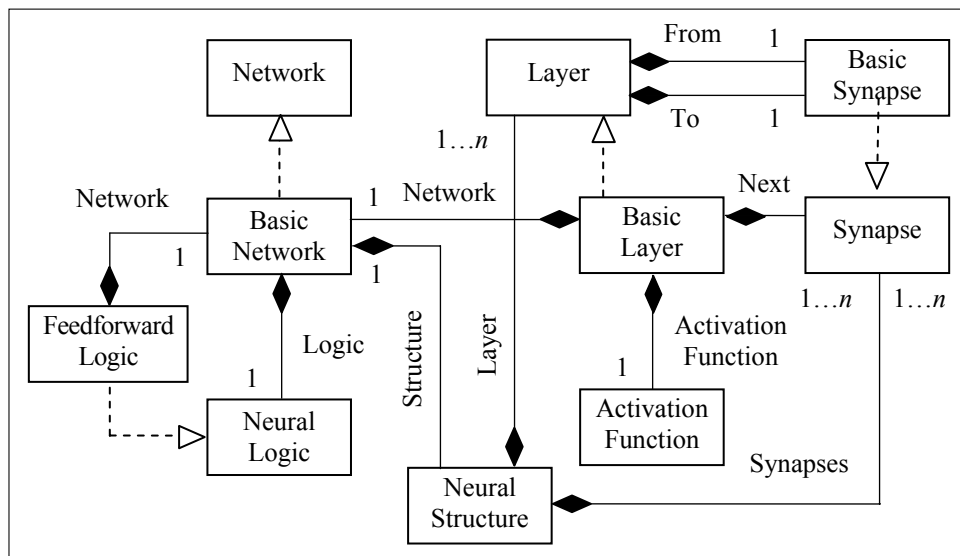


Рис. 10. UML-діаграма основних класів бібліотеки Encog

У кожному модулі нейромережевої інтелектуальної системи виконується своя послідовність задач та підзадач, які й визначають послідовність дій користувача під час роботи з програмним додатком (рис. 11).

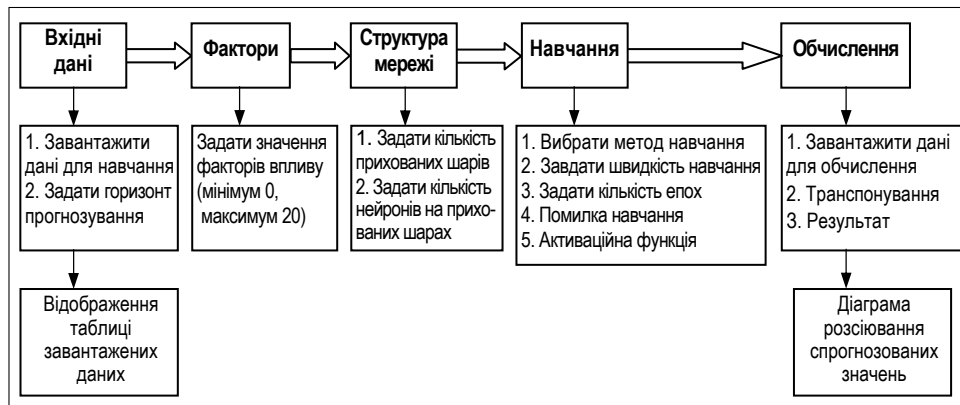


Рис. 11. Структурна організація та етапи роботи користувача з нейромережевою інтелектуальною системою

ВИСНОВКИ

Під час проведених досліджень застосовано та адаптовано нейромережеву модель для задачі прогнозування ЕЦ плямових зображень у системах профілювання ЛП. Здійснено комп'ютерне моделювання запропонованої нейромережевої моделі на базі аналітичної платформи Deductor Studio, а також програмну реалізацію інтелектуальної системи. На основі отриманих результатів комп'ютерного моделювання та програмної реалізації можна стверджувати, що запропоновану адаптовану нейромережеву модель доцільно застосовувати для вирішення задачі прогнозування ЕЦ плямових зображень у системах профілювання ЛП. Адже аналіз отриманих результатів прогнозування (а саме — після 1200 епох навчання коректний прогноз було здійснено на 95,26 % навчальної вибірки та на 76,84 % тестової вибірки із заданим 5 % тунелем допустимих значень) дозволяє досягнути підвищення точності прогнозування координат ЕЦ плямових зображень ЛП, що, у свою чергу, дає змогу якісно покращити окремі показники функціональності систем профілювання ЛП. У перспективі результати цих досліджень будуть застосовані для вивчення процесів розповсюдження лазерного потоку і формування зображення плями на основі моделей їх спотворень для розробки адаптивних засобів контролю вказаних процесів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Кожем'яко В.П., Тимченко Л.І., Яровий А.А. Методологічні підходи до паралельно-ієрархічної обробки плямових зображень лазерних пучків та їх прикладна реалізація: Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. — 2006. — № 1 (11). — С. 14–25.
2. Carlos B. Roundy Current Technology of Laser Beam Profile Measurements. C.B. Roundy – Spiricon. Inc., 2000. — 43 p.
3. Бестужев-Лада И.В. Рабочая книга по прогнозированию. — М.: Мысль. — 1982. — 426 с.
4. Мінаєв Ю.М., Апонасенко Д.В. Програмна реалізація методу прогнозування часових рядів на підставі інтелектуальних технологій (тензорно-нейро-

- мережевий базис) // Проблеми інформатизації та управління: зб. наук. пр. — К.: Вид-во НАУ. — 2009. — № 28. — С. 107–115.
5. Кришилов В.А., Чумичкин К.В., Кондратюк А.В. Представление исходных данных в задачах нейросетевого прогнозирования. «Нейроинформатика». — М.: МИФИ, 2003. — Ч. 1. — С. 184–191.
 6. Яровий А.А., Власюк Р.С. Аналіз методики нейромережевого розпізнавання кольорових зображень в контексті її універсальності // Вісн. Нац. ун-ту «Львівська політехніка». Сер. Інформаційні системи та мережі. — 2009. — № 653. — С. 255–267.
 7. Sven Laur. Time Series of Deterministic Dynamic Systems Celebrated Takens Theorem. — <http://www.cs.ut.ee/~swen/random-stuff/helsinki-time/presentations/takens-slides-2004.pdf>.
 8. Яровий А.А., Власюк Р.С., Крейді О.В. Комп'ютерне моделювання нейромережевої інтелектуальної системи для задач прогнозування складових характеристик профілю лазерного променя // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія: Тези доп. міжнар. наук.-пр. конф. м. Вінниця, 19–21 трав. 2010 р. — С. 329–330.
 9. BaseGroup Labs. Deductor. — <http://www.basegroup.ru/deductor>.
 10. Юрчак І.Ю. Конспект лекцій з курсу «Організація інтелектуальних обчислень». — <http://victoria.lviv.ua/html/oio>.
 11. Яровой А.А., Яровой А.М. Теоретико-методологические и прикладные аспекты использования технологий визуализации для задач профилирования лазерных лучей // Научная визуализация: [Электронный журнал Нац. исследовательского ядерного ун-та «МИФИ», Москва]. — 2010. — Т. 2. — № 3. — С. 50–72. — <http://sv-journal.com/2010-3/04/index.html>.
 12. Encog Java and DotNet Neural Network Framework. — <http://www.heatonresearch.com/encog>.
 13. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 34385. Комп'ютерна програма «Програмний модуль для структурного та параметричного синтезу нейронної мережі інтелектуальної системи для прогнозування координат енергетичних центрів профілю лазерного променя («LaserBeam: Prediction-NN»)» / Яровий А.А., Власюк Р.С. Дата реєстрації Державним Департаментом інтелектуальної власності України 04.08.2010.
 14. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 34386. Комп'ютерна програма «Програмний модуль попереднього оброблення вхідних даних та візуалізації результатів нейромережевого прогнозування координат енергетичних центрів профілю лазерного променя («LaserBeam::Prediction-R&V»)» / Яровий А.А., Власюк Р.С. Дата реєстрації Державним Департаментом інтелектуальної власності України 04.08.2010.

Надійшла 07.06.2010

СТВОРЕННЯ СЕРЕДОВИЩА ВИКОНАННЯ НАУКОВИХ ДОДАТКІВ У ГРІД З ВИКОРИСТАННЯМ ІНСТРУМЕНТАРІЇВ GRIDSHERE ТА VINE TOOLKIT ЯК ЧАСТИНИ КОМПЛЕКСНОГО НАУКОВОГО ШЛЮЗУ

О.М. РОМАНЮК, А.С. САПГОРА, С.Я. СВИСТУНОВ, О.І. МАРЧЕНКО

Запропоновано метод реалізації виконання наукових додатків у Грід-середовищі в межах комплексного наукового шлюзу, який побудовано з використанням GridSphere та Vine Toolkit. Наведено модель архітектури такого наукового шлюзу. Розглянуто особливості використання технології Flex та процес побудови веб-додатків для визначеного наукового шлюзу на прикладі створення тестового портлету.

ВСТУП

Для проведення досліджень у будь-якій області науки, учені використовують спеціальні програмні додатки для наукових обчислень. На сьогодні існує достатня кількість програмних продуктів, яка здатна задовольнити ці потреби. Вони застосовуються лише в межах локального середовища і відсутня можливість використовувати розподілені обчислювальні ресурси. Більшість програмних пакетів мають досить складну функціональність, яку іноді неможливо подати у вигляді звичайної Грід-задачі [1]. З іншого боку, навіть виконання звичайної задачі в Грід вимагає від користувача знань основних принципів функціонування Грід-системи та інтерфейсу його проміжного програмного забезпечення (ППЗ). Окрім цього, використання додатка в такий спосіб не залишає можливості застосування графічного інтерфейсу додатка.

Для ефективного використання Грід-ресурсів потрібні інструментальні засоби, які здатні перетворити процес виконання додатка в спосіб, прийнятний для виконання в Грід-середовищі та зробити процедуру виконання додатка в Грід максимально простою та зручною.

У роботі [1] визначено термін «комплексний науковий шлюз» для характеристики операційного середовища, серед функцій якого є організація виконання наукових додатків у Грід-інфраструктурах та надання науковим додаткам зручних користувацьких інтерфейсів, які адаптовані до такого способу їх використання.

У цій роботі запропоновано варіант реалізації комплексного наукового шлюзу на основі інструментального засобу GridSphere та Vine Toolkit із використанням технології Flex для створення спеціального середовища виконання наукових додатків у Грід-середовищі під управлінням ППЗ gLite.

Мета роботи — розробка методів ефективного використання наукових додатків у Грід-середовищі в межах комплексного наукового шлюзу, побудованого за допомогою інструментаріїв GridSphere та Vine Toolkit.

ГРІД-ПОРТАЛ ЯК ОСНОВА НАУКОВОГО ШЛЮЗУ

Переважає більшість наукових шлюзів будується на основі Грід-порталів, які дозволяють організувати доступ до Грід-сервісів та Грід-ресурсів. Грід-портал визначається як клас серверних Інтернет-додатків, який забезпечують захищений інструментарій для on-line збору інформації про Грід-сервіси та Грід-ресурси, і який надає інструментальні засоби для використання цих Грід-сервісів і Грід-ресурсів для цілей виконання користувацьких завдань [2].

Організація Grid Computing Environment Research Group поділяє портали на дві групи: користувацькі портали і портали застосувань [3]. Перша група орієнтована на забезпечення доступу користувачів, об'єднаних у віртуальні організації для розв'язання спільних наукових завдань, які потребують значних обчислювальних ресурсів. При цьому цей доступ реалізується у вигляді заміни стандартного доступу до ресурсу за допомогою термінальної системи на систему доступу через портал. Другу групу порталів орієнтовано на забезпечення доступу не тільки до Грід-ресурсів, але й для полегшення підготовки даних для інженерних пакетів і використання цих пакетів у Грід-середовищі.

Прикладами вдалого використання портальних рішень для виконання наукових розрахунків можуть бути портали: Cactus [2], Astrophysics Simulation Collaboratory (ASC) [4], PACI HotPage [5].

Однак вже під час створення перших портальних систем розробники зрозуміли, що для полегшення програмування порталу та стандартизації роботи з функціями доступу до Грід-ресурсів необхідно користуватись набором відповідних інструментальних засобів. Використання таких інструментальних засобів дозволяє розробникам порталів сконцентрувати свої зусилля на розробці прикладних портальних додатків і на реалізації логіки використання інженерних пакетів, відокремлюючи функції взаємодії з ППЗ Грід в окремі стандартизовані бібліотеки.

ІНСТРУМЕНТАЛЬНІ ЗАСОБИ РОЗРОБКИ ГРІД-ПОРТАЛІВ

На початковому етапі інструментальні засоби являли собою прості API для безпосереднього використання функцій і сервісів Globus [6] з мов програмування таких як Perl, Python та Java. Найвдаліші розробки: Commodity Grid Kits [7], Grid Portal Development Toolkit (GPDK) [8], Open Grid Computing Environment [9], myGrid [10]. Загальними для всіх цих інструментальних засобів є те, що розроблені портали передбачають інтерактивну взаємодію безпосередньо із Грід-сервісами. Розробники таких порталів мають бути фахівцями з Грід-технологій і у веб-програмуванні.

Серед програмних інструментальних засобів відмітимо дві розробки, які надають можливість користувачам динамічно генерувати портали додатків із наступною публікацією без втручання у створення програмного коду: інструментальний засіб GridSpeed [11, 12] — розробка Tokyo Institute of Technology, TiTech та Grid Programming Environment [13] компанії Intel, призначений для створення універсального інтерфейсу доступу до різних

реалізацій ППЗ Грід. Ці інструментарії дозволяють користувачам і розробникам одержати прозорий доступ до розподілених обчислювальних ресурсів і ресурсів зберігання даних за допомогою технології веб-сервісів та дозволяють уникнути труднощів під час розробки програмного коду додатка.

Прийняття рішення про вибір певної технології не є тривіальним. У процесі вибору враховувались зусилля, які необхідні для встановлення, налаштування, обслуговування та підтримки програмного забезпечення (ПЗ). До цього ж мотивація вибору інструментарію була зумовлена заздалегідь через використання ППЗ gLite на Грід-ресурсах, з якими має взаємодіяти вибраний інструментарій. Виходячи з проведеного аналізу, а також оцінюючи функціональність інструментаріїв, в якості основного інструментарію було прийнято портальну систему на базі GridSphere.

ІНСТРУМЕНТАЛЬНИЙ ЗАСІБ GRIDSHERE

GridSphere було розроблено в 2002 р. в межах проекту GridLab, який фінансувався ЄС. Головною метою розробки порталу було створення надійного веб-інтерфейсу для європейських і світових користувачів Грід. Почавши зі специфікацій API, багато в чому ідентичних IBM Websphere® 4.2, проект згодом еволюціонував до порталу-контейнера, сумісного з JSR 168, який підтримує завантаження та взаємодію портлетів.

Інструментарій GridSphere 3.1 являє собою каркас веб-порталу з відкритим кодом для розробки модульних веб-компонентів, які називаються

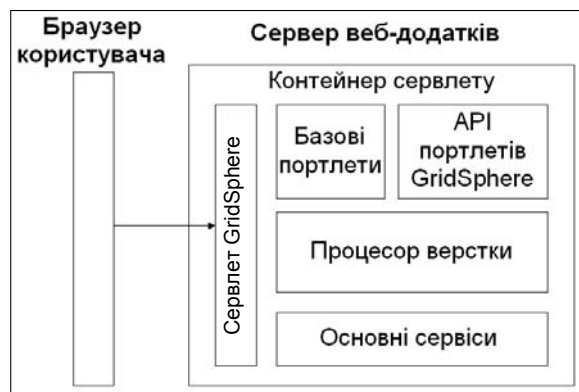


Рис. 1. Архітектура порталу GridSphere

спрощує процес розробки нових портлетів [14]. Архітектуру GridSphere зображено на рис. 1.

Схема архітектури містить дані щодо основних компонентів, які в поєднанні з контейнером сервлетів складають сервер веб-додатків. Запит веб-браузера користувача до порталу викликає сервлет GridSphere, який виступає в якості контрольного диспетчера процесору верстки, що відповідає за генерацію вихідних даних для браузера користувача. Сервлет GridSphere та процесор верстки використовують основні сервіси, включаючи реєстр портлетів, для відображення набору відповідних портлетів на портальній сторінці користувача.

портлетами. Портлети — це візуальні компоненти, що можуть бути вбудовані у веб-сторінки порталу. Портлети містять «міні-додатки», які можуть відображати інформаційний контент або надавати доступ до різних сервісів. GridSphere реалізує безпосередньо контейнер портлету, набір основних портлетів і розширену бібліотеку інтерфейсу користувача, використання якої

Інструментарій GridSphere [15] включає такі основні портлети: для авторизації користувача; налаштувань; персоналізації профілю та зовнішнього вигляду; адміністрування (створення користувачів, груп, управління портлетами та відображенню контенту); підтримки контролю доступу на основі ролей. Реалізація API портлетів повністю сумісна зі стандартом JSR 168 та має гнучкий XML-подібний формат опису відображення контенту порталу, який легко модифікується з метою створення спеціальних компоновок контенту.

Сервіси портлетів створені з метою відокремлення функцій, які реалізовані портлетами від сервісів, з якими портлети мають взаємодіяти. Сервіси портлетів реалізують інкапсуляцію логіки, яка багаторазово повторюється з можливістю подальшого використання одним або декількома портлетами. У GridSphere сервіси використовуються для управління всім — від властивостей відображення контенту до сервісів Грід. У такий спосіб зв'язок із Грід-середовищем стає можливим шляхом створення портлетів та сервісів портлетів, які реалізують логіку взаємодії з окремими сервісами ПЗ забезпечення Грід. Прикладом такої реалізації є інструментарій GridPortlets [15].

ІНСТРУМЕНТАЛЬНІ ЗАСІБ VINE TOOLKIT

Інструментарій Vine Toolkit [16] є результатом еволюції проекту GridPortlets для GridSphere у напрямку покращення API та реалізації доступу до Грід-ресурсів. З програмної точки зору Vine Toolkit являє собою Java каркас, який пропонує розробникам простий у використанні високорівневий API для розробки Грід-додатків. Однак найбільшою перевагою є те, що Vine Toolkit — це загальна бібліотека, яка може бути досить легко розгорнута для використання в настільних додатках, Java Web Start, Java Servlet 2.3 та Java Portlet 1.0 середовищах. Це стає можливим завдяки спрощеній системі інсталяції, налаштування та комплектування Vine Toolkit для використання з різними типами програм [17]. Наприклад, Vine може бути розгорнутий як веб-додаток у контейнер сервлету, такий як Apache Tomcat, для використання з каркасом порталу GridSphere.

Інструментарій Vine Toolkit надає розширені сервіси даних BlazeDS з метою поліпшення комунікації клієнт-сервер для розробки інтерактивних і динамічних веб-додатків. Vine Toolkit підтримує Adobe Flex/Flash-технологію, яка дозволяє створювати сучасні та складні веб-інтерфейси, схожі на більшість автономних GUI та інші веб GUI технології, такі як HTML та JavaScript із підтримкою Ajax.

Інструментарій Vine Toolkit забезпечує єдиний загальний API, відкритий користувачеві, який абстрагує різні реалізації ППЗ. Нарешті, інструментарій Vine Toolkit реалізує узагальнену модель на основі ресурсів — будь-які сервіси та джерела даних можуть бути інтегровані за допомогою веб-додатків із використанням API.

Однак основною властивістю Vine Toolkit є підтримка різних ППЗ Грід: gLite, Globus Toolkit, GRIA, OGSA-DAI, SRB, UNICORE [18].

Інструментарій Vine Toolkit побудовано за ієрархію проектів, яка включає основний проект (Root Vine), що визначає базовий API і модель

програмування, на яких будуються підлеглі проекти. Кожен з підлеглих проектів вирішує проблеми конкретної галузі. Проект Grid Vine будується на основі Root Vine для визначення загальніших понять і розширюваних елементів. Проект Globus Toolkit 4 Vine відповідає за підтримку конкретних бібліотек сторонніх виробників і сервісів [17]. Кожному проекту відповідає певна структура файлів, яка визначає яким чином вихідний код має бути побудований, та які бібліотеки сторонніх виробників і конфігураційні файли мають бути упаковані й розгорнуті. Користувачі можуть обирати конкретні проекти Vine Toolkit, необхідні для реалізації їх додатків враховуючи певні залежності між проектами (рис. 2).

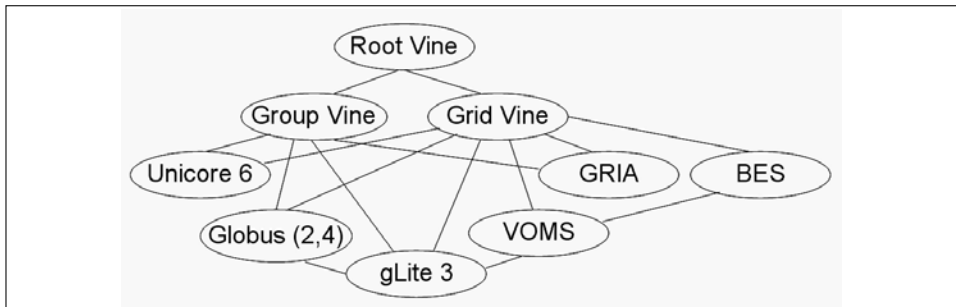


Рис. 2. Ієрархія проектів в Vine Toolkit

Проект Root Vine включає базове управління сесіями, управління сервісами, управління ресурсами та керування завданнями за допомогою визначення таких інтерфейсів: Vine (представляє додаток), Session (представляє сесію діяльності агента або кінцевого користувача), Service Context (інтерфейс для моніторингу завдання), Service (контекст у межах сесії для створення сервісів), Resource (сутність або запис даних), Resource Module (інтерфейс або дескриптор ресурсу) та Resource Manager (відповідальний для управління інформацією про ресурси) [17].

Ресурси (Resource) наразі є найважливішим поняттям, яке моделюється в Vine Toolkit. Комп'ютер, додаток, бібліотека, особа, завдання — усе це є ресурсами Vine. Фактично, ресурси визначають додаток так само, як вони визначають Грід. На самому базовому рівні, Грід представлено як колекцію ресурсів із політиками використання цих ресурсів.

Більш розширені інтерфейси та класи надаються в межах проектів Group Vine та Grid Vine. Group Vine включає в себе управління обліковими записами користувачів, управління реєстрацією користувачів, організацій і контактів та профілів. Vine підтримує реєстрацію користувачів з використанням сторонніх бібліотек та сервісів, тим самим спрощуючи процес створення облікових даних шляхом реєстрації цих повноважень у ППЗ Грід, або шляхом створення облікових записів на віддалених системах у модулях реєстрації, визначених провайдером. Grid Vine визначає поняття, які мають безпосереднє відношення до підтримки розробки Грід-додатків. Окрім моделювання основних концепцій, таких як комп'ютери, ПЗ та сервіси, Grid Vine моделює інформаційні сервіси, сервіси управління файлами послуг та сервіси управління задачами. Проекти, які розширюють Grid Vine, повністю або частково реалізують Grid Vine API. Брокер ресурсів зберігання Vine, наприклад, реалізує файлові аспекти Grid Vine API.

Окрім розглянутих проєктів, Vine Toolkit також включає такі проєкти (будуються на основі розглянутих): UNICORE Vine (підтримка клієнта UNICORE 6), VOMS Vine (підтримка безпеки VOMS), BES Vine (підтримка подання задачі BES), SRB Vine (підтримка управління файлами SRB), RUS Vine (підтримка збору інформації RUS).

У Vine Toolkit реалізовано можливість підключення та інсталяції лише тих проєктів, які необхідні для використання в цільовому середовищі.

СТРУКТУРА НАУКОВОГО ШЛЮЗУ НА БАЗІ GRIDSPHERE TA VINE TOOLKIT

Під час використання GridSphere сервером веб-додатків є Apache Tomcat версії 5.0–5.5, який реалізує контейнер сервлету для веб-додатків порталу. Інструментарій GridSphere реалізує контейнер портлету, який діє в якості інтелектуального диспетчера, перенаправляючи запити браузера клієнта відповідним портлетам порталу протягом циклу запитання–відповідь, а також відповідає за створення, використання та знищення портлетів. Така функціональність необхідна для роботи інструментарію Vine Toolkit через відсутність власного портлет-контейнера.

У процесі інсталяції Vine Toolkit не стає частиною GridSphere, а працює паралельно з ним, використовуючи його графічний інтерфейс для запуску та доступу до своїх компонентів. На рис. 3 наведено архітектурну модель наукового шлюзу, побудованого на основі інструментарію Apache Tomcat, GridSphere та Vine Toolkit. На рис. 3 вказано лише ті портлети, які необхідні для організації наукового шлюзу з використанням інструментарію Vine Toolkit.

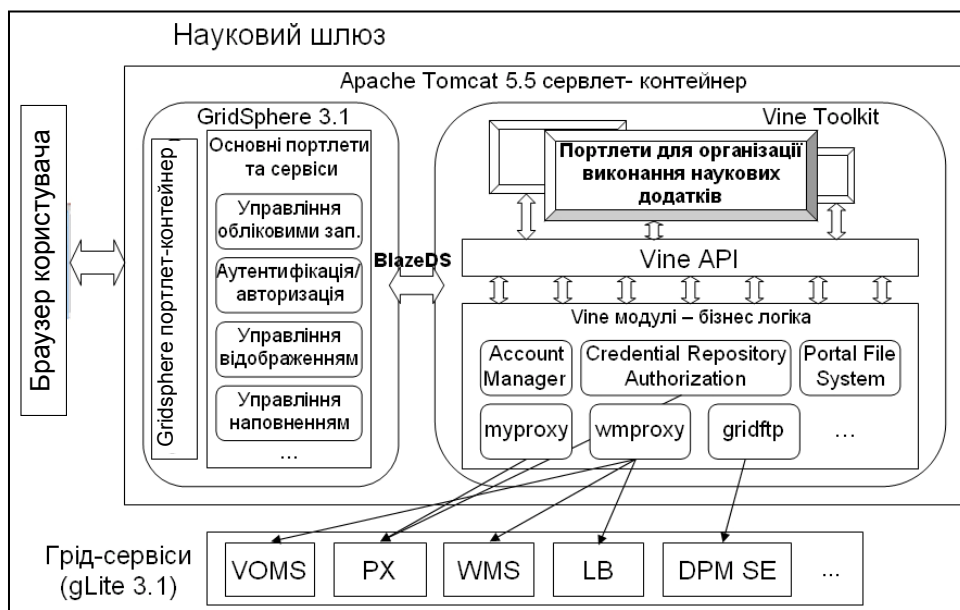


Рис. 3. Архітектура наукового шлюзу

Окрім реалізації контейнера портлетів, GridSphere надає набір портлетів і сервісів портлетів для управління обліковими записами користувачів, аутентифікації, авторизації, управління шаблонами графічного інтерфейсу та системою управління контентом.

Інструментарій Vine Toolkit реалізує функціональність модулів взаємодії з Грід-середовищем, яка може бути використана за допомогою API (так званого Vine API). На рис. 3 наведено основні модулі, використання яких дозволяє відправити задачу в Грід на виконання, проконтролювати її стан та отримати результати. До них відносяться:

- Account Manager — реалізує контроль повноважень користувачів та встановлює порядок авторизації на ресурсах;
- Credential Repository Authorization — реалізує механізм отримання делегованих повноважень (проху-сертифікат) із сервера MyProху (які були туди попередньо делеговані користувачем) для подальшого використання в якості облікових даних (проху-сертифікату) користувача;
- Portal File System — реалізує локальну файловою системою;
- MyProху — реалізує всі допустимі операції з сервером gLite Proху;
- WMPроху — реалізує запуск та моніторинг ходу виконання задачі в Грід шляхом взаємодії з gLite серверами Workload Management та Logging and Bookkeeping. Також взаємодіє з gLite сервером VOMS для доповнення проху-сертифікату користувача VOMS розширенням (необхідна умова взаємодії з деякими gLite серверами, у тому числі WM);
- GridFTP — реалізує всі операції з файлами в межах доступних файлових систем, а також передачу вихідних файлів WMS-сервісу під час запуску задачі.

Vine Toolkit передбачає створення портлетів з використанням технології Adobe Flex, яка дозволяє створювати більш складні та сучасні інтерфейси. Однак при цьому веб-додаток (портлет) поділяється на серверну та клієнтську частину. Для поєднання цих частин використовується технологія BlazeDS, яка, у свою чергу, поліпшує комунікацію завдяки використанню протоколу Action Message Format (AMF), який здатний передавати повідомлення значно більші за розміром, ніж XML-повідомлення.

Для розгляненої архітектури засоби для організації виконання наукових додатків у Грід-середовищі мають бути створені у вигляді портлетів стандарту JSR 168, що дасть можливість реалізувати веб-інтерфейси додатка в середовищі Gridsphere. Реалізація взаємодії з потрібним Грід-середовищем має бути реалізована шляхом використання відповідних API Vine Toolkit. Для цього портлети мають бути представлені у вигляді проекту Vine Toolkit, який будується на основі певної ієрархії базових проектів Vine Toolkit, які включають усі необхідні проекти для реалізації бажаних функцій додатка в цільовому середовищі (у цьому випадку — ППЗ gLite).

Таким чином, середовищем виконання наукових додатків у межах наведеної моделі наукового шлюзу буде деяка підмножина портлетів, яка реалізує користувацькі інтерфейси та всю необхідну функціональність для запуску наукового додатка, моніторингу ходу виконання задачі та отримання результатів у Грід-середовищі.

ЗАСТОСУВАННЯ FLEX-ТЕХНОЛОГІЇ В VINE TOOLKIT ТА GRIDSHERE

Розглянемо ключові особливості використання технології Flex для побудови веб-додатків наукового шлюзу. Для використання Vine API портлет додатка має розроблятися в межах проекту Vine Toolkit (надалі будемо вживати термін «Vine-портлет» для визначення портлетів, створених у такий спосіб). Принципова відмінність Vine-портлетів від звичайних портлетів полягає не стільки в принципі їх роботи в межах сервера (серверна частина відповідає стандарту JSR 168 для коректної роботи з портал-контейнером GridSphere), скільки в принципі їх взаємодії з клієнтом. Стандартний портлет взаємодіє з користувачем через відведену йому веб-форму, яка генерується портлет-контейнером на веб-сторінці, і при відправленні/отриманні даних користувачем оновлюється не вся сторінка, а лише дана веб-форма. Vine-портлет для взаємодії з клієнтом використовує технологію Adobe Flex, згідно з якою

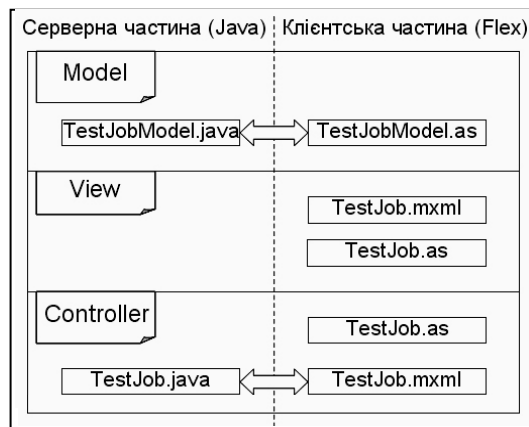


Рис. 4. Структурна діаграма взаємодії компонентів Vine-портлету в контексті MVC-моделі

взаємодія з користувачем здійснюється через спеціальні .swf файли, які відображаються портлет-контейнером у веб-сторінці за допомогою Adobe Flash Player. Файли *.swf (так звані Flex-програми) є результатом компіляції вхідного коду, написаного мовою програмування Action Script. Отже, Vine-портлет поділяється на клієнтську частину (Flex-додаток) і серверну частину (Java-класи), які поєднуються між собою серверною Java технологією BlazeDS. Структурну діаграму взаємодії

компонентів Vine-портлету показано на рис. 4.

Згідно з концепцією Model-View-Controller компоненти Vine-портлету розділено на три окремі частини: модель даних додатка, інтерфейс користувача і бізнес-логіка додатка [19] (рис. 4):

- **Model.** Модель є сполучною ланкою між клієнтською та серверною частиною. Вона містить стан компонента та надає дані (зазвичай для представлення), а також реагує на запити (зазвичай від контролера), змінюючи свій стан. Час життя Flex/BlazeDS компонента відповідає часу життя веб-додатка, тому дані зберігаються лише протягом сеансів користувачів.
- **View.** Відповідає за відображення інформації (інтерфейс користувача — Flex-додаток у вигляді кількох MXML/AS файлів).
- **Controller.** Реалізує бізнес-логіку, яка описана Java-класами, інтерпретує дані, введені користувачем та інформує модель і представлення про необхідність відповідної реакції.

Така конструкція веб-додатка отримала назву Rich Internet Application. Побудова компонентів веб-додатків у такий спосіб дозволяє створювати декілька екземплярів представлення або повторно використовувати бізнес-логіку в інших додатках. До того ж модифікація одного з компонентів має

мінімальний вплив на інші компоненти. Розглянена на рис. 4 структурна діаграма відображає конкретний набір вхідних файлів для тестового портлету (TestJob), з яких згодом і компілюються файли Vine-портлету (.swf-файли), який завантажується на комп'ютері користувача та Java-класи, які виконуються на сервері.

Розробка клієнтського додатка починається з розробки шаблону проекту в Vine Toolkit. Шаблон проекту створюється з використанням графічного інтерфейсу Vine Toolkit та являє собою визначену структуру каталогів і конфігураційних файлів. Для запуску графічного інтерфейсу Vine Toolkit необхідно виконати команду `ant gui` в інсталяційній директорії Vine Toolkit. Далі, використовуючи графічний інтерфейс, необхідно створити шаблон проекту портлету з підтримкою Flex. Після збереження налаштувань відбувається генерація повної структури каталогів проекту з файлами-прикладом для демонстраційного портлету Example. Оскільки всі інсталяційні процеси у Vine Toolkit побудовані на скриптах, які оброблюються консольною утилітою Ant, важливо дотримуватися структури каталогів проекту та розташування файлів, які створюються, у відповідних каталогах.

Vine Toolkit не надає інструментів для створення клієнтської частини портлету, так званих flex-додатків. Вони зазвичай розробляються за допомогою мов програмування ActionScript та MXML. Для компіляції файлів flex-додатків використовується набір класів Flex SDK [20], які потрібно встановити додатково. Бізнес-логіка та графічні елементи представляють собою програмні модулі, які розробник кодує безпосередньо в процесі створення додатка. Функціональність проекту розподіляється в таких модулях (рис. 4):

- TestJobModel.java — модель класів Java взаємодії Flex і Java-технології;
- TestJobModel.as — класи моделі даних клієнтської частини;
- TestJob.mxml — опис візуальних графічних елементів додатка;
- TestJob.as — опис подій взаємодії користувача з візуальними елементами;
- TestJob-config.xml — налаштування компілятора FlexSDK для проекту;
- TestJob.java — Java-класи реалізації бізнес-логіки портлету.

Після завершення кодування вище перелічених модулів необхідно виконати компіляцію вихідних файлів Action Script у файл *.swf за допомогою команди `ant compile-flex - DflexComponent = TestJob`. Інсталяція створеного проекту в середовище Vine Toolkit виконується за допомогою утиліти Apache Ant. Для підключення створеного портлету в Грід-потал використовується стандартний інструментарій для управління відображенням GridSphere.

На сьогодні ведуться розробки зі створення портлетів для організації виконання програмного пакета Gromacs у Грід-середовищі gLite.

ВИСНОВКИ

У цій роботі було проведено огляд особливостей використання наукових інженерних додатків у Грід-інфраструктурі. Зокрема, було висвітлено проблему використання спеціального ПЗ для обчислень науковою спільнотою через відсутність зручних інтерфейсів та засобів для виконання завдань у Грід-середовищі.

Авторами було подано розширену концепцію наукового шлюзу як спосіб вирішення визначених проблем. Згідно з нею, науковий шлюз має надавати зручні графічні інтерфейси користувачеві та реалізовувати процес виконання наукових додатків шляхом взаємодії з наявними ППЗ для можливості використання максимуму наявних Грід-ресурсів. У роботі розглянуто особливості використання технології Flex для розробки користувацьких інтерфейсів веб-додатків для наукового шлюзу.

Застосування зазначеного підходу для створення наукового шлюзу дозволить реалізувати процес виконання додатка в Грід-інфраструктурі в максимально простій та зручній формі.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Romaniuk O., Svistunov S., Karpenko D., Marchenko O.* Complex Science Gateway: use of different grid infrastructures to perform scientific applications // Proc. of the 4-th International Conference ACSN-2009. — Lviv. — 2009. — P. 81–84.
2. *Cactus Project: An open source problem solving environment.* — http://www.cactuscode.org/Presentations/GridPortals_2000.ppt.
3. *Grid Compute Environment (GCE) Research Group-Global Grid Forum.* — <http://www.computingportals.org>.
4. *The Astrophysics Simulation Collaboratory (ASC).* — <https://www.ascportal.org>.
5. *NPACI HotPage Grid Computing Portal.* — <http://hotpage.paci.org>.
6. *Globus Alliance.* — <http://www.globus.org>.
7. *Boisseau J., Mary P.* Building Grid Computing Portals // The NPACI Grid Portal Toolkit — Grid Computing. — 2003. — P. 675–700. — <http://www.globus.org/toolkit/cog.html>.
8. *DOE Science grid: Grid Portal Development Kit (GPDK).* — <http://doesciencegrid.org/projects/GPDK/>.
9. *OGCE: Open Grid Computing Environment.* — <http://www.ogce.org/index.php>.
10. *The MyGrid Project.* — <http://www.ebi.ac.uk/mygrid/>.
11. *GridSpeed.* — <http://www.gridspeed.org>.
12. *Suzumura T., Nakada H., Matsuoka S.* GridSpeed: A Web-based Grid Portal Generation Server // Seventh International Conference on High Performance Computing and Grid in Asia Pacific Region. — Tokyo, Japan. — 2004. — P. 26–33.
13. *GPE4GTK project.* — <http://gpe4gtk.sourceforge.net/>.
14. *Novotny J., Russell M., Wehrens O.* GridSphere: An Advanced Portal Framework // Proceedings of the 30-th EUROMICRO Conference. — 2004. — P. 412–419.
15. *The GridSphere Project.* — <http://www.gridsphere.org/gridsphere/gridsphere>.
16. *The Vine Toolkit Project.* — <http://vinetoolkit.org/>.
17. *Russell M., Dziubecki P., Grabowski P.* The Vine Toolkit: A Java Framework for Developing Grid Applications // Parallel Processing and Applied Mathematics. — 2008. — **4967**. — P. 331–340.
18. *Dziubecki P., Grabowski P., Krysiński M., Kuczyński T.* How to build Scientific Gateways with Vine Toolkit and Liferay/GridSphere framework // Presentations and Session Materials for OGF28, 15–18 March. — Munich Germany. — 2010. — http://gforge.man.poznan.pl/files/vine_docs/OGF28_Vine_Toolkit.pdf.
19. *The Vine Toolkit documentation page.* — <http://vinetoolkit.org/content/docs>.
20. *Adobe Open Source Flex 3 SDK downloads page.* — <http://opensource.adobe.com/wiki/display/flexsdk/Download+Flex+3>.

Надійшла 02.06.2010

УДК 519.81

К НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СХЕМАХ СИТУАЦИЙ ЗАДАЧ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЯ

В.М. МИХАЛЕВИЧ, В.И. ИВАНЕНКО

Достаточно широкий класс непараметрических задач принятия решений, рассматриваемых с позиции получения критерия оптимальности — отношения предпочтений на решениях, делятся на два подкласса: задачи с неопределенностью (неоднозначностью указанного решения) и задачи без неопределенности (так называемые детерминистические задачи). Для такой классификации необходимы критерии существования неопределенности, которые и предлагаются в данной работе.

ВВЕДЕНИЕ

Анализируется ситуация в системе принятия решений, представляющая собой пару: того, кто принимает решение (ТПР) и ситуацию принятия решения (СПР) [1, 2].

При этом задачи принятия решений (они преимущественно рассматриваются как оптимизационные) можно разделить на два подкласса: задачи без неопределенности (так называемые детерминистические задачи) и задачи с неопределенностью, так как неопределенность значений ненаблюдаемого параметра часто порождает неопределенность при выборе оптимального решения в заданной ситуации, т.е. задаваемой схемой, или, коротко говоря, неопределенность схемы ситуации. Для такой классификации необходимы критерии наличия неопределенности в этих задачах. Поэтому возникает задача получения критериев неопределенности схем ситуаций. Указанная задача для непараметрических ситуаций решается в данной работе, которая является уточнением и обобщением работ [3, 4].

Хотя согласно [5], анализируя ситуации, можно ограничиться только параметрическими ситуациями, тем не менее, помимо самостоятельного интереса, полученные в работе результаты используются в дальнейшем для решения поставленной задачи также и для параметрических ситуаций.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Определение 1. Схемой ситуации задачи решения (ССЗР) называется упорядоченная тройка вида (X, U, R) , где R является графиком соот-

ветствия из произвольного непустого множества U в произвольное непустое множество X , для которого $\text{dom} R = U$ и $\text{im} R = X$.

При этом X называется **множеством последствий**, U — **множеством решений**, R — **соответствием ССЗР** (X, U, R) .

Под основной задачей принятия решения для ТПР в заданной ситуации или, коротко, задачей решения (ЗР) понимается задание этим ТПР отношения предпочтения на последствиях (первая ЗР) и решениях (вторая ЗР).

Определение 2. ССЗР $(X', U', R') \in \hat{\mathbb{Z}}$ называется подсхемой ССЗР $(X, U, R) \in \hat{\mathbb{Z}}$, если $X' \subseteq X$, $U' \subseteq U$, $R' = U' \times X' \cap R$.

Подсхему (X', U', R') ССЗР $\hat{Z} := (X, U, R) \in \hat{\mathbb{Z}}$ будем обозначать $\hat{Z}|_{X', U'}$.

Определение 3. Две ССЗР $(X_1, U_1, R_1), (X_2, U_2, R_2) \in \hat{\mathbb{Z}}$ называются изоморфными и это будем обозначать $(X_1, U_1, R_1) \simeq (X_2, U_2, R_2)$, если найдутся такие биекции $i: X_1 \rightarrow X_2$, $j: U_1 \rightarrow U_2$, что

$$R_2 \circ j = i \circ R_1. \quad (1)$$

Рассмотрим подкласс $\hat{\mathbb{Z}}$ класса $\hat{\mathbb{Z}}$, в ССЗР которого на множествах последствий задано отношение предпочтения, т.е. каждой ССЗР этого класса соответствует тройка вида $\hat{Z} := ((X, \succ), U, R)$. Тогда $\hat{\mathbb{Z}}((X, \succ)) := \{((X, \succ), \cdot) \in \hat{\mathbb{Z}}\}$.

Определение 4. Подсхемой ССЗР $((X, \succ), U, R) \in \hat{\mathbb{Z}}$ называется ССЗР $((X', \succ'), U', R') \in \hat{\mathbb{Z}}$, где ССЗР $(X', U', R') \in \hat{\mathbb{Z}}$ является подсхемой ССЗР $(X, U, R) \in \hat{\mathbb{Z}}$, а $(\succ') = (\succ|_{X'})$.

Подсхему $((X', \succ'), U', R')$ ССЗР $\hat{Z} := ((X, \succ), U, R) \in \hat{\mathbb{Z}}$ будем обозначать $\hat{Z}|_{X', U'}$.

Определение 5. Фрагментом ССЗР $(X, U, R) \in \hat{\mathbb{Z}}$ ($((X, \succ), U, R) \in \hat{\mathbb{Z}}$) называется ССЗР $(X', U', R') \in \hat{\mathbb{Z}}$ ($((X', \succ'), U', R') \in \hat{\mathbb{Z}}$), где $R' \subseteq R$, $(R' \subseteq R, (X', \succ') := (X', \succ))$.

Фрагмент (X', U', R') ССЗР $\hat{Z} := (X, U, R) \in \hat{\mathbb{Z}}$ будем обозначать как $\hat{Z}|_{R'}$.

Замечание. Очевидно, что любая подсхема является фрагментом, но не наоборот.

Определение 6. **Правилом выбора предпочтений** (ПВП) для ЗР в классе ССЗР $\hat{\mathbb{Z}}' \subseteq \hat{\mathbb{Z}}$ (коротко ПВП в $\hat{\mathbb{Z}}' \subseteq \hat{\mathbb{Z}}$) будем называть любое отображение $\pi = (\pi_1, \pi_2)$, определенное на $\hat{\mathbb{Z}}'$ и сопоставляющее каждой $\hat{Z} = (X, U, R) \in \hat{\mathbb{Z}}'$ некоторую пару соответствий $(X, \succ_{\hat{Z}})$ и $(U, \succ_{\hat{Z}}^*)$, т.е. $\pi = (\pi_1, \pi_2) \in (2^{(X^2)} \times 2^{(U^2)})^{\hat{\mathbb{Z}}'}$, что будем обозначать также $\pi_{\hat{Z}} =$

$= (\pi_{1\hat{Z}}, \pi_{2\hat{Z}}) = ((X, \succ_{\hat{Z}}), (U, \succ_{\hat{Z}}^*))$. Класс всех ПВП в $\hat{Z}' \subseteq \hat{Z}$ будем обозначать $\Pi(\hat{Z}')$.

Замечание. Каждый ТПР имеет определенное (свое) ПВП для класса \hat{Z}' , которое является моделью ТПР-а относительно решения им ЗР в классе \hat{Z}' . Зная ПВП для $\hat{Z}' \subseteq \hat{Z}$ произвольного ТПР, мы можем узнать этого ТПР-а решение основной ЗР для $\hat{Z} \in \hat{Z}' \subseteq \hat{Z}$.

Определение 7. ПВП в $\hat{Z}' \subseteq \hat{Z}$ будем называть всякое отображение p , определенное на \hat{Z}' и сопоставляющее каждой $\hat{Z} = ((X, \succ), U, R) \in \hat{Z}'$ некоторое соответствие $(U, \succ_{\hat{Z}}^*)$, т.е. $p \in [2^{(U^2)}]^{\hat{Z}'}$, что будем обозначать также $p_{\hat{Z}} = (U, \succ_{\hat{Z}}^*)$. Класс всех ПВП в $\hat{Z}' \subseteq \hat{Z}$ будем обозначать $\Pi(\hat{Z}')$.

Определение 8. Будем говорить, что ССЗР Z любого класса $\hat{Z}' \subseteq \hat{Z}$ с неопределенностью относительно первой основной ЗР в непустом классе ПВП $\Pi(\hat{Z}') \subseteq \Pi(\hat{Z})$, если либо $\Pi'(\hat{Z}') = \emptyset$, либо найдутся такие ПВП $\pi', \pi'' \in \Pi'(\hat{Z}')$, что $\pi'_{1Z} \neq \pi''_{1Z}$.

Анализ неопределенности, возникающий при решении первой основной ЗР по существу относится к вопросам психологии. Поэтому непосредственно будем интересоваться анализом неопределенности, возникающей при решении второй основной ЗР. При этом не предполагается решенной первая основная ЗР.

Определение 9. Будем говорить, что ССЗР Z любого класса $\hat{Z}' \subseteq \hat{Z}$ ($\hat{Z}' \subseteq \hat{Z}$) с неопределенностью относительно второй основной ЗР (или просто с неопределенностью) в непустом классе ПВП $\Pi'(\hat{Z}')(\Pi'(\hat{Z}'))$, если либо $\Pi'(\hat{Z}') = \emptyset$ ($\Pi'(\hat{Z}') = \emptyset$), либо найдутся такие ПВП $\pi', \pi'' \in \Pi'(\hat{Z}')$ ($\pi', \pi'' \in \Pi'(\hat{Z}')$), что $\pi'_{1Z} = \pi''_{1Z}$ и $\pi'_{2Z} \neq \pi''_{2Z}$ ($\pi'_Z \neq \pi''_Z$).

Далее рассмотрим для всякого нестрогого порядка (X, \succ) его продолжение (расширение) на множество 2^X , обозначая это продолжение тем же символом (\succ) , следующим образом. Для любых непустых множеств $X', X'' \in 2^X$

$$X' \succ X'' \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} x' \succ x'' \quad \forall x' \in X', \forall x'' \in X'', \quad (2)$$

а если хоть одно из множеств $X', X'' \in 2^X$ пустое, то $X' \bar{\succ} X''$.

При этом ясно, что соответствие $(2^X, \succ)$ будет строгим частичным порядком.

Лемма 1. Если отношение предпочтения (X, \succ) — нестрогий порядок, а A, B — пара несвязных отношением (\succ) подмножеств множества X , т.е. $A \bar{\succ} B$, $B \bar{\succ} A$, то найдется по паре точек (возможно совпадающих) x_1, x_2

и y_1, y_2 из каждого множества указанной пары множеств, что либо $y_2 \succ x_1 \succ y_1$, либо $x_1 \sim y_1, x_2 \sim y_2$ и $x_1 \neq x_2$.

Доказательство. Из условия $A \succcurlyeq B, B \succcurlyeq A$, согласно соотношению (2), следует, что найдутся такие $a, a' \in A$ и $b, b' \in B$, что $b \succ a$, а $a' \succ b'$. Рассмотрим все возможные и взаимоисключающие варианты соотношений порядка (\succcurlyeq) между элементами a, a', b, b' и в зависимости от этого укажем точки x_1, x_2, y_1, y_2 .

Если $b' \succcurlyeq b$, то положим $y_2 = a', x_1 = b'$ (либо b), $y_1 = a$. Тогда получим, что $y_2 \succ x_1 \succ y_1$ и утверждение леммы справедливо.

Если $b \succ b'$ и $a \succ b'$, то положим $y_2 = b, x_1 = a, y_1 = b'$. Тогда получим, что $y_2 \succ x_1 \succ y_1$ и утверждение леммы также справедливо.

Если $b \succ b', a \sim b'$ и $a' \sim b$. Тогда положим $y_2 = a', x_1 = b, y_1 = a$. Отсюда следует, что $y_2 \succ x_1 \succ y_1$ и утверждение леммы опять таки справедливо.

Если $b \succ b', a \sim b'$ и $a' \sim b$, то положим $x_1 = a', x_2 = a, y_1 = b, y_2 = b'$. Тогда получим, что $x_1 \succ y_1$ и $x_2 \succ y_2$. Утверждение леммы и в этом случае остается справедливым.

Наконец (в силу того, что (X, \succcurlyeq) — нестрогий порядок), если $b \succ b', a \sim b'$ и $b \succ a'$, то положим $y_2 = b, x_1 = a', y_1 = b'$. Тогда получим, что $y_2 \succ x_1 \succ y_1$ и следовательно утверждение леммы также справедливо.

Лемма доказана.

Кроме того, через \hat{Z}_0 обозначим подкласс таких ССЗР $\hat{Z} := ((X, \succcurlyeq_{\hat{Z}}), U, R)$ класса \hat{Z} , у которых $(X, \succcurlyeq_{\hat{Z}})$ является нестрогим порядком.

Наконец, для любого подкласса ССЗР \hat{Z}' класса \hat{Z} через $\Pi_1(\hat{Z}')$ обозначим все такие ПВП класса \hat{Z}' , что для любой ССЗР $\hat{Z} := ((X, \succcurlyeq), U, R) \in \hat{Z}'$ выполняются следующие условия:

X1. (U, \succcurlyeq^*) — нестрогий порядок.

X2. Если для любых $u_1, u_2 \in U$:

- $R(u_1) \succ R(u_2)$, то $u_1 \succ^* u_2$;
- $R(u_1) \sim R(u_2)$, то $u_1 \sim^* u_2$.

Легко показать, что $\Pi_1(\hat{Z}_0) \neq \emptyset$. Действительно для любой ССЗР $\hat{Z} = ((X, \succcurlyeq), U, R) \in \hat{Z}_0$. Рассмотрим строгий частичный порядок на всех подмножествах множества последствий \hat{Z} , т.е. $(2^X, \succ)$, который является асимметричной частью частичного порядка $(2^X, \succcurlyeq)$, индуцируемого нестрогим порядком на последствиях \hat{Z} , т.е. (X, \succcurlyeq) , согласно соотношению (2).

Значит $(2^X, \succ)$, согласно теореме Шпильрайна [6], можно продолжить до строгого порядка на 2^X . Тогда сужение этого строгого порядка на совокупность множеств последствий, определяемых решениями \hat{Z} т.е. на $\{R_u, u \in U\}$, индуцирует строгий порядок, а следовательно и линейный порядок на U . Значит $\Pi_1(\hat{Z}_0) \neq \emptyset$.

Определение 10. ССЗР класса $\hat{Z}' \subseteq \hat{Z}$ с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}')$ называется **элементарным фрагментом** для $\Pi_1(\hat{Z}')$, если любой фрагмент этой ССЗР будет без неопределенности (т.е. не будет с неопределенностью) в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}')$.

Лемма 2. В элементарном фрагменте для $\Pi_1(\hat{Z}_0)$ множество решений состоит из двух элементов.

Доказательство следует из того, что любое бинарное отношение предпочтения R на множестве U определяется всеми бинарными отношениями предпочтения вида $R|_{\{u_1, u_2\}}$, где $u_1, u_2 \in U$.

Лемма доказана.

Лемма 3. ССЗР класса \hat{Z} , изоморфные ССЗР :

- $((\{x_1, x_2, y_1, y_2\}, \{(x_1, x_1), (x_1, y_1), (y_1, x_1), (y_1, y_1), (x_2, x_1), (x_2, y_1), (x_2, x_2), (x_2, y_2), (y_2, x_1), (y_2, y_1), (y_2, x_2), (y_2, y_2)\}), \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_1, x_2), (u_2, y_1), (u_2, y_2)\})$;
- $-((\{x_1, x_2, y\}, \{(x_1, x_1), (x_1, y), (y, x_1), (y, y), (x_2, x_1), (x_2, y), (x_2, x_2)\}), \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_1, x_2), (u_2, y), (u_2, x_2)\})$;
- $((\{x_1, x_2, y\}, \{(x_1, x_1), (y, x_1), (y, y), (y, x_2), (x_2, x_1), (x_2, y), (x_2, x_2)\}), \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_1, y), (u_2, x_1), (u_2, y)\})$;
- $((\{x_1, x_2\}, \{(x_1, x_1), (x_2, x_1), (x_2, x_2)\}, \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_1, x_2), (u_2, x_1), (u_2, x_2)\})$;
- $((\{x_1, x_2, x_3\}, \{(x_1, x_1), (x_2, x_1), (x_2, x_2), (x_3, x_1), (x_3, x_2), (x_3, x_3)\}), \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_1, x_3), (u_2, x_2)\})$,

называемые соответственно схемами типа I–V, являются элементарными фрагментами для $\Pi_1(\hat{Z}_0)$.

Доказательство. То, что схемы типа I–V принадлежат классу ССЗР Z_0 следует из того, что отношения предпочтений на их множествах последствий являются нестрогими порядками.

Для любой схемы типа I–V $Z := ((X, \succ), U, R) \in \hat{Z}_0$ в качестве отношения предпочтения на множестве решений $U = \{u_1, u_2\}$, в силу не связности соответствием $(2^X, \succ)$ элементов $R(u_1)$ и $R(u_2)$, можно, не нарушая условия X2, выбрать любой нестрогий порядок, например,

$(U, \succ^*) := (\{u_1, u_2\}, \{(u_1, u_1), (u_2, u_1), (u_2, u_2)\})$ и $(U, \succ^{**}) := (\{u_1, u_2\}, \{(u_1, u_1), (u_1, u_2), (u_2, u_2)\})$. Так как $(U, \succ^*) \neq (U, \succ^{**})$, то ССЗР \mathcal{Z} будет с неопределенностью в классе $\Pi_1(\hat{\mathcal{Z}}_0)$.

А то, что любой фрагмент этих ССЗР будет без неопределенности в классе ПВП $\Pi_1(\hat{\mathcal{Z}}_0)$ легко проверить непосредственно, опираясь на условия X1 и X2.

Лемма доказана.

Фрагмент ССЗР, представляющий собой схему одного из типов I–V, также будем называть фрагментом соответствующего типа I–V.

Определение 11. Система элементарных фрагментов для $\Pi_1(\hat{\mathcal{Z}}_0)$ называется **полной**, если любой элементарный фрагмент для $\Pi_1(\hat{\mathcal{Z}}_0)$ изоморфен какому-то представителю этой системы.

Теорема 1. Полная система элементарных фрагментов для $\Pi_1(\hat{\mathcal{Z}}_0)$ состоит из фрагментов типа I–V.

Доказательство. Пусть $\Phi := ((X, \succ), U, R)$ является элементарным фрагментом для $\Pi_1(\hat{\mathcal{Z}}_0)$. Тогда, в силу леммы 2, множество решений в Φ состоит из двух элементов, т.е. $U = \{u_1, u_2\}$.

Если множества $R(u_1)$ и $R(u_2)$ сравнимы относительно (X, \succ) , то из условия X1 следует, что на $U = \{u_1, u_2\}$ определено, согласно условию X2, отношение предпочтения (U, \succ^*) . А это противоречит элементарности фрагмента Φ .

Если же $R(u_1)$ и $R(u_2)$ не связаны соотношением (\succ) , то, согласно лемме 1, в силу условия X1, в фрагменте Φ найдется подфрагмент вида:

- $((\{x_1, x_2, x_3\}, \{(x_1, x_1), (x_2, x_1), (x_2, x_2), (x_3, x_1), (x_3, x_2), (x_3, x_3)\}), \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_1, x_3), (u_2, x_2)\})$,

либо:

- $((\{x_1, x_2, y_1, y_2\}, \{(x_1, x_1), (x_1, y_1), (y_1, y_1), (x_2, x_1), (x_2, y_1), (x_2, x_2), (x_2, y_2), (y_2, x_1), (y_2, y_1), (y_2, x_2), (y_2, y_2)\}), \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_1, x_2), (u_2, y_1), (u_2, y_2)\})$, если $x_1 \neq y_1, x_2 \neq y_2$;
- $((\{x_1, x_2, y_1\}, \{(x_1, x_1), (x_1, y_1), (y_1, x_1), (y_1, y_1), (x_2, x_1), (x_2, y_1), (x_2, x_2)\}), \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_1, x_2), (u_2, y_1), (u_2, x_2)\})$, если $x_1 \neq y_1, x_2 = y_2$;
- $((\{x_1, x_2, y_2\}, \{(x_1, x_1), (y_2, x_1), (y_2, y_2), (y_2, x_2), (x_2, x_1), (x_2, y_2), (x_2, x_2)\}), \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_1, y_2), (u_2, x_1), (u_2, y_2)\})$, если $x_1 = y_1, x_2 \neq y_2$;

- $((\{x_1, x_2\}, \{(x_1, x_1), (x_2, x_1), (x_2, x_2)\}), \{u_1, u_2\},$
 $\{(u_1, x_1), (u_1, x_2), (u_2, x_1), (u_2, x_2)\})$, если $x_1 = u_1, x_2 = u_2$.

А так как Φ является элементарным фрагментом для $\Pi_1(\hat{Z}_0)$, то, в силу леммы 3, Φ будет фрагментом одного из типов I–V.

Теорема доказана.

Следствие 1.1. Схемы типа I–V и только они являются элементарными фрагментами для $\Pi_1(\hat{Z}_0)$.

Доказательство непосредственно следует из леммы 3 и доказательства теоремы 1.

Определение 12. Система неизоморфных элементарных фрагментов для $\Pi_1(\hat{Z}_0)$ называется **базой неопределенности фрагментов** ССЗР класса $\hat{Z}'_0 \subseteq \hat{Z}_0$, если любая ССЗР класса \hat{Z}'_0 с неопределенностью в $\Pi_1(\hat{Z}'_0)$ имеет фрагмент, изоморфный какому-то представителю этой системы.

В дальнейшем фактор-множество множества X по отношению эквивалентности (\sim) обозначим через \tilde{X} , т.е. $\tilde{X} := X / (\sim)$. А элементы множества \tilde{X} обозначим через \tilde{x} , где $x \in X$ является произвольным представителем класса эквивалентности \tilde{x} , т.е. $x \in \tilde{x} \in \tilde{X}$.

Теорема 2. Любая ССЗР любого класса $\hat{Z}'_0 \subseteq \hat{Z}_0$ с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}'_0)$ содержит фрагмент одного из типов I–V.

Доказательство. Из определения неопределенности ССЗР $\mathcal{Z} := ((X, \succ), U, R) \in \hat{Z}'_0$ следует, что найдутся такие ПВП $p', p'' \in \Pi_1(\hat{Z}'_0)$, для которых имеет место соотношение $(U, \succ^*) := p'_Z \neq p''_Z := (U, \succ^{**})$.

Если \tilde{X} — фактор-множество множества X по отношению эквивалентности (\sim) (в силу того, что (X, \succ) — нестрогий порядок), то через \tilde{R} обозначим, следующим образом определенное, отношение из U в \tilde{X} . Для любых $u \in U$ и $x \in X$

$$u \tilde{R} \tilde{x} \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} \text{найдется } x \in X, \text{ что } uRx. \quad (3)$$

В множестве \tilde{X} определим отношение (\succ') для любых $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2 \in \tilde{X}$ полагая, что

$$\tilde{x}_1 \succ' \tilde{x}_2 \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} x_1 \succ x_2. \quad (4)$$

В силу того, что (X, \succ) — нестрогий порядок, то данное определение корректно и (\tilde{X}, \succ') будет линейным порядком ([7], теорема 2.1).

Лемма 4. Для любых $u_1, u_2 \in U$

$$\tilde{R}(u_1) \succ' \tilde{R}(u_2) \Leftrightarrow R(u_1) \succ R(u_2).$$

Доказательство. Согласно соотношению (2), для любых $u_1, u_2 \in U$

$$\tilde{R}(u_1) \succ' \tilde{R}(u_2) \Leftrightarrow \tilde{x}_1 \succ' \tilde{x}_2 \quad \forall \tilde{x}_1 \in \tilde{R}(u_1), \quad \forall \tilde{x}_2 \in \tilde{R}(u_2).$$

Тогда из соотношений (3) и (4) следует, что для любых $u_1, u_2 \in U$

$$\tilde{R}(u_1) \succ' \tilde{R}(u_2) \Leftrightarrow x_1 \succ x_2 \quad \forall x_1 \in R(u_1), \quad \forall x_2 \in R(u_2),$$

а значит, согласно соотношению (2), имеем что для любых $u_1, u_2 \in U$

$$\tilde{R}(u_1) \succ' \tilde{R}(u_2) \Leftrightarrow R(u_1) \succ R(u_2).$$

Лемма доказана.

Теперь покажем, что найдутся такие несовпадающие $u_1, u_2 \in U$, для которых соответствие $\tilde{R}|_{\{u_1, u_2\}}$ будет многозначным и при этом будет выполняться соотношение

$$u_1 \succ^* u_2, u_2 \succ^{**} u_1. \quad (5)$$

Предположим противное, т.е. что для любой пары $u_1, u_2 \in U$, удовлетворяющей соотношению (5), соответствие $\tilde{R}|_{\{u_1, u_2\}}$ будет отображением $\{u_1, u_2\}$ в \tilde{X} . В таком случае, для $u_1, u_2 \in U$, удовлетворяющих соотношению (5), будет справедливым соотношение

$$u_1 \succ^* u_2 \Leftrightarrow \tilde{R}(u_1) \succ' \tilde{R}(u_2) \Leftrightarrow u_1 \succ^{**} u_2. \quad (6)$$

Действительно, если $u_1 \succ^* u_2 (u_1 \succ^{**} u_2)$, а $\tilde{R}(u_1) \overline{\succ'} \tilde{R}(u_2)$, что, в силу однозначности соответствия $\tilde{R}|_{\{u_1, u_2\}}$ и того, что (\tilde{X}, \succ') — линейный порядок, равносильно соотношению $\tilde{R}(u_1) \succ' \tilde{R}(u_2)$. Следовательно, согласно лемме 4, $R(u_2) \succ R(u_1)$. Тогда, учитывая условие X2 на p' и p'' , имеем, что $u_2 \succ^* u_1 (u_2 \succ^{**} u_1)$. А это, в силу условия X1 на p' и p'' , противоречит соотношению $u_1 \succ^* u_2 (u_1 \succ^{**} u_2)$. Значит $\tilde{R}(u_1) \succ' \tilde{R}(u_2)$.

Покажем справедливость соотношения (6) в обратную сторону. Если $\tilde{R}(u_1) \succ' \tilde{R}(u_2)$, то, согласно лемме 4, $R(u_1) \succ R(u_2)$. Отсюда, в силу условия X2 на p' и p'' получим, что $u_1 \succ^* u_2 (u_1 \succ^{**} u_2)$. Но, согласно условию X1 на p' и p'' , соотношение (6) противоречит соотношению (5).

Таким образом, действительно найдутся такие несовпадающие $u_1, u_2 \in U$, для которых соответствие $\tilde{R}|_{\{u_1, u_2\}}$ будет многозначным и при этом будет выполняться условие (5).

В таком случае, в ССЗР $\tilde{Z} := ((\tilde{X}, \succ'), U, \tilde{R}) \in \hat{Z}_0$ обязательно наличие либо фрагмента вида

$$((\{\tilde{x}_1, \tilde{x}_2\}, \{(\tilde{x}_1, \tilde{x}_1), (\tilde{x}_2, \tilde{x}_1), (\tilde{x}_2, \tilde{x}_2)\}, \{u_1, u_2\}, \{(u_1, \tilde{x}_1), (u_1, \tilde{x}_2), (u_2, \tilde{x}_1), (u_2, \tilde{x}_2)\})$$

и тогда ССЗР \mathcal{Z} содержит фрагмент одного из типов I–IV и теорема доказана, либо подсхему ССЗР $\tilde{\mathcal{Z}}$ вида

$$((\{\tilde{x}_1, \tilde{x}_2\}, \{\tilde{x}_1, \tilde{x}_1\}, \{\tilde{x}_2, \tilde{x}_1\}, \{\tilde{x}_2, \tilde{x}_2\}), \{u_1, u_2\}, \{(u_1, \tilde{x}_1), (u_2, \tilde{x}_1), (u_2, \tilde{x}_2)\}).$$

Тогда, если $\{x \in R(u_2) : x_1 \succ x\} \neq \emptyset$, то ССЗР \mathcal{Z} содержит фрагмент типа V и теорема доказана. Если $\{x \in R(u_1) : x \succ x_1\} \neq \emptyset$, то ССЗР \mathcal{Z} также содержит фрагмент типа V и теорема доказана. В противном случае, т.е. если $\{x \in R(u_2) : x_1 \succ x\} = \emptyset$ и $\{x \in R(u_1) : x \succ x_1\} = \emptyset$, то $R(u_2) \succ R(u_1)$, что противоречит, в силу условия X2 для π' , соотношению $u_1 \succ^* u_2$.

Теорема доказана.

Теорема 3. База неопределенности фрагментов ССЗР любого класса $\hat{\mathcal{Z}}'_0 \subseteq \hat{\mathcal{Z}}_0$ пустая, если этот класс не содержит ССЗР с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{\mathcal{Z}}'_0)$, и состоит из элементов в количестве от одного до пяти в противном случае.

Доказательство. Следует из следствия 1.1 и теоремы 2.

Теорема доказана.

Интуитивно представляется правдоподобным утверждение обратное к сформулированному в теореме 2. Это действительно так. Указанный факт представим в виде следующей теоремы.

Теорема 4. Если ССЗР класса $\hat{\mathcal{Z}}_0$ содержит фрагмент одного из типов I–V, то эта ССЗР с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{\mathcal{Z}}_0)$.

Доказательство. Пусть ССЗР $\mathcal{Z} := ((X, \succ), U, R) \in \hat{\mathcal{Z}}_0$ содержит фрагмент одного из типов I–V и $\{u_1, u_2\}$, где $u_1, u_2 \in U$ является множеством решений этого фрагмента. Тогда множества $R(u_1)$ и $R(u_2)$ не связаны соответствием (X, \succ) расширенным на множество 2^X , что следует из соотношения (2), т.е. $R(u_1) \not\succeq R(u_2)$ и $R(u_2) \not\succeq R(u_1)$. При этом асимметричная составляющая этого расширения, т.е. $(2^X, \succ)$ является строгим частичным порядком.

Определим пару соответствий $(2^X, \succ')$ и $(2^X, \succ'')$ следующим образом. Для любых множеств $A, B \in 2^X$ положим

$$A \succ' B \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} A \succ B \text{ либо } (A \succ R(u_1) \text{ и } R(u_2) \succ B) \quad (7)$$

и

$$A \succ'' B \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} A \succ B \text{ либо } (A \succ R(u_2) \text{ и } R(u_1) \succ B). \quad (8)$$

Ясно, что $R(u_1) \succ' R(u_2)$ и $R(u_2) \succ'' R(u_1)$. Покажем, что соответствия $(2^X, \succ')$ и $(2^X, \succ'')$ являются строгими частичными порядками. Из соображений симметрии доказательство достаточно провести, например, для соответствия $(2^X, \succ')$.

Сначала покажем нереклексивность соответствия $(2^X, \succ')$, рассуждая от противного. Предположим, что $A \succ' A$, где $A \in 2^X$. Тогда, в силу соотношения (7), $A \succcurlyeq R(u_1)$ и $R(u_2) \succcurlyeq A$. Следовательно, согласно транзитивности соответствия $(2^X, \succcurlyeq)$, получим, что $R(u_2) \succcurlyeq R(u_1)$, что противоречит не связности этих множеств соотношением $(2^X, \succcurlyeq)$.

Покажем теперь транзитивность соответствия $(2^X, \succ')$. Предположим, что $A \succ' B$ и $B \succ' C$, где множества $A, B, C \in 2^X$. Тогда рассмотрим все возможные варианты:

- Если $A \succ B$ и $B \succ C$, то $A \succ C$, в силу транзитивности соответствия $(2^X, \succ)$. Значит, из соотношения (7), имеем, что $A \succ' C$.
- Если $A \succ B$, $B \succcurlyeq R(u_1)$ и $R(u_2) \succcurlyeq C$, то, в силу транзитивности соответствия $(2^X, \succcurlyeq)$, имеем, что $A \succ R(u_1)$. Тогда, согласно соотношению (7), $A \succ' C$.
- Если $A \succcurlyeq R(u_1)$, $R(u_2) \succcurlyeq B$ и $B \succ C$, то, как и выше, $R(u_2) \succ C$ и тогда, в силу соотношения (7), $A \succ' C$.
- И наконец, оставшийся вариант — условия $A \succcurlyeq R(u_1)$, $R(u_2) \succcurlyeq B$, $B \succcurlyeq R(u_1)$ и $R(u_2) \succcurlyeq C$, которые несовместны, т.к. из них следует (согласно транзитивности), что $R(u_2) \succcurlyeq R(u_1)$, а это противоречит не связности множеств $R(u_1)$ и $R(u_2)$ соответствием $(2^X, \succcurlyeq)$.

Теперь, воспользовавшись теоремой Шпильрайна, продолжим строгие частичные порядки $(2^X, \succ')$ и $(2^X, \succ'')$ до строгих порядков, которые обозначим $(2^X, \succ'_0)$ и $(2^X, \succ''_0)$. Тогда их сужения на множество $\{R(u) : u \in U\}$ определяют линейные порядки, которые будем обозначать соответственно через (U, \succ'_0) и (U, \succ''_0) .

Определим ПВП $p', p'' \in \Pi(\hat{Z}_0)$ таким образом, что для всех ССЗР $Z' \in \hat{Z}_0$, неравных ССЗР Z , $p'_{Z'} \stackrel{\text{def}}{=} p''_{Z''} := (U, U^2)$. А для ССЗР Z $p'_{Z'} := (U, \succ'_0)$, $p''_{Z''} := (U, \succ''_0)$. Тогда по построению $p', p'' \in \Pi_1(\hat{Z}_0)$ и $p'_{Z'} \neq p''_{Z''}$, т.е. ССЗР Z с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}_0)$.

Теорема доказана.

В качестве непосредственного следствия теоремы 2 и теоремы 4 получаем **критерий неопределенности ССЗР** в классе $\Pi_1(\hat{Z}_0)$ в терминах фрагментов: ССЗР класса \hat{Z}_0 с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}_0)$ тогда и только тогда, когда она содержит хотя бы один из фрагментов типа I–V.

Если через \hat{Z}_1 обозначить подкласс таких ССЗР $\hat{Z} := ((X, \succ_{\hat{Z}}), U, R)$ класса \hat{Z} , у которых $(X, \succ_{\hat{Z}})$ — линейный порядок, то ясно, что $\hat{Z}_1 \subseteq \hat{Z}_0$

и критерий неопределенности ССЗР в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}'_1)$ в терминах фрагментов принимает следующий вид: ССЗР класса \hat{Z}'_1 с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}'_1)$ тогда и только тогда, когда она содержит хотя бы один из фрагментов типа IV или типа V.

По аналогии с понятием элементарного фрагмента введем понятие элементарной схемы.

Определение 13. ССЗР класса \hat{Z}_0 с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}_0)$ называется **элементарной схемой** для $\Pi_1(\hat{Z}_0)$, если ее любая подсхема будет без неопределенности в классе $\Pi_1(\hat{Z}_0)$.

Ясно, что элементарный фрагмент будет элементарной схемой, но обратное, вообще говоря, не верно.

Лемма 5. В элементарной схеме для $\Pi_1(\hat{Z}_0)$ множество решений состоит из двух элементов.

Доказательство. Пусть ССЗР $Z := ((X, \succ), U, R) \in \hat{Z}_0$ является элементарной схемой. Тогда, в силу теоремы 2, ССЗР Z содержит элементарный фрагмент. Отсюда, согласно лемме 5, множество решений этого элементарного фрагмента состоит из двух элементов. Предположим, что это будут $u_1, u_2 \in U$. Тогда, в силу теоремы 4, ССЗР $\bar{Z} := ((X, \succ), \{u_1, u_2\}, R|_{\{u_1, u_2\}}) \in \hat{Z}_0$ будет с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}_0)$ и является подсхемой ССЗР Z . Следовательно $Z = \bar{Z}$.

Лемма доказана.

Лемма 6. ССЗР класса \hat{Z} , изоморфные либо одному из фрагментов типа I–V, либо одной из ССЗР:

- $((\{x_1, x_2, x_3\}, \{(x_1, x_1), (x_2, x_1), (x_3, x_1), (x_2, x_2), (x_3, x_2), (x_3, x_3)\}), \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_1, x_3), (u_2, x_1), (u_2, x_2)\})$;
- $((\{x_1, x_2, x_3\}, \{(x_1, x_1), (x_2, x_1), (x_3, x_1), (x_2, x_2), (x_3, x_2), (x_3, x_3)\}), \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_1, x_3), (u_2, x_2), (u_2, x_3)\})$;
- $((\{x_1, x_2, x_3\}, \{(x_1, x_1), (x_2, x_1), (x_3, x_1), (x_2, x_2), (x_3, x_2), (x_3, x_3)\}), \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_1, x_2), (u_1, x_3), (u_2, x_2)\})$,

называемые соответственно схемами типа I–VIII, являются элементарными схемами для $\Pi_1(\hat{Z}_0)$.

Доказательство. В силу леммы 3 лемму достаточно доказать для схем типа VI–VIII. При этом доказательство неопределенности схем типа VI–VIII и принадлежности их к классу \hat{Z}_0 дословно повторяет доказательство неопределенности схем типа I–V и принадлежности их к классу \hat{Z}_0 в доказательстве леммы 3. А то, что любая подсхема этих ССЗР будет без неопределенности в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}_0)$ легко проверяется непосредственно, согласно определению.

Лемма доказана.

Определение 14. Система элементарных схем для $\Pi_1(\hat{Z}_0)$ называется **полной**, если любая элементарная схема для $\Pi_1(\hat{Z}_0)$ изоморфна какому-то представителю этой системы.

Теорема 5. Полная систем элементарных схем для $\Pi_1(\hat{Z}_0)$ состоит из схем типов I–VIII.

Доказательство. Пусть ССЗР Z является элементарной для $\Pi_1(\hat{Z}_0)$. Тогда, в силу теоремы 2, в нее входит хотя бы один из фрагментов типа I–V.

Если в ССЗР Z входит фрагмент типа IV, то он является подсхемой ССЗР Z с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}_0)$. Значит в этом случае ССЗР Z , в силу ее элементарности, совпадает с фрагментом типа IV.

Если в ССЗР Z входит фрагмент одного из типов I–III, то подсхема ССЗР Z определенная множествами последствий и решений, совпадающих с соответствующими множествами этого фрагмента, либо совпадает с этим фрагментом, либо содержит фрагмент типа IV. Следовательно в этом случае ССЗР Z , в силу ее элементарности, совпадает с одним из фрагментов типа I–IV.

Если же в ССЗР Z входит фрагмент типа V, то подсхема ССЗР Z , определенная множествами последствий и решений совпадающими с соответствующими множествами этого фрагмента, может иметь вид любого фрагмента ССЗР

$$\bar{Z} := (\{(x_1, x_2, x_3), (x_1, x_1), (x_2, x_1), (x_3, x_1), (x_2, x_2), (x_3, x_2), (x_3, x_3)\}, \\ \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_1, x_2), (u_1, x_3), (u_2, x_1), (u_2, x_2), (u_2, x_3)\}),$$

содержащего подфрагмент одного из типов I–V. Но наличие фрагмента одного из типов I–IV нами уже рассмотрено, следовательно можно считать, что это будет фрагмент типа V (его можно выбрать из ССЗР Z двумя способами), возможно дополненный одной, двумя или тремя точками из $\{u_1, u_2\} \times \{x_1, x_2, x_3\}$. Дополнение двумя либо тремя точками приводит к наличию фрагмента типа III, что нами уже рассмотрено. А дополнив фрагмент типа V в ССЗР Z одной точкой, получим ССЗР изоморфную одной из схем типа VI–VIII.

Теорема доказана.

Следствие 5.1. Схемы типов I–VIII и только они являются элементарными схемами для $\Pi_1(\hat{Z}_0)$.

Доказательство непосредственно следует из леммы 6 и доказательства теоремы 5.

Определение 15. Система неизоморфных в классе \hat{Z} элементарных схем для $\Pi_1(\hat{Z}_0)$ называется **базой неопределенности схем** для класса $\hat{Z}'_0 \subseteq \hat{Z}_0$, если любая ССЗР класса \hat{Z}'_0 с неопределенностью в $\Pi_1(\hat{Z}'_0)$ содержит подсхему, изоморфную какому-либо представителю этой системы.

Теорема 6. Любая ССЗР любого класса $\hat{Z}'_0 \subseteq \hat{Z}_0$ с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}'_0)$ содержит подсхему вида схемы хотя бы одного из типов I–VIII.

Доказательство. Следует из теоремы 2 и доказательства теоремы 5.
Теорема доказана.

Теорема 7. База неопределенности схем для любого класса $\hat{Z}'_0 \subseteq \hat{Z}_0$ пустая, если этот класс не содержит ССЗР с неопределенностью в $\Pi_1(\hat{Z}'_0)$ и состоит из элементов в количестве от одного до восьми в противном случае.

Доказательство. Следует из следствия 2 и теоремы 6.
Теорема доказана.

Теорема 8. Если ССЗР класса \hat{Z}_0 содержит подсхему виду схемы одного из типов I–VIII, то эта ССЗР с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}_0)$.

Доказательство. Так как схема любого из типов I–VIII содержит фрагмент одного из типов I–V то, согласно теореме 4, получаем утверждение теоремы.

Теорема доказана.

В качестве непосредственного следствия теорем 6 и 8 получаем **критерий неопределенности ССЗР** в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}_0)$ в терминах подсхем: ССЗР класса \hat{Z}_0 с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}_0)$ тогда и только тогда, когда она содержит хотя бы одну подсхему типа I–VIII.

Тогда критерий неопределенности ССЗР в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}_1)$ в терминах подсхем будет иметь следующий вид: ССЗР класса \hat{Z}_1 с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}_1)$ тогда и только тогда, когда она содержит хотя бы одну подсхему типа IV–VIII.

Далее для любого подкласса ССЗР \hat{Z}' класса \hat{Z} через $\Pi_1(\hat{Z}')$ обозначим все такие ПВП класса \hat{Z}' , что для любой ССЗР $\hat{Z} := (X, U, R) \in \hat{Z}'$ выполняются следующие условия:

XX1. (U, \succ^*) — нестрогий порядок.

XX2. Если для любых $u_1, u_2 \in U$:

- $R(u_1) \succ R(u_2)$, то $u_1 \succ^* u_2$;
- $R(u_1) \sim R(u_2)$, то $u_1 \sim^* u_2$.

XX3. (X, \succ) — нестрогий порядок.

Из рассуждений аналогичных использованным при обосновании непустоты $\Pi_1(\hat{Z}_0)$ следует, что $\Pi_1(\hat{Z}) \neq \emptyset$.

ССЗР класса \hat{Z} изоморфные ССЗР вида:

- $(\{x_1, x_2\}, \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_1, x_2), (u_2, x_1), (u_2, x_2)\})$,
- $(\{x_1, x_2, x_3\}, \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_2, x_2), (u_2, x_3)\})$,
- $(\{x_1, x_2, x_3\}, \{u_1, u_2\}, \{(u_1, x_1), (u_1, x_3), (u_2, x_2), (u_2, x_3)\})$

будем называть соответственно схемами типа I–III класса \hat{Z} .

Тогда критерий неопределенности ССЗР в классе $\Pi_1(\hat{Z}')$, где $\hat{Z}' \subseteq \hat{Z}$ в терминах фрагментов сформулируем в виде следующей теоремы.

Теорема 9. Любая ССЗР класса \hat{Z} будет с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z})$ тогда и только тогда, когда эта ССЗР содержит фрагмент вида схемы типа I либо II класса \hat{Z} .

Доказательство. Пусть ССЗР $Z := (X, U, R) \in \hat{Z}$ с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z})$. Тогда найдутся $\pi', \pi'' \in \Pi_1(\hat{Z})$, для которых $\pi'_{1Z} = \pi''_{1Z} := (X, \succ) — нестрогий порядок и $(U, \succ^*) := \pi'_{2Z} \neq \pi''_{2Z} := (U, \succ^{**})$. А это означает, что ССЗР $Z := ((X, \succ), U, R) \in \hat{Z}$ будет с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\{Z\})$. Следовательно, в силу теоремы 2, ССЗР Z содержит фрагмент одного из типов I–V. Если ССЗР Z содержит фрагмент типа IV, то он определяет в ССЗР Z фрагмент вида схемы типа I класса \hat{Z} . Если же ССЗР Z содержит какой-либо из фрагментов типа I–III, V, то он определяет в ССЗР Z фрагмент вида схемы типа II класса \hat{Z} .$

В обратную сторону. Если ССЗР $Z := (X, U, R) \in \hat{Z}$ содержит фрагмент вида схемы типа I класса \hat{Z} , то определим строгий частичный порядок как $(X, \succ') := (X, \{(x_2, x_1)\})$. Если же ССЗР Z содержит фрагмент вида схемы типа II класса \hat{Z} , то определим строгий частичный порядок $(X, \succ'') := (X, \{(x_1, x_2), (x_3, x_2), (x_3, x_1)\})$. В силу теоремы Шпильрайна эти строгие частичные порядки можем продолжить до линейных порядков, которые обозначим соответственно (X, \succ'_0) и (X, \succ''_0) . Тогда, согласно теореме 4, либо ССЗР $((X, \succ'_0), U, R)$, либо ССЗР $(X, \succ''_0), U, R)$ будет с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}_0)$. Следовательно ССЗР $Z = (X, U, R)$ будет с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z})$.

Теорема доказана.

Определение 16. ССЗР класса \hat{Z} с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z})$ называется **элементарным фрагментом (элементарной схемой)** для $\Pi_1(\hat{Z})$, если любой фрагмент (любая подсхема) этой ССЗР будет без неопределенности в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z})$.

Аналогично понятию элементарного фрагмента (элементарной схемы) для $\Pi_1(\hat{Z})$, вводятся как и в классе \hat{Z} понятия полной системы

элементарных фрагментов (элементарных схем) для $\Pi_1(\hat{Z})$ и базы неопределенности фрагментов (схем) класса $\hat{Z}' \subseteq \hat{Z}$.

Определение 17. Система элементарных фрагментов (элементарных схем) для $\Pi_1(\hat{Z})$ называется **полной**, если любой элементарный фрагмент (любая элементарная схема) для $\Pi_1(\hat{Z})$ изоморфен (изоморфна) какому-то представителю этой системы.

Определение 18. Система неизоморфных элементарных фрагментов (схем) для $\Pi_1(\hat{Z})$ называется **базой неопределенности фрагментов (схем)** класса $\hat{Z}' \subseteq \hat{Z}$, если любая ССЗР класса \hat{Z}' с неопределенностью в $\Pi_1(\hat{Z}')$ имеет фрагмент (подсхему), изоморфный (изоморфную) какому-то представителю этой системы.

Тогда из теоремы 9 получим критерий элементарности фрагментов класса \hat{Z} в виде следующей теоремы.

Теорема 10. Схемы типов I и II класса \hat{Z} и только они являются элементарными фрагментами для $\Pi_1(\hat{Z})$.

Из теоремы 9 также получаем критерий неопределенности ССЗР класса \hat{Z} в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z})$ в терминах подсхем в виде следующей теоремы.

Теорема 11. Всякая ССЗР класса \hat{Z} будет с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z})$ тогда и только тогда, когда эта ССЗР содержит подсхему вида схемы одного из типов I–III класса \hat{Z} .

Доказательство. Следует из теоремы 9 и того факта, что минимальная подсхема анализируемой ССЗР, содержащая фрагмент вида схемы типа II класса \hat{Z} и не совпадающая с ним, будет изоморфна схеме типа III класса \hat{Z} либо содержать подсхему изоморфную схеме типа I класса \hat{Z} .

Теорема доказана.

Из теоремы 11 следует критерий элементарности схем класса \hat{Z} формулируемый в следующей теореме.

Теорема 12. Схемы типов I–III класса \hat{Z} и только они являются элементарными схемами для $\Pi_1(\hat{Z})$.

Из доказанных теорем 9 и 11 получаем критерий полноты системы элементарных фрагментов (схем) для $\Pi_1(\hat{Z})$ и классификацию неопределенности в $\Pi_1(\hat{Z}')$ любого подкласса \hat{Z}' класса \hat{Z} в виде следующих теорем.

Теорема 13. Полная система элементарных фрагментов (схем) для $\Pi_1(\hat{Z})$ состоит из схем типов I, II (I–III) класса \hat{Z} .

Теорема 14. База неопределенности фрагментов (схем) любого класса $\hat{Z}' \subseteq \hat{Z}$ пустая, если этот класс не содержит ССЗР с неопределенностью в классе ПВП $\Pi_1(\hat{Z}')$, и состоит в количестве от одного до двух (трех) элементов в противном случае.

ВЫВОДЫ

Предложенный подход к изучению неопределенности схем ситуаций задач принятия решений помимо критериев, позволяющих проанализировать ситуацию на наличие неопределенности при выборе оптимального решения в указанных классах ПВП, также дает возможность сужать эти классы ПВП, добавляя новые аксиомы и проверяя наличие неопределенности в схемах анализируемых ситуаций, используя при этом предложенные критерии неопределенности, вплоть до получения формализма модели критерия оптимальности решения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иваненко В.И., Лабковский В.А. Проблема неопределенности в задачах принятия решений. — К.: Наук. думка, 1990. — 134 с.
2. Ivanenko V.I. Decision systems and non-stochastic randomness. — Berlin: Springer, 2010. — 272 p.
3. Иваненко В.И., Михалевич В.М. К моделированию стохастических ситуаций принятия решения // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 1. — С. 78–80.
4. Иваненко В.И., Михалевич В.М. К вопросу о неопределенности в задачах принятия решения // Кибернетика и системный анализ. — 2008. — № 2. — С. 116–120.
5. Михалевич В.М. К параметрической форме моделирования ситуации в общей задаче принятия решений // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2011. — № 3. — С. 77–87.
6. Szpilrajn E. Sur l'extension de l'ordre partiel. *Fundamenta Mathematicae*. — 1930. — 16 (1930). — P. 386–389.
7. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. — М.: Наука, 1978. — 352 с.

Поступила 21.10.2011

МОДЕЛЬ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ТА ГРУПОВОГО ФОРМУВАННЯ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК

Г.П. ПОВЕЩЕНКО

На математичній моделі показано синергетичний ефект підсилення результату прийняття рішення «командою» експертів у порівнянні з сумарним результатом індивідуальних рішень рівної кількості експертів. Розглянуто відомий ефект затримки з прийняттям рішення та ефект «заціклення» на проблемі у вигляді гістерезисних коливань, а також раптову зміну рішення.

ВСТУП

Індивідуальна активність має сенс. Індивідуальне рішення окремого експерта може ґрунтуватися на нових ідеях та творчих пропозиціях, а також економити багато часу, який витрачається на організацію групи експертів. Але, коли проблема вимагає різнобічного аналізу, індивідуальні рішення мають більший ризик помилок. Під час застосування різних методів прогнозування, наприклад, методу «мозкового штурму», вважається, що кількість ідей важливіша за їхню якість. До того ж відомо, що зазвичай ідеї та пропозиції експертів у процесі роботи не коментуються і не оцінюються, тому що всі учасники є рівноправними незалежно від рівня освіти та спеціалізації [1].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

На основі математичної моделі процесу формування оцінок експертного прогнозу спробуємо проаналізувати ефективність індивідуального та групового прогнозування [2]. Якість результатів (нова ідея або добре забута стара) модель не оцінює, тому що це радше правовий аспект авторства ідеї. Нова ідея — випадковість, її використання — детермінізм.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ

У реальних процесах прогнозування беруть участь декілька експертів ($n = 5 - 20$ осіб). Для довільної кількості учасників ($i = 1, \dots, n$ — індекс i -го експерта) система диференціальних рівнянь моделі має вигляд [2]:

$$\frac{dr_i}{d\tau} = k_i(1 - s_0) - r_i \frac{\tau_i + \exp\left(\frac{c_i - 1}{c_i s}\right)}{\tau_i}; \quad (1)$$

$$\frac{ds}{d\tau} = s_0 - s + \sum_{i=1}^n \frac{r_i}{\tau_i} \exp\left(\frac{c_i - 1}{c_i s}\right); \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{i=n} k_i = 1. \quad (3)$$

Система має загальний інтеграл типу «закону збереження»

$$s + \sum_{i=1}^n r_i = s_0 + \sum_{i=1}^n r_{i0} = \text{const}. \quad (4)$$

Тут $r_{i0} \geq r_i(\tau) \geq 0$ — поточний обсяг інформації i -го експерта, *невикористаний* для формування рішення до моменту часу τ ; $0 < r_{i0} = k_i(1 - s_0) \leq s$ — обсяг інформації, яка *потенційно* може бути надана i -м експертом; k_i — ваговий коефіцієнт; $0 < s_0 \leq 1$ — загальний обсяг інформації про проблему (попередня інформація, яка *потенційно* готова до використання для прийняття рішення); $0 < s(\tau) \leq 1$ — поточний обсяг інформації про проблему, який характеризує поточний і прогнозний стан проблеми; $\tau = \frac{t}{t_s}$ — зведений поточний час; t — поточний час; t_s — характерний час процесу, його масштаб; $0 < c_i \leq 1$ — здатність i -го експерта до колективної діяльності та генерації ідей; $\tau_i = \frac{t_i}{t_s}$ — зведений характерний час активності i -го експерта; $0 < t_i < t_s$ — характерний час активності i -го експерта.

ОДИН ЕКСПЕРТ

Динаміку системи прогнозування з одним експертом описує система диференціальних рівнянь

$$\frac{dr_1}{d\tau} = r_{10} - r_1 \frac{\tau_1 + \exp\left(\frac{c_1 - 1}{c_1 s}\right)}{\tau_1}; \quad (5)$$

$$\frac{ds}{d\tau} = s_0 - s + \frac{r_1}{\tau_1} \exp\left(\frac{c_1 - 1}{c_1 s}\right). \quad (6)$$

Система має загальний інтеграл

$$r_1 + s = r_{10} + s_0 = \text{const} = 1. \quad (7)$$

Згідно з моделлю один експерт може приймати до трьох рішень: два реальних oa , bc й одне уявне ab (рис. 1, $c_1 = 0,5$; $\tau_1 = 0,15$). Із умови

$$\frac{dr_1}{d\tau} = 0; \quad \frac{ds}{d\tau} = 0 \quad (8)$$

маємо

$$r_1^* + s^* = r_{10} + s_0 = \text{const} = 1; \quad (9)$$

$$r_1^* = \frac{\tau_1(1 - s_0)}{\tau_1 + \exp\left(\frac{c_1 - 1}{c_1 s^*}\right)}; \quad (10)$$

$$F(s_*, s_0) = \frac{1 - s_0}{1 + \frac{\tau_1}{\exp\left(\frac{c_1 - 1}{c_1 s_*}\right)}} + s_0 - s_* = 0. \quad (11)$$

Тут r_{1*}, s_* — стаціонарні значення.

Криву $oabc$ на рис. 1 побудовано згідно з (11). З урахуванням (7), (9)

$$r_{1*} = \frac{\tau_1 r_{10}}{\tau_1 + \exp\left[\frac{c_1 - 1}{c_1 s_*}\right]}. \quad (12)$$

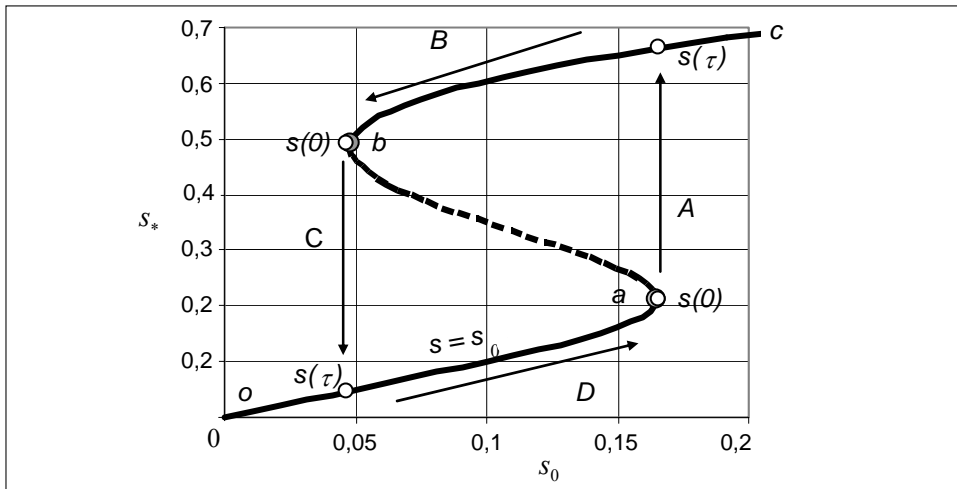


Рис. 1. Множина варіантів вибору: oa — рішення 0; bc — рішення 1; ab — границя між областями тяжіння до того чи іншого вибору. Стрілками A, C показано напрямки зміни рішення. Замкнутий контур $ABCDAB\dots$ — «петля» гістерезису

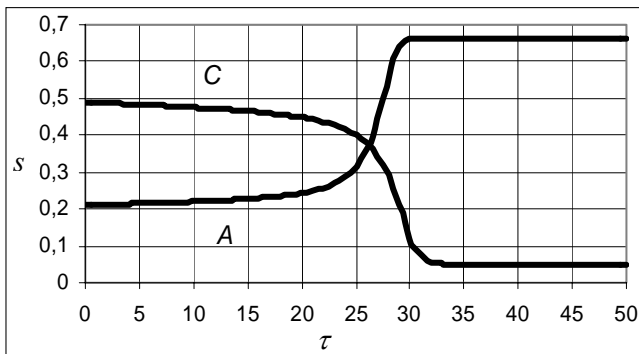


Рис. 2. Раптова зміна рішення. Динаміка формування рішення: крива A — за стрілкою A ; крива C — за стрілкою C

На рис. 2 ($c_1 = 0,5$; $\tau_1 = 0,15$; $s_0 = 0,166$; $s(0) = 0,21$; $r_{10} = 0,834$; $r_1(0) = 0,79$ — для A ; $s_0 = 0,0465$; $s(0) = 0,49$; $r_{10} = 0,9535$; $r_1(0) = 0,51$ — для C) показано динаміку зміни рішень за умови, коли початок процесу прийняття рішення відповідає околу точок a й b на рис. 1.

Експерт довго «розмірковує», його «притягують» рішення 0 і рішення 1, а потім він раптом змінює рішення. Така поведінка породжує гістерезисні коливання $ABCDABC\dots$, якщо відбувається відповідна зміна загальної інформації s_0 .

На рис. 3 ($c_1 = 0,5$; $\tau_1 = 0,15$; $r_{10} = 0,834$; $s_0 = 0,166$) показано ще один приклад аналізу процесу прийняття рішень одним експертом. Із (6) та (9) випливає, що в стаціонарному стані системи приріст інформації

$$F_1 = s_* - s_0 \tag{13}$$

дорівнює швидкості генерації ідей одного експерта, одного «джерела» інформації

$$F_2 = \left(\frac{1-s_*}{\tau_1} \right) \exp\left(\frac{c_1-1}{c_1 s_*} \right). \tag{14}$$

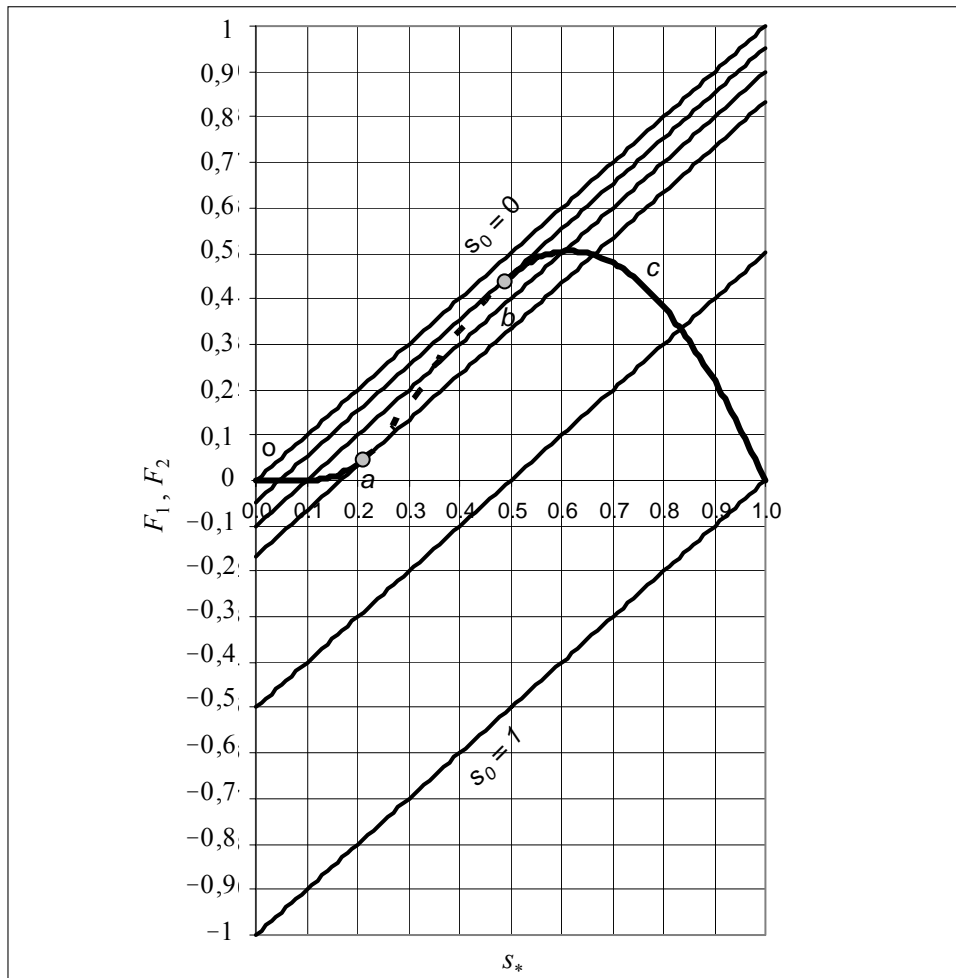


Рис. 3. Множина варіантів вибору: oa — рішення 0; bc — рішення 1; ab — границі між областями тяжіння до того чи іншого вибору. Рішення — точки перетину прямих F_1 ($s_0 = \text{const}$) з кривою F_2

Точки перетину F_1, F_2 визначають той чи інший вибір.

Координати точок a, b можна визначити з умови

$$\frac{\partial F_2}{\partial s_*} = \frac{1}{\tau_1} \exp\left(\frac{c_1-1}{c_1 s_*} \right) \left[\frac{(1-c_1)(1-s_*)}{c_1 s_*^2} - 1 \right] = 1. \tag{15}$$

Цікаво зауважити, що повна інформація про проблему $s_* = 1$ відповідає ситуації, коли попередня інформація про проблему теж повна $s_0 = 1$ (рис. 3).

За конкретної умови

$$r + s = 1, \quad (16)$$

що впливає з (7), згідно з моделлю (5), (6) індивідуальна швидкість генерації ідей одного експерта або індивідуальне «джерело» інформації

$$\phi(s, r) = \frac{r}{\tau} \exp\left(\frac{c-1}{cs}\right) = \frac{r}{\tau} \exp\left[\frac{c-1}{c(1-r)}\right] \quad (17)$$

дорівнює нулю при $s = 0$ (якщо невідома навіть мета прогнозу) і при $r = 0$ (якщо експерт використав усю свою інформацію), тобто має екстремальний характер. Екстремум визначається з умови $\partial\phi/\partial r = 0$ і залежить виключно від здатності експерта до генерації ідей

$$r_e = \frac{c + 1 - \sqrt{(1-c)(1+3c)}}{2c}. \quad (18)$$

Експерт із «ідеальною» здатністю до генерації ідей

$$c = 1 \quad (19)$$

має швидкість генерації ідей

$$\phi = \frac{r}{\tau} = \frac{1-s}{\tau}, \quad (20)$$

яка визначається обсягом його особистої невикористаної інформації та характерним часом активності.

За нездатності експерта спілкуватися та висловлювати свою думку

$$c \rightarrow 0 \quad (21)$$

його швидкість генерації ідей практично нульова

$$\phi \rightarrow 0, \quad (22)$$

хоча він може бути добре обізнаним із проблеми.

ДВА ЕКСПЕРТИ

Динаміку системи прогнозування з двома експертами описує система диференціальних рівнянь

$$\frac{dr_1}{d\tau} = r_{10} - r_1 \frac{\tau_1 + \exp\left(\frac{c_1-1}{c_1 s}\right)}{\tau_1}; \quad (23)$$

$$\frac{dr_2}{d\tau} = r_{20} - r_2 \frac{\tau_2 + \exp\left(\frac{c_2 - 1}{c_2 s}\right)}{\tau_2}; \quad (24)$$

$$\frac{ds}{d\tau} = s_0 - s + \frac{r_1}{\tau_1} \exp\left(\frac{c_1 - 1}{c_1 s}\right) + \frac{r_2}{\tau_2} \exp\left(\frac{c_2 - 1}{c_2 s}\right). \quad (25)$$

Система має загальний інтеграл

$$r_1 + r_2 + s = r_{10} + r_{20} + s_0 = \text{const} = 1. \quad (26)$$

Згідно з моделлю два експерти можуть сформулювати до п'яти рішень: три реальних — oa , bc , df і два уявних — ab , cd (рис. 4). Розрахунки на рис. 4 відповідають значенням: $c_1 = 0,322$; $\tau_1 = 0,03$; $c_2 = 0,7$; $\tau_2 = 0,3$; $r_{10} = 0,45$; $r_{10} + r_{20} + s_0 = 1$.

Із умови

$$\frac{dr_1}{d\tau} = 0; \quad \frac{dr_2}{d\tau} = 0; \quad \frac{ds}{d\tau} = 0 \quad (27)$$

маємо

$$r_{1*} = \frac{\tau_1 r_{10}}{\tau_1 + \exp\left[\frac{c_1 - 1}{c_1 s^*}\right]}; \quad (28)$$

$$r_{2*} = \frac{\tau_2 r_{20}}{\tau_2 + \exp\left[\frac{c_2 - 1}{c_2 s^*}\right]}. \quad (29)$$

Згідно з (26)

$$r_{1*} + r_{2*} + s^* = r_{10} + r_{20} + s_0 = \text{const} = 1. \quad (30)$$

Тому можна записати

$$r_{10} = k_1(1 - s_0); \quad r_{20} = k_2(1 - s_0); \quad k_1 + k_2 = 1. \quad (31)$$

Множину стаціонарних станів $oabcdf$ на рис. 4 побудовано згідно з (28)–(31) таким чином:

$$a = \sum_{i=1}^{i=2} \frac{k_i}{\frac{\tau_i}{\exp\left(\frac{c_i - 1}{c_i s^*}\right)} + 1}; \quad (32)$$

$$s_0 = \frac{s^* - a}{1 - a}. \quad (33)$$

Стрілками показано напрямок декількох гістерезисних циклів, які породжуються в процесі прогнозування за зміни загальної інформації s_0 . Система може «зациклюватися» на певній проблемі. Відповідні гістерезисні

коливання з певними періодами індукції відбуваються в напрямку проти стрілки годинника.

Точки біфуркації a, b, c, d визначаються з (33) за умови

$$\frac{ds_0}{ds_*} = 0. \quad (34)$$

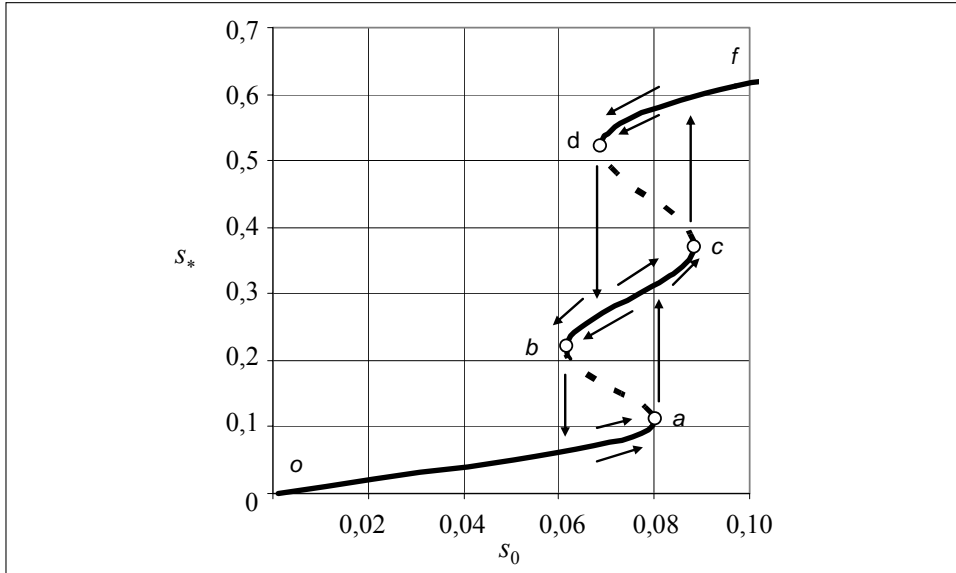


Рис. 4. Множина варіантів вибору: oa — рішення 0; bc — рішення 1; df — рішення 2; ab, cd — границі між областями тяжіння до того чи іншого вибору. Стрілками показано напрямки гістерезисних коливань

Систему (23)–(25) можна записати у вигляді, незалежному від s

$$\frac{dr_1}{d\tau} = r_{10} - r_1 \frac{\tau_1 + \exp\left[\frac{c_1 - 1}{c_1(1 - r_1 - r_2)}\right]}{\tau_1}; \quad (35)$$

$$\frac{dr_2}{d\tau} = r_{20} - r_2 \frac{\tau_2 + \exp\left[\frac{c_2 - 1}{c_2(1 - r_1 - r_2)}\right]}{\tau_2}. \quad (36)$$

Приклад формування рішення в околі точок біфуркації показано на рис. 5. Розрахунки на рис. 5 відповідають значенням: $c_1 = 0,322$; $\tau_1 = 0,028$; $c_2 = 0,72$; $\tau_2 = 0,3$; $r_{10} = r_{20} = 0,465$.

Згідно з (33)

$$\frac{s_* - s_0}{1 - s_0} = a; \quad (37)$$

$$F_1 = s_* - s_0; \quad (38)$$

$$F_2 = a(1 - s_0). \quad (39)$$

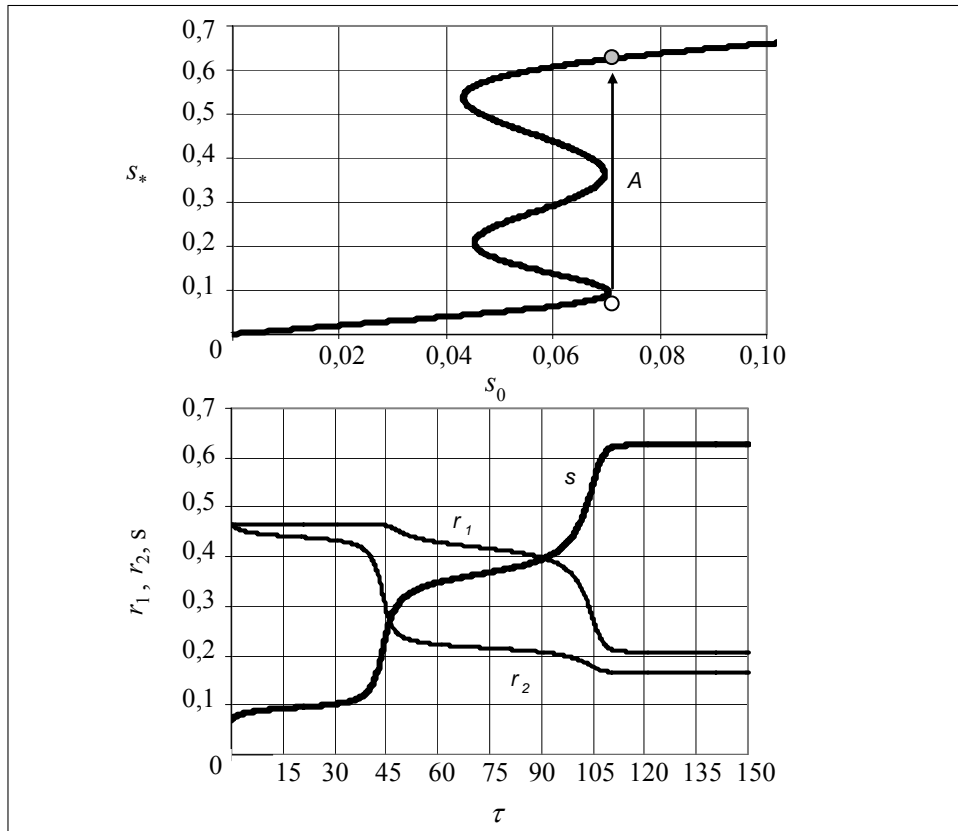


Рис. 5. Множина варіантів вибору. Динаміка формування рішення за стрілкою A

СИСТЕМА З ДВОХ ЕКСПЕРТІВ І ДВА НЕЗАЛЕЖНІ ЕКСПЕРТИ

Спробуємо порівняти колективні та індивідуальні експертні оцінки. Систему (23)–(25) можна записати у вигляді:

$$\frac{dr_1}{d\tau} = r_{10} - r_1 \frac{\tau_1 + \exp\left[\frac{c_1 - 1}{c_1(s_0 + r_{10} + r_{20} - r_1 - r_2)}\right]}{\tau_1}; \quad (40)$$

$$\frac{dr_2}{d\tau} = r_{20} - r_2 \frac{\tau_2 + \exp\left[\frac{c_2 - 1}{c_2(s_0 + r_{10} + r_{20} - r_1 - r_2)}\right]}{\tau_2}; \quad (41)$$

$$r_1 + r_2 + s = r_{10} + r_{20} + s_0. \quad (42)$$

Варіант прогнозу в цій системі з двох експертів показано на рис. 6. Розрахунки на рис. 6 відповідають значенням: $c_1 = 0,6$; $\tau_1 = 0,2$; $c_2 = 0,6$; $\tau_2 = 0,1$; $s_0 = 0,4$; $r_{10} = 0,3$; $r_{20} = 0,3$.

Тут

$$s = r_{10} + r_{20} + s_0 - r_1 - r_2 = 1 - r_1 - r_2. \quad (43)$$

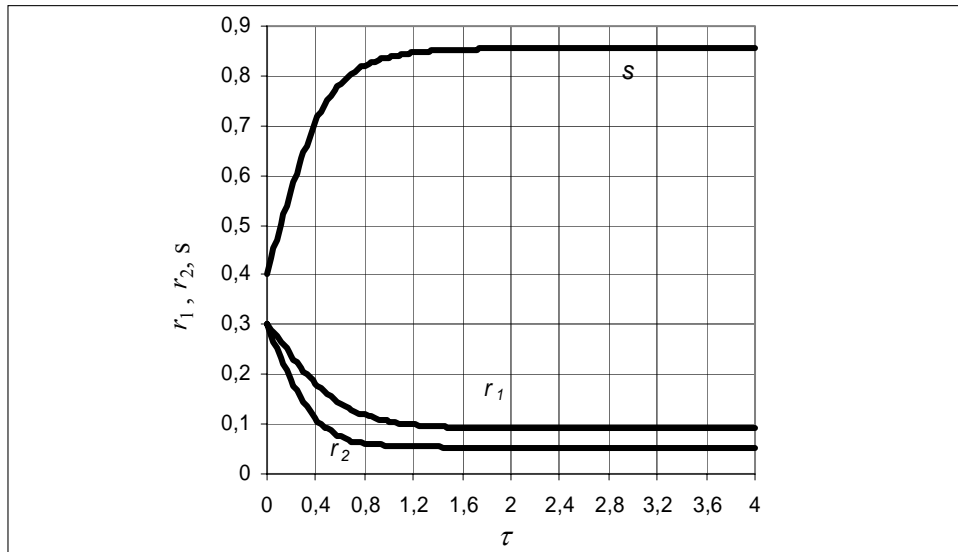


Рис. 6. Динаміка прогнозу в системі з двох експертів

Для двох незалежних експертів система (40)–(42) перетвориться на два незалежні рівняння

$$\frac{dr_1}{d\tau} = r_{10} - r_1 \frac{\tau_1 + \exp\left[\frac{c_1 - 1}{c_1(s_{01} + r_{10} - r_1)}\right]}{\tau_1}; \quad (44)$$

$$\frac{dr_2}{d\tau} = r_{20} - r_2 \frac{\tau_2 + \exp\left[\frac{c_2 - 1}{c_2(s_{02} + r_{20} - r_2)}\right]}{\tau_2}; \quad (45)$$

$$r_1 + r_2 + s_1 + s_2 = r_{10} + r_{20} + s_{01} + s_{02}. \quad (46)$$

Варіант прогнозу двох незалежних експертів показано на рис. 7. Розрахунки на рис. 7 відповідають значенням: $c_1 = 0,6$; $\tau_1 = 0,2$; $c_2 = 0,6$; $\tau_2 = 0,1$; $s_{01} = 0,2$; $s_{02} = 0,2$; $r_{10} = 0,3$; $r_{20} = 0,3$.

Тут

$$s_1 = r_{10} + s_{01} - r_1 = 0,5 - r_1; \quad (47)$$

$$s_2 = r_{20} + s_{02} - r_2 = 0,5 - r_2. \quad (48)$$

З рис. 6, 7 видно, що за однакових особистих характеристик експертів і рівних умов роботи результат «команди» з двох експертів кращий за сумарний результат двох незалежних експертів, принаймні, кількісно. В обох випадках кількість можливих рішень співпадає, якщо не враховувати тривіального варіанта «рішення не прийнято»: система з двох експертів генерує два нетривіальних рішення, а кожний з незалежних експертів — по одному.

Зауважимо, що в загальному випадку

$$s_1 + s_2 + r_1 + r_2 = 1 \quad (49)$$

у залежності від співвідношення між s_{01} і s_{02} існує максимальний результат роботи двох незалежних експертів

$$s_{\max} = 1 - r_1 - r_2, \quad (50)$$

але він все одно поступається результату роботи групи з двох експертів за рівних інших умов.

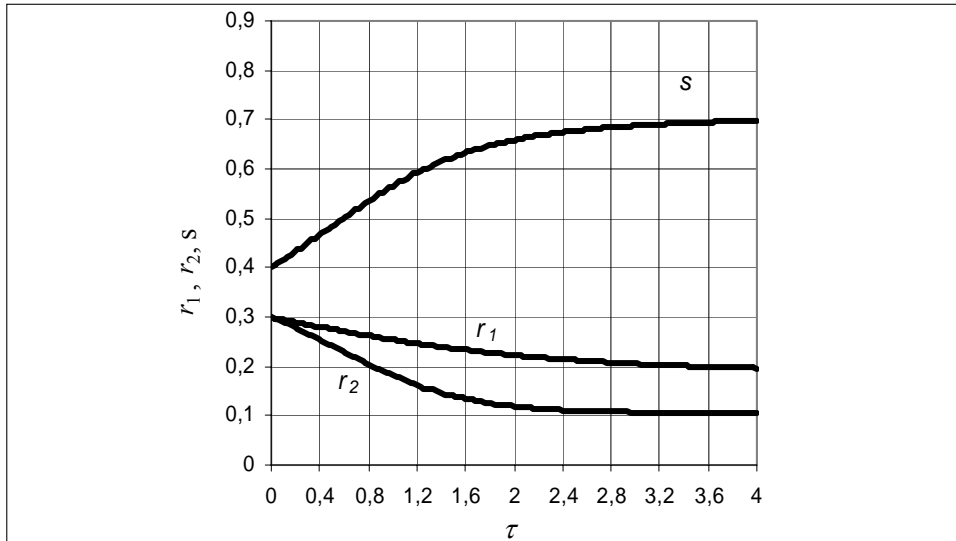


Рис. 7. Динаміка прогнозу двох незалежних експертів

ВИСНОВКИ

1. Можна показати на моделі, що результат «командної» роботи n експертів буде пліднішим за сумарний результат роботи n незалежних експертів. Це прояв однієї з системних властивостей — емерджентності цієї системи прогнозування.

2. У цій моделі потенційні обсяги інформації кожного експерта відрізняються один від одного лише кількісно без якісних оцінок як ознака взаємної довіри до особистих можливостей і здібностей.

3. Модель можна використовувати під час навчання.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Управління людськими ресурсами: філософські засади: навч. посіб.* / Під ред. В.Г. Воронкової. — К.: ВД «Професіонал», 2006. — 576 с.
2. *Повеценко Г.П.* Модель процесу формування оцінок експертного прогнозу // *Наук. вісті.* — 2010. — № 1. — С. 65–74.

Надійшла 16.12.2010

УДК 517.977

НАБЛИЖЕНИЙ РЕГУЛЯТОР ДЛЯ ЕВОЛЮЦІЙНОГО ВКЛЮЧЕННЯ СУБДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ТИПУ

О.А. КАПУСТЯН, В.В. ЯСІНСЬКИЙ

Розглянуто задачу оптимальної стабілізації для еволюційного включення субдиференціального типу з неліпшицевою мнозначною функцією взаємодії $\varepsilon F(y)$, де $\varepsilon > 0$ — малий параметр. За умови, що при $\varepsilon = 0$ задача допускає оптимальний регулятор $u[y]$, доведено, що формула $u[y]$ забезпечує наближену стабілізацію вихідної задачі при малих $\varepsilon > 0$.

ВСТУП

Розглядається задача оптимальної стабілізації для еволюційного включення з субдиференціальною головною частиною — $\partial\varphi$ та неліпшицевим мнозначним збуренням $\varepsilon F(y)$, де $\varepsilon > 0$ — малий параметр. Методи розв'язання нескінченновимірних еволюційних задач із розривними та мнозначними коефіцієнтами активно розвиваються у зв'язку з численними застосуваннями в механіці та фізиці, починаючи з 70-х рр. минулого сторіччя [1–3]. Системний підхід до вивчення питань розв'язності, прогнозування та керуваності для таких об'єктів було застосовано в роботах [4–7].

Мета роботи — з'ясування умов на відображення φ та F , при яких формула точного регулятора цієї задачі при $\varepsilon = 0$ дає наближений розв'язок вихідної задачі стабілізації при малих $\varepsilon > 0$.

Задача наближеного синтезу для таких об'єктів на скінченному проміжку часу розв'язана в [8], задача наближеної стабілізації для включення параболічного типу — у [9].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай H — сепарабельний гільбертів простір; $\|\cdot\|$ і (\cdot, \cdot) — норма та скалярний добуток у H ; $\varphi: H \rightarrow (-\infty; +\infty]$ — власна, опукла, напівнеперервна знизу функція, $cl_H(D(\varphi)) = H$; $\partial\varphi$ — її субдиференціал; $C_v(H)$ — сукупність замкнених, опуклих, обмежених підмножин H ; $F: H \rightarrow C_v(H)$ — мнозначне відображення; $\varepsilon > 0$ — малий параметр, $g \in H$.

Розглядається задача стабілізації

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} \in -\partial\varphi(y(t)) - \varepsilon F(y(t)) + gu(t), & t > 0, \\ y(0) = y_0 \in H, \end{cases} \quad (1)$$

$$u(\cdot) \in U \subseteq L^2(0, +\infty) \text{ замкнена, опукла, } 0 \in U, \quad (2)$$

$$J(y, u) = \int_0^{+\infty} (\|y(t)\|^2 + \gamma u^2(t)) dt \rightarrow \inf. \quad (3)$$

Припустимо, що $\{\tilde{y}^\varepsilon, \tilde{u}^\varepsilon\}$ — оптимальний процес в (1)–(3), $\tilde{J}_\varepsilon = J(\tilde{y}^\varepsilon, \tilde{u}^\varepsilon)$. Нехай при $\varepsilon = 0$ відома формула оптимального регулятора $u[y]$. Розглянемо задачу:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} \in -\partial\varphi(y(t)) - \varepsilon F(y(t)) + gu[y(t)], & t > 0, \\ y(0) = y_0. \end{cases} \quad (4)$$

Нехай \hat{y}^ε — розв’язок задачі (4), $\hat{J}_\varepsilon = J(\hat{y}^\varepsilon, u[\hat{y}^\varepsilon])$.

Основним завданням роботи є обґрунтувати граничну рівність

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} |\tilde{J}_\varepsilon - \hat{J}_\varepsilon| = 0. \quad (5)$$

Рівність (5) означає, що ми можемо коректно використовувати формулу регулятора незбуреної задачі (при $\varepsilon = 0$) для наближеної стабілізації вихідної (збуреної) задачі.

Наприклад, у випадку

$$\varphi(u) = \begin{cases} \frac{1}{2} \int_{\Omega} |\nabla u|^2 dx, & u \in H_0^1(\Omega), \\ +\infty, & \text{інакше,} \end{cases}$$

$\partial\varphi(u) = -\Delta u$ і маємо включення параболічного типу, розглянене в [9]. Проте, у багатьох задачах механіки та фізики з вільною межею [1, 2] та в процесах, які описують потік однорідного газу через однорідне пористе середовище [3], виникають крайові задачі виду:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} - \Delta\beta(u) \ni f, & \text{на } (0, +\infty) \times \Omega, \\ \beta(u(t, x)) \ni 0 & \text{на } (0, +\infty) \times \Omega, \end{cases} \quad (6)$$

де $\beta = \partial j$, $j : R \rightarrow R$ — неперервна, $\lim_{|r| \rightarrow \infty} \frac{j(r)}{|r|} = \infty$.

Тоді (6) зводиться до включення вигляду $\frac{du}{dt} \in -\partial\varphi(u) + f$, де

$$\varphi(u) = \begin{cases} \int_{\Omega} j(u(x)) dx, & u \in L^1(\Omega), \quad j(u) \in L^1(\Omega), \\ +\infty, & \text{інакше,} \end{cases} \quad \text{з } \overline{D(\varphi)} = H^{-1}(\Omega).$$

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Розглянуто такі умови на параметри задачі (1)–(3):

- 1) $\forall R > 0$ множина $M_R = \{u \in H \mid \|u\| \leq R, \varphi(u) \leq R\}$ — компакт у H ;
- 2) $F : H \rightarrow C_v(H)$ — напівнеперервна зверху;
- 3) $\exists C_1 > 0 \forall u \in H \|F(u)\|_+ := \sup_{z \in F(u)} \|z\| \leq C_1(1 + \|u\|)$;
- 4) $\exists C_2 > 0 \forall u \in H \inf_{\xi \in F(u)} (\xi, u) \geq -C_2\|u\|^2$;
- 5) $\exists \delta > 0 \forall y \in D(\partial\varphi) \forall u \in -\partial\varphi(y) (u, y) \leq -\delta \|y\|^2$.

Задача (1)–(3) при $\varepsilon = 0$ має єдиний розв'язок $\{\tilde{y}, \tilde{u}\}$, причому має місце закон оберненого зв'язку

$$\tilde{u}(t) = u[\tilde{y}(t)]. \quad (7)$$

Відображення $u : H \rightarrow H$ неперервне,

$$\sup_{y \neq 0} \frac{|u[y]|}{\|y\|} < \frac{\delta}{\|g\|}. \quad (8)$$

Лема. За умов 1–5 задача (1)–(3) для достатньо малих $\varepsilon > 0$ має розв'язок $\{\tilde{y}^\varepsilon, \tilde{u}^\varepsilon\}$.

Доведення. При фіксованому $u \in U$, $\|u\|_U^2 := \int_0^{+\infty} u^2(t) dt < \infty$ задача (1)

для $\forall \varepsilon > 0$ має принаймні один (сильний) розв'язок [7], для якого справедливі такі оцінки з константами $\delta_1 > 0$, $C > 0$, які не залежать від $\varepsilon > 0$: $\exists \varepsilon_0 > 0 \forall \varepsilon \in (0, \varepsilon_0) \forall t \geq s \geq 0$,

$$\begin{aligned} \|y(t)\|^2 &\leq \|y(s)\|^2 e^{-\delta_1(t-s)} + C \int_s^t e^{-\delta_1(t-p)} u^2(p) dp \leq \\ &\leq \|y(s)\|^2 e^{-\delta_1(t-s)} + C \|u\|_U^2, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \int_s^t \|y(p)\|^2 dp &\leq \frac{1}{\delta_1} \left(\|y(s)\|^2 + C \int_s^t u^2(p) dp \right) \leq \\ &\leq \frac{1}{\delta_1} \left(\|y(s)\|^2 + C \|u\|_U^2 \right). \end{aligned} \quad (10)$$

З цих оцінок випливає, що $J(y, u) < \infty$. Нехай \tilde{J}_ε — значення задачі (1)–(3). Виберемо $\{u_n\} \subset U$ так, щоб $J(y_n, u_n) \leq \tilde{J}_\varepsilon + \frac{1}{n}$. Тоді $\|u_n\|_U^2 \leq \tilde{J}_\varepsilon + 1$

$\forall n \geq n_0$. Отже, $\exists \tilde{u} \in U$ таке, що по підпоследовності $u_n \xrightarrow{w} \tilde{u}$ в $L^2(0, T)$ $\forall T > 0$.

Надалі будемо позначати $y = I_\varepsilon(y_0, u)f$ — розв'язок задачі Коші

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} \in -\partial\varphi(y(t)) - \varepsilon f(t) + g u(t), & t > 0, \\ y(0) = y_0 \in H, \end{cases} \quad (11)$$

де $f(t) \in F(y(t))$ майже скрізь. Тоді $y_n = I_\varepsilon(y_0, u_n)f_n$, $f_n(t) \in F(y_n(t))$ майже скрізь і за умовою 3 і оцінкою (9) $\|f_n(t)\| \leq m$ майже скрізь. Тоді з [7]

$f_n \xrightarrow{w} \tilde{f}$ в $L^2(0, T; H)$, $y_n \rightarrow \tilde{y}$ в $C([0, T]; H)$, де $\tilde{y} = I_\varepsilon(y_0, \tilde{u})f$. Відповідно

до теореми Мазура [10]: $f(t) \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \text{cl}_H \left(\text{co} \bigcup_{k=n}^{\infty} f_k(t) \right)$ майже скрізь.

Отже, з умови 2 $f(t) \in F(\tilde{y}(t))$ майже скрізь. Таким чином, $\{\tilde{y}, \tilde{u}\}$ — допустимий процес у задачі (1)–(3) та з нерівності $J(y_n, u_n) \geq J_T(y_n, u_n) := \int_0^T \|y_n(t)\|^2 dt + \gamma \int_0^T u_n^2(t) dt$ маємо $\forall T > 0$

$$\tilde{J}_\varepsilon \geq \lim_{n \rightarrow \infty} J_T(y_n, u_n) \geq \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^T \|y_n(t)\|^2 dt + \gamma \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^T u_n^2(t) dt \geq J_T(\tilde{y}, \tilde{u}).$$

Тому $\tilde{J}_\varepsilon = J(\tilde{y}, \tilde{u})$, отже, $\{\tilde{y}, \tilde{u}\}$ — оптимальний процес у задачі (1)–(3). Лему доведено.

Оскільки $y \mapsto u[y]$ — неперервне, $|u[y]| < \frac{\delta}{\|g\|} \|y\|$, то згідно з [7] задача

(4) має розв'язок, причому справедливі такі оцінки з константами $\delta_2 > 0$, $\tilde{C} > 0$, які не залежать від ε : $\exists \varepsilon_0 > 0 \quad \forall \varepsilon \in (0, \varepsilon_0) \quad \forall t \geq s \geq 0$

$$\|y(t)\|^2 \leq e^{-\delta_2(t-s)} \|y(s)\|^2, \quad |u[y(t)]| \leq \tilde{C} \|y(t)\|, \quad (12)$$

із яких, зокрема, маємо, що $J(y, u[y]) < \infty$.

Теорема. Нехай виконані умови 1–5, а також (7)–(8), $\{\tilde{y}^\varepsilon, \tilde{u}^\varepsilon\}$ — оптимальний процес у задачі (1)–(3), $\tilde{J}_\varepsilon = J(\tilde{y}^\varepsilon, \tilde{u}^\varepsilon)$, \hat{y}^ε — розв'язок задачі (4), $\hat{J}_\varepsilon = J(\hat{y}^\varepsilon, u[\hat{y}^\varepsilon])$. Тоді

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} |\tilde{J}_\varepsilon - \hat{J}_\varepsilon| = 0. \quad (13)$$

Доведення. Спочатку покажемо, що $\hat{J}_\varepsilon \rightarrow J_0$, $\varepsilon \rightarrow 0$, де $J_0 = J(\tilde{y}, \tilde{u})$, $\{\tilde{y}, \tilde{u}\}$ — єдиний оптимальний процес у задачі (1)–(3) при $\varepsilon = 0$.

Нехай \hat{y}^ε — розв'язок задачі (4), $\hat{y}^\varepsilon = I_\varepsilon(y_0, u[\hat{y}^\varepsilon])f_\varepsilon$, $f_\varepsilon(t) \in F(\hat{y}^\varepsilon(t))$ майже скрізь. З оцінок (12) і умови 3 випливає, що $\|f_n(t)\| \leq m$ майже скрізь. Тоді з [7] отримаємо, що $\hat{y}^\varepsilon \rightarrow \hat{y}$ в $u[\hat{y}^\varepsilon(t)] \rightarrow u[\hat{y}(t)] \forall t \in [0, T]$, тобто \hat{y} — розв'язок задачі при $\varepsilon = 0$. В силу максимальної монотонності $\partial\varphi$ [3] задача (4) при $\varepsilon = 0$ має єдиний розв'язок. Тому згідно з (7) $J_0 = J(\hat{y}, u[\hat{y}])$, тобто $\{\hat{y}, u[\hat{y}]\}$ — оптимальний процес в (1)–(3) при $\varepsilon = 0$.

З оцінок (12) маємо, що $\forall t \geq 0$

$$\|\hat{y}^\varepsilon(t)\|^2 + \gamma u^2[\hat{y}^\varepsilon(t)] \leq e^{-\delta_2 t} \|y_0\|^2 (1 + \tilde{C}^2).$$

Оскільки $\forall t \geq 0 \|\hat{y}^\varepsilon(t)\| \rightarrow \|\hat{y}(t)\|$, $u^2[\hat{y}^\varepsilon(t)] \rightarrow u^2[\hat{y}(t)]$ при $\varepsilon \rightarrow 0$, то за теоремою Лебега

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \hat{J}_\varepsilon = J(\hat{y}, u[\hat{y}]) = J_0. \quad (14)$$

Покажемо, що $\tilde{J}_\varepsilon \rightarrow J_0$, $\varepsilon \rightarrow 0$. Нехай $\tilde{J}_\varepsilon = J(\tilde{y}^\varepsilon, \tilde{u}^\varepsilon)$, де $\{\tilde{y}^\varepsilon, \tilde{u}^\varepsilon\}$ — оптимальний процес в (1)–(3).

Припустимо, що z^ε — розв'язок задачі (1) з керуванням $u = 0 \in U$. Тоді з оптимальності \tilde{u}^ε маємо:

$$\|\tilde{u}^\varepsilon\|_U^2 \leq \frac{1}{\gamma} J(\hat{u}^\varepsilon) \leq \frac{1}{\gamma} \int_0^{+\infty} \|z^\varepsilon(t)\|^2 dt \leq \frac{\|y_0\|^2}{\gamma \delta_1}. \quad (15)$$

Повторюючи попередні міркування, випливає, що існує $\tilde{u} \in U$ таке, що по підпослідовності $\forall T > 0 \tilde{u}^\varepsilon \xrightarrow{w} \tilde{u}$ в $L^2(0, T)$, $\tilde{y}^\varepsilon \rightarrow \tilde{y}$ в $C([0, T]; H)$, де \tilde{y} — розв'язок задачі (1) з $\varepsilon = 0$, $u = \tilde{u}$. Зокрема, $\forall T > 0$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \tilde{J}_\varepsilon \geq \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} J_T(\tilde{y}^\varepsilon, \tilde{u}^\varepsilon) \geq J_T(\tilde{y}, \tilde{u}),$$

тобто

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \tilde{J}_\varepsilon \geq J(\tilde{y}, \tilde{u}). \quad (16)$$

За принципом оптимальності Беллмана $\forall T > 0$ процес $\{\tilde{y}^\varepsilon, \tilde{u}^\varepsilon\}$ на $[T, \infty)$ є оптимальним для задачі (1)–(3) із початковими даними $(T, \tilde{y}^\varepsilon(T))$. Отже,

$$\int_T^{+\infty} \|\tilde{y}^\varepsilon(t)\|^2 dt + \gamma \int_T^{+\infty} |\tilde{u}^\varepsilon(t)|^2 dt \leq \int_T^{+\infty} \|p^\varepsilon(t)\|^2 dt, \quad (17)$$

де p^ε — розв'язок задачі (1) на $[T, +\infty)$ з керуванням $u = 0$ та початковими даними $(T, \tilde{y}^\varepsilon(T))$. З (9), (10) маємо:

$$\int_T^{+\infty} \|p^\varepsilon(t)\|^2 dt \leq \frac{1}{\delta_1} \|\tilde{y}^\varepsilon(T)\|^2. \quad (18)$$

Тепер зафіксуємо $u \in U$ і відповідний розв'язок w^ε задачі (1). Тоді аналогічно попереднім міркуванням $\forall T > 0$ $w^\varepsilon \rightarrow w$ в $C([0, T]; H)$, де $w \in C([0, +\infty); L^2(\Omega))$ — розв'язок задачі (1) при $\varepsilon = 0$ з керуванням u . Крім того,

$$\int_T^{+\infty} \|w^\varepsilon(t)\|^2 dt \leq \frac{1}{\delta_1} \left(\|w^\varepsilon(T)\|^2 + C \int_T^{+\infty} u^2(t) dt \right). \quad (19)$$

Тоді з нерівності $\tilde{J}_\varepsilon \leq J(w, u)$ та оцінок (17)–(19) для $\forall T > 0$ маємо:

$$J_T(\tilde{y}^\varepsilon, \tilde{u}^\varepsilon) \leq \int_0^T \|w^\varepsilon(t)\|^2 dt + \gamma \int_0^{+\infty} u^2(t) dt + \frac{1}{\delta_1} \|w^\varepsilon(T)\|^2 + \frac{C}{\delta_1} \int_T^{+\infty} u^2(t) dt. \quad (20)$$

Звідси

$$\begin{aligned} J_T(\tilde{y}, \tilde{u}) &\leq \overline{\lim}_{\varepsilon \rightarrow 0} J_T(\tilde{y}^\varepsilon, \tilde{u}^\varepsilon) \leq \\ &\leq \frac{1}{\delta_1} \|w(T)\|^2 + \int_0^T \|w(t)\|^2 dt + \gamma \int_0^{+\infty} u^2(t) dt + \frac{C}{\delta_1} \int_T^{+\infty} u^2(t) dt. \end{aligned} \quad (21)$$

Тоді при $T \rightarrow \infty$ маємо, що $J(\tilde{y}, \tilde{u}) \leq J(w, u) \quad \forall u \in U$.

Отже, $\{\tilde{y}, \tilde{u}\}$ — оптимальний процес у задачі (1)–(3) із $\varepsilon = 0$. Тепер у попередніх міркуваннях покладемо $u = \tilde{u}$. Тоді внаслідок єдиності $\tilde{w}^\varepsilon \rightarrow \tilde{y}$ в $C([0, T]; H)$ і маємо оцінку

$$\gamma \overline{\lim}_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{+\infty} |\tilde{u}^\varepsilon(t)|^2 dt \leq \int_0^{+\infty} \tilde{u}^2(t) dt + \frac{1}{\delta_1} |\tilde{y}(T)|^2 + \frac{C}{\delta_1} \int_T^{+\infty} \tilde{u}^2(t) dt, \quad (22)$$

з якої при $T \rightarrow \infty$ маємо

$$\overline{\lim}_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^{+\infty} |\tilde{u}^\varepsilon(t)|^2 dt \leq \int_0^{+\infty} \tilde{u}^2(t) dt.$$

Таким чином, $\tilde{u}^\varepsilon \rightarrow \tilde{u}$ в $L^2(0, +\infty)$ і оскільки

$$\tilde{J}_\varepsilon \leq J_T(\tilde{y}^\varepsilon, \tilde{u}^\varepsilon) + \frac{1}{\delta_1} \|\tilde{y}^\varepsilon(T)\|^2,$$

то

$$\overline{\lim}_{\varepsilon \rightarrow 0} \tilde{J}_\varepsilon \leq J_T(\tilde{y}, \tilde{u}) + \frac{1}{\delta_1} \|\tilde{y}(T)\|^2.$$

Отже, при $T \rightarrow \infty$ одержуємо

$$\overline{\lim}_{\varepsilon \rightarrow 0} \tilde{J}_\varepsilon \leq J(\tilde{y}, \tilde{u}) = J_0,$$

що разом із (16) гарантує збіжність $\tilde{J}_\varepsilon \rightarrow J_0$, $\varepsilon \rightarrow 0$. Припускаючи від супротивного, що збіжність йде не по всій послідовності $\varepsilon \rightarrow 0$, можемо повторити попередні міркування і, внаслідок єдиності оптимального процесу $\{\tilde{y}, \tilde{u}\}$, дійти до протиріччя. Теорему доведено.

ВИСНОВКИ

У роботі розглянено задачу оптимальної стабілізації для еволюційного включення субдиференціального типу з нелінійним доданком $\varepsilon F(y)$, де $\varepsilon > 0$ — малий параметр. Доведено, що вихідна задача має розв'язок за певних умов, накладених на параметри. За умови, що при $\varepsilon = 0$ задача допускає оптимальний регулятор, обґрунтовано, що такий регулятор забезпечує наближену стабілізацію вихідної задачі при малих $\varepsilon > 0$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Пер. с фр. Л.Р. Волевича. — М.: Мир, 1972. — 587 с.
2. Дюво Г., Лионс Ж.-Л. Неравенства в механике и физике. — М.: Наука, 1980. — 382 с.
3. Barbu V. Nonlinear semigroups and differential equations in Banach spaces. — Leyden: Noordhoff, 1976. — 360 p.
4. Иваненко В.И., Мельник В.С. Вариационные методы в задачах управления для систем с распределенными параметрами. — К.: Наук. думка, 1988. — 288 с.
5. Згуровский М.З., Мельник В.С., Новиков А.Н. Прикладные методы анализа и управления нелинейными процессами и полями. — К.: Наук. думка, 2004. — 588 с.
6. Zgurovsky M.Z., Mel'nik V.S., Kasyanov P.O. Evolution inclusions and variational inequalities for Earth data processing. — NY.: Springer, 2011. — 250 p.
7. Kapustya O.V., Mel'nik V.S., Valero J., Yasinsky V.V. Global attractors of multi-valued dynamical systems and evolution equations without uniqueness. — К.: Наук. думка, 2008. — 215 p.
8. Ясінський В.В., Капустян О.А. Наближені екстремальні розв'язки для еволюційних включень субдиференціального типу // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 4. — С. 109–116.
9. Капустян О.А. Задача наближеної стабілізації для параболічного включення // Журнал обчислювальної та прикладної математики. — 2011. — № 1. — С. 62–67.
10. Иосида К. Функциональный анализ. — М.: Мир, 1967. — 623 с.

Надійшла 26.12.2011

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ТОЧНОСТИ ОБОБЩЕННОЙ ИНТЕРВАЛЬНОЙ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ИЗДЕЛИЙ

С.С. ФЕДИН, Н.А. ЗУБРЕЦКАЯ

Разработан метод интервальной оценки качества изделий, отличительной особенностью которого является получение весовых коэффициентов обобщенного показателя с использованием нечетких функций принадлежности гауссового типа. Их использование позволяет повысить точность и достоверность принятия решения при определении категории качества изделий различного целевого назначения в соответствии с вербально-числовой шкалой функции желательности Харрингтона.

ВВЕДЕНИЕ

При решении задач количественного оценивания качества изделий широкое применение получили методы обобщенной оценки. Среди множества таких методов одним из наиболее эффективных является метод получения обобщенного показателя качества изделий на основе функции Харрингтона, в основу которого положено преобразование натуральных значений единичных показателей качества в безразмерную шкалу желательности [1]. В работах [2, 3] показано, что при таком подходе достигается повышение точности и достоверности оценки качества изделий по обобщенному показателю.

Однако нелинейность функции желательности Харрингтона приводит к погрешности точечной и интервальной оценок обобщенного показателя качества и неопределенности выходной информации о качестве изделий. Наличие неопределенности затрудняет принятие решения об уровне качества изделия и обуславливает проблему, в соответствии с которой результат обобщенной оценки с одинаковой значимостью можно отнести к различным качественным категориям шкалы желательности [4].

Эффективным инструментом решения этой проблемы является нечеткое моделирование, так как качественные категории шкалы желательности «Очень плохо», «Плохо», «Удовлетворительно», «Хорошо» и «Отлично» характеризуются также интервальными оценками и могут быть заданы в виде нечетких термов с соответствующими нечеткими функциями принадлежности. Использование таких термов позволяет для каждой оценки обобщенного показателя определить весовой коэффициент и разрешить ситуацию неопределенности.

Цель работы — разработка метода интервальной оценки качества изделий, позволяющего обеспечить точность и достоверность классификации изделий по обобщенному показателю в соответствии с вербально-числовой шкалой функции желательности Харрингтона.

ПОЛУЧЕНИЕ ТОЧЕЧНОЙ И ИНТЕРВАЛЬНОЙ ОЦЕНОК ОБОБЩЕННОГО ПОКАЗАТЕЛЯ КАЧЕСТВА ИЗДЕЛИЙ

Получение обобщенной оценки качества изделий основано на создании искусственной метрики, количественно определяющей качество изделий через допусковые значения их единичных показателей, значения которых представлены в безразмерном виде [3]. В работе [5] показано, что построение этой метрики связано с асимптотическим распределением экстремальных значений показателей качества изделий, которое можно получить на основе порядковых статистик. Порядковые статистики являются членами вариационного ряда, построенного по результатам наблюдений. Если упорядочить по возрастанию результаты n наблюдений, получим порядковые статистики x_i , $i = 1, 2, \dots, n$, где порядковая статистика x_1 имеет наименьшее значение, а x_n — наибольшее.

Так как все наблюдения независимые, то вероятность того, что все n элементов выборки из совокупности с известной функцией распределения $F(x)$ окажутся меньше некоторого значения x , равна $[F(x)]^n$. Такую же вероятность $\Phi_n(x)$ имеет наибольшее значение наблюдения среди n независимых наблюдений:

$$\Phi_n(x) = [F(x)]^n.$$

Свойства функции $\Phi_n(x)$ зависят от вида функции $F(x)$, когда x принимает большие значения. При увеличении n кривая $\Phi_n(x)$ сдвигается вправо и актуальной задачей является нахождение асимптотической формы данной кривой.

Асимптотическая теория экстремальных значений имеет два подхода [6]: первый основан на асимптотических свойствах крайних значений заданного исходного распределения и решает задачу сходимости распределения наибольшего значения выборки к определенному выражению; второй подход основан на том, что значения выборки объемом n из совокупности наибольших значений распределены так же, как и эта совокупность. Для второго подхода доказано, что класс предельных распределений экспоненциального вида, к которым относят нормальное, логистическое, гамма-распределение и ряд других неограниченных слева распределений, удовлетворяющих условиям теоремы Б.В. Гнеденко [6] с использованием нормализованного наибольшего члена выборки x_n , имеет вид:

$$\Phi_*(x) = \exp(-\exp(-x)), \quad (-\infty < x < \infty). \quad (1)$$

Следствием этой теоремы является то, что распределение экстремальных значений можно линейно преобразовать в непараметрическое выражение. Поскольку нормализованное асимптотическое распределение (1) не имеет параметров, то его можно применить для перехода от значения показателя качества к вероятности, с которой определяется качество изделия. В этом случае формула (1) предполагает использование наибольшего значения измеряемой величины и позволяет получить нижнюю границу оценки распределений экспоненциального вида.

Для получения асимптотических распределений наименьшего значения выборки можно воспользоваться принципом симметрии, в соответствии с которым распределение называется симметричным относительно медианы:

$$F(-x) = 1 - F(x); f(-x) = f(x), \quad (2)$$

где $F(x)$ — распределение генеральной совокупности с плотностью $f(x) = F'(x)$.

В теории экстремальных значений вводится понятие взаимной симметрии двух распределений в виде обобщения зависимостей (2):

$$F_1(-x) = 1 - F_2(x); f_1(-x) = f_2(x). \quad (3)$$

Для симметричного исходного распределения экстремальные значения распределены взаимно симметрично, поэтому, зная распределение наибольшего значения по зависимостям (3), можно получить распределение наименьшего значения. Так асимптотическое распределение наименьшего значения имеет вид:

$$\Phi^*(x) = 1 - \exp(-\exp(x)). \quad (4)$$

Использование наименьшего значения измеряемой величины позволяет по формуле (4) получить верхнюю границу оценки распределений экспоненциального вида, а на основе формулы среднего значения можно получить точечную оценку:

$$\Phi(x) = \frac{(\exp(-\exp(-x)) + 1 - \exp(-\exp(x)))}{2}. \quad (5)$$

Таким образом, асимптотические распределения могут служить интервальной оценкой качества изделия при фиксированном значении x , а среднее их значений — точечной оценкой качества.

Для получения гарантированной интервальной оценки качества изделия по каждому единичному показателю найдем ограничения для x при условии, что минимальная нижняя оценка качества (1) и максимальная верхняя оценка качества (4) могут иметь значения, равные 0,0001 и 0,9999 соответственно. В результате решения уравнений вида:

$$\exp(-\exp(-x)) = 0,0001,$$

$$1 - \exp(-\exp(x)) = 0,9999$$

получим значение $x = 2,22032$ и практический интервал изменения значения $x \in (-2,22; 2,22)$, характеризующий гарантированную (с точностью равной 99,99 %) интервальную оценку единичного показателя качества.

Для преобразования единичных показателей качества с различной размерностью в безразмерную величину λ применим аффинные преобразования, позволяющие разделить отрезок $[a; b]$ в заданном отношении:

$$\lambda = \frac{x - a}{b - a}. \quad (6)$$

Выполняя ряд преобразований, используя формулу (6) и гарантированную интервальную оценку по каждому единичному показателю x , получим:

$$x = \frac{-2,22 + 2,22\lambda}{1 + \lambda}. \quad (7)$$

Применяя формулы (1), (4) и (5) и найденное по формуле (7) значение x , находим интервальную и точечную оценку единичного показателя качества изделия. При этом обобщенный показатель качества изделий R оценивается по формуле среднего геометрического точечной и интервальной оценок единичных показателей:

$$R = \sqrt[N]{\prod_{j=1}^N \Phi_j}. \quad (8)$$

где Φ_j — значение точечной и интервальной оценок j -ого единичного показателя качества.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТОЧЕЧНОЙ И ИНТЕРВАЛЬНОЙ ОЦЕНОК ОБОБЩЕННОГО ПОКАЗАТЕЛЯ КАЧЕСТВА ИЗДЕЛИЙ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ

На основе применения изложенного подхода с использованием формулы (8) получены точечная и интервальная оценки качества электронных тахеометров фирмы SOKKIA (табл. 1) [2]. Анализ результатов оценки качества электронных тахеометров показал, что использование точечной и интервальной оценки в процессе принятия решения относительно классификации изделий может привести к неопределенности: изделие в одинаковой мере может быть отнесено к двум различным категориям качества — «Удовлетворительно»/«Хорошо».

Таблица 1. Результаты обобщенной оценки качества электронных тахеометров

Оценка Фирма	Нижняя граница оценки	Точечная средняя оценка	Верхняя граница оценки	Интервальная качественная оценка
SOKKIA	0,528	0,665	0,796	«Удовлетворительно»/ «Хорошо»

Для повышения достоверности принятия решений относительно классификации изделий по уровню качества в соответствии с категориями шкалы желательности функции Харрингтона предлагается для каждой оценки функции желательности определять весовые коэффициенты. Поскольку функция Харрингтона характеризует предельные распределения случайных величин, соответствующих закону распределения экспоненциального вида (в частности закону нормального распределения), то весовые коэффициенты вычисляли по нечеткой функции принадлежности гауссового типа, использование которой обеспечивает получение гладких непрерывно дифференцируемых гиперповерхностей отклика нечеткой модели [7, 8]:

$$\mu(R) = \exp\left[\frac{-(R - a)^2}{2b^2}\right], \quad (9)$$

где R — значение точечной оценки обобщенного показателя качества изделий; a — граничное значение обобщенного показателя качества, т.е. каждого нечеткого термина шкалы желательности Харрингтона; b — параметр ширины функции принадлежности каждого нечеткого термина. Используемое значение параметра $b=1/6$ означает, что 99 % значений распределения точечной и интервальной оценок обобщенного показателя находятся между минимальным (0) и максимальным (1) значениями шкалы желательности функции Харрингтона.

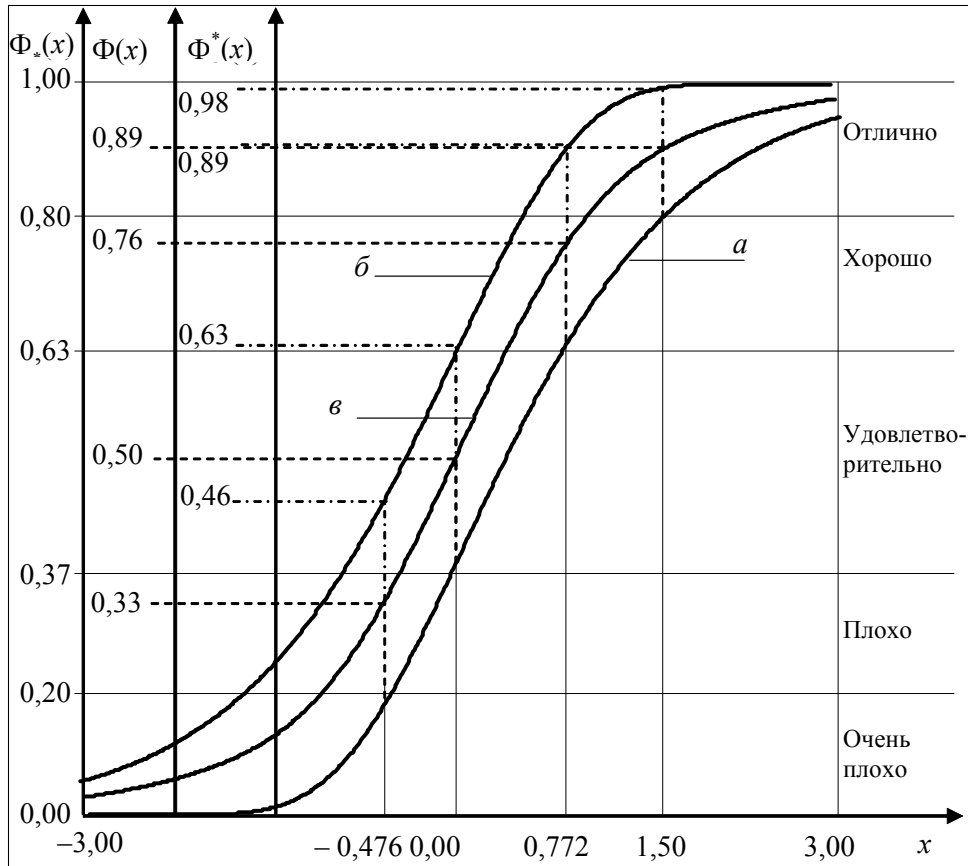


Рис. 1. Асимптотические распределения экспоненциального вида для наибольшего (a), наименьшего ($б$) и среднего ($в$) значений выборки

Для нижней оценки обобщенной функции желательности граничные значения соответствуют принятым категориям качества в интервалах: $[0,00; 0,20]$ — «Очень плохо»; $[0,20; 0,37]$ — «Плохо»; $[0,37; 0,63]$ — «Удовлетворительно»; $[0,63; 0,80]$ — «Хорошо»; $[0,80; 1,00]$ — «Отлично» [4]. Соответствующие предельные значения средней и верхней оценок обобщенной функции рассчитаны в системе математического моделирования MathCAD (рис. 1):

- для средней оценки — $[0,00; 0,33]$; $[0,33; 0,50]$; $[0,50; 0,76]$; $[0,76; 0,89]$; $[0,89; 1,00]$;
- для верхней оценки — $[0; 0,46]$; $[0,46; 0,63]$; $[0,63; 0,89]$; $[0,89; 0,98]$; $[0,98; 1,00]$.

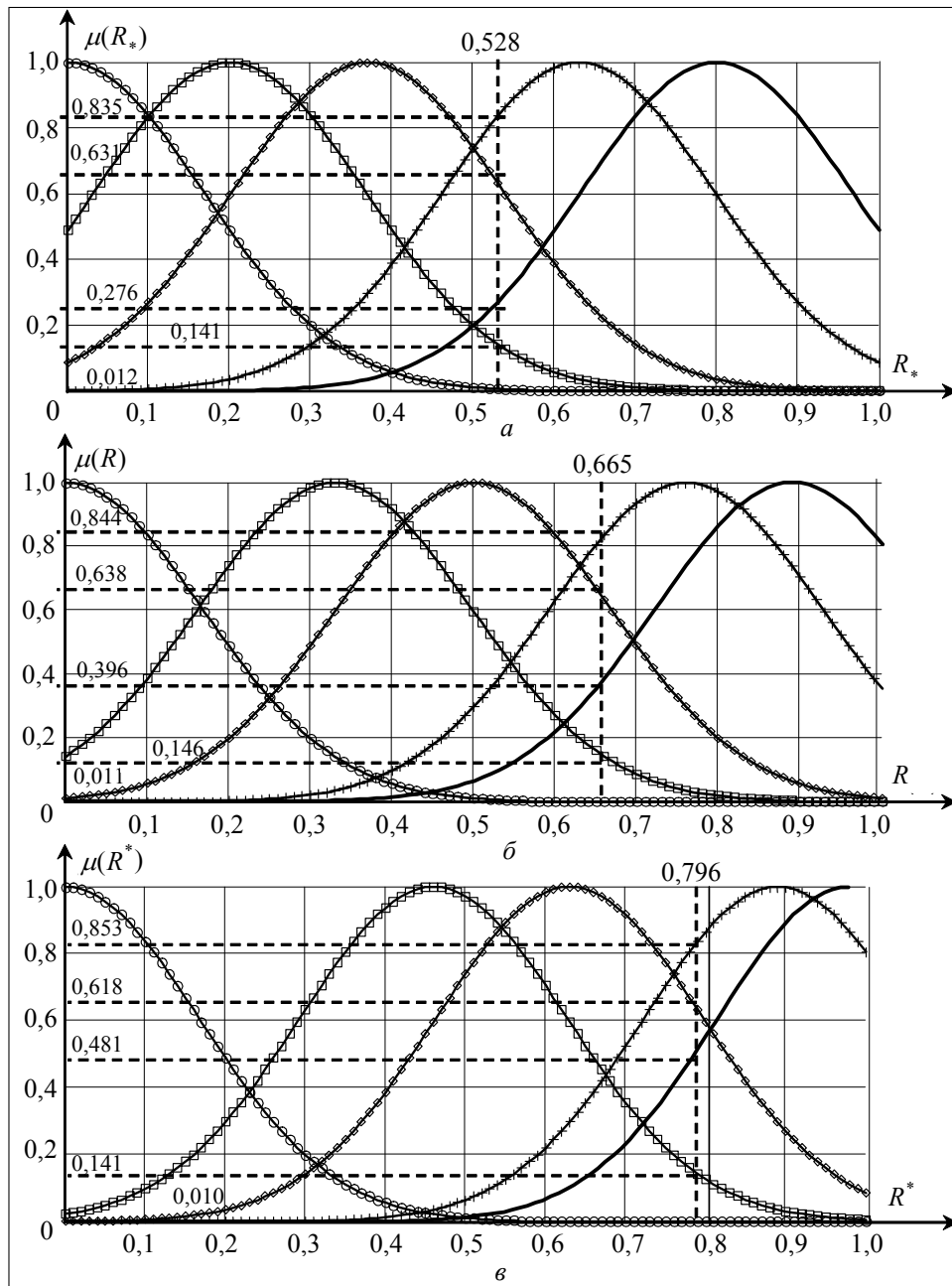


Рис. 2. Функции принадлежности для выбора весовых коэффициентов нижней (a), средней (b) и верхней (b^*) оценок обобщенного показателя качества изделий, где — «очень плохо», — «плохо», — «удовлетворительно», — «хорошо», — «отлично».

Используя граничные значения, по формуле (9) построены функции принадлежности точечной R и интервальной оценок R_* и R^* обобщенного показателя качества для всех термов шкалы желательности функции Харрингтона (рис. 2).

Применение полученных функций принадлежности позволяет определить весовые коэффициенты точечной и интервальной оценок обобщенного показателя и получить итоговую оценку качества изделий (табл. 2).

Таблица 2. Результат расчета весовых коэффициентов обобщенных оценок

Обобщенная оценка	Нижняя	0,528	Категории качества	Отлично	Весовые коэффициенты	0,276	Итоговая оценка	Хорошо
				Хорошо		0,835		
				Удовлетворительно		0,631		
	Средняя	0,665		Отлично		0,396		Хорошо
				Хорошо		0,844		
				Удовлетворительно		0,638		
	Верхняя	0,796		Отлично		0,481		Хорошо
				Хорошо		0,853		
				Удовлетворительно		0,618		

Анализ полученных результатов (табл. 2) показывает, что использование весовых коэффициентов каждой оценки обобщенного показателя качества позволяет однозначно отнести изделие к категории качества «Хорошо» и тем самым полностью разрешить ситуацию неопределенности. Необходимо отметить, что предложенный метод является универсальным для получения обобщенной оценки качества изделий различного целевого назначения.

ВЫВОДЫ

Предложен новый метод обеспечения точности оценивания качества изделий, отличительной особенностью которого является получение весовых коэффициентов точечной и интервальной оценок обобщенного показателя качества изделий с использованием нечетких функций принадлежности гауссового типа.

Применение предложенного метода позволяет повысить достоверность принятия решения при определении категории качества изделий различного целевого назначения по обобщенному показателю в соответствии с вербально-числовой шкалой функции желательности Харрингтона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. — М.: Наука, 1976. — 280 с.
2. Федін С.С., Акользін І.В., Зубрецька Н.А. Комплексне оцінювання якості прецизійних засобів вимірювання геодезичного призначення // Стандартизація, сертифікація, якість. — 2009. — № 3. — С. 63–67.
3. Fuller D., Scherer W. The Desirability Function: Underlying Assumptions and Applications Implications // IEEE Transactions. — 1998. — № 1. — P. 4016–4021.
4. Федін С.С. Повышение достоверности обобщенной оценки качества сложных изделий // Системи управління, навігації та зв'язку. — 2010. — № 2 (14). — С. 136–140.
5. Ефимов А.Н. Порядковые статистики — их свойства и приложения. — М.: Знание, 1980. — 64 с.
6. Гнеденко Б.В., Колмогоров А.Н. Предельные распределения для сумм независимых случайных величин. — М.-Л.: Гос. изд-во технико-теоретической лит-ры, 1949. — 264 с.
7. Борисов В.В., Круглов В.В., Федулов А.С. Нечеткие модели и сети. — М.: Горячая линия. — Телеком, 2007. — 284 с.
8. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. — 798 с.

Поступила 22.03.2011

ПРОЕКЦІЙНО-ІТЕРАЦІЙНИЙ АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗАННЯ НЕКОРЕКТНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ВОЛЬТЕРА

Л.Л. ГАРТ

Досліджено питання про застосування проекційно-ітераційного підходу до розв'язання некоректних інтегральних рівнянь Вольтера I-го роду. Проведено порівняльний аналіз запропонованих обчислювальних схем із використанням різних способів вибору параметра регуляризації, демонструється їх практична збіжність на прикладі розв'язання конкретних задач.

ВСТУП

Дослідження багатьох складних явищ та об'єктів шляхом складання та вивчення їх математичного опису (моделей) отримує все більшого розповсюдження, охоплюючи багато напрямів у фізиці, біології, економіці, соціології та інших науках. Значне місце в такому підході належить інтегральним рівнянням. В останні десятиліття спостерігається значне розширення області застосування інтегральних рівнянь I-го роду типу Вольтера. До кола численних природничо-наукових застосувань цього класу рівнянь входять, наприклад, такі задачі [1]:

- про розподіл мас у галактиках при відомому законі обертання;
- визначення локальної випромінювальної властивості плазми за її інтегральною інтенсивністю випромінювання;
- відновлення сигналу, прийнятого динамічною системою;
- автоматичного регулювання.

Базові поняття та методи розв'язання некоректних задач, як відомо, було запроваджено московською школою академіка А.М. Тихонова та новосибірською школою академіка М.М. Лаврентьєва. Зокрема, необхідно відмітити роботу [2], в якій подано стійкі методи для розв'язання задач у різних областях математики (оптимальне планування, оптимальне керування, сумування рядів Фур'є, інтегральні рівняння першого роду типу згортки, системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) та операторні рівняння). Роботи А.М. Тихонова, в яких подано поняття регуляризуючого оператора або алгоритму, а також сформульовано один з найефективніших методів розв'язання некоректних задач (серед методів, які використовують мінімальну апіорну інформацію про розв'язок — лише його гладкість) — метод α -регуляризації Тихонова, роботу [3], в якій запроваджено поняття умовної коректності або коректності за Тихоновим, запропоновано низку регуляризаційних схем розв'язання: метод α -регуляризації та метод ітерацій, зокрема, їх реалізація на компактi. Варто звернути увагу на роботу В.М. Фрідмана, яка поклала початок методам ітеративної регуляризації з параметром регуляризації — числом ітерацій, яке визначається, наприклад, способом узагальненої нев'язки з використанням значень похибки правої частини та оператора.

Вагомий внесок у розробку теорії некоректних задач зробили В.А. Морозов, В.Ю. Кудринський, В.К. Іванов, І.Н. Домбровська та інші автори, які застосували до розв'язання некоректних задач проєкційні методи (типу Рітца, Гальоркіна та ін.) спільно з методами регуляризації, квазірозв'язків та нев'язки. У роботах цих авторів знайшов своє строге обґрунтування спосіб нев'язки розв'язання некоректних задач, ідея якого до цього була висловлена без доведення Філіпсом, а також Л.В. Канторовичем. У роботі [1] досліджуються питання теорії умовно-коректних задач та стійкості різницевих схем і подано декілька обернених задач у різницевій та неперервній постановках. Необхідно відмітити також роботи А.Б. Бакушинського й А.В. Гончарського, присвячені ітеративним методам розв'язання некоректних задач та їх застосуванню до розв'язання прикладних задач.

Стійкі методи розв'язання некоректних задач викладені у багатьох монографіях та публікаціях. Однак у них більше уваги приділяється інтегральним рівнянням Фредгольма I-го роду, а інтегральні рівняння Вольтера I-го роду лише згадуються як такі, що можуть бути некоректними. Недостатньо уваги приділено доведенню методів їх розв'язання до практичних алгоритмів та особливо до машинних програм.

У цій роботі вперше досліджено можливість застосування проєкційно-ітеративного підходу до розв'язання некоректних інтегральних рівнянь Вольтера I-го роду, який полягає в модифікації класичного методу α -регуляризації Тихонова та дозволяє замінити регуляризоване інтегральне рівняння деякою послідовністю простіших апроксимуючих його скінченновимірних задач на сукупності сіток, що роздрібнюються. Для кожної з «наближених» задач за допомогою деякої ітеративної процедури будується лише декілька наближень до розв'язку, останнє з яких з використанням кусково-лінійної інтерполяції береться за початкове наближення в ітеративному процесі для наступної «наближеної» задачі. Послідовність лінійних інтерполянтів побудованих наближених розв'язків оголошується послідовністю наближень до розв'язку вихідного інтегрального рівняння.

Слід відзначити, що загальна ідея проєкційно-ітеративних методів для розв'язання операторних рівнянь та задач мінімізації в абстрактних просторах належить С.Д. Балашовій [4], у роботах якої ці методи знайшли своє строге теоретичне обґрунтування та застосування до розв'язання різних конкретних класів математичних задач, а нині продовжують розвиватися в роботах її учнів.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Лінійне одновимірне інтегральне рівняння Вольтера I-го роду має вигляд:

$$A y \equiv \int_a^x K(x, s) y(s) ds = f(x), \quad a \leq x \leq b, \quad (1)$$

де $K(x, s)$ — ядро інтегрального рівняння, $f(x)$ — вільний член, $y(x)$ — шуканий розв'язок рівняння.

Задача розв'язання рівняння Вольтера I-го роду є у певному сенсі проміжною між задачами розв'язання рівнянь Вольтера II-го роду та Фредголь-

ма I-го роду. Якщо задача розв'язання рівняння Вольтера II-го роду є коректною та ефективно розв'язується класичними методами (квадратур, ітерацій тощо), а задача розв'язання рівняння Фредгольма I-го роду є некоректною в будь-яких «розумних» функціональних просторах і вирішується спеціальними методами (регуляризації, квазірозв'язків тощо), то задача розв'язання рівняння Вольтера I-го роду може бути коректною чи некоректною залежно від того, в яких просторах вона розглядається, і яким методом розв'язується. Відомо, наприклад, що задача розв'язання рівняння (1) під час виконання умов:

$$\left. \begin{aligned} K(x, s) \in C^{(n)}([a, b] \times [a, b]), \quad n \geq 1; \\ K(x, x) = K'(x, x) = \dots = K^{(n-2)}(x, x) = 0, \quad \min_{x \in [a, b]} |K^{(n-1)}(x, x)| \neq 0; \end{aligned} \right\}$$

$$f(x) \in C^{(n)}[a, b], \quad f(a) = f'(a) = \dots = f^{(n-1)}(a) = 0$$

є коректною в трійці $(C, V, C^{(n)})$, де $y(s) \in C[a, b]$, V — інтегральний оператор Вольтера, $f(x) \in C^{(n)}[a, b]$. Якщо ж розглядати трійку $(C, V, C^{(m)})$, $m < n$, то задача стає некоректною. Крім того, навіть у тих просторах, де вона коректна, може бути певна нестійкість розв'язку.

Мета роботи — розробка проекційно-ітераційних алгоритмів розв'язання некоректних інтегральних рівнянь Вольтера, дослідження їх практичної збіжності та ефективності на прикладі розв'язання конкретних задач.

МЕТОД РОЗВ'ЯЗАННЯ

Зазначені особливості рівняння Вольтера I-го роду дозволяють використовувати для його розв'язання як класичні методи (наприклад, метод квадратур, причому сама процедура дискретизації в цьому методі володіє регуляризуючою властивістю, якщо зв'язати крок дискретизації з помилкою вихідних даних), так і спеціальні методи регуляризації [5].

Ідея методу регуляризації Тихонова для розв'язання рівняння (1) з $K(x, s) \in L_2([a, b] \times [a, b])$, $f(x) \in L_2[a, b]$, $y(s) \in W_2^{(1)}[a, b]$ полягає в тому [2], що для забезпечення стійкості розв'язку рівняння (1) пропонується умова мінімуму так званого «згладжуючого» функціонала

$$\Phi(\alpha, y, f) = \int_a^b [A y - f(x)]^2 dx + \alpha \Omega[y] \rightarrow \min_{y \in W_2^{(1)}}. \quad (2)$$

Тут $\alpha > 0$ — параметр регуляризації, для визначення якого існують різні способи (нев'язки, відносної похибки, квазіоптимальний та ін. [6]), $\Omega[y]$ — стабілізуючий функціонал, який зазвичай обирається у вигляді:

$$\Omega[y] = \int_a^b (y^2(s) + q [y'(s)]^2) ds, \quad (3)$$

причому величина $q \geq 0$ визначає порядок регуляризації (нульовий при $q = 0$ та перший при $q > 0$). Розкриття умови (2) із використанням виразу

(3) та врахуванням вольтеровості рівняння (1) призводить до інтегродиференціального рівняння II-го роду типу Фредгольма

$$\alpha [y(t) - qy''(t)] + \int_a^b B(t,s)y(s) ds = F(t), \quad a \leq t \leq b, \quad (4)$$

задача розв'язання якого вже є коректною. У цьому рівнянні

$$B(t,s) = \int_{\max\{t,s\}}^b K(x,t)K(x,s) dx, \quad F(t) = \int_t^b K(x,t) f(x) dx. \quad (5)$$

Найвживішим способом визначення параметра регуляризації α в тому випадку, якщо замість точної правої частини $f(x)$ вихідного рівняння (1) задана функція $\tilde{f}(x) \in L_2[a,b]$ така, що $\|f - \tilde{f}\|_{L_2[a,b]} \leq \delta$ є спосіб нев'язки, згідно з яким за шукане значення обирається таке α , за яким

$$\|A y_\alpha - \tilde{f}\|_{L_2[a,b]} = \delta, \quad (6)$$

де $y_\alpha(t)$ — розв'язок рівняння (4) при відповідному значенні α . Співвідношення (6) можна трактувати як рівняння щодо α , яке при визначених умовах має єдиний розв'язок [2]. На практиці, щоб уникнути необхідності розв'язання цього рівняння, часто обирають ряд значень $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$, пов'язаних співвідношенням $\alpha_i = \theta \alpha_{i-1}$, $0 < \theta < 1$, для кожного з яких обчислюють розв'язок $y_{\alpha_i}(t)$ рівняння (4) та нев'язку $\|A y_{\alpha_i} - \tilde{f}\|_{L_2[a,b]}$. За оптимальне значення α_{opt} обирають таке α_i , для якого з найбільшим ступенем точності виконується наближена рівність $\|A y_{\alpha_i} - \tilde{f}\|_{L_2[a,b]} \approx \delta$.

Спосіб відносної похибки визначення параметра регуляризації не потребує знання похибки δ правої частини вихідного рівняння. Згідно з цим способом за шукане значення обирають таке α_i із ряду значень

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$, для якого величина $\frac{\|y_{\alpha_i} - y_{\alpha_{i-1}}\|}{\|y_{\alpha_i}\|}$ набуває найменшого значення.

Одним із найефективніших методів розв'язання рівняння (4) є сполучення методів скінченних сум та різниць.

Нехай права частина $f(x)$ вихідного рівняння (1) задана таблицею своїх значень на нерівномірній x -сітці вузлів

$$a = x_1 < x_2 < \dots < x_M = b,$$

а розв'язок $y_\alpha(s)$ шукається на іншій нерівномірній s -сітці вузлів

$$a = s_1 < s_2 < \dots < s_N = b,$$

причому t -сітка в рівнянні (4) збігається із s -сіткою. Якщо інтеграли в (4), (5) розписати за квадратурною формулою трапецій зі змінним кроком,

а $y''_\alpha(t)$ апроксимувати різницевою похідною, отримаємо наступний дискретний аналог рівняння (4) (опускаючи тимчасово індекс α в $y(t)$):

$$\left. \begin{aligned} & \alpha \left(y_1 - q \frac{y_2 - y_1}{r_1 h_2} \right) + \sum_{j=1}^N r_j \sum_{i=1}^M p_i K_{i1} K_{ij} y_j = \sum_{i=1}^M p_i K_{i1} f_i, \\ & \alpha \left\{ y_k - \frac{q}{r_k} \left[\frac{y_{k-1}}{h_k} - \left(\frac{1}{h_k} + \frac{1}{h_{k+1}} \right) y_k + \frac{y_{k+1}}{h_{k+1}} \right] \right\} + \\ & \quad + \sum_{j=1}^N r_j \sum_{i=1}^M p_i K_{ik} K_{ij} y_j = \sum_{i=1}^M p_i K_{ik} f_i, \quad k = \overline{2, N-1}, \\ & \alpha \left(y_N - q \frac{y_N - y_{N-1}}{r_N h_N} \right) + \sum_{j=1}^N r_j \sum_{i=1}^M p_i K_{iN} K_{ij} y_j = \sum_{i=1}^M p_i K_{iN} f_i, \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

де

$$y_j \approx y_\alpha(t_j), \quad K_{ij} = K(x_i, t_j), \quad f_i = f(x_i), \quad j = \overline{1, N}, \quad i = \overline{1, M};$$

$$h_j = s_j - s_{j-1}, \quad j = \overline{2, N};$$

$$r_1 = \frac{s_2 - s_1}{2} = \frac{h_2}{2}, \quad r_j = \frac{s_{j+1} - s_{j-1}}{2} = \frac{h_{j+1} + h_j}{2}, \quad j = \overline{2, N-1},$$

$$r_N = \frac{s_N - s_{N-1}}{2} = \frac{h_N}{2};$$

$$p_1 = \frac{x_2 - x_1}{2}, \quad p_i = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2}, \quad i = \overline{2, M-1}, \quad p_M = \frac{x_M - x_{M-1}}{2}.$$

Рівняння (7) утворюють СЛАР відносно y_j , $j = \overline{1, N}$, однак матриця цієї системи у зв'язку з непостійністю коефіцієнтів r_j втрачає властивості симетричності та додатньої визначеності, хоча вихідний інтегро-диференціальний оператор рівняння (4) цими властивостями володів. Для усунення цього недоліку кожний k -й рядок системи (7) домножується на величину $\frac{r_k}{\rho}$, де $\rho = \frac{1}{N} \left(2r_1 + \sum_{j=2}^{N-1} r_j + 2r_N \right)$. Після чого одержана СЛАР із

вже симетричною додатньо визначеною матрицею (що, зокрема, гарантує її єдину розв'язність) може бути розв'язана будь-яким відомим методом — як прямим, так й ітераційним. Для усунення цього недоліку кожний k -й рядок системи (7) домножується на величину $\frac{r_k}{\rho}$, де $\rho = \frac{1}{N} \left(2r_1 + \sum_{j=2}^{N-1} r_j + 2r_N \right)$,

після чого одержана СЛАР виду

$$\tilde{D} \tilde{y} = \tilde{v} \quad (7')$$

із вже симетричною додатньо визначеною матрицею \tilde{D} (що, зокрема, гарантує її єдину розв'язність), векторами правих частин $\tilde{v} = (v_1, v_2, \dots, v_N)$ та невідомих $\tilde{y} = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ може бути розв'язана будь-яким відомим методом як прямим, так й ітераційним.

Нескладно показати, що описаний метод зведення інтегрального рівняння (4) до скінченної СЛАР (7') щодо наближених значень розв'язку $y_\alpha(s)$ у точках розбиття s_1, s_2, \dots, s_N , відрізка $[a, b]$ укладається в загальну схему проєкційних (апроксимаційних) методів, запропонованих у [7] і розвинутих у [8] для розв'язання лінійних операторних рівнянь II-го роду у банахових просторах. Згідно із цією схемою задача розв'язання рівняння

$$y = Ty + g \quad (8)$$

з лінійним обмеженим оператором T , заданим у банаховому просторі X , апроксимується послідовністю «наближених» рівнянь

$$\tilde{y}_n = \tilde{T}_n \tilde{y}_n + \tilde{g}_n, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (9)$$

заданих у деяких банахових просторах \tilde{X}_n , ізоморфних підпросторам X_n вихідного простору ($X_1 \subset X_2 \subset \dots \subset X_n \subset \dots \subset X$). При цьому вважається, що існують лінійні оператори Φ_n , що взаємно однозначно відображують X_n на \tilde{X}_n , а також лінійні оператори $\bar{\Phi}_n$, що є розширеннями операторів Φ_n на X ($\bar{\Phi}_n(X_n) = \Phi_n(X_n)$), зокрема може бути $\bar{\Phi}_n = \Phi_n P_n$, де P_n — лінійний проєктор, що переводить X на X_n ($P_n(X) = X_n$, $P_n y_n = y_n$ для $y_n \in X_n$). Припускається також, що виконуються умови «близькості»

$$\|\tilde{T}_n \tilde{y}_n - \bar{\Phi}_n T \Phi_n^{-1} \tilde{y}_n\|_{\tilde{X}_n} \leq \tilde{\eta}'_n \|\tilde{y}_n\|_{\tilde{X}_n}, \quad (10)$$

$$\|P_n T y - T y\|_X \leq \eta''_n \|y\|_X, \quad (11)$$

$$\|P_n g - g\|_X \leq \eta_n \|g\|_X \quad (12)$$

для всіх $\tilde{y}_n \in \tilde{X}_n$, $y \in X$, причому $\tilde{\eta}'_n$, η''_n , $\eta_n \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$. Тоді за умов існування обмеженого оберненого оператора $(I - T)^{-1}$, якщо $\tilde{g}_n = \bar{\Phi}_n g$ ($n = 1, 2, \dots$) та $\|\Phi_n^{-1} \tilde{\eta}'_n\|_{\Phi_n} \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$, кожне з рівнянь (9), починаючи з деякого номера $n = n_0$, має єдиний розв'язок \tilde{y}_n^* та послідовність $\{\Phi_n^{-1} \tilde{y}_n^*\}$, $n \geq n_0$ збігається до розв'язку y^* рівняння (8) при $n \rightarrow \infty$ [8]. Якщо до того ж послідовність обернених операторів $(I - \tilde{T}_n)^{-1}$, $n \geq n_0$ рівномірно по n обмежена, тобто $\|(I - \tilde{T}_n)^{-1}\| \leq \tilde{C}$ для вказаних номерів n , то виконується умова

$$\|\tilde{T}_n \bar{\Phi}_n y^* - \bar{\Phi}_n T y^*\|_{\tilde{X}_n} \leq \tilde{\beta}_n, \quad \beta_n \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty, \quad (13)$$

то сама послідовність $\{\tilde{y}_n^*\}$, $n \geq n_0$ збігається до елемента $\bar{\Phi}_n y^*$ при $n \rightarrow \infty$ з оцінкою похибки

$$\|\tilde{y}_n^* - \bar{\Phi}_n y^*\|_{\tilde{X}_n} \leq \tilde{C} \tilde{\beta}_n. \quad (14)$$

Справді, інтегральне рівняння (4) з $q = 0$ можна розглядати як операторне рівняння виду (8) у просторі $X = C[a, b]$ неперервних на відрізьку

$[a, b]$ функцій з нормою $\|y\|_X = \max_{a \leq s \leq b} |y(s)|$, а СЛАР (7') щодо наближених значень розв'язку рівняння (4) у точках розбиття s_1, s_2, \dots, s_{N_n} відрізка $[a, b]$ можна розглядати як рівняння вигляду (9) у просторі $\tilde{X}_n = R^{N_n}$ векторів $\tilde{y}_n = (y_1, y_2, \dots, y_{N_n})$ з нормою $\|\tilde{y}_n\|_{\tilde{X}_n} = \max_{1 \leq j \leq N_n} |y_j|$. Підпростори $X_n \subset X$ можна обирати різні для різних квадратурних формул. У випадку квадратурної формули трапецій за X_n природно обрати підпростір неперервних функцій $y_n(s)$, лінійних на кожному з проміжків $[s_j, s_{j+1}]$, $j = \overline{1, N_n - 1}$:

$$y_n(s) = y_j + \frac{s - s_j}{s_{j+1} - s_j} (y_{j+1} - y_j), \quad s_j \leq s \leq s_{j+1}. \quad (15)$$

Кожна така функція може бути одержана інтерполюванням таблиці значень y_1, y_2, \dots, y_{N_n} поліномом першого ступеню на частковому проміжку $[s_j, s_{j+1}]$. Тим самим визначене відображення Φ_n^{-1} простору \tilde{X}_n на X_n . Оператор Φ_n здійснює обернене відображення: кожній неперервній функції $y_n(s) \in X_n$ виду (15) він ставить у відповідність вектор $\tilde{y}_n = (y_1, y_2, \dots, y_{N_n})$ її значень у вузлах s_j , $j = \overline{1, N_n}$ відрізка $[a, b]$. Що стосується відображення $\overline{\Phi}_n$, то воно кожній функції $y(s) \in C[a, b]$ ставить у відповідність вектор $\tilde{y}_n = (y(s_1), y(s_2), \dots, y(s_{N_n}))$, її значень у вузлах s_1, s_2, \dots, s_{N_n} відрізка $[a, b]$. Легко помітити, що $\|y_n\|_X = \|\tilde{y}_n\|_{\tilde{X}_n}$, тобто простори X_n й \tilde{X}_n ізометричні, звідки, зокрема, випливає, що $\|\Phi_n\| = \|\Phi_n^{-1}\| = 1$. Можна показати так само, як у роботі [9], що умови збіжності проекційного методу щодо рівняння (4) також виконуються.

Розглянемо питання про застосування проекційно-ітераційного підходу до розв'язання інтегрального рівняння (4). Для кожної з «наближених» задач (7') (або, що те ж саме, «наближених» рівнянь (9), починаючи з деякого номера $n = n_0$) будуватимемо за допомогою деякого ітераційного процесу, визначеного оператором \tilde{Q} , лише декілька (k_n) наближень $\tilde{y}_n^{(k)}$ ($k = 1, 2, \dots, k_n$), останнє з яких братимемо з використанням кусково-лінійної інтерполяції за початкове наближення в ітераційному процесі для наступної, $(n + 1)$ -ї «наближеної» задачі:

$$\tilde{y}_n^{(k+1)} = \tilde{Q}(\tilde{y}_n^{(k)}; \tilde{T}_n; \tilde{g}_n), \quad \tilde{y}_{n+1}^{(0)} = \Phi_{n+1} \Phi_n^{-1} \tilde{y}_n^{(k_n)}, \quad (16)$$

$$(k = 0, 1, \dots, k_n - 1; \quad n \geq n_0; \quad \tilde{y}_1^{(0)} \in \tilde{X}_1).$$

Щодо оператора \tilde{Q} припускатимемо, що він монотонний, тобто для всіх $\tilde{y}_n \in \tilde{X}_n$

$$\|\tilde{Q}(\tilde{y}_n; \tilde{T}_n; \tilde{g}_n) - \tilde{y}_n^*\|_{\tilde{X}_n} \leq \tilde{q}_n \|\tilde{y}_n - \tilde{y}_n^*\|_{\tilde{X}_n}, \quad 0 < \tilde{q}_n < 1, \quad (17)$$

причому $\tilde{q}_n \leq \tilde{q} < 1$ для будь-якого $n \geq n_0$. Збіжність послідовності наближень $\{\Phi_n^{-1} \tilde{y}_n^{(k_n)}\}$, визначеної за формулами (16), до розв'язку y^* рівняння (8) при $n \rightarrow \infty$ досліджено в [8]. У цій роботі, зокрема, коли T є оператором стискування на X ($\|T\| \leq q$, $0 < q < 1$) та виконанні умови (10)–(12), доведено збіжність проєкційно-ітераційного методу, що походить від методу послідовних наближень:

$$\tilde{y}_n^{(k+1)} = \tilde{T}_n \tilde{y}_n^{(k)} + \tilde{g}_n, \quad \tilde{y}_{n+1}^{(0)} = \Phi_{n+1} \Phi_n^{-1} \tilde{y}_n^{(k_n)}$$

$$(k = 0, 1, \dots, k_n - 1; \quad n \geq n_0; \quad \tilde{y}_1^{(0)} \in \tilde{X}_1)$$

та отримано відповідну оцінку похибки $\|\Phi_n^{-1} \tilde{y}_n^{(k_n)} - y^*\|_{\tilde{X}_n}$.

Збіжність послідовностей $\{\Phi_n^{-1} \tilde{y}_n^{(k_n)}\}$ до y^* та $\{\tilde{y}_n^{(k_n)}\}$ до $\overline{\Phi}_n y^*$ при $n \rightarrow \infty$, як впливає із доведення теорем про збіжність проєкційно-ітераційних методів [8], має місце за довільним вибором чисел k_n , зокрема всі числа k_n можуть бути рівними 1. Однак зі зростанням n збільшується обсяг обчислювальної роботи, необхідної для знаходження чергового наближення. Тому потрібно прагнути того, щоб завдяки належного вибору k_n за можливістю максимально наблизитися до шуканого розв'язку при цьому n ($n \geq n_0$) і тільки тоді переходити до «наближеної» задачі вищої розмірності. Деякі рекомендації щодо цього наведено в роботі [8].

Розглянемо спосіб доцільного вибору чисел k_n , виходячи із заданої точності $\varepsilon_n > 0$ ітераційного процесу при розв'язуванні «наближених» рівнянь (9). Очевидно, у ролі ε_n для n -го «наближеного» рівняння ($n \geq n_0$) виступає $\tilde{q}_n^{k_n}$, оскільки через умову монотонності (17)

$$\|\tilde{y}_n^{(k_n)} - \tilde{y}_n^*\|_{\tilde{X}_n} \leq \tilde{q}_n^{k_n} \|\tilde{y}_n^{(0)} - \tilde{y}_n^*\|_{\tilde{X}_n}, \quad 0 < \tilde{q}_n < 1.$$

З урахуванням оцінки (14)

$$\|\tilde{y}_n^{(k_n)} - \overline{\Phi}_n y^*\|_{\tilde{X}_n} \leq \|\tilde{y}_n^{(k_n)} - \tilde{y}_n^*\|_{\tilde{X}_n} + \|\tilde{y}_n^* - \overline{\Phi}_n y^*\|_{\tilde{X}_n} \leq \tilde{q}_n^{k_n} \|\tilde{y}_n^{(0)} - \tilde{y}_n^*\|_{\tilde{X}_n} + \tilde{C} \tilde{\beta}_n.$$

Оскільки $\tilde{q}_n^{k_n} \rightarrow 0$ при $k_n \rightarrow \infty$, а величина $\tilde{C} \tilde{\beta}_n$, як видно з умови (13), постійна при даному n , то порядок $\|\tilde{y}_n^{(k_n)} - \overline{\Phi}_n y^*\|_{\tilde{X}_n}$ визначається величиною $\tilde{C} \tilde{\beta}_n$. Тому число k_n достатньо обрати таким, щоб $\tilde{C} \tilde{\beta}_n$ та $\tilde{q}_n^{k_n} \|\tilde{y}_n^{(0)} - \tilde{y}_n^*\|_{\tilde{X}_n}$ мали однаковий порядок мализни, наприклад, найменше з чисел k , що справджують нерівність $\tilde{q}_n^k \leq C \tilde{\beta}_n$, де C — стала. Звідси випливає, що за точність ε_n ітераційного процесу при даному n розумно взяти величину порядку $\tilde{\beta}_n$, яка стосовно до задачі, що розглядається за суттю є величиною порядку апроксимації інтегрального рівняння (4) його скінченновимірним аналогом (7').

Для багатьох ітераційних методів, як показано, наприклад у [10], справедливі наближені формули для визначення числа ітерацій, що забезпечують задану точність. Ці формули можна застосовувати до СЛАР (7') для знаходження k_n . Слід відзначити однак, що в деяких випадках отримані оцінки для k_n можуть виявитися сильно завищеними, що небажано, оскільки, починаючи з деякого моменту, збільшення числа ітерацій не призводить до істотного покращення чергових наближень щодо розв'язку вихідного рівняння. Тому іноді доцільно буває задавати числа k_n апіорно, виходячи з експерименту та практичного досвіду.

Подамо проекційно-ітераційний алгоритм розв'язання некоректного інтегрального рівняння вигляду (1), який базується на методі регуляризації Тихонова зі способом відносної похибки визначення параметру регуляризації, з використанням сіткового методу як методу проекційного типу та загального монотонного ітераційного процесу, визначеного оператором \tilde{Q} .

ПРОЕКЦІЙНО-ІТЕРАЦІЙНИЙ АЛГОРИТМ

Підготовчий етап

Задаємо точність $\varepsilon > 0$ обчислень у проекційно-ітераційному алгоритмі, фіксовану кількість m значень $\alpha_1^{(n)}, \alpha_2^{(n)}, \dots, \alpha_m^{(n)}$ ($m > 1$) параметра регуляризації α , що будуть використовуватись на кожному n -му кроці алгоритму ($n \geq 1$), початкове значення α_0 та обмежуюче (достатньо мале) значення α_{lim} параметра регуляризації.

Етап 1. Задаємо спадаючу послідовність значень параметра регуляризації α (таку, що $\alpha_i^{(1)} \geq \alpha_{\text{lim}}$, $i = \overline{1, m}$) за формулами: $\alpha_i^{(1)} = \theta \alpha_{i-1}^{(1)}$, $i = \overline{2, m}$, $0 < \theta < 1$; $\alpha_1^{(1)} = \alpha_0$.

Обираємо на відрізьку $[a, b]$ s -сітку вузлів s_j , $j = \overline{1, N_1}$ та x -сітку вузлів x_i , $i = \overline{1, M_1}$ та задаємо на s -сітці довільне початкове наближення $\tilde{y}_1^{(0)} = (y_1^{(0)}, y_2^{(0)}, \dots, y_{N_1}^{(0)})$ в ітераційному процесі (16) для розв'язання відповідної СЛАР (7'), де $y_j^{(0)}$ ($j = \overline{1, N_1}$) — наближене значення розв'язку $y_\alpha(s)$ рівняння (4) у вузлі $s_j \in [a, b]$ при заданому α . Покладаємо номер кроку $n = 1$.

Етап 2. Визначаємо точність $\varepsilon_n > 0$ закінчення ітераційного процесу на цьому кроці за правилом: $\varepsilon_n = C \tau_n^2$, де C — деяка стала, $\tau_n = \max \{h^{(n)}, d^{(n)}\}$, $h^{(n)} = \max_{2 \leq j \leq N_n} (s_j - s_{j-1})$ — діаметр s -розбиття, $d^{(n)} = \max_{2 \leq i \leq M_n} (x_i - x_{i-1})$ — діаметр x -розбиття відрізьку $[a, b]$. Для кожного значення $\alpha = \alpha_i^{(n)}$, $i = \overline{1, m}$, виходячи з початкового наближення $\tilde{y}_n^{(0)}$, будемо ітераційним методом декілька ($k_{\alpha_i^{(n)}}$) наближень $\tilde{y}_n^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots, k_{\alpha_i^{(n)}}$ до

досягнення точності обчислень $\varepsilon_n > 0$, а також знаходимо відносну похибку

$$\left\| \tilde{y}_n^{(k, \alpha_i^{(n)})} - \tilde{y}_n^{(k, \alpha_{i-1}^{(n)})} \right\|_{\tilde{X}_n} \left\| \tilde{y}_n^{(k, \alpha_i^{(n)})} \right\|_{\tilde{X}_n}^{-1}, \quad i = \overline{2, m}$$

останнього з побудованих наближень. Наближений розв'язок $\tilde{y}_n^{(k, \alpha_i^{(n)})}$ ($i = \overline{2, m}$) з найменшою відносною похибкою (або $\tilde{y}_n^{(k, \alpha_1^{(n)})}$, якщо $m = 1$) та відповідне значення параметра α (яке будемо позначати $\alpha_{\text{opt}}^{(n)}$) беремо за оптимальні на цьому кроці. Якщо $\varepsilon_n \leq \varepsilon$, то переходимо до етапу 4.

Етап 3. Збільшуємо номер кроку: $n := n + 1$. Задаємо послідовність значень параметра регуляризації α (таку, що $\alpha_i^{(n)} \geq \alpha_{\text{lim}}$, $i = \overline{1, m}$) за формулами:

$$\alpha_i^{(n)} = \theta \alpha_{i-1}^{(n)}, \quad i = \overline{2, m}, \quad 0 < \theta < 1; \quad \alpha_1^{(n)} = \alpha_{\text{opt}}^{(n-1)}.$$

Якщо виявляється при деякому із зазначених номерів $i = i_0$, що $\alpha_{i_0}^{(n)} < \alpha_{\text{lim}}$, то покладаємо на цьому кроці алгоритму $m := i_0 - 1$ та побудова значень параметра α завершується. Проводимо дискретизацію рівняння (4) на s -сітці вузлів s_j , $j = \overline{1, N_n}$ та x -сітці вузлів x_i , $i = \overline{1, M_n}$ на відрізьку $[a, b]$, де $N_n \geq N_{n-1}$, $M_n \geq M_{n-1}$ і хоча б одна з останніх двох нерівностей виконується строго. Здійснюємо кусково-лінійну інтерполяцію наближеного розв'язку $\tilde{y}_{n-1}^{(k, \alpha_{\text{opt}}^{(n-1)})}$, отриманого на попередньому кроці, за допомогою формули (15) та задаємо початкове наближення $\tilde{y}_n^{(0)} = (y_1^{(0)}, y_2^{(0)}, \dots, y_{N_n}^{(0)})$ в ітераційному процесі для відповідної СЛАР (7'), де $y_j^{(0)}$ — значення інтерполюючої функції $y_{n-1}(s)$ вигляду (15) у вузлі $s_j \in [a, b]$, $j = \overline{1, N_n}$.
Переходимо до етапу 2.

Етап 4. Кінець алгоритму.

АНАЛІЗ ОДЕРЖАНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Практична збіжність проекційно-ітераційного алгоритму розв'язання некооректних інтегральних рівнянь вигляду (1) досліджувалась на декількох модельних задачах, зокрема таких:

$$\int_{-1}^x y(s) ds = e^{x+1}(1 + \sigma), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad \text{точний розв'язок — } y^*(s) = e^{s+1}; \quad (18)$$

$$\int_0^x y(s) ds = \cos x(1 + \sigma), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad \text{точний розв'язок — } y^*(s) = -\sin s; \quad (19)$$

$$\int_0^x y(s) ds = x^2(1 + \sigma), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad \text{точний розв'язок — } y^*(s) = 2s, \quad (20)$$

де $-1 < \sigma < 1$ — деяка мала величина.

Для розв'язання задач (18)–(20) було застосовано різні обчислювальні схеми проекційно-ітераційного алгоритму, основанийого на сітковому методі та методі простої ітерації (МПІ): із використанням двох стратегій вибору параметра регуляризації α під час розв'язання інтегрального рівняння (4) (способу нев'язки та способу відносної похибки розв'язку) з варіацією кількості m його значень $\alpha_1^{(n)}, \alpha_2^{(n)}, \dots, \alpha_m^{(n)}$ на кожному n -му кроці алгоритму, різних способів вибору чисел k_n (апріорного та з урахуванням точності обчислень ε_n), різних правил формування порядку дискретизації рівняння (4) на черговому кроці алгоритму ($N_n = \psi(N_{n-1}), M_n = \varphi(M_{n-1})$). Проекційно-ітераційні модифікації (ПІМ) методу Тихонова було порівняно з класичним методом Тихонова розв'язання вихідного рівняння при відповідному фіксованому найбільшому порядку дискретизації з застосуванням двох методів наближеного розв'язання відповідної СЛАР (7') (МПІ та методу Гауса).

Результати обчислювальних експериментів на прикладі розв'язання модельної задачі (18) з найбільшим порядком дискретизації $N = M = 50$ та $\varepsilon = 0,001$ подано в таблиці.

Таблиця. Результати експериментів за трьома обчислювальними стратегіями

Назва методу регуляризації	Метод розв'язання СЛАР	Час розрахунку, с	α_{opt}	Норма наближеного розв'язку	Абсолютна похибка розв'язку	Відносна похибка розв'язку
Метод Тихонова (за нев'язкою)	Метод Гауса	93,8	0,001	38,7026	6,2227	0,1569
	МПІ	86,2	0,01	37,5862	2,8634	0,0722
Метод Тихонова (за відотною похибкою)	Метод Гауса	93,9	0,01	37,6786	1,9678	0,0497
	МПІ	101,8	0,01	37,6782	1,9672	0,0496
ПІМ методу Тихонова (за нев'язкою)	МПІ	43,6	0,01	36,5139	0,6088	0,0161

Аналізуючи результати розрахунків, можна зробити висновки, що:

- класичний метод Тихонова з вибором параметра регуляризації за нев'язкою працює швидше за метод із вибором параметра регуляризації за відотною похибкою розв'язку, особливо під час застосування МПІ до розв'язання СЛАР;
- наближені розв'язки, отримані за допомогою методів Гауса та простої ітерації розв'язання СЛАР, відрізняються між собою незначно, але точнішими для розглянутих модельних задач є розв'язки, отримані за допомогою МПІ;
- проекційно-ітераційні алгоритми працюють у півтора-два рази швидше, ніж класичний метод Тихонова;
- чисельні результати, отримані за допомогою проекційно-ітераційних алгоритмів, порівняно з результатами застосування методу Тихонова;

- ПІМ методу Тихонова має практичну збіжність (збільшення порядку дискретизації збільшує час роботи алгоритмів, але при цьому збільшується точність наближених розв'язків);
- оптимальне значення α_{opt} параметра регуляризації в проекційно-ітераційному алгоритмі не залежить від початкового значення α_0 в числовій послідовності $\alpha_1^{(1)} = \alpha_0, \alpha_2^{(1)}, \dots, \alpha_m^{(1)}$ ($\alpha_i^{(1)} = \theta \alpha_{i-1}^{(1)}, i = \overline{2, m}, 0 < \theta < 1$) на першому кроці алгоритму.

ВИСНОВКИ

Аналіз результатів свідчить про те, що проекційно-ітераційний підхід щодо розв'язання некоректних інтегральних рівнянь призводить до зменшення обчислювальних витрат на побудову наближень, а також забезпечує більшу точність отриманих наближених розв'язків. Для автора у подальшому постає цікавим питання про застосування проекційно-ітераційних алгоритмів регуляризації до розв'язання деяких практичних некоректних задач.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бухгейм А.Л. Уравнения Вольтерра и обратные задачи. — Новосибирск: Наука, 1983. — 240 с.
2. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979. — 288 с.
3. Лаврентьев М.М., Савельев Л.Я. Линейные операторы и некорректные задачи. — М.: Наука, 1991. — 331 с.
4. Балашова С.Д. Проекционно-итерационные методы решения уравнений в нормированных пространствах: автореф. дис. на соиск. учен. степ. канд. физ.-мат. наук. — Д., 1974. — 20 с.
5. Апарцин А.С. О численном решении интегральных уравнений Вольтерра 1-го рода регуляризованным методом квадратур // Методы оптимизации и их приложения. — 1979. — Вып. 9. — С. 99–107.
6. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. — К.: Наук. думка, 1986. — 544 с.
7. Канторович Л.В. Функциональный анализ и прикладная математика // УМН. — 1948. — Вып. 6. — С. 89–185.
8. Балашова С.Д. Приближенные методы решения операторных уравнений. — Д.: ДГУ, 1980. — 112 с.
9. Тавадзе Л.Л. О проекционной реализации метода Ньютона-Канторовича для решения нелинейных интегральных уравнений. — Днепропетровск: Изд-во Днепропетровского гос. ун-та, 1996. — 15 с.
10. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. — М.: Наука, 1978. — 592 с.

Надійшла 31.03.2011



МЕТОДИ АНАЛІЗУ ТА УПРАВЛІННЯ СИСТЕМАМИ В УМОВАХ РИЗИКУ І НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

УДК 518.9

КОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ РИСКА БАНКРОТСТВА КОРПОРАЦІЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ. ЧАСТЬ 1

М.З. ЗГУРОВСКИЙ, Ю.П. ЗАЙЧЕНКО

Изложены различные модели и методы анализа риска банкротства предприятий. Рассмотрены классический метод дискриминантного анализа Альтмана и нечетко-множественный метод анализа риска банкротства Недосекина. Проведены экспериментальные исследования рассмотренных четких и нечетких методов анализа риска банкротства на примере предприятий Украины, оценена их эффективность и определен наиболее адекватный метод.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из актуальных проблем, связанных со стратегическим менеджментом и планированием является анализ финансового состояния и оценка риска банкротства предприятия (корпорации). Своевременное выявление признаков возможного банкротства позволяет руководству принимать срочные меры по исправлению финансового состояния и снижению риска банкротства.

В течение многих лет *классические статистические методы* широко использовались для прогнозирования рисков банкротства. Эти модели также имеют название одномерных методов классификации или статистических моделей. Они включают процедуру классификации, которая относит ту или иную компанию к группе потенциальных банкротов, или к группе компаний с благоприятным финансовым положением с определенной мерой точности. Применяя эти модели, могут возникать два типа ошибок. *Ошибка первого типа* возникает тогда, когда фирма-банкрот классифицируется как фирма с благоприятным финансовым положением. *Ошибка второго типа* возникает тогда, когда предприятие с нормальным финансовым состоянием классифицируется как потенциальный банкрот. Обе ошибки могут привести к серьезным последствиям и убыткам. Например, если кредитное учреждение откажет компаниям со «здоровой» финансовой ситуацией в предоставлении кредита в связи с допущением ошибки 2-го типа, то это может привести к потерям будущей прибыли этой компанией. Такую ошибку часто называют «*коммерческим риском*». И наоборот, если кредитное учреждение примет решение о предоставлении кредита компании, которая является потенциальным банкротом (ошибка 1-го типа), то это может привести к потерям процентов по кредиту, значительной части ссудных средств, альтерна-

тивной стоимости и т.д. Поэтому такую ошибку называют «кредитным риском».

Цель работы — рассмотрение и сравнительный анализ эффективности применения различных методов и подходов к оценке риска банкротства предприятий применительно к экономике Украины.

МОДЕЛИ ОЦЕНКИ РИСКА БАНКРОТСТВА НА ОСНОВЕ МНОГОМЕРНОГО ДИСКРИМИНАНТНОГО АНАЛИЗА

В настоящее время существует несколько общепризнанных методов и методик оценки риска банкротства. Наиболее известной и широко применяемой является *методика профессора Альтмана* [1, 2].

Z-модель Альтмана представляет собой статистическую модель, которая на основе оценки показателей финансового состояния и платежеспособности компании позволяет оценить риск банкротства и разделить хозяйственные субъекты на потенциальных банкротов и не банкротов. Вместе с тем модель Альтмана имеет ряд недостатков, и ее применение для экономики Украины сопряжено с определенными трудностями. Поэтому в последние годы разрабатываются альтернативные подходы и методы, учитывающие специфику анализа и принятия решений в условиях неопределенности. К их числу относятся аппарат нечетких множеств и нечеткие нейронные сети (ННС).

Модель Альтмана построена с использованием аппарата мультипликативного дискриминантного анализа (МДА), который позволяет подобрать такие показатели, дисперсия которых между группами была бы максимальной, а внутри группы минимальной. В данном случае классификация проводилась по двум группам компаний, одни из которых позднее обанкротились, а другие, наоборот, смогли выстоять и упрочить свое финансовое положение.

В результате МДА была построена модель Альтмана (Z-счет), имеющая следующий вид [3]:

$$Z = 1,2K_1 + 1,4K_2 + 3,3K_3 + 0,6K_4 + 1,0K_5, \quad (1)$$

где K_1 — собственный оборотный капитал/сумма активов; K_2 — нераспределенная прибыль/сумма активов; K_3 — прибыль до уплаты процентов/сумма активов; K_4 — рыночная стоимость собственного капитала/стоимость заемного капитала; K_5 — объем продаж/сумма активов.

В результате подсчета Z-показателя для конкретного предприятия делается заключение: если $Z < 1,81$, то очень высока вероятность банкротства; если $1,81 \leq Z \leq 2,7$, то высока вероятность банкротства; если $2,7 \leq Z \leq 2,99$, то возможно банкротство; если $Z \geq 3,0$, то вероятность банкротства крайне мала.

Модель Альтмана дает достаточно точный прогноз вероятности банкротства с временным интервалом 1–2 года.

В результате проведения дискриминантного анализа по группе предприятий, которые заявили о своем банкротстве по финансовым показателям,

взятым за год до дефолта, был верно смоделирован этот факт в 31 случае из 33 (94,5 %), и в 2 — сделана ошибка (6 %). По второй группе предприятий, которые не обанкротились, модель ошибочно спрогнозировала банкротство только в одном случае (3 %), а в оставшихся 32 (97 %) была допущена очень низкая вероятность банкротства, что и подтвердилось фактически. Соответствующие результаты приведены в табл. 1.

Таблица 1. Результаты прогноза по модели Альтмана за год до банкротства

Группа	Количество компаний	Прогноз: принадлежность к группе 1	Прогноз: принадлежность к группе 2
1 Обанкротившиеся компании	33	31 (94,0 %)	2 (6,0 %)
2 Компании, которые не обанкротились	33	1 (3,0 %)	32 (97,0 %)

Аналогичные расчеты были проведены на основе финансовых показателей за два года до банкротства. Как видно из табл. 2, результаты оказались размытыми, особенно по группе предприятий, которые заявили о своем дефолте, тогда как по группе 2 достоверность расчетов осталась приблизительно на том же уровне. Общая точность классификации по модели Альтмана составляет 95 % за год и 82 % за два года до банкротства.

Таблица 2. Результаты прогноза по модели Альтмана (за два года до банкротства)

Группа	Количество компаний	Прогноз: принадлежность к группе 1	Прогноз: принадлежность к группе 2
1 Обанкротившиеся компании	33	23 (72,0 %)	9 (28,0 %)
2 Компании, которые не обанкротились	33	2 (6,0 %)	31 (94,0 %)

Учитывая то, что приведенный выше Z-счет пригоден лишь для больших предприятий, акции которых котируются на бирже, в 1985 г. Е. Альтман предложил новую модель, которая позволяет исправить данный недостаток. Ниже приведена формула для определения вероятности прогнозирования банкротства для предприятий, акции которых не представлены на бирже [4]:

$$Z = 0,717K_1 + 0,847K_2 + 3,107K_3 + 0,42K_4 + 0,995K_5, \quad (2)$$

где K_4 — балансовая стоимость собственного капитала по отношению к должному капиталу.

При $Z < 1,23$ риск банкротства очень большой. Подход Альтмана был многократно использован самим Альтманом и его последователями во многих странах (Великобритания, Франция, Бразилия, Китай и т.д.). Подход Альтмана на основе многомерного дискриминантного анализа далее был развит другими исследователями.

К числу известных моделей прогнозирования риска банкротства относятся следующие модели.

Модель Лиса [2]:

$$Z = 0,063K_1 + 0,092K_2 + 0,057K_3 + 0,001K_4, \quad (3)$$

где K_1 — оборотный капитал/сумма активов; K_2 — прибыль от реализации/сумма активов; K_3 — нераспределенная прибыль/сумма активов; K_4 — рыночная стоимость собственного капитала/заемный капитал.

При $Z < 0,037$ — высока вероятность банкротства.

Модель Спрингейта:

$$Z = 1,3A + 3,07B + 0,66C + 0,4D, \quad (4)$$

где A — оборотный капитал/общая стоимость активов; B — прибыль до уплаты налогов/общая стоимость активов; C — прибыль до уплаты налогов/краткосрочные обязательства; D — объем продаж/общая стоимость активов.

Если значение Z меньше, чем 0,862, то предприятие является потенциальным банкротом с вероятностью 92%. Если $Z < 0$, то предприятие классифицируется как банкрот.

В последние годы были выполнены исследования по применению модели Альтмана для стран СНГ с переходной экономикой. При этом коэффициенты модели должны быть скорректированы с учетом специфики данного типа экономики. К числу наиболее успешных моделей относится модель Давыдовой-Беликова, разработанная для экономики России [5].

Модель Давыдовой–Беликова имеет вид:

$$R = 8,38K_1 + K_2 + 0,054K_3 + 0,63K_4, \quad (5)$$

где K_1 — отношение оборотного капитала к сумме всех активов; K_2 — отношение чистой прибыли к сумме собственного капитала; K_3 — отношение объема продаж (выручки от реализации) к сумме активов (коэффициент оборачиваемости); K_4 — отношение чистой прибыли к себестоимости.

При $R < 0$ — вероятность банкротства максимальна (90–100%); при $R < 0 < 0,18$ — вероятность банкротства высока (60–80%); при $0,18 < R < 0,32$ — вероятность банкротства средняя (35–50%); при $0,32 < R < 0,42$ — вероятность банкротства низкая (15–20%); при $R > 0,42$ — вероятность банкротства минимальна.

Заметим, что МДА базируется на следующих ограничениях [2, 3]:

- независимые переменные, включенные в модель, нормально распределены;
- матрицы дисперсий и ковариаций группы успешных компаний и банкротов равны;
- стоимость неправильной классификации и априорная вероятность неудачи определены.

На практике данные очень редко удовлетворяют всем трем названным выше предположениям, потому часто применение МДА происходит неадек-

ватным образом и правильность результатов, полученных после его применения, стоит под вопросом.

Слабая сторона модели Альтмана состоит в том, что модель является чисто эмпирической, подогнанной по выборке, и не имеет под собой самостоятельной теоретической базы. Кроме того, приведенные коэффициенты должны определяться для различных отраслей промышленности и будут различаться.

В экономике Украины модель Альтмана пока не получила широкого применения по следующим причинам:

- требуется вычисление соответствующих коэффициентов при показателях K_i , $i = 1, 5$, которые, естественно, отличаются от их значений для зарубежных стран;
- информация о финансовом состоянии анализируемых предприятий, как правило, недостоверна, руководство ряда предприятий «сознательно» подправляет свои показатели в финансовых отчетах, что делает невозможным найти достоверные оценки коэффициентов в Z -модели.

Исходя из этого, задача оценки вероятности риска банкротства должна решаться в условиях неопределенности и неполноты исходной информации, и для ее решения предлагается использовать адекватный аппарат принятия решений — нечеткие множества и ННС.

КОМПЛЕКСНАЯ ОЦЕНКА РИСКА БАНКРОТСТВА КОРПОРАЦИИ НА ОСНОВЕ АППАРАТА НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

Рассмотрим матричный метод прогнозирования банкротства корпораций на основе аппарата нечетких множеств, предложенный А.О. Недосекиным [2, 6].

Эксперт строит лингвистическую переменную со своим термножеством значений. Например, «Уровень менеджмента» может иметь следующее термножество значений «очень низкий», «низкий», «средний», «высокий», «очень высокий».

Для того, чтобы конструктивно описать лингвистическую переменную, эксперт выбирает соответствующий количественный признак — например, сконструированный специальным образом показатель уровня менеджмента, который принимает значения от нуля до единицы.

Далее эксперт каждому значению лингвистической переменной, которая по построению является нечетким подмножеством значений интервала $[0, 1]$, ставит в соответствие функцию принадлежности того или иного нечеткого множества. Как правило, это трапециевидальная функция принадлежности. Верхнее основание трапеции соответствует полной уверенности эксперта в правильности классификации, а нижнее — уверенности в том, что никакие иные значения интервала $[0, 1]$ не попадают в выбранное нечеткое множество (рис. 1).

На этом описание лингвистических переменных заканчивается.

Нечетко-множественный метод, известный также, как *матричный метод*, состоит из следующих этапов [2, 6].

Этап 1. Задание лингвистических переменных и нечетких множеств.

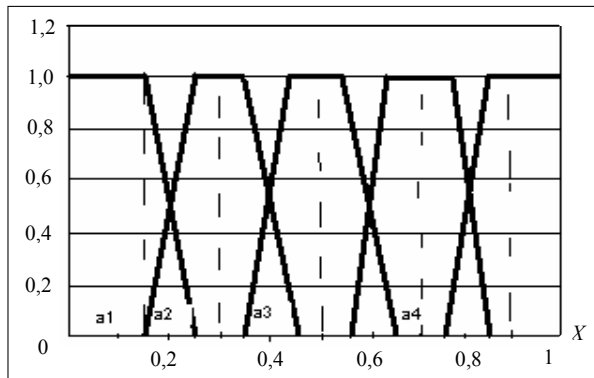


Рис. 1. Трапециевидная функция принадлежности

Шаг 1. Задается лингвистическая переменная E «Состояние предприятия» имеющая пять значений: E_1 — нечеткое подмножество состояний «предельное неблагоприятие»; E_2 — нечеткое подмножество состояний «неблагополучие»; E_3 — нечеткое подмножество состояний «средний уровень»; E_4 — нечеткое

подмножество состояний «относительное благополучие»; E_5 — нечеткое подмножество состояний «предельное благополучие».

Шаг 2. Соответствующая переменной E лингвистическая переменная G «Риск банкротства» также имеет 5 значений: G_1 — нечеткое подмножество состояний «предельный риск банкротства»; G_2 — нечеткое подмножество состояний «степень риска банкротства высокая»; G_3 — нечеткое подмножество состояний «степень риска банкротства средняя»; G_4 — нечеткое подмножество состояний «степень риска банкротства низкая»; G_5 — нечеткое подмножество состояний «риск банкротства незначительный».

Носитель множества G — показатель степени риска банкротства g — принимает значения от нуля до единицы по определению.

Шаг 3. Для отдельного финансового показателя или показателя управления X_i задаем лингвистическую переменную B_i («уровень показателя X_i ») на следующем терм-множестве значений: B_{i1} — подмножество «очень низкий уровень показателя X_i »; B_{i2} — подмножество «низкий уровень показателя X_i »; B_{i3} — подмножество «средний уровень показателя X_i »; B_{i4} — подмножество «высокий уровень показателя X_i »; B_{i5} — подмножество «очень высокий уровень показателя X_i ».

Этап 2. Показатели.

Построим набор отдельных показателей $X = \{X_i\}$ общим числом N , которые по мнению эксперта, с одной стороны влияют на оценку риска банкротства предприятия, а с другой стороны, оценивают разные по природе стороны деловой и финансовой жизни предприятия. Например, в матричном методе используются такие показатели [6]: X_1 — коэффициент автономии (отношение собственного капитала к валюте баланса); X_2 — коэффициент обеспечения оборотных активов собственными средствами (отношение чистого оборотного капитала к оборотным активам); X_3 — коэффициент промежуточной ликвидности (отношение суммы денежных

средств и дебиторской задолженности к краткосрочным пассивам); X_4 — коэффициент абсолютной ликвидности (отношение суммы денежных средств к краткосрочным пассивам); X_5 — оборачиваемость всех активов за год (отношение выручки от реализации к средней выручке за период стоимости активов); X_6 — рентабельность всего капитала (отношение чистой прибыли к средней за период стоимости активов).

Этап 3. Значимость показателей.

Поставим в соответствие каждому показателю X_i уровень его значимости r_i . Для того, чтобы оценить этот уровень, необходимо поставить все показатели по порядку уменьшения их значимости так, чтобы выполнялось соотношение: $r_1 \geq r_2 \geq \dots \geq r_N$.

Если система показателей проранжирована в порядке уменьшения их значимости, то вес i -го показателя r_i необходимо определять по правилу Фишберна:

$$r_i = \frac{2(N - i + 1)}{(N + 1)N}. \quad (6)$$

Если все показатели имеют одинаковый вес, то $r_i = 1/N$.

Этап 4. Классификация степени риска.

Построим классификацию текущего значения g показателя степени риска — как критерий разбиения этого множества на нечеткие подмножества (табл. 3).

Таблица 3. Классификация степени риска

Интервал значений g	Классификация уровня параметра	Степень оценочной уверенности (функция принадлежности)
$0 \leq g \leq 0,15$	G_5	1
$0,15 < g < 0,25$	G_5	$\mu_5 = 10 \times (0,25 - g)$
	G_4	$1 - \mu_5 = \mu_4$
$0,25 \leq g \leq 0,35$	G_4	1
$0,35 < g < 0,45$	G_4	$\mu_4 = 10 \times (0,45 - g)$
	G_3	$1 - \mu_4 = \mu_3$
$0,45 \leq g \leq 0,55$	G_3	1
$0,55 < g < 0,65$	G_3	$\mu_3 = 10 \times (0,65 - g)$
	G_2	$1 - \mu_3 = \mu_2$
$0,65 \leq g \leq 0,75$	G_2	1
$0,75 < g < 0,85$	G_2	$\mu_2 = 10 \times (0,85 - g)$
	G_1	$1 - \mu_2 = \mu_1$
$0,85 \leq g \leq 1,0$	G_1	1

Этап 5. Классификация значений показателей.

Построим классификацию текущих значений показателей X как критерий разбиения полного множества их значений на нечеткие подмножества вида B . Один из примеров такой классификации приведен ниже в табл. 4. В клетках таблицы стоят трапецеидальные нечеткие числа, которые характеризуют соответствующие функции принадлежности.

Таблица 4. Классификация отдельных финансовых показателей

Показатель	Т-числа $\{T\}$ для значений лингвистической переменной «Величина параметра»				
	«очень низкий»	«низкий»	«средний»	«высокий»	«очень высокий»
X_1	(0, 0, 0,1, 0,2)	(0,1, 0,2, 0,25, 0,3)	(0,25, 0,3, 0,45, 0,5)	(0,45, 0,5, 0,6, 0,7)	(0,6, 0,7, 1, 1)
X_2	(-1, -1, -0,005, 0)	(-0,005, 0, 0,09, 0,11)	(0,09, 0,11, 0,3, 0,35)	(0,3, 0,35, 0,45, 0,5)	(0,45, 0,5, 1, 1)
X_3	(0, 0, 0,5, 0,6)	(0,5, 0,6, 0,7, 0,8)	(0,7, 0,8, 0,9, 1)	(0,9, 1, 1,3, 1,5)	(1,3, 1,5, ∞ , ∞)
X_4	(0, 0, 0,02, 0,03)	(0,02, 0,03, 0,08, 0,1)	(0,08, 0,1, 0,3, 0,35)	(0,3, 0,35, 0,5, 0,6)	(0,5, 0,6, ∞ , ∞)
X_5	(0, 0, 0,12, 0,14)	(0,12, 0,14, 0,18, 0,2)	(0,18, 0,2, 0,3, 0,4)	(0,3, 0,4, 0,5, 0,8)	(0,5, 0,8, ∞ , ∞)
X_6	($-\infty$, $-\infty$, 0, 0)	(0, 0, 0,006, 0,01)	(0,006, 0,01, 0,06, 0,1)	(0,06, 0,1, 0,225, 0,4)	(0,225, 0,4, ∞ , ∞)

Этап 6. Оценка уровня показателей.

Проведем оценку текущего уровня показателей и сведем полученные результаты в табл. 5.

Таблица 5. Текущий уровень показателей

Показатель	X_1	...	X_i	...	X_N
Текущее значение	x_1	...	x_i	...	x_N

Этап 7. Классификация уровня показателей.

Проведем классификацию текущих значений x по критерию табл. 4, построенной на этапе 5. Результатом проведенной классификации есть таблица значений λ_{ij} — уровней принадлежности носителя x_i нечетким подмножествам B_j .

Этап 8. Оценка степени риска.

Выполним вычислительные операции для оценки степени риска банкротства g :

$$g = \sum_{j=1}^5 g_j \sum_{i=1}^N r_i \lambda_{ij} , \tag{7}$$

где

$$g_j = 0,9 - 0,2 * (j - 1) . \tag{8}$$

Смысл применения формул (7) и (8) состоит в следующем. Сначала оцениваем вес того или иного подмножества из B в оценке состояния корпорации E и в оценке степени риска G . Эти веса далее принимают участие во внешней сумме для определения среднего значения показателя g , где g_j — не что иное, как средняя оценка g из соответствующего диапазона табл. 3 (этап 4).

Этап 9. Лингвистическое распознавание.

Классифицируем полученное значение степени риска на базе данных табл. 4. Результатом классификации являются лингвистическое описание степени риска банкротства и степени уверенности эксперта в правильности его классификации.

Основные достоинства нечетко-множественного матричного метода состоят в следующем:

- возможность использования, кроме количественных, качественных факторов;
- учет неточной, приблизительной информации о значениях факторов.

**АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ДЕЙСТВУЮЩЕГО ПРЕДПРИЯТИЯ
НА ОСНОВЕ ПОДХОДА АЛЬТМАНА**

В качестве примера применения выше изложенных методов рассмотрим энергоснабжающую компанию, которая реально существует и функционирует в Украине. Анализ будем проводить за два отчетных года 2009 и 2010 на основе финансовых показателей.

Для анализа предприятия будем использовать формулу (1).

Для этого определим значения переменных: X_1 — оборотный капитал/сумма активов $\left(\frac{\text{ф.1(р.260 - р.620)}}{\text{ф.1р.280}} \right)$; X_2 — нераспределенная прибыль/сумма активов $\left(\frac{\text{ф.1р.350}}{\text{ф.1р.280}} \right)$; X_3 — операционная прибыль/сумма активов $\left(\frac{\text{ф.2р.010}}{\text{ф.1р.280}} \right)$; X_4 — балансовая стоимость капитала/заимствованный капитал $\left(\frac{\text{ф.1р.380}}{\text{ф.1(р.640 - р.380)}} \right)$; X_5 — отношение выручки/сумма активов $\left(\frac{\text{ф.2р.050(ф.2.055)}}{\text{ф.1р.280}} \right)$.

Соответствующие результаты приведены в табл. 6.

Таблица 6. Результаты вычислений значений показателей

Название показателя	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$Z_{2009(2010)}$
Текущее значение 2009 г.	-0,09555	-0,1534	0,12773	0,097544	0,070147	3,8809
Текущее значение 2009 г.	0,028968	-0,1355	0,103273	0,098317	0,097018	3,2525

Таким образом, следующие значения Z -показателя равны: $Z_{2009} = 3,8809$; $Z_{2010} = 3,2525$.

Сравним полученные значения Z_{2009} и Z_{2010} с критерием Альтмана: если $Z < 1,23$, то высокая степень банкротства; если $1,23 \leq Z < 2,89$, то средняя степень банкротства; если $Z > 2,89$, то низкая степень банкротства.

Как мы видим, полученные значения свертки по Альтману для обоих лет указывают на то, что предприятие является финансово стабильным.

АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ДЕЙСТВУЮЩЕГО ПРЕДПРИЯТИЯ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКО-МНОЖЕСТВЕННОГО ПОДХОДА

Рассмотрим предприятие, анализ которого проделан выше, с использованием модели Альтмана.

Этап 1. Лингвистические переменные и нечеткие подмножества.

Определим множества **E**, **G** и **B**. Обозначим Лингвистической переменной **E** «Состояние предприятия».

Далее определим лингвистическую переменную **G** «Риск банкротства», которая соответствует переменной **E**, и также имеет пять значений.

Для произвольного финансового или управленческого показателя X_i задаем лингвистическую переменную B_i — «Уровень показателя X_i » на следующем множестве значений: «очень низкий уровень показателя X_i »; «низкий уровень показателя X_i »; «средний уровень показателя X_i »; «высокий уровень показателя X_i »; «очень высокий уровень показателя X_i ».

Этап 2. Показатели.

Строим набор отдельных показателей $X = \{X_i\}$ общим количеством N , которые по усмотрению эксперта-аналитика влияют на оценку риска банкротства предприятий и оценивают различные по природе аспекты деловой и финансовой жизни предприятия, причем показатели не должны дублировать друг друга с точки зрения их значимости для анализа.

Выберем систему из тех самых шести следующих показателей: X_1 — коэффициент автономии; X_2 — коэффициент обеспеченности оборотных активов собственными средствами; X_3 — коэффициент промежуточной ликвидности; X_4 — коэффициент абсолютной ликвидности; X_5 — коэффициент оборачиваемости активов; X_6 — рентабельность всего капитала.

Этап 3. Значимость.

Сопоставим каждому показателю X_i уровень его значимости для анализа r_i . В нашем случае все показатели равнозначны, следовательно $r_i = 1/6$.

Этап 4. Классификация степени рисков.

Построим классификацию текущего значения g — показателя степени риска как критерий разбиения этого множества на нечеткие подмножества (используя табл. 3).

Этап 5. Классификация значений показателей.

Построим классификацию текущих значений x показателей X как критерий разбиения полного множества их значений на нечеткие подмножества вида B . При разбиении будем пользоваться трапециевидными числами, характеризующие соответствующие функции принадлежности. Для анализа финансовых показателей воспользуемся следующей шкалой классификации финансовых показателей (табл. 4).

Этап 6. Вычисление уровня показателей.

Вычисляем текущие уровни показателей X для данного предприятия, и для удобства анализа сводим в табл. 7.

Таблица 7. Текущий уровень показателя

Название показателя	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Текущее значение 2009 г.	0,0889	-0,5351	0,5825	0,1554	1,0754	0,00001
Текущее значение 2010 г.	0,0895	0,1149	0,9376	0,5420	0,8946	0,0017

Этап 7. Классификация уровня показателей.

Проводим классификацию текущих значений показателей x_i из табл. 7, используя критерии, приведенные в табл. 4. Результаты полученной классификации будем заносить в табл. 8 и 9, где λ_{ij} — уровень принадлежности носителей x_i нечеткому множеству B_i .

Таблица 8. Уровни принадлежности носителей нечетких подмножеств за 2007 г.

Название показателя	Результат классификации по подмножествам				
	B_{i1}	B_{i2}	B_{i3}	B_{i4}	B_{i5}
	«очень низкий»	«низкий»	«средний»	«высокий»	«очень высокий»
	λ_{i1}	λ_{i2}	λ_{i3}	λ_{i4}	λ_{i5}
X_1	1	0	0	0	0
X_2	1	0	0	0	0
X_3	0,175	0,825	1	0	0
X_4	0	0	1	0	0
X_5	0	0	0	0	1
X_6	0	1	0	0	0
$\sum r_i \lambda_{ij}$	0,3625	0,304167	0,33333	0	0,16667

Таблица 9. Уровни принадлежности носителей нечетких подмножеств за 2008 г.

Название показателя	Результат классификации по подмножествам				
	B_{i1}	B_{i2}	B_{i3}	B_{i4}	B_{i5}
	«очень низкий»	«низкий»	«средний»	«высокий»	«очень высокий»
	λ_{i1}	λ_{i2}	λ_{i3}	λ_{i4}	λ_{i5}
X_1	1	0	0	0	0
X_2	1	0	0	0	0
X_3	0	1	0,624	0,346	0
X_4	0	0	1	0,58	0,42
X_5	0	0	0	0	1
X_6	0	1	0	0	0
$\sum r_i \lambda_{ij}$	0,33333	0,33333	0,27067	0,159333	0,236667

Значение $X_3 = 0,5825$ попадает в интервал $(0,5; 0,6)$, причем, как мы видим, это интервал неуверенности эксперта, поэтому необходимо определить принадлежность вычисленного значения до «очень низкого» и «низкого» уровней. Для этого трапециевидные числа необходимо записать в аналитическом виде, и выполнить вычисления.

Этап 8. Оценка степени риска.

Теперь необходимо выполнить свертку полученных уровней принадлежности показателей для оценки степени риска банкротства g по формулам (7), (8):

Вычислим g_j для нашего примера и занесем в табл. 10.

Таблица 10. Промежуточные результаты оценки степени риска

j	1	2	3	4	5
g_j	0,9	0,7	0,5	0,3	0,1

Вычислим g для каждого года: $g_{2009} = 0,639181$, $g_{2010} = 0,473567$.

Мы видим, что в течение года произошли улучшения финансового состояния предприятия, хотя и не значительные. Можно сделать предварительный вывод, что предприятие начинает выходить из кризисного состояния.

Этап 9. Лингвистическое распознавания.

Классифицируем полученное значение степени риска с помощью табл. 4. Результатом классификации является лингвистическое описание степени риска банкротства и дополнительно степень уверенности эксперта в правильности результатов его классификации.

Как мы видим, полученное значение $g_{2009} = 0,639181$ попадает в интервал, который указывает на «высокий» или «средний» уровень риска банкротства. А значение $g_{2010} = 0,473567$ попадает в интервал, который указывает, что уровень банкротства может быть «средний».

Как видно из результатов решения задачи разными методами, наилучший результат показал подход Альтмана, который определил для предприятия «низкий» уровень риска банкротства. С помощью подхода Недосекина был получен результат, согласно которому предприятию был спрогнозирован «средний» или «высокий» уровень риска банкротства, причем с помощью подхода Недосекина можно увидеть улучшения в работе предприятия за 2010 г.

СРАВНЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРИ АНАЛИЗЕ ФИНАНСОВОГО СОСТОЯНИЯ ДЕЙСТВУЮЩИХ ПРЕДПРИЯТИЙ НА ОСНОВЕ КЛАССИЧЕСКОГО И НЕЧЕТКО-МНОЖЕСТВЕННОГО МЕТОДОВ

Проведем расчеты состояния предприятий на основе финансовых показателей за два года и за год до банкротства с помощью подходов Альтмана и Недосекина. Анализ предприятий будем проводить с помощью разработанной программы, которая реализует все рассмотренные методы диагности-

ки состояний предприятия, а конечные результаты будем заносить в таблицы для большей наглядности.

Всего было исследовано 52 предприятия, акции которых представлены на бирже. Среди этих предприятий 26 были признаны банкротами официально и обращение их акций было аннулировано на рынке ценных бумаг. Остальные 26 предприятий на сегодняшний день официально считаются работоспособными.

Проанализировав первую группу предприятий-банкротов с помощью модели Альтмана за два года до дефолта, получены следующие результаты: среди 26 предприятий «высокий» уровень вероятности банкротства получило только 9 предприятий, 7 предприятий признано со «средним» уровнем риска банкротства и 10 — признаны предприятиями с «низким» уровнем вероятности банкротства. За год до дефолта 11 предприятий получило «высокий» уровень риска банкротства, 9 — «средний» уровень и 6 предприятий — «низкий» уровень риска банкротства (табл. 11).

Таблица 11. Результаты прогноза по модели Альтмана предприятия-банкроты

Группа	Количество компаний	Прогноз банкротства, %		
		«высокий»	«средний»	«низкий»
За два года до банкротства	26	35	27	38
За год до банкротства	26	42	35	23
Среднее значение за два года	26	38	31	31

Определим уровень точности прогнозирования риска банкротства предприятия в течение исследуемого периода. Итак, модель Альтмана с точностью 0,69 дает в среднем правильный прогноз для предприятий, которые являются потенциальными банкротами (рис. 2).



Рис. 2. Уровень точности прогнозирования состояния предприятий-банкротов: 1 — «высокий», 2 — «средний», 3 — «низкий»

Для второй группы предприятий, которую условно назовем «работоспособные», были получены следующие результаты. За два отчетных года до нынешнего состояния 22 предприятия признаны как предприятия с «низким» уровнем банкротства, 2 предприятия — «средний» уровень и 2 предприятия получили статус «высокий» уровень банкротства. За один отчетный год до настоящего состояния 18 предприятий — «низкий» уровень банкрот-

ства, 5 предприятий — «средний» уровень банкротства, 3 предприятия — «высокий» уровень банкротства (табл. 12).

Таблица 12. Результаты прогноза по модели Альтмана предприятия-не банкроты

Группа	Количество компаний	Прогноз банкротства (уровни), %		
		«высокий»	«средний»	«низкий»
За 2009-й отчетный год	26	7,5	7,5	85
За 2010-й отчетный год	26	12	19	69
Среднее значение за два года	26	10	13	77

Определим уровень точности прогнозирования риска работоспособности предприятия в течение исследуемого периода. Итак, средний показатель точности прогнозирования для предприятий-не банкротов равняется 0,77 (рис. 3)

Проведем анализ финансового состояния тех самых двух групп предприятий, которые анализировались методом Альтмана, с помощью нечетко-множественного метода Недосекина. В результате анализа предприятий-банкротов за два года до дефолта среди 26 исследуемых предприятий было выявлено 20 предприятий с «очень высоким», «высоким» или «средним» уровнями риска банкротства, 6 предприятий имеют статус предприятий с «низким» и «очень низким» уровнем банкротства. За год до дефолта 22 предприятия — с «очень высоким», «высоким» или «средним» уровнями банкротства, 4 предприятия — с «низким» или «очень низким» уровнем банкротства (табл. 13)



Рис. 3. Уровень точности прогнозирования состояния предприятий-не банкротов: 1 — «высокий», 2 — «средний», 3 — «низкий»

Таблица 13. Результаты прогноза по модели Недосекина предприятия-банкроты

Группа	Количество компаний	Прогноз, %	
		Банкроты	Не банкроты
За два года до банкротства	26	77	23
За год до банкротства	26	85	15
Среднее значение за два года	26	81	19

Определим уровень точности прогнозирования риска банкротства предприятия в течение исследуемого периода. Итак, подход Недосекина дает правильный прогноз для предприятий, которые являются потенциальными банкротами со средней точностью 0,81 (рис. 4).



Рис. 4. Уровень точности прогнозирования состояния неработоспособных предприятий-банкротов: 1 — банкроты, 2 — не банкроты

Для второй группы предприятий — «работоспособные», получены следующие результаты, анализируя их методом Недосекина. За два отчетных года до нынешнего состояния, 21 предприятие признано как предприятие с «очень низким», «низким» или «средним» уровнем риска банкротства, 5 предприятий получили статус «высокий» или «очень высокий» уровень риска банкротства. За один отчетный год до настоящего состояния 20 предприятий — «очень низкий», «низкий» или «средний» уровень риска банкротства, 6 предприятий — «высокий» или «очень высокий» уровень банкротства (табл. 14 и рис. 5).

Таблица 14. Результаты прогноза по модели Недосекина для предприятий-не банкротов

Группа	Количество компаний	Прогноз, %	
		Банкроты	Не банкроты
За 2009 отчетный год	26	19	81
За 2010 отчетный год	26	23	77
Среднее значение за два года	26	21	79



Рис. 5. Уровень точности прогнозирования состояния работоспособных предприятий: 1 — банкроты, 2 — не банкроты

Обобщим полученные результаты, найдя среднее значение точности прогнозирования за каждый один отчетный год, и за два года вместе (табл. 15).

Таблица 15. Средняя точность прогноза состояния/предприятия по модели Недосекина

Группа	Количество компаний	Прогноз, %	
		Верно	Ошибка
За два отчетных года	52	79	21
За один отчетный год	52	81	19
Среднее значение	52	80	20

Учитывая полученные результаты, можно сказать, что подход Недосекина позволяет определить финансовое состояние предприятий более точно благодаря лингвистической шкале, состоящей из пяти оценок уровня банкротства «очень низкий», «низкий», «средний», «высокий», «очень высокий». Кроме того, подход Недосекина позволяет проследить динамику развития предприятия, т.е. позволяет провести финансовый анализ предприятия за предыдущий и текущий отчетные периоды и определить уровень банкротства на «начальной» стадии, что позволяет преждевременно принять меры по предупреждению банкротства.

ВЫВОДЫ

В работе изложены методы анализа риска банкротства корпораций — классический метод дискриминантного анализа Альтмана и нечетко-множественный метод, предложенный А.О. Недосекиным.

Проведен сравнительный анализ методов применительно к задаче анализа прогнозирования риска банкротства для предприятий легкой промышленности Украины. В результате анализа установлено, что нечетко-множественный метод оказывается более эффективным и позволяет точнее прогнозировать будущее финансовое состояние предприятий в условиях экономики Украины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Згуровский М.З., Зайченко Ю.П. Модели и методы принятия решений в нечетких условиях. — К.: Наук. думка, 2011. — 275 с.
2. Зайченко Ю.П. Нечеткие модели и методы в интеллектуальных системах. — К.: Слово, 2008. — 344 с.
3. Altman E.I. Corporate Financial Distress. — NY: John Wiley, 1983. — 205 p.
4. Altman E.I. Financial Ratios, Discriminant Analysis and the prediction of Corporate Bankruptcy // Journal of Finance, September. — 1968. — P. 589–609.
5. Давыдова Г.В., Беликов А.Ю. Методика количественной оценки риска банкротства предприятий // Управление риском. — 1999. — № 3. — С. 13–20.
6. Недосекин А.О., Максимов О.Б., Павлов Г.С. Анализ риска банкротства предприятия. Метод. указания по курсу «Антикризисное управление». — http://sedok.narod.ru/sc_group.htm.

Поступила 29.06.2011

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ ОБЗОР МЕТОДОВ ЛИНЕЙНЫХ МАТРИЧНЫХ НЕРАВЕНСТВ И H_∞ -ОПТИМИЗАЦИИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧЕ ПОДАВЛЕНИЯ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ СТАБИЛИЗАЦИИ НЕУСТОЙЧИВОГО ОБЪЕКТА

О.Д. ГОРБАТЮК, К.В. МЕЛЬНИК

Рассматривается задача подавления ограниченных по модулю внешних возмущений для стабилизации вертолета в режиме висения. Решения поставленной задачи осуществляется методом линейных матричных неравенств (ЛМН) и H_∞ -оптимизации. Анализ полученных результатов синтеза выполнен аналитически, а также путем моделирования системы стабилизации в среде Simulink. Дана интерпретация полученных результатов.

ВВЕДЕНИЕ

Подавление действующих на вертолет внешних возмущений, таких как турбулентный ветер, однократные порывы ветра и т.д., является чрезвычайно важной авиационной задачей с точки зрения безопасности полета, повышения эффективности функционирования летательного аппарата (ЛА), облегчения пилоту выполнения полетного задания.

В современной теории робастного управления существует ряд методов решения этой задачи путем синтеза системы улучшения устойчивости и управляемости (СУУУ) ЛА.

В работе рассмотрены два метода синтеза СУУУ путем определения стабилизирующего регулятора и формирования цепи обратной связи по выходным переменным динамической системы: метод ЛМН [1–7], метод H_∞ -оптимизации [11–15].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Уравнения динамики системы, состоящей из объекта управления (ОУ) и исполнительного механизма (ИМ), в пространстве состояний имеют вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_u u + B_w w, \\ y = C_y x + D_{yu} u + D_{yw} w, \\ z = C_z x + D_{zu} u + D_{zw} w, \end{cases} \quad (1)$$

где $x = [x_{pl} \ x_{act}]^T$ — вектор состояния системы, включающий вектор состояния ОУ x_{pl} и ИМ x_{act} ; u — вектор управления; y — вектор выходных переменных; w — вектор внешних возмущений; z — вектор выходных

переменных, используемый для оценки качества управления; A , B_u , B_w , C_y , D_{yu} , D_{yw} , C_z , D_{zu} , D_{zw} — не зависящие от времени матрицы, описывающие последовательное соединение ОУ и ИМ в пространстве состояний.

Закон управления для системы (1) можно представить в виде:

$$u = -K(s)y(s), \quad (2)$$

где $K(s)$ — стабилизирующий регулятор.

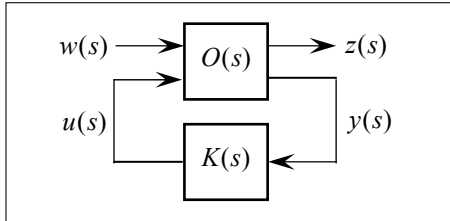


Рис. 1. Структурная схема замкнутой системы управления с обратной связью по выходу: $O(s)$ — объект управления; $K(s)$ — стабилизирующий регулятор; $w(s)$ — вектор внешних возмущений; $u(s)$ — вектор управления; $z(s)$ — вектор выходных координат, используемых для оценки качества системы; $y(s)$ — вектор выходных координат, используемых для обратной связи

Структурная схема замкнутой системы управления (СУ), состоящей из объекта и регулятора, изображена на рис. 1.

Необходимо синтезировать регулятор $K(s)$ (2), при включении которого в цепь обратной связи выполняется условие минимизации H_∞ -нормы функции комплементарной чувствительности $T_{zw}(s)$, связывающей вектор возмущений $w(s)$ с выходным вектором $z(s)$. Таким образом, задачу подавления внешних возмущений можно записать следующим образом:

$$\min_{K(s)} \|T_{zw}(s)\|_\infty, \quad (3)$$

где $\|\cdot\|_\infty$ — H_∞ -норма.

Известно, что минимизация H_∞ -нормы функции комплементарной чувствительности в соответствии с теоремой о малом коэффициенте усиления [13, 16] гарантирует робастную устойчивость системы.

Следует отметить, что ограничение спектральной нормы матрицы коэффициентов усиления регулятора $K(s)$ также имеет большое значение для практической реализации системы, поскольку позволяет избежать, или, по крайней мере, уменьшить вероятность насыщения ИМ [8].

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ЛМН ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПОСТАВЛЕННОЙ ЗАДАЧИ

Базирующийся на применении метода ЛМН алгоритм решения задачи подавления внешних возмущений включает три основных этапа [5].

1 этап. Синтез минимального регулятора $K(s)$ для динамической системы (1) в предположении полного измерения фазового вектора $x(s)$ путем решения прямой линейно-квадратичной (ЛК) задачи. При этом применение синтезированного регулятора $K(s)$ в цепи обратной связи должно гарантировать выполнение условия ограничения:

$$\|T_{zw}(s)\|_\infty < \gamma, \quad (4)$$

где γ — скаляр, отражающий степень подавления действующих на систему возмущений.

Матрица коэффициентов усиления регулятора $K(s)$ определяется в результате решения системы известных ЛМН [1] и описывается выражением:

$$K = YQ^{-1}, \quad (5)$$

где Y, Q — матрицы, полученные в результате решения системы ЛМН [1–6].

Задача синтеза регулятора (5) сводится к стандартной задаче ЛМН — Eigenvalue problem [1], связанной с минимизацией собственных чисел замкнутой системы, для решения которой используется оператор *gevp* в пакете MATLAB [2].

2 этап. Следующим этапом решения задачи подавления внешних возмущений методом ЛМН является решение обратной ЛК задачи для синтезированного на предыдущем этапе минимального регулятора $K(s)$, в результате чего определяются весовые матрицы Q, R, N квадратичного функционала соответствующей задаче H_2 -оптимизации или прямой ЛК задачи [1–6]. На данном этапе также выполняется процедура минимизации скаляра λ , ограничивающего спектральную норму стабилизирующего регулятора $K(s)$, при решении системы ЛМН [1–6]. Для решения данной задачи ЛМН в пакете MATLAB используется оператор *gevp* [2].

3 этап. Завершающим этапом синтеза СУУУ методом ЛМН является синтез H_2 -оптимального регулятора $K(s)$ и формирование статической обратной связи по выходу системы [1–6].

В случае неустойчивого ОУ на данном этапе вводится некоторый скаляр μ , при котором собственные числа матрицы состояния ОУ $A_\mu = A + \mu I$ будут лежать в левой полуплоскости: $\text{Re}(\lambda(A_\mu)) < 0$. Такой выбор параметра μ делает тривиальным выбор начального значения матрицы коэффициентов усиления регулятора $K(s)$ [4, 6]. Наряду с матрицей $K(s)$ скаляр μ будет также дополнительным параметром в процедуре минимизации квадратичного функционала, который в данном случае можно представить в виде [5–6]:

$$J = E \left\{ \int_0^\infty \left(\begin{bmatrix} x^\top & u^\top \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & N \\ N^\top & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \right) dt \right\} + r\mu^2, \quad (6)$$

где r — коэффициент, при достаточно большом значении которого, решение задачи синтеза стабилизирующего H_2 -оптимального регулятора $K(s)$ может быть приемлемой аппроксимацией стандартной процедуры минимизации квадратичного функционала.

В результате решения задачи оптимизации $\min_{K, \mu} J$ определяются оптимальные значения скаляра μ и коэффициентов усиления регулятора $K(s)$, удовлетворяющие условиям (3)–(4).

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА H_∞ -ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПОСТАВЛЕННОЙ ЗАДАЧИ

Задача H_∞ -оптимального управления относится к теории задач определения максимальных и минимальных значений [11–12]. Ее основная идея состоит в рассмотрении худшего из возможных вариантов. При этом не обязательно знать полную информацию об ОУ и статистических характеристиках действующих на него возмущений.

Синтез стабилизирующего регулятора, который рассматривается в данной работе базируется на теории H_∞ -оптимального управления и выполняется на основе результатов, полученных в работах J.C. Doyle и K. Glover [17–18]. Процедура синтеза (2-Риккати подход) [15] состоит в применении теоремы разделения [19]. В данном случае алгебраические уравнения Риккати (АУР) [20], с помощью которых осуществляется синтез наблюдателя и регулятора отличаются от классических уравнений, используемых в обычной ЛК гауссовой задаче [21]. Это объясняется необходимостью выполнения условия робастности (4) [13, 15–16].

Структурная схема системы подавления внешних возмущений представлена на рис. 2, где $K(s)$, $P(s)$ — матрицы передаточных функций (ПФ) регулятора и номинального объекта регулирования соответственно; $W_u(s)$, $W_p(s)$ — матрицы ПФ, которые учитывают как веса управления $u(s)$ и выходного вектора $y(s)$, так и желаемые частотные свойства (loop shaping [11, 16, 22]) каждого из приведенных выше сигналов. Их выбор определяет характер протекания переходных процессов. В задаче H_∞ -оптимизации вектор выхода $z(s)$, используемый для оценивания показателя качества системы, в отличие от метода ЛМН, включает взвешенные сигналы $z_u(s)$, $z_p(s)$. Входом замкнутой системы, является $w(s)$ — вектор внешнего возмущения.

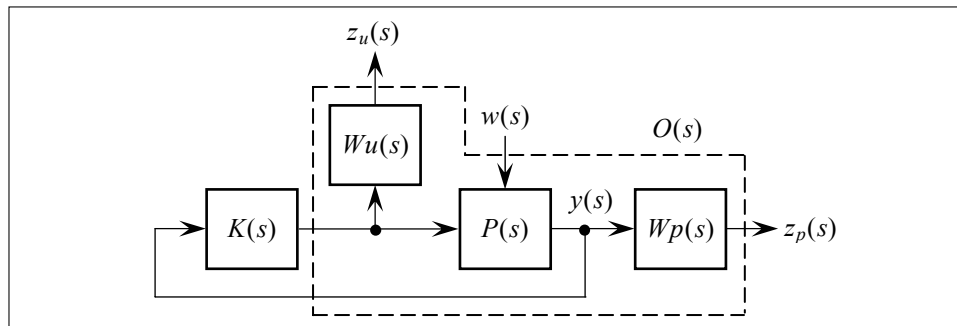


Рис. 2. Структурная схема

Требуется синтезировать регулятор $K(s)$ вида (2).

Используя алгоритмическую поддержку в Robust Toolbox [23], можно представить схему, показанную на рис. 2, в виде нижнего дробно-линейного преобразования (ДЛП) [13, 24], имеющий вид как на рис. 1 и являющийся стандартной формой, к которой нужно свести начальную систему, представленную на рис. 2, чтобы воспользоваться методом H_∞ -синтеза.

В отличие от метода ЛМН в нижнем ДЛП процедуры H_∞ -оптимизации $O(s)$ является обобщенным объектом, который включает исходный номинальный ОУ $P(s)$ и матрицы весовых функций $W_u(s)$, $W_p(s)$. В терминах обобщенного объекта ПФ замкнутой системы объект-регулятор $T_{wz}(s)$ определяется нижним ДЛП [15, 22]:

$$T_{wz}(O(s), K(s)) = O_{11}(s) + O_{12}(s)(I - O_{22}(s)K(s))^{-1}O_{21}(s) = F_l(O(s), K(s)).$$

Аналогично методу ЛМН задача H_∞ -оптимизации состоит в нахождении регулятора вида (2), который минимизирует H_∞ -норму (обеспечивает малость значений максимальных сингулярных чисел (СЧ)) ПФ объект-регулятор (3). С точки зрения качества следует также минимизировать функцию чувствительности по управлению $\|R(s)\|_\infty$, здесь $R(s) = K(s)(I + K(s)P(s))^{-1}$. Компромисс между ними достигается выбором матриц весовых ПФ $W_p(s)$, $W_u(s)$ определяющих желаемые частотные свойства сигналов выхода $y(s)$ и управления $u(s)$.

Если ввести блочную матрицу $N = [T_{wz}(s) \quad R(s)]^T$, то ее H_∞ -норма как и в выражении (4) должна быть ограниченной скаляром γ :

$$\|N(s)\|_\infty \leq \gamma. \quad (7)$$

После включения весовых ПФ в (7) получим взвешенную матрицу чувствительности:

$$N_w(s) = \left\| \begin{bmatrix} T_{wz}(s)W_p(s) \\ R(s)W_u(s) \end{bmatrix} \right\|_\infty \leq \gamma. \quad (8)$$

H_∞ -норма функции взвешенной чувствительности $N_w(s)$ является минимизируемым функционалом в процедуре H_∞ -оптимизации, зависящим от варьируемых функций $K(s)$, т.е. от матрицы ПФ искомого регулятора, а также от матриц весовых ПФ $W_u(s)$, $W_p(s)$.

В отличие от классической задачи вариационного исчисления, в данной задаче синтеза γ -субоптимального регулятора минимизируется не H_∞ -норма функции чувствительности $N_w(s)$, а ее верхняя оценка γ вышеуказанного функционала (8).

Синтез субоптимального регулятора на основе минимизации H_∞ -нормы функции чувствительности (8) базируется на одновременном решении двух уравнений Риккати (для наблюдателя и регулятора) [14–15, 22], зависящих от величины γ .

До начала процедуры синтеза для обобщенного объекта $O(s)$ должны обязательно выполняться следующие условия (*) [18, 25]: пары матриц (A, B_w) , (A, B_u) — стабилизируемы и пары (A, C_y) , (A, C_z) — детектируемы. Данное предположение является необходимым и достаточным для существования стабилизирующего регулятора. Матрицы $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_u \\ C_z & D_{zu} \end{bmatrix}$

и $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_w \\ C_y & D_{yw} \end{bmatrix}$ должны иметь соответственно полный столбцевой и строчный ранг для всех действительных ω . Это условие гарантирует — субоптимальный регулятор не содержит нулей или полюсов на мнимой оси, что приводит к неустойчивости замкнутой системы объект-регулятор. Условие $B_w D_{yw}^T = 0$ является необходимым для некоррелированности между возмущением $w(s)$ возбуждающим состояние системы и шумом наблюдений (если таковой рассматривается в задаче подавления внешних возмущений). Полный столбцевой ранг матриц D_{zu} и D_{yw} необходим для физической реализуемости синтезируемого субоптимального регулятора.

Отметим, что совместимость заданных требований (на основе выбора весовых ПФ $W_u(s)$, $W_p(s)$) к замкнутой системе объект-регулятор определяется существованием решения уравнений Риккати.

Процедура синтеза (рис. 3) заключается в том, что задается диапазон изменения величины $\gamma: \gamma_{\min} \leq \gamma \leq \gamma_{\max}$ и для каждой величины γ , начиная с γ_{\max} (и постепенно уменьшаясь с заданным шагом) решаются одновременно два уравнения Риккати. Найденные решения для наблюдателя X и регулятора Y также должны удовлетворять дополнительным условиям: $Q_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$ и $X := \text{Ric}(Q_\infty) > 0$, $J_\infty \in \text{dom}(\text{Ric})$ и $Y := \text{Ric}(J_\infty) > 0$, $\|XY\|_\infty \leq \gamma$, где Q_∞, J_∞ — вспомогательные гамильтоновы матрицы [22].

Как только будут найдены стабилизирующие решения X и Y уравнений Риккати при которых дополнительные условия будут выполнены, процесс итераций прекращается, выдается найденное значение γ^* и четверка матриц (A_K, B_K, C_K, D_K) синтезированного регулятора $K(s)$. На рис. 3 каждым шагом цикла представлено суть приведенной выше процедуры синтеза.

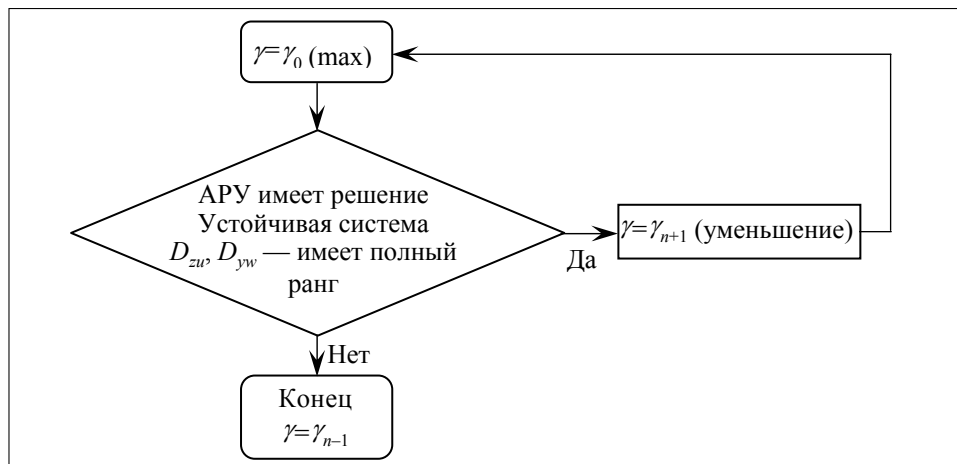


Рис. 3. Процедура γ -итераций

Таким образом, создание полного алгоритма процедуры H_∞ -синтеза стабилизируемого регулятора разбивается на несколько шагов:

Шаг 1. Определение динамических характеристик и структуры многомерного объекта — построение математической модели ОУ. Линейная математическая модель ОУ традиционно должна быть представлена в пространстве состояний.

Шаг 2. Необходимо сформировать (разработчиком) желаемые требования на робастность и качество замкнутой системы (неформально на структуру синтезируемого регулятора). Данные расчеты необходимы для определения весовых ПФ, которые используются в процедуре синтеза.

Шаг 3. Решение задачи H_∞ -оптимизации на основе АУР — процедура γ -итераций. Если найденное значение γ^* не удовлетворяет, то возвращаемся к шагу 2, иначе к шагу 4.

Шаг 4. Осуществление в среде SIMULINK [26] имитационного моделирования синтезированной γ -субоптимальной СУ.

Шаг 5. Оценка уровня подавления стохастических возмущений. Нахождение СЧ многомерной системы объект-регулятор.

Если результат приемлем с точки зрения качества и требований к подавлению возмущений, то процедура H_∞ -синтеза на этом успешно заканчивается. Иначе необходимо изменить весовые ПФ (а иногда и/или выбрать другие ПФ) и выполнить процедуру синтеза снова. Таким образом, данная процедура может проводиться в несколько этапов.

ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДОВ ЛМН И H_∞ -ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ МИНИМИЗАЦИИ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Синтез многомерного γ -субоптимального робастного регулятора для стабилизации ОУ и подавления действующих на него возмущений осуществлен на примере стабилизации вертолета АН-1G, полная математическая модель которого представлена в работах [5, 9], в режиме висения в условиях возмущенной атмосферы.

Вектор состояния для вертолета включает такие компоненты:

$$x_{pl} = [V_x \quad V_z \quad \dot{\theta} \quad \theta \quad V_y \quad \dot{\varphi} \quad \varphi \quad \dot{\psi}]^T, \quad (9)$$

где V_x, V_y, V_z — проекции скорости вертолета на оси OX, OY, OZ соответственно; θ — угол тангажа; φ — угол крена; ψ — угол рыскания.

Вектор управления включает 4 компоненты:

$$u = [\delta_{lat} \quad \delta_{lon} \quad \delta_c \quad \delta_t]^T, \quad (10)$$

где δ_{lat} — боковой циклический шаг, δ_{lon} — продольный циклический шаг, δ_c — общий шаг, δ_t — шаг хвостового винта. В работе [9] эти входные воздействия измеряются в отклонениях управляющих рукояток (в сантиметрах) от положения равновесия.

С учетом измерения ускорений: $a_x = \frac{dV_x}{dt}, a_y = \frac{dV_y}{dt}, a_z = \frac{dV_z}{dt}$, вектор выходных переменных ОУ, используемый для формирования цепи обратной связи имеет вид:

$$y_{pl} = [a_x \quad a_z \quad \dot{\theta} \quad \theta \quad a_y \quad \dot{\phi} \quad \phi \quad \dot{\psi}]^T.$$

В работе рассматриваются атмосферные возмущения $w \in R^{2 \times 1}$, действующие на ОУ в режиме висения в горизонтальной плоскости: по продольной OX и поперечной OY осям.

Выходами системы для оценки показателя качества (3)–(4), примем ускорения вертолета:

$$z = [a_x \quad a_z \quad a_y]. \quad (11)$$

ИМ для рассмотренного ОУ описывается в пространстве состояний четверкой матриц: $A_{act} = \text{diag}\{-10, -10, -10, -10\}$, $B_{act} = -A_{act}$, $C_{act} = I_{4 \times 4}$, $D_{act} = O_{4 \times 4}$. Вектор состояния ИМ x_{act} совпадает с вектором управления объекта (10) — $x_{act} = u$. В результате реализации последовательного соединения ОУ с ИМ размерность системы увеличится и вектор состояния примет вид $x = [x_{pl} \quad x_{act}]^T \in R^{12 \times 1}$. Матрицы, описывающие последовательное соединение модели ОУ и ИМ в пространстве состояний, в данном случае будут иметь такие размерности: $A \in R^{12 \times 12}$, $B_u \in R^{12 \times 4}$, $B_w \in R^{12 \times 2}$, $C_y \in R^{8 \times 12}$, $D_{yu} \in R^{8 \times 4}$, $D_{yw} \in R^{8 \times 2}$, $C_z \in R^{3 \times 12}$, $D_{zu} \in R^{3 \times 4}$, $D_{zw} \in R^{3 \times 2}$ (в работе [5] приведены числовые значения этих матриц).

Результаты синтеза СУУУ вертолета методом ЛМН

Для синтеза СУУУ вертолета в режиме висения и подавления действующих возмущений методом ЛМН скаляр γ , ограничивающий H_∞ -норму (4) матрицы ПФ между внешним возмущением $w \in R^{2 \times 1}$ и выходом системы z (11), задан $\gamma = 0,8$.

В связи с тем, что рассматриваемый ОУ является неустойчивым, для процедуры H_2 -оптимизации замкнутой системы вводится некоторый скаляр μ , обеспечивающий устойчивость объекта: $\text{Re}(\lambda(A_\mu)) < 0$, где $A_\mu = A + \mu I$, I — единичная матрица соответствующей размерности, λ — собственные числа. Такой выбор параметра μ делает тривиальным выбор начального значения матрицы $K(s)$ для процедуры H_2 -оптимизации, которая в данном случае принята нулевой.

В результате реализации описанных этапов синтеза СУУУ методом ЛМН и H_2 -оптимизации системы со статической обратной связью по выходной переменной получены оптимальные значения коэффициентов усиления стабилизирующего регулятора $K(s) \in R^{4 \times 8}$, удовлетворяющего условию ограничения (4): $\|H_{zw}(j\omega)\|_\infty = 0,7740 < \gamma$.

Оптимальное значение скаляра μ , полученное в результате выполнения процедуры минимизации квадратичного функционала (6): $\mu = 2,2988 \cdot 10^{-8}$. Значение квадратичного функционала (6) для замкнутой системы с регулятором $K(s) \in R^{4 \times 8}$, синтезированным методом ЛМН, в цепи статической обратной связи: $J = 0,7933$.

Синтезированный методом ЛМН стабилизирующий оптимальный регулятор $K(s) \in R^{4 \times 8}$ будем далее называть ЛМН-регулятором.

Результаты синтеза СУУУ вертолета методом H_∞ -оптимизации

Не смотря на то, что ОУ является неустойчивым (без самовыравнивания) — содержит две пары комплексно-сопряженных чисел, причем их вещественные части положительные, что не является ограничением на применение процедуры H_∞ -оптимизации. В качестве сигналов, которые входят для оценивания показателя качества системы и являющиеся вектором выхода $z(s)$ (11). В работе весовые ПФ $W_u(s)$, $W_p(s)$ выбираются следующего вида:

$$W_p(s) = \text{diag} \left[\frac{2s+1}{0,1s+1}, \frac{2s+1}{0,1s+1}, \frac{2s+1}{0,1s+1} \right], \quad W_u(s) = \text{diag} [20, 20, 20, 20].$$

После включения формирующих весовых ПФ, обобщенный объект $O(s)$ полностью удовлетворяет условия (*) и далее осуществляется процедура γ -итераций. Для математической модели вертолета в соответствии с описанными выше алгоритмами, в среде MATLAB был выполнен синтез H_∞ -регулятора. Неравенство (8) выполняется с найденным значением $\gamma^* = 4,156$. Регулятор полного порядка, полученный в результате H_∞ -синтеза имеет размерность равную 10.

Наибольшее СЧ или спектральная норма для H_∞ -регулятора — 29,215, ЛМН-регулятора — 1,704. Собственные числа непрерывной замкнутой системы для синтезированных регуляторов лежат в левой полуплоскости и имеют приведенные ниже значения.

Для синтезированного ЛМН-регулятора:

$$\begin{aligned} & -12,5866; -10,9332; -9,9054 \pm 0,3417i; -0,2747 \pm 0,3849i; -0,2475 \pm 0,01195i; \\ & -0,2089 \pm 1,2234i; -0,1482 \pm 0,4873i. \end{aligned}$$

Для H_∞ -регулятора:

$$\begin{aligned} & -3480,2418; -23,6518; -10,9224; -9,1380; -4,4394; -0,9983; -0,8220; -0,4504; \\ & -9,8892 \pm 1,2474i; -0,6828 \pm 2,5704i; -0,6024 \pm 0,3988i; -0,5422 \pm 0,06699i; \\ & -0,2913 \pm 0,5193i; -0,08151 \pm 0,2999i; -9,9521 \cdot 10^{-3} \pm 1,0463 \cdot 10^{-6}i. \end{aligned}$$

Заключительным этапом синтеза является моделирование полученных результатов в среде SIMULINK. Во время исследования СУУУ наиболее часто используют как детерминированные, так и стохастические внешние возмущения. Первые представляют собой порывы ветра, вторые — турбулентный ветер, описываемый известной моделью Драйдена [10], которую при синтезе не используют, а применяют только при моделировании системы. Возмущения, которые учитываются в данной задаче синтеза, должны удовлетворять единому условию, они должны быть ограничены по модулю.

Моделирование выполнено для замкнутой системы с H_∞ -регулятором и регулятором, синтезированным методом ЛМН, как при детерминированных, так и стохастических возмущениях. В процессе 60-минутного сеанса

моделирования реального времени турбулентность атмосферы приобрела такое среднеквадратичное отклонение (СКО): продольная и вертикальная составляющая скорости ветра соответственно — $\sigma_{u_g} = 2,813\text{ м/с}$, $\sigma_{v_g} = 2,892\text{ м/с}$. Результаты моделирования приведены на рис. 4. СКО для каждого параметра представлены в табл. 1, где 1 и 2 — замкнутая система с ЛМН-и H_∞ -регулятором соответственно.

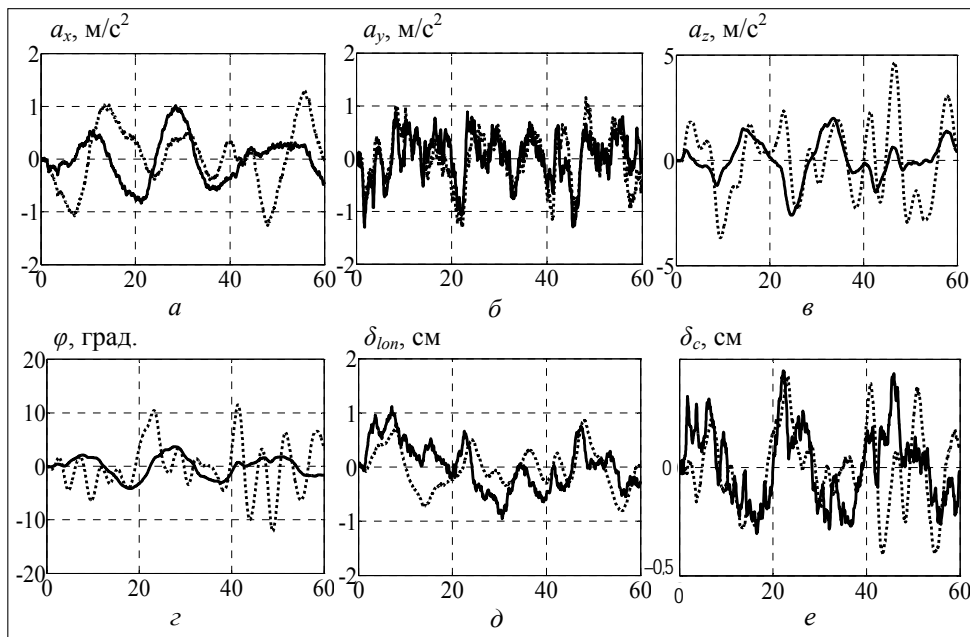


Рис. 4. Переходные процессы при стохастических воздействиях с ЛМН-регулятором (пунктирная линия) и H_∞ -регулятором (сплошная): а — по ускорению a_x ; б — по ускорению a_y ; в — по ускорению a_z ; г — по углу крена φ ; д — по продольному циклическому шагу δ_{lon} ; е — по общему шагу δ_c

Таблица 1. Характеристики номинальной системы при детерминированных сигналах

Система	$t_n, \text{с}$	Максимальное отклонение											
		$a_x, \text{ м/с}^2$	$a_y, \text{ м/с}^2$	$a_z, \text{ м/с}^2$	$\theta, \text{ град.}$	$\dot{\theta}, \text{ град./с}$	$\varphi, \text{ град.}$	$\dot{\varphi}, \text{ град./с}$	$\psi, \text{ град./с}$	$\delta_{lat}, \text{ см}$	$\delta_{lon}, \text{ см}$	$\delta_c, \text{ см}$	$\delta_t, \text{ см}$
1	50	0,6	0,58	-0,2	-3,4	0,94	3,4	0,8	-22,5	-0,36	-0,32	0,048	0,43
2	60	0,1	0,09	0,28	1	0,27	-0,8	0,15	-23	-0,07	-0,66	-0,13	-0,06

Таблица 2. СКО номинальной системы при стохастических сигналах

Система	$\sigma_{a_x}, \text{ м/с}^2$	$\sigma_{a_y}, \text{ м/с}^2$	$\sigma_{a_z}, \text{ м/с}^2$	$\sigma_\theta, \text{ град.}$	$\sigma_{\dot{\theta}}, \text{ град./с}$	$\sigma_\varphi, \text{ град.}$	$\sigma_{\dot{\varphi}}, \text{ град./с}$	$\sigma_{\dot{\psi}}, \text{ град./с}$	$\sigma_{\delta_{lat}}, \text{ см}$	$\sigma_{\delta_{lon}}, \text{ см}$	$\sigma_{\delta_c}, \text{ см}$	$\sigma_{\delta_t}, \text{ см}$
1	0,543	0,845	0,474	3,325	1,719	5,123	4,230	18,925	0,659	0,343	0,179	0,407
2	0,308	0,286	0,403	1,811	0,674	1,536	0,615	10,095	0,524	0,359	0,141	0,216

Для оценки уровня подавления стохастических возмущений (табл. 3)

Таблица 3. Оценка подавления стохастических возмущений

Система	$\sigma_{a_{u_g}} / \sigma_{a_x}$	$\sigma_{a_{v_g}} / \sigma_{a_y}$
1	14,392	11,539
2	25,398	34,142

в системе возьмем отношения СКО значений продольной и вертикальной составляющих ускорений ветра соответственно: $\sigma_{a_{u_g}} = 7,808 \text{ м/с}^2$, $\sigma_{a_{v_g}} = 9,753 \text{ м/с}^2$ к СКО значений выходных сигналов для ускорений по осям верто-

лета a_x, a_y .

Для оценки уровня подавления детерминированных возмущений в системе возьмем отношения максимальных по модулю значений ускорений на входе системы к максимальным значениям выходных ускорений. Для ЛМН- и H_∞ -регулятора соответственно: $\Delta_{\text{ЛМН}}(a_x) = 1,1404$, $\Delta_{\text{ЛМН}}(a_y) = 6,219$, $\Delta_{H_\infty}(a_x) = 1,1834$, $\Delta_{H_\infty}(a_y) = 7,9907$.

На рис. 5. приведены графики СЧ для замкнутой системы с ЛМН- и H_∞ -регулятором.

Максимальные значения СЧ соответствуют $\|T_{zw}(s)\|_\infty$ и согласно рис. 5 для системы с ЛМН- и H_∞ -регулятором принимают соответствующие значения: 0,68155 и 0,31096.

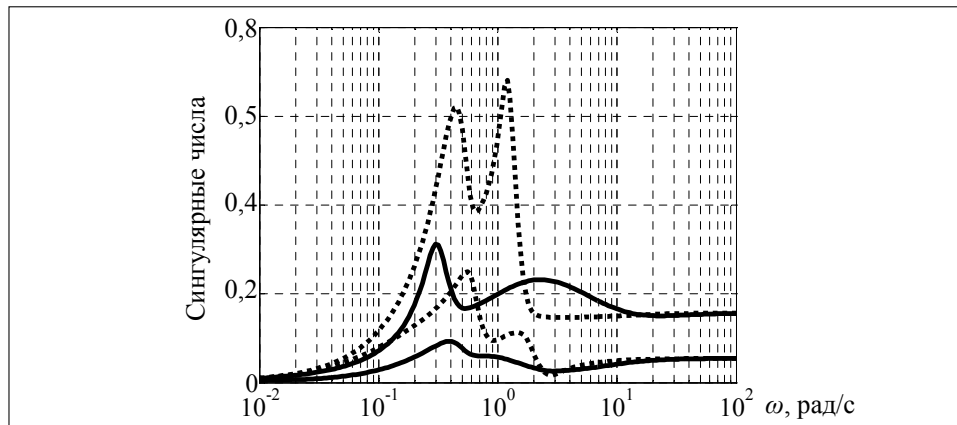


Рис. 5. Сингулярные числа замкнутой системы с ЛМН-регулятором (пунктирная) и H_∞ -регулятором (сплошная)

Отметим, что основное сходство между рассмотренными алгоритмами синтеза СУУУ методом ЛМН и H_∞ -оптимизации состоит в оценивании качества подавления ограниченных по модулю внешних возмущений с помощью соответствующей H_∞ -нормы. Последняя является обобщенным коэффициентом усиления системы и может интерпретироваться как энергетическая оценка усиления, минимизирующая наиболее плохие случаи среднеквадратичного отклонения регулируемой переменной, когда возмущение носит неизвестный характер (спектр).

Подавление действующих на объект возмущений для двух рассмотренных методов является задачей субоптимальной стабилизации и состоит

в выборе такого регулятора, при котором H_∞ -норма матрицы ПФ замкнутой системы была бы минимальной.

ВЫВОДЫ

На основе анализа и сравнения результатов синтеза СУУУ для вертолета в режиме висения, полученных с использованием алгоритма ЛМН и H_∞ -оптимизации, отметим следующее:

1. В данной работе применение алгоритма синтеза системы стабилизации, основанного на H_∞ -оптимизации, свидетельствует о более высоком уровне подавления внешних возмущений по сравнению с методом ЛМН. С одной стороны, это достигается введением весовых ПФ $W_u(s)$, $W_p(s)$, а с другой стороны, структурой регулятора, который в отличие от метода ЛМН является не просто матрицей коэффициентов усиления, а отдельной динамической системой.

2. Поскольку алгоритм ЛМН является более формализованным, его использование инженером-проектировщиком СУУУ предпочтительнее в отличие от метода H_∞ -оптимизации, где выбор весовых ПФ зачастую сводится к методу «проб и ошибок» и во многом зависит от опыта исследователя.

3. Не смотря на то, что $\|T_{zw}(s)\|_\infty$, полученная в результате синтеза методом H_∞ -оптимизации практически в два раза меньше по сравнению с результатами применения алгоритма ЛМН, последний позволяет достичь еще меньшей величины $\|T_{zw}(s)\|_\infty$ путем введения соответствующего значения скаляра γ . Единственным ограничением является то, что величина данного скаляра не должна быть меньше спектральной нормы D_{zw} , а именно 0,1572.

4. С точки зрения практической реализации синтезированная методом ЛМН СУУУ является более применимой, в связи с упрощенной структурой регулятора.

5. Синтезированный методом ЛМН стабилизирующий регулятор обладает меньшей спектральной нормой по сравнению с H_∞ -регулятором (рис. 4). Для практической реализации системы уменьшение спектральной нормы регулятора является важным аспектом, позволяющим ограничить значения коэффициентов усиления регулятора и тем самым снизить вероятность насыщения ИМ [8].

Не смотря на недостатки, свойственные двум рассмотренным методам, результаты синтеза и моделирования СУУУ демонстрируют достаточно высокий уровень подавления внешних возмущений для неустойчивого ОУ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Boyd S., El Ghaoui L., Feron E., Balakrishnan V. Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory // SIAM books. — Philadelphia. — 1994. — 193 p.
2. Gahinet P., Nemirovski A., Laub A.J., Chilali M. LMI Control Toolbox User's Guide. The Math Works Inc. — Natick. — 1995. — 310 p.
3. Larin V.B. Compensation of External Perturbations under Uncertainty // International Applied Mechanics. — **38**, № 9. — 2002. — P. 1145–1151.
4. Larin V.B. Stabilization of System by Static Output Feedback // Applied and Computational Mathematics. — **2**, № 1. — 2003. — P. 2–12.

5. Горбатюк О.Д., Ларин В.Б., Туник А.А. Подавление возмущений, действующих на вертолет в режиме висения, с помощью статической обратной связи по выходу // Проблемы управления и информатики. — 2009. — № 3. — С. 87–97.
6. Ларин В.Б., Туник А.А. О компенсации внешних возмущений динамической обратной связью по выходной переменной // Прикладная механика. — 42, № 5. — 2006. — С. 132–144.
7. Баландин Д.В., Коган М.М. Синтез оптимальных линейно-квадратичных законов управления на основе линейных матричных неравенств // Автоматика и телемеханика. — 2007. — № 3. — С. 3–18.
8. Davidson E.I., Ferguson I.J. The Design of Controllers for the Multivariable Robust Servomechanism Problem Using Parameter Optimization Methods // IEEE Transaction on Automatic Control. — AC-26, № 1. — 1981. — P. 93–110.
9. Hess R.A. Rotorcraft Handling Qualities in Turbulence // Journal Of Guidance, Control and Dynamics. — 18, № 1. — 1995. — P. 39–45.
10. McLean D. Automatic Flight Control Systems. — Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1990. — 593 p.
11. Francis B.A. A course in H_∞ control theory. — Berlin: Springer-Verlag, 1987. — 141 p.
12. Первозванский А.А., Барабанов А.Е. Оптимизация по равномерно частотным показателям (H_∞ -теория) // Автоматика и телемеханика. — 1992. — № 9. — С. 3–32.
13. Zhou K., Doyle J.C., Glover K. Robust and optimal control. — NJ: Prentice Hall, 1996. — 403 p.
14. Туник А.А., Галкин Є.В., Мельник К.В. H_∞ -оптимізація системи керування польотом // Електроніка та системи управління. — 2006. — № 2(8). — С. 107–117.
15. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. — М.: Наука, 2002. — 303 с.
16. Skogestad S., Postlethwaite I. Multivariable Feedback Control. Analysis and Design. — John Wiley & Sons. — 1997. — 559 p.
17. Doyle J.C. Synthesis of robust, controllers and filters // In Proceedings of the 12-nd IEEE Conference on Decision and Control. — 1983. — P. 109–114.
18. Doyle J.C., Glover K., Khargonekar P.P., Francis B.A. State space solution to standard H_2 and H_∞ control problems // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1989. — 34, № 8. — P. 831–847.
19. Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления. — М.: Мир, 1977. — 464 с.
20. Lancaster P., Rodman L. Algebraic Riccati equations. — Oxford: Oxford University Press. — 1995. — 504 p.
21. Athans M. The Role and Use of the Stochastic Linear-Quadratic-Gaussian Problem in Control System Design // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1971. — 16. — P. 529–552.
22. Doyle J.C., Francis B.A., Tarmenbaum A.R. Feedback control theory. — NJ: Englewood Cliffs: MacMillan. — 1992. — 489 p.
23. Chiang R.Y., Safonov M.G., Packard A. Robust Control Toolbox, 3-rd ed. — Natick, MA: The MathWorks, Inc. — 2007. — 228 p.
24. Туник А.А., Мельник К.В. Проектування багатовимірних систем керування польотом в умовах невизначеності за допомогою технології μ -синтезу // Вісн. НАУ. — 2008. — № 3. — С. 73–84.
25. Green M., Limebeer D.J. Robust linear control. — NJ: PrenticeHall. — 1995. — 538 p.
26. Simulink® User's Guide. The MathWorks, Inc. — Natick. — 2010. — 1616 p.

Поступила 26.04.2010

ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ І
МЕТОДИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

THEORETICAL AND APPLIED PROBLEMS AND
METHODS OF SYSTEM ANALYSIS

УДК 519.711.3

Системний підхід щодо реалізації інформаційної технології лінійки розвитку / Панкратова Н.Д., Глушак Л.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 1. — С. 7–16.

Наведено системний підхід щодо реалізації інформаційної технології лінійки розвитку, який містить змістовну та математичну постановку задачі. Розглянуто практичне застосування наведеного системного підходу на прикладі розробки стратегії розвитку комерційного банку до 2020 р. Рис.: 5. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 519.711.3

The system approach to the implementation of information technology of development line / Pankratova N.D., Glushak L.V. // System research and information technologies. — 2012. — № 1. — P. 7–16.

A systematic approach to the implementation of information technology of the development line, which includes the fundamental and the mathematical formulation of the problem, is proposed. The practical application of the presented system approach on the example of the construction of development strategy of a commercial bank until 2020 year is considered. Figs: 5. Refs: 5 titles.

УДК 519.816

Оцінювання чутливості методу ДШ/МАІ до застосувань у більшості альтернатив / Недашківська Н.І. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 1. — С. 17–30.

Проведено формалізацію інтегрованого методу ДШ/МАІ підтримки прийняття рішень за багатьма критеріями при неповних експертних оцінках, який об'єднує метод аналізу ієрархій і теорію довіри Демпстера-Шафера. Проведено оцінювання чутливості ранжувань, отриманих методом ДШ/МАІ, до змін у множині альтернатив рішень. Зміни ранжувань проілюстровано на декількох прикладах. Рис.: 1. Табл.: 7. Бібліогр.: 12 назв.

UDC 519.816

Evaluation of sensitivity of the DS/AHP method to the applying in the most of the alternatives / Nedashkovskaya N.I. // System research and information technologies. — 2012. — № 1. — P. 17–30.

The formalization of the integrated decision support method DS/AHP by many criteria with incomplete expert estimates, which combines the method of hierarchies' analysis and the theory of confidence of Dempster-Shafer, is done. Evaluation of the sensitivity of the rankings, obtained by the DS/MAI method to changes in the set of solutions alternatives, is carried out. Changes of rankings are illustrated with a few examples. Figs: 1. Tabl.: 7. Refs: 12 titles.

ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ,
ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ
СИСТЕМИ

PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES,
HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS

УДК 519.816

Технічні вимоги для бізнес-користувачів: застосування системи забезпечення якості для програмного забезпечення / Хейг М. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 1. — С. 31–38.

Проведено опитування більше, ніж 300 бізнес посередників з метою вказати їхні погляди щодо вимоги, які висувають до якості програмного продукту в межах встановлених системою забезпечення якості. Отримані результати дослідження, що показали певні відмінності, пов'язані зі специфічними областями, що відносяться до певного бізнесу. Розглянуто застосування цих результатів та їх зв'язок із аналізом вимог до програмного продукту. Рис.: 2. Табл.: 5. Бібліогр.: 11 назв.

УДК 519.816

Технические требования для бизнес-пользователей: применение системы обеспечения качества для программного обеспечения / Хейг М. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 1. — С. 31–38.

Проведен опрос более 300 бизнесесных посредников с целью определения их точки зрения к требованиям к качеству программного продукта в рамках установленных системой обеспечения качества. Полученные результаты исследования, показавшие определенные отличия, связанные с специфическими областями, относящимися к определенному бизнесу. Рассмотрено применение этих результатов и их связь с анализом требований к программному продукту. Рис.: 2. Табл.: 5. Библиогр.: 11 назв.

УДК 681.3; 004.93

Разработка нейросетевой интеллектуальной системы для прогнозирования энергетических центров пятенноподобных изображений в системах профилирования лазерного луча / Яровой А.А., Власюк Р.С. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 1. — С. 39–50.

Выполнено разработку нейросетевой интеллектуальной системы для прогнозирования энергетических центров (ЭЦ) пятенных изображений в процессах профилирования лазерного луча (ЛЛ). Обоснована актуальность задачи прогнозирования координат ЭЦ профиля ЛЛ. Рассмотрены методы прогнозирования и обоснована целесообразность применения нейросетевой модели. Выполнено компьютерное моделирование системы прогнозирования, а также на основе полученных результатов сформулированы требования и выполнено программную реализацию интеллектуальной системы. Рис.: 11. Библиогр.: 14 назв.

UDC 681.3; 004.93

Neural net intellectual system development for energy center of spot images forecasting in the laser beam profiling system / Yarovyy A.A., Vlasyuk R.S. // System research and information technologies. — 2012. — № 1. — P. 39–50.

The development of a neural net intellectual system for energy centers (EC) spot images forecasting in the processes of laser beam profiling (LB) is done. Actuality of the problem of coordinates forecasting of EC of laser beam profile is proved. Methods of forecasting are considered and the appropriateness of usage the neural net model is justified. Computer simulation of forecasting system is carried out and also on the basis of the obtained results the requirements are formulated and software implementation of intelligent system is performed. Figs: 11. Refs: 14 titles.

УДК 681.3.06

Создание среды выполнения научных приложений в Грид с использованием инструментариев GridSphere и Vine Toolkit как части комплексного научного шлюза / Романюк А.Н., Сапигора А.С., Свистунов С.Я., Марченко А.И. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 1. — С. 51–60.

Предложен метод реализации выполнения научных приложений в Грид-среде в рамках комплексного научного шлюза, построенного с использованием инструмен-

тариив GridSphere и Vine Toolkit. Приведена модель архитектуры такого научного шлюза. Рассмотрены особенности использования технологии Flex и процесс построения веб-приложений для предложенного научного шлюза на примере создания тестового портлета. Рис.: 4. Библиогр.: 20 назв.

UDC 681.3.06

Creation of the environment of the scientific applications implementation in the Grid with the use of GridSphere and Vine Toolkit as part of an integrated scientific gateway / Romanjuk O.M., Sapigora A.S., Svictunov S.Ya., Marchenko O.I. // System research and information technologies. — 2012. — № 1. — P. 51–60.

A method of realization of the scientific applications implementation in Grid environment through a scientific gateway, which is built using GridSphere and Vine Toolkit tools, is offered. An architecture model of such scientific gateway is provided. The peculiarities of using the technology of Flex and the process of building a web application for the proposed scientific gateway on the example of the creation of the test portlet are considered. Figs: 4. Refs: 20 titles.

ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ І
УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ,
ЕКОЛОГІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ

DECISION MAKING AND CONTROL IN
ECONOMIC, TECHNICAL, ECOLOGICAL AND
SOCIAL SYSTEMS

УДК 519.81

До невизначеності в непараметричних схемах ситуацій задач прийняття рішень / Михалевич В.М., Іваненко В.І. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 1. — С. 61–76.

Достатньо широкий клас непараметричних задач прийняття рішень, що розглядаються з позиції отримання критерія оптимальності — відношення переваг на рішеннях, розділено на два підкласи: задачі з невизначеністю (неоднозначність вказаного рішення) та задачі без невизначеності (так звані детерміністичні задачі). Для такої класифікації необхідні критерії існування невизначеності, що пропонуються в цій роботі. Бібліогр.: 6 назв.

UDC 519.81

To the uncertainty in the non-parametric schemes of decision-making problems / Mykhalevich V.M., Ivanenko V.I. // System research and information technologies. — 2012. — № 1. — P. 61–76.

Sufficiently broad class of non-parametric problems of decision-making, which is considered from the point of obtaining the criteria of optimality — the relationship of preferences on the solutions, can be divided into two subclasses: problem with uncertainty (equivocation of the solution) and problems without uncertainty (so-called deterministic problems). For such classification criteria of uncertainty existence, which are suggested in this work, are necessary. Refs: 6 titles.

УДК 581.52

Модель индивидуального и группового формирования экспертных оценок / Повещенко Г.П. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 1. — С. 77–86.

На математической модели показан синергетический эффект усиления результата принятия решения «командой» экспертов по сравнению с суммарным результатом индивидуальных решений равного количества экспертов. Рассмотрен известный эффект задержки с принятием решения и эффект «зацикливания» на проблеме в виде гистерезисных колебаний, а также внезапное изменение решения. Рис.: 7. Библиогр.: 2 назв.

UDC 581.52

Model of individual and group formation of expert estimations / Poveshchenko G.P.
// System research and information technologies. — 2012. — № 1. — P. 77–86.

On the mathematical model a synergistic effect of strengthen the result of a making decision by «team» of experts compared to the cumulative result of individual decisions of equal number of experts is shown. The known effect of the delay in making the decision and the effect of «buzz» on the problem in the form of hysteresis fluctuations, and also sudden change of decision are considered. Figs: 7. Refs: 2 titles.

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ І
ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ
СИСТЕМ

MATHEMATICAL METHODS, MODELS,
PROBLEMS AND TECHNOLOGIES FOR
COMPLEX SYSTEMS RESEARCH

УДК 517.977

Приближенный регулятор для эволюционного включения субдифференциального типа / Капустян Е.А., Ясинский В.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 1. — С. 87–93.

Рассмотрена задача оптимальной стабилизации для эволюционного включения субдифференциального типа с нелипшицевой многозначной функцией взаимодействия $\varepsilon F(y)$, где $\varepsilon > 0$ — малый параметр. При условии, что при $\varepsilon = 0$ задача допускает оптимальный регулятор $u[y]$, доказано, что формула $u[y]$ обеспечивает приближенную стабилизацию исходной задачи при малых $\varepsilon > 0$. Библиогр.: 10 назв.

UDC 517.977

Close regulator for evolutionary inclusion of subdifferential type / Kapustian O.A., Yasinsky V.V. // System research and information technologies. — 2012. — № 1. — P. 87–93.

A problem of an optimal stabilization for evolutionary inclusion of subdifferential type with non-Lipschitz multi-valued interaction function $\varepsilon F(y)$, where $\varepsilon > 0$ is a small parameter, is considered. Under the condition where $\varepsilon = 0$ the problem admits optimal regulator $u[y]$, it is proved that the formula $u[y]$ guarantees approximated stabilization of the initial problem under small $\varepsilon > 0$. Refs: 10 titles.

УДК 519.6:658(004.8)

Забезпечення точності узагальненої інтервальної оцінки якості виробів / Федін С.С., Зубрецька Н.А. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 1. — С. 94–100.

Розроблено метод інтервальної оцінки якості виробів, відмітною особливістю якого є отримання вагових коефіцієнтів узагальненого показника з використанням нечітких функцій приналежності гауссового типу. Їх використання дозволяє підвищити точність та вірогідність прийняття рішення під час визначення категорії якості виробів різного цільового призначення відповідно до вербально-числової шкали функції бажаності Харрінгтона. Рис.: 2. Табл.: 2. Бібліогр.: 8 назв.

UDC 519.6:658(004.8)

Providing of exactness of the generalized interval estimation of quality of the products / Fedin S.S., Zubretska N.A. // System research and information technologies. — 2012. — № 1. — P. 94–100.

The method of interval estimation of the products' quality, the distinctive feature of which is a receipt of gravimetric coefficients of the generalized index with the use of unclear membership functions of gauss type, is developed. Their usage allows to promote

exactness and authenticity of decision-making at determination category of products' quality of the different target destination in accordance with the verbally-numerical scale of desirability function of Harrington. Figs: 2. Tabl.: 2. Refs: 8 titles.

УДК 519.6

Проекционно-итерационный алгоритм решения некорректных интегральных уравнений Вольтерра / Гарт Л.Л. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 1. — С. 101–112.

Исследован вопрос о применении проекционно-итерационного подхода к решению некорректных интегральных уравнений Вольтерра I-го рода. Проводится сравнительный анализ предложенных вычислительных схем, использующих различные способы выбора параметра регуляризации, демонстрируется их практическая сходимость на примере решения конкретных задач. Табл.: 1. Библиогр.: 10 назв.

UDC 519.6

A projection-iteration algorithm of solution the ill-posed integral equations of Volter / Hart L.L. // System research and information technologies. — 2012. — № 1. — P. 101–112.

The problem of applying the projection-iteration approach to the solution of ill-posed integral equations of Volter of the first kind is investigated. The comparative analysis of the suggested computational schemes, which use the various ways of a regularization parameter choice is carried out, the practical convergence of these schemes for solving concrete problems is demonstrated. Tabl.: 1. Refs: 10 titles.

МЕТОДИ АНАЛІЗУ ТА УПРАВЛІННЯ
СИСТЕМАМИ В УМОВАХ РИЗИКУ І
НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

METHODS OF SYSTEM ANALYSIS AND
CONTROL IN CONDITONS OF RISK AND
UNCERTAINTY CONDITIONS

УДК 519.8

Комплексний аналіз ризику банкрутства корпорацій в умовах невизначеності. Частина 1 / Згуровський М.З, Зайченко Ю.П. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 1. — С. 113–128.

Викладено різні моделі й методи аналізу ризику банкрутства підприємств. Розглянуто класичний метод дискримінантного аналізу Альтмана та нечітко-множинний метод аналізу ризику банкрутства Недосекіна. Проведено експериментальні дослідження чітких і нечітких методів аналізу ризику банкрутства, що розглядається, на прикладі підприємств України, оцінено їх ефективність і визначено найадекватніший метод. Рис.: 5. Табл.: 15. Бібліогр.: 6 назв.

UDC 519.8

A complex analysis of the enterprises' bankruptcy risk in the conditions of uncertainty. Part 1 / Zgurovsky M.Z., Zaychenko Yu.P. // System research and information technologies. — 2012. — № 1. — P. 113–128.

Different models and methods of enterprises' bankruptcy risk analysis are considered. The method of Discriminant analysis of E.Altman and fuzzy-multiple method of bankruptcy risk analysis of Nedosekin are considered. The experimental investigations of the clear and fuzzy methods of bankruptcy risk analysis, which are considered on the example of the Ukrainian enterprises, are carried out; their efficiency is estimated and the most adequate method is determined. Figs: 5. Tabl.: 15. Refs: 6 titles.

УДК 629.735.45.051'172(045)

Порівняльний огляд методів лінійних матричних нерівностей і H_∞ -оптимізації щодо задачі пригнічення зовнішніх збурень для стабілізації нестійкого об'єкта /

Горбатюк О.Д., Мельник К.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 1. — С. 129–141.

Розглянуто задачу пригнічення обмежених за модулем зовнішніх збурень для стабілізації гелікоптера в режимі висіння. Вирішення поставленої задачі здійснюється методом лінійних матричних нерівностей (ЛМН) і H_∞ -оптимізації. Аналіз отриманих результатів синтезу виконано аналітично, а також шляхом моделювання системи стабілізації в середовищі Simulink. Подано інтерпретацію отриманих результатів. Рис.: 5. Табл.: 3. Бібліогр.: 26 назв.

UDC 629.735.45.051'172(045)

A comparative review of linear matrix inequalities method and H_∞ -optimization with regard to the problem of external disturbance suppression for the unstable object stabilization / Gorbatyuk O.D., Melnik K.V. // System research and information technologies. — 2012. — № 1. — P. 129–141.

The problem of limited modulo external disturbances suppression for the stabilization of the helicopter hovering is considered. The solution of the assigned problem is implemented by linear matrix inequalities (LMI) method and H_∞ -optimization. The Analysis of the obtained results of synthesis is carried out both analytically and with the help of stabilization system modeling in Simulink environment. Interpretation of the obtained results is presented. Figs: 5. Tabl.: 3. Refs: 26 titles.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Власюк Раїса Сергіївна,

магістрант, старший інспектор головного центру міжнародних зв'язків Вінницького національного технічного університету, Україна, Вінниця

Гарт Людмила Лаврентіївна,

доцент, кандидат фізико-математичних наук, завідувач лабораторії оптимізації складних систем Дніпропетровського національного університету ім. Олеса Гончара, Україна, Дніпропетровськ

Глушак Любомир Володимирович,

аспірант Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» Національного технічного університету України «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Горбатюк Ольга Дем'янівна

асистент кафедри систем управління літальних апаратів Інституту електроніки і систем управління Національного авіаційного університету, Україна, Київ

Зайченко Юрій Петрович,

професор, доктор технічних наук, професор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» Національного технічного університету України «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Згуровський Михайло Захарович,

академік НАН України, професор, доктор технічних наук, ректор Національного технічного університету України «КПІ», директор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Зубрецька Наталія Анатоліївна,

кандидат технічних наук, доцент кафедри метрології, стандартизації і сертифікації Київського національного університету технологій і дизайну, Україна, Київ

Іваненко Віктор Іванович,

доктор технічних наук, професор Національного технічного університету України «КПІ», Україна, Київ

Капустян Олена Анатоліївна,

кандидат фізико-математичних наук, завідувач науково-дослідного сектору факультету кібернетики Київського національного університету ім. Тараса Шевченка, Україна, Київ

Марченко Олександр Іванович,

кандидат технічних наук, доцент кафедри спеціалізованих комп'ютерних систем факультету прикладної математики Національного технічного університету України «КПІ», Україна, Київ

Мельник Костянтин Володимирович,

кандидат технічних наук, асистент кафедри систем управління літальних апаратів Інституту електроніки і систем управління Національного авіаційного університету, Україна, Київ

Михалевич Вадим Михайлович,

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики Національного університету «Києво-Могилянська академія», Україна, Київ

Недашківська Надія Іванівна,

кандидат технічних наук, доцент кафедри математичних методів системного аналізу Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного ана-

лізу» Національного технічного університету України «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Панкратова Наталія Дмитрівна,

професор, доктор технічних наук, заступник директора з наукової роботи Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» Національного технічного університету України «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Повещенко Геннадій Павлович,

старший науковий співробітник, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» Національного технічного університету України «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Романюк Олександр Миколайович,

аспірант кафедри спеціалізованих комп'ютерних систем факультету прикладної математики Національного технічного університету України «КПІ», Україна, Київ

Сапігора Антон Сергійович,

інженер Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, Київ

Свістунов Сергій Якович,

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України, Київ

Федін Сергій Сергійович,

доктор технічних наук, доцент кафедри метрології, стандартизації і сертифікації Київського національного університету технологій і дизайну, Україна, Київ

Хейг Марія,

професор-асистент факультету інформаційних студій Вісконсинського університету, США, Вісконсин, Мілуоке

Яровий Андрій Анатолійович,

доцент, кандидат технічних наук, доцент кафедри інтелектуальних систем Вінницького національного технічного університету, Україна, Вінниця

Ясінський Василь Васильович,

професор, кандидат фізико-математичних наук, директор Інституту моніторингу якості освіти Національного технічного університету «КПІ», Україна, Київ

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ СТАТЕЙ

для журналу

«СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ»

1. Стаття з анотаціями подається у двох варіантах: **роздрукована** (на папері формату А4 через 1,5 інтервали у двох примірниках, розмір шрифту 12 пт., поля зліва та справа по 3 см) та в **електронному** вигляді.

Назва статті, прізвище та ініціали автора (авторів), а також анотація (5–6 рядків) подаються українською, російською та англійською мовами.

2. Текст статті набирається в редакторі Microsoft Word 98 (або пізнішої версії) шрифтом Times New Roman із вирівнюванням по ширині.

3. На початку статті вказується індекс УДК, назва статті, ініціали та прізвище автора (авторів).

4. Список літератури подається в порядку посилання після тексту статті.

5. Набір формул здійснюється в редакторі формул «Equations».

6. Символи у формулах (крім особливих випадків) набираються курсивом. Допускаються прямі символи, але їх треба розмітити або включити до списку спеціальних символів.

7. Нумерувати необхідно тільки ті формули (винесені на середину рядків), на які є посилання в тексті.

8. Таблиці та рисунки виконуються в одному стилі, їм надається номер, назва і розташовуються після посилань у тексті. Не слід повторювати в статті підписи до рисунків та таблиць.

9. Стаття разом із таблицями, рисунками і списком літератури має бути не більше 15 сторінок. Оглядові статті обсягом до 25 сторінок приймаються за домовленістю із редколегією.

10. До рукопису додаються відомості про кожного автора: країна, місто, місце роботи, службова посада, вчений ступінь та звання, сфера наукових досліджень, контактні телефони, адреса та e-mail.