

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ КОМПЛЕКС
«ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ» НТУУ «КПІ»
МОН ТА НАН УКРАЇНИ

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

МІЖНАРОДНИЙ НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 3

2010

ЗАСНОВАНИЙ У ЛИПНІ 2001 р.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Головний редактор

М.З. ЗГУРОВСЬКИЙ, акад. НАН України

Заступник головного редактора

Н.Д. ПАНКРАТОВА, проф., д. т. н.

Члени редколегії:

П.І. АНДОН, чл.-кор. НАН України

А.В. АНІСІМОВ, проф., д. ф.-м. н.

В.Г. БОНДАРЕНКО, проф., д. ф.-м. н.

Ж. БОННІН, проф., Франція

Г. ВЕБЕР, проф., Турція

Р. ВОРОНКА, проф., США

С.М. ГРИША, проф., д. т. н.

О.Д. ГВІШАНИ, проф., д. ф.-м. н.,
Росія

В.І. КОСТЮК, проф., д. т. н.

В.М. КУНЦЕВИЧ, акад. НАН України

Г.М. ЛУЦЬКИЙ, проф., д. т. н.

О.С. МАКАРЕНКО, проф., д. ф.-м. н.

О.А. МОЛЧАНОВ, проф., д. т. н.

В.В. ОСТАПЕНКО, проф., д. ф.-м.н.

О.А. ПАВЛОВ, проф., д. т. н.

В.Н. РЕДЬКО, акад. НАН України

Т.Л. СААТІ, проф., США

Л. САКАЛАУСКАС, проф., Литва

І.В. СЕРГІЄНКО, акад. НАН України

В.П. ТАРАСЕНКО, проф., д. т. н.

Я.С. ЯЦКІВ, акад. НАН України

АДРЕСА РЕДАКЦІЇ:

03056, м. Київ,

пр. Перемоги, 37, корп. 35,

Навчально-науковий комплекс

«Інститут прикладного системного аналізу»

НТУУ «КПІ» МОН та НАН України

Тел.: **406-81-44**; Факс: **406-81-44**

E-mail: journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua

<http://journal.iasa.com.ua>

У номері:

- **Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу**
- **Прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи**
- **Проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах**
- **Математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем**
- **Нові методи в системному аналізі, інформатиці та теорії прийняття рішень**

NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE
EDUCATIONAL-SCIENTIFIC COMPLEX
«INSTITUTE FOR APPLIED SYSTEM ANALYSIS»
AT THE NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF UKRAINE «KPI»
OF MES AND NAS OF UKRAINE

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

№ 3

2010

IT IS FOUNDED IN JULY, 2001

EDITORIAL BOARD:

The editor – in – chief

M.Z. ZGUROVSKY, Academician of
NASU

Deputy editor – in – chief

N.D. PANKRATOVA, Prof., Ukraine

Associate editors:

F.I. ANDON, Correspondent
member of NASU

A.V. ANISIMOV, Prof., Ukraine

V.G. BONDARENKO Prof., Ukraine

Z. BONNIN, Prof., France

S.N. GRISHA, Prof., Ukraine

A.D. GVISHIANI Prof., Russia

V.I. KOSTJUK, Prof., Ukraine

V.M. KUNTHEVICH, Academician of NASU

G.M. LUTSKY, Prof., Ukraine

A.S. MAKARENKO Prof., Ukraine

A.A. MOLCHANOV, Prof., Ukraine

V.V. OSTAPENKO, Prof., Ukraine

A.A. PAVLOV, Prof., Ukraine

V.N. REDKO, Academician of NASU

T.L. SAATY, Prof., USA

L. SAKALAUŠKAS Prof., Lithuania

I.V. SERGIENKO, Academician of NASU

V.P. TARASENKO, Prof., Ukraine

R. VORONKA, Prof., USA

G. WEBER Prof., Turkey

Ya.S. YATSKIV Academician of NASU

THE EDITION ADDRESS:

03056, Kyiv,
av. Peremogy, 37, building 35,
Educational-Scientific Complex
«Institute for Applied System Analysis» at the
National Technical University of Ukraine «KPI»
of MES and NAS of Ukraine
Phone: 406-81-44; Fax: 406-81-44
E-mail: journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua
http://journal.iasa.com.ua

In the issue:

• **Theoretical and applied problems and methods of system analysis**

• **Progressive information technologies, high-efficiency computer systems**

• **Decision making and control in economic, technical, ecological and social systems**

• **Mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research**

• **New methods in system analysis, computer science and theory of decision making**

Шановні читачі!

Навчально-науковий комплекс «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України видає міжнародний науково-технічний журнал

«СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ».

Журнал публікує роботи теоретичного і прикладного характеру в широкому спектрі проблем, пов'язаних із системними дослідженнями та інформаційними технологіями.

Провідні тематичні розділи журналу:

Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу; теоретичні та прикладні проблеми інформатики; автоматизовані системи управління; прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи; проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах; теоретичні та прикладні проблеми інтелектуальних систем підтримки прийняття рішень; проблемно і функціонально орієнтовані комп'ютерні системи та мережі; методи оптимізації, оптимальне управління і теорія ігор; математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем; методи аналізу та управління системами в умовах ризику і невизначеності; евристичні методи та алгоритми в системному аналізі та управлінні; нові методи в системному аналізі, інформатиці та теорії прийняття рішень; науково-методичні проблеми в освіті.

Головний редактор журналу — ректор Національного технічного університету України «КПІ», директор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, академік НАН України Михайло Захарович ЗГУРОВСЬКИЙ.

Журнал «Системні дослідження та інформаційні технології» включено до переліку фахових видань ВАК України.

Статті публікуються українською, російською та англійською мовами.

Журнал можна передплатити. **Наш індекс 23918.** Якщо ви не встигли передплатити журнал, його можна придбати безпосередньо в редакції. Наша адреса: 03056, м. Київ, пр. Перемоги, 37, корп. 35.

Завідуюча редакцією С.М. Шевченко
Редактор А.О. Млечко
Молодший редактор В.М. Литвин
Комп'ютерна верстка та набір А.А. Патіоха

Підписано до друку 25.09.2010. Формат 70x108/16.
Папір офс. Офс. друк. Ум. друк. арк. 14. Ціна договірна.
Свідоцтво про реєстрацію КВ № 13804–2778 ПР від 17.03.2008 р.

Видавництво та поліграфія ВПК «Політехніка»
ВПІ НТУУ «КПІ»
03056, Київ–56, пр. Перемоги, 37, корп. 15

Dear Readers!

The Educational-scientific complex «Institute for applied system analysis» at the National technical university of Ukraine «KPI» of MES and NAS of Ukraine is published of the international scientific and technical journal

«SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES».

The Journal is printing works of a theoretical and applied character on a wide spectrum of problems, connected with system researches and information technologies.

The main thematic sections of the Journal are the following:

Theoretical and applied problems and methods of system analysis; theoretical and applied problems of computer science; automated control systems; progressive information technologies, high-efficiency computer systems; decision making and control in economic, technical, ecological and social systems; theoretical and applied problems of intellectual systems for decision making support; problem- and function-oriented computer systems and networks; methods of optimization, optimum control and theory of games; mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research; methods of system analysis and control in conditions of risk and uncertainty; heuristic methods and algorithms in system analysis and control; new methods in system analysis, computer science and theory of decision making; scientific and methodical problems in education.

The editor-in-chief of the Journal is Rector of the National Technical University of Ukraine «KPI», Director of the Educational-scientific complex «Institute for applied system analysis» at the National technical university of Ukraine «KPI» of MES and NAS of Ukraine, academician of the NASU Michael Zaharovich Zgurovsky.

The articles to be published in the Journal in Ukrainian, Russian and English languages are accepted. Information printed in the Journal is included in the Catalogue of periodicals of Ukraine.

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

3 • 2010

ЗМІСТ

ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ І МЕТОДИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ	
<i>Недашкова Н.И.</i> Многокритериальное принятие решений с использованием максиминного синтеза в методе анализа иерархий (МАИ)	7
ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ	
<i>Буценко Ю.П., Савченко Ю.Г.</i> Оперативный контроль вычислений на основе информационной избыточности	17
<i>Панченко Б.Е., Писанко И.Н.</i> О полноте и единственности универсального каркаса в реляционной модели данных	25
<i>Сундучков К.С.</i> Оптимизация фрагмента телекоммуникационной сети	36
ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ І УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ, ЕКОЛОГІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ	
<i>Ляхов С.О., Виллюк Я.І.</i> Метод визначення потоків рекреантів за допомогою модифікованої гравітаційної моделі на базі нечіткої логіки	46
<i>Мурга Н.А.</i> Нечеткий фондовый портфель. Исследование и оптимизация	60
МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ І ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ	
<i>Поворознюк А.І.</i> Синтез комбінованого вирішального правила (ВП) у комп'ютерних системах медичної діагностики	72
<i>Серая О.В., Демин Д.А.</i> Оценка представительности усеченных ортогональных подпланов плана полного факторного эксперимента	84
<i>Згуровський О.М.</i> Дослідження переривистого характеру глобалізації в контексті суспільного розвитку та безпеки країн світу. Частина 2. Дослідження впливу кризових явищ 2008–2009 років	89
<i>Москалева Е.В.</i> Математическая модель расчета термонапряженного состояния оболочечных конструктивных элементов	108
НОВІ МЕТОДИ В СИСТЕМНОМУ АНАЛІЗІ, ІНФОРМАТИЦІ ТА ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ	
<i>Остапенко В.В., Якунина И.Л.</i> Функция Минковского в задачах упаковки	115
<i>Oganesyan G.</i> Price formation mechanism and tariff protection in a dynamic model of a small open economy in transition	122
<i>Скобелев В.В.</i> Анализа free-running автомата над конечным кольцом	130
Реферати	143
Відомості про авторів	149

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

3 • 2010

CONTENTS

THEORETICAL AND APPLIED PROBLEMS AND METHODS OF SYSTEM ANALYSIS	
<i>Nedashkovskaya N.I.</i> Multicriteria decision making using the maximin analytic hierarchy process (AHP)	7
PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES, HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS	
<i>Butsenko Yu.P., Savchenko Yu.G.</i> On-line control of calculations in terms of information redundancy	17
<i>Panchenko B. E., Pysanko I.M.</i> On the completeness and uniqueness of universal framework in relational model of data	25
<i>Sunduchkov K.S.</i> Optimization of telecommunication network fragment	36
DECISION MAKING AND CONTROL IN ECONOMIC, TECHNICAL, ECOLOGICAL AND SOCIAL SYSTEMS	
<i>Liakhov S.A., Vikliuk Ya.I.</i> Method for recreant flow determination using a modified gravitation model on the basis of fuzzy logic	46
<i>Murga N.A.</i> Fuzzy stock portfolio. Research and optimization	60
MATHEMATICAL METHODS, MODELS, PROBLEMS AND TECHNOLOGIES FOR COMPLEX SYSTEMS RESEARCH	
<i>Povoroznyuk A.I.</i> Synthesis of combined decision rule in computer systems of medical diagnostics	72
<i>Seraya O.V., Domin D.A.</i> Estimation of representative truncated orthogonal subplans of complete factor experiment plan	84
<i>Zgurovsky A.M.</i> Research of faltering character of globalization in context of social development and safety of the countries of the world. A part 2. Research of the influence of the crisis phenomena of 2008–2009	89
<i>Moskaleva E.V.</i> Mathematic model for calculation of thermostressed state of shell constructs	108
NEW METHODS IN SYSTEM ANALYSIS, COMPUTER SCIENCE AND THEORY OF DECISION MAKING	
<i>Ostapenko V.V. and Iakunina I.L.</i> Minkowski function in packing problems	115
<i>Oganesyan G.</i> Price formation mechanism and tariff protection in a dynamic model of a small open economy in transition	122
<i>Skobelev V.V.</i> Analysis of free-running automaton over a finite ring	130
References	143
Information about the authors	149

УДК 519.816

**МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЕ ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАКСИМИННОГО СИНТЕЗА В
МЕТОДЕ АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ (МАИ)**

Н.И. НЕДАШКОВСКАЯ

Исследованы различные виды изменений порядков ранжирования (реверсов рангов) альтернатив решений при использовании модифицированного метода анализа иерархий с максиминным синтезом для решения многокритериальных задач поддержки принятия решений. Проведено компьютерное моделирование явления реверса рангов в максиминном синтезе МАИ и найдены условия его появления.

ВВЕДЕНИЕ

МАИ многокритериальной поддержки принятия решений позволяет вычислить коэффициенты относительной важности (приоритетности) альтернатив решений на основе оценок экспертов и определить порядок ранжирования альтернатив решений [1].

В МАИ вычисление весов альтернатив по множеству критериев осуществляется с использованием линейной свертки (в терминологии МАИ — дистрибутивный синтез), весовые коэффициенты которой — показатели относительной важности критериев. Широкое применение этой свертки обусловлено, прежде всего, ее простотой и наглядностью. Однако, при решении многокритериальных задач ее применение допустимо при определенных ограниченных предположениях. Главным ограничивающим фактором эффективности решения является выпуклость множества векторных оценок [2]. В частности, если множество альтернатив и множество векторных оценок конечны, то они не являются выпуклыми, поэтому применение линейной свертки может привести к результатам, противоречащим здравому смыслу. В связи с этим, в [2] предложена модификация МАИ, в которой синтез множества весов альтернатив осуществляется по максиминной свертке, лишенной ограничения, связанного с выпуклостью множества векторных оценок.

В данной работе проведено исследование возможности появления в максиминном синтезе явления изменения порядка ранжирования альтернатив, когда к рассмотрению добавляется или удаляется альтернатива. Такое

изменение порядка ранжирования получило название реверса рангов [3–10]. На сегодняшний день существует большое количество работ, посвященных исследованию появления реверса рангов при использовании разных линейных синтезов МАИ, таких как дистрибутивный [3–5] и «идеальный» [3–6] синтезы, а также других методов многокритериального принятия решений, таких как DEANP [7, 8], ELECTRE, TOPSIS [9], «линия» и другие [10]. Установлено, что реверс рангов может возникнуть в каждом из перечисленных методов. При этом, появление реверса в дистрибутивном и идеальном синтезе зависит как от свойств добавляемой альтернативы, например, альтернатива-копия или альтернатива, оптимальная по одному из критериев, так и от взаимосвязи между оценками альтернатив по критериям и весами критериев [5].

Цель работы — выявить условия появления реверса при добавлении альтернатив с разными свойствами на основании компьютерного моделирования разных видов реверса рангов в максиминном синтезе МАИ [2].

МАКСИМИННЫЙ СИНТЕЗ МАИ

Рассмотрим постановку задачи многокритериального принятия решений.

Дано:

- $A = \{A_i \mid i = 1, \dots, n\}$ — множество альтернативных вариантов решений;
- $C = \{C_j \mid j = 1, \dots, m\}$ — множество критериев;
- v_{ij} — ненормированный вес альтернативы A_i относительно критерия C_j ;

- w_j^C — вес критерия C_j , $\sum_{j=1}^m w_j^C = 1$.

Необходимо:

- найти глобальные веса $w_i^{\text{глоб}}$ альтернатив A_i с учетом предпочтений на основе множества критериев, $i = 1, \dots, n$;
- выбрать «оптимальную» альтернативу.

Оптимальной (наилучшей) является альтернатива, имеющая максимальный глобальный вес. Альтернатива *оптимальна по одному из критериев*, если она имеет максимальный вес по этому критерию.

Выбор наилучшего решения $A_{i^*} \in A$ по максиминному синтезу осуществляется путем максимизации функции:

$$v_i^{\text{глоб}} = \min_{j=1, \dots, m} v_{ij} w_j^C, \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

$$A_{i^*} : v_{i^*}^{\text{глоб}} = \max_{i=1, \dots, n} v_i^{\text{глоб}}.$$

Максиминная свертка (1) лишена ограничения, связанного с выпуклостью множества векторных оценок v_{ij} , которое имело место при использо-

вании линейной свертки. В работе [2] показано, что при конечном множестве возможных решений, положительных критериях и «рациональном» поведении лица, принимающего решение, любое выбираемое решение всегда может быть получено в результате максимизации функции (1) на множестве альтернатив при определенных положительных весовых коэффициентах w_j^C .

При решении задачи распределения ресурсов веса (1) должны быть пронормированы: $w_i^{\text{глоб}} = v_i^{\text{глоб}} / \sum_{i=1}^n v_i^{\text{глоб}}$.

ПОНЯТИЕ РЕВЕРСА РАНГОВ. ВИДЫ РЕВЕРСА РАНГОВ

Реверс рангов — это изменение рангов альтернатив при добавлении или удалении альтернативы при условии, что не меняются множество критериев, по которым оцениваются альтернативы, веса этих критериев и оценки альтернатив относительно критериев [3–10].

Рассмотрим несколько видов реверса рангов.

1. Изменение оптимальной альтернативы.

$$i \neq k, \quad (2)$$

где i — номер оптимальной альтернативы при рассмотрении n альтернатив, $i: v_i^{\text{глоб}} = \max_{l=1, \dots, n} v_l^{\text{глоб}}$, k — номер оптимальной альтернативы при рассмотрении $n+1$ альтернативы, $k: v_k^{\text{глоб}} = \max_{l=1, \dots, n, n+1} \tilde{v}_l^{\text{глоб}}$, $\tilde{v}_l^{\text{глоб}}$ — веса альтернатив при рассмотрении $n+1$ альтернативы.

2. Изменение порядка ранжирования альтернатив.

Рассмотрим пример. Предположим, что ранжирование n альтернатив имеет вид $A_1 \succ A_2 \succ \dots \succ A_i \succ A_k \succ \dots \succ A_n$. Если после добавления к рассмотрению еще одной альтернативы A_{n+1} это ранжирование изменяется и приобретает вид, например, $A_1 \succ A_2 \succ \dots \succ A_k \succ A_i \succ \dots \succ A_n$, то имеет место реверс рангов. Реверс рангов также имеет место, если веса некоторых альтернатив равны между собой до добавления альтернативы и отличаются после ее добавления (или наоборот).

В общем случае условие появления этого вида реверса рангов для пары альтернатив A_i и A_k , $i, k = 1, \dots, n$ следующее:

$$\begin{aligned} & (\Delta v_{ik}^{\text{глоб}} \Delta \tilde{v}_{ik}^{\text{глоб}} < 0) \vee ((\Delta v_{ik}^{\text{глоб}} = 0) \wedge (\Delta \tilde{v}_{ik}^{\text{глоб}} \neq 0)) \vee \\ & \vee ((\Delta v_{ik}^{\text{глоб}} \neq 0) \wedge (\Delta \tilde{v}_{ik}^{\text{глоб}} = 0)), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\Delta v_{ik}^{\text{глоб}} = v_i^{\text{глоб}} - v_k^{\text{глоб}}$, $\Delta \tilde{v}_{ik}^{\text{глоб}} = \tilde{v}_i^{\text{глоб}} - \tilde{v}_k^{\text{глоб}}$, $\tilde{v}_i^{\text{глоб}}$ — веса альтернатив при рассмотрении $n+1$ альтернативы.

3. Изменение рангов альтернатив при их попарном рассмотрении по сравнению с рассмотрением всех альтернатив одновременно.

4. Проведем декомпозицию задачи принятия решений на подзадачи с двумя альтернативами. Если ранжирование, полученное объединением частичных решений, не совпадает с первоначальным ранжированием при одновременном рассмотрении всех альтернатив, то будем говорить, что имеет место реверс рангов.

Рассмотрим примеры указанных видов реверса рангов при использовании максиминного синтеза для решения многокритериальных задач.

ПРИМЕРЫ РЕВЕРСОВ РАНГОВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МАКСИМИННОГО СИНТЕЗА

В следующих примерах 1 и 2 иллюстрируется реверс рангов первого вида, когда к рассмотрению добавляется альтернатива, не оптимальная ни по одному из критериев (пример 1) и альтернатива-копия (пример 2). В примере 3 показан третий вид реверса.

Пример 1. Изменение оптимальной альтернативы при добавлении к рассмотрению неоптимальной альтернативы.

Рассмотрим задачу, в которой необходимо выбрать одну оптимальную альтернативу из трех возможных вариантов по двум критериям C_1 и C_2 , веса которых равны 0,4 и 0,6. В соответствии с МАИ строятся матрицы парных сравнений (МПС) альтернатив:

$$M_{C_1} = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 5 \\ 1/9 & 1 & 5/9 \\ 1/5 & 9/5 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_{C_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1/8 & 1/4 \\ 8 & 1 & 2 \\ 4 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Следующий этап МАИ — вычисление весов альтернатив по каждому критерию методом главного собственного вектора. Для приведенных выше МПС эти веса равны (0,763; 0,085; 0,152) и (0,077; 0,615; 0,308). Применяя максиминный синтез, получим следующие глобальные веса альтернатив: (0,327; 0,240; 0,433). Исходя из этих весов, *оптимальной является третья альтернатива.*

Пусть к рассмотрению добавлена еще одна альтернатива и расширенные МПС относительно тех же двух критериев равны

$$M_{C_1} = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 5 & 2 \\ 1/9 & 1 & 5/9 & 2/9 \\ 1/5 & 9/5 & 1 & 2/5 \\ 1/2 & 9/2 & 5/2 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_{C_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1/8 & 1/4 & 1/4 \\ 8 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & 1/2 & 1 & 1 \\ 4 & 1/2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Веса четырех альтернатив относительно каждого из критериев, вычисленные методом главного собственного вектора, равны (0,552; 0,061; 0,110; 0,276) и (0,059; 0,471; 0,235; 0,235), так что добавляемая четвертая альтернатива не оптимальна ни по одному из критериев. Максиминный синтез в результате приводит к следующим глобальным весам: (0,165; 0,114; 0,206; 0,515). Таким образом, после добавления к рассмотрению неоптимальной

альтернативы оптимальная альтернатива изменилась — ею стала добавляемая альтернатива.

Пример 2. Изменение оптимальной альтернативы при добавлении к рассмотрению альтернативы-копии.

Рассмотрим задачу выбора альтернативы из трех возможных вариантов по двум критериям C_1 и C_2 , веса которых равны 0,25 и 0,75. Пусть к рассмотрению добавляется альтернатива-копия a_4 , которая эквивалентна альтернативе с наименьшим весом. В табл. 1 приведены МПС альтернатив по критериям, а также локальные и глобальные веса альтернатив до и после добавления альтернативы a_4 . Сравнение ранжирования до и после добавления a_4 показывает, что изменилась оптимальная альтернатива — ею стала альтернатива a_2 .

Таблица 1. Характеристики альтернатив по критериям и общее ранжирование альтернатив

Характеристики альтернатив	Критерии	
	критерий C_1 (0,25)	критерий C_2 (0,75)
МПС альтернатив	$M_{C_1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 9 \\ 1/2 & 1 & 9/2 \\ 1/9 & 2/9 & 1 \end{pmatrix}$	$M_{C_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1/5 & 3/5 \\ 5 & 1 & 3 \\ 5/3 & 1/3 & 1 \end{pmatrix}$
Локальные веса альтернатив	(0,621, 0,310, 0,069)	(0,130, 0,652, 0,217)
Глобальные веса альтернатив	(0,480, 0,425, 0,095)	
Ранжирование альтернатив	$a_1 \succ a_2 \succ a_3$	
После добавления альтернативы a_4		
МПС альтернатив	$M_{C_1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 9 & 9 \\ 1/2 & 1 & 9/2 & 9/2 \\ 1/9 & 2/9 & 1 & 1 \\ 1/9 & 2/9 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$M_{C_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1/5 & 3/5 & 1 \\ 5 & 1 & 3 & 5 \\ 5/3 & 1/3 & 1 & 5/3 \\ 1 & 1/5 & 3/5 & 1 \end{pmatrix}$
Локальные веса альтернатив	(0,581, 0,290, 0,065, 0,065)	(0,115, 0,577, 0,192, 0,115)
Глобальные веса альтернатив	(0,407, 0,411, 0,091, 0,091)	
Ранжирование альтернатив	$a_1 \succ a_2 \succ a_3 \sim a_4$	

Пример 3. Изменение рангов альтернатив при их попарном рассмотрении по сравнению с рассмотрением всех альтернатив одновременно.

Пусть необходимо оценить четыре варианта решений по двум критериям C_1 и C_2 , и МПС вариантов равны соответственно:

$$M_{C_1} = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 5 & 2 \\ 1/7 & 1 & 5/7 & 2/7 \\ 1/5 & 7/5 & 1 & 2/5 \\ 1/2 & 7/2 & 5/2 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } M_{C_2} = \begin{pmatrix} 1 & 1/9 & 2/9 & 1/3 \\ 9 & 1 & 2 & 3 \\ 9/2 & 1/2 & 1 & 3/2 \\ 1 & 1/3 & 2/3 & 1 \end{pmatrix}.$$

При важностях критериев $w_1^C = 0,25$ и $w_2^C = 0,75$ максиминный синтез приводит к следующим глобальным весам вариантов решений: (0,270, 0,124, 0,173, 0,433). Поэтому ранжирование решений равно $a_4 \succ a_1 \succ a_3 \succ a_2$.

Теперь выполним декомпозицию этой задачи на подзадачи с двумя альтернативами и найдем глобальные веса, например, для пары альтернатив a_1 и a_4 . Для этого сформируем МПС

$$M_{C_1}^{(1,4)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}, M_{C_2}^{(1,4)} = \begin{pmatrix} 1 & 1/3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix},$$

и при тех же важностях критериев получим, что глобальные веса альтернатив a_1 и a_4 , вычисленные по максиминному синтезу, равны (0,667, 0,333). Таким образом, при одновременном рассмотрении всех альтернатив имеет место порядок $a_4 \succ a_1$, а при рассмотрении только двух альтернатив a_1 и a_4 получено другое ранжирование $a_1 \succ a_4$.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕВЕРСА РАНГОВ В МАКСИМИННОМ СИНТЕЗЕ

Условия моделирования. Моделирование реверса рангов основано на решении случайным образом сгенерированных задач принятия решений, в которых n альтернатив оцениваются по m критериям. Для исключения влияния несогласованностей экспертных оценок на явление реверса рангов, генерировались согласованные МПС D_j , $j=1, \dots, m$: элементы одной из строк этой МПС заданы случайным образом из непрерывной шкалы $[1/9, 9]$, а все остальные ее элементы вычислены по правилам обратной симметричности и транзитивности [1]. Метод главного собственного вектора использован для нахождения весов альтернатив относительно критериев. Далее был осуществлен синтез найденных весов по максиминной свертке (1) и вычислены глобальные веса альтернатив. После этого к рассмотрению добавлена еще одна альтернатива: случайным образом заданная неоптимальная по каждому из критериев или копия к альтернативе с наименьшим весом. Вычислены глобальные веса $n+1$ альтернатив при неизменных оценках n альтернатив по всем критериям и неизменных весах самих критериев.

Для получения статистически значимых выводов сгенерированы 10000 независимых задач принятия решений и вычислено количество появлений первого, второго и третьего видов реверса рангов в соответствии с условиями (2) и (3) с точностью 10^{-4} . Далее частоты реверсов рангов вычислены путем деления числа событий появления реверсов к общему числу генерируемых задач.

Моделирование проведено для разного количества альтернатив $n = 2, 3, \dots, 10$ и для разных наборов весов критериев.

Результаты моделирования. Установлено, что при использовании максиминного синтеза могут возникнуть все рассмотренные виды реверса рангов (рис. 1–3). На рис. 1 и 2 показаны частоты первого и второго видов реверса рангов при добавлении соответственно неоптимальной по каждому критерию альтернативы и альтернативы-копии. На рис. 3 показаны частоты третьего вида реверса. Из этих рисунков видно, что частоты всех видов реверса рангов зависят от весов критериев: наибольшие частоты соответствуют задачам принятия решений, в которых критерии имеют одинаковую или близкую важность. И чем большее отличие между весами критериев, тем меньшей является частота появления реверса.

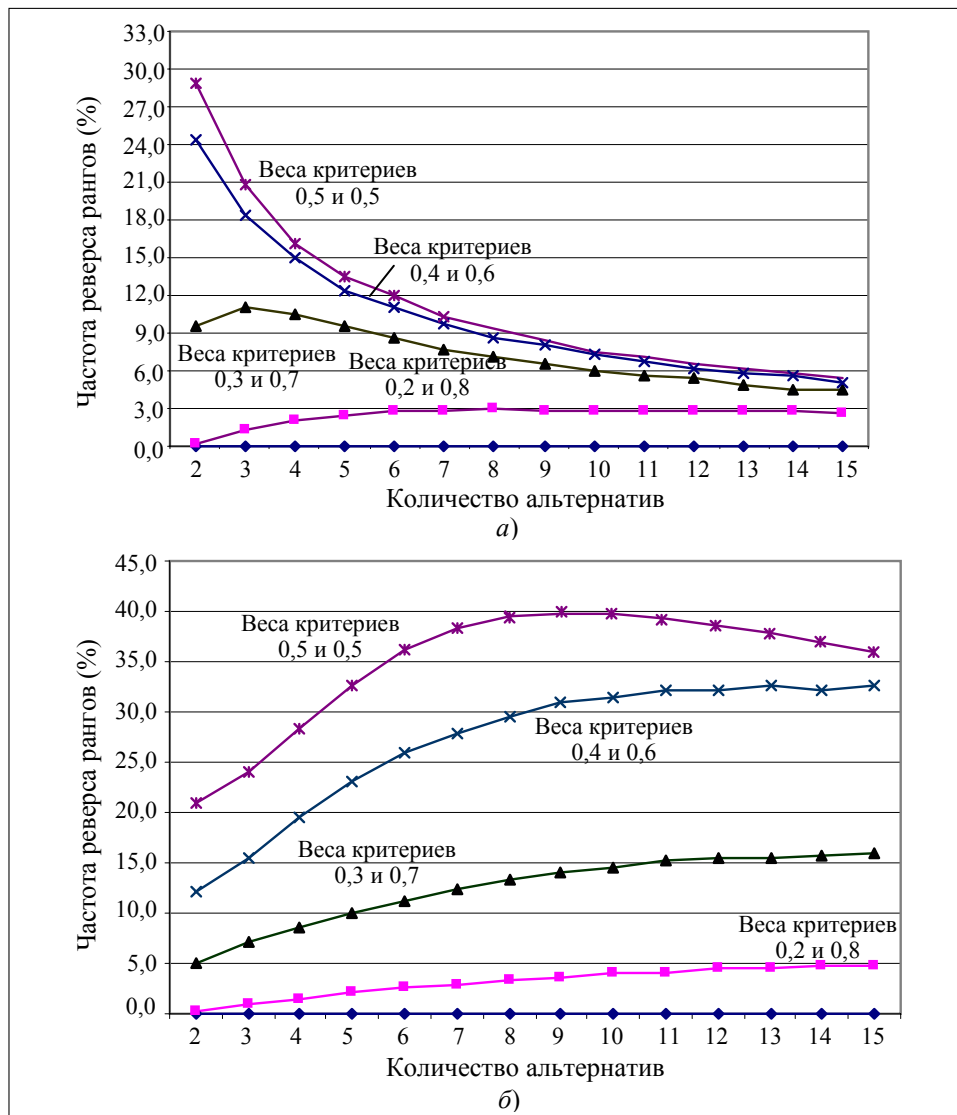


Рис. 1. Частоты появления первого (а) и второго (б) видов реверса рангов (в %) при добавлении неоптимальной по каждому из критериев альтернативы

С увеличением количества альтернатив решений частоты второго и третьего вида реверса рангов увеличиваются, а первого вида — уменьшаются. При этом, когда количество альтернатив больше трех, то частоты второго вида реверса (рис. 1б, 2б) не ниже, чем частоты первого вида реверса (рис. 1а и 2а), соответственно, так как случаи появления реверсов рангов, представленных на рис. 1а и 2а частично включены в результаты появления реверсов, представленных на рис. 1б и 2б.

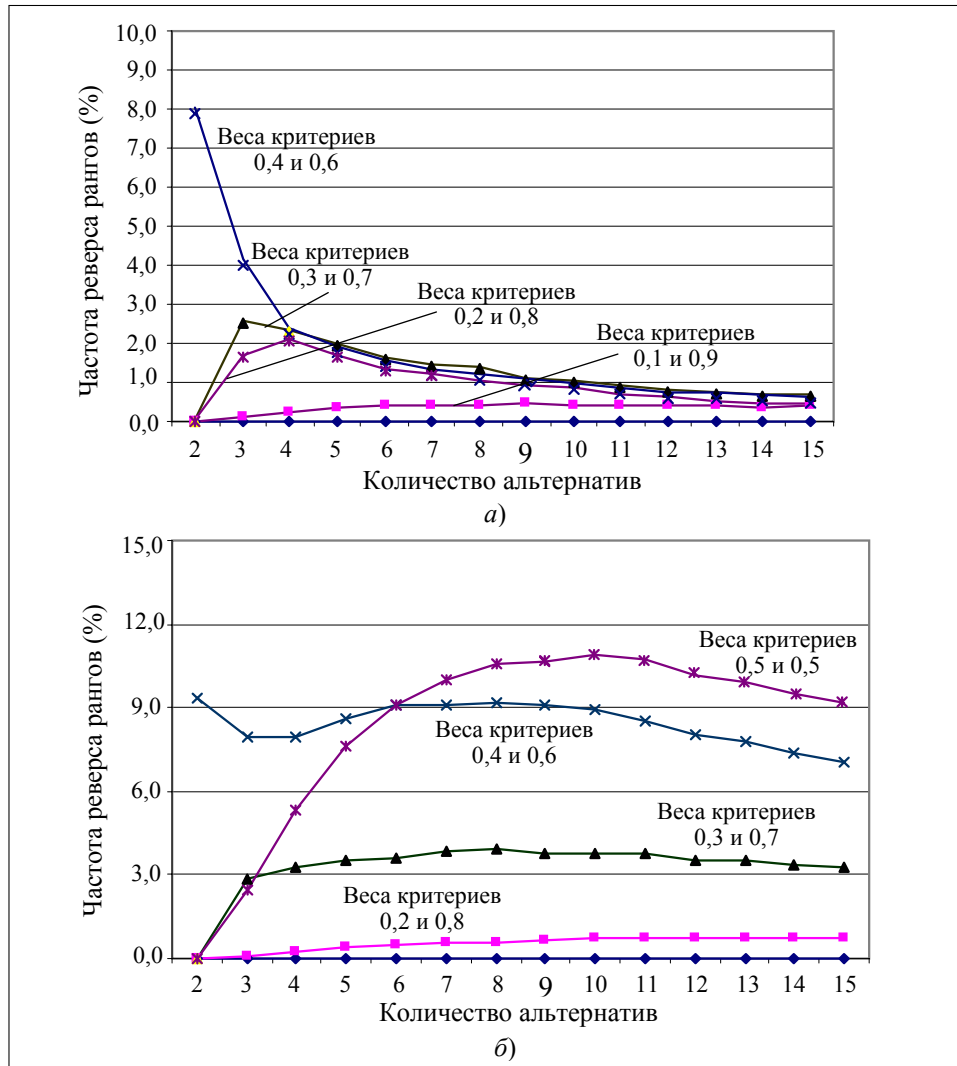


Рис. 2. Частоты появления первого (а) и второго (б) видов реверса рангов (в %) при добавлении копии к альтернативе с наименьшим весом

Частоты третьего вида реверса рангов возрастают с увеличением количества альтернатив (рис. 3). Наиболее крутой график частот опять наблюдаются для задач принятия решений с одинаковыми важностями критериев — частота реверса равна 60 % для $n = 3$ альтернатив и достигает уже 95 % для $n = 5$ альтернатив.

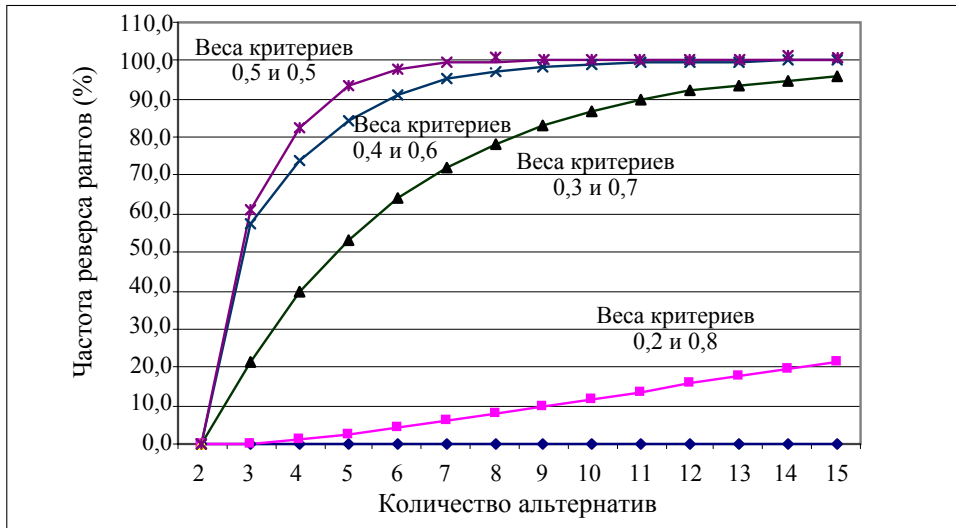


Рис. 3. Частоты появления третьего вида реверса рангов (в %)

Анализ результатов моделирования позволяет сделать вывод, что явление реверса рангов возникает в задачах принятия решений с конфликтными суждениями альтернатив относительно критериев решений (примеры 1 и 2). Поскольку на практике при добавлении неоптимальной альтернативы к множеству альтернатив с конфликтными суждениями, оптимальное решение может измениться, то наблюдаемый в этих задачах реверс рангов отображает рациональный процесс принятия решений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено компьютерное моделирование и установлено, что при использовании модифицированного МАИ с максиминным синтезом для решения многокритериальных задач могут иметь место различные виды реверса рангов. Частоты этого реверса зависят от весов критериев: наибольшие частоты соответствуют задачам принятия решений, в которых критерии имеют одинаковую или близкую важность. Установлено, что реверс рангов возникает в задачах принятия решений с конфликтными оценками альтернатив по критериям решений, поэтому наблюдаемый в этих задачах реверс рангов отображает рациональный процесс принятия решений. Явление реверса рангов в МАИ с максиминным синтезом проиллюстрировано на ряде примеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Saaty Thomas L. Theory of the Analytic Hierarchy Process. Part 2.1. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2003. — № 1. — С. 48–72.
2. Ногин В.Д. Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев. — http://www.apmath.spbu.ru/ru/staff/nogin/nogin_p11.pdf.

3. *Triantaphyllou E.* Two New Cases of Rank Reversals when the AHP and Some of its Additive Variants are Used that do not Occur with the Multiplicative AHP // *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis.* — 2001. — **10**, № 1. — P. 11–25.
4. *Barzilai J., Lootsma F.A.* Power Relations and Group Aggregation in Multiplicative AHP and SMART. *Proceedings of the 3rd International Symposium on The Analytic Hierarchy Process.* — Washington: DC. — P. 157–168.
5. *Недашківська Н.І.* Оцінювання реверсу рангів в методі аналізу ієрархій // *Системні дослідження та інформаційні технології.* — 2005. — № 4. — С. 120–130.
6. *Saaty T.L.* Rank from comparisons and from ratings in the analytic hierarchy/ network processes // *European Journal of Operational Research.* — 2006. — **168**, № 2. — P. 557–570.
7. *Ramanathan R.* Data envelopment analysis for weight derivation and aggregation in the analytic hierarchy process // *Computers & Operations Research.* — 2006. — **33**, № 5. — P. 1289–1307.
8. *Wang Y.-M., Elhag T.M.S.* An approach to avoid rank reversal in the AHP // *Decision Support Systems.* — 2005. — **42**, № 3. — P. 1474–1480.
9. *Wang X., Triantaphyllou E.* Ranking irregularities when evaluating alternatives by using some ELECTRE methods // *Omega.* — 2008. — **36**, № 1. — P. 45–63.
10. *Тоценко В.Г.* О проблеме реверса рангов альтернатив при мультикритериальном оценивании // *Проблемы управления и информатики.* — 2006. — № 3. — С. 65–74.

Поступила 03.07.2009

ОПЕРАТИВНЫЙ КОНТРОЛЬ ВЫЧИСЛЕНИЙ НА ОСНОВЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ ИЗБЫТОЧНОСТИ

Ю.П. БУЦЕНКО, Ю.Г. САВЧЕНКО

Рассмотрена задача обеспечения надежности компьютерных систем управления промышленного назначения. Предложено обобщение метода избыточных переменных на произвольные информационные процессы, независимо от способа их аппаратной или программной реализации.

Достоверность как один из показателей качества функционирования информационных и управляющих систем во многих случаях оказывается определяющим с точки зрения пригодности систем для использования в конкретных условиях. Если показатель надежности в значительной мере понимается во временном измерении, т.е. как способность объектом выполнять свои функции в течение заданного времени, то достоверность — это, прежде всего, вероятность отсутствия ошибки в определенном сообщении, управляющем воздействии, команде и т.п. К системам управления реальными объектами (промышленными, технологическими, оборонными, транспортными и т.п.) в отличие от информационных систем предъявляются исключительно высокие требования к их надежности, включая показатель достоверности. Речь идет, в первую очередь, о потенциально опасных производствах и процессах (энергетика, оборона, космос, продуктопроводы, государственные и интернациональные телекоммуникационные системы и т.д.), нарушение работоспособности которых приводит к угрозе жизни персонала, загрязнению окружающей среды или к значительным экономическим потерям. Среди главных причин нарушений можно выделить такие: физические (помехи промышленного и естественного происхождения, обрывы и короткие замыкания в каналах передачи информации, отказы и сбои оборудования); программные (остаточные ошибки в программах); человеческий фактор.

Все перечисленные причины проявляются, в конечном счете, как ошибки в результатах обработки информации, либо непосредственно в данных, поступающих, например, от технологических датчиков. Совершенно очевидно, что оперативное обнаружение таких ошибок является чрезвычайно важным с точки зрения безопасности системы в целом.

Для примера попытаемся определить, что важнее для относительно несложного прибора, называемого автопилотом самолета, его надежность

(среднее время безотказной работы, которое может составлять несколько сотен тысяч часов) или вероятность появления *необнаруженной* ошибки в управляющей команде. Без сомнения, ответ будет в пользу достоверности (безошибочности) информации, поступающей непосредственно на органы управления. Подчеркнем, что в случаях, когда речь идет о безопасности, ошибка должна быть обнаружена сразу же *в момент ее возникновения*, чтобы не допустить ее воздействия на органы управления путем блокировки и перехода, например, на ручное управление. Это чрезвычайно важный момент — именно *оперативность* обнаружения или контроля определяет, в конечном счете, безопасность того или иного технического объекта. «Контроль призван защитить нас от аварий в тех случаях, когда из-за недостаточной надежности в изделии появляются отказы» [1] — эта мысль определяет актуальность рассматриваемого ниже подхода.

Сегодня для каждой из перечисленных выше причин нарушений работоспособности разработан, на первый взгляд, достаточно обширный арсенал методов их нейтрализации. Но это не совсем так. Например, для борьбы с физическими причинами применяются методы введения структурной избыточности, помехозащищенное кодирование, реконфигурация телекоммуникационных сетей и т.п. Но далеко не все эти методы учитывают специфику именно компьютерных систем. Например, классический метод «горячего» резервирования не так просто применить, если резервируется такой компонент структуры, как компьютер. В этом случае резервный компьютер действительно должен быть «горячим» (способным с минимальной задержкой во времени выполнять функции отказавшего основного компьютера), а для этого необходимо обеспечить полную тождественность данных, которые сохраняются в памяти основного и резервного компьютеров, т.е. они должны функционировать параллельно. Для того, чтобы определить правильно работающий компьютер, необходим еще и арбитр, который это определит. Но и он может отказать. Поэтому в таких случаях используются преимущественно структурные методы обеспечения надежности (резервировании на аппаратном уровне) [2]. Например, в системе автоматического управления полетом (автопилотом) самолета Boeing 737/300 стандартный блок содержит два канала вычислений, реализованных тремя центральными процессорами. Один из них обеспечивает всю систему программного управления полетом, остальные — только критические функции. Этот стандартный блок резервирован, нейтрализация ошибок выполняется мониторами, которые сравнивают сигналы, а в каждом стандартном блоке два таких монитора [3].

В этом, как и во всех аналогичных случаях, целью введения структурной избыточности является сохранение возможности системой выполнять заданные функции при возникновении ошибок как результата неисправностей. Ошибки в данном случае обнаруживаются и, по сути, исправляются (нейтрализуются), а постоянные неисправности устраняются в процессе последующего технического обслуживания.

Для защиты информации от ошибок при ее сохранении сегодня достаточно широко используются системы с архитектурой RAID (redundant array of inexpensive disks — матрица недорогих дисков с избыточностью), что не

только защищает информацию от ошибок в результате случайных сбоев, но и дает важную информацию о состоянии жестких дисков [4].

Примеры использования структурной избыточности в современных информационных и управляющих системах можно продолжать достаточно долго. Отметим общее, что характерно для этого класса методов. Главной целью остается нейтрализация ошибок и сохранение работоспособности при отказе некоторой части оборудования, а не оперативность обнаружения ошибок. Для достижения данной цели приходится платить большую цену — высокий уровень избыточности (аппаратурные затраты, как правило, превышают трехкратные).

В то же время существует весьма обширный класс задач, где сохранение работоспособности при отказе части оборудования системы не является остро необходимым — достаточно своевременно обнаружить ошибку и заблокировать ее воздействие на объект управления. В этом случае могут быть получены достаточно экономные технические реализации соответствующих процедур контроля. Как показано ниже, такие процедуры могут быть построены на основе использования информационной избыточности.

Понятие информационной избыточности (ИИ) базируется на уменьшении реальной энтропии сообщений по сравнению с максимальной энтропией, когда все возможные сообщения равновероятны. В соответствии с работой [5] численно значение ИИ можно определить из простого соотношения

$$D = 1 - \frac{H_r}{H_{\max}},$$

где $H_r = -\sum_{i=1}^N p_i \log_2 p_i$, $H_{\max} = \log_2 N$, p_i , $i = \overline{1, N}$ — вероятность появления i -го сообщения; N — количество всех возможных сообщений, генерируемых источником.

Уже сам по себе факт наличия ИИ позволяет в определенной мере контролировать достоверность поступающих сообщений. Действительно, любые отклонения вероятностного распределения от равномерного могут свидетельствовать об ошибках. Однако этот критерий с практической точки зрения не имеет перспективы, поскольку требует длительного наблюдения за поступающими сообщениями, что исключает оперативное обнаружение ошибки в момент ее возникновения. Кроме того, одиночные ошибки не будут обнаруживаться, поскольку их влияние на статистическое распределение ничтожно мало.

Отметим важный момент: если в результате ошибки появляется сообщение, вероятность появления которого в нормальных условиях равна нулю, то ситуация меняется кардинально — ошибка может быть обнаружена сразу же, т.е. в момент ее возникновения. В терминах теории кодов с коррекцией ошибок такое сообщение является запрещенным словом. Для случая передачи информации по каналам связи задача оперативного обнаружения ошибок решается традиционными методами помехозащищенного кодирования. Если объектом контроля является преобразователь информации (цифровое устройство, компьютер, система управления или регулиро-

вания), оперативный контроль достоверности существенно усложняется. И если для контроля сравнительно простых цифровых схем может быть использован также кодовый подход [6], то для компьютерных систем управления универсальных подходов пока не существует. Покажем, что попытка найти такой подход может быть предпринята на базе обобщения понятия ИИ на вычислительные процедуры и алгоритмы независимо от способа их реализации (аппаратной или программной).

Предлагаемая идея оперативного контроля развивает достаточно «старый» (и на данный момент «хорошо забытый») метод избыточных переменных, который в свое время был использован для контроля правильности решений систем дифференциальных уравнений [7]. В кратком изложении этот метод сводится к следующему.

При решении системы из n уравнений (не обязательно дифференциальных) добавляется еще одна переменная и еще одно уравнение, искусственно связывающее добавленную переменную с исходными переменными. Теперь, получив результат решения системы, достаточно проверить его на выполнение введенного соотношения, чтобы убедиться в достоверности результата. Для иллюстрации приведем простейшие примеры.

1. Пусть требуется вычислить (программно или аппаратно) значения двух величин, исходя из таких соотношений

$$z_1 = x^2_1 + x^2_2, \quad z_2 = 2x_1x_2.$$

Добавим к ним еще одно «избыточное» соотношение

$$z_3 = z_1 + z_2 = x^2_1 + 2x_1x_2 + x^2_2 = (x_1 + x_2)^2.$$

Тогда, вычислив все три величины, правильность результата можно проверить с помощью простого контрольного соотношения $r = z_3 - z_1 - z_2$.

Если ошибок нет (точнее, не обнаружено), то $r = 0$, и если ошибка обнаружена, то $r \neq 0$,

Отметим, что при $r = 0$ полной уверенности в отсутствии ошибок не может быть, поскольку с некоторой вероятностью возможны ошибки, которые не изменяют контрольное соотношение.

2. Требуется вычислить значения двух экспонент

$$y_1 = e^{x_1} \text{ и } y_2 = e^{x_2}.$$

Добавим еще одну искусственную переменную

$$y_3 = y_1y_2 = e^{x_1+x_2}.$$

Тогда после вычисления всех трех величин достаточно проверить выполнение соотношения

$$y_3 - y_1y_2 = 0,$$

чтобы проверить правильность проведенных вычислений.

3. Вычисляются (аппаратно или программно) значения булевых переменных

$$y_1 = x_1(\bar{x}_2 \vee x_3), \quad y_2 = \bar{x}_1x_2 \vee \bar{x}_2x_3, \quad y_3 = \bar{x}_1\bar{x}_2 \vee x_2x_3.$$

Как и в предыдущих примерах добавим еще одну булеву переменную y_4 , «связывающую» y_1, y_2, y_3

$$y_4 = y_1 \oplus y_2 \oplus y_3.$$

После подстановки соответствующих выражений для y_1, y_2, y_3 и упрощений получим

$$y_4 = \bar{x}_2 \vee x_1 x_3.$$

Тогда

$$r = y_1 \oplus y_2 \oplus y_3 \oplus y_4.$$

Как и в предыдущих примерах, $r \neq 0$ будет свидетельствовать о наличии ошибки в вычислениях.

Приведенные примеры заведомо упрощены и носят чисто иллюстративный характер, демонстрируя лишь саму идею введения избыточных переменных. Общий и более глубокий смысл этой идеи состоит в создании условий, искусственно ограничивающих диапазон возможных значений результатов проводимых вычислений. Введенные ограничения в дальнейшем выступают в качестве контрольных соотношений для проверки правильности проведенных процедур.

Для обобщения достаточно очевидной идеи рассмотрим некоторое произвольное преобразование совокупности (вектора) входных данных (переменных) $X = \{X_1, X_2, \dots, X_l\}$ в совокупность (вектор) результата $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_k\}$

$$Y = F(X). \quad (1)$$

Очевидно, некоторый абстрактный «пользователь», для которого выполняются преобразования, не зная входных данных (сигналов), не может судить о правильности результата вычислений. А если данные известны, то для контроля ему необходимо самостоятельно провести вычисления результата, т.е. повторить процедуру (1). В данном случае требуется такое же время либо такая же аппаратура (по сложности) для получения независимого результата. В ряде случаев это либо недопустимо по времени (теряется оперативность), либо по аппаратным затратам, что определяет целесообразность (а в некоторых случаях и необходимость) использования идеи избыточных переменных.

Рассмотрим произвольное преобразование входных данных (сигналов), представленное некоторой системой уравнений (1) общего вида, включая случай, когда каждая компонента результата вычисляется независимо от других. Однако общими остаются значения входных переменных (сигналов) — это принципиально важное требование.

К этим уравнениям добавляется некоторое количество избыточных уравнений и, соответственно, переменных. Избыточные уравнения «связывают» исходные функции некоторой композиционной функцией (КФ), например, суммой или произведением. Одним из основных критериев при выборе РФ, очевидно, должна быть сложность реализации выбранной композиции. Ориентиром здесь может служить повторная реализация ис-

ходных функций с последующим их объединением операцией композиции (суммой, произведением и т.п.). Такой прямолинейный путь имеет, по крайней мере, два недостатка.

Во-первых, большая сложность реализации (такое же время, как и при реализации исходного преобразования, или удвоение оборудования). Во-вторых, и это главное, вероятность возникновения точно такой же ошибки при повторных вычислениях может оказаться достаточно большой, если ошибка имеет одну и ту же первопричину (например, неисправность внешних по отношению к исходному преобразователю информации блоков или сбой при выполнении внешних по отношению к программам, реализующих (1) процедур). С этой точки зрения, вычисления исходных функций в составе КФ желательно провести «другим способом» для того, чтобы минимизировать вероятность возникновения однотипных ошибок. Т.е. в результате композиции должна образоваться некоторая новая функция, которая *проще* суммы функций, объединяемых композицией.

В общем случае (для произвольных преобразований) вряд ли можно дать рецепт выбора КФ. Однако для частных случаев, интересных с точки зрения практического применения, можно попытаться сформулировать некоторые ориентиры для такого выбора.

Если все функции, описывающие преобразование (1), являются аналитическими и такими, которые допускают аппроксимацию степенным рядом Тейлора, т.е. некоторой суммой переменных в различной степени, то в качестве композиции также целесообразно использовать сумму выходных переменных. То же можно рекомендовать и в случаях цифровой обработки сигналов, когда в качестве стандартного используется представление в частотной области в виде преобразования Фурье и БПФ. В других случаях, по-видимому, следует искать другие КФ.

Если же исходное преобразование задано булевыми функциями, то этот случай исследован достаточно подробно. Заметим, что для булевых функций чаще всего используют в качестве КФ сумму по модулю 2 или произвольные логические функции при применении нелинейных кодов [6, 8].

Однако, несмотря на достаточно большое многообразие классов возможных исходных функций, которые должна «связать» КФ, можно сформулировать некоторые общие требования к выбору КФ.

1. КФ должна зависеть от отклонений всех вычисляемых переменных от их истинных (правильно вычисленных) значений. Такое требование естественно назвать *девиационной тотальностью*.

2. В частности, КФ должна охватывать все переменные (*вариационная тотальность*). На первый взгляд, это требование не является обязательным. Однако на практике, именно оно может оказаться важным с точки зрения безопасности. В том же примере с автопилотом совокупность контролируемых управляющих воздействий зависит от многих факторов (высоты, скорости, метеословий и т.п.) и вряд ли на каких-либо участках полета допустима ошибка в части управляющих команд.

3. КФ должна присутствовать (возможно, неявным образом) во всех соотношениях системы. Такое требование (его можно назвать *системной тотальностью*) гарантирует влияние всех выполняемых при вычислениях процедур на результат контроля. А это, в свою очередь, непосредственно связано с его полнотой.

4. При выборе КФ необходимо обеспечить невозможность взаимной компенсации ошибок. С этой точки зрения, например, естественным является применение такого контрольного показателя, как сумма квадратов невязок (разностей между левой и правой частями) для всех уравнений системы. Это свойство может быть названо *обоснованностью* КФ.

Перечисленные свойства желательно дополнить требованием *дискреционности* — возможностью определять переменную, для которой имеет место отклонение от истинного значения, если такое отклонение (ошибка) является существенным для безопасности.

Важным моментом при выборе числа избыточных переменных и соответствующих КФ является также достигаемая полнота контроля, т.е. оценка части обнаруживаемых ошибок по отношению ко всем возможным. По сути, это и есть тот положительный эффект в чистом виде, ради которого вводятся избыточные переменные. Временные или аппаратные затраты на их введение — цена, которую необходимо заплатить за полученный эффект. С этой точки зрения может быть сформулирована задача оптимизации: найти такую КФ, которая бы обеспечивала заданную полноту контроля при минимальных затратах (временных или аппаратных). Однако полнота контроля как процент обнаруживаемых ошибок во многих случаях оказывается слишком грубым показателем для оценки реальной эффективности контроля, учитывая различную опасность конкретных ошибок для конечного пользователя.

Можно ожидать, что все приведенные соображения и требования к выбору КФ в совокупности могут привести к достаточно сложной ее структуре, и что наиболее адекватным подходом окажется рандомизация с последующим применением аппарата нечеткой логики.

В завершение, как пример «хорошего» (оптимального) выбора КФ можно упомянуть идею организации контроля вычислений при решении задач из области энергетики, содержащуюся в одной из ранних работ П. Элайса [9]. Эта практически очевидная идея состоит в использовании в качестве контрольного соотношения (по сути, КФ) закона сохранения энергии, невыполнение которого однозначно свидетельствует об ошибке вычислений. Интересным здесь является тот факт, что в этом случае нет необходимости вводить искусственные избыточные переменные.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крохин Я.А. Фактометрия. Техногенные катастрофы. Между прошлым и будущим. — Киев: Логос, 2004. — 92 с.
2. Shooman M.L. Reliability of Computer Systems and Networks: Fault Tolerance, Analysis and Design. — John Wiley & Sons. INC, 2002. — 528 p.

3. Авиженис А. Гарантоспособные вычисления: От идей до реализации в проектах. В кн. Отказоустойчивость в СБИС / Пер. с англ. — М.: Мир, 1986. — С. 8–21.
4. Chen P.M., Lee E.K., Gibson G.A., Katz R.H., Patterson D.A. RAID: High-Performance, Reliable Secondary Storage ACM Computing Surveys, 26(2): 1994. — P. 145–185.
5. Шеннон К. Математическая теория связи. В кн. Работы по теории информации и кибернетике. — М.: ИЛ, 1963. — С. 243–332.
6. Савченко Ю.Г. Цифровые устройства, нечувствительные к неисправностям элементов. — М.: Сов. Радио, 1977. — 170 с.
7. Бритов Г.С. и др. Метод избыточных переменных и его сравнение с методами кодирования. Доклад на IV-ом симпозиуме по использованию избыточности в информационных системах. — Л.: ЛИАП, 1968. — С. 79–87.
8. Локачюк В.М., Савченко Ю.Г. Надійність, контроль, діагностика і модернізація ПК. — Київ: Видавничий центр «Академія», 2004. — 375 с.
9. Элайс П. Кодирование в реальных системах связи. В кн. Кибернетический сборник, № 4. — М.: ИЛ, 1962. — С. 7–32.

Поступила 17.12.2009

О ПОЛНОТЕ И ЕДИНСТВЕННОСТИ УНИВЕРСАЛЬНОГО КАРКАСА В РЕЛЯЦИОННОЙ МОДЕЛИ ДАННЫХ

Б.Е. ПАНЧЕНКО, И.Н. ПИСАНКО

Введено представление о путях нормализации в универсальном каркасе реляционных баз данных и о топологии этих путей. Сформулирована и доказана теорема о полноте и единственности реляционного каркаса.

ВВЕДЕНИЕ

Методики конструирования схемы реляционных баз данных ограничиваются классической парадигмой Кодда [1, 2] со всеми ее расширениями, уточнениями, модификациями и обобщениями, время от времени появляющимися вплоть до настоящего момента [3]. Попытка Дейта и Дарвена [4] создать формальную «надстройку» над реляционной моделью, отвечающую современным реалиям и требованиям, остается абстрактным решением, не выходящим в область практического применения. Уже традиционным стало построение либо модели «сущность-связь» (ER-модель) [5] либо т.н. семантической объектной модели (SOM) и последующий «перевод» получаемых орграфов-схем или соответственно семантических структур в реляционные схемы [6, 7]. Практика такой «трансляции» считается эффективной не только в методическом плане, но и по затратам времени и усилий на построение логической структуры баз данных. Вместе с тем эту практику отличает известная локальность построений, отсутствие универсальности, приводящее к сложностям при модификации структуры базы данных, вплоть до необходимости тотального редизайна структуры [8, 9]. Локальность ER/SOM-построений заключается, прежде всего, в работе с фиксированным графом-схемой либо с заданными множествами семантически определенных (или «четких») объектов. Это сказывается на гибкости и модифицируемости таких построений.

Дополнительные затруднения концептуального характера связаны с нечеткостью ключевых определений «атрибут», «сущность» и «объект», а также с отсутствием общепринятой аксиоматики. Строгие алгебраические определения понятий по типу [10, 11], которые для ER/SOM-построений являются ключевыми, фактически отсутствуют. Это указывает на то, что ER/SOM-построения не приспособлены для создания универсальных структурных схем, которые были бы формально полны и непротиворечивы. И ER-модель и SOM-модель дают не столько удобный и эффективный, сколько привычный и безальтернативный инструментарий для конструирования логической структуры баз данных.

От гипотетических универсальных построений можно ожидать большей эффективности как минимум в части модифицируемости логической структуры баз данных, а само существование базовой универсальной схемы

(назовем ее α -схемой) является не только интуитивно допустимым, но и необходимым. В данной работе мы отмечаем лишь некоторые особенности α -схемы, а также выявляем и анализируем несколько важных соответствий между свойствами α -схемы и традиционных реляционных схем.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть $\{a_i\}$ — конечное множество атомарных сущностей (объектов) в смысле [9]. Там под атомарностью понимается унарное формирование множества атрибутов этой сущности (объекта), то есть одноместный предикат, объединяющий это множество. Тогда n -местным j -предикатом $P_j^n(a_i)$, принимающим истинное значение, $P_j^n(a_i) = 1$ (многоместным предикатом), очевидно, моделируется формирование составных (пост-связных) сущностей. Комбинирование атрибутов a_i порождает полную совокупность $\{r_l\}$ реляционных схем, представляющих собой именованные отношения. В свою очередь, комбинирование реляционных схем r_l порождает полную совокупность схем $\{D_j\}$ реляционных баз данных:

$$\{a_i\} \Rightarrow \{r_l\} \Rightarrow \{D_j\}. \quad (1)$$

Выражение (1) представляет собой ядро α -схемы. Сразу следует отметить ключевое отличие между α -схемой и ER/SOM-построениями: для заданного множества атрибутов в ER/SOM-моделях никогда не задействованы *полные* совокупности отношений $\{r_l\}$ и схем $\{D_j\}$, а только их подмножества. В этом и состоит локальность ER/SOM-моделей. Такая локальность объясняется тем, что выбор атрибутов и конструирование «начальных» отношений (и их совокупностей) при «трансляции» из ER/SOM-моделей определяются семантикой соответствующей предметной области. Другими словами, ER/SOM-конструкции являются решениями частных задач.

Выбранная начальная схема $D^{(0)}$, как правило, требует нормализации в силу наличия функциональных и/или многозначных зависимостей между отдельными атрибутами и/или их совокупностями. По сути, нормализация является преобразованием от начальной схемы $D^{(0)}$ базы данных (как совокупности реляционных схем) к некоторой конечной схеме $D^{(k)}$, каждое из отношений которой удовлетворяет известным критериям нормализации. В большинстве случаев (для нетривиальных множеств атрибутов и нетривиальных зависимостей между ними) нормализация представляет собой многошаговую процедуру, т.е. вначале нормализуется одно отношение, а затем другое; при этом *вся* схема базы данных, естественно, изменяется:

$$D^{(0)} \rightarrow D^{(1)} \rightarrow \dots \rightarrow D^{(k)}. \quad (2)$$

Основной акцент при проектировании логической структуры баз данных ставится именно на нормализацию, т.е. на получение конечной схемы $D^{(k)}$, все отношения которой находятся в требуемой нормальной форме.

Поскольку для α -схемы совокупность $\{D_j\}$ является полной (т.е. представляет собой множество всех возможных комбинаций всех возможных реляционных схем r_l , построенных комбинированием атрибутов a_i), она уже содержит необходимую конечную схему $D^{(k)}$. В силу этого полную совокупность $\{D_j\}$ можно считать универсальным «реляционным каркасом» (relational framework) для *любых* схем баз данных, которые могут быть построены на фиксированном множестве атрибутов $\{a_i\}$ при *любых* зависимостях между атрибутами. Обсуждение понятия «каркас схем баз данных» (в дальнейшем — просто *каркас*) и логические предпосылки к его введению имеются в работах [9, 12]

Объект нашего исследования — каркас $\{D_j\}$ и его свойства.

Классический способ нормализации — это декомпозиция отношений. Суть декомпозиции состоит в замене каждой реляционной схемы r^* , не удовлетворяющей критериям требуемой нормальной формы, на другие реляционные схемы $\{r_l\} \sim r^*$, в совокупности эквивалентные исходной схеме r^* , но по отдельности соответствующие критериям нормальной формы. Всю совокупность схем баз данных в каркасе $\{D_j\}$ удобно проиндексировать. Любую нормализацию (2), а значит и соответствующую декомпозицию отношений, идентифицируем последовательностью $Q(j_0, j_1, \dots, j_k)$ индексов схем баз данных, которую будем далее называть *путем нормализации*. Для изучения свойств каркаса $\{D_j\}$ целесообразно проанализировать «топологию» путей Q . Метод данного исследования — анализ топологии путей нормализации в каркасе $\{D_j\}$.

Каждый путь нормализации определяется двумя факторами: начальной схемой $D^{(0)}$ базы данных, а также зависимостями в отношении начальной схемы (и, возможно, последующих схем). Эти функциональные и/или многозначные зависимости, как правило, тесно связаны с ключами (элементарными либо композитными), которые можно выделить в экземплярах отношений. Поскольку всякое нетривиальное отношение может содержать несколько зависимостей (равно как и несколько ключей), для каждой начальной схемы можно предположить наличие *нескольких* путей нормализации. Далее, не для всяких начальной $D^{(0)}$ и конечной $D^{(k)}$ схем может существовать путь нормализации. Все это указывает на то, что для нетривиальных зависимостей на множестве атрибутов $\{a_i\}$ топология путей нормализации в каркасе $\{D_j\}$ может оказаться достаточно сложной.

Цель работы — исследовать топологию путей нормализации реляционного каркаса. Эта топология относится к структуре, обладающей свойствами полноты и единственности, а именно к каркасу $\{D_j\}$. И хотя полнота и единственность каркаса интуитивно очевидны, тем не менее, мы приведем строгое доказательство этих характеристик.

Нормализация посредством декомпозиции реляционных схем является широко распространенным методом устранения аномалий в реляционных

базах. Декомпозиция каждого конкретного отношения строится на основе данных о зависимостях между атрибутами экземпляра *этого* отношения, т.е. может быть применена только локально. Предположим, что зная топологию путей нормализации (например, особенности влияния мощностей отношений в каркасе на принадлежность отношений заданным нормальным формам, связь между множеством зависимостей в некотором отношении и областью в каркасе, куда приведет декомпозиция этого отношения и т.п.) удастся существенно упростить процедуры построения и модификации конечных логических структур реляционных баз данных. Во-первых, за счет использования новых унифицированных методик дизайна этих структур. И, во-вторых, за счет эксплуатации тех (топологических) особенностей унифицированной структуры, которые ранее были совершенно незаметны при решении частных задач. Например, введение адекватной меры $\|Q\|$ для путей нормализации позволяет говорить о выборе оптимальных путей нормализации схем баз данных.

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Пусть в экземплярах R_i любого из отношений r_i каждый атрибут a_i принимает значения $[a_i]_p$ из некоторого непустого множества (домена) A_i , $\forall p : [a_i]_p \in A_i$. Здесь индекс p идентифицирует любое из возможных значений атрибута в домене A_i , причем $\max p(A_i)$ характеризует алгебраическую мощность домена A_i , т.е. является его кардинальным числом.

Рассмотрим преобразование $\{a_i\} \Rightarrow \{r_i\}$. В отличие от традиционного синтеза реляционных схем r_i как декартовых произведений *отдельных* доменов, преобразование $\{a_i\} \Rightarrow \{r_i\}$ приводит к построению полной совокупности реляционных схем.

Вначале для заданной предметной области формируется множество атрибутов — $\{a_i\}$ и множество соответствующих доменов — $\{A_i\}$. Как правило, атрибуты просто перечисляются, а соответствующие им домены соотносятся с определенными типами, формами, определяющими свойствами. Тем не менее, каждый новый элемент в домене мы индексируем. Атрибуты и их домены индексируются (i) в произвольном порядке. При этом:

$$\forall A_i \exists p^* \neq p : [a_i]_{p^*} = [a_i]_p, \quad (3)$$

т.е. в каждом домене все значения атрибутов единственны.

Ясно, что в процессе дизайна и сопровождения реляционной базы состав множества атрибутов $\{a_i\}$, равно как и состав отдельных доменов A_i , может изменяться. Подобная модификация может быть обусловлена как выделением в предметной области дополнительных атрибутов и новых объектов, так и исключением атрибутов и объектов, ставших неактуальными. Поэтому удобно говорить о *состоянии* реляционной базы — совокупности $\langle \{a_i\} \{A_i\} \rangle$, актуальной в некоторый момент времени. Заметим, что схема

реляционной базы «эволюционирует» от состояния к состоянию за счет изменения $\{a_i\}$, но не $\{A_i\}$. Модификация самой базы (а не ее схемы) — добавление новых кортежей, изменение или удаление существующих — может привести к изменению кардинальных чисел отдельных доменов A_i , а также к изменению нормальной формы, в которой находится то или иное отношение. Понятие зависимости между атрибутами (а значит и понятие о соответствии нормальным формам) относится только к *экземплярам* реляционных схем, но не к самим схемам. Заметим, что на этой стадии построения каркаса $\{D_j\}$ никакие сведения о зависимостях между атрибутами *не учитываются*, что существенно упрощает процедуру синтеза.

Далее конструируется полная совокупность $\{r_l\}$ реляционных схем. Традиционно отношения интерпретируются как подмножества декартовых произведений доменов [6]. Указанная интерпретация отношений, несомненно, формально верна. Вероятно, истоки этой интерпретации следует искать в представлениях об «экземплярах» отношений, в пределах которых и вводятся функциональные либо многозначные зависимости. Действительно, в подавляющем большинстве реальных ситуаций элементы доменов A_k являются не перечисляемыми, а типизируемыми. Поэтому построение (как перечисление) всех кортежей декартовых произведений доменов, как правило, практически невозможно. Здесь и далее мы будем использовать построения, основанные на комбинировании атрибутов a_i , а не их значений в экземплярах отношений.

Итак, пусть имеются некоторые множества A и B , имеющие кардинальные числа p_A и p_B соответственно. Введем оператор L , действующий следующим образом:

$$\{C_k\} = L_A(B), C_k = B \cup a, a \in A \setminus B. \quad (4)$$

Оператор L продуцирует индексированную совокупность $\{C_k\}$ множеств C_k , содержащих все элементы множества B и один из элементов множества A , не принадлежащий B . Здесь и далее множество A будем называть источником, множество B — базовым, а оператор L — оператором роста. Заметим, что базовое множество может представлять собой *совокупность* множеств (в этом случае оператор роста действует на каждое из множеств базовой совокупности).

Пример 1. Для источника $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ и базового множества $B = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ получаем

$$\begin{aligned} L_A(B) &= L_A\{1, 3, 5, 6, 8\} = \{\{1, 2, 3, 5, 6, 8\}, \{1, 3, 4, 5, 6, 8\}, \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}\}, \\ L_A^2(B) &= L_A(L_A(B)) = L_A\{\{1, 2, 3, 5, 6, 8\}, \{1, 3, 4, 5, 6, 8\}, \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}\} = \\ &= \{\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}, \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}, \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}\} \\ L_A^3(B) &= L_A(L_A^2(B)) = \\ &= L_A\{\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}, \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\}, \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, \end{aligned}$$

$$L_A^4(B) = L_A(L_A^3(B)) = L_A\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} = L_A^3(B). \quad \square$$

Рассмотрим основные свойства оператора L .

Прежде всего, оператор роста никогда не уменьшает мощность базового множества. Если $A \setminus B \neq \emptyset$, то мощность базового множества возрастает на единицу, что дает мощность любого из множеств C_k совокупности $\{C_k\}$, т.е. $\forall k: p(C_k) = p_B + 1$. Базовое множество является подмножеством любого из порожденных C_k . Фактически оператор роста обеспечивает «перекачку» элементов от источника к базовому множеству. В силу того, что реальный источник предполагается конечным (т.е. p_A является конечным числом), m -кратное действие $L_A^m(B)$ оператора роста *всегда* приводит к «насыщению» базового множества. Этот эффект выражается в том, что $C_k \rightarrow B$ при $A \setminus B = \emptyset$, т.е., когда базовое множество уже содержит источник ($A \subseteq B$; источник «исчерпан»). Пороговым является значение $M = p(A \setminus B)$; при $A \setminus B = \emptyset$ получаем $M = p(\emptyset) = 0$, что указывает на «насыщение» базового множества для всех $m \geq M$.

В конструктивном отношении важны две особенности оператора L : во-первых, оператор роста позволяет получить все возможные комбинации атрибутов a_i , и, во-вторых, полная совокупность этих комбинаций оказывается *структурированной*. Действительно, каждое m -кратное действие $L_A^m(B)$ порождает совокупности $\{C_i\}_m$ множеств C_i , имеющих равные кардинальные числа, но взаимно отличающихся (если множеств C_i оказывается более одного) не более чем $m - 1$ элементами. Любую такую совокупность $\{C_i\}_m$ будем называть m -уровнем. Ясно, что множества C_i каждого m -уровня могут быть идентифицированы m числами, например, индексами элементов a_i источника A . Если же структура получаемой совокупности $\{C_i\}_m$ множеств несущественна, то можно представить ее в виде $\{C_k\}$ простым перечислением порожденных множеств.

Пример 2. Пусть элементы рассмотренного выше источника $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ проиндексированы следующим образом: $a_1 = 2$, $a_2 = 5$, $a_3 = 1$, $a_4 = 3$, $a_5 = 6$, $a_6 = 4$ и $a_7 = 7$ (здесь контент элементов совершенно не имеет значения). Для базового множества $B = \{1, 3, 5, 6, 8\}$ получаем трехуровневую совокупность множеств, а именно:

1) $L_A(B)$ порождает тройку

$$C_1 \equiv C(1) = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\} = B \cup a_1;$$

$$C_2 \equiv C(6) = \{1, 3, 4, 5, 6, 8\} = B \cup a_6;$$

$$C_3 \equiv C(7) = \{1, 3, 5, 6, 7, 8\} = B \cup a_7;$$

2) $L_A^2(B)$ порождает тройку

$$C_4 \equiv C(1, 6) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\} = B \cup \{a_1, a_6\} = C(1) \cup a_6 = C(6) \cup a_1;$$

$$C_5 \equiv C(1, 7) = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 8\} = B \cup \{a_1, a_7\} = C(1) \cup a_7 = C(7) \cup a_1;$$

$$C_6 \equiv C(6, 7) = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} = B \cup \{a_6, a_7\} = C(6) \cup a_7 = C(7) \cup a_6;$$

3) $L_A^3(B)$ порождает единственное множество

$$\begin{aligned} C_7 &\equiv C(1, 6, 7) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} = B \cup \{a_1, a_6, a_7\} = \\ &= C(6, 7) \cup a_1 = C(1, 7) \cup a_6 = C(1, 6) \cup a_7 = B \cup (A \setminus B) = A \cup B, \end{aligned}$$

после чего наступит состояние «насыщения» базового множества. \square

Ясно, что каждое «дочернее» множество может иметь несколько «родительских» множеств. Мощность $A \setminus B$, как правило, велика (т.е. велико число атрибутов, выделяемых в предметной области), поэтому в большинстве случаев граф, отражающий эту взаимосвязь между множествами, не будет планарным. Весь формализм теории графов (связность, диаметр, маршруты и т.п.), естественно, применяются для конструируемой совокупности множеств.

Рассмотрим, как можно использовать оператор роста L при построении каркаса схем реляционных баз данных и оперировании с этим каркасом.

Пусть базовое множество B является пустым ($B = \emptyset$ и $p_B = 0$), а источник A представляет собой индексированную совокупность $\{a_i\}$ атомарных атрибутов ($p_A = N$, где N — количество объектов-сущностей, выделяемых в некоторой предметной области). Имеем $A \setminus B = A$ и $\{C_i\} = L_A(\emptyset) \equiv L_A^1$, $C_i = a_i \in A$. Таким образом, в случае однократного применения оператора роста (L^1) пустое базовое множество можно не учитывать, рассматривая лишь совокупность атрибутов A . Необходимо отметить, что при многократном действии оператора роста ($L^{m>1}$) аргументом будет совокупность множеств, полученных в результате предыдущих действий оператора. Следовательно, сам оператор роста определяется индуктивно.

В данной работе базовое множество вводится для того, чтобы эффективно объединить логические структуры нескольких баз данных, построенных для взаимно пересекающихся предметных областей. Другую важную область применения базового множества — модификацию логической структуры базы данных при изменении совокупности атрибутов предметной области — также целесообразно рассмотреть в дальнейших работах.

Итак, действие L_A^1 для пустого базового множества порождает $S_1 = N$ унарных отношений $\{a_i\}$, однозначно соотносимых с атрибутами a_i из источника A . Действие L_A^2 оперирует с совокупностью $\{a_i\}$ как с аргументом, порождая элементы 2-уровня, т.е. все возможные бинарные отношения. При этом $B = L_A^1$ и $S_2 = \frac{1}{2}(N-1)N$. Далее, совокупность бинарных отношений является аргументом для действия L_A^3 , которое порождает элементы 3-уровня, т.е. все возможные тернарные отношения. Аналогично,

$B = L_A^2$ и $S_3 = \frac{1}{6}(N-2)(N-2)N$. Вообще, m -уровень ($m \leq N$), который синтезируется действием L_A^m с базовой совокупностью $B = L_A^{m-1}$ в качестве аргумента, содержит $S_m = \frac{N!}{m!(N-m)!}$ m -арных отношений. При $m = N$ получаем $S_N = 1$, что указывает на «исчерпывание» совокупности атрибутов A .

Общее число отношений в синтезируемом каркасе составляет

$$S(N) = \sum_{m=1}^N S_m = \sum_{m=1}^N \frac{N!}{m!(N-m)!} = 2^N - 1. \quad (5)$$

Например, $S(5) = 31$, $S(10) = 1023$, $S(20) = 1048575$, $S(30) = 1073741823$. Очевидно, что в практически значимых случаях, когда в предметной области выделяются десятки и сотни атрибутов объектов, каркас не может быть реализован *целиком*. Каркас, как естественным образом структурированная совокупность множеств атрибутов, является аналогом множества «состояний» физической системы, в пределах которого разворачивается весь процесс синтеза логической структуры реляционных баз данных. Для логической структуры, состоящей из $R \leq S(N)$ реляционных схем $\{r_i\}$, удобно ввести понятие *заполнения* ξ_R каркаса

$$\xi_R = \frac{R}{S(N)} = \frac{R}{2^N - 1}. \quad (6)$$

Как правило, $\xi_R \ll 1$, причем вопрос о распределении $\xi_R(N)$ для реальных реляционных баз данных пока что остается открытым.

ПОЛНОТА И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕЛЯЦИОННОГО КАРКАСА

Имеет место следующая *теорема полноты и единственности*.

Теорема. Каркас, порождаемый оператором роста на конечном множестве атомарных атрибутов, единственен и полон.

Доказательство. Докажем вначале полноту каркаса.

Пусть заданы источник A и базовое множество B . Пусть существует некоторое множество $C = \{c_i\}$ такое, что $C \supseteq B$ и $\exists c \in A \setminus B$, но $\forall m: C \neq L_A^m(B)$. Тогда, из определения оператора роста, $C \neq B \cup C_m^*$, где $\forall m: C_m^* \subseteq A \setminus B$, а значит $\bar{\exists} c \in C_m^*$. Но это противоречит допущению $\exists c \in A \setminus B$. Следовательно, действие $L_A^m(B)$, порождающее множество C , действительно существует. Поэтому для каркаса имеем $R = S(N)$, т.е. его заполнение $\xi_R = 1$.

Доказательство единственности каркаса основано на его полноте. Пусть имеется пара каркасов $\{C_k\} = L_A^m(B)$ и $\{C_k^*\} = L_A^m(B)$. В силу полноты каждого из них имеем $\{C_k\} \setminus \{C_k^*\} = \emptyset$ и $\{C_k^*\} \setminus \{C_k\} = \emptyset$, следовательно,

$\{C_k\} = \{C_k^*\}$, т.е. каркасы идентичны или, другими словами, на конечном множестве атрибутов сущностей оператор роста порождает единственный каркас. \square

Единственность и полнота совокупности отношений, порождаемых оператором L_A из множества A атрибутов сущностей, выделяемых в предметной области, указывает на исключительное положение каркаса в процессе разработки логической структуры баз данных. Действительно, любое отношение на заданном множестве атрибутов принадлежит каркасу. Более того, результат операций над элементами каркаса также будет элементом каркаса. Это свойство замкнутости непосредственно следует из свойства полноты. Поэтому каркас является вполне естественным (хотя и формальным) компонентом при построении *унифицированной* схемы синтеза логических структур баз данных. Важно отметить, что сам каркас как структурированная совокупность всех возможных множеств атрибутов (в алгебраическом смысле каркас является *булеаном* источника A) предельно избыточен ($\xi = 1$), поэтому для его эффективного использования необходим развитый инструментарий «навигации по каркасу», преобразований, редукций, локализаций и оперирования в целом, который будет рассмотрен в дальнейшем.

Итак, преобразование $\{a_i\} \Rightarrow \{r_i\}$ в α -схеме (1) заключается в том, что заданное множество атрибутов порождает структурированную совокупность отношений. Следующее преобразование α -схемы, а именно $\{r_i\} \Rightarrow \{D_j\}$, состоит в синтезе всех возможных схем реляционных баз данных. Ясно, что для этого можно использовать оператор роста L (4) с *полной* совокупностью отношений в качестве аргумента.

Пусть базовое множество B вновь пусто ($B = \emptyset$ и $p_B = 0$), а источником A является индексированная совокупность $\{r_i\}$ отношений ($p_A = S(N) = 2^N - 1$ — полное число синтезированных отношений). В этом случае действие L_A^1 порождает совокупность схем баз данных, образованных единичными отношениями (фактически это и есть каркас отношений, рассмотренный выше), действие L_A^2 — всеми возможными парами отношений, действие L_A^m — всеми возможными m -компонентными совокупностями отношений ($m \leq p_A$). Общее число схем реляционных баз данных составит $S_D = 2^{S(N)} - 1 = 2^{2^N - 1} - 1$. Естественно, что всякая реляционная база данных имеет в основе *единственную* схему, с необходимостью являющуюся элементом каркаса схем. Это объясняется тем, что согласно теореме о полноте и единственности реляционного каркаса совокупность схем баз данных, порождаемая оператором роста, также обладает свойствами единственности и полноты.

Пример 3. Пусть в предметной области выделены 3 атомарных атрибута a, b, c . Совокупность этих атрибутов образует источник A . Каркас отношений состоит из $2^3 - 1 = 7$ отношений, а именно: a, b, c (L_A^1 — унар-

ные отношения), ab , bc , ac (L_A^2 — бинарные отношения), abc (L_A^3 — единственное тернарное отношение). Каркас схем баз данных состоит из $2^7 - 1 = 127$ элементов, синтезируемых из 7-элементного каркаса отношений как аргумента оператора роста L , например, a , abc (для действия L_A^1), $a + ac$, $abc + ac$, $ac + ab$ (для действия L_A^2), $abc + a + bc$, $a + b + c$, $ab + ac + b$ (для действия L_A^3).

ВЫВОДЫ

Между каркасом отношений и каркасом схем баз данных имеется существенное отличие. Элементом каркаса отношений является отношение как некоторое множество атрибутов предметной области. Элементом каркаса схем баз данных является множество отношений как реляционных схем, т.е. некоторая схема базы данных.

Очевидно, что структура каркаса схем баз данных гораздо богаче структуры каркаса отношений. Действительно, в каркасе отношений мы различаем m -уровни, группируя отношения с равными кардинальными числами; в силу свойства «насыщения» оператора роста можно выделить только N таких уровней. Элементами каркаса схем баз данных могут быть отношения разных уровней, причем само количество элементов схемы может быть разным.

Каркас схем баз данных также занимает исключительное положение при построении унифицированной α -схемы. Действительно, *любая* схема реляционной базы данных, синтезируемой для заданного множества атрибутов, является элементом этого каркаса. Поэтому решение *любой* задачи синтеза или задачи модификации уже содержится в каркасе схем баз данных. В [9, 12] на основе *реляционного ключевого каркаса* получена *универсальная логическая модель данных* как особое подмножество всех реляционных моделей.

Следует отметить, что до сих пор мы не учитывали зависимости между атрибутами. Так как эти зависимости целиком определяются семантикой предметной области, для которой создается (или под которую модифицируется) схема реляционной базы данных, то каркасы отношений и схем совершенно *не зависят* от какой бы то ни было специфики предметной области, являясь универсальными конструкциями. Для нахождения этого решения предполагается использовать концепцию «путей нормализации».

ЛИТЕРАТУРА

1. Codd E.F. A Relational Model of Data for Large Shared Data Banks // Communications of the ACM. — 1970. — **13**, № 6. — P. 377–387.
2. Codd E.F. Extending the database relational model to capture more meaning // ACM Transactions on Database Systems. — 1979. — **4**, № 4. — P. 397–434.
3. Codd E.F. The Relational Model For Database Management. Version 2. — NY.: Addison-Wesley Publishing Co, 1990. — 538 p.

4. *Darwen H., Date C.J.* The third manifesto // ACM SIGMOD Records. — 1995. — **24**, № 1. — P. 39–49.
5. *Chen P.P.* The Entity-Relationship Model: toward a unified view of data // ACM Trans on Data base systems. — 1976. — **1**, № 1. — P. 9–36.
6. *Silberschatz A., Korth H.F., Sudarshan S.* Database system concepts // PRC edition, McGraw-Hill, Boston, 5th edit., 2005. — 1024 p.
7. *Simsion G.C., Witt G.C.* Data modeling essentials // Morgan Kaufmann Publishers, 3th edit. — 2005. — 532 p.
8. Патент № 63036. Способ расположения данных в компьютерном хранилище, обеспечивающий модифицируемость ею структуры / Панченко Б.Е. // Промышленная собственность. — 2004. — № 1. — С.3–134.
9. *Панченко Б.Е.* О шунтировании многозначительных зависимостей в реляционной модели данных // Проблемы программирования. — 2010. — № 2–3. — С. 428–433.
10. *Курош А.Г.* Общая алгебра. — М.: Физматлит, 1979. — 150 с.
11. *Плоткин Б.И.* Универсальная алгебра, алгебраическая логика и базы данных. — М.: Наука, 1991. — 448 с.
12. *Панченко Б.Е., Писанко И.Н.* Свойства реляционного каркаса на множестве семантически атомарных предикатов // Кибернетика и системный анализ. — 2009. — № 6. — С. 120–129.

Поступила 22.04.2009

ОПТИМИЗАЦИЯ ФРАГМЕНТА ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ

К.С. СУНДУЧКОВ

Разработаны метод анализа и определения параметров телекоммуникационных сетей, их математические модели, определены области изменения параметров и области задания значений независимых переменных, разработан метод оптимизации, критерий оптимизации. Приведен пример поиска оптимальных значений параметров телекоммуникационной сети.

ВВЕДЕНИЕ

Реализация всех требований к сети по максимуму может привести к необоснованно дорогой сети либо вообще к нереальной сети. Необходимо найти компромиссные варианты, либо оптимальные соотношения требований к параметрам.

Поиск оптимальных значений параметров сети предполагает предварительный анализ и выбор параметров сети, разработку их математических моделей, задание области изменения величин выбранных параметров и области задания значений независимых переменных, определение метода оптимизации, задания критерия оптимизации.

Выбор параметров сети зависит как от самой сети, так и от целей решаемой задачи.

ОБЪЕКТ ОПТИМИЗАЦИИ

В качестве конкретного объекта оптимизации выбран участок беспроводного доступа в интерактивной гетерогенной телекоммуникационной сети (ИГТС).

Возможный вариант состава ИГТС с асимметричным трафиком для мобильных абонентов движущихся со скоростью до 200 км/час, с участком беспроводной сети доступа в миллиметровом диапазоне, расположенным вдоль автомобильной либо железнодорожной трассы приведен в работе [1].

Беспроводная сеть доступа в рассматриваемом объекте организуется в миллиметровом диапазоне частот. Сигнал поступает на базовые станции (БС) через направленные ответвители (НО) по оптоволоконной линии, соединяющей ретрансляторы (РТР) с базовыми станциями.

Мобильный терминал (МТ) абонента содержит два комплекта оборудования. Один для приема мультимедийных услуг по высокоскоростному каналу в миллиметровом диапазоне частот с одной антенной (либо с несколькими антеннами в случае применения ММО технологии). Второй комплект оборудования для организации запросного канала и выполнения ряда интерактивных функций.

Перечисленные концептуальные положения построения ИГТС предполагают вариации ряда параметров для оптимизации сети по выбранному критерию. Такими варьируемыми параметрами могут быть: диапазон частот на участке беспроводного доступа; тип магистрального канала (оптоволоконный либо спутниковый канал); количество «крыльев», а следовательно и количество базовых станций в сегменте сети; ширина полосы рабочих частот приемника мобильного абонента и его эквивалентная шумовая температура входа и т.п. Различные сочетания перечисленных параметров порождают дискретное множество систем, отвечающих требованиям технического задания. Оптимизация на дискретном множестве указанных систем позволяет при проектировании определить лучшую из систем по заданному критерию.

ХАРАКТЕРИСТИКА ПАРАМЕТРОВ СЕТИ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИХ ВЫЧИСЛЕНИЯ

В качестве основных параметров участка беспроводного доступа в сети выбраны параметры, характеризующие количество и качество предоставляемых услуг абонентам и цену оборудования фрагмента сети, которая зависит от количества и качества предоставляемых услуг.

При проектировании описанного выше объекта ИГТС, расположенного вдоль трассы автобана, будем исходить из следующих данных: при скорости 200 км/час (55 м/с) за 9 секунд мобильный терминал преодолевает 500 м. Отсюда можно предположить, что для безопасности движения плотность размещения абонентов может быть равна 4 абонента на 1 км трассы (по 2 МТ в обе стороны).

Сегментом трассы назовем участок трассы, обслуживаемый конечным числом базовых станций, запрашиваемых от одного РТР.

Считаем, что для каждого автомобиля есть возможность получать одну или несколько комбинированных услуг одновременно. Под ресурсом комбинированной услуги подразумеваем ресурс для одной услуги, требующей высокую пропускную способность сети, плюс ресурс требуемый для передачи одной услуги с низкой скоростью передачи (например: телепрограмма + передача данных).

Не приводя подробного анализа трафика перечисленных выше услуг, можно условно считать, что с учетом эффекта Доплера, помехоустойчивого кодирования, сжатия спектра с помощью MPEG-4 и т.п., требуемая пропускная способность сети для одной комбинированной услуги составит не более 3 Мбит/сек. Для одного звена трассы длиной 50 км (двести абонентов) требуемый минимальный ресурс звена составляет 0,6 Гб/сек.

В качестве потребительских параметров сети заявленных в требованиях технического задания представим (количество, качество, цена): 1 — количество комбинированных услуг предоставляемых одновременно каждому абоненту; 2 — качество предоставляемых услуг, измеряемое как вероятность битовой ошибки приемника-декодера ($P_{в.б.о.}$) при заданном соотношении мощности сигнала к мощности шума на его входе; 3 — стоимость оборудования всех БС и РТР на участке трассы длиной 50 км.

Кроме «потребительских» параметров сети имеется целый ряд параметров отдельных объектов влияющих на качество предоставляемых услуг абонентам на участке беспроводного доступа, формирующих цену оборудования сети и т.п. К ним относятся f_c — частота сигнала, вид модуляции, эквивалентная изотропно-излучаемая мощность сигнала на выходе антенны БС; $\Delta f_{\text{ш}}^{\text{MT}}$ — рабочая полоса приемника мобильного терминала; $P_{\text{в.б.о.}}$ — вероятность битовой ошибки приемника-декодера МТ; A — отношение мощности сигнала к мощности шумов на входе приемника-декодера, при которой он обеспечивает заданную $P_{\text{в.б.о.}}$; $T_{\text{ш.вх}}^{\text{MT}}$ — эквивалентная шумовая температура на входе приемника МТ в плоскости стыковки антенны МТ со входным линейным трактом приемника МТ; G_2^A — коэффициент усиления антенны МТ; G_1^A — коэффициент усиления антенны БС.

Представим параметр, характеризующий количество предоставляемых услуг абоненту в виде удобном для постановки оптимизационной задачи и определим область его изменения. Положим, что абонент может получать от одной до двух комбинированных услуг. В этом случае для одной комбинированной услуги для каждого абонента потребуется ресурс пропускной способности сети, как было показано выше, равный 3 Мбит/сек, для двух — 6 МГбит/сек. Желание предоставить абоненту большее число услуг ведет к увеличению требования к пропускной способности сети, в то время как сеть считается лучшей если цена и вероятность битовой ошибки при приема сигнала уменьшается, а не увеличивается. При построении целевой функции для оптимизационной задачи необходимо все три параметра привести к форме, позволяющей при поиске оптимальных значений этих параметров минимизировать, либо максимизировать целевую функцию.

Введем параметр сети y_1 в виде обратной величины требуемого ресурса пропускной способности сети. Тогда размерность параметра y_1 будет равна [сек/бит], что означает: сколько потребуется времени для передачи заданного объема информации. При таком представлении параметра y_1 сеть будет лучше, если потребуется меньше времени для передачи заданного объема информации, т.е. в целевой функции можно минимизировать параметр y_1 .

Рассчитаем область изменения параметра y_1 на участке трассы длиной 50 км (200 абонентов) при предоставлении каждому абоненту одной услуги $y_{1(1)}$ и двух услуг $y_{1(2)}$:

$$y_{1(1)} = 1/(3 \cdot 10^6 \cdot 200) = 0,167 \cdot 10^{-8} [\text{сек} / \text{бит}] = 1,667 [\text{сек} / \text{Гбит}]$$

$$y_{1(2)} = 1/(6 \cdot 10^6 \cdot 200) = 0,0833 \cdot 10^{-8} [\text{сек} / \text{бит}] = 0,833 [\text{сек} / \text{Гбит}].$$

Параметр, характеризующий качество ($P_{\text{в.б.о.}}$), зададим в виде трех значений:

$$y_{2(1)} = 10^{-7}; \quad y_{2(2)} = 10^{-6}; \quad y_{2(3)} = 10^{-5}.$$

Этими значениями и определится область изменения параметра y_2 . В скобках указан порядковый номер значения параметра $P_{\text{в.б.о.}}$.

Параметр, характеризующий цену оборудования БС и РТР на участке одного звена с длиной трассы 50 км, вычислялся отдельно для каждого варианта построения сети, имея в виду, что он зависит от параметров: f_c , G_1^A , $\Delta f_{\text{ш}}^{\text{MT}}$, $P_{\text{в.б.о.}}$, A , $T_{\text{ш.вх.}}^{\text{MT}}$, G_2^A и ориентации антенны БС относительно трассы. Расчетные значения суммарной цены оборудования БС и РТР расположенных вдоль трассы длиной 50 км y_3 для различных вариантов построения сети изменялись от 1,932 млн \$ США до 7,2 млн \$ США. Эти данные и означают границы изменения параметра.

Для фрагмента телекоммуникационной сети (звено в ИГТС с длиной трассы $Z = 50$ км) математические выражения искомым либо задаваемых параметров имеют следующий вид: $y_{1(m)} = \frac{1}{V_{1(m)} N}$ [сек/бит] — обратная

величина требуемого ресурса для выбранного количества предоставляемых услуг.

Здесь $V_{1(m)}$ — требуемая пропускная способность сети для предоставления каждому абоненту (мобильному терминалу) m комбинированных услуг; N — число МТ на участке трассы длиной 50 км.

$y_{2(n)} = P_{\text{в.б.о.}}(n)$ — параметр, характеризующий качество предоставляемых услуг, где n — порядковый номер заданного значения вероятности битовой ошибки приемника-декодера МТ в зависимости от выбранного его типа; $y_{3(q)} = \frac{Z \cdot C^{\text{РТР}}}{L_{\text{сегм.тр.}}} + \frac{Z \cdot v^{\text{БС}} \cdot C^{\text{БС}}}{L_{\text{сегм.тр.}}}$ — параметр, характеризующий цену

оборудования на участке одного звена, где $L_{\text{сегм.тр.}}$ — длина одного сегмента трассы; $C^{\text{РТР}}$ — стоимость оборудования одного РТР с установкой и запуском; $C^{\text{БС}}$ — стоимость оборудования одной БС с установкой и запуском; $v^{\text{БС}}$ — количество БС в одном сегменте трассы, которое определяется распределительной системой сигналов (набором направленных ответвителей мощности) обеспечивающей одинаковую мощность сигналов поступающих на каждую БС. $L_{\text{сегм.тр.}} = v^{\text{БС}} \cdot L_{\text{тр}}^{\text{БС}}$, где $L_{\text{тр}}^{\text{БС}}$ — отрезок трассы, обслуживаемый одной БС. $L_{\text{тр}}^{\text{БС}} = d \cdot 0,585$, где d — расстояние между антеннами БС и МТ при перпендикулярной ориентации диаграммы направленности (ДН) антенны БС к оси участка трассы; 0,585 — коэффициент, учитывающий соотношение ширины диаграммы направленности по уровню половинной мощности к ее длине. Величину d находим из соотношения:

$$\frac{\text{ЭИИМ}_1^A}{\text{ЭИИМ}_2^A} = \frac{16 \cdot \pi^2 \cdot d^2}{\lambda^2}, \text{ где } \pi = 3,14; \lambda = c/f_c, c \text{ — скорость света;}$$

ЭИИМ_1^A — эквивалентная изотропно-излучаемая мощность в апертуре антенны БС; ЭИИМ_2^A — требуемая эквивалентная изотропно-излучаемая

мощность в апертуре антенны МТ необходимая для обеспечения соответствующего отношения мощности сигнала к мощности шумов на входе приемника-декодера равного A . ЭИИМ $_1^A = P_{\text{нас.фд.}} \cdot (m \cdot 0,05) \cdot 1/100 \cdot G_1^A$, где $P_{\text{нас.фд.}}$ — уровень мощности насыщения фотодиода БС; $(0,05)$ — коэффициент, учитывающий выходную мощность сигнала одной комбинированной услуги излучаемой антенной БС. Здесь считается, что одна БС излучает сигналы несущие в себе до двадцати комбинированных услуг, т.е. в поле одной БС могут получить по одной ($m = 1$), либо по две ($m = 2$) комбинированной услуги от 20 до 10 МТ соответственно. Такое скопление МТ может иметь место, например, на заправке бензином, либо во дворе гостиницы. Коэффициент 0,01 отражает коэффициент передачи (потери) при преобразовании сигналов в БС.

ЭИИМ $_2^A = k \cdot T_{\text{ш.вх.}}^{\text{МТ}} \cdot \Delta f_{\text{ш}}^{\text{МТ}} \cdot A \cdot 1/G_2^A \cdot 2$ — эквивалентная изотропно излучаемая мощность, необходимая на входе приемной антенны МТ, где k — постоянная Больцмана, а 2 — коэффициент учитывающий «половинную» мощность сигнала в диаграмме направленности антенны БС на участке пересечения ее трассой. Остальные обозначения определены выше.

АЛГОРИТМЫ ОПТИМИЗАЦИИ

Корректное моделирование системы в целом возможно при едином математическом описании всех подсистем и учете взаимодействия подсистем между собой и внешней средой. Этим требованиям удовлетворяет модель агрегативной системы, представляющая собой функционально необходимую совокупность конечного числа агрегатов и связей между ними [2, 3].

Описанный выше объект оптимизации может быть представлен моделью агрегативной системы состоящей из четырех агрегатов (рис. 1): агрегат звена трассы, агрегат сегмента трассы, агрегат соты с БС и фиктивный агрегат представления данных [4]. Кроме того, во взаимодействии с объектом оптимизации участвует окружающая среда, которая тоже представляется отдельным агрегатом.

Воздействия окружающей среды на объект оптимизации состоят из:

- требований предъявляемых техническим заданием к искомым параметрам ($y_1^{\text{TЗ}}$, $y_2^{\text{TЗ}}$, $y_3^{\text{TЗ}}$);
- цен на используемое оборудование ($C^{\text{РТР}}$, $C^{\text{БС}}$);
- параметров участков ИГТС, не вошедших в объект оптимизации;
- параметров МТ и др.

Если учесть конечное число значений учитываемых при оптимизации параметров, то моделью для поиска возможных вариантов сети может служить конечный автомат — наиболее простая модель разновидности дискретных динамических систем. Для описания работы этой модели введем понятие дискретного времени. Если взять в момент времени t_1 один набор значений входных параметров и все их ввести в модель конечного автомата,

то на выходе будем иметь набор значений выходных параметров одного варианта реализации сети. В следующий такт дискретного времени возьмем второй набор значений входных параметров и получим на выходе автомата набор значений выходных параметров второй реализации сети т.д.

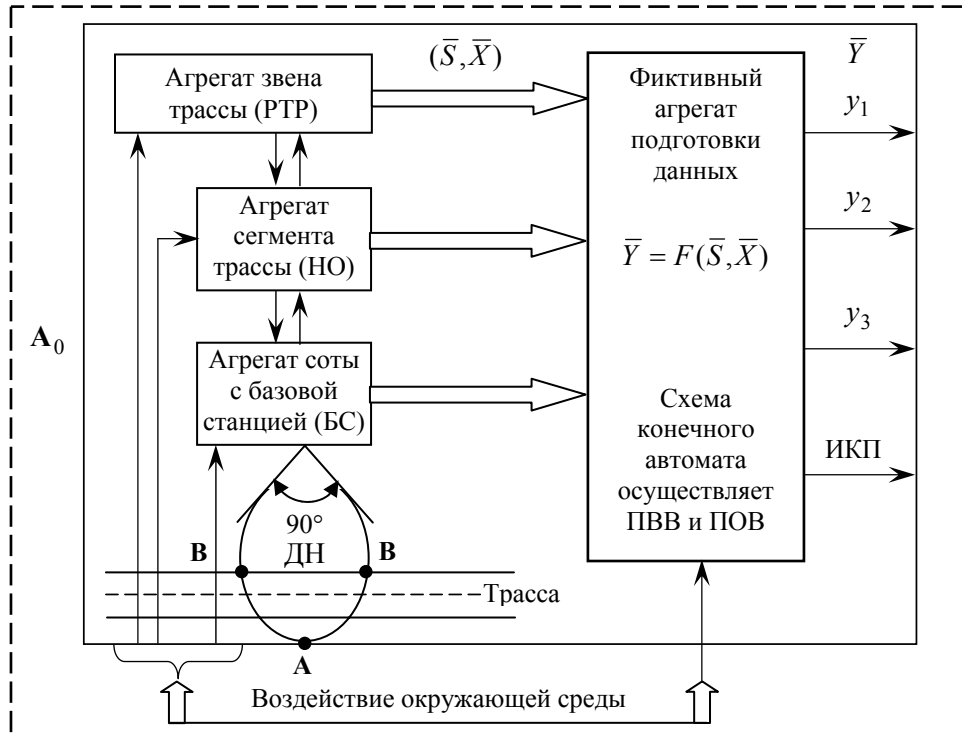


Рис. 1. Агрегативная модель объекта, где A_0 — агрегат «окружающая среда»

Согласно принятой терминологии в [5], множество \bar{X} — алфавит входов, множество \bar{Y} — алфавит выходов, а \bar{S} — множество начальных состояний, характеризующиеся постоянными значениями параметров систем (в нашем случае сети), имеющей фиксированную структуру. F — функционал отображающий зависимость: $\bar{Y} = F(\bar{S}, \bar{X})$.

Оператор задается системой правил и математических зависимостей позволяющих за конечное число тактов для любого входного слова из области определения найти соответствующее выходное слово. Для определения параметров каждой реализации системы (сети) применяется оператор, осуществляющий побуквенное отображение входных слов в выходные. Алгоритм такого отображения функционирует в соответствии с математическими выражениями.

Аналитическое выражение целевой функции при оптимизации представим в виде:

$$\varphi(\bar{X}, \bar{S}) = \prod_{i=1} R_i \cdot B_i \rightarrow \text{opt},$$

R_i — булева переменная, отражающая факт удовлетворения i -ым параметром требования технического задания (ТЗ):

$$R_i = \begin{cases} 0, & \text{если } y_i \text{ не удовлетворяет требованию ТЗ;} \\ 1, & \text{если } y_i \text{ удовлетворяет требованию ТЗ.} \end{cases}$$

$B_i = \frac{y_i}{y_i^{\text{ТЗ}}}$, где B_i — вычисленное, либо заданное значение i -го параметра

нормированное на величину i -го параметра, заданного в требованиях ТЗ.

Алгоритм синтеза оптимальной системы по заданным требованиям в ТЗ разработан с целью снижения затрат при разработке систем, исключения разработок новых модификаций функциональных элементов с параметрами близкими к уже имеющимся. Этот алгоритм состоит из двух частей. В первой части алгоритма осуществляется поиск возможных вариантов (ПВВ) искомой системы. После определения дискретного множества возможных вариантов системы включается в работу вторая часть алгоритма, осуществляющая поиск оптимального варианта (ПОВ) системы.

Интегральным критерием предпочтения (ИКП) назовем значение целевой функции для возможного варианта системы, удовлетворяющего требованиям ТЗ.

При поиске оптимального варианта ранжируются системы по значению ИКП и выбирается система с минимальным значением ИКП. Оптимальный вариант системы соответствует такому набору ее параметров, при котором ИКП имеет минимальное значение [6]

$$\text{ИКП} = \min \prod_{i=1} R_i B_i .$$

Пример решения оптимизационной задачи

Выбранные требования технического задания для трех параметров $y_1^{\text{ТЗ}}$, $y_2^{\text{ТЗ}}$ и $y_3^{\text{ТЗ}}$, приведены в табл. 1. Эти значения используются при вычислении параметров для всех рассматриваемых вариантов построения сети.

Таблица 1. Требования ТЗ

Параметры заданные в ТЗ	Примечания
$y_1^{\text{ТЗ}} \leq 1,515 \left[\frac{\text{сек}}{\text{Гбит}} \right]$	Данный параметр соответствует требуемому ресурсу $\frac{1}{y_1^{\text{ТЗ}}} > 0,66 \left[\frac{\text{Гбит}}{\text{сек}} \right]$, что позволяет предоставить каждому из 200 абонентов 1,1 комбинированную услугу на участке $Z = 50$ км. Требование $y_1^{\text{ТЗ}} \leq 1,515 \left[\frac{\text{сек}}{\text{Гбит}} \right]$ задано в виде ограничения: «не более»
$y_2^{\text{ТЗ}} \leq 10^{-5}$ (вероятность битовой ошибки)	Качество передачи предлагается учитывать требованием вероятности битовой ошибки ($P_{\text{в.б.о.}}$). Требование задано в виде ограничения: «не более»
$y_3^{\text{ТЗ}} \leq 6$ [млн \$ США]	Ограничение на цену указанного выше оборудования (БС и РТР) задано в виде: «не более»

В табл. 2 приведены данные для десяти вариантов. В ней обозначены: 5 вариантов $(t_1), (t_2), (t_3), (t_4), (t_5)$ при $f_c = 40$ ГГц; и 5 вариантов $(t_6), (t_7), (t_8), (t_9), (t_{10})$ при $f_c = 20$ ГГц. При этом коэффициент усиления антенны БС был принят для $f_c = 40$ ГГц равным $G_1^A = 40$ раз (16 дБ), а для антенны МТ $G_2^A = 20$ раз (13 дБ). Для $f_c = 20$ ГГц коэффициенты усиления антенн были заданы $G_1^A = 20$ раз (13 дБ) и $G_2^A = 10$ раз (10 дБ).

Таблица 2. Расчетные значения параметров

Параметры	Тактовое время, t									
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
f_c , ГГц	40	40	40	40	40	20	20	20	20	20
G_1^A , раз	40	40	40	40	40	20	20	20	20	20
G_2^A , раз	20	20	20	20	20	10	10	10	10	10
$T_{ш.вх.}^{MT}$, [К]	1000	1000	6000	1000	1000	1000	1000	6000	1000	1000
$\Delta f_{ш}^{MT}$, [МГц]	2	2	2	3,5	3,5	2	2	2	3,5	3,5
$A = P_c / P_{ш}$	16	10	16	16	10	16	10	16	16	10
y_1 , [сек/Гбит]	1,389	1,389	1,389	0,833	0,833	1,389	1,389	1,389	0,833	0,833
y_2	10^{-7}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-6}
y_3 , [млн \$ США]	3,0	2,4	7,2	4,0	3,2	2,415	1,932	5,796	3,22	2,093

Параметр y_1 , задан для первых трех вариантов на частоте $f_c = 40$ ГГц (t_1, t_2, t_3) и на $f_c = 20$ ГГц (t_6, t_7, t_8) равный $y_1 = 1,389 \left[\frac{\text{сек}}{\text{Гбит}} \right]$, что соответствует ресурсу достаточному для передачи каждому из 200 абонентов 1,2 комбинированной услуги. Для вариантов t_4, t_5 и t_9, t_{10} при соответствующих частотах сигнала f_c параметр $y_1 = 0,833 \left[\frac{\text{сек}}{\text{Гбит}} \right]$, что соответствует по ресурсу предоставлению 2-х комбинированных услуг.

Параметр качества задан в вариантах t_1, t_3, t_4, t_6, t_8 и t_9 равным $y_2 = 10^{-7}$. Для вариантов t_2, t_5, t_7 и t_{10} равным $y_2 = 10^{-6}$.

Параметр, характеризующий стоимость оборудования БС и РТР рассчитывается для двух разных классов приемного оборудования МТ. Первый класс (с малошумящим усилителем на входе) имеет суммарную эквивалентную шумовую температуру на входе приемного оборудования равную $T_{ш.вх.}^{MT} = 1000$ К, второй класс (без малошумящего усилителя на входе) $T_{ш.вх.}^{MT} = 6000$ К. Кроме того, приемник-декодер обеспечивает вероятность

битовой ошибки равную 10^{-6} , либо 10^{-7} при отношении $P_c/P_{ш} = 10$, либо 16 раз, соответственно. В зависимости от количества предоставляемых услуг учитывается разная полоса частот для определения мощности шумов $P_{ш}$: для 1,2 услуги $\Delta f_{ш}^{MT} = 2$ МГц, для двух услуг $\Delta f_{ш}^{MT} = 3,5$ МГц.

Сравнение вычисленных значений параметров с требованиями технического задания показывает, что 9 из 10 вариантов удовлетворяют требованиям ТЗ и только вариант t_3 по параметру y_3 не удовлетворяет требованию ТЗ. Вычисленные значения B_i , R_i и ИКП приведены в табл. 3.

Таблица 3. Значение параметров

Параметры	Значения параметров									
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}
B_1	0,9168	0,9168	0,9168	0,5498	0,5498	0,9168	0,9168	0,9168	0,5498	0,5498
B_2	0,010	0,100	0,010	0,010	0,100	0,010	0,100	0,010	0,010	0,100
B_3	0,500	0,4	1,2	0,667	0,5333	0,403	0,322	0,966	0,537	0,349
R	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
ИКП	$4,584 \cdot 10^{-3}$	$36,672 \cdot 10^{-3}$	–	$3,665 \cdot 10^{-3}$	$29,323 \cdot 10^{-3}$	$3,690 \cdot 10^{-3}$	$29,521 \cdot 10^{-3}$	$8,874 \cdot 10^{-3}$	$2,951 \cdot 10^{-3}$	$19,179 \cdot 10^{-3}$

Анализ данных примера приведенных в табл. 2 и 3 показал, что 6 вариантов из 10 (варианты: t_1 , t_3 , t_4 , t_6 , t_8 , t_9) имеют значение ИКП $< 20 \cdot 10^{-3}$. Из них 3 варианта (t_4 , t_6 , t_9) имеют значение ИКП $\leq 3,69 \cdot 10^{-3}$. Минимальное значение ИКП имеет вариант (t_9), которое равно ИКП = $2,95 \cdot 10^{-3}$.

Вариант (t_9) оптимален в том смысле, что он при некотором увеличении затрат на оборудование ($y_3 = 3,22$ млн \$ США), по сравнению с вариантом (t_6), у которого $y_3 = 2,415$ млн \$ США, обеспечивает предоставление 2-х комбинированных услуг мобильному абоненту с качеством $y_2 = 10^{-7}$.

Интересны варианты (t_6 , t_{10}):

- вариант (t_6) обеспечивает одну комбинированную услугу с качеством $y_2 = 10^{-7}$ при стоимости оборудования $y_3 = 2,415$ млн \$ США;
- вариант (t_{10}) обеспечивает две комбинированные услуги при самых низких затратах на оборудование ($y_3 = 2,093$ млн \$ США). Однако этот вариант уступает другим по качеству ($y_2 = 10^{-6}$).

ВЫВОДЫ

1. Описан конкретный объект оптимизации в виде участка беспроводного доступа в интерактивной гетерогенной телекоммуникационной сети, разработана для него математическая постановка оптимизационной задачи, приведен пример решения оптимизационной задачи.

2. Показано, что математическая модель нашего объекта оптимизации может быть представлена моделью агрегативной системы и схемой конечного автомата — наиболее простой моделью дискретных динамических систем имеющих фиксированную структуру.

3. Разработанный алгоритм оптимизации в первой своей части осуществляет поиск возможных вариантов искомой системы, затем путем ранжирования вычисленных значений целевой функции определяет по интегральному критерию оптимальный вариант системы на дискретном множестве возможных вариантов системы.

4. ИКП — инструмент, позволяющий из большого числа возможных вариантов сети выделить несколько предпочтительных вариантов. Окончательное решение необходимо принимать, исходя из целого ряда условий системного подхода. Например, таких как: актуально ли требование обеспечения качества $y_2 = 10^{-7}$ по сравнению с $y_2 = 10^{-6}$; каковы экономические и временные показатели бизнес-плана и т.д.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильченко М.Е., Сундучков К.С., Волков С.Э., Сундучков И.К., Кузява М.А., Сундучков А.К. Интерактивная гетерогенная телекоммуникационная система 4G с беспроводным доступом в миллиметровом диапазоне для предоставления мультимедийных услуг мобильным абонентам // Зв'язок. — № 7–8. — 2008. — С. 28–32.
2. Бусленко Н.П., Калашиников В.В., Коваленко И.М. Лекции по теории сложных систем. — М.: Сов. Радио, 1973. — 440 с.
3. Основы моделирования сложных систем // Л.М. Дыхненко, В.Ф. Кабаненко, И.В. Кузьмин и др.: Под ред. И.В. Кузьмина. — Киев: Вища шк., 1981. — 360 с.
4. Автоматизированное проектирование электронных схем // Ю.М. Калниболотский, К.С. Сундучков, А.И. Солодовник. — Киев: Техника, 1987. — 301 с.
5. Конечные автоматы: эквивалентность и поведение // Н.Н. Иванов, Г.И. Михайлов, В.В. Руднев и др. — М.: Наука, 1984. — 192 с.
6. Сундучков К.С. Применение интегрального критерия предпочтения при оптимизации телекоммуникационных сетей // Радиотехника. — 2008. — Вып. 155. — С. 77–83.

Поступила 27.05.2009

УДК 004.942, 519.876.5

**МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ПОТОКІВ РЕКРЕАНТІВ ЗА
ДОПОМОГОЮ МОДИФІКОВАНОЇ ГРАВІТАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ
НА БАЗІ НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ**

С.О. ЛЯХОВ, Я.І. ВИКЛЮК

Запропоновано метод розрахунку показників атрактивності території на базі нечіткої логіки. Проведено вдосконалення модифікованої гравітаційної моделі, яке використовується для прогнозування кількості потенційних рекреантів, запропонованим методом. Проведено розрахунки з використанням нової моделі та наведено порівняльний аналіз отриманих результатів.

Розвиток туристичної галузі в Україні має сприяти розвитку міжнародних та ринкових відносин, зменшити кількість безробітних, частково захистити природний та історико-культурний спадок. Розвивати туристичну галузь одночасно в цілому регіоні, недоцільно, оскільки це потребує великих капіталовкладень. У зв'язку з цим, необхідно визначити такі місця відпочинку, які будуть приваблювати найбільшу кількість рекреантів.

Моделям функціонування рекреаційно-туристичних систем притаманна невизначеність, зумовлена, з одного боку відсутністю точного опису процесів функціонування систем, з іншого — неспроможністю оцінити стани систем абсолютно точно, що ускладнює, а часом, й унеможливорює використання точних кількісних методів.

Мета роботи — побудова моделі розрахунку кількості потенційних клієнтів у туристично-рекреаційних комплексах за допомогою вдосконалення гравітаційної моделі [1] з використанням нечіткої логіки.

Актуальність. Визначення кількості рекреантів — надзвичайно важлива складова інвестиційного аналізу, оскільки, знаючи кількість відвідувачів, можна оптимізувати бізнес-процеси, спрогнозувати прибуток, витрати, рентабельність, спланувати перелік послуг, які можуть надаватись і т.ін.

Прогнозування кількості потенційних відвідувачів туристично-рекреаційних систем (ТРС) можна визначити, застосувавши модифіковану гравітаційну модель, що дозволяє врахувати вплив місцезнаходження населених пунктів від туристично-рекреаційних комплексів (ТРК), цінової політики, сезонність та основні чинники привабливості [1]. За цією моделлю потенційна кількість рекреантів визначається як:

$$K_{ij}^{\text{cat}}(T) = k \times \left(1 + \frac{\sum_{l=1}^n \text{Att}_l^{\text{TPC}} \text{Att}_l^{\text{cat}}}{n_{\text{Att}}} \right) \times \frac{(D_{\text{cat}i} m_i)^m n_j^n}{r_{ij}^r} \times P_{\text{cat}}(T) P_{\text{TPC}}(T) \times \left(1 - \frac{\sqrt{|B_{\text{TPC}}^2 - B_{\text{cat}}^2|}}{n_{\text{price}}} \right), \quad (1)$$

де

K_{ij}^{cat} — кількість рекреантів j -ї ТРС, які прибули з i -го пункту попиту;

m_i^m — чисельність населення i -го пункту попиту;

n_j^n — відстань (максимально можлива місткість) j -ї ТРС;

r_{ij}^r — відстань між j -ою ТРС та i -им пунктом попиту;

k — емпіричний «коефіцієнт тяжіння привабливості» (тотожні);

m, n, r — емпіричні коефіцієнти;

$D_{\text{cat}i}$ — питома вага людей певного сегменту (студенти, середній клас, клас заможних людей, діти) з i -го пункту попиту;

$P_{\text{cat}}(T)$ — імовірність того, що люди певного сегменту відпочиватимуть в інтервал часу T ;

$P_{\text{TPC}}(T)$ — імовірність того, що певна ТРС працюватиме в інтервалі часу T ;

B_{TPC} — цінова категорія ТРС;

B_{cat} — бажана категорія ТРС для певної категорії відпочиваючих;

n_{price} — нормувальний множник, рівний розмірності рейтингової шкали B_{TPC} та B_{cat} ;

l — «тип привабливості»;

$\text{Att}_l^{\text{TPC}}$ — рейтингова оцінка l -ї «привабливості» ТРС;

$\text{Att}_l^{\text{cat}}$ — нормована рейтингова оцінка, що визначає важливість l -ї «привабливості» для рекреанта групи «cat»;

n_{Att} — максимально допустиме значення $\text{Att}_l^{\text{TPC}}$.

Усі коефіцієнти в (1), за винятком k, m, n та r , мають статистичний характер і були визначені шляхом експертних оцінок провідних фахівців цієї галузі.

Недоліком моделі (1) є визначення загального «показника привабливості»:

$$\text{Atr}(\text{trs}, \text{cat}) = \left(1 + \frac{\sum_{l=1}^n \text{Att}_l^{\text{TPC}} \text{Att}_l^{\text{cat}}}{n_{\text{Att}}} \right). \quad (2)$$

Щоб розрахувати цей множник запропоновано використати 28 «показників привабливості», які визначено експертними оцінюваннями [1]. Величина більшості «показників привабливості» для різних ТРС майже не відрізняється. Інші показники, які значно відрізняються один від одного і є визначальними для «привабливості» певної ТРС, не можуть суттєво вплинути на зміну показника (2). У такому випадку показники всіх ТРС коливаються біля певного центру, величину нормованого показника схематично зображено на рис. 1. Діапазон значень, в яких коливається цей показник, лежить на відрізку [1; 2], при чому значення 1 та 2 та їхні околиці є «мертвими» точками, а це означає, що якою б привабливою не була ТРС, її «показник привабливості» буде відрізнятися від непривабливої ТРС приблизно на 0,4–0,8 одиниць, що не може суттєво вплинути на остаточні результати. Також важко виконати оцінювання багатьох якісних «показників привабливості» з високою точністю, а це, в свою чергу, не дає можливості використати класичні математичні методи.



Рис. 1. Схематичне зображення розподілу нормованого «показника привабливості»

Для моделювання привабливості регіону або певної ТРС найкраще застосовувати нечіткі моделі. Це дає можливість визначати загальний «показник привабливості» ТРС у ширшому діапазоні, а також краще оцінити інші «показники привабливості». На практиці показано, що в багатьох випадках нечітке моделювання дозволяє більш адекватно описати об'єкти з деякою невизначеністю і дає кращі результати, у порівнянні з детермінованими або ймовірнісно-статистичними моделями [2]. У роботах [2–8] було апробовано та доведено адекватність апарату нечіткої логіки в дослідженнях туристичної галузі. Зокрема, моделюванню та створенню експертної системи вибору готелю присвячена робота [4]. Прогнозам у туристичній галузі на базі нечіткої логіки та нейромережах присвячено роботи [5, 6]. У роботі [2] досліджено конкуренцію економічного зростання між регіонами в Китаї.

Тому ми пропонуємо розрахувати коефіцієнт привабливості за допомогою моделі, що базується на нечіткій логіці, використовуючи замість множника (2) інший — $Atr(trs, cat)_{fuzzy}$.

Математична теорія нечітких множин (fuzzy sets) і нечітка логіка (fuzzy logic) є узагальненнями класичної теорії множин і класичної формальної логіки. Такі поняття вперше запропонував американський вчений Лотфі Заді (Lotfi Zadeh) у 1965 році. Основною причиною появи нової теорії стала

наявність нечітких і наближених міркувань під час опису людиною процесів, систем, об'єктів [9].

У загальному випадку механізм логічного виведення містить чотири етапи: введення нечіткості (фазифікація), нечіткий висновок, композицію й приведення до чіткості або дефазифікацію.

Алгоритми нечіткого висновку розрізняються, головним чином, виглядом правил, що використовуються, логічних операцій і різновидом методу дефазифікації. Найпопулярнішими є моделі нечіткого висновку Мамдані, Сугено, Ларсена, Цукамото.

У даній роботі застосовується метод Сугено 0-го порядку, коли логічне виведення є константою:

$$(x_1 = \tilde{a}_{1j} \Theta_j, x_2 = \tilde{a}_{2j} \Theta_j \dots \Theta_j x_n = \tilde{a}_{nj}) \rightarrow y = dj, \quad j = 1, m. \quad (3)$$

Згідно із думкою експертів [1], найвагомішими групами показників привабливості є: екологічний стан, інфраструктура (з підгрупами «готельна інфраструктура» та «громадська інфраструктура»), сервісні фактори, розташування. Для оцінки агрегованих показників експертами було запропоновано наступні вхідні параметри по кожній групі та підгрупі:

- екологічний стан (E): радіація (Ea); повітря (Eb); вода (Ec); озеленення території (Ed);
- готельна інфраструктура (Ia): якісна готельна інфраструктура для різних сегментів споживання (Ia1); розвинена мережа телекомунікацій (Ia2); розвинена інфраструктура спортивних споруд та можливостей занять спортом (Ia3); наявність достатньої інфраструктури розваг на території ТРС (Ia4);
- громадська інфраструктура (Ib): якісна інфраструктура транспортних комунікацій — дороги, аеропорти, залізниця, морські та річкові порти (Ib1); розвинена система громадського харчування (Ib2); розвинена система громадського транспорту (Ib3); наявність достатньої інфраструктури розваг в околицях ТРС (Ib4);
- сервісні фактори (C): вартість (Ca); оригінальна місцева кухня (Cb); розвинена промисловість та виробництво сувенірної продукції (Cc); розвинена мережа торгівлі. Наявність груп товарів, особливо привабливих у категорії ціна-якість (Cd);
- розташування (P): віддаль від сіл (Pa); віддаль від смт. та міст (Pb); забезпечення під'їздами для автотранспорту (Pc); забезпечення під'їздами залізницею (Pd).

Для розрахунку агрегованого показника привабливості запропонована ієрархічну нечітку систему. По кожній із груп за допомогою алгоритму Сугено знаходяться рекреаційні потенціали. Вони, в свою чергу, слугують вхідними параметрами узагальнювальної нечіткої експертної системи, що визначає «коефіцієнт привабливості» ТРС (рис. 2). Запропонований підхід дозволяє значно зменшити необхідну кількість продукційних правил.

Для розрахунку загального «показника привабливості» ТРС із урахуванням важливості проміжних показників для кожної групи населення (середнього класу, студентів, класу заможних людей та дітей) [1] було застосовано метод лінійної згортки, що представлений у роботах [2, 12].

$$Atr(trs, cat)_{fuzzy} = \sum_i Att(trs)_i \frac{Imp(cat)_i}{\sum_j Imp(cat)_j}, \quad (4)$$

де $Atr(trs, cat)_{fuzzy}$ — загальний «показник привабливості» ТРС для певної категорії населення; $Atr(trs)_i$ — проміжний «показник привабливості» ТРС; $Imp(trs)_i$ — важливість проміжного «показника привабливості» для певної категорії населення.

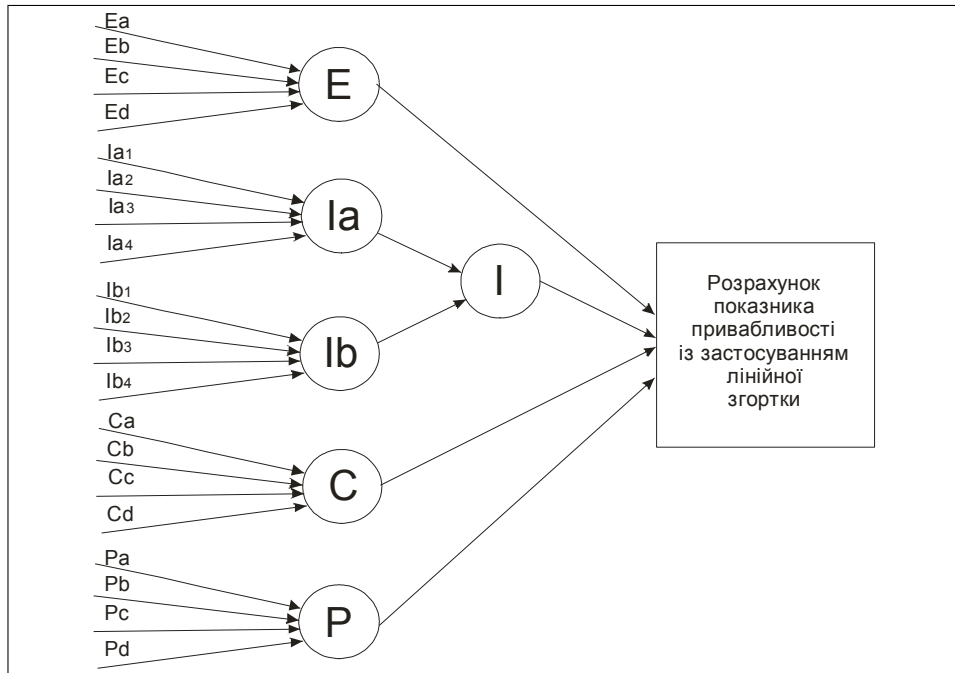


Рис. 2. Схема розрахунку показника привабливості за допомогою нечіткої моделі

Алгоритм розрахунку

Запропоновано застосовувати такий алгоритм розрахунку загального «показника привабливості» ТРС:

1. Визначення лінгвістичних змінних та їх параметрів.
2. Визначення вигляду та параметрів функцій належності для кожного терму показників привабливості.
3. Визначення продукційних правил.
4. Побудова нечіткої моделі.
5. Розрахунок проміжних «показників привабливості» для кожної ТРС.
6. Розрахунок загального «показника привабливості» ТРС із урахуванням важливості «показників привабливості» для різних груп населення за допомогою лінійної згортки.
7. Розрахунок кількості рекреантів та прибутку за вдосконаленою гравітаційною моделлю.
8. Отримання результатів та їх аналіз.

Комп'ютерний експеримент

Для розробки моделі з нечіткою логікою використовувалося середовище MatLab та toolbox Fuzzy Logic. Нижче наведено терми лінгвістичних змінних.

1. Екологічний стан:

- (Ea): радіаційне забруднення відсутнє (PB); рівень радіаційного забруднення відповідає нормам, що є допустимими для життя (PM); рівень радіаційного забруднення перевищує доступні радіаційні норми (Z);
- (Eb): екологічно чисте повітря (PB); міське повітря (PM); забруднене повітря (Z);
- (Ec): екологічно чиста вода без фільтрації (PB); вода з громадських очисних споруд (Z);
- (Ed): наявність оздоровчих видів рослин (PB); достатня кількість озеленення без оздоровчих видів рослин (PM); мала кількість рослинності (Z).

2. Готельна інфраструктура:

- (Ia1): достатня кількість апартаментів для всіх рівнів споживання (PB); достатня кількість апартаментів для деяких рівнів споживання (PM); недостатня кількість апартаментів для будь-якого рівня споживання (Z);
- (Ia2): добре розвинена телекомунікаційна мережа (PB); недостатньо розвинена або нерозвинена зовсім телекомунікаційна мережа (Z);
- (Ia3): добре розвинена інфраструктура спортивних комплексів та можливостей занять спортом (PB); майже відсутня можливість для занять спортом (Z);
- (Ia4) добре розвинена інфраструктура розваг (PB); недостатньо розвинена інфраструктура розваг (Z).

3. Громадська інфраструктура:

- (Ib1): наявність усіх видів транспортних комунікацій (PB); середньо розвинена транспортна інфраструктура (PM); слабо розвинена транспортна інфраструктура (Z);
- (Ib2): достатньо розвинена система громадського харчування (PB); недостатньо розвинена система громадського харчування (Z);
- (Ib3): достатньо розвинена система громадського транспорту (PB); недостатньо розвинена система громадського транспорту (Z);
- (Ib4): достатньо велика кількість центрів розваг (PB); недостатньо розвинена інфраструктура розваг (Z).

4. Сервісні фактори:

- (Ca): найкраще співвідношення ціна-якість (PB); ціна є завищеною (PM); надто висока ціна та поганий сервіс (Z);
- (Cb): наявність оригінальної місцевої кухні (PB); відсутність оригінальної місцевої кухні (Z);
- (Cc): розвинено виробництво сувенірної продукції (PB); слабо або недостатньо розвинено виробництво сувенірної продукції (Z);
- (Cd): розвинено мережу торгівлі (PB); недостатньо або зовсім не розвинено мережу торгівлі (Z).

5. Розташування:

- (Pa): якісні дороги біля ТРС (PB); дороги знаходяться на деякій відстані від ТРС (PM); дороги неякісні або знаходяться далеко від ТРС (Z);
- (Pb): залізнична станція розташована неподалік від ТРС (PB); залізнична станція розташована далеко від ТРС (Z);
- (Pc): розташована у селі або село розташоване неподалік від ТРС (PB); значна відстань розташування сіл від ТРС (Z);
- (Pd): знаходиться у місті (сmt.) або неподалік від них (PB); значна відстань розташування від міст (сmt.) (Z).

Для побудови нечітких експертних правил продукцій було використано загальноприйняті міжнародні скорочення для параметрів функції (Z — нуль, близько до нуля; PS — позитивне мале; PM — позитивне середнє; PB — позитивне велике) [13, 14].

Групові показники описуються термами: Z — низький; PM — середній; PB — високий. Комплексний показник привабливості описується термами: Z — низький; PS — нижче середнього; PM — вище середнього; PB — високий.

Для розрахунків за допомогою нечіткої моделі було використано трикутні функції належності. Трикутна функція належності визначається трійкою чисел (a, b, c) , а її значення в точці x обчислюється відповідно до формули:

$$MF(x) = \begin{cases} 1 - \frac{b-x}{b-a}, & a \leq x \leq b, \\ 1 - \frac{x-c}{c-b}, & b \leq x \leq c, \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases} \quad (5)$$

При $(b-a) = (c-b)$ маємо випадок симетричної трикутної функції належності, що може бути однозначно задана двома параметрами із трійки (a, b, c) . Гауссівські функції належності дали менш адекватні результати.

Параметри a, b та c можуть розраховуватись двома способами. Перший — це застосування системи навчання на базі нейронних мереж [16], другий — визначення параметрів за допомогою експертів. У даній роботі ми скористались допомогою експертів. Експертні оцінки було надано фахівцями Чернівецької обласної адміністрації у справах спорту і туризму. Параметри та вигляд функцій належності наведено в табл. 1 та на рис. 3.

Базу нечітких продукційних правил для формального відображення емпіричних знань, отримано в результаті експертних оцінок наданих відділом з питань туризму Чернівецької обласної державної адміністрації.

На основі наведених вище нечітких правил продукції та структури було розроблено нечітку модель у системі MatLab, яка дозволяє розрахувати проміжні показники привабливості по кожному ТРК.

Таблиця 1. Опис параметрів функцій належності для побудови моделі в системі MatLab

Лінгвістична змінна	Терм	Параметри функцій належності
Еа Еб Ег Іа ₁ Іа ₃ Іа ₄ Іб ₂ Са Рв	PВ PM Z	[3 5 7] [0,5 2,5 4,5] [-2 0 2]
Ев Іа ₂ Іб ₁ Іб ₃ Іб ₄ Сб Св Сг Ра Рб Рг	PВ Z	[0 5 10] [-5 0 5]
Е, І, С, Р	PВ PM PS Z	5 3,33 1,67 0

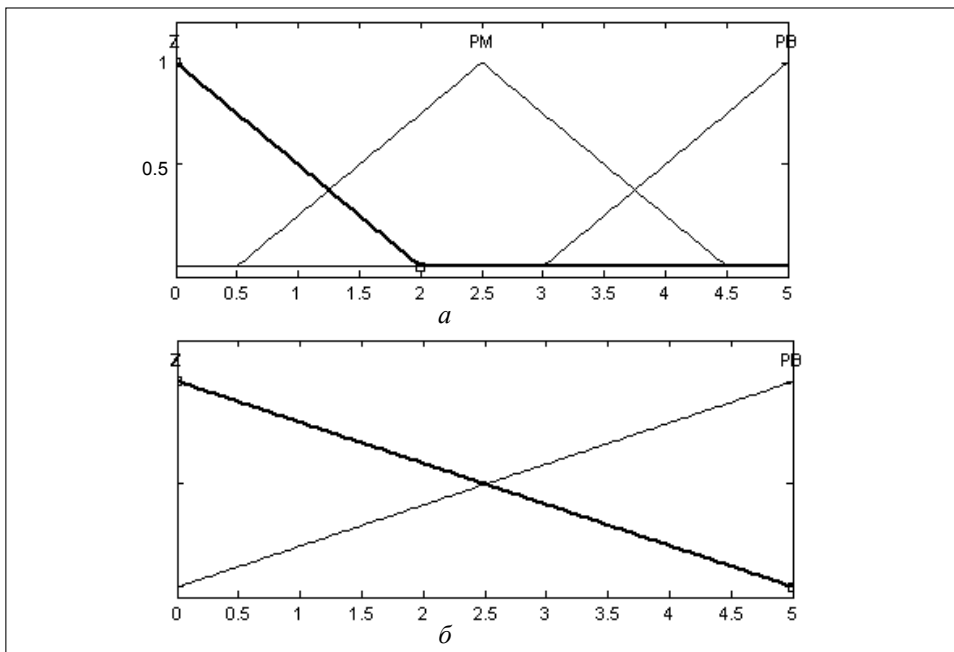


Рис. 3. Трикутні функції належності з 3-ма (а) і 2-ма (б) параметрами

Використовуючи експертні оцінки показників привабливості, було виконано розрахунки проміжних показників привабливості для ТРК «Мигово», «Буковель» та «Німчич».

Таблиця 2. Експертні оцінки показників привабливості

Показник привабливості	ТРК «Мигово»	ТРК «Буковель»	ТРК «Німчич»
Екологічний стан			
Радіація	5,00	5,00	5,00
Вода	5,00	5,00	4,20
Повітря	4,60	5,00	5,00
Озеленення території	5,00	5,00	5,00
Інфраструктура			

Продолжение табл. 2

Готельна Інфраструктура			
Якісна готельна інфраструктура для різних сегментів споживання	3,60	5,00	2,40
Розвинена мережа телекомунікацій	3,80	4,60	1,80
Розвинена інфраструктура спортивних споруд та можливостей для занять спортом	4,00	5,00	0,60
Наявність достатньо розвинутої інфраструктури розваг на території ТРК	3,80	5,00	1,60
Громадська інфраструктура			
Якісна інфраструктура транспортних комунікацій	3,80	4,20	1,00
Розвинена система громадського харчування	4,60	5,00	1,80
Розвинена система громадського транспорту	3,80	4,20	0,40
Наявність достатньої інфраструктури розваг в околицях ТРС	3,80	5,00	1,60
Сервісні фактори			
Вартість та якість обслуговування	5	4	3
Оригінальна місцева кухня	3,80	4,20	3,60
Розвинена промисловість та виробництво сувенірної продукції	2,80	3,80	2,60
Розвинена мережа торгівлі	3,40	4,00	2,60
Розташування			
Можливість дістатися визначеного місця на авто	4,20	4,80	0,40
Можливість дістатися визначеного місця залізницею	2,20	2,40	0,60
Віддаленість від сіл	3,80	4,60	3,20
Віддаленість від смт. та міст	3,80	4,40	1,60

Важливість привабливості проміжних показників для груп населення визначають за допомогою експертних оцінок за п'ятибальною шкалою (5 — важливо, 0 — неважливо). Використовуючи (3) і показники привабливості, які наведені в табл. 3, було розраховано проміжні показники привабливості для кожного ТРК і категорії населення (табл. 4).

Таблиця 3. Важливість показників привабливості для різних категорій населення

Група показників привабливості	Середній клас	Студенти	Клас заможних людей	Діти
Екологічний стан	5	4	5	5
Готельна інфраструктура	3	1	5	2
Громадська інфраструктура	4	3	2	3
Сервісні фактори	2	1	5	1
Розташування	3	3	4	0

Таблиця 4. Проміжні показники привабливості по ТРК

Група показників привабливості	ТРК «Мигово»	ТРК «Буковель»	ТРК «Німчич»
Екологічний стан	5	5	4,73
Готельна інфраструктура	3,87	4,87	1,29
Громадська інфраструктура	3,73	4,73	0,67
Сервісні фактори	3,33	4	2,93
Розташування	3,27	3,8	0,7

Пунктами попиту на рекреацію служили всі обласні центри України та населенні пункти, чисельність населення яких перевищує 100 000. У роботі проаналізовано доцільність розташування ТРС у місцях, де вже розташовано ТРС, що функціонують і спеціалізуються на наданні послуг гірськолижного туризму, з метою аналізу потоків відпочиваючих та надання рекомендацій, щодо збільшення кількості рекреантів.

Цінова категорія ТРС оцінювалась за п'ятибальною рейтинговою шкалою [1], де курорту найвищого гатунку класу «Люкс» відповідав бал «1»; курорту середнього класу — «3», курорту найнижчої цінової категорії — «5». Відповідно до експертних оцінок, наданих комітетом у справах сім'ї, молоді та спорту Чернівецької області, заможні громадяни надаватимуть перевагу курортам класу «Люкс», тобто класу «1». Середній клас надаватиме перевагу курортам класу — «3», діти — «4», а студентам будуть до вподоби недорогі ТРС класу «5».

Ймовірність роботи ТРК за кожен місяць, а також помісячна ймовірність відпочинку певної категорії населення наведена в таблицях 5 та 6 [2]:

Таблиця 5. Ймовірність роботи ТРК

Місця відпочинку	Місяці											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ТРК «Німчич»	1	1	0,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0,4
ТРК «Буковель»	1	1	0,8	0,2	0	0	0	0	0	0	0	0,6
ТРК «Мигово»	1	1	0,8	0,2	0	0	0	0	0	0	0	0,6

Таблиця 6. Ймовірність відпочинку рекреантів

Категорії людей	Місяці											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Студенти	0,8	0,4	0,1	0,1	0,3	0,9	0,9	0,9	0,1	0,1	0,1	0,5
Середній клас	0,9	0,9	0,3	0,3	0,5	0,9	0,9	0,9	0,7	0,5	0,3	0,9
Успішні бізнесмени	0,9	0,9	0,5	0,5	0,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,5	0,3	0,9
Діти	0,4	0,1	0,4	0,1	0,1	0,9	0,9	0,9	0,1	0,1	0,4	0,1

Використовуючи дані таблиць 6, 7 та 8, було виконано розрахунки ймовірної кількості відпочивальників та прибутку на ТРК Прикарпаття, які зображено на рис. 4 та рис. 5.

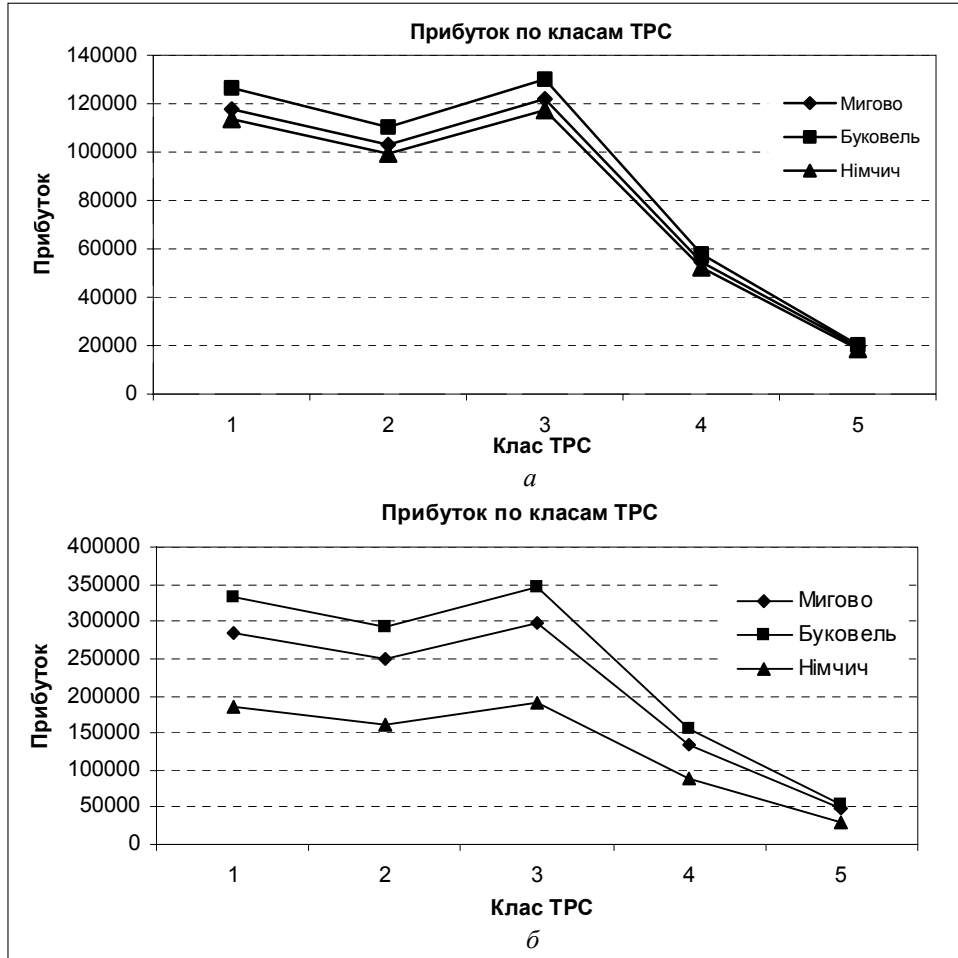


Рис. 4. Прибуток за класами ТРС без використання моделі з нечіткою логікою (а) та з використанням (б)

Розподіл кількості відпочивальників та прибутку за класами ТРС майже такий самий, як і з використання моделі без застосування нечіткої логіки. Головною відмінністю між розрахунками є чітко виражене відставання ТРК «Німчич» від ТРК «Мигово» та «Буковелю», що є адекватніше відображенням дійсності, оскільки кількість відпочивальників на ТРК Німчич набагато менша, ніж на двох інших комплексах, хоча ТРК «Німчич» на Німчичі функціонував ще за часів Радянського Союзу і є достатньо відомим на Західній Україні.

Перевірка адекватності моделі проводилася для даних однієї з ТРК «Мигово». Адекватність моделі оцінювалась з допомогою середньої квадратичної похибки та коефіцієнта кореляції. Для розрахунків було обрано дані по ТРС 3-го класу за цілий рік і порівняно з результатами розрахованими по моделі (1). Реальні та розраховані дані наведені у табл. 7.

Таблиця 7. Кількість відпочиваючих для ТРК «Мигово»

Місяця відпочинку	Місяці											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ТРК «Мигово» (розрахункові дані)	654	578	200	41	0	0	0	0	0	0	0	351
ТРК «Мигово» (реальні дані)	680	591	168	62	0	0	0	0	0	0	0	326

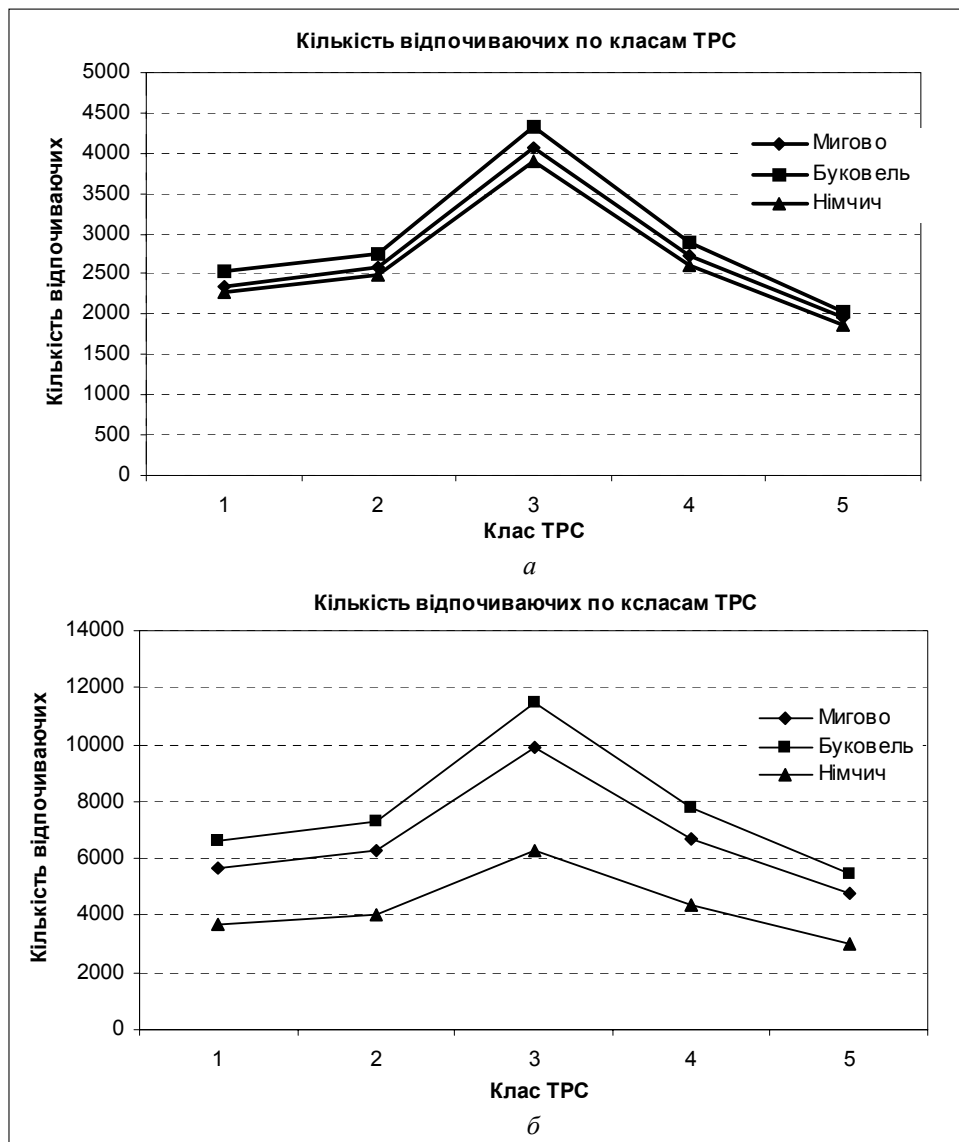


Рис. 5. Прибуток за класами ТРС без використання моделі з нечіткою логікою (а) та з використанням (б)

Середньоквадратична похибка дорівнює 24,4, а коефіцієнт кореляції складає 0,99, що свідчить про високу адекватність запропонованої моделі.

З наведених вище розрахунків можемо зробити висновки, що використання моделі з нечіткою логікою дало можливість наблизити отримані дані до реальних показників, незважаючи навіть на те, що тільки один показник із модифікованої гравітаційної моделі (1) був змодельований за допомогою моделі що базується на нечіткій логіці. Це дає можливість реальніше оцінити всі наявні види туристичної діяльності та розробити реалістичну програму для формування та розвитку туристичної інфраструктури як у регіоні, так і для всієї країни загалом.

Наступними кроками у розрахунках буде використання нечіткого моделювання для всіх множників гравітаційної моделі.

ВИСНОВКИ

У роботі наведено недоліки модифікованої гравітаційної моделі та запропоновано механізм їх усунення.

Доведено адекватність використання моделі з нечіткою логікою (Fuzzy Logic) для визначення загального показника привабливості ТРС на широкому діапазоні, а також реальної оцінки всіх інших показники привабливості.

Розроблено алгоритм, який по кроках описує здійснення розрахунків.

Виконано експеримент, який показав адекватність застосування нечіткої логіки для здійснення розрахунку кількості рекреантів. Отримані результати адекватніше відображають основні економіко-статистичні характеристики ТРС, ніж розрахунки за класичною гравітаційною моделлю (1).

У подальшому розроблений метод дозволить спрогнозувати кількість рекреантів, які захочуть відвідати туристичний комплекс, та прибуток, а це, в свою чергу, дозволить оптимізувати комплекс послуг та надасть інвесторам можливість ефективніше обирати територію для розміщення готелів або оптимально вибрати об'єкт інвестування.

Для подальших розрахунків пропонується всі показники із (1) обчислювати за допомогою моделей із нечіткою логікою.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Розвиток туристичного бізнесу регіону: Монографія.* — Чернівці: Книги—XXI, 2007. — 292 с.
2. *Shengquan Ma, Jing Feng, Huhua Cao.* Fuzzy model of regional economic competitiveness in GIS spatial analysis: Case study of Gansu, Western China // *Fuzzy Optim Decis Making.* — 2006. — № 5. — P. 99–111.
3. *Cathy H.C. Hsu, Kara Wolfe, Soo K. Kang.* Image assessment for a destination with limited comparative advantages // *Tourism Management.* — 2004. — № 25. — P. 121–126.
4. *Ngai E.W.T., Wat F.K.T.* Design and development of a fuzzy expert system for hotel selection // *Omega.* — 2003. — № 31. — P. 275–286.
5. *Chao-Hung Wang, Li-Chang Hsu.* Constructing and applying an improved fuzzy time series model: Taking the tourism industry for example // *Expert Systems with Applications.* — 2008. — № 38. — С. 2732–2738.

6. *Chao-Hung Wang*. Predicting tourism demand using fuzzy time series and hybrid grey theory // *Tourism Management*. — 2004. — № 25. — P. 367–374.
7. *Tsung-Yu Chou, Mei-Chyi Chen, Chia-Lun Hsu*. A fuzzy multi-criteria decision model for international tourist hotels location selection // *International Journal of Hospitality Management*. — 2008. — 27, № 2. — С. 293–301.
8. *Wen-Bao Lin*. An empirical of service quality model from the viewpoint of management // *Expert Systems with Applications*, 2007. — № 32. — P. 364–375.
9. *Lotfi A. Zadeh*. Fuzzy Sets // *Information and Control*. — 1965. — № 8. — С. 235–241.
10. *Виклюк Я.І.* Побудова fuzzy-моделі для визначення рекреаційного потенціалу євро регіону «верхній прут» // *Вестн. НТУ «ХПІ»*. Сб. научных трудов. Тематический выпуск «Системный анализ, управление и информационные технологии». — 2007. — № 41. — С. 191–203.
11. *Виклюк Я.І.* Використання нечіткої логіки для визначення рекреаційного потенціалу території // *Вісн. Національного ун-ту «Львівська політехніки» «Інформаційні системи та мережі»*. — 2008. — № 631. — С. 45–54.
12. *Сидоренко А.Н.* Логико-лингвистический метод расчета ставки дисконтирования для принятия решений по управлению портфелем ценных бумаг // *Радиоэлектронні і комп'ютерні системи*. — 2006. — № 6. — С. 15–20.
13. *Дьяконов В.П., Круглов В.П.* MATLAB 6.5 SP1/7/7 SP1/7 SP2 Simulink 5/6. Инструменты искусственного интеллекта и биоинформатики // Серия «Библиотека профессионала». — М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2006. — 456 с.
14. *Леоненков А.В.* Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH // СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 736 с.
15. *Боголюбов В.С., Орловская В.П.* Экономика туризма. — М.: Академия, 2005. — 192 с.
16. *Барский А.Б.* Нейронные сети: распознавание, управление, принятие решений. — М: Финансы и статистика, 2004. — 176 с.

Надійшла 01.04.2008

НЕЧЕТКИЙ ФОНДОВЫЙ ПОРТФЕЛЬ. ИССЛЕДОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ

Н.А. МУРГА

Изучается нечеткий фондовый портфель, функции принадлежности активов которого имеют треугольный вид. Исследована зависимость риск-доходности портфеля для различных расположений функций принадлежности активов и критериального значения. Показывается, что общая задача оптимизации может быть сведена к двумерному случаю и приводятся некоторые алгоритмы оптимизации портфеля. Рассмотрены некоторые закономерности поведения зависимости риск-доходность портфеля.

ВСТУПЛЕНИЕ

Задача оптимизации доходности фондового портфеля имеет полувековую историю, но это не уменьшает ее актуальности и сегодня. Впервые математическая модель данной задачи была предложена Марковицем. Однако, предложенная им модель имеет ряд недостатков, например, параболический вид функции полезности, учет как риск, ситуация, когда инвестор получает доход выше ожидаемого и др. Все эти недостатки описаны в работах [1], [2] и мы на них останавливаться не будем. В этих работах предложен путь разрешения данных проблем, выполнив постановку данной задачи в терминах нечеткой логики. В данной работе анализируются определенные аспекты связанные с решением задачи оптимизации фондового портфеля в нечеткой постановке, а также предложены некоторые факты, позволяющие на практике упростить процесс оптимизации.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для описания исследуемой модели обратимся к работам [1] и [2]. Допускается, что значение доходности каждого определенного актива можно задать в виде нечеткого множества с определенной степенью принадлежности данному множеству. Конкретно в данной работе используется треугольный вид нечетких множеств, называемый для простоты «треугольными нечеткими числами». Каждое треугольное нечеткое число задается, де-факто, своим минимальным, *наиболее ожидаемым* (не обязательно средним) и максимальным значением. Запишем, соответственно, символьное выражение этого:

$$r = (r_{\min} \bar{r} r_{\max}), \quad (1)$$

где r — треугольное нечеткое число, r_{\min} — минимальное его значение, \bar{r} — наиболее ожидаемое, r_{\max} — максимальное.

Задается в виде треугольного нечеткого числа критериальное (r^*) значение доходности для фондового портфеля целиком и вычисляется функция

возможности «попадения» доходности портфеля за значение данного критерия в худшую сторону, то есть — значение доходности портфеля меньше критериального значения. Обозначается данная функция как $\beta(\vec{r}, \vec{x}, r^*)$, где $\vec{r} = (r_1 \dots r_n)$ — вектор доходностей активов портфеля, а $\vec{x} = (x_1 \dots x_n)$ — вектор долей активов в портфеле. Эта функция называется уровнем риска портфеля.

Составляется следующая задача:

$$\max \left(\sum_{i=1}^n x_i \times \overline{r}_r \right) \wedge \left(\beta(\vec{r}, \vec{x}, r^*) \leq \text{const} \right) \wedge \left(\sum_{i=1}^n x_i = 1 \right) \wedge (0 \leq x_i \leq 1) \wedge (i = \overline{1, n}). \quad (2)$$

Данная задача называется прямой задачей.

Существует двойственная к ней задача, записываемая следующим образом:

$$\min \left(\beta(\vec{r}, \vec{x}, r^*) \right) \wedge \left(\sum_{i=1}^n x_i \times \overline{r}_r \geq \text{const} \right) \wedge \left(\sum_{i=1}^n x_i = 1 \right) \wedge (0 \leq x_i \leq 1) \wedge (i = \overline{1, n}). \quad (3)$$

Цель работы — изучение свойств данной математической модели с целью облегчения процесса оптимизации.

ОПТИМИЗАЦИЯ НЕЧЕТКОГО ФОНДОВОГО ПОРТФЕЛЯ

В работах [1], [2], [5] показана зависимость вида функции риска β от взаиморасположения $r_i, i = \overline{1, n}$ и r^* на плоскости «доходность – функция принадлежности».

Зависимость может иметь не очевидную форму.

Рассмотрим конкретный случай и изобразим его для наглядности на рис. 1.

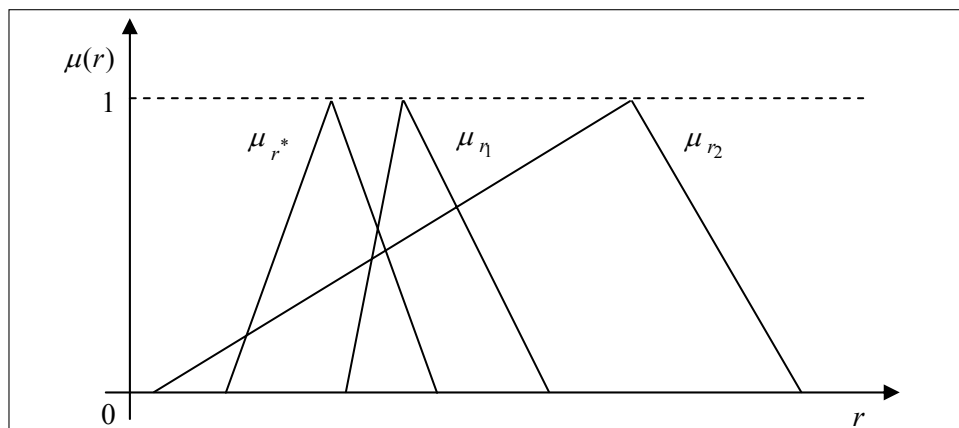


Рис. 1. Особый расположения функций принадлежности на плоскости «доходность-функция принадлежности»

Рассмотрим особенности этого случая. В работах [1], [2] и [5] показано, что, если обозначить r как доходность всего портфеля активов (очевидно,

что $r = \sum_{i=1}^n r_i \times x_i, \sum_{i=1}^n x_i = 1$), к примеру, $(r_{\min} < r_{\min}^*)$, то функция риска β будет иметь вид β_1 . Если рассматривать случай $(r_{\min} > r_{\min}^*) \wedge (r_{\min} < r_{\max}^*)$, то функция риска β будет иметь вид β_2 . Из рис. 1 видно, что мы имеем дело как с одним случаем, так и с другим. Мы имеем неопределенность.

Первый подход к разрешению данной неопределенности предложен в работе [5].

Серьезным недостатком данного подхода было то, что он проводил линейную аппроксимацию данной проблемы. Естественно, оптимизация давала не точные результаты.

Позднее был проведен более глубокий анализ проблемы и сделан вывод, что можно нелинеаризировать задачу и вид ее будет достаточно прост.

Количество видов функции риска для нечеткого критериального значения превышает десяток. Подробное рассмотрение каждого случая заняло бы очень много места, и, быть может, отвлекло бы внимание от главных фактов. Аналогичность логических выкладок позволяет ограничиться следующим случаем. Рассмотрим только случаи: $(r_{\min} < r_{\min}^*) \wedge (\bar{r} > \bar{r}^*) \wedge (r_{\max} > r_{\max}^*)$, $(r_{\min} > r_{\min}^*) \wedge (\bar{r} > \bar{r}^*) \wedge (r_{\max} > r_{\max}^*)$ и промежуточный между ними случай (далее — промежуточный случай).

Рассмотрим нелинеаризацию промежуточного случая.

Показана подобность случаев, когда в одном случае рассматриваются два актива, а в другом — больше чем два. Для простоты рассуждений подразумевается, что рассматривается случай оптимизации распределения двух активов. Выясним, меняет ли функция β свою структуру один раз при изменении x_1 от 0 до 1. Ответ на данный вопрос положителен, т.к. при $r_{\min} < r_{\min}^*$ функция β имеет структуру β_1 , а при $r_{\min} > r_{\min}^*$ функция β имеет структуру β_2 . Следовательно, изменение структуры происходит именно в точке $r_{\min} = r_{\min}^*$.

Необходимо ответить на вопрос: происходит ли скачок в данной точке. Ответ на данный вопрос отрицателен. Очевидно, что в данной точке система имеет одно значение уровня риска (доказательство данного факта очевидно и будет лишь загромождать изложение). Скачок же подразумевает существование двух значений. Противоречие. Следовательно, функция риска в данном случае непрерывна.

Отсюда получается очень важное с практической точки зрения следствие. Значения функций β_1 и β_2 в точке $\bar{x}: r_{\min} = r_{\min}^*$ должны совпадать. Расчет интегралов-формул для определения вида данных функций риска весьма трудоемок и высока вероятность ошибок расчетов, а совпадение значений данных функций в вышеуказанной точке является необходимым условием правильности расчета функций. Если же совпадения нет — значит, есть ошибки в расчетах.

Находится значение данной точки для случая двух активов. Итак, $\sum_{i=1}^2 x_i = 1$, $\sum_{i=1}^2 r_{i \min} \times x_i = r_{\min}^*$. Таким образом, получается: $r_{i_1} \times x_1 + r_{i_2} \times (1 - x_1) = r_{\min}^*$. Решая данное уравнение относительно x_1 , получается:

$$x_1 = \frac{r_{\min}^* - r_{i_2}}{r_{i_1} - r_{i_2}}. \quad (4)$$

И, соответственно:

$$x_2 = 1 - x_1 = \frac{r_{\min}^* - r_{i_1}}{r_{i_2} - r_{i_1}}. \quad (5)$$

Рассматривается вопрос оптимизации распределения активов.

Рассуждения, предложенные ниже будут касаться как прямой, так и обратной задачи, но упоминаться будет только прямая задача. Вызвано это тем, что логика рассуждений в этих случаях аналогична, отличаться будут только методы решения. Наибольший интерес будет представлять решение прямой задачи, упоминания и детальные рассуждения касательно двойственной задачи будут только загромождать данные.

Следующий вопрос, на который необходимо найти ответ: существует ли единственное решение для прямой задачи оптимизации в общем n - мерном случае, если решение есть. Ответ на данный вопрос отрицателен. Рассматривается случай двух активов. Значение доходности портфеля может быть представлено в виде $\bar{r} = \bar{r}_1 \times x + \bar{r}_2 \times (1 - x)$, $1 \geq x \geq 0$. Очевидно, что каждому $x \in [0; 1]$ соответствует однозначно в обе стороны свое \bar{r} .

В случае трех активов $\bar{r} = \bar{r}_1 \times x_1 + \bar{r}_2 \times x_2 + \bar{r}_3 \times x_3$, $1 \geq x_i \geq 0$. Здесь \bar{r} уже соответствует отрезок прямой.

Индуктивно продолжая эти рассуждения, приходим к выводу, что в общем n - мерном случае портфель может иметь множество решений мощностью алеф-один. Здесь можно сделать замечание, что имеется еще функция риска, которая ограничена.

Для прояснения картины рассмотрим следующий случай. Пусть есть три актива $r_i = (r_{i \min}, r_i, r_{i \max})$, $i = 1, 2, 3$. Для определенности принимается $r_{1 \min} > r_{2 \min} > r_{3 \min}$, $r_3 > r_2 > r_1$ и $r_{1 \max} < r_{2 \max} < r_{3 \max}$. Допускается, что получен некоторый оптимум $r_{\text{opt}} = \alpha \times r_1 + (1 - \alpha) \times r_3$ согласно рассмотренному выше индуктивному рассуждению $\exists (1 \geq x_1 \geq 0) \wedge (1 \geq x_2 \geq 0) \wedge$

$\wedge (1 \geq x_3 \geq 0) \wedge \left(\sum_{i=1}^3 x_i = 1 \right) : r_{\text{opt}} = \sum_{i=1}^3 x_i \times r_i$. Введя данные x_i риск лишь уменьшается (в некоторых случаях). Следовательно, в общем случае нельзя говорить о существовании единственного решения.

Таким образом, метод, не обеспечивающий в случае необходимости множественности решений, не может считаться универсальным для данной задачи.

Но данную задачу можно упростить следующим образом. У заказчиков оптимизации могут быть различные запросы: предпочтение какому-либо активу (активам), желание диверсифицировать портфель, желание минимизировать риск при максимизации доходности и т.д.

Для конкретных запросов пользователя было построено два алгоритма решения задачи.

Самый простой — алгоритм построения диверсифицированного портфеля.

Суть алгоритма состоит в том, чтобы максимально диверсифицировать (дробить) портфель при одновременной максимизации доходности портфеля.

Множество средних доходностей портфеля — n -мерный симплекс $\sum_{i=1}^n x_i \times \overline{r}_i, \sum_{i=1}^n x_i = 1, 1 \geq x_i \geq 0, i = \overline{1, n}$. Если максимальному значению до-

ходности соответствует наименьший риск — оптимальное значение. Иначе рассчитывается центр масс симплекса. Если уровень риска центра масс выше заданного значения — удаляется значение с максимальным риском и ставится центр масс на его место, если ниже, то удаляется вершина симплекса с наименьшим средним значением и наименьшим риском и ставим центр масс на ее место. Если отклонение уровня риска центра масс от заданного значения в меньшую сторону ниже допуска, то рассчитывается центр масс оптимальным значением. Так же рассчитывается центр масс оптимальным значением, если средняя доходность образуемая ним — максимальна, а риска ниже допуска.

Более сложный алгоритм — алгоритм целенаправленного поиска. Цель его работы — найти такое распределение активов, которое будет обеспечивать как можно большее значение доходности портфеля, но при этом уровень риска должен быть меньше заданного.

Рассмотрим его более подробно.

Пусть r_i — треугольное нечеткое число, характеризующее доходность i -го актива.

Тогда доходность всего портфеля можно представить в виде:

$$r = \sum_{i=1}^n \alpha_i \times r_i, \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1, \alpha_i \in [0; 1]. \quad (6)$$

Выберем самый доходный актив.

Для удобства считается, что все наши активы проранжированы по убыванию наиболее ожидаемой доходности.

Преобразуем формулу (6) к виду:

$$r = \alpha_1 \times r_1 + (1 - \alpha_1) \sum_{i=2}^n \frac{\alpha_i}{1 - \alpha_1} r_i. \quad (7)$$

Введем обозначения:

$$\beta_i = \frac{\alpha_{i+1}}{1 - \alpha_1}, i = \overline{1, n-1}. \quad (8)$$

Обозначим:

$$r'_2 = \sum_{i=1}^{n-1} \beta_i \times r_{i+1}. \quad (9)$$

Отметим, что из $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ следует

$$\sum_{i=1}^{n-1} \beta_i = 1. \quad (10)$$

Доказательство этого факта очевидно.

Согласно указанному выше, выражение (7) корректно записать в виде:

$$r = \alpha_1 \times r_1 + (1 - \alpha_1) \times r'_2, \quad (11)$$

r'_2 аналогично можно привести к виду (7). При помощи (8) получим r'_3 аналогично (9). Получаем

$$r'_2 = \beta_1 \times r_2 + (1 - \beta_1) \times r'_3.$$

Этот процесс можно продолжать до тех пор, пока не будет получено r'_i , где $i = n - 1$.

Итак, такое разбиение корректно.

Т.к. целью работы является максимизация доходности портфеля, но с условием, что уровень риска будет менее или равен заданному ранее значению, будет логично поступить следующим образом.

(а) Принимается $\alpha_1 = 1$, а $\alpha_i = 0$, $i \neq 1$. Отмечается значение уровня риска. Если оно меньше заданного значения, то процесс оптимизации считается завершенным. Если минимальный уровень риска больше допуска — задача считается неразрешимой.

(в) Далее, задаются начальные $\alpha_1 = \alpha \in (0; 1)$ и согласно (7)–(9) выделяется r'_2 . Процедура (в) повторяется до тех пор, пока не получим r'_{n-1} .

(с) В итоге получается задача двухмерной оптимизации. Она решается и выполняется подъем на уровень выше. Повторяется (с), пока не будет достигнут первый уровень.

Достигнув первого уровня, повторяется процедура (в)–(с), пока не выполнится следующее условие $|\alpha'_i - \alpha''_i| < \varepsilon$, где α'_i — значение α_i на предыдущей итерации, α''_i — полученное после текущей, $i = \overline{1, n}$, ε — допуск. После получения данного результата, процесс оптимизации считается завершенным.

Таким образом, процесс многомерной оптимизации сводится к определенному количеству процессов двумерной оптимизации.

Работу завершает исследование случая двумерной оптимизации.

Необходимо отметить, что функция зависимости риска портфеля от наиболее ожидаемого его значения непрерывна. Доказательство этого факта аналогично доказательству непрерывности функции риска в переходном случае, рассмотренном ранее в данной работе.

Исследования проводились следующим образом. Для трех оговоренных случаев написана программа, которая по введенным минимальным, наиболее ожидаемым, максимальным значениям доходностей активов и критерия при заданном шаге строим сетку-массив, содержащую значения долей активов, соответствующие значения доходности портфеля и уровень риска.

Пример работы программы при шаге 0,1 приведен в табл. 1.

Таблица 1. Данные, подающиеся на вход программы для демонстрации работы

Нечетное число	Параметр		
	Min	Mid	Max
Krit	0,1	0,3	0,4
Akt1	0,2	0,5	0,6
Akt2	0,25	0,45	0,55

На выходе программы получаем результаты, которые приведены в табл. 2.

Таблица 2. Данные, полученные после обработки программой данных табл. 1

Актив		Profit	Risk
First	Second		
0	1	0,45	0,028426
0,1	0,9	0,455	0,029374
0,2	0,8	0,46	0,030322
0,3	0,7	0,465	0,031269
0,4	0,6	0,47	0,032217
0,5	0,5	0,475	0,033164
0,6	0,4	0,48	0,034112
0,7	0,3	0,485	0,035059
0,8	0,2	0,49	0,036007
0,9	0,1	0,495	0,036954
1	0	0,5	0,037902

Таким образом, для различных значений вводимых данных произведено более 400 опытов и построены графики зависимости уровня риска от наиболее ожидаемой доходности портфеля. Здесь описаны лишь обнаруженные закономерности и сделанные выводы. Ниже приводятся следующие примеры.

Пример 1. Значения всех параметров нечеткого числа критериального значения меньше значений соответствующих параметров нечетких чисел активов.

Таблица 3. Данные, которые подаются на вход программы для примера 1.

Нечетное число	Параметр		
	Min	Mid	Max
Krit	0,1	0,3	0,4
Akt1	0,2	0,7	0,9
Akt2	0,25	0,42	0,8

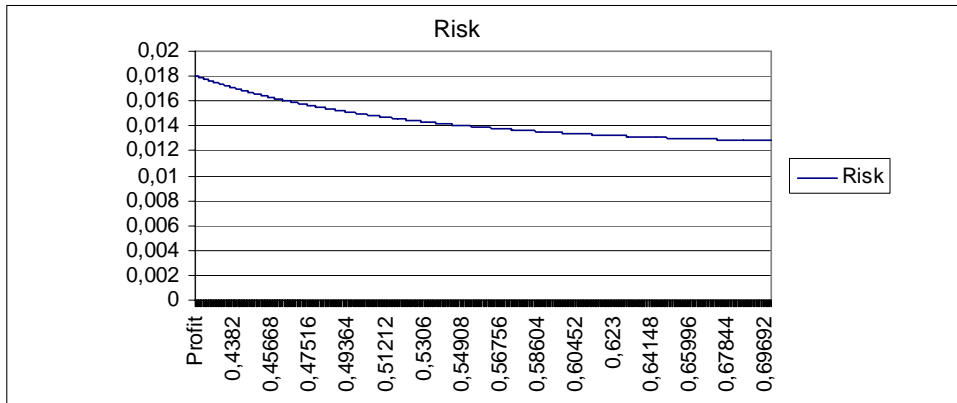


Рис. 2. График зависимости уровня риска портфеля от доходности для примера 1

Изобразим данную ситуацию на рис. 3.

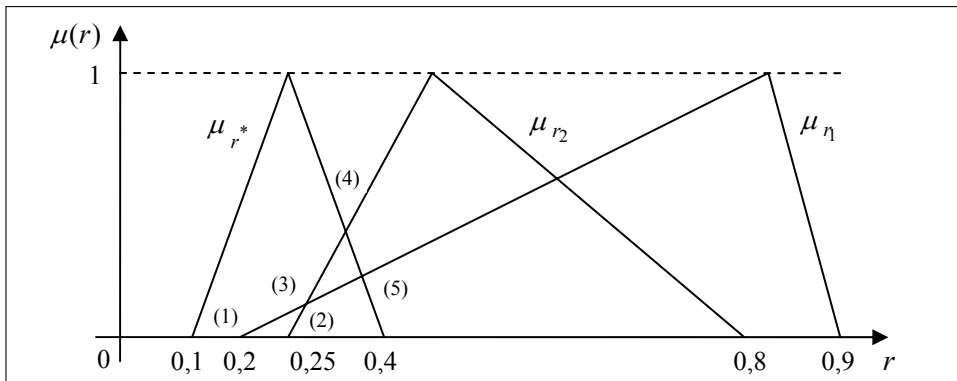


Рис. 3. График расположения функций принадлежности активов и критерия «доходность — функция принадлежности» для примера 1

Необходимо отметить, что точка пересечения левых «крыльев» находится за пересечением их с правым «крылом» критериального значения. Это очень важный факт, т.к. это влияет на вид зависимости риск-доходности были произведены расчеты.

Далее были произведены расчеты: определение точек (А), (Б), (В), (Г), (Д) и площадей: S_1 , треугольника (А)(Б)(В) и S_2 — (В)(Г)(Д).

Соответствующие значения равны: (А) — (0,2; 0), (Б) — (0,25; 0), (В) — (0,27576; 0,15152), (Г) — (0,3444; 0,55556), (Д) — (0,36667; 0,33333); $S_1 \approx 0,012$, $S_2 \approx 0,0037$.

Пример 2. Соотношение параметров аналогично предыдущему примеру, но максимальное значение для второго актива по сравнению с предыдущим примером значительно меньше. Значения параметров представлены в табл. 4.

Таблица 4. Данные, которые подаются на вход программы для примера 2

Нечетное число	Параметр		
	Min	Mid	Max
Krit	0,1	0,3	0,4
Akt1	0,2	0,7	0,9
Akt2	0,32	0,42	0,47

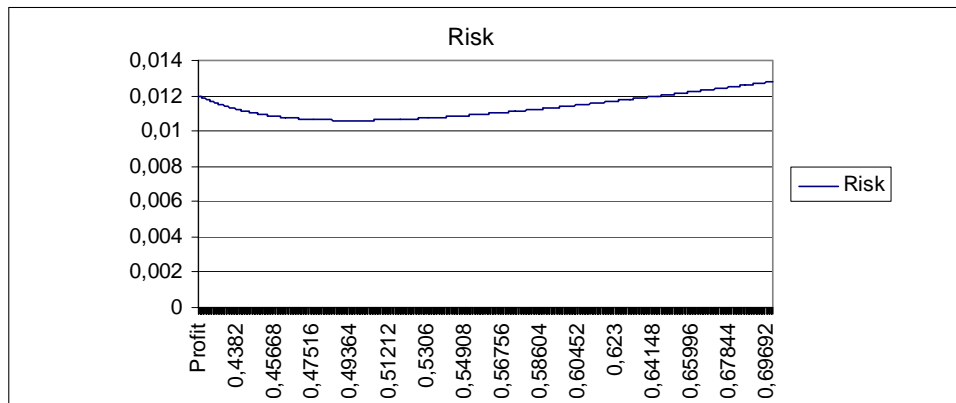


Рис. 4. График зависимости уровня риска портфеля от доходности для примера 2

Данная ситуация изображена на рис. 5.

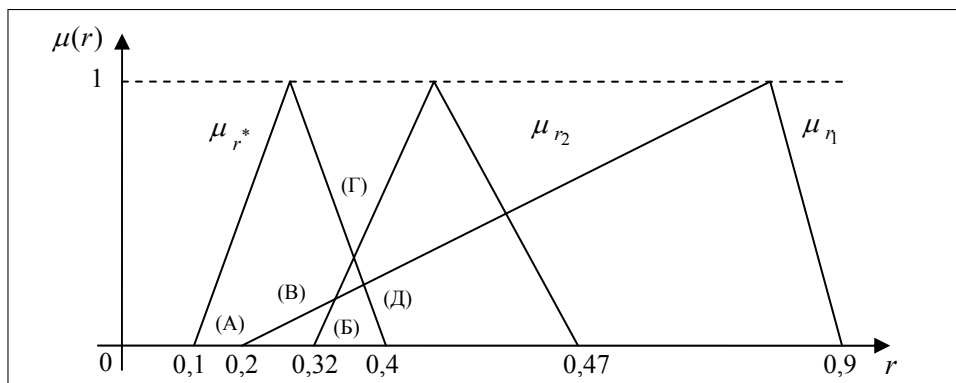


Рис 5. График расположения функций принадлежности активов и критерия «доходность — функция принадлежности» для примера 2

Отмечается, что точка пересечения левых «крыльев» находится за пересечением их с правым «крылом» критериального значения.

Произведены следующие расчеты: определены точки (А), (Б), (В), (Г), (Д) и площадей: S_1 , треугольника (А)(Б)(В) и S_2 — (В)(Г)(Д).

Соответствующие значения равны: (А) — (0,2; 0), (Б) — (0,32; 0), (В) — (0,35; 0,3), (Г) — (0,36; 0,4), (Д) — (0,36667; 0,33333); $S_1 \approx 0,00066685$, $S_2 \approx 0,18$.

Пример 3. Соотношение параметров аналогично предыдущему примеру, но наиболее ожидаемое значение второго актива значительно больше случая примера 1. Значения параметров приведены в табл. 5. График зависимости риск-доходность приведен на рис. 6.

Таблица 5. Данные, которые подаются на вход программы для примера 3

Нечетное число	Параметр		
	Min	Mid	Max
Krit	0,1	0,3	0,4
Akt1	0,2	0,7	0,9
Akt2	0,25	0,65	0,8

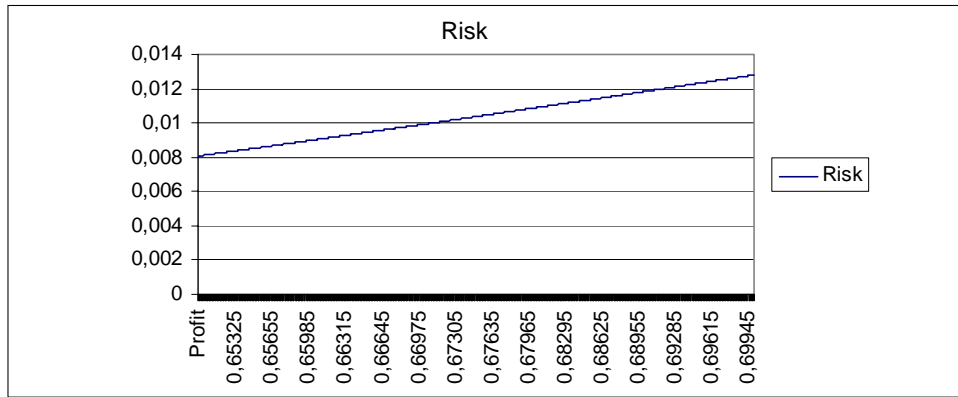


Рис. 6. График зависимости уровня риска портфеля от доходности для примера 3

Данная ситуация изображена на рис. 7.

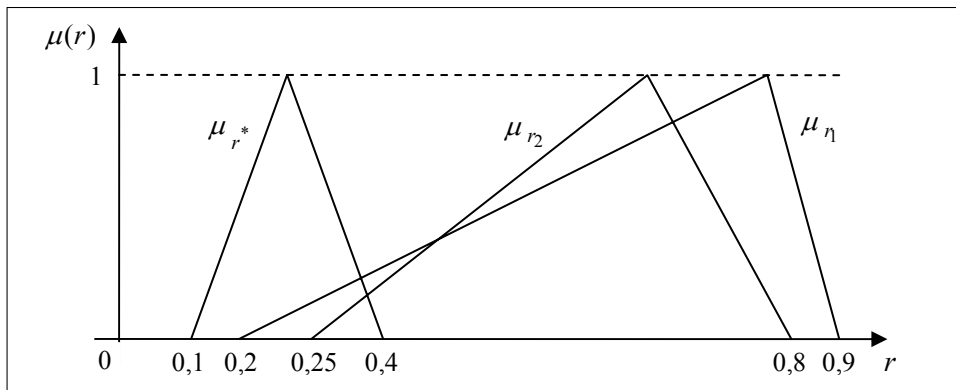


Рис. 7. График расположения функций принадлежности активов и критерия «доходность — функция принадлежности» для примера 3

Как видно из изложенного выше, если точки пересечения левых «крыльев» функций принадлежности доходностей активов пересекутся между собой до их пересечения с критериальным значением (рис. 7), то график зависимости риска от доходности будет иметь вид, показанный на рис. 6.

В противном случае: если $S_1 > S_2$, то будет иметь место нелинейная зависимость, изображенная на рис. 2; иначе, зависимость будет иметь вид, изображенный на рис. 4.

Данная закономерность подтвердилась для большинства проведенных опытов. Но есть опыты, свидетельствующие о том, что данную закономерность можно опровергнуть (табл. 6).

Таблица 6. Значения параметров к примеру опровержения общности найденной закономерности

Нечетное число	Параметр		
	Min	Mid	Max
Krit	0,1	0,3	0,4
Akt1	0,2	0,52	0,9
Akt2	0,3	0,42	0,48

Зависимость риск-доходность для данного случая представлена на рис. 8.

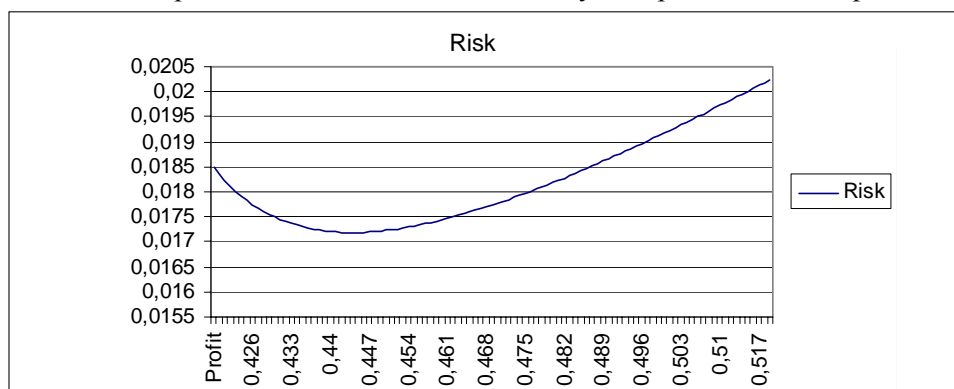


Рис. 8. График зависимости уровня риска портфеля от доходности для контр-примера

Пересечение «крыльев» в данном случае произошло до их пересечения с критериальным значением.

Проведено ряд опытов, подтверждающих несостоятельность приведенной ранее закономерности.

Но полностью отрицать ее не стоит. Установлено, что если значения доходностей активов находятся достаточно «близко» друг к другу (параметры близко друг к другу) или при значительном отдалении наиболее ожидаемого значения одного актива от другого и максимальные значения так же отдалены, то эта закономерность имеет место.

Но поиск универсальной закономерности все еще продолжается.

Поиск этой закономерности связан и определен поиском минимума функции риска, точнее, его местоположением на плоскости риск-доходность.

Этот критерий существует в следствии существования процедуры определения минимума функции на отрезке, а функция риска дифференцируема. Вывод: критерий существует.

До обнаружения данного критерия целесообразно использовать различные методы нелинейного программирования. Например, шоковый метод или генетический алгоритм, очень хорошо описанные в [3], [4].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача оптимизации фондового портфеля в нечетко-множественной постановке. В процессе работы произведен более тонкий анализ проблемы, рассмотренной в [5] и получен нелинейный вид зависимости риск-доходность, в отличие от линейного, рассмотренного в той же работе, установлен необходимый критерий правильности расчета формул зависимости риска от доходностей активов портфеля. Показано, что в общем случае задача оптимизации имеет не одно решение, а множество решений мощностью алеф-один. В соответствии с данным фактом сделан вывод, что для решения данной задачи необходим метод, позволяющий на выходе по-

лучать множество решений. Предложены методы решения частных задач оптимизации, дающие на выходе одно решение: метод диверсифицированного портфеля и метод целенаправленного поиска. Показано, что общую задачу оптимизации можно упростить к задаче двумерной оптимизации. Вследствие этого рассмотрены частные случаи задачи двумерной оптимизации и предложены обнаруженные закономерности относительно поведения зависимости риск-доходность. Отмечено, что общей закономерности для данной зависимости пока не найдено, однако она существует.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зайченко Ю.П., Есфандиярфард М.* Анализ инвестиционного портфеля для различных видов функций принадлежности // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2008. — № 2. — С. 59–76.
2. *Зайченко Ю.П., Есфандиярфард М.* Нечеткий метод индуктивного моделирования для прогнозирования курсов акций в задачах портфельной оптимизации // Вісн. Черкаського держ. технологічного ун-ту. — 2008. — № 1. — С. 9–14.
3. *Зайченко Ю.П.* Исследование операций. — Киев: Изд. дом «Слово», 2003. — 688 с.
4. *Зайченко Ю.П.* Основы проектирования интеллектуальных систем. Навчальний посібник. — Київ: Видав. дім «Слово», 2004. — 352 с.
5. *Мурга Н.А.* Задачи квазиоптимиста и квазипессимиста в задаче оптимизации доходности нечеткого фондового портфеля при заданном риске // Системний аналіз та інформаційні технології: Матеріали ІХ міжнар. наук.-техн. конф. 15–19 травня 2007 р. — Київ: Видав. дім «Экмо», 2007. — 122 с.

Поступила 24.05.2007

**СИНТЕЗ КОМБІНОВАНОГО ВИРІШАЛЬНОГО ПРАВИЛА
(ВП) У КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМАХ МЕДИЧНОЇ
ДІАГНОСТИКИ**

А.І. ПОВОРОЗНЮК

Запропоновано метод синтезу комбінованого ВП у комп'ютерних системах медичної діагностики при взаємодії ієрархічних структур діагностичних ознак і станів, що діагностуються на основі аналізу апіорних умовних ймовірностей, їхніх невизначеностей та експертних оцінок структур симптомокомплексів.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ ТА АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРИ

Впровадження інформаційних технологій у медицину призвело до створення широкого спектру медичних інформаційних систем. На сьогоднішній день виділяють сім рівнів розвитку зазначених систем [1] — від автоматизованих медичних записів, до інтелектуальних комп'ютерних систем підтримки прийняття рішень у медицині з використанням медичних баз знань та застосуванням інтелектуальних технологій синтезу комп'ютерного діагнозу, моніторингу й оптимізації процесу лікування.

Актуальною оптимізаційною задачею, що вимагає першочергове вирішення [2, 3] є синтез ВП, відповідно до якого виконується процес діагностики (класифікації) пацієнтів для заданої множини станів (діагнозів), що діагностуються. У задачі синтезу ВП медичної діагностики використовуються два підходи.

1) У традиційній медичній діагностиці кожне захворювання (діагноз) характеризується деяким набором значень діагностичних ознак — симптомів, що утворюють симптомокомплекс цього захворювання. У неформалізованому вигляді симптоми захворювань наведено в різних медичних довідниках [4] і їх можна вважати експертною оцінкою захворювання, виробленою багатьма поколіннями лікарів. При цьому розрізняють такі типи симптомів: неспецифічні — виявляються при багатьох захворюваннях, що спричинені порушенням гомеостазу різних підсистем організму; специфічні — виявляються при даному класі захворювань; патогномонічні — характерні виключно для одного захворювання. У [1] виконано формалізацію опису симптомів під час розробки медичних баз даних (БД), а в [5] для діаг-

ностики в пацієнта одного або декількох захворювань використовується комбінаторна оптимізація при завданні симптомокомплексів бінарними векторами (але безпосереднє використання вказаного підходу можливе виключно для системи дихотомічних ознак).

2) Синтез ВП на основі аналізу навчальної вибірки. У цьому випадку використовуються такі методи: імовірнісні; на основі теорії розпізнання образів; нечіткої логіки; нейронних мереж та ін. Кожен із зазначених методів має свої переваги та недоліки, але в цих методах об'єкт діагностики представлено як «чорний ящик» й аналізується вектор діагностичних ознак. При такому представленні вихідних ознак розмірність задачі та її обчислювальний обсяг визначається розмірністю простору ознак (це обмеження в загальному переборне при підвищенні обчислювальної потужності сучасних комп'ютерів), але основним обмеженням указаних методів (особливо ймовірнісних) є підвищені вимоги до якості навчальної вибірки (підрахунок умовних імовірностей складних багаторозрядних ознак у формулі Байеса стає неможливим через відсутність необхідних даних у медичних БД). У той же час в [1] зазначається, що організм людини — складна, ієрархічна, багаторівнева, самоорганізуюча система, яка складається з взаємозалежних підсистем різного рівня підпорядкування.

Для адекватного відображення ієрархічної структури підсистем організму, автором у [6, 7] було розроблено процедуру синтезу ієрархічних структур інформативних діагностичних ознак S_z і діагностуємих станів S_D , взаємодію яких показано на рисунку. Структура S_D являє собою бінарне дерево, отримане в результаті ієрархічної кластеризації, причому коренем D^0 є множина можливих діагнозів у цій предметній галузі, листами — стани D_i , що діагностуються, а гілками — кластери діагностуємих станів різного ступеня деталізації. Для синтезу S_D можуть бути використані класичні методи кластерного аналізу в просторі різнорідних діагностичних ознак. Структуру S_z було отримано в результаті перетворень $F1: X \rightarrow S_x$, $F2: S_x \rightarrow S_y$ і $F3: S_y \rightarrow S_x$. Перетворення $F1$ є ієрархічною кластеризацією множини вихідних ознак X за критерієм мінімуму кореляційних зв'язків. У структурі S_x на нижньому рівні ієрархії можуть бути як окремі діагностичні ознаки, так і кластери корельованих ознак. У результаті перетворення $F2$ визначається діагностична цінність $I_D(x_i)$ вихідних ознак x_i щодо системи діагнозів $\{D\}$, виконується заміна кластерів нижнього рівня ієрархії структури S_x найбільш діагностично цінною ознакою та виконується заміна кластерів інших рівнів S_x інтегральними ознаками. Крім того, при синтезі S_y система різнорідних елементів S_x зводиться до єдиної шкали — кожна вихідна ознака x_i є непересічною множиною діагностично значимих інтервалів.

При обмеженому обсязі навчальної вибірки, заміна діапазону зміни чисельної ознаки $\Delta = [x_{i\min}, x_{i\max}]$ послідовністю інтервалів є оптимізаційною задачею, тому що для підвищення точності апроксимації закону розподілу

$f(x)$ гістограмою $G(x_k)$, число інтервалів необхідно збільшувати, але при цьому в кожний із них попадає менше число точок, що знижує достовірність статистичних оцінок.

У [8] отримано вираз інтегральної помилки ε_k , що включає ε_a — помилку апроксимації та σ — невизначеність оцінки значень $f(x)$ на інтервалі Δ_k . Під час розбивки Δ на m нерівномірних інтервалів Δ_k і побудові відповідних гістограм

$$\varepsilon_k = \frac{\Delta_k}{\sqrt{6N_k}} \sqrt{\left(\frac{G_{k+1} - G_k}{\Delta_{k+1} + \Delta_k}\right)^2 + \left(\frac{G_k - G_{k-1}}{\Delta_k + \Delta_{k-1}}\right)^2}, \quad (1)$$

де N_k — число точок навчальної вибірки, що потрапили в інтервал Δ_k ; G_k — ордината гістограми на інтервалі Δ_k . У [8] запропоновано ітераційну процедуру реалізації методу градієнтного спуску для формування кількості m і значень Δ_k , яка мінімізує ε_k .

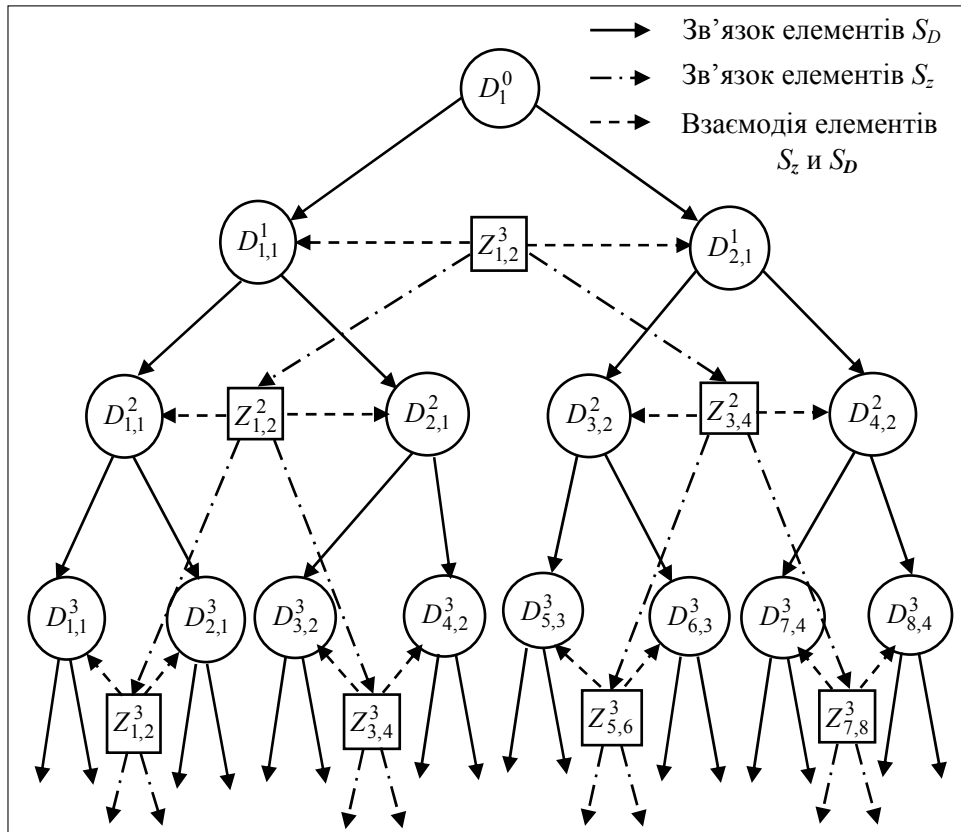


Рисунок. Взаємодія елементів ієрархічних структур S_z и S_D

У результаті перетворення $F3$ виконується узгодження топологій S_D і S_z , при цьому, кожній парі елементів S_D , що мають загального батька, ставиться у відповідність один елемент структури S_z , який є упорядкованою підмножиною елементів структури S_y , що забезпечує необхідний рівень

інформаційної повноти $k_{\text{ін}}(X, D) = I_D(X)/H(D)$, де $H(D)$ (ентропія діагнозів), і однозначно задає їхній порядок включення у ВП на кожному етапі реалізації.

Реалізація комбінованого ВП при взаємодії S_z і S_D , враховуючи відзначені підходи й обмеженість навчальної вибірки, є перспективною.

Мета роботи — розробка комбінованого вирішального правила в кожній вершині взаємодії ієрархічних структур діагностичних ознак і станів, що діагностуються, яке враховує апіорні умовні ймовірності, їхні невизначеності, що обумовлені обмеженням об'ємом навчальної вибірки та структури симптомокомплексів у якості експертних оцінок.

РОЗРОБКА ЙМОВІРНІСНОГО ВИРІШАЛЬНОГО ПРАВИЛА ПРИ ОБМЕЖЕНОМУ ОБ'ЄМІ НАВЧАЛЬНОЇ ВИБІРКИ

ВП диференційної діагностики двох станів D_q^i і D_l^i (i — номер етапу), будується на кожному етапі взаємодії ієрархічних структур (див. рисунок).

Для застосування ймовірнісного підходу необхідна наявність навчальної вибірки (медичної БД), яка містить інформацію про N пацієнтів, причому кожен i -пацієнт характеризується вектором діагностичних ознак $X = (X_1^i, \dots, X_l^i, \dots, X_m^i)$ і кожному пацієнтові поставлено достовірний діагноз D_k^i із множини n можливих діагнозів $(D_1, \dots, D_l, \dots, D_n)$.

На підставі медичної БД формуються відповідні структури даних S_z і S_D за методикою, що описана в [6, 7]. Елементи структури S_D містять дані про апіорні ймовірності діагнозів $P(D_i)$, а елементи структури S_z містять гістограми умовних імовірностей належності значень ознаки x_i діапазонам Δ_k для кожної пари діагностуємих станів свого рівня взаємодії $G(z_{ik} / D_q)$ і $G(z_{ik} / D_l)$. Слід зазначити, що приведена в [6, 7] методика синтезу S_z дозволяє визначати не тільки оптимальні значення діапазонів, і ординат гістограм, але й невизначеність оцінки ординат гістограм ε_{ik} по (1), яка обумовлена апіорною невизначеністю навчальної вибірки.

Для реалізації ймовірнісного ВП, у роботі реалізовано метод послідовного аналізу (метод Вальда) на кожному етапі взаємодії ієрархічних структур S_z і S_D . Метод послідовного аналізу використовується для диференціальної діагностики й є ітераційною процедурою обстежень за допомогою системи незалежних ознак (бінарних, рангових або діагностичних інтервалів кількісних ознак). Критерієм зупинки ітераційної процедури є досягнення заданого рівня достовірності діагнозу або відмова від діагностики, якщо список діагностичних ознак вичерпаний, а заданого рівня достовірності не досягнуто.

У цьому випадку слабка залежність ознак забезпечується на етапі синтезу структури S_x , а кожен елемент структури S_z є впорядкованою за кри-

терієм діагностичної цінності множиною різнорідних діагностичних ознак, приведених до шкали діагностично-значимих інтервалів. Таким чином, при синтезі S_z виконано всі вимоги, необхідні для застосування методу послідовного аналізу.

При реалізації методу для кожного нового пацієнта вимірюється значення ознак у порядку, який заданий їхньою індексацією в елементі структури відповідного рівня $Z_{q,l}^j$ (аналіз починається з верхнього рівня — елемента $Z_{1,2}^1$), при цьому виконується диференційна діагностика станів D_q^j і D_l^j) і на кожному i -му етапі обчислюється відношення правдоподібності

$$\Theta = \prod_i \frac{P(x_{ik} / D_q)}{P(x_{ik} / D_l)}, \quad (2)$$

яке порівнюється із порогами

$$\Theta > A, \quad (3)$$

$$\Theta < B, \quad (4)$$

де A і B — верхня і нижня границі невизначеності, необхідні для прийняття рішення.

Під час виконання (3) приймається рішення про діагноз D_q , а при виконанні (4) — про діагноз D_l . При виконанні будь-якої з умов виконується перехід на нижчий рівень ієрархії діагнозів, і виконується уточнення діагнозів. Під час невиконання (3) і (4) додається наступна $i + 1$ ознака і процедура повторюється.

У послідовному аналізі границі прийняття рішення A і B зв'язані з помилками класифікації співвідношеннями

$$A = \frac{1 - \beta}{\alpha}, \quad B = \frac{\beta}{1 - \alpha}, \quad (5)$$

де α — помилка першого роду, тобто ймовірність того, що пацієнтові з діагнозом D_q встановлено діагноз D_l ; β — помилка другого роду, тобто ймовірність того, що пацієнтові з діагнозом D_l встановлено діагноз D_q .

У «класичному» застосуванні послідовного аналізу не накладається жодних обмежень на рівні помилок α і β . Їхні значення підбираються інтуїтивно за умови забезпечення антагоністичних показників якості діагностичної процедури (при збільшенні α і β знижується достовірність діагнозу, а при зменшенні α і β збільшується число відмов від постановки діагнозу).

Для реалізації методу послідовного аналізу для заданого набору діагнозів D_i , $i = \overline{1, n}$ і заданого набору діагностичних ознак x_j , $j = \overline{1, m}$, необхідно розрахувати матрицю умовних ймовірностей виду

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{11} & \dots & p_{1j} & \dots & p_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{i1} & \dots & p_{ij} & \dots & p_{im} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{n1} & \dots & p_{nj} & \dots & p_{nm} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Оскільки у ймовірнісному ВП використовуються умовні ймовірності діагностичних інтервалів різнорідних ознак, то кожен елемент матриці p_{ij} є множиною апріорних значень умовних ймовірностей $p_{ij} = \{P(x_{ik} / D_j)\}$, що визначаються по навчальній вибірці та використовуються у відношенні правдоподібності (2) на кожному кроці ітераційної процедури послідовного аналізу. Кількість елементів множини $p_{ij} - m_{ij}$ залежить від типу діагностичної ознаки (для дихотомічних — $m_{ij} = 2$, для порядкових із числом градацій r — $m_{ij} = r$, для чисельних ознак значення m_{ij} визначається на етапі формування діагностично значимих інтервалів), однак, під час постановки діагнозу певному пацієнтові (конкретна реалізація ознаки x_{ik} , при якій заміряне значення ознаки x_i попадає в k -й інтервал) використовується тільки один елемент множини $p_{ij} - p_{ijk} = (x_{ik} / D_j)$.

Але з урахуванням обмеженого об'єму навчальної вибірки у відношенні правдоподібності (2), «істинні» умовні ймовірності замінюються їхніми оцінками — ординатами гістограм $G(x_{ik} / D_q)$ і $G(x_{ik} / D_l)$, що мають відповідні невизначеності ε_{ik}^q і ε_{ik}^l обчислені по (1) (верхній індекс відповідає індексу стану, що діагностується, а нижні індекси — k -й інтервал i -ї ознаки, що виміряна у пацієнта). При заданому рівні значимості ξ (зазвичай $\xi = 0,95$ або $\xi = 0,99$) з використанням таблиць критичних значень розподілу Стьюдента, визначаються довірчі інтервали $G(x_{ik} / D_q)$ і $G(x_{ik} / D_l)$ (δ_{ik}^q і δ_{ik}^l відповідно)

$$\delta_{ik} = t_{\xi\lambda} \varepsilon_{ik}, \quad (7)$$

де $t_{\xi\lambda}$ — критичне значення розподілу Стьюдента при рівні значимості ξ і числі ступенів свободи λ ($\lambda = n - 1$).

Таким чином, враховуючи (7), умовні ймовірності $P(x_{ik} / D_q)$ і $P(x_{ik} / D_l)$, які використовуються у відношенні правдоподібності (2), замінюються їхніми оцінками, які задано інтервальними зміними

$$\begin{aligned} P(x_{ik} / D_l) &= G(x_{ik} / D_l) \pm \delta_{ik}^l, \\ P(x_{ik} / D_q) &= G(x_{ik} / D_q) \pm \delta_{ik}^q. \end{aligned} \quad (8)$$

Підставивши (8) у (2), обчислюється відношення правдоподібності, використовуючи правила інтервальної арифметики [9], згідно із якими, для чисельних величин x і y , які задано інтервалами $[x_H, x_B]$ $[y_H, y_B]$, результат арифметичних операцій z теж задано інтервалом $[z_H, z_B]$, причому операції $+$, $-$, \times , $/$ визначено в такий спосіб

$$+: [z_H, z_B] = [x_H, x_B] + [y_H, y_B] = [x_H + y_H, x_B + y_B];$$

$$-: [z_H, z_B] = [x_H, x_B] - [y_H, y_B] = [x_H - y_H, x_B - y_B];$$

$$\times: [z_H, z_B] = [x_H, x_B] \times [y_H, y_B] = [\min(x_H \times y_H, x_H \times y_B, x_B \times y_H, x_B \times y_B), \max(x_H \times y_H, x_H \times y_B, x_B \times y_H, x_B \times y_B)];$$

$$/: [z_H, z_B] = [x_H, x_B] / [y_H, y_B] = [x_H, x_B] \times [1/y_H, 1/y_B] \quad 0 \notin [y_H, y_B]. \quad (9)$$

Зважаючи на те, що в (2) усі змінні є умовними ймовірностями і по визначенню невід'ємні, правила (9) стають простішими, тому що в операції множення \min досягається при $x_H \times y_H$, а \max при $x_B \times y_B$, і вираз (2) записується у вигляді верхніх та нижніх значень

$$\Theta_H = \prod_i \frac{G_H(x_{ik}/D_q)}{G_B(x_{ik}/D_l)} = \prod_i \frac{G(x_{ik}/D_q) - \delta_{ik}^q}{G(x_{ik}/D_l) + \delta_{ik}^l}, \quad (10)$$

$$\Theta_B = \prod_i \frac{G_B(x_{ik}/D_q)}{G_H(x_{ik}/D_l)} = \prod_i \frac{G(x_{ik}/D_q) + \delta_{ik}^q}{G(x_{ik}/D_l) - \delta_{ik}^l}, \quad (11)$$

а нерівності (3) і (4) записуються у вигляді «песимістичних» оцінок

$$\Theta_H > A, \quad (12)$$

$$\Theta_B < B. \quad (13)$$

Таким чином, використання (10) і (11) із перевіркою нерівностей (12) і (13) у методі послідовного аналізу дозволяє враховувати не тільки апріорні умовні ймовірності, але і довірчі інтервали їхніх оцінок, обумовлені істотною апріорною невизначеністю навчальної вибірки.

ВНЕСЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ ПРО СТРУКТУРУ СИМПТОМОКОМПЛЕКСІВ У КОМБІНОВАНЕ ВИРІШАЛЬНЕ ПРАВИЛО

Розглянемо спочатку процедуру внесення експертних оцінок про структуру симптомокомплексів під час «класичного» застосування методу послідовного аналізу.

Для формалізації інформації про структуру симптомокомплексів для заданого набору діагнозів D_i , $i = \overline{1, n}$, і заданого набору діагностичних ознак x_j , $j = \overline{1, m}$, будується матриця експертних оцінок E розмірності

$n \times m$, у якій кожний i -й рядок описує набір симптомів (симптомокомплекс) для діагнозу D_i .

Елементи матриці e_{ij} приймають значення із множини $\{e_3, e_2, e_1, e_0\}$ елементами якої є експертні оцінки наявності різних типів симптомів: e_3 — вага патогномонічних; e_2 — вага специфічних; e_1 — вага неспецифічних; e_0 — вага діагностичних показників, які не входять у симптомокомплекс даного захворювання. Природною умовою є виконання нерівності $e_3 \geq e_2 \geq e_1 \geq e_0$. Значення вагових коефіцієнтів e_i задає експерт (лікар-фахівець). У граничному випадку, коли не враховується диференціація ваг симптомів різних типів, приймаються значення $e_3 = e_2 = e_1 = 1$, $e_0 = 0$.

Під час використання різномірних діагностичних ознак, кожен із елементів матриці e_{ij} представляється множиною $e_{ij} = \{e_{ij}\}$, елементи якої узгоджені з відповідними елементами множини p_{ijk} , тобто кількість елементів множин збігаються $m_{ij}^e = m_{ij}^p$ і кожен елемент e_{ijk} відповідає елементові p_{ijk} . При цьому діагностичні ваги необхідно задавати не всій ознаці x_i , а кожному діагностичному інтервалові x_{ik} . Для дихотомічної ознаки, діагностична вага e_i задається інтервалові присутності ознаки, вага e_0 — інтервалові відсутності ознаки, а для рангових і числових ознак, їхнє входження в симптомокомплекс зазвичай задається деяким термом (наприклад «висока температура»), тому за допомогою експерта необхідно уточнити границі терма $\Delta_i = [x_{iH}, x_{iB}]$, після чого вага e_i задається інтервалам $x_{ik} \in \Delta_i$, а вага e_0 — інтервалам $x_{ik} \notin \Delta_i$.

Для реалізації комбінованого ВП необхідно використовувати обидві матриці, для чого будується матриця \mathbf{H} , елементами якої є поелементне множення матриць \mathbf{E} і \mathbf{P} . Таким чином, елементи матриці \mathbf{H} визначаються по виразу

$$h_{ijk} = e_{ijk} p_{ijk} \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, m_{ij}}. \quad (14)$$

При врахуванні розглянутого раніше методу заміни умовних ймовірностей їхніми оцінками $G(x_{ik} / D_j)$ і довірчими інтервалами, необхідно використовувати відношення правдоподібності (10) і (11) та будувати відповідні значення матриць інтервальних оцінок G_B і G_H . Надалі, у виразах (10) і (11) замість елементів матриці \mathbf{P} будемо використовувати елементи матриці \mathbf{H} , які є зваженою мірою умовних ймовірностей системою експертних оцінок, а вирази (10) і (11) записується як

$$\Theta_H = \prod_i \frac{e_{ikq} G_H(x_{ik} / D_q)}{e_{ikl} G_B(x_{ik} / D_l)}, \quad (15)$$

$$\Theta_B = \prod_i \frac{e_{ikq} G_B(x_{ik} / D_q)}{e_{ikl} G_H(x_{ik} / D_l)}. \quad (16)$$

Це призводить до того, що умовні ймовірності тих діагностичних інтервалів x_{ik} ознак x_i , які входять у симптомокомплекс зазначеного діагнозу D_i збільшуються, а тих ознак, що не входять у симптомокомплекс, зменшуються (у граничному випадку, коли вага ознак, що не входять у симптомокомплекс $e_0 = 0$, умовні ймовірності зазначених ознак не враховуються). Варіюючи значеннями ваг e_i , можна задавати різний ступінь впливу окремих типів ознак, що входять у симптомокомплекс.

У розробленому в роботі методі уточнюючого діагнозу (див. рисунок), необхідно розробити діагностичні правила при всіх сполученнях взаємодії рівнів ієрархій діагностичних ознак і діагнозів. Варто нагадати, що в ієрархічній структурі ознак S_y усі рівні ієрархії (крім нижнього) є узагальненими ознаками $\{X\}_i^k$. Кожна узагальнена ознака k -го рівня характеризує кластер нижчого $k - 1$ рівня і є деякою функцією ознак $k - 1$ рівня, що входять у цей кластер $x_i^k = \varphi(\{X\}_i^{k-1})$. Для формування узагальнених ознак використовується метод головних компонент, який враховує лінійну модель зв'язків (необхідність побудови нелінійних моделей потребує додаткових досліджень в заданій предметній галузі). Таким чином, ця узагальнена ознака (перша головна компонента) є зваженою сумою вихідних ознак.

$$x_i^k = \sum_j a_j x_j^{k-1} \quad \forall j \in \{X\}_i^{k-1}. \quad (17)$$

Після визначення вагових коефіцієнтів функціональної залежності (17) можна розрахувати значення узагальнених ознак усіх рівнів ієрархії і занести їх у вихідну навчальну вибірку (значення узагальненої ознаки конкретного пацієнта є проекцією вихідних ознак на вісь головної компоненти). У такий спосіб розраховується розширена таблиця вихідних даних (навчальна вибірка), яка є основою для формування структури S_z , елементи якої включають мінімально необхідну множину інформативних вихідних ознак і узагальнених ознак усіх рівнів ієрархії синтезованої ієрархічної структури S_y . Розширена таблиця вихідних даних дозволяє для кожного виду взаємодії ієрархічних структур W^{km} (процедура постановки діагнозу пацієнтові з точністю до m -го рівня деталізації діагнозу під час використання k -го рівня діагностичних ознак) визначити матрицю умовних ймовірностей \mathbf{P}^{km} розмірністю $N_x^k \times N_m$ (N_x^k — кількість ознак k -го рівня ієрархії ознак, N_m — кількість кластерів m -го рівня ієрархії діагнозів) безпосередньо шляхом підрахунку відповідних частот.

Для врахування експертних оцінок необхідно для кожного виду взаємодії ієрархічних структур W^{km} сформуванати відповідну матрицю експертних оцінок \mathbf{E}^{km} розмірністю $N_x^k \times N_m$ (вихідна матриця експертних оцінок \mathbf{E} відображає взаємодію W^{11} нижніх рівнів ієрархії — вихідних ознак і діагнозів).

Розглянемо спочатку рівень взаємодії W^{21} , тобто взаємодія другого рівня ієрархії ознак і першого (нижнього) рівня ієрархії діагнозів. На цьому рівні маємо $N_x^2 < m$ узагальнених ознак, кожна з яких отримана з відповідного кластера вихідних ознак по (17), і $N_D^1 = n$ діагнозів. Необхідно сформуувати матрицю експертних оцінок E^{21} розмірністю $N_x^2 \times N_D^1$ на підставі даних вихідної матриці E^{11} розмірністю $N_x^1 \times N_D^1$ ($N_x^1 = m$, $N_D^1 = n$). Для цього виконуються такі дії.

1) Стівпці вихідної матриці E^{11} групуються на N_x^2 груп таким чином, що кожна група відповідає кластерові вихідних ознак і узагальненій ознаці другого рівня.

2) Для кожної групи вихідної матриці обчислюється вектор-стовпець експертних оцінок узагальнених ознак по

$$e_{ij}^{21} = \sum_j a_{lj} e_{ij}^{11}, \quad \forall j \in \{X\}_l^1 \quad i = \overline{1, N_D^1}, \quad l = \overline{1, N_x^2}, \quad (18)$$

де a_{lj} — коефіцієнти функціональної залежності (17) для l -ї узагальненої ознаки.

Використання однієї і тієї ж залежності (17) як для обчислення значень узагальнених ознак, так і для обчислення їхніх експертних оцінок є логічно доцільним.

3) Зі сформованих по (18) векторів-стовпців складається матриця експертних оцінок E^{21} .

4) Визначаються елементи матриці H^{21} по виразу (14).

Шляхом аналогічних перетворень по даним матриць попереднього рівня $E^{k-1,1}$ по (18) будуються матриці всіх наступних рівнів ієрархії ознак $E^{k,1}$ і відповідні їм матриці $H^{k,1}$.

Розглянемо тепер випадок формування матриць експертних оцінок при підвищенні рівнів ієрархії діагнозів, тобто розглянемо спочатку рівень взаємодії $W^{k,2}$ — взаємодію будь-якого k -го рівня ієрархії ознак і другого рівня ієрархії діагнозів. На цьому рівні маємо $N_D^2 < n$ кластерів діагнозів відповідного рівня деталізації і N_x^k узагальнених ознак. Необхідно сформуувати матрицю експертних оцінок $E^{k,2}$ розмірністю $N_x^k \times N_D^2$ на підставі даних матриці $E^{k,1}$ розмірністю $N_x^k \times N_D^1$. Для цього виконуються такі дії.

1) Рядки вихідної матриці $E^{k,1}$ групуються на N_D^2 груп таким чином, що кожна група відповідає кластерові діагнозів другого рівня ієрархічної структури діагнозів.

2) Для кожної групи вихідної матриці обчислюється вектор-рядок експертних оцінок кластерів по виразу

$$e_{ij}^{k,2} = \Psi_i e_{ij}^{k,1}, \quad \forall i \in \{D\}_l^1 \quad j = \overline{1, N_x^k}, \quad l = \overline{1, N_D^2}, \quad (19)$$

де $\Psi e_{ij}^{k,l}$ — деяка функція об'єднання симптомокомплексів діагнозів, що входять в один кластер, у якості якої пропонуються міні складових, максимум середнє значення тощо, а конкретне значення узгоджується з експертами в цій предметній галузі.

3) Зі сформованих по (19) векторів-рядків складається матриця експертних оцінок $\mathbf{E}^{k,2}$.

4) Визначаються елементи матриці $\mathbf{H}^{2,1}$ по виразу (14).

Шляхом аналогічних перетворень по даним матриці попереднього рівня $\mathbf{E}^{k,l-1}$ по (19) будуються матриці всіх наступних рівнів ієрархії діагнозів $\mathbf{E}^{k,l}$ і відповідні їм матриці $\mathbf{H}^{k,l}$.

Таким чином, розглянуто метод врахування експертних оцінок про структуру симптомокомплексів у комбінованому ВП на всіх рівнях взаємодії ієрархічних структур діагностичних ознак і станів, що діагностуються.

ВИСНОВКИ

Розроблено метод синтезу комбінованого ВП під час взаємодії ієрархічних структур діагностичних ознак і станів, що діагностуються. Розроблене ВП дозволяє виконувати послідовний аналіз діагностичних ознак для досягнення заданого рівня достовірності діагнозу, при цьому виконується «песимістичний» прогноз, обумовлений невизначеністю апріорних умовних імовірностей під час врахування експертних оцінок структур симптомокомплексів.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Весненко А.И., Попов А.А., Проненко М.И.* Топо-типология структуры развернутого клинического диагноза в современных медицинских информационных системах и технологиях // Кибернетика и системный анализ. — 2002. — № 6. — С. 143–154.
2. *Ахутин В.М., Шаповалов В.В., Иоффе М.О.* Оценка качества формализованных медицинских документов // Медицинская техника. — 2002. — № 2. — С. 27–31.
3. *Поворознюк А.И.* Формализация этапов проектирования интеллектуальных компьютерных систем медицинской диагностики // Электронное моделирование. — Київ: ІПМЕ, 2006. — Т. 28. — № 1. — С. 85–97.
4. *Справочник практического врача* / Под ред. А.А. Михайлова, Л.И. Дворецкого. — М.: Новая Волна, 2001. — 528 с.
5. *Тимофієва Н.К.* Моделивання цільової функції в задачі клінічної діагностики на основі теорії комбінаторної оптимізації // Інтелектуальні системи прийняття рішень і проблеми обчислювального інтелекту. Матеріали міжнар. наук. конф. Євпаторія 18–22 травня 2009 р. Т. 1. — Херсон: ХНТУ, 2009. — С. 219–223.
6. *Поворознюк А.И.* Синтез иерархической структуры диагностических признаков в компьютерных системах медицинской диагностики // Вісн.

- Національного техн. ун-ту «ХПІ». Зб. наукових праць. Тематичний випуск: Системний аналіз, управління та інформаційні технології. — Харків: НТУ «ХПІ», 2003. — Т. 2, № 7. — С. 39–44.
7. *Поворознюк А.И.* Реконфигурация структуры диагностических признаков при синтезе компьютерного диагноза // Системы обработки информации. — 2007. — Вып. 2 (60). — С. 135–139.
 8. *Поворознюк А.И.* Формирование диагностических интервалов численных признаков при дифференциальной диагностике // Вісн. Хмельницького національного ун-ту. — Хмельницький: ХНУ, 2007. — 1, № 3. — С. 106–109.
 9. *Кветний Р.Н., Бойко О.Р.* Метод інтервального аналізу робастних систем управління // Матеріали ХІІІ междунар. конф. с автоматического управления (Автоматика 2006), г. Винница 25–28 сентября 2006 г. — Винница: УНИВЕРСУМ-Винница, 2007. — С. 103–108.

Поступила 31.07.2009

ОЦЕНКА ПРЕДСТАВИТЕЛЬНОСТИ УСЕЧЕННЫХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПОДПЛАНОВ ПЛАНА ПОЛНОГО ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

О.В. СЕРАЯ, Д.А. ДЕМИН

Введен критерий оценки качества усеченного ортогонального подплана плана полного факторного эксперимента, характеризующий уровень смешивания влияний факторов и их взаимодействий. Предложена методика расчета степени представительности усеченных ортогональных планов. Учет введенного критерия позволяет повысить точность оценивания параметров многопараметрической регрессии в условиях малой выборки.

ВВЕДЕНИЕ

При решении большого числа разнообразных задач в технике, экономике, социологии и т.д. традиционно возникает проблема анализа системы типа «состав – свойство». Общепринятый и широко используемый подход к решению этой проблемы состоит в выявлении и отборе совокупности факторов, предположительно влияющих на значение некоторой функции отклика, характеризующей эффективность функционирования системы. Эта функция отклика обычно формализуется в виде нелинейного по факторам, но линейного по параметрам уравнения регрессии. Задача состоит в оценивании параметров этого уравнения путем статистической обработки результатов пассивного эксперимента. Характерная трудность решения практических задач этого типа в условиях большого числа влияющих факторов состоит в недостаточности экспериментальных данных. Описанный в [1] подход позволяет осуществить искусственную ортогонализацию пассивного эксперимента, что потенциально обеспечивает возможность независимого оценивания степени влияния факторов и их взаимодействий. При этом в случае неоднородности плана полного факторного эксперимента (ПФЭ) в смысле ошибок измерения значений функции откликов [1] предложена методика построения усеченного ортогонального подплана ПФЭ.

Построение усеченного представительного ортогонального плана производится следующим образом. Пусть количество факторов равно m . Разобьем эту совокупность факторов на три подмножества $\{A, B, C\}$ по $p = \frac{m}{3}$ факторов в каждом, например,

$$A = \{F_1, F_2, \dots, F_p\}, \quad B = \{F_{p+1}, F_{p+2}, \dots, F_{2p}\}, \quad C = \{F_{2p+1}, F_{2p+2}, \dots, F_{3p}\}.$$

Далее введем независимую нумерацию факторов в этих подмножествах.

Пусть

$$F_l^A = F_l, F_l^B = F_{p+l}, F_l^C = F_{2p+l}, l=1,2,\dots,p.$$

Сформируем ортогональный полный m -факторный план. Общее число экспериментов плана равно 2^m , а количество экспериментов, соответствующих всем возможным комбинациям уровней для факторов, входящих в любое из подмножеств, равно 2^p . Пронумеруем эти комбинации для факторов $F_l^A, l=1,2,\dots,p$ индексом i_1 , а для факторов подмножеств $F_l^B, l=1,2,\dots,p$ и $F_l^C, l=1,2,\dots,p$ соответственно индексами i_1 и i_2 . Тогда любой строке плана может быть поставлена во взаимнооднозначное соответствие тройка $(i_1 i_2 i_3)$.

Множество комбинаций индексов $\{i_1 i_2 i_3\}$ может быть представлено в виде трехмерной решетки с 2^p узлами по каждой из трех координат. Введем параметр

$$Z_{i_1 i_2 i_3} = \begin{cases} 1, & \text{если строка } (i_1, i_2, i_3) \text{ включена в эксперимент,} \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Понятно, что набор значений $\{Z_{i_1 i_2 i_3}\}, i_1 = 1, 2, \dots, 2^p, i_2 = 1, 2, \dots, 2^p, i_3 = 1, 2, \dots, 2^p$, однозначно определяет некоторый план эксперимента, содержащий число строк, равное числу единиц в наборе. Введем теперь следующую систему уравнений с булевыми переменными

$$\sum_{i_3=1}^{2^p} Z_{i_1 i_2 i_3} = 1, i_1 = 1, 2, \dots, 2^p, i_2 = 1, 2, \dots, 2^p, \quad (1)$$

$$\sum_{i_2=1}^{2^p} Z_{i_1 i_2 i_3} = 1, i_1 = 1, 2, \dots, 2^p, i_2 = 1, 2, \dots, 2^p, \quad (2)$$

$$\sum_{i_1=1}^{2^p} Z_{i_1 i_2 i_3} = 1, i_1 = 1, 2, \dots, 2^p, i_2 = 1, 2, \dots, 2^p. \quad (3)$$

Как доказано в [1], любое решение системы уравнений (1)–(3) определяет симметричный ортогональный план эксперимента с числом строк, равным 2^{2p} .

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Выбранное решение системы уравнений (1)–(3) однозначно задает выделяемую совокупность строк полного факторного эксперимента, которые образуют ортогональный усеченный подплан ПФЭ. Отметим, что различные подпланы, соответствующие разным решениям системы уравнений (1)–(3), отличаются уровнем представительности, который вычисляется по формуле:

$$F_1 = \sum_{i_1=1}^{2^p} \sum_{i_2=1}^{2^p} \sum_{i_3=1}^{2^p} \sigma_{i_1 i_2 i_3}^2 Z_{i_1 i_2 i_3}, \quad (4)$$

или по формуле

$$F_2 = \max_{i_1 i_2 i_3} \{ \sigma_{i_1 i_2 i_3}^2 Z_{i_1 i_2 i_3} \}, \quad (5)$$

где $\sigma_{i_1 i_2 i_3}^2$ — дисперсия оценки значения функции отклика в вершине $(i_1 i_2 i_3)$.

При этом соотношение (4) определяет суммарную дисперсию ошибок оценивания значений функции отклика в ортогональных точках плана, а в соотношении (5) — максимальную дисперсию. Вместе с тем, важно учитывать, что есть еще один существенный критерий, сегрегирующий разные планы, смысл которого состоит в следующем. Как показано в [1], решение системы (1)–(3) обеспечивает ортогональность факторов, входящих в уравнение регрессии (1). Однако, взаимодействия факторов в выделенном подплане необязательно ортогональны факторам и между собой. Понятно, что если столбец значений какого-либо взаимодействия не ортогонален столбцу значений какого-либо фактора или какого-либо другого взаимодействия, то скалярное произведение этих столбцов примет значение из следующего набора: $\{2^p, 2^{p+1}, \dots, 2^{2p}\}$.

При этом независимое оценивание влияния на функцию отклика каждого из компонентов этого скалярного произведения невозможно, эти влияния смешиваются. Отсюда следует, что степень предпочтительности подплана будет тем более высокой, чем меньше число взаимодействий факторов не ортогональны факторам и между собой.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Не снижая общности, технологию формирования представительного усеченного ортогонального подплана опишем на конкретном примере. Пусть в результате искусственной ортогонализации сформирован ПФЭ для шести факторов, содержащий $2^6 = 64$ эксперимента.

В соответствии с методикой разобьем совокупность факторов на три группы по $p = 2$ фактора в каждой. При этом количество экспериментов, соответствующих всем возможным комбинациям уровней для факторов, входящих в любое подмножество, равно $2^p = 2^2 = 4$. Перенумеруем эти комбинации для факторов первого подмножества индексом i_1 , второго — индексом i_2 и третьего — индексом i_3 . Теперь любой строке ПФЭ можно поставить в соответствие тройки $(i_1 i_2 i_3)$, $i_1 \in \{1, 2, 3, 4\}$, $i_2 \in \{1, 2, 3, 4\}$, $i_3 \in \{1, 2, 3, 4\}$

Трехмерную решетку $(i_1 i_2 i_3)$ удобно представить в виде четырех планарных сечений следующим образом (рисунок).

На рисунке набором единиц задано одно из возможных решений системы уравнений (1)–(3). Легко найти множество строк, соответствующих какому-либо решению системы (1)–(3) и образующих подплан ПФЭ. Для этого необходимо каждой компоненте набора $\{Z_{i_1 i_2 i_3}\}$, являющегося решением системы уравнений (1)–(3), поставить в соответствие номер строки, вычисляемой по формуле

$$l(i_1 i_2 i_3) = (i_1 - 1)2^{2p} + (i_2 - 1)2^p + (i_3 - 1).$$

При этом, например компоненте $Z_{111} = 1$ соответствует номер строки $l(111) = 0$, а компоненте $Z_{443} = 1$ — номер строки $l(443) = 48 + 12 + 2 = 62$. Перечислим все множество номеров строк, выделяемых решением, представленным на рисунке.

$$L = \{1; 6; 11; 16; 18; 23; 28; 29; 35; 40; 41; 46; 52; 53; 58; 63\}.$$

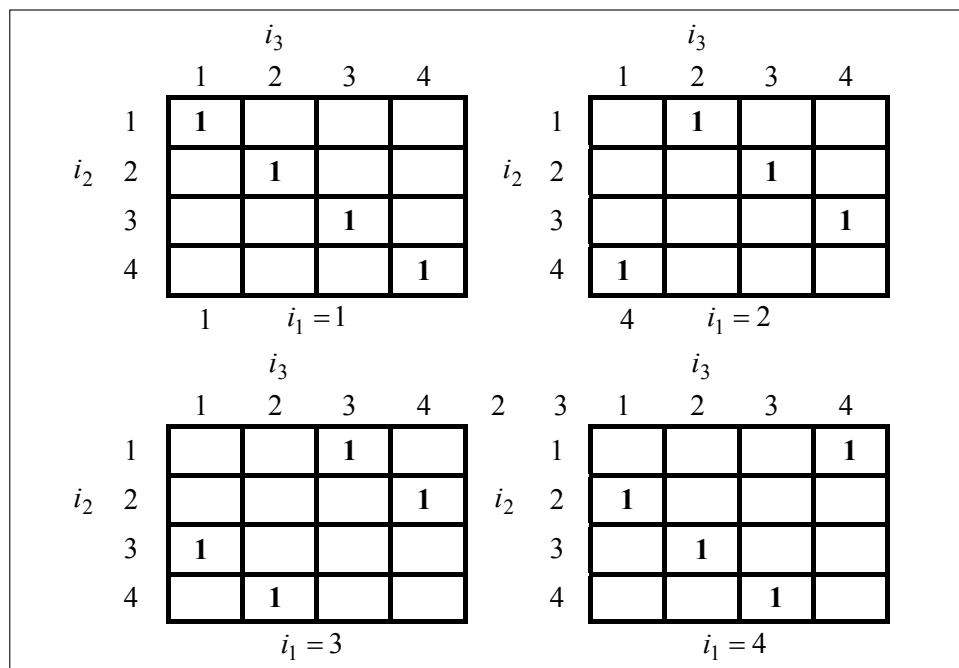


Рисунок. Одно из решений системы (1)–(3)

Теперь для этого подплана рассчитываем скалярные произведения векторов-столбцов, соответствующих факторам, и их взаимодействий. При этом, в частности, оказывается, что

$$\langle F_1, F_{35} \rangle = -8, \langle F_2, F_{46} \rangle = -16, \langle F_1, F_{235} \rangle = 8, \langle F_1, F_{345} \rangle = 8.$$

Это означает, что влияние фактора F_1 смешивается с влиянием взаимодействия F_{35} , влияние фактора F_2 смешивается с влиянием взаимодействия F_{46} и т.д. Совокупность пар неортогональных векторов-столбцов определяют качество выбранного подплана. Важно заметить, что выявляемые в результате описанной процедуры свойства подплана никак не связаны с

результатами эксперимента и поэтому для каждого возможного решения системы могут быть проанализированы заранее.

Общее число возможных решений системы уравнений (1)–(3), очевидно, равно $N = (2^p)!(2^{p-1})!\dots 2!$. Если $p = 2$, то $N = 4!3!2! = 288$. Степень предпочтительности плана тем выше, чем выше порядок взаимодействия факторов, смешиваемых с основными факторами, и чем меньше общее число пар неортогональных столбцов.

ВЫВОДЫ

Таким образом, традиционный набор критериев, используемый обычно при выборе одного из множества возможных усеченных ортогональных подпланов плана полного факторного эксперимента, дополнен еще одним, существенно характеризующим качество усеченного подплана. Введенный критерий определяет уровень смешивания влияний факторов и их взаимодействий на значение функции отклика.

ЛИТЕРАТУРА

1. Серая О.В., Демин Д.А. Оценивание параметров уравнения регрессии в условиях малой выборки // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — 2009. — № 6/4(42). — С. 14–19.

Поступила 02.02.2010

**ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРЕРИВИСТОГО ХАРАКТЕРУ
ГЛОБАЛІЗАЦІЇ В КОНТЕКСТІ СУСПІЛЬНОГО РОЗВИТКУ
ТА БЕЗПЕКИ КРАЇН СВІТУ.**

**ЧАСТИНА 2. ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КРИЗОВИХ ЯВИЩ
2008–2009 РОКІВ**

О.М. ЗГУРОВСЬКИЙ

Проведено дослідження впливу кризи на суспільні й політичні процеси у глобальному та регіональному контекстах із використанням методів багатовимірного статистичного аналізу (БСА). Досліджено переривчастий характер залежності індексу глобалізації КОФ від ВВП, індикаторів експорту/імпорту різних країн світу, обмеження їх капіталопотоків, обсягів внутрішнього і зовнішнього ринків, рівня іноземної власності та «витоку мізків» із країни, враховуючи Україну.

У частині 1 цієї роботи запропоновано методику оцінки рівня глобалізації країн світу в просторі головних вимірів (індикаторів) їх суспільного розвитку та безпеки (МСРБ). Із використанням методики КОФ, запропонованої методики МСРБ та методу головних компонент (Principal Component Analysis) було виконано порівняльний аналіз рівня глобалізації різних країн світу впритул до початку економічної кризи. З використанням МСРБ та методу багатовимірного статистичного аналізу (БСА) проведено дослідження впливу кризи на суспільні й політичні процеси в глобальному та регіональному контекстах. Кризові явища розглядаються в рамках теорії М. Кондратьєва про циклічний характер розвитку світової економіки. Для групи країн Великої двадцятки з використанням БСА та методу кластерного аналізу досліджено переривчастий характер залежності індексу глобалізації КОФ від ВВП, індикаторів експорту/імпорту різних країн світу, обмеження їх капіталопотоку, обсягів внутрішнього та зовнішнього ринків, рівня іноземної власності та «витоку мізків» (Brain drain) із країни. У цю групу умовно включено й Україну з метою порівняння її характеристик глобалізації з відповідними характеристиками найрозвиненіших країн світу.

ВИХІДНІ ДАНІ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для виконання дослідження впливу глобальної економічної кризи на процеси глобалізації використаємо два набори даних:

1) дані про зміни індексу глобалізації КОФ (I_g — головний індекс) та його складових (I_{ge} — економічний індекс, I_{gs} — соціальний індекс, I_{gp} — політичний індекс) протягом 2007–2009 років [1, 2] під впливом глобальної економічної кризи;

2) дані про значення I_g КОФ за 2009 рік та деяких головних індикаторів, що впливають на нього до початку глобальної економічної кризи (2007 р.) і в перший рік її плину (2009 р.) (табл. 1) [3, 4].

У табл. 1 застосовано наступні позначення:

Таблиця 1. Індекс глобалізації КОФ 2009 та головні індикатори, які впливають на нього

Код країни	Країна	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
		Головний індекс	Економічний Індекс	Соціальний Індекс	Політичний Індекс	Імпорт (2007 рнв)	Імпорт (2009 рнв)	Експорт (2007 рнв)	Експорт (2009 рнв)	Обмеження капітало- потоків (2007 рнв)	Обмеження капітало- потоків (2009 рнв)	Обсяг внутрішнього рпну (2007 рнв)	Обсяг внутрішнього рпну (2009 рнв)	Обсяг зовнішнього рпну (2007 рнв)	Обсяг зовнішнього рпну (2009 рнв)	Рівень інтегрованої класності (2007 рнв)	Рівень інтегрованої класності (2009 рнв)	«Виток міграції» (2007 рнв)	«Виток міграції» (2009 рнв)	ВВП (2007 рнв)	ВВП (2009 рнв)
1	2																				
BE	Бельгія	91,5	91,6	88,1	97,0	85,8	92,6	89,3	92,1	5,6	5,2	4,5	4,5	5,6	5,8	5,9	6	4,7	4,6	375,9	389,5
IE	Ірландія	91,0	92,6	92,0	86,7	70,4	69	81	80,9	5,8	5,4	3,9	3,9	2,7	5,3	6,2	6,5	5,1	5,1	186,2	188,1
NL	Нідерланди	89,9	91,3	86,4	93,6	67,3	68,8	75,3	76,9	5,9	5,5	4,8	4,8	5,9	6	5,6	5,8	5,1	5	639,5	675,4
CH	Швейцарія	89,9	82,7	93,9	95,1	47	45,9	56,3	56,2	6,1	6	4,3	4,3	5,2	5,4	5,8	5,7	5,8	5,3	300,2	312,8
AT	Австрія	89,1	83,0	90,6	96,9	51,8	53,9	58,1	59,2	5,9	5,7	5	4,3	4,3	5,5	5,6	5,9	4,4	4,8	317,8	328,6
SE	Швеція	88,7	88,1	84,5	96,6	44,7	46,8	52,4	54,2	6,2	5,9	4,3	4,4	5,2	5,4	6,2	6,3	5,2	4,9	334,6	341,9
DK	Данія	87,4	85,5	85,8	93,1	51,3	52,5	52,3	54,7	6,2	5,4	4	4	4,9	5,1	5,7	5,9	4,9	4,9	203,7	204,1
CA	Канада	86,3	80,3	87,2	94,9	32,9	33,3	34,9	34,9	5,6	5,1	5,3	5,3	5,8	5,9	5,7	5,7	5,1	4,9	1266,0	1303,0
LU	Люксембург	86,3	93,4	93,9	61,5	131,5	150,7	165	179,3	6,1	5,7	2,6	2,7	4,6	4,9	6,2	6,3	4,7	4,2	38,6	40,0
HU	Угорщина	85,2	90,2	76,3	91,6	77,7	79,9	80	81,4	5,5	5,1	4	4	5,2	5,3	6	6,1	3	3	191,3	196,1
CZ	Чехія	84,7	86,6	80,4	88,5	74,3	71,8	78,9	76,8	5,4	5,1	4,2	4,2	5,3	5,5	5,5	5,5	3,9	4	248,9	262,2
NZ	Нова Зеландія	84,6	85,2	87,2	78,9	29,6	33,1	28,5	31,3	6	5,6	3,6	3,7	4,2	4,5	5,9	5,8	3	2,8	111,7	115,7
FI	Фінляндія	84,2	84,7	80,3	89,9	40,1	40,3	44,8	44,2	6,1	6	4	4	4,8	5	6	6,1	5,1	5,2	185,5	190,9
SI	Сінгапур	84,1	96,7	90,7	51,9	202	215,3	230,9	234,3	6,2	6,1	3,9	4	5,9	5	6,4	6,5	5,4	5	228,1	238,8
PT	Португалія	83,9	85,0	78,0	92,1	39,9	42,2	32,7	32,8	4,7	5	4,2	4,2	4,7	4,9	4,9	5,2	3,4	3,6	230,6	235,9
FR	Франція	83,7	77,6	81,2	98,0	28,5	28,9	26,6	26,4	5,4	4,8	5,7	5,7	5,9	6,1	5,6	5,5	4,1	4	2047,0	2130,0
EE	Естонія	83,5	90,4	84,1	70,8	81,7	80,7	72,8	76,3	6,1	6	2,8	2,7	3,9	4,2	5,3	5,7	3,7	3,8	28,3	27,2

Продовження табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
ES	Іспанія	82,9	81,0	77,6	95,2	32,7	32,2	26,2	26,4	4,8	4,6	5,4	5,4	5,7	5,8	5,3	5,3	4,2	4,5	1352,0	1397,0
CY	Кіпр	82,7	86,7	86,5	60,7	52,7	58,4	47,9	47,1	5,5	5,3	2,9	2,6	3,8	3,8	4,9	5,2	4,4	4,1	36,5	22,7
SI	Словенія	82,4	80,3	91,7	79,1	73,2	71,4	71,4	68,6	5,1	4,6	3,2	3,2	4,3	4,6	4,3	4,3	4,1	3,9	54,7	59,3
NO	Норвегія	82,3	78,4	82,0	89,3	30	28,8	46,4	48,1	5,2	4,8	4,1	4,1	5	5,2	5,5	5,4	5,4	5,4	247,4	256,5
DE	Німеччина	81,8	74,5	82,4	92,8	196,7	40,9	46,7	47,2	6,2	5,7	5,8	5,8	6,5	6,6	5,4	5,7	4,4	4,6	2810,0	2911,0
MT	Мальта	81,2	92,6	88,0	50,8	84,2	83,9	84,7	80,1	5,8	5,4	2,5	2	3,8	3,7	5	5,8	3,8	3,8	21,9	9,8
SK	Словаччина	81,2	84,1	77,4	82,8	86,8	85	86,4	82,6	5,7	5,3	3,6	3,7	4,8	5,1	6,4	6,5	2,6	2,7	109,6	119,3
HR	Хорватія	80,6	78,3	82,6	81,2	56,3	57,3	47,3	47,8	4,5	4,1	3,4	3,5	4,2	4,6	4,4	4,9	2,8	3,1	68,9	82,3
AU	Австралія	80,5	78,0	76,9	90,7	21,8	23,9	20,1	23,6	5,2	5	5	5	5,1	5,4	5,6	5,7	4,6	4,1	760,8	795,3
GB	Великобританія	79,3	79,3	83,7	72,0	29,5	32	25,9	28,9	5,6	5,3	5,7	5,7	6	6,1	5,9	6	4,8	4,6	2137,0	2231,0
IT	Італія	78,8	74,4	72,4	97,0	29,4	29,3	29,1	28,8	3,2	3,8	5,6	5,6	5,9	6	4,1	4,3	2,8	3,1	1786,0	1815,0
PL	Польща	78,0	74,9	71,5	93,9	43	42,8	41,3	39,4	4,9	5	4,8	4,9	5,5	5	5,2	5	3,1	2,7	620,9	666,1
LT	Литва	77,2	80,2	76,1	74,1	67,4	71	55,4	59,8	5	4,6	3,3	3,3	4,2	4,5	4,7	5	2,7	3	59,6	63,6
GR	Греція	77,0	73,5	71,4	92,2	35,4	31,9	22,6	23,1	5,4	4,9	4,5	4,5	4,7	5	4,9	5,3	3	3,4	324,6	341,1
MY	Малайзія	76,2	78,0	70,0	83,7	89,4	80,3	109,6	103,5	4,9	4,7	4,3	4,3	5,7	5,9	5	5,2	4,4	4,5	357,4	384,1
LV	Латвія	76,1	82,6	81,7	55,9	64,7	54,9	44,4	41,8	5,7	5,1	3,1	3	3,8	4,1	5,2	5,7	3,1	3,5	39,7	38,8
IS	Ісландія	76,1	82,9	82,7	53,7	46	47,6	35,3	44,7	6,2	3,9	2,2	2,2	2,9	3,5	3,5	4,4	5	5,1	12,1	12,7
JO	Йорданія	75,5	73,3	71,8	85,5	86,5	94,8	58,1	54,8	5,4	5,3	2,9	3	3,7	4,1	6,1	6,1	5,2	5,3	231,1	243,0
CL	Чилі	75,0	85,5	57,3	87,2	33,3	41,1	47,1	45,1	5,5	5,3	4	4,1	4,9	5,1	5,2	5,5	3,1	2,8	28,0	31,1
US	Сполучені Штати	74,9	67,6	70,9	94,1	17	17,7	11,9	13	5,4	4,8	7	7	6,6	6,7	5,3	5,5	6	6,1	13844,0	14265,0
BG	Болгарія	74,9	76,1	66,3	87,2	85,5	83,3	63,4	60,5	4,2	3,9	2,8	3,7	4,5	4,8	4,5	4,4	2,2	2,1	86,3	93,6
IL	Ізраїль	74,7	85,0	70,9	63,9	45,5	42	44,1	40	5,6	4,7	3,6	4,1	4,8	5	5	5,8	4,2	4,2	185,9	200,6
BH	Бахрейн	72,9	88,4	67,8	44,6	61,2	84,8	84,8	110,5	6,1	5,6	4	2,5	3,9	4,4	5,8	6	5,2	4,8	24,5	27,0
PA	Панама	70,9	81,7	74,3	58,0	71,7	75,6	80,2	79,2	5,7	5,1	2,8	2,9	4,1	4,4	5,6	5,9	4,6	4,8	34,5	38,6

Продовження табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
BA	Боснія і Герцеговина	70,8	70,5	69,6	73,4	66,3	73,7	28,3	39,1	4,3	3,7	2,9	3	3,3	3,9	4,4	4,5	1,9	2,3	27,7	30,4
RO	Румунія	70,6	68,1	61,0	90,9	44,6	43,5	29,3	30,9	4,6	4,4	4,3	4,3	4,7	5	4,8	4,9	2,7	2,6	245,5	270,3
JM	Ямайка	69,8	78,5	60,0	71,6	64,5	62,2	40,9	38,3	5,3	5	2,6	2,6	3,3	3,7	5,4	5,8	2,7	2,5	20,7	21,0
UA	Україна	69,3	61,9	68,4	83,1	44,2	54,3	40,2	46,9	3,7	3,1	4,4	4,4	5	5,3	3,6	3,7	2,8	3	320,1	336,9
MU	ОАЕ	69,3	64,4	79,8	51,5	78	73,2	94,4	93,4	6	5,9	3,8	3,8	5,2	5,4	5,3	5	5,8	5,8	167,3	185,0
AE	Маврикій	69,3	67,0	75,6	62,4	68,8	67,1	58,7	54	6,2	6	2,3	2,4	3,3	3,7	5,2	5,6	3,2	3	14,1	15,2
UY	Уругвай	69,1	69,9	59,2	84,5	29,9	32,3	29,2	28,3	6,2	6	2,9	3	3,5	3,9	5,9	5,6	2,6	2,9	37,2	42,5
KW	Кувейт	68,0	64,9	75,7	60,3	30,3	27	63,8	66,4	5,2	4,5	3,5	3,4	4,8	5	3,2	3,3	4,2	5,1	131,1	137,2
CR	Коста-Рика	67,6	69,6	71,0	58,4	53	55,6	48,4	46	5,2	4,3	3,1	3,1	3,9	4,2	5,8	6,1	5	5	45,8	48,7
ZA	Південна Африка	67,1	68,0	54,4	86,9	34,7	38,5	31,6	35,4	3,6	3,7	4,6	4,7	5,1	5,4	5,3	5,4	3,1	3,1	467,1	492,7
SV	Ель Сальвадор	66,5	65,9	61,5	76,2	44,4	49,5	25,6	27,5	5,3	5,1	3,1	3,1	3,5	3,1	5,4	5,5	3,4	3,4	41,7	43,7
TH	Таїланд	66,5	69,4	91,9	81,2	65,6	73,6	73,2	76,4	3,9	4	4,6	4,7	5,7	5,9	4,8	4,8	4,3	4,4	519,4	546,1
TR	Туреччина	66,4	67,2	50,7	91,7	28	28,5	23	23,9	5,6	5,1	5,1	5,1	5,3	5,5	4,9	5,6	3,2	3,3	888,0	915,2
KR	Південна Корея	65,9	59,0	60,4	86,6	44,8	54,1	45,6	52,9	5	4,3	5,3	5,4	6	6,2	5,1	5,4	4,2	4,3	1201,0	1342,0
QA	Катар	65,5	58,0	75,7	48,4	47,1	27	63,9	63,9	5,4	5,3	3,2	3,8	4,4	4,8	5,5	4,7	6	5,5	75,2	94,2
RU	Росія	65,2	57,0	61,9	84,6	21,9	22	30,3	31,3	3,2	3,2	5,6	5,6	6	6,2	3,7	3,5	3,5	4	2088,0	2261,0
MD	Молдова	65,2	71,3	66,0	53,7	96,1	87,3	45,3	41,6	3,7	3,1	2,2	2,1	2,9	2,7	4,1	4,2	2,4	2,3	9,8	10,0
AR	Аргентина	65,2	54,3	59,6	92,8	20,2	20,3	24,5	24,2	3,1	3	4,7	4,7	5	5,3	5,2	4,7	3,4	3,4	523,7	572,9
TN	Туніс	65,1	65,0	52,3	87,0	56,5	45,9	54,1	51,4	4,4	4	3,4	3,4	4,3	4,6	5,3	5,3	3,8	3,8	77,0	82,2
MX	Мексика	64,1	61,9	62,0	71,4	34,4	30,5	32,5	28,3	5,4	4,9	5,4	5,5	5,8	5,9	5,7	5,8	3,3	3,4	1346,0	1548,0
GY	Гайана	64,1	68,9	69,4	47,2	136,3	111,7	87,8	79,9	5,3	4,8	1,4	1,4	2,6	3	4,2	4,7	1,9	1,6	2,9	3,1
DO	Доміні. Республіка	63,8	62,3	59,8	73,2	30,7	39,4	25,2	26,8	4,7	4,5	3,3	3,5	3,7	4,2	5,6	5,7	3,2	3,4	61,8	76,3
PE	Перу	63,6	66,1	48,1	85,3	21,8	26,8	29,1	27,4	5,6	5,3	4,1	4,2	4,6	4,9	5,8	5,9	3,4	3,2	219,0	245,9
JP	Японія	63,5	53,2	58,4	89,4	15,9	17,3	17,7	17,4	5,2	4,8	6,1	6,2	4,3	6,2	4,4	4,5	4,8	5	4290,0	4354,0
OM	Оман	63,3	72,3	66,4	43,1	38,9	35,6	61,3	61,5	4,9	5,4	3,1	3,1	6,2	4,6	4,7	4,8	4,7	4,4	61,6	66,9
KZ	Казахстан	63,2	74,0	61,5	47,9	40,2	41	48,9	51,5	3,5	3,4	3,9	3,9	4,3	5	4,1	4,3	3,3	3,5	167,6	177,5
SA	Саудівська Аравія	62,9	68,0	65,4	58,6	30,7	40,5	58,3	71,3	4,2	4,4	4,5	4,5	4,8	5,9	4,2	4,2	4,9	4,9	564,6	593,4
BB	Барбадос	62,8	62,1	76,0	42,0	68,6	56	58,4	61,8	3,3	3,5	1,6	1,5	5,6	3,2	5,2	5,5	4,3	4	5,3	5,2

Продовження табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
MA	Марокко	62,8	52,1	57,3	89,3	40,6	46,2	32,1	35,8	3,6	3,4	3,8	3,8	2,7	4,7	4,6	4,9	3	3,1	125,3	136,7
EG	Єгипет	62,2	56,9	49,0	93,4	34,8	45,5	31,5	45,8	4,4	4,5	4,5	4,6	5	5,5	5	5	2,3	2,1	404,0	442,6
BR	Бразилія	61,7	60,5	45,0	92,2	12,3	14,2	13,9	14,3	3,3	3,9	5,6	5,6	5,5	5,7	4,9	4,9	4,3	4,3	1836,0	1981,0
TT	Тринідад і Тобаго	61,7	72,7	58,2	49,1	39	40,9	67,4	67,9	5,6	5	2,3	2,5	3,7	4,1	5,2	5,5	3,3	2,9	23,8	27,0
AM	Арменія	61,2	69,1	61,6	47,4	29	39,6	15,2	14,8	5	4,7	2,4	2,6	2,6	3,1	4,4	4,9	2,6	2,6	17,2	18,7
NA	Намібія	60,9	62,3	55,7	67,3	59,7	61,4	56	57,7	3,9	3,8	2	2,2	3,1	3,6	5,4	5,3	3,7	3,4	10,7	13,5
KG	Киргизія	60,6	60,2	57,6	66,6	64,7	93,6	33,7	56,5	4,2	3,6	2,2	2,3	2,8	3,6	4	4,2	2,3	2,6	10,5	11,6
PH	Філіппини	60,6	60,5	46,8	84,2	41,8	38,1	41	38	4,6	4,5	4,3	4,4	5	5,2	4,3	4,6	2,7	2,5	299,6	320,4
GT	Гватемала	60,5	55,5	53,6	80,4	31,1	42,1	16,3	25,9	5,7	5,1	3,3	3,4	3,4	4,1	5,3	5,6	3,8	4,1	62,5	67,0
MK	Македонія	60,1	63,8	74,0	30,3	67,1	70,9	48,1	48,8	4,1	4	2,5	2,6	3,3	3,7	4	4,2	2,3	2,2	17,4	18,8
GE	Грузія	60,0	69,4	58,9	46,1	47,2	57,7	30,7	28,7	5,6	5,5	2,6	2,7	3,1	3,5	5,1	5,5	2,9	3,1	20,5	21,4
CN	Китай	59,9	60,5	43,5	86,4	33,1	29,2	41,4	37,8	3,3	3,1	6,4	6,5	7	7	4,4	4,4	4,2	4,2	6991,0	7916,0
CO	Колумбія	59,6	59,2	57,4	63,9	23,8	22	21,6	18,3	3,7	3,5	4,4	4,5	4,7	4,9	4,6	4,9	3,1	3,2	320,1	396,6
PY	Парагвай	59,6	58,7	51,0	75,5	71,1	58,8	62,7	53,1	5	4,7	2,7	2,8	3,8	4	4,3	4,2	2,5	2,7	27,1	29,4
NI	Нікарагуа	59,3	62,7	57,7	56,5	62,7	70,1	33,2	33,7	5,3	4,5	2,5	2,4	3	3,5	4,6	4,9	3,1	3,1	15,8	16,6
VE	Венесуела	58,4	56,6	54,5	68,0	24,1	19,6	30,4	31,8	1,5	1,4	4,4	4,4	4,9	5,2	3,6	3,3	2,4	2,5	334,6	358,6
GM	Гамбія	58,3	60,5	54,1	65,5	66,3	62,7	49,4	57,7	5,2	4,8	1	1	2	2,6	5,9	6	3,5	2,9	2,1	2,3
BO	Болівія	57,7	64,5	39,4	77,3	32	35,3	40,1	40,2	5,1	4,9	2,9	3	3,7	4,1	3,2	3,7	2,3	2,3	39,4	43,4
ID	Індонезія	57,7	65,0	34,4	84,6	25,3	28,6	29,4	29,8	5,5	5,2	5	5,1	5,4	5,6	5,3	5,8	4,6	4,9	837,8	908,2
AZ	Азербайджан	57,4	62,2	55,3	52,8	35,6	29,3	63,8	76,2	3,9	4,4	3	2,9	4,3	4,8	5,4	5,5	3,3	3,5	65,5	74,7
AL	Албанія	56,3	55,9	47,9	71,0	43,3	42,1	20,6	20,1	3,9	4,2	2,6	2,7	2,9	3,3	4,4	4,3	2,7	2,6	19,9	21,8
ZM	Замбія	56,1	58,0	41,9	77,0	28,7	30,6	17,5	18,3	5,6	5,3	2,4	2,4	2,6	3,1	5,8	6	2,8	2,3	15,9	17,4
MZ	Мозамбік	55,6	61,7	43,9	65,3	55,4	69,1	41	41,6	2,8	2,9	2,4	2,6	3,2	3,6	4,6	4,8	3,3	3,1	17,0	18,6
NG	Нігерія	55,5	62,3	28,4	90,0	36,7	33,7	56,4	55,8	4,1	4,6	4,2	4,2	5,2	5,4	4,9	5,6	3,2	2,5	292,7	315,4
BW	Ботсвана	55,5	70,6	49,1	40,9	28,5	38,8	56	46,2	5,7	5,3	2,4	2,6	3,7	3,9	5,3	5,7	3,9	3,7	25,7	26,5
GH	Гана	55,3	51,2	42,8	83,3	66,2	71	38,5	42,6	4,2	4,3	2,9	3	3,6	4	5,3	5,7	2,8	2,2	31,3	34,3
MN	Монголія	55,3	68,3	34,8	67,9	66,3	65,7	64,9	64,3	5	4,1	1,9	2	3,1	3,5	4,8	5,1	2,6	2,8	8,4	9,4
DZ	Алжир	54,8	51,5	39,9	85,3	24,2	27,6	51,7	51,4	2,8	2,3	3,9	4	5	5,2	3,1	3,4	2,2	2,3	224,7	233,1

Продовження табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
LK	Шрі-Ланка	54,5	50,4	46,5	74,7	42,5	38,8	31,6	27,6	4,2	4,3	3,5	3,6	4	4,3	4,9	5,2	3,5	3,5	81,3	92,0
SN	Сенегал	54,1	42,4	46,0	87,1	38,3	44,1	20,4	24	4,1	3,7	2,6	2,6	2,9	3,4	5,1	5,4	2,6	2,1	20,6	21,7
PK	Пакистан	53,3	47,6	38,0	88,8	22,2	22,1	13,9	12,1	4,8	4,3	4,6	4,6	4,5	4,7	4,3	5,1	3,2	2,8	410,0	439,6
CI	Кот Дівуар	52,5	50,1	42,0	74,1	41	34,3	52,6	43,5	3,5	3,6	2,7	2,8	3,8	4	5,5	5,8	3,3	3,3	32,2	34,0
TJ	Суринам	51,6	53,4	38,0	48,5	59,9	61,2	64,7	72,5	3,9	3,7	1,3	1,3	2,6	3,2	3,9	4,3	2,9	2,8	4,1	4,4
MR	Мавританія	51,4	44,8	33,9	91,7	59	64,9	59	57,7	3,4	3,6	1,6	1,7	2,8	3,2	3,8	3,4	2,5	2,5	5,9	6,2
IN	Індія	51,3	66,1	54,8	61,1	24,3	30,3	21,2	24	4,4	4,4	5,9	6	6	6,2	5	5,2	4,2	3,7	2989,0	3288,0
KN	Камбоджа	50,6	52,1	45,0	57,4	68,3	68,8	68,3	56,3	5	4,7	2,7	2,8	3,8	4,1	4,9	5,1	3,6	3,5	25,9	28,2
SK	Сирія	50,4	47,0	40,8	72,4	39	35,5	39	33,4	3,5	3,5	3,4	3,5	4,2	4,4	3,2	3,4	2,5	2,5	87,1	94,4
ZW	Зімбабве	50,2	54,2	32,6	73,3	45,4	64,2	45,4	51,9	1,5	2,4	1	1	2	2,6	3,6	3,2	1,9	1,7	2,2	2,2
VN	В'єтнам	49,9	55,4	90,7	37,4	82,5	93,1	78,2	79,5	4,3	4,3	4,1	4,3	5,2	5,5	4,2	4,4	3,1	2,9	221,4	240,4
KE	Кенія	48,0	56,6	23,2	75,2	42	42,6	25,7	26	4,4	4,1	3,3	3,3	3,7	4	5	5,4	3,4	3,0	58,9	60,4
ML	Малі	47,6	45,1	35,3	72,6	31,8	37,1	26,6	27,3	4,1	3,7	2,2	2,3	2,8	3,3	3,8	4,4	2,5	2,6	13,5	15,0
CM	Камерун	45,8	48,9	27,8	71,0	26,7	26,7	24,7	25,3	3,8	3,7	2,9	3	3,4	3,8	5,2	5,3	2,5	2,6	39,4	41,7
UG	Уганда	45,7	43,6	37,3	63,2	34,9	33	13,7	17,1	5,1	5	2,8	3	2,9	3,5	5,8	6,2	2,4	2,2	29,0	36,9
MW	Малаві	45,2	55,7	36,6	42,3	65,9	65,4	27,2	28,3	3,5	3,7	2,2	3,2	2,6	2,3	5	5,1	2,8	2,5	10,5	11,4
BJ	Бенія	43,8	49,1	26,4	64,1	30,5	27,5	19,7	14,3	3,9	3,7	2,2	2,3	2,5	2,8	4,6	4,8	2,8	2,5	12,1	13,0
TD	Чад	43,7	42,7	27,7	45,2	31,8	31,1	53,7	51,2	2,9	2,9	2,1	2,2	3,3	3,7	3,3	3,9	2,4	2,4	15,9	16,1
ET	Ефіопія	42,8	42,3	28,9	67,0	30,9	22,9	11,3	8,1	3	3,1	3,4	3,4	3,2	3,5	3,7	3,7	2,8	2,5	62,2	71,0
MG	Малагаскар	41,8	40,6	30,4	63,1	36,3	38,7	24,1	24,1	3,4	3,3	2,5	2,5	2,9	3,4	4,5	4,8	2,6	2,5	18,1	19,7
TZ	Танзанія	39,8	42,6	27,2	63,8	32,3	30,6	18,8	17,3	4,3	4,1	3,2	3,2	3,4	3,7	4,8	5,2	2,8	2,9	48,9	53,7
BD	Бангладеш	39,7	34,7	22,4	69,0	24,6	32,8	16,9	22,2	3,2	3,4	4,1	4,2	4,2	4,7	4,3	4,8	2,5	2,4	206,7	224,9
NP	Непал	38,9	37,7	27,1	55,9	23,8	31,4	13,6	13,1	3,3	3,4	2,8	2,9	2,8	3,3	3,2	3,6	2	1,8	29,0	31,6
TJ	Таджикистан	38,0	40,8	35,8	61,2	64,4	51,4	52,9	37,6	4,1	3,7	2,2	2,3	3,1	3,4	3,9	4,3	2,6	2,8	11,8	11,3
BI	Бурунді	30,5	53,1	28,6	47,6	18,4	35	18,4	3	3	3,1	1,3	1,4	1,6	1,2	3,6	3,9	2,4	2,1	2,9	3,1

Імпорт і Експорт усіх товарів та послуг країни, що вираховуються як відсоток від ВВП за відповідний рік.

Обмеження капіталопотоку — вливання та витікання капіталу в країну чи з країни (1 — присутні великі обмеження законом, 7 — майже вільні умови).

Обсяг внутрішнього ринку є сумою ВВП плюс вартість імпортованих товарів і послуг — вартість експортованих товарів та послуг (нормалізованих по шкалі 1–7, де 1 — найнижчий показник, 7 — найвищий).

Обсяг зовнішнього ринку є вартістю експорту товарів та послуг (нормалізованих по шкалі 1–7, де 1 — найнижчий показник, 7 — найвищий).

Рівень іноземної власності є власністю іноземних компаній в країні дослідження (1 — рідке та обмежене, 7 — часте).

«Виток мізків» — це усереднене значення, де 1 — означає, що найсвітліші та найталановитіші люди залишають рідну країну з надією облаштуватися в іншій, а 7 — відповідно залишаються.

ВВП — оцінюється вартістю купівельної спроможності в міжнародних доларах.

ЯКІСНИЙ АНАЛІЗ ВПЛИВУ КРИЗОВИХ ЯВИЩ НА ПРОЦЕСИ ГЛОБАЛІЗАЦІЇ

Оцінювання впливу економічної кризи на процеси глобалізації виконано для групи країн Великої двадцятки, яка включає найпотужніші країни світу за економічним розвитком (Велика вісімка), за географічним положенням (усі континенти світу), за політико-економічними системами (ліберальний капіталізм, державний капіталізм, державний комунізм). Для проведення дослідження побудовано табл. 2.

У стовпчиках 2–6 табл. 2 представлено зміну рейтингів країн у 2009 році в порівнянні з 2008 роком по головному, економічному, соціальному та політичному індексах [1, 2]. У стовпчиках 7–14 табл. 2 представлено зміни деяких головних індикаторів (у відсотках), що впливають на глобалізацію до початку глобальної економічної кризи (2007 р.) і в перший рік її плинну (2009 р.) (табл. 1, [3, 4]).

До групи країн, що досліджуються (Велика двадцятка) умовно включимо й Україну, виходячи з наступних міркувань. По-перше, тому, що в цьому дослідженні нам важливо отримати порівняльні характеристики глобалізації для України в групі найрозвиненіших країн світу. По-друге, тому, що за методологією КОФ Україна, протягом трьох останніх років обіймала досить високі місця в порівнянні з іншими країнами Великої двадцятки (50-те в 2007 році, 42-ге в 2008 році, 47-ме в 2009 році).

З табл. 2 видно, що в результаті впливу економічної кризи більшість країн Великої двадцятки зазнали суттєвого зниження ВВП. Найбільших втрат ВВП зазнали: Мексика (–25,4%), Великобританія (–20,4%), Туреччина (–36%) та Росія (–28,0%). Найбільшого спаду економіки зазнала Україна (ΔВВП = –55,9%). Зберегти ВВП на докризовому рівні вдалося США (ΔВВП = –0,46%), Південній Африканській Республіці (ΔВВП = –0,21%), Індонезії (ΔВВП = –0,97%). У той же час Китай, Японія, Індія навіть змогли наростити ВВП від 2,9% (Індія) до 9,1% (Китай).

Таблиця 2. Вплив економічної кризи на глобалізаційні властивості країн Великої двадцятки та України

Країна	Рейтинг звуження глобалізації	ΔГоловний індекс	ΔЕкономічний індекс	ΔСоціальний індекс	ΔПолітичний індекс	ΔІмпорт (%)	ΔЕкспорт (%)	ΔОбмеження капіталопотоку (%)	ΔОбсяг внутрішнього ринку (%)	ΔОбсяг зовнішнього ринку (%)	ΔОбсяг іноземної власності (%)	Δ «Виток мізків» (%)	ΔВВП (%)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Канада	1	7	-3	-4	39	1,2	0	-8,9	0	1,7	0	-3,9	-6,14
Австралія	2	-5	15	-21	3	8,7	14,8	-4	0	5,5	1,7	12,1	-10,3
Мексика	3	-5	-22	-3	-12	-12,7	-14,8	-10,2	1,8	1,6	1,72	2,94	-25,4
Україна	4	-5	-16	-16	-12	18,6	14,2	-19,3	0	5,66	2,7	6,6	-55,9
ПАР	5	-6	-14	-21	-4	9,8	10,7	2,7	12,2	5,5	1,85	0	0,21
Франція	6	-7	-5	-16	0	1,38	-0,75	-12,5	0	3,27	-1,81	-2,5	-8,27
Італія	7	-10	-6	-19	2	-0,34	-1,04	15,7	0	1,66	4,65	9,67	-9,71
Німеччина	8	-11	-3	-10	-8	0,73	1,05	-8,77	0	1,51	5,26	4,34	-12,9
Корея	9	-13	-17	-23	-14	17,1	13,7	-16,2	1,85	3,22	5,55	2,3	-16,1
Аргентина	10	-14	-24	-25	4	0,49	1,23	-3,33	0	5,66	-1,06	0	-8,96
США	11	-16	2	-32	-7	3,95	8,46	-12,5	0	1,49	3,63	2,5	0,46
Японія	12	-19	-24	-31	3	8,09	-1,72	-8,33	1,61	-1,61	2,22	4	2,77
Великобританія	14	-20	-2	-12	-72	7,8	10,38	-5,66	0	1,63	1,66	-4,34	-20,4
Туреччина	15	-25	-19	-61	-2	1,75	3,76	-9,8	0	3,63	12,5	3,03	-33,8
Бразилія	16	-27	-17	-30	-1	13,3	2,79	15,3	0	3,5	0	0	-8,84
Росія	17	-28	-19	-31	-39	0,45	3,19	0	0	3,22	-5,71	12,5	-28
Індонезія	18	-34	-14	-36	-8	11,53	1,34	-5,76	1,96	3,57	8,62	6,12	0,097
Індія	19	-41	-19	-41	-6	19,8	11,66	0	1,66	3,22	3,84	-13,5	2,09
Китай	20	-48	-17	-54	-28	-13,3	-9,52	-6,45	1,53	0	0	0	9,1

Важливо зазначити, що спад ВВП не став визначальним фактором для зниження глобалізаційних властивостей країн світу. Так, найменш вразливою країною світу до економічної кризи, з точки зору втрати глобалізаційних властивостей, виявилася Канада. Вона, втративши ВВП на 6,14%, навіть, на сім пунктів піднялася у рейтингу найглобалізованіших країн світу за індексом KOF, зберігши при цьому на рівні попередніх років свій експортно-імпортний баланс, об'єми внутрішнього та зовнішнього ринків, рівень іноземної власності, внутрішній валовий продукт.

Падіння у рейтингу KOF від п'яти до семи пунктів на початковому етапі економічної кризи зазнали: Австралія (-5), Мексика (-5), Україна (-5), Південно-Африканська республіка (-6), Франція (-7). При цьому Австралія, втративши ВВП на 10,3%, суттєво покращила свій експортно-імпортний баланс, у той час, як інші країни цієї групи зберегли його на попередньому рівні, крім України, для якої він помітно погіршився. Для України також спостерігається суттєве (на 19,3%) обмеження капіталопотоку.

З іншого боку, найбільшого «витоку мізків» зазнали Канада (–3,9%), Австралія (–12,1%) переважно США, в той час, як Україна мала приріст інтелектуального потенціалу на 6,6%. Втрати ВВП для Франції склали 8,27%. Інші показники для країн цієї групи залишилися без особливих змін на початковому етапі економічної кризи.

До групи країн із потужними економіками, які зазнали падіння індексу глобалізації з 10 до 20 пунктів відносяться: Італія (–10), Німеччина (–11), Південна Корея (–13), Аргентина (–14), США (–16), Японія (–19), Великобританія (–20). Серед них США і Великобританія зберігають досить високий позитивний баланс експорту-імпорту, в той час, як Японія і Південна Корея його суттєво погіршили. Досить велике падіння ВВП (–16,1%) і суттєве обмеження капіталопотоку (–16,2%) продемонструвала Південна Корея. Значне падіння ВВП відбулося в Німеччині (–12,9%) і Аргентині (–8,96%). Усі країни цієї групи зберегли на рівні попередніх років свої внутрішні та зовнішні ринки, і рівні іноземної власності. Великобританія зазнала майже 5%-го «витоку мізків» переважно в США.

Суттєві зміни на початку економічної кризи відбулися в країнах БРІК групи, Туреччині та Індонезії. Ці країни не мали суттєвого падіння ВВП (крім Туреччини та Росії), але вони зазнали падіння індексу глобалізації КОФ із 25 до 48 пунктів (Туреччина (–19), Бразилія (–27), Росія (–28), Індонезія (–34), Індія (–41), Китай (–48)). Вони в основному зберегли свої внутрішні та зовнішні ринки, але, за виключенням Туреччини і Росії — суттєво погіршили свій експортно-імпортний баланс. При цьому Туреччина та Індонезія значно збільшили присутність іноземного капіталу у своїх країнах. Рекордно високий «виток мізків» продемонструвала Індія (–13,5%), тоді як Росія за цей час змогла покращити умови для збереження інтелектуального капіталу на 12,5%.

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КРИЗОВИХ ЯВИЩ НА ПРОЦЕСИ ГЛОБАЛІЗАЦІЇ НА ОСНОВІ БСА

З'ясуємо залежності між зміною рейтингу КОФ та зміною рейтингів його складових за допомогою кореляційного аналізу [5]. Для цього побудовано табл. 3 відповідних парних кореляцій для даних табл. 2.

Таблиця 3. Коефіцієнти парної кореляції зміни рейтингу КОФ та його складових

Показники	Головний індекс	Економічний індекс	Соціальний індекс	Політичний індекс
Головний індекс	1,00	0,43	0,79	0,45
Економічний індекс	0,43	1,00	0,36	0,06
Соціальний індекс	0,79	0,36	1,00	0,11
Політичний індекс	0,45	0,06	0,11	1,00

На основі даних табл. 3 можна сформулювати загальну тенденцію зміни рейтингу індексу КОФ, яка полягає у тому, що між ним та соціальною складовою спостерігається сильний статистичний зв'язок, економічна та соціальна складові мають середній вплив на загальний індекс. Зважаючи на

те, що середнє падіння рейтингу індексу КОґ складає приблизно 17 пунктів, можна стверджувати, що це падіння зумовлене передусім обмеженням соціального виміру глобалізації.

Також можна помітити, що ступінь статистичного зв'язку між соціальною та економічною складовими близький до середнього рівня (коефіцієнт кореляції — 0,36), а політична складова є незалежною від соціальної та економічної складової (відповідні коефіцієнти кореляції — 0,06 та 0,11).

Аналогічно дослідимо залежності між змінами показників з табл. 2 між собою. Відповідні коефіцієнти кореляції зведено в табл. 4.

Таблиця 4. Коефіцієнти парної кореляції зміни головних індикаторів, що впливають на індекс глобалізації

Показник, %	ΔІмпорт (%)	ΔЕкспорт (%)	ΔОбмеження капіталопотоку (%)	ΔОбсяг внутрішнього ринку (%)	ΔОбсяг зовнішнього ринку (%)	ΔОбсяг іноземної власності (%)	Δ«Виток мізків» (%)	ΔВВП (%)
ΔІмпорт	1,00	0,81	0,15	0,18	0,35	0,24	-0,25	0,17
ΔЕкспорт	0,81	1,00	0,03	0,17	0,50	0,17	-0,09	0,01
ΔОбмеження капіталопотоку	0,15	0,03	1,00	0,12	0,20	-0,18	0,12	0,10
ΔОб'єм внутрішнього ринку	0,18	0,17	0,12	1,00	0,27	0,03	-0,13	0,30
ΔОб'єм зовнішнього ринку	0,35	0,50	0,20	0,27	1,00	-0,01	0,06	-0,21
ΔОбсяг іноземної власності	0,24	0,17	-0,18	0,03	-0,01	1,00	0,00	-0,11
Δ«Виток мізків»	-0,25	-0,09	0,12	-0,13	0,06	0,00	1,00	-0,31
ΔВВП	0,17	0,01	0,10	0,30	-0,21	-0,11	-0,31	1,00

Як видно з табл. 4, зміни імпорту та експорту знаходяться у великій статистичній залежності, а зміни об'єму зовнішнього ринку та експорту — мають статистичну залежність середнього рівня. З огляду на це, є сенс у проведенні факторного аналізу з метою виявлення незалежних факторів [6].

Згідно із критерієм Кайзера [7] (табл. 5), достатньо розглянути три головні фактори з власними значеннями, більшими за

Таблиця 5. Таблиця власних значень

Номер фактора	Власне значення	Відсоток загальної дисперсії	Накопичений відсоток загальної дисперсії
1	2,35	29,35	29,35
2	1,50	18,74	48,09
3	1,31	16,39	64,48
4	0,89	11,15	75,63

значеннями, більшими за одиницю. При цьому відсоток загальної дисперсії складає близько 76%.

У табл. 6 представлено дані про навантаження вихідних змінних (питома зміна головних індикаторів) на результуючі фактори. Виходячи з цієї таблиці

впливає, що в перший фактор входять зміни імпорту, експорту й об'єму зовнішнього ринку, другий фактор пов'язано зі зміною «витоку мізків» та ВВП, третій фактор — зі зміною обсягів іноземної власності.

Таблиця 6. Матриця факторних навантажень

Показник, %	Фактор 1	Фактор 2	Фактор 3
ΔІмпорт	0,89	0,02	0,17
ΔЕкспорт	0,88	-0,20	0,14
ΔОбмеження капіталопотоку	0,21	-0,01	-0,74
ΔОбсяг внутрішнього ринку	0,45	-0,36	-0,28
ΔОбсяг зовнішнього ринку	0,63	-0,42	-0,32
ΔОбсяг іноземної власності	0,23	-0,21	0,64
Δ«Виток мізків»	-0,26	-0,64	-0,31
ΔВВП	0,18	0,84	-0,10

На рис. 1 та 2 зображено розподіл країн у факторному просторі. Також на них зображено результати кластеризації країн за допомогою метода К-середніх [8]. Розглянемо ці кластери.

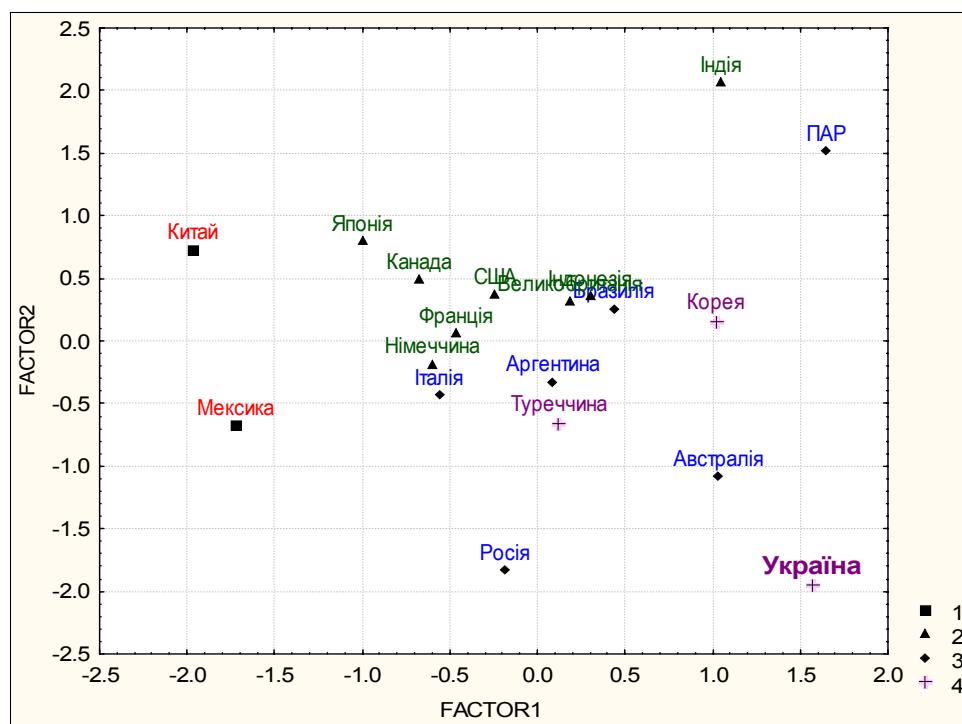


Рис. 1. Розподіл країн у просторі першого та другого факторів за допомогою методу головних компонент

Перший кластер: Китай та Мексика характеризується показниками першого фактора багато нижчими за середні.

Другий кластер, в який входять Великобританія, США, Канада, Німеччина, Франція, Японія, Індія та Індонезія, складають країни, які мають показники першого фактора в межах стандартного відхилення. За другим і третім фактором вони утворюють компактний кластер за виключенням Індії.

Третій кластер (Аргентина, Австралія, Бразилія, Італія, Росія, ПАР) мають значення першого фактора, вищі від середнього, за другим фактором займають весь діапазон, а за третім фактором — найбільші показники.

Четвертий кластер, у який входять Туреччина, Корея та Україна, характеризується значеннями першого фактора, вищими від середніх, за другим фактором — досить широкий діапазон значень, нижчих від середніх значень. За третім фактором — найнижчі показники.

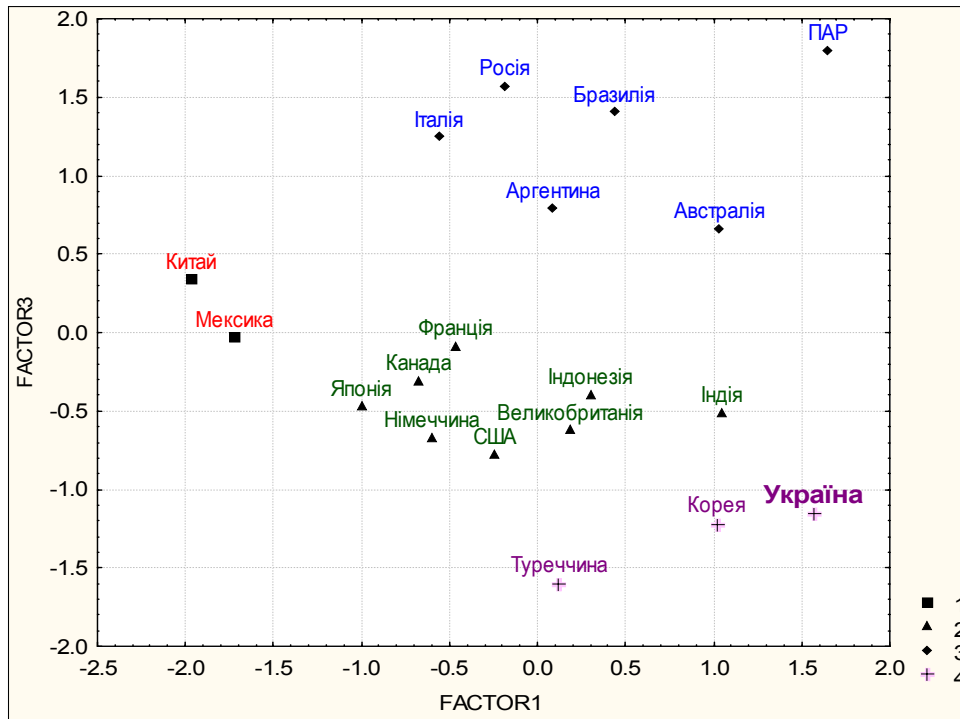


Рис. 2. Розподіл країн у просторі першого та третього факторів за допомогою методу головних компонент

Можна стверджувати, що зміна положення України в рейтингу індексу глобалізації буде близькою до країн четвертого кластера. Україна за першим і третім фактором має найбільші значення в цьому кластері, а за другим фактором — найнижчі показники.

З огляду на зміст факторів (табл. 6) сформуємо тенденцію зміни показників глобалізації для окремих кластерів. Відносно країн першого кластера можна сказати, що не зважаючи на значну різницю в прирості зміни ВВП та показника, «виток мізків» спостерігається найбільше скорочення зовнішніх ринків та обсягів імпорту й експорту, але за змінами рівня іноземної власності ці країни мають середні та вищі від середніх показники.

Для другого кластера, який складають найрозвиненіші країни, характерним є зміна всіх показників у межах стандартного відхилення, що свідчить про сталу тенденцію глобалізації для цих країн.

Для третього кластера, не зважаючи на значні відмінності в рівнях зміни ВВП, спостерігається тенденція пов'язана з ростом рівня іноземної власності та обсягів зовнішніх ринків та імпорту-експорту (перенесення в ці країни великих виробництв у зв'язку з дешевою робочою силою та сприятливими умовами для бізнесу).

Для України, як і для інших країн, що входять у четвертий кластер, є характерним збільшення обсягів зовнішніх ринків та імпорту-експорту на фоні суттєвого зниження ВВП та обсягів іноземної власності. Це означає,

що Україна за умов погіршення економіки здійснює розширення зовнішніх ринків завдяки продажу національних активів (необґрунтована приватизація національних активів, штучне створення зовнішніх ринків в офшорних зонах та інше).

У табл. 7 наведено коефіцієнти парної кореляції зміни головних індикаторів, що впливають на індекс глобалізації, та зміни складових індексу КОФ. З цієї таблиці видно, що на зростання економічної складової індексу КОФ впливають зростання обсягів експорту, зменшення об'єму внутрішнього ринку та зростання «витоку мізків». На зростання соціальної складової — зростання обмеження капіталопотоку та зменшення обсягів іноземної власності, що впливає на інтенсивність тимчасової міграції населення. Зростання політичної складової пов'язано зі зростанням обсягів зовнішнього ринку та власного ВВП країни.

Таблиця 7. Коефіцієнти парної кореляції зміни головних індикаторів, що впливають на індекс глобалізації, та зміни складових індексу КОФ

Показники, %	Економічний індекс	Соціальний індекс	Політичний індекс
ΔІмпорт	0,02	-0,03	0,03
ΔЕкспорт	0,35	-0,02	-0,12
ΔОбмеження капіталопотоку	-0,02	-0,10	0,05
ΔОбсяг внутрішнього ринку	-0,19	0,00	0,03
ΔОбсяг зовнішнього ринку	0,07	0,05	0,11
ΔОбсяг іноземної власності	0,00	-0,35	0,13
Δ«Виток мізків»	0,19	0,05	-0,03
ΔВВП	0,12	-0,21	0,23

Застосуємо кореляційний аналіз [5] для головного індексу глобалізації та його економічної, соціальної та політичної складових. Розрахунки парних коефіцієнтів кореляції наведено в табл. 8. Згідно із даними цієї таблиці, можна сказати, що головний індекс глобалізації має високу ступінь кореляції з економічною та соціальною складовою. Ступінь залежності між головним індексом та соціальною складовою наближається до середнього. Також слід зазначити, що між економічною та соціальною складовою спостерігається дуже високий рівень залежності.

Таблиця 8. Коефіцієнти парної кореляції індексу глобалізації та його складових

Індекси глобалізації	Основні показники			
	Головний індекс	Економічний індекс	Соціальний індекс	Політичний індекс
Головний індекс	1,00	0,91	0,89	0,44
Економічний індекс	0,91	1,00	0,83	0,18
Соціальний індекс	0,89	0,83	1,00	0,14
Політичний індекс	0,44	0,18	0,14	1,00

На другому етапі кореляційного аналізу визначимо залежність економічної, соціальної та політичної складових та інших показників із табл. 1 за даними 2009 року. Результати зведено в табл. 9.

Таблиця 9. Коефіцієнти кореляції складових глобалізації та головних показників, що впливають на неї за 2009 рік

Складові глобалізації	Головні показники						
	Імпорт	Експорт	Обмеження капіталопотоку	Обсяг внутрішнього ринку	Обсяг зовнішнього ринку	Рівень іноземної власності	«Виток мізків»
Економічний індекс	0,42	0,51	0,64	0,19	0,36	0,53	0,52
Соціальний індекс	0,39	0,48	0,56	0,27	0,44	0,38	0,61
Політичний індекс	-0,25	-0,20	0,13	0,59	0,55	0,18	0,17

Отже, економічний індекс має середній рівень зв'язку з експортом, обмеженням капіталопотоку, рівнем іноземних інвестицій та «витоком мізків». Для соціального індексу спостерігається середній зв'язок із обмеженням капіталовкладень та «витоком мізків». Для політичного індексу — середній зв'язок із обсягами внутрішнього та зовнішнього ринків.

Таким чином, встановлено, що високий рівень зв'язку між економічним та соціальним індексами частково роз'яснюється їхнім зв'язком середнього ступеня з обмеженням капіталовкладень та «витоком мізків».

На третьому етапі визначимо парний зв'язок між показниками. Відповідні результати зведено в табл. 10.

Таблиця 10. Коефіцієнти парної кореляції показників глобалізації за 2009 рік

Показники	Імпорт	Експорт	Обмеження капіталопотоку	Обсяг внутрішнього ринку	Обсяг зовнішнього ринку	Рівень іноземної власності	«Виток мізків»
Імпорт	1,00	0,83	0,26	-0,33	-0,15	0,24	0,06
Експорт	0,83	1,00	0,34	-0,15	0,14	0,25	0,32
Обмеження капіталопотоку	0,26	0,34	1,00	0,14	0,24	0,72	0,50
Обсяг внутрішнього ринку	-0,33	-0,15	0,14	1,00	0,91	0,14	0,44
Обсяг зовнішнього ринку	-0,15	0,14	0,24	0,91	1,00	0,19	0,56
Рівень іноземної власності	0,24	0,25	0,72	0,14	0,19	1,00	0,40
«Виток мізків»	0,06	0,32	0,50	0,44	0,56	0,40	1,00

Можемо спостерігати високий рівень кореляції між парами: імпорту-експорт, об'єми внутрішнього та зовнішнього ринків, рівень іноземних інвестицій та обмеження капіталопотоку. Також спостерігається середній зв'язок між «витоком мізків», із одного боку, та обмеженням капіталопотоку та об'ємом зовнішнього ринку, з іншого.

Факторний аналіз показників глобалізації почнемо з визначення достатньої кількості головних компонент. Необхідні для цього дані зведено в табл. 11.

Таблиця 11. Власні значення

Номер головної компоненти	Власне значення	Відсоток загальної дисперсії	Накопичений відсоток загальної дисперсії
1	2,84	40,60	40,60
2	2,21	31,61	72,21
3	1,04	14,92	87,13
4	0,47	6,76	96,9
5	0,26	5,6	97,64
6	0,14	1,94	99,58
7	0,03	0,42	100,00

Узгоджуючи результати, отримані за допомогою використання критеріїв Кайзера [7] і Кеттеля [9] (рис. 3), можна зробити висновок про доцільність розгляду лише трьох головних компонент. При цьому можна буде подати приблизно 87% вихідної дисперсії даних.

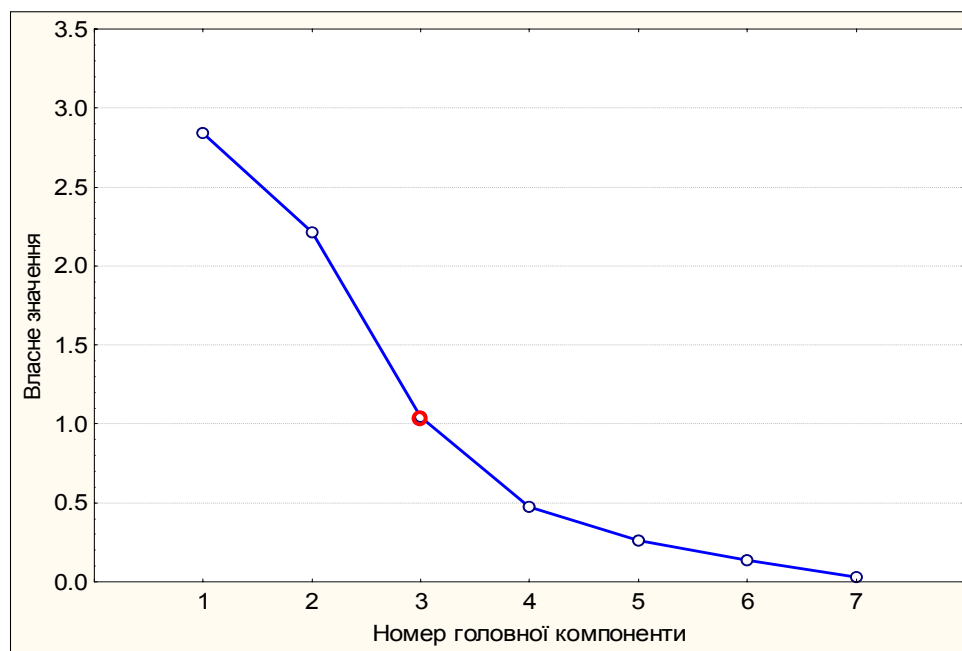


Рис.3. Визначення кількості головних компонент за критерієм Кеттеля

У результаті аналізу матриці факторних навантажень [6] (табл. 12) встановлено, що найбільші навантаження на перший фактор мають обсяги внутрішнього та зовнішнього ринків, на другий фактор — імпорту та експорту, на третій — обмеження капіталопотоку та рівень іноземних інвестицій.

Таблиця 12. Матриця факторних навантажень за 2009 рік

Показник	Фактор 1	Фактор 2	Фактор 3
Імпорт	-0,21	0,92	0,13
Експорт	0,08	0,96	0,16
Обсяг капіталопотоку	0,14	0,20	0,89
Обсяг внутрішнього ринку	0,93	-0,22	0,05
Обсяг зовнішнього ринку	0,97	0,04	0,09
Рівень іноземної власності	0,07	0,10	0,91
«Виток мізків»	0,63	0,21	0,47

Те ж саме можна спостерігати для векторів показників у просторі трьох перших факторів (рис. 4). Тобто, рівень глобалізації країн, в першу чергу, визначається ступенем розвиненості економіки, зокрема обсягами внутрішнього та зовнішнього ринків (40,6%), а також імпортом та експортом (31,6%). Третім фактором, який впливає на рівень глобалізації є свобода економіки, яка визначається обмеженням капіталопотоку та рівнем іноземних інвестицій (14,9%).

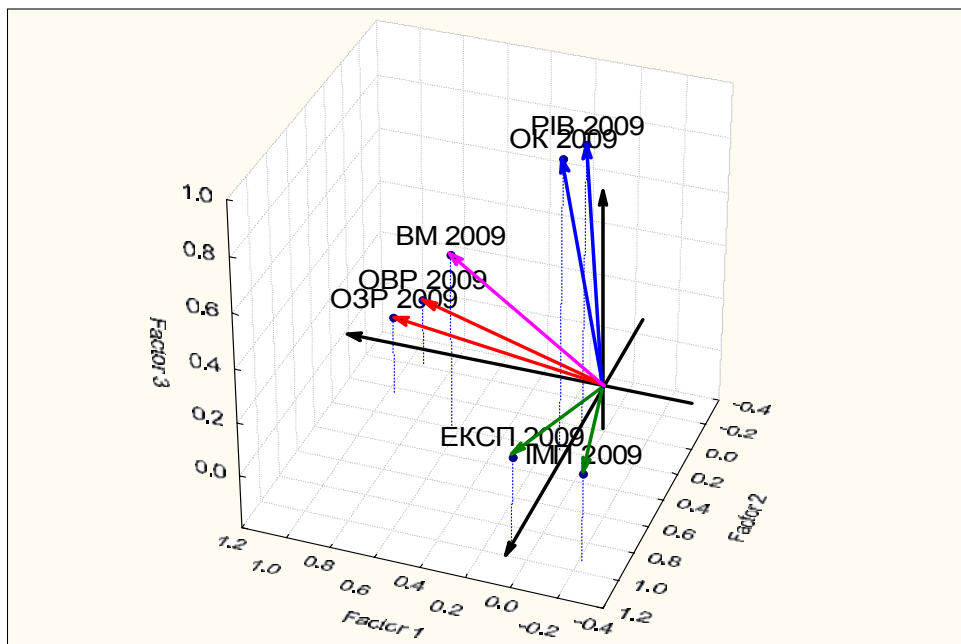


Рис.4. Вектори показників в факторному просторі за допомогою головних компонент

Визначимо значущість показників глобалізації. З [6] відомо, що дисперсію показника X^i можна обчислити за формулою: $D(X^i) = \sum_{j=1}^m p^2_{ij}$, де

$p_{ij} \in P$ — елементи матриці навантажень, m — загальна кількість показників. У той же час, дисперсія, яка відповідає фактору F_j обчислюється як

$$D(F_j) = \sum_{i=1}^m p_{ij}^2 = \lambda_i \quad (\lambda_i \text{ — відповідне фактору } F_i \text{ власне значення [6]).}$$

Нехай, сума нормованих навантажень показників глобалізації на фактори буде рівною частці загальної дисперсії, що відповідає цим факторам:

$$D_i = \frac{\sum_{k=1}^m p_{i,k}^2}{\sum_{j=1}^m \lambda_j}, \text{ де } i = \overline{1, m}, \text{ а } p_{i,k} \in P.$$

Тоді, з урахуванням того, що $\sum_{i=1}^m D_i = 1$, отримаємо вираз для вагових коефіцієнтів, які визначають ступінь значущості показників глобалізації:

$$X^i \rightarrow W^i = \sum_{j=1}^m D_j p_{i,j}^2.$$

Обчислені таким чином числові оцінки значущості показників глобалізації, які зображені на рис. 5, підтверджують отримані раніше результати.

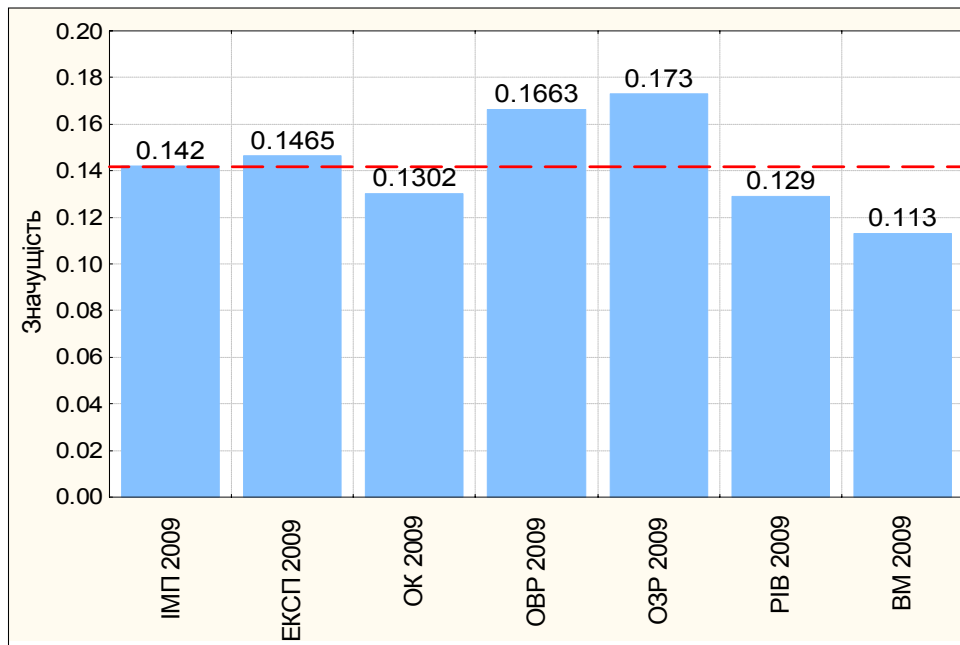


Рис.5. Числові значення значущості показників глобалізації

Результати кластеризації країн у факторному просторі зведено у табл. 13.

Таблиця 13. Результати кластеризації країн

Номер кластера	Країни
1	Словенія, Хорватія, Італія, Литва, Малайзія, Ісландія, Болгарія, Боснія і Герцеговина, Румунія, Україна, Кувейт, Таїланд, Росія, Молдова, Аргентина, Туніс, Казахстан, Саудівська Аравія, Марокко, Єгипет, Киргизія, Філіппіни, Македонія, Китай, Колумбія, Парагвай, Венесуела, Болівія, Мозамбік, Алжир, Суринам, Мавританія, Сирія, Зімбабве, В'єтнам, Чад, Ефіопія, Бангладеш, Непал, Таджикистан
2	Естонія, Кіпр, Мальта, Словаччина, Латвія, Йорданія, Бахрейн, Панама, Ямайка, Маврикій, Уругвай, Коста-Ріка, Ель Сальвадор, Гайана, Домініканська Республіка, Барбадос, Тринідад і Тобаго, Армєнія, Намібія, Гватемала, Грузія, Нікарагуа, Гамбія, Азербайджан, Албанія, Замбія, Ботсвана, Гана, Монголія, Шрі-Ланка, Сенегал, Кот Дівуар, Камбоджа, Кенія, Малі, Камерун, Уганда, Малаві, Бенін, Мадагаскар, Танзанія, Бурунді
3	Бельгія, Ірландія, Нідерланди, Швейцарія, Австрія, Швеція, Данія, Канада, Угорщина, Чехія, Фінляндія, Португалія, Франція, Іспанія, Норвегія, Німеччина, Австралія, Великобританія, Польща, Греція, Чилі, Сполучені Штати Америки, Ізраїль, ОАЕ, Південна Африка, Туреччина, Південна Корея, Катар, Нова Зеландія, Мексика, Перу, Японія, Оман, Бразилія, Індонезія, Нігерія, Пакистан, Індія
4	Люксембург, Сінгапур

Для *першого кластера* є характерним значення третього фактора на рівні нижче середнього, низькому та дуже низькому. Тобто, для цих країн можна спостерігати низький рівень свободи економіки, хоча за першим фактором, який відображає обсяги внутрішнього та зовнішнього ринків, значення займають діапазон від вкрай низького до найвищого рівнів. За обсягами імпорту й експорту ці країни займають положення в межах стандартного відхилення.

Для *другого кластера* характерними є найнижчі та низькі рівні значень першого фактора. Тобто, це країни з нерозвиненою економікою. Хоча за рівнем імпорту та експорту і свободою економіки ці країни займають положення в межах стандартного відхилення.

Третій кластер характеризується високими та найвищими показниками обсягів внутрішнього та зовнішнього ринків. При цьому по імпорту та експорту ці країни займають положення в межах стандартного відхилення, а за показниками, які характеризують свободу економіки — вище середнього, але в межах стандартного відхилення.

Цікавим є *четвертий кластер*, в який входять країни з найвищими обсягами імпорту й експорту. Це відбувається на фоні середніх значень обсягів внутрішнього та зовнішнього ринків і свободи економіки.

ВИСНОВКИ

Із використанням КОФ та МСРБ-методик проведено дослідження впливу кризових явищ на процеси глобалізації на часовому відрізку 2007–2009 років. Проведено дослідження впливу кризи на суспільні та політичні процеси в глобальному і регіональному контекстах. Кризові явища розглядаються в рамках теорії М. Кондратьєва про циклічний характер розвитку світової економіки.

Для групи країн Великої двадцятки проаналізовано переривистий характер залежності індексу глобалізації КОФ від ВВП, індикаторів експорту/імпорту різних країн світу, обмеження їх капіталопотоку, обсягів внутрішнього і зовнішнього ринків, рівня іноземної власності та «витоку мізків» із країни. У цю групу умовно включено й Україну з метою порівняння її характеристик глобалізації з відповідними характеристиками найрозвиненіших країн світу. У факторному просторі за ознаками близькості змін вихідних показників виділено чотири кластери, для яких проведено обширні дослідження із застосуванням багатовимірних статистичних аналізів.

У результаті аналізу впливу вихідних показників на складові індексу глобалізації встановлено, що на зростання економічної складової індексу КОФ впливають зростання обсягів експорту, зменшення об'єму внутрішнього ринку та зростання показника «витоку мізків». На зростання соціальної складової — зростання обмеження капіталопотоку та зменшення обсягів іноземної власності, що впливає на інтенсивність тимчасової міграції населення. Зростання політичної складової пов'язано із зростанням об'ємів зовнішнього ринку та власного ВВП країни.

ЛІТЕРАТУРА

1. *KOF* Індекс глобалізації за 2007, 2008, 2009 роки. — <http://globalization.kof.ethz.ch>.
2. *KOF* Konjunkturforschungsstel der ETH Zurich / Швейцарський Інститут дослідження бізнесу. — *KOF* Konjunkturforschungsstel, 2008. — <http://www.kof.ch/globalization>.
3. *World Economic Outlook Database-April 2008*, International Monetary Fund. IMF
4. *CIA Report 2008, 2009*. CIA ORG.
5. Айвазян С.А. и др. Прикладная статистика: Исследование зависимостей: Справ, изд. / С.А. Айвазян, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин; Под ред. С.А. Айвазяна. — М.: Финансы и статистика, 1985. — 487 с.
6. *Jolliffe I.T. Principal Component Analysis*, Series: Springer Series in Statistics, 2nd ed. — NY: Springer, 2002. — 487 p.
7. *Kaiser H.F.* The application of electronic computers to factor analysis // *Educational and Psychological Measurement*, 1960, 20. — P. 141–151.
8. *Hartigan J.A. and Wong M.A.* (1979). A K-Means Clustering Algorithm. *Applied Statistics* 28 (1). — P. 100–108.
9. *Cattell R.B.* The scree test for the number of factors // *Multivariate Behavioral Research*, 1966, 1. — P. 245–276.

Надійшла 12.11.2009

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Е.В. МОСКАЛЕВА

Предложена математическая модель расчета термонапряженного состояния оболочечных конструктивных элементов в виде уточненной теории анизотропных оболочек, построенной методом гипотез. Исследуется термонапряженное состояние конструктивного оболочечного элемента с учетом полученных экспериментальных данных.

В работе приводится математическая модель расчета термонапряженного состояния оболочечных конструктивных элементов в виде уточненной теории анизотропных оболочек, построенной методом гипотез. Эту теорию можно рассматривать как второе приближение при решении краевой задачи пространственной теории упругости методом взвешенных невязок [1].

Цель работы — предложить математическую модель оценивания термонапряженного состояния конструктивного элемента спускаемого аппарата (СА) в виде цилиндрической оболочки из реального теплозащитного материала. С учетом фактического распределения температуры в слое теплозащитного покрытия в процессе спуска аппарата с орбиты в плотных слоях атмосферы.

Теплозащитный материал (ТЗМ) представляет собой стеклотекстолит из кремнеземных тканей на основе фенолформальдегидного связующего (ФФС) со стандартным соотношением объемов наполнителя и матрицы: 67 и 33 % [2].

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УТОЧНЕННОЙ ТЕОРИИ АНИЗОТРОПНЫХ ОБОЛОЧЕК

Оболочка рассматривается как анизотропное упругое тело, имеющее в каждой точке плоскость упругой симметрии, касательную к поверхности $z = \text{const}$. Со срединной поверхностью оболочки связана система ортогональных криволинейных координат α_1, α_2 и z , причем координатная линия z направлена перпендикулярно к срединной поверхности. Предполагается отсутствие объемных сил и не учитываются члены порядка $k_i h$ по сравнению с единицей.

На лицевых поверхностях оболочки заданы статистические граничные условия

$$\sigma_{i3}^{\pm} = q_i^{\pm}, \quad i = \overline{1,3} \quad \text{при } z = \pm h/2, \quad (1)$$

где $q_i = q_i(\alpha_1, \alpha_2)$.

Для приведения краевой задачи трехмерной теории упругости к двумерной введем следующие гипотезы:

- статистические: поперечные касательные σ_{13} и σ_{23} , и нормальное σ_{33} напряжения распределены по толщине оболочки по закону полинома соответственно четвертой и пятой степени от координаты z , т.е.

$$\sigma_{i3} = \frac{m_i}{h} + \frac{q_i z}{h} \left(\varphi_i + \psi_i \frac{z}{h} + \chi_i \frac{z^2}{h^2} \right) \left(1 - \frac{4z^2}{h^2} \right), \quad i=1,2;$$

$$\sigma_{33} = \frac{m_3}{h} + \frac{q_3 z}{h} \left(\varphi + \psi \frac{z}{h} + \chi \frac{z^2}{h^2} + \delta \frac{z^3}{h^3} \right) \left(1 - \frac{4z^2}{h^2} \right);$$

- кинематические: тангенциальные u_1 и u_2 , и нормальная u_3 составляющие вектора перемещения являются полиномами соответственно пятой и четвертой степени от координаты z .

Представим напряжения и перемещения в виде линейных комбинаций полиномов Лежандра, т.е.

$$\sigma_{i3} = \sum_{k=0}^4 \sigma_{i3}^{(k)} P_k, \quad u_i = \sum_{k=0}^5 u_i^{(k)} P_k, \quad i=1,2;$$

$$\sigma_{33} = \sum_{k=0}^4 \sigma_{33}^{(k)} P_k, \quad u_3 = \sum_{k=0}^5 u_3^{(k)} P_k.$$

В принятых выражениях $\varphi_i, \psi_i, \chi_i, \varphi, \psi, \chi, \delta, u_i^{(k)}$ — функции координат α_1 и α_2 ; h — толщина пластины; $P_k(\zeta)$ — полиномы Лежандра; $\zeta = 2z/h$; $q_i = q_i^+ - q_i^-$; $m_i = (q_i^+ - q_i^-)h/2$.

С учетом введенных гипотез примем для потенциальной энергии деформации:

$$V = \frac{h}{2} \iint_S \sum_{i,j=1}^3 \left(\left[\sigma_{ij}^{(0)} e_{ij}^{(0)} + \frac{1}{3} \sigma_{ij}^{(1)} e_{ij}^{(1)} + \frac{1}{5} \sigma_{ij}^{(2)} e_{ij}^{(2)} + \frac{1}{7} \sigma_{ij}^{(3)} e_{ij}^{(3)} \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{9} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{5} \sigma_{ij}^{(4)} e_{ij}^{(4)} \right) A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2 \quad (2)$$

(по каждой паре индексов суммирование производится только один раз), где $\sigma_{ij}^{(0)}$ и $\sigma_{ij}^{(1)}$ — не самоуравновешенные по толщине оболочки составляющие напряжений в их разложениях в ряды полиномам Лежандра:

$\sigma_{ij} = \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_{ij}^{(k)} P_k(\zeta)$, где $\zeta = 2z/h$; $\sigma_{ij}^{(k)}$ ($k \geq 2$) — самоуравновешенные составляющие напряжений.

Введем в рассмотрение интегральные величины напряжений

$$(T_1, M_1, \tilde{T}_1, \tilde{M}_1) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{11}(1, z, P_2, P_3) dz,$$

$$\begin{aligned}
 (T_2, M_2, \tilde{T}_2, \tilde{M}_2) &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{22}(1, z, P_2, P_3) dz, \\
 (S, H, \tilde{S}, \tilde{H}) &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{12}(1, z, P_2, P_3) dz, \\
 (Q_1, R_1, \tilde{Q}_1) &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{13}(1, z, P_2) dz, \\
 (Q_2, R_2, \tilde{Q}_2) &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{23}(1, z, P_2) dz, \\
 T_0 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{33} dz, \quad M_0 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{33} z dz.
 \end{aligned}$$

Здесь и всюду далее не учитываются члены порядка $k_i h$ по сравнению с единицей.

Очевидны следующие равенства:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{ii}^{(0)} &= \frac{T_i}{h}, \quad \sigma_{ii}^{(1)} = \frac{6M_i}{h^2}, \quad \sigma_{ii}^{(2)} = \frac{5\tilde{T}_i}{h}, \quad \sigma_{ii}^{(3)} = \frac{7\tilde{M}_i}{h}, \quad i=1,2, \\
 \sigma_{12}^{(0)} &= \frac{S}{h}, \quad \sigma_{12}^{(1)} = \frac{6H}{h^2}, \quad \sigma_{12}^{(2)} = \frac{5\tilde{S}}{h}, \quad \sigma_{12}^{(3)} = \frac{7\tilde{H}}{h}, \\
 \sigma_{i3}^{(0)} &= \frac{Q_i}{h}, \quad \sigma_{i3}^{(1)} = \frac{6R_i}{h}, \quad \sigma_{i3}^{(2)} = \frac{5\tilde{Q}_i}{h}, \quad i=1,2, \\
 \sigma_{33}^{(0)} &= \frac{T_0}{h}, \quad \sigma_{33}^{(1)} = \frac{6M_0}{h^2}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Используя полученные формулы и граничные условия (1), находим

$$\sigma_{i3}^{(3)} = \frac{q_i}{2} - \frac{6R_i}{h^2}, \quad \sigma_{i3}^{(4)} = \frac{1}{h}(m_i - Q_i - 5\tilde{Q}_i), \quad i=1,2.$$

Аналогично получаем

$$\sigma_{i3}^{(4)} = \frac{m_3 - T_0}{h} - \sigma_{33}^{(2)}, \quad \frac{6R_i}{h^2}, \quad \sigma_{33}^{(5)} = \frac{q_3}{2} - \frac{6M_0}{h^2} - \sigma_{33}^{(3)}.$$

Представляя компоненты деформации также в виде разложений в ряды по полиномам Лежандра $e_{ij} = \sum_{k=0}^{\infty} e_{ij}^{(k)} P_k(\zeta)$ непосредственным вычислением находим

$$e_{11}^{(k)} = \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_1^{(k)}}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} u_2^{(k)} + k_1 u_3^{(k)},$$

$$e_{22}^{(k)} = \frac{1}{A_2} \frac{\partial u_2^{(k)}}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} u_1^{(k)} + k_2 u_3^{(k)},$$

$$w_{1z}^{(k)} = \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_2^{(k)}}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} u_1^{(k)}, \quad w_{2z}^{(k)} = \frac{1}{A_2} \frac{\partial u_1^{(k)}}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} u_2^{(k)},$$

$$e_{12}^{(k)} = w_{1z}^{(k)} + w_{2z}^{(k)} \quad (k = \overline{0, 5}).$$

Используя зависимости

$$e_{13} = \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_1} - k_1 u_1 + \frac{\partial u_1}{\partial z},$$

$$e_{23} = \frac{1}{A_2} \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_2} - k_2 u_2 + \frac{\partial u_2}{\partial z},$$

$$e_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial z},$$

а также формулу $\frac{dP_k}{dz} = \frac{2}{h}(2k-1)P_{k-1} + \frac{dP_{k-2}}{dz}$, получаем следующие выражения для компонент деформации $e_{13}^{(k)}$ и $e_{33}^{(k)}$:

$$e_{13}^{(0)} = \varepsilon_{13}^* + \frac{2}{h}(u_1^{(3)} + u_1^{(5)}), \quad e_{13}^{(*)} = \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_3^{(0)}}{\partial \alpha_1} + \frac{2}{h} u_1^{(1)},$$

$$e_{13}^{(1)} = \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_3^{(1)}}{\partial \alpha_1} + \frac{6}{h}(u_1^{(2)} + u_1^{(4)}), \quad e_{13}^{(2)} = \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_3^{(2)}}{\partial \alpha_1} + \frac{10}{h}(u_1^{(3)} + u_1^{(5)}),$$

$$e_{13}^{(3)} = \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_3^{(3)}}{\partial \alpha_1} + \frac{14}{h} u_1^{(4)}, \quad e_{13}^{(4)} = \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_3^{(4)}}{\partial \alpha_1} + \frac{18}{h} u_1^{(5)}$$

($e_{23}^{(k)}$ — аналогично),

$$e_{33}^{(0)} = \frac{2}{h}(u_3^{(1)} + u_3^{(3)}), \quad e_{33}^{(1)} = \frac{6}{h}(u_3^{(2)} + u_3^{(4)}),$$

$$e_{33}^{(2)} = \frac{10}{h} u_3^{(3)}, \quad e_{33}^{(3)} = \frac{14}{h} u_3^{(4)}. \quad (4)$$

Соотношения упругости в уточненной теории анизотропных оболочек несложно найти непосредственным вычислением, интегрируя соотношения (2) и (3) с весами, равными P_0, P_1, P_2, P_3 :

$$\sigma_{11}^{(k)} = C_{11} e_{11}^{(k)} + C_{12} e_{22}^{(k)} + C_{16} e_{12}^{(k)} - C_{13} e_{33}^{(k)},$$

$$\sigma_{22}^{(k)} = C_{12} e_{11}^{(k)} + C_{22} e_{22}^{(k)} + C_{26} e_{12}^{(k)} - C_{23} e_{33}^{(k)},$$

$$\sigma_{12}^{(k)} = C_{16} e_{11}^{(k)} + C_{26} e_{22}^{(k)} + C_{66} e_{12}^{(k)} - C_{36} e_{33}^{(k)},$$

$$\sigma_{13}^{(k)} = K_{11}e_{13}^{(k)} - K_{12}e_{23}^{(k)}, \quad \sigma_{23}^{(k)} = -K_{12}e_{13}^{(k)} + K_{22}e_{23}^{(k)}. \quad (5)$$

Аналогично, используя равенство (4), получаем

$$e_{33}^{(k)} = \tilde{a}\sigma_{33}^{(k)} + C_{13}e_{11}^{(k)} + C_{23}e_{22}^{(k)} + C_{36}e_{12}^{(k)}.$$

Уравнения равновесия и граничные условия получаем интегрированием с весами P_0, P_1, P_2, P_3 уравнений равновесия и граничных условий на боковой поверхности упругого тела.

Температурное поле для i -того слоя оболочки определяется из уравнения теплопроводности, которое в цилиндрической системе координат выражается в виде [4]

$$K_r^i \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial T^i}{\partial r} \right) + rK_z^i \frac{\partial^2 T^i}{\partial z^2} + \frac{K_\theta^i}{r} \frac{\partial^2 T^i}{\partial \theta^2} = 0, \quad (6)$$

где $K_r^i = K_r^i(r)$, $K_z^i = K_z^i(r)$, $K_\theta^i = K_\theta^i(r)$ — коэффициенты теплопроводности, действующей в направлениях r, z, θ . Предполагается, что выполняются условия тепловой непрерывности по всей поверхности контакта слоев:

$$T^i = T^{i+1}; \quad K_r^i \frac{\partial T^i}{\partial r} = K_r^{i+1} \frac{\partial T^{i+1}}{\partial r}.$$

В рассматриваемом случае торцы цилиндра $z = 0, z = 1$ не смещаются в своих плоскостях и не подвержены воздействию нормальной нагрузки. При построении разрешающей системы уравнений мы полагали, что входящие в нее неизвестные функции должны удовлетворять условиям сопряжения смежных слоев и условиям на ограничивающих поверхностях $r = r_0, r = r_N$.

После совместного преобразования уравнений обобщенного закона Гука (1) и теплопроводности (6) с последующим применением метода разделения переменных для каждой пары значений k и n для i -го слоя получаем разрешающую систему уравнений.

ОЦЕНКА ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКТИВНОГО ОБОЛОЧЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА

Исследуется термонапряженное состояние конструктивного оболочечного элемента с учетом полученных экспериментальных данных. Оценка термонапряженного состояния конструктивного оболочечного элемента в виде цилиндрической оболочки из стеклотекстолита на полимерной матрице для условий, моделирующих реальные при спуске СА с орбиты, выполнена в соответствии с фактическим распределением температуры в слое теплозащиты в процессе спуска аппарата в плотных слоях атмосферы [2].

Физико-механические характеристики для расчета температурных напряжений определены экспериментально. Коэффициенты температурного расширения α соответствовали условиям, моделирующие реальные; модули упругости E при растяжении и сжатии и сдвига $G_{z\theta} = G_{r\theta} = G_{\gamma\theta}$ получены в

интервале температур 20...1000 °С при нагреве со скоростью 100 град/мин в нейтральной газовой среде [3].

Расчет выполнен для нагреваемой внешним температурным воздействием полый цилиндрической оболочки из стеклотекстолита на основе фенол-формальдегидной смолы длиной $L=340$ мм, радиусом срединной поверхности $R=90$ мм и толщиной стенки $\delta=5$ мм. Некоторые результаты решения задачи в виде распределения максимальных величин перемещений u_r и тангенциальных напряжений $\tau_{z\theta}$ и $\tau_{r\theta}$ по длине и толщине теплозащитного покрытия приведены соответственно на рис. 1 и рис. 2.

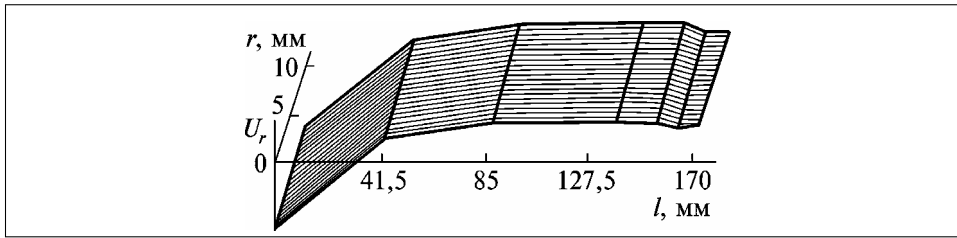


Рис. 1. Распределение радиальных перемещений u_r по длине и толщине теплозащитного покрытия из стеклотекстолита на основе ФФС

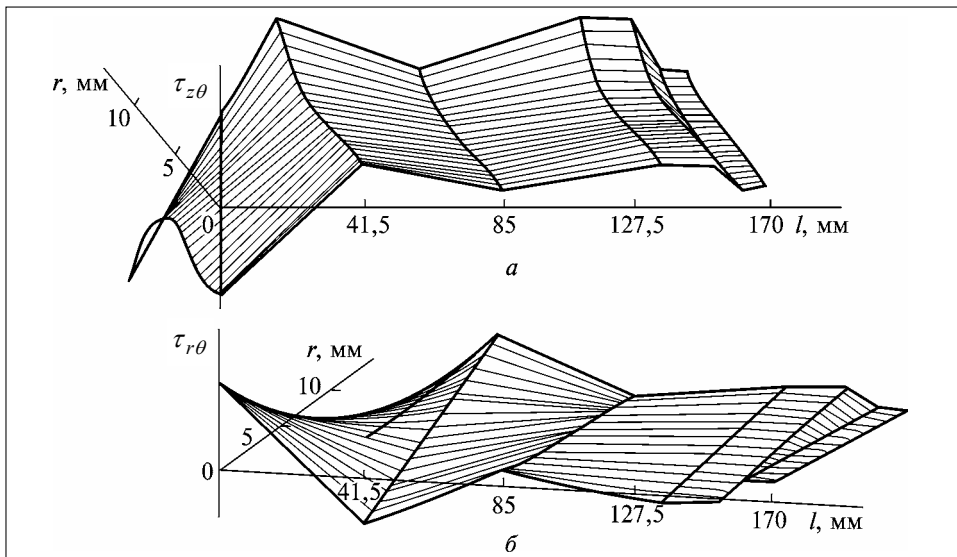


Рис. 2. Распределение величин тангенциальных напряжений $\tau_{z\theta}$ и $\tau_{r\theta}$ по длине и толщине теплозащитного покрытия из стеклотекстолита на основе ФФС

Тангенциальные напряжения $\tau_{r\theta}$ и τ_{rz} изменяются как по толщине, так и вдоль длины цилиндра по нелинейному закону. Наибольшими являются растягивающие тангенциальные напряжения, действующие на глубине 2–2,5 мм от наружной поверхности цилиндра в диапазоне температур 300...700 °С.

В соответствии с полученными данными, наибольшие термические напряжения для теплозащитной оболочки с толщиной $\delta=5$ мм получены в наружных слоях нагреваемой поверхности; $\tau_{z\theta} = -115,36$ МПа.

В рассмотренном случае тангенциальные термические напряжения в цилиндрической оболочке из стеклотекстолита на основе ФФС развиваются вследствие анизотропии температурного расширения композита: при нагреве в результате термодеструкции в плоскости армирования теплозащитного материала в одной точке одновременно могут происходить расширение и усадка, что неизбежно приводит к деформациям сдвига, которые, накладываясь на термические напряжения в материале вследствие температурных градиентов, являются причиной возникновения трещин без приложения каких-либо внешних сил.

ВЫВОДЫ

Проведенные исследования и сопоставление полученных результатов с расчетами, выполненными на основании уравнений теории упругости [5] показали, что привлечение предлагаемой здесь уточненной теории анизотропных оболочек, построенной методом гипотез, позволяет получать результаты исследований, совпадающих до 5–7% с расчетами в трехмерной постановке.

Использование уточненной теории анизотропных оболочек, построенной методом гипотез, позволит проводить расчеты конструктивных оболочечных элементов с различными вариантами граничных условий и в широком диапазоне изменения физико-механических характеристик композиционного материала.

Проведение вычислительного эксперимента позволит выбирать материалы с оптимальными физико-механическими характеристиками, обеспечивающими прочность и надежность функционирования СА.

ЛИТЕРАТУРА

1. Родионова В.А., Титаев Б.Ф., Черных К.Ф. Прикладная теория анизотропных оболочек. — СПб.: Изд-во С-Петербургского университета, 1996. — 278 с.
2. Грачева Л.И. Термическое деформирование и работоспособность материалов тепловой защиты. — Киев: Наукова думка, 2006. — 294 с.
3. Gracheva L.I. Experimental Modeling of Actual Thermal Loading in the Investigation into Deformation of Decomposing Coatings on the Descent Trajectory / Modeling, Simulation and Optimization (MSO 2004): Proc. of the IASTED Int. Conference (August 17–19 2004, Kauai, USA). — Canada: IASTED, 2004. — P. 281–286.
4. Pankratova N.D. Thermo-stressed State of Anisotropic Non-homogeneous Constructiv Elements // Recent Advances in Solids/Structures and Application of Metallic Materials-1997-ASME International Mechani-Engineering Congress, Dallas, Texas. Pvp-vol. 369, New York, 1997. — P. 203–210.
5. Pankratova N.D. Deformation of the Anisotropic Non-homogeneous Cylinder // Journal of Theoretical and Applied Mechanics. —1996. — 34. — № 4. — P. 733–748.

Поступила 14.01.2010

УДК 519.8

ФУНКЦИЯ МИНКОВСКОГО В ЗАДАЧАХ УПАКОВКИ

В.В. ОСТАПЕНКО, И.Л. ЯКУНИНА

Рассмотрена задача упаковки, которая состоит в наиболее рациональном размещении группы заданных предметов. Поскольку при моделировании размещения грузов, раскрое материала и подобных процессов возникает вопрос о непересечении предметов, предложен новый подход к построению условий непересечения при помощи неравенств, которые задаются функцией Минковского. Построены аналитические формулы, описывающие функции Минковского от разности (суммы) различных тел.

При размещении или упаковке предметов возникает вопрос об оптимальном их расположении. То есть, задача упаковки заключается в моделировании наиболее рационального размещения группы определенных предметов [1–3]. Сюда же относятся задачи раскроя, в которых требуется так раскроить кусок материала, чтобы получить максимальное число заготовок [4–9]. При перевозке грузов (контейнеров) требуется упаковать как можно больше предметов в заданном пространстве. Рассмотрим, к примеру, перевозку грузов в транспортном самолете. Грузы в контейнере самолета размещаются в несколько рядов. Причем, центр тяжести всей совокупности грузов должен находиться как можно ближе к центру тяжести самолета.

Поиск оптимального расположения груза, раскроя материала и моделирования подобных процессов приводит к вопросу о непересечении предметов или заготовок. Этот вопрос является одним из центральных. В данной работе грузы или заготовки описываются выпуклыми компактными множествами (телами).

В представленной работе предложен новый подход к построению условий непересечения. Два тела не пересекаются, если разность их «центров» не принадлежит разности двух выпуклых множеств, которые описывают размещение предметов. Этот факт выражается с помощью неравенства, которое задается функцией Минковского [10]. В работе построены аналитические формулы, описывающие функции Минковского от разности (суммы) различных тел.

1. УСЛОВИЕ НЕПЕРЕСЕЧЕНИЯ

Под телом будем понимать выпуклое компактное множество с непустой внутренностью.

Будем считать, что два тела M и N не пересекаются, тогда и только тогда, когда пересечением их внутренностей является пустое множество, т.е. $\text{int } M \cap \text{int } N = \emptyset$. Нетрудно доказать, что это эквивалентно тому, что

$$0 \notin \text{int } M - \text{int } N. \quad (1)$$

Представим $M(x) = x + A$, $N(y) = y + B$, где $x, y \in R^n$, A, B — выпуклые компактные множества из R^n .

Множества не пересекаются, т.е. $\text{int } M(x) \cap \text{int } N = \emptyset$, тогда и только тогда, когда, согласно (1),

$0 \notin (x + \text{int } A) - (y + \text{int } B) = x - y + \text{int } (A - B) = x - y + \text{int } C$, где $C = A - B$, или

$$y - x \notin \text{int } C. \quad (2)$$

Для дальнейшей работы с выпуклыми множествами будем использовать функцию Минковского [10]: $\mu_C(z) = \inf\{\lambda > 0 : z \in \lambda C\}$. Эта функция интересна сама по себе как пример выпуклой функции [11].

Известно, что z является внутренней точкой множества C , т.е. $z \in \text{int } C$ тогда и только тогда, когда $\mu(z) < 1$; z является граничной точкой множества C , т.е.

$$z \in \partial C \text{ тогда и только тогда, когда } \mu(z) = 1; \quad (3)$$

z не принадлежит замыканию множества C , т.е.

$$z \notin \bar{C} \text{ тогда и только тогда, когда } \mu(z) > 1. \quad (4)$$

Поэтому, согласно (3), (4), условие не пересечения $\text{int } M$ и $\text{int } N$, или условие (2), можно записать в виде $\mu_C(y - x) \geq 1$.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим множества вида $x_i + A_i$, $i = 1, \dots, m$, где $x_i \in R^n$, A_i — замкнутые выпуклые множества в R^n , такие, что $0 \in \text{int } A_i$.

Рассмотрим задачу упаковки множества тел A_i , $i = 1, \dots, m$, в выпуклое множество $N \subset R^n$. Это означает, что тела не должны попарно пересекаться и должны содержаться в N . Аналогично предположим $0 \in \text{int } A_i$, $i = 1, \dots, m$. Под векторами x_i понимаем смещение этих тел относительно точки 0 (начало координат).

Таким образом, на переменные x_i наложим условия

$$(x_i + A_i) \cap (x_j + A_j) = \emptyset, \quad \forall i, j = 1, \dots, m, \quad (5)$$

$$x_i + A_i \subset N, \quad \forall i = 1, \dots, m. \quad (6)$$

Ограничение (5) — условие непересечения тел, ограничение (6) — условие содержания тел во множестве N . Ограничение (6) можно записать в виде

$$x_i \in N^* A_i, \quad \forall i = 1, \dots, m. \quad (7)$$

Символ $*$ обозначает геометрическую разность множеств. Понятие геометрической разности впервые введено Г. Минковским [10], в дальнейшем изучено и описано в работах Л.С. Понтрягина [12] и М.С. Никольского [13].

Определение. Пусть A, B — непустые множества в R^n . Геометрической разностью $A^* B$ называется множество $C = \{c \in R^n : c + B \subset A\}$.

Отметим, что $A^* B$ может оказаться пустым множеством.

Обозначим

μ_{ij} — функция Минковского множества $A_i - A_j, \quad \forall i, j = 1, \dots, m,$

ν_i — функция Минковского множества $N^* A_i, \quad \forall i = 1, \dots, m.$

Из п. 1. следует, что условия (5), (7) можно переписать в виде

$$\mu_{ij}(x_i - y_j) \geq 1, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, i, \quad \nu_i(x_i) \leq 1, \quad i = 1, \dots, m.$$

Включение множеств A_i в N является упаковкой этих множеств, которая может не быть оптимальной по разным критериям.

Рассмотрим функционал $f(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \min$.

Под функционалом можно понимать, например, периметр, объем, центр тяжести.

3. ПРИМЕРЫ ФУНКЦИЙ МИНКОВСКОГО ДЛЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ МНОЖЕСТВ

1. **Декартово произведение множеств.** Пусть множество M представимо в виде декартова произведения множеств, а именно

$$M = M_1 \times \dots \times M_k, \quad \text{где } M_1 \subset E^{n_1}, \dots, M_k \subset E^{n_k}, \quad n_1 + \dots + n_k = n.$$

Тогда $\mu_M(x) = \max_i \mu_{M_i}(x^i).$

Действительно, $x \in \lambda M$ тогда и только тогда, когда $x^i \in \lambda_i M_i, \quad \forall i = 1, \dots, k.$

2. **Выпуклое центральносимметричное множество.** Пусть C — выпуклое, уравновешенное (центральносимметричное) множество, и $0 \in \text{int } C.$

$\mu_C(x)$ является нормой вектора x в пространстве $R^n.$

Пусть $A_i = r_i C.$ Если $A = aC, \quad B = bC,$ то $A \pm B = (a \pm b)C, \quad a, b > 0.$

Тогда $\mu_{A \pm B}(x) = \frac{1}{a+b} \mu_C(x)$.

3. **Отрезок.** Пусть $C = [-1, 1]$ (рис. 1).

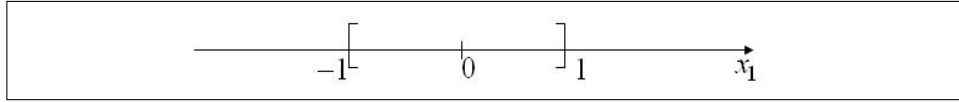


Рис. 1. Отрезок

Тогда $\mu_C(x_1) = |x_1|$

Пусть $C_1 = a_1 C = a_1[-1, 1]$. Тогда $\mu_{C_1}(x_1) = \frac{1}{a_1} |x_1|$.

4. **Параллелограмм.** Пусть $M = a_1 C \times \dots \times a_n C$. Тогда

$$\mu_M(x) = \max \left\{ \frac{1}{a_i} |x_i| \right\}.$$

5. **Шар.** Пусть $M = \{(x_1, \dots, x_n) \in R^n : x_1^2 + \dots + x_n^2 \leq r^2, r > 0\}$. Тогда

$$\mu_M(x) = \frac{\|x\|}{r} \text{ или } \mu_M(x) = \frac{\sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}}{r}.$$

6. **Эллипсоид.** Пусть D — положительно-определенная симметричная матрица размерности $n \times n$.

Под эллипсом будем понимать множество вида $M = \{x \in R^n : \langle Dx, Dx \rangle \leq a^2\}$. Тогда $\mu_M(x) = \frac{\|Dx\|}{a}$.

Если $D = \text{diag}(d_1, \dots, d_n)$, то $\mu_M(x) = \frac{\sqrt{d_1^2 x_1^2 + \dots + d_n^2 x_n^2}}{a}$.

Последнее выражение можно переписать

$$\mu_M(x) = \frac{\sqrt{d_1^2 x_1^2 + \dots + d_n^2 x_n^2}}{a} = \sqrt{\frac{x_1^2}{a_1^2} + \dots + \frac{x_n^2}{a_n^2}}, \text{ где } a_i = \frac{a}{d_i}, i = 1, \dots, n.$$

7. **Цилиндр.** На основании примера 1 разобьем цилиндр (рис. 2) на декартово произведение множеств: отрезка и шара. Т.е. приведем к виду

$$M = M^1 \times M^2,$$

где

$$M^1 = \{(x_1, x_2) \in R^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq r^2, r > 0\},$$

$$M^2 = \{x_3 \in R : -c \leq x_3 \leq c, c > 0\}.$$

Воспользуемся тем, что в силу примера 1 для функции Минковского справедливо:

$$\mu = \inf \left\{ \lambda > 0 : x^1 \in \lambda M^1, x^2 \in \lambda M^2 \right\} = \max \left\{ \mu_1(x^1), \mu_2(x^2) \right\}$$

$$\text{Тогда } \mu_M = \max \left\{ \frac{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}{r}, \frac{|x_3|}{c} \right\}.$$

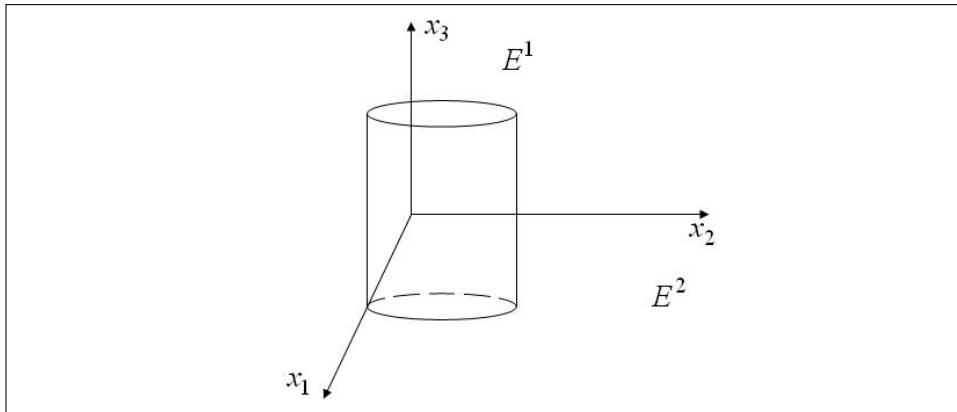


Рис. 2. Цилиндр

8. Сумма прямоугольника и круга. Пусть имеется прямоугольник со сторонами $2a_1$ и $2a_2$, и окружность радиуса r (рис. 3).

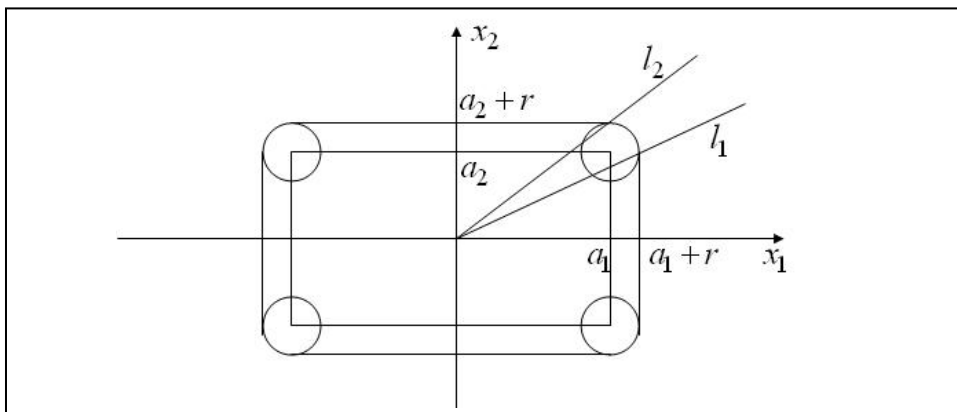


Рис. 3. Сумма прямоугольника и круга

Найдем функцию Минковского в первой четверти. В остальных четвертях руководствуемся аналогичными рассуждениями.

Для точек, лежащих в области между осью OX_1 и прямой l_1 ,

$$\mu(x) = \frac{x_1}{a_1 + r}.$$

Для точек, лежащих в области между прямой l_2 и осью OX_2

$$\mu(x) = \frac{x_2}{a_2 + r}.$$

Осталось найти функцию Минковского для точек, лежащих в области между прямыми l_1 и l_2 . Для начала введем обозначение $\frac{1}{\lambda} = \bar{\lambda}$. Тогда

$$(\bar{\lambda}x_1 - a_1)^2 + (\bar{\lambda}x_2 - a_2)^2 = r^2.$$

Решением данного квадратного уравнения будут

$$\bar{\lambda} = \frac{a_1x_1 + a_2x_2 \pm \sqrt{r^2(x_1^2 + x_2^2) - (a_2x_1 - a_1x_2)^2}}{x_1^2 + x_2^2}. \quad (8)$$

Определим знак. Для этого воспользуемся вспомогательной точкой с координатами (a_1, a_2) . Для нее точно известно, что $\bar{\lambda} = 1$. Подставим $\bar{\lambda} = 1$ и координаты точки в (8):

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{a_1^2 + a_2(a_2 + r) \pm \sqrt{r^2(a_1^2 + (a_2 + r)^2) - (a_1a_2 - a_1(a_2 + r))^2}}{a_1^2 + (a_2 + r)^2} = \\ &= \frac{a_1^2 + a_2(a_2 + r) \pm r(a_2 + r)}{a_1^2 + (a_2 + r)^2}. \end{aligned}$$

Для получения единицы следует взять знак «+».

Таким образом, для точек, лежащих в области между прямыми l_1 и l_2 , функция Минковского имеет вид

$$\mu(x) = \frac{x_1^2 + x_2^2}{a_1x_1 + a_2x_2 + \sqrt{r^2(x_1^2 + x_2^2) - (a_2x_1 - a_1x_2)^2}}.$$

Функция Минковского в остальных четвертях находится аналогично.

Таким образом, представленные примеры иллюстрируют использование функции Минковского для описания условия непересечения различных множеств.

Необходимость задания условий непересечения множеств возникает при формулировании различных задач, в том числе задач оптимизации. Примером использования функции Минковского для описания условий непересечения при формулировке одной оптимизационной задачи является работа [14].

ВЫВОДЫ

Построены аналитические формулы функции Минковского для разности (суммы) различных выпуклых множеств таких как параллелепипеды, эллипсоиды, круги и прямоугольники. Разработанный метод позволит строить приближенные функции Минковского для разности различных тел.

Предложенный подход применяется для решения задач оптимального размещения грузов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Конвей Дж., Слоэн Н. Упаковки шаров, решетки и группы. — М.: Мир, 1990. — 413 с.
2. Пшеничный Б.Н., Соболенко Л.А. Метод линеаризации для обратно-выпуклого программирования // Кибернетика и системный анализ. — 1995. — № 6. — С. 86–97.

3. Пшеничный Б.Н., Соболенко Л.А. Метод обратно-выпуклого программирования и укладка параллелепипедов // Кибернетика и системный анализ. — 1996. — № 3. — С. 16–26.
4. Рвачев В.Л., Стоян Ю.Г. Алгоритм решения задачи оптимального раскроя с круговыми выкройками при наличии ограничений на расстояния между парами выкроек // Кибернетика. — 1965. — № 3. — С. 73–83.
5. Рвачев В.Л., Стоян Ю.Г. К задаче об оптимальном размещении круговых выкроек // Кибернетика. — 1965. — № 4. — С. 70–75.
6. Stoyan Y.G., Yaskov G.N. Mathematical model and solution method of optimization problem of placement of rectangles and circles taking into account special constraints // International Transaction Operation Research. — 1998. — 43 (1). — P. 45–57.
7. Rebennack S., Kallrath J., Panos M. Pardalos. Column enumeration based decomposition techniques for a class of non-convex MINLP problems // Journal of Global Optimization. — 2009. — 43. — P. 277–297.
8. Kallrath J. Cutting circles and polygons from area-minimizing rectangles // Journal of Global Optimization. — 2009. — 43. — P. 299–328.
9. Stoyan Y.G., Yaskov G.N. A mathematical model and solution method For the problem of placing various-sized circles into a strip // European Journal of Operation Research. — 2004. — 156. — P. 590–600.
10. Minkowski H. Verhandlungen des III internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg. — Berlin, 1904. — P. 164–173.
11. Пшеничный Б.Н. Выпуклый анализ и экстремальные задачи. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. — 320 с.
12. Понтрягин Л.С. О линейных дифференциальных играх I // ДАН СССР. — 1967. — 174, № 6. — С. 1278–1280.
13. Никольский М.С. Первый прямой метод Л.С.Понтрягина в дифференциальных играх. — М.: МГУ, 1984. — 64 с.
14. Остапенко В.В., Соболенко Л.А. Упаковка различных эллипсоидов в параллелепипед с минимальной суммой сторон // Матеріали XI міжнар. наук.-техн. конф. «Системний аналіз та інформаційні технології» 26–30 травня 2009 р. — Киев: ННК «ІПСА» НТУУ «КПІ», 2009. — С. 168.

Поступила 03.12.2009

**PRICE FORMATION MECHANISM AND TARIFF PROTECTION
IN A DYNAMIC MODEL OF A SMALL OPEN
ECONOMY IN TRANSITION**

GAYANE OGANESYAN

This paper examines the importance and dynamics of prices in a small open economy in transition. Several main features of this process outline the behavior of the mathematical model. The model examines four factors that affect prices after the liberalization of the domestic market: the domestic producer price, the cost price of inefficiency, the hyperinflation price, and the world market price, which includes the dynamics of the exchange rate. The numeric simulation of the price dynamics for the cheese segment of Ukrainian food market was made.

INTRODUCTION

The problem of transition to market has occupied the attention of policy makers and economists alike. The dynamics of the transition are multivariate and complex. They are difficult to capture because, during the transition, new market institutions emerge and new social interactions and behaviors need to be learned. The consequences of adjustment for economic agents in transition are not precisely described by the Rational Expectations terminology. The pricing mechanism seems to underlie the path of behavior in the initial stages of the economic transformation [1].

This paper examines the importance and dynamics of prices in a small open economy in transition. Several main features of this process outline the behavior of the model. The four factors that impact prices after the liberalization of the domestic market include the domestic producer price, the cost price of inefficiency, the hyperinflation price, and the world market price, which, in turn, includes the dynamics of the exchange rate that are also considered. The flow of information in the new economic and political environment allows economic agents to form expectations that are not completely rational. The model's set-up shows the interactions between consumers, new state-owned enterprises and the government; each contributes to price formation with available resources. For instance, the consumer has real balances that help determine demand on goods and services. The domestic producer, on the other hand, behaves as a monopolist with little regard to market forces, while the government controls the interest rates and tariff policies. This system of interactions defines «subjective» price expectations that exogenously influence the emerging market institutions and foreign trade. This specific behavior is characterized by several aspects of transition to market economy.

The first aspect is the basic transformation of the domestic economy into a market economy, which deals with the establishment of basic market institutions.

Since centrally planned economies have been administratively governed, and devoid of foreign influences, new rules of behavior and new institutions have come into being in order to challenge the existing order. In this framework, government intervention ceases to be direct, and so, more subtle ways of control begin to play the important role. The domestic producers become exposed to import price competition, and demand certain levels of protection. The consumers gain access to a wide variety of high quality imported goods and services.

At the same time, macroeconomic stabilization proves to challenge the new role of the government in transition. This second aspect consists of the establishment of equilibrium on product markets, reducing government budget deficit, cutting subsidies in different sectors of the economy, changing inefficient credit policies, enforcing strict tax laws, curbing inflation, and achieving an export-sensitive, sustainable exchange rate.

As part of this process, the restructuring of old production is extremely important because it changes the behavior of domestic producers and induces systemic changes to economic agents determined by the external impacts and collapse of former dominating CMEA «markets».

Privatization, both small and large-scale, transforms the form of property from state-owned to private-owned. Moreover, it establishes private property rights, disciplines domestic producers, and sets market «rules of the game».

The third aspect is trade liberalization, which introduces foreign influences to the previously closed domestic economy. Trade liberalization, also, symbolizes a movement from direct government regulation by use of restrictions towards a market price mechanism. Furthermore, it brings innovation and foreign competition to the country.

PROBLEM STATEMENT

The liberalization of trade is an integral part of the transition to market economy. The previous, artificial isolation from world markets now placed the domestic producers, consumers, and the government in a completely new environment. The domestic producers were thoroughly exposed to foreign competition, higher quality, and more efficient production from abroad. On the other hand, the consumers gained access to a variety of new goods and services, and experienced manifold increases in prices at home and decreases in real wages. In order to guide the process and to alleviate society's adjustment costs, the government had to shoulder social responsibility.

The proposition is to investigate the role and behavior of the above-described three agents in the period of transition. The proposed model examines two schemes of interaction of economic agents. First, the global market system includes the model of «objective» expectations, the emerging domestic market, and the influence of world markets on the open economy. In the proposed situation, economic agents use the model to predict the market price and plan their future actions. The new price on the domestic market and the influences of the world market conditions subsequently check on these expectations and change the course of action for the following period. This, also, allows the economic agents to improve their expectations within the constraints of the model.

Second, the model shows the «subjective» expectations that result from the interaction of the above-mentioned pricing scenarios. The domestic producer determines own price by considering two major factors. One of the factors is the demand-supply disequilibrium on the domestic market and the export-import disparity. The second factor is the cost price of old, inefficient technologies. This factor represents, to a certain extent, the cost of transfer to better and more advanced ways of production that arise from the introduction of foreign competition. On the other hand, the consumer determines the demand for goods and services on the domestic market, thus implicitly affecting the price. The government regulates interest rate and tariff policies in an attempt to curb inflation; the hyperinflation price is based on price expectations determined by the model and the money supply. The government also allocates a portion of tariff revenues as a subsidy to consumer's money stock. The world market price is not influenced by the domestic economy and works as a countervailing factor on the domestic price formation.

Several main features of transition economies that motivate the price formation model can be described as following [2].

Inflation. Despite the existence of market distortions, the pressure of international competition turned out to be the driving force of enterprise reform and encouragement of firms to adjust their costs, reallocate resources, and bring prices to competitive levels. As a result, and as a «rationalization» of domestic prices, inflation has become one of the main problems in transition economies. The sudden liberalization of prices has released enormous inflationary pressures onto the economy.

The «new» state-owned enterprises. The dominance of state-owned enterprises and strong monopoly (these should be sharply contrasted to the fledgling private sector) is strongly connected to this problem. Full mass-privatization has not been achieved; therefore, the existence of «rent-seeking» behavior, divergent price-setting, irrational structure and dislocation of resources should be expected. The strong «vested interests» in control and ownership of these «new» enterprises have shifted the «consensus» in their favor, and continued subsidies and price supports of various kinds.

Trade liberalization and its impacts. Trade liberalization would bring about prevalence of the world market conditions in the country. The mechanism by which this will come about is the downward pressure on the exchange rate. The repressed demand of the past would now be consumed in imports, which would further deteriorate the terms of trade and worsen the trade deficit. This subsequently would severely increase the pressure on restricting imports.

The government's role in transition. The government's role in transition remains very important as a catalyst of reforms. However, now the government should use non-direct market controls for providing all main components of transition. The fields of government actions in transition comprise of tariff measures that affect exports and imports, management of enterprise restructuring and privatization, credits and subsidies, and monetary policy.

Uncertainty. The processes in a transition economy have an impact of uncertainty, including uncertainty in the behavior of consumers and producers, connected to exposure to a new economic environment and learning. As a future goal of this investigation, the consumer learning in the form of changing-over-time

probabilities on selecting prices on the internal market should be considered. This would make the consumer more sensitive to the choice of goods and services.

Objectives to be achieved through the solution of the proposed model help define the price formation mechanism based on the general attributes of a small open economy in transition in order to recognize the specific behavior of the government, big state-owned enterprise, and consumer in different conditions of the reforming economy, specifically, to develop the dynamic mathematical model of such behavior, and to apply some optimization methods for determining the optimal interest rates and optimal tariffs as market control tools in the reforming process.

MATHEMATICAL MODEL

The model is based on several simplifying assumptions: it applies to a small open economy in transition; it assumes single commodity with no intermediate imports, no currency substitution, and with only one mode of production and no productivity gains; capital changes or transaction costs are ignored, and no difference exists between base money and government credit. Other assumptions will be explained later. This is a dynamic model described by a system of nonlinear differential equations. The numerical methods were used to solve equations simultaneously, and to find varied values of system's parameters. These methods are based on finite-difference approximation for time-valued derivatives. In equation form, the second sign usually signifies time derivatives. The solution of the system is a time vector of prices, the exchange rate, demand-supply, exports-imports, etc.

The price formation mechanism is determined in the following way. Let's consider four factors that affect prices of one type of good on the domestic market of a small open economy in transition.

The first factor is the affect of the domestic producer, which is described as follows:

- domestic producer price P_d^m dynamics are determined by demand-supply disequilibrium and by foreign trade balance of one good as

$$P_d^m = 1/\varepsilon_1(S(t) - u(t)) + 1/\varepsilon_2(\exp(t) - \text{imp}(t)), \quad (1)$$

where $S(t)$ is a demand on the market for this kind of good; $u(t)$ is the production capacity of domestic producer; $\exp(t)$ is the volume of exports for this good; $\text{imp}(t)$ is the volume of imports for this good; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — elasticities.

The second one is the affect of inefficient domestic production [3], which is described as follows:

- the cost price of inefficiency $\hat{P}(t)$ is determined by the ratio of exports to imports (including production):

$$\hat{P}(t) = \hat{P}_0 e^{\{1 - \exp(t)/(u(t) + \text{imp}(t))\}t}, \quad (2)$$

where \hat{P}_0 is the cost price of innovation (when exports equal imports).

The general «monopoly» price is described as a weighted sum of P_d^m and \hat{P} :

$$\bar{P}_d^m(t) = (1 - \alpha_1) P_d^m(t) + \alpha_1 \hat{P}(t), \quad (3)$$

where α_1 is the index of openness.

So, if α_1 is equal to zero, then the fully closed economy is investigated. In this case, the «monopoly» price on the domestic market is formed only by the domestic producer price P_d^m . However, if α_1 is equal to one, then a fully open economy is investigated. In a fully open economy, the «monopoly» price on the domestic market is formed only by cost price of inefficiency \hat{P} .

The third factor that affects the prices on the domestic market is the influence of the money supply, which is described as the Cagan hyperinflation price P_2 :

$$P_2(t) = e^{Y(t)} \quad (4)$$

and

$$\alpha Y'(t) = \ln M_S - Y(t) + \gamma, \quad (5)$$

where $\alpha > 0$, γ are parameters of the model, M_S is the value of money supply.

The fourth factor examined in the model is the impact of the world market prices, described as projection of the world market prices into the domestic market [1], the so-called «projection» price P_d^W :

$$P_d^W(t) = P^W \varepsilon(t), \quad (6)$$

where P^W is the constant price on the world market, and $\varepsilon(t)$ is the exchange rate.

The dynamics of the «projection» price are completely determined by the dynamics of the exchange rate, which are described as follows:

$$\begin{aligned} \varepsilon'(t) = & c_1 \{P_d'(t) / P^W - P_d^W / P^W\} + \\ & + c_2 \{(\exp(t) - \text{imp}(t)) / (\exp(t) + \text{imp}(t))\} + c_3 \{(M_S(t) - M_d(t)) / M_S(t)\}, \quad (7) \end{aligned}$$

where $M_d(t)$ is the value of money demand; c_1, c_2, c_3 — are parameters.

It is assumed, that the domestic price level $P_d(t)$ is determined at every time period t as follows:

$$\begin{aligned} P_d(t) = & \{(u(t) - \exp(t)) / S(t)\} \bar{P}_d^m(t) + \\ & + \{\text{imp}(t) / S(t)\} (1 + \tau) P_d^W(t) + \{M_S(t) / M_d(t)\} P_2(t), \quad (8) \end{aligned}$$

where τ is a tariff on imported goods.

To complete the system of equations, the dynamics of exports and imports for a good economy are determined as follows:

$$\begin{aligned} \exp'(t) = & \{(P_d^W(t) - P_d) / P^W\} \exp(t) + u'(t); \\ \text{imp}'(t) = & \{(P_d(t) - (1 + \tau) P_d^W) / P^W\} \text{imp}(t) + S'(t). \end{aligned}$$

Let's assume that it's impossible to import and export the same one good at the same time. Let's also assume that the volume of exports is always less than the production level.

The dynamics of money supply — money demand are described by the following equations:

$$M'_S(t) = M_S(t)i + \delta,$$

$$M'_d(t) = \bar{W} - iM_d(t),$$

where i is the interest rate, and \bar{W} is the growth of GDP.

The last block of equations describes the dynamics of the money available to consumer $D(t)$:

$$D'(t) = iD(t) + P_d(t)(\text{exp}(t) - \text{imp}(t)) + Q(t);$$

$S(t) = D(t) / P_d(t)$ — is the demand for the model's tradable good;

$Q(t) = q_1 P_d(t) \text{imp}(t)$ — is the government subsidy to the consumer.

NUMERIC SIMULATION

The numeric simulation was made to evaluate the price trends in cheese segment of the food market in Ukraine that had a substantial amount of export-import operations. Here are some condensed notes from the analytical data regarding Ukrainian cheese market at the end of 2009.

The statistical information [4] shows that the wholesale prices for Ukrainian distributors to buy cheeses of popular brands («Dutch», «Russian») were 40–43 UAH/kg in December 2009. As a result, the Ukrainian products were comparable in price with the European analogues, because the raw price of the similar cheeses imported from Poland made about 42–43 UAH/kg taking into account all import tariffs (10%) and VAT (20%).

For the same time period the demand did not go down on cheeses in Ukraine, and during 2009 cheese consumption remained stable enough. During 11 months of 2009 domestic enterprises produced 215,9 thousands ton of hard cheeses. Ukraine remains the large exporter of cheeses, and the costs of internal market on these products are closely associated with tendencies at the world markets, especially in the countries of the CIS. For example, in the second half-year of 2009 an average monthly production was 17–18 thousands ton, and about 6–7 thousands ton were exported at the average wholesale price of 5000 US dollars per ton.

The analytical data for the cheese market in Ukraine was used to calculate the price trends at the internal market of Ukraine with a current import tariff of 10%, and for the hypothetical, high import tariff of 90%. The results of numeric simulation are presented on fig. 1–2.

The graphs on fig. 1–2 illustrate stable growth of the domestic prices reaching 44000 UAH/ton with 10% import tariff, and 47000 UAH/ton with artificially high 90% import tariff at the end of one year time period. These results also could be interpreted as relatively stable state of demand-supply and export-import equilibrium on cheese market of Ukraine. The graphs on fig. 3–5 illustrate insignificant impact of the National Bank APR variations on the annual prices trends in comparison with the impact of import tariffs variations.

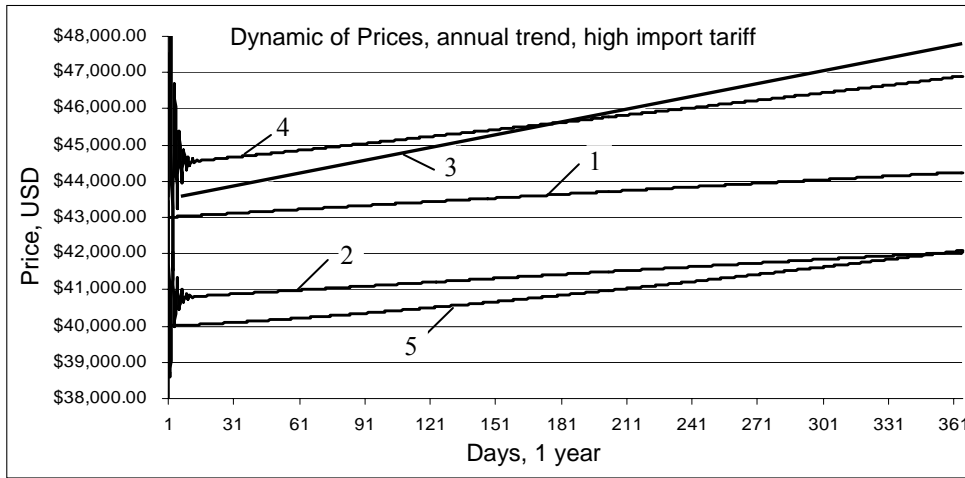


Fig. 1. Dynamics of prices, annual trend, and import tariff 90%; 1 — Domestic Manufacturer, 2 — Monopoly Price, 3 — Hyperinflation Price, 4 — Domestic Price, 5 — World Price

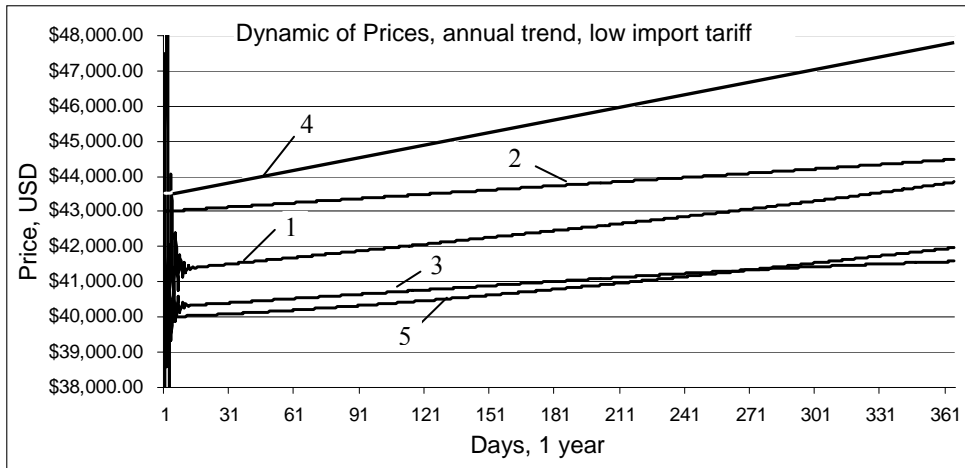


Fig. 2. Dynamics of prices, annual trend, and import tariff 10%; 1 — Domestic Price, 2 — Domestic Manufacturer Price, 3 — Monopoly Price, 4 — Hyperinflation Price, 5 — World Price

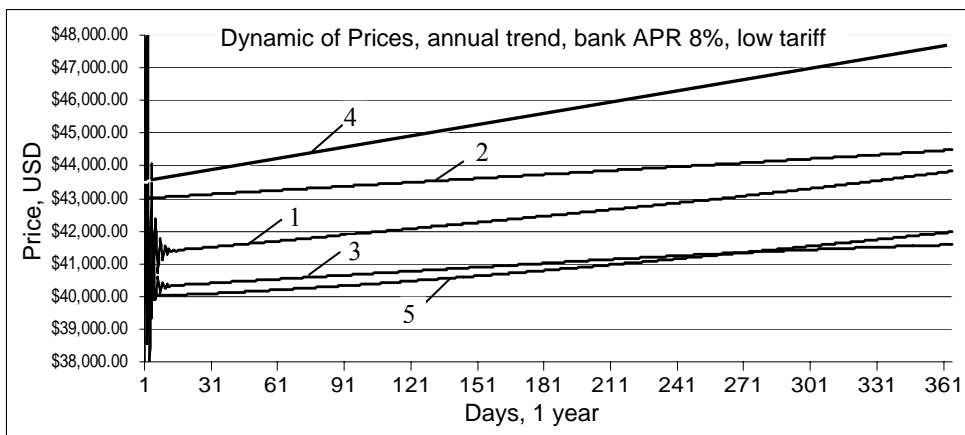


Fig. 3. Dynamics of prices, annual trend, and import tariff 10%, APR 8%; 1 — Domestic Price, 2 — Domestic Manufacturer Price, 3 — Monopoly Price, 4 — Hyperinflation Price, 5 — World Price

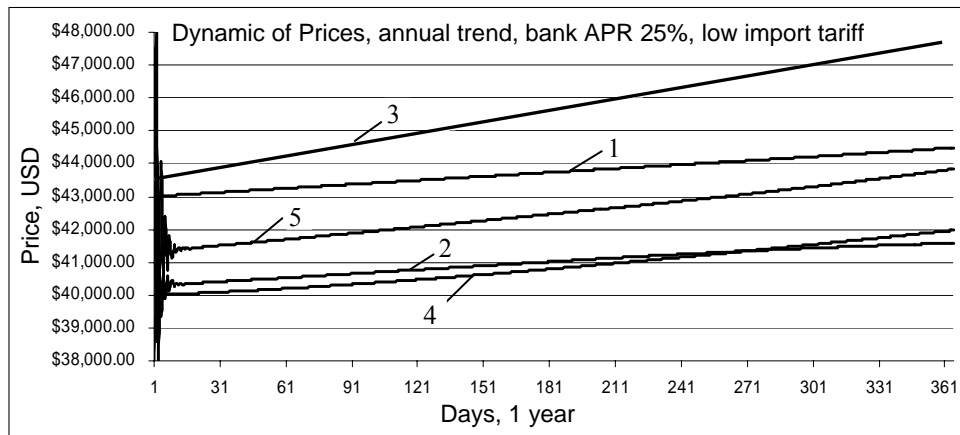


Fig. 4. Dynamics of prices, annual trend, and import tariff 10%, APR 25%; 1 — Domestic Manufacturer Price, 2 — Monopoly Price, 3 — Hyperinflation Price, 4 — World Price, 5 — Domestic Price

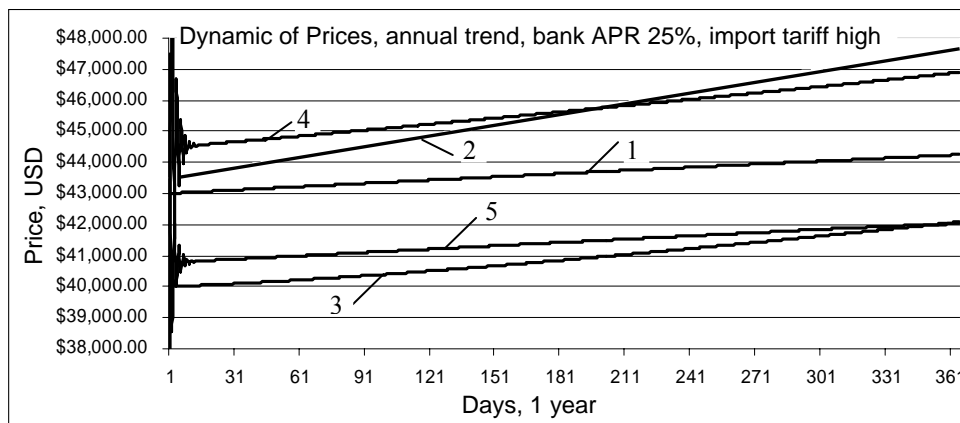


Fig. 5. Dynamics of prices, annual trend, and import tariff 90%, APR 25%; 1 — Domestic Manufacturer Price, 2 — Hyperinflation Price, 3 — World Price, 4 — Domestic Price, 5 — Monopoly Price

REFERENCES

1. *Christev A.* The Hyperinflation Model of Money Demand (or Cagan Revisited): Some New Empirical Evidence from the 1990s. — <http://www.sml.hw.ac.uk/cert/wpa/2005/dp0507.pdf>.
2. *Mikhalevich M.V., Sergienko I.V.* Modeling Transition Economy. Models, Methods, Information Technologies. — Kyiv: Naukova Dumka, 2005. — P. 26–49.
3. *Guriev S., Pospelov I.* Inefficient Equilibria in Transition Economy. — <http://www.emis.de/journals/HOA/DDNS/3c19.pdf>.
4. *Borisova S.* Export whipped up cheese prices // Comments, Kiev, № 201, 01.15.10.

Received 26.02.2010

From the Editorial Board: the article corresponds completely to submitted manuscript.

АНАЛИЗ FREE–RUNNING АВТОМАТА НАД КОНЕЧНЫМ КОЛЬЦОМ

В.В. СКОБЕЛЕВ

Исследован аналог над конечным кольцом хаотической динамической free-running системы. С позиции теории автоматов охарактеризована структура исследуемой модели. Решены задачи параметрической идентификации и идентификации начального состояния. Охарактеризована структура множества неподвижных точек словарной функции, реализуемой инициальным автоматом.

ВВЕДЕНИЕ

Успешное применение хаотических динамических систем при решении задач преобразования информации [1, 2] делает привлекательной разработку на их основе высокоскоростных вычислительно стойких поточных шифров. В простейшем случае построение такого шифра на основе динамической системы

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \bar{f}(\bar{x}, \bar{a}), \quad (1)$$

(где $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)^T \in R^n$ — состояние системы в момент $t \in R_+$, а $\bar{a} = (a_1, \dots, a_n)^T \in R^n$ — вектор параметров) состоит в дискретизации системы (1) и аддитивном внесении информационной переменной u , т.е. система (1) приводится к виду

$$\begin{cases} \bar{x}_{t+1} = h\bar{f}(\bar{x}_t, \bar{a}) + \bar{x}_t + h \cdot \alpha \cdot \bar{e}_j u_{t+1}, \\ y_{t+1} = x_{t+1}^{(j)}, \end{cases} \quad (t \in Z_+), \quad (2)$$

где $\bar{e}_j = (\underbrace{0, \dots, 0}_{j-1 \text{ раз}}, 1, \underbrace{0, \dots, 0}_{n-j \text{ раз}})^T$ и $\alpha \in R$.

Вычисления в поле действительных чисел R или, при компьютерном моделировании, в поле рациональных чисел Q наталкиваются на фактор накопления ошибок округления, из-за чего процесс «шифрование–расшифровка» теряет корректность. Чтобы избежать проблем, связанных с этими ошибками, следует перейти в (2) к вычислениям в конечной алгебраической системе. Тенденция перехода от чисто комбинаторных конструкций к конечным полям системы четко проявляется в криптографии [3, 4]. Известно, что поле — это специальный случай кольца. Наличие в кольце делителей нуля дает возможность охарактеризовать поиск через сложность решения алгебраических уравнений над кольцом. Итак, при переходе в (2) к действиям в кольце (Z_{p^k}, \oplus, \circ) (где p — простое число, а операции опреде-

лены равенствами $a \oplus b = a + b \pmod{p^k}$ и $a \circ b = a \cdot b \pmod{p^k}$ для всех $a, b \in Z_{p^k}$) возникает класс нелинейных динамических систем над кольцом Z_{p^k} .

Актуальность исследования таких систем обусловлена следующими обстоятельствами. Во-первых, эти системы имеют нетривиальную область приложения — криптографию, так как при соответствующих ограничениях на параметры они определяют класс высокоскоростных поточных шифров, вычислительная стойкость которых может быть теоретически охарактеризована в терминах сложности решения уравнений над кольцом. Во-вторых, устанавливается связь между теорией динамических систем [5, 6] и современной криптологией [3, 4], так как сложность атаки для криптоаналитика характеризуется в терминах сложности решения классических задач теории динамических систем (управляемость, наблюдаемость, параметрическая идентификация). В-третьих, эти системы определяют новый класс конечных автоматов — класс нелинейных автоматов над кольцом, что дает возможность эффективно применить для их анализа теорию автоматов [7–10] и современную алгебру [11], т.е. устанавливается связь между теорией динамических систем, теорией автоматов и современной алгеброй. Эта связь — нетривиальная, так как такие чисто комбинаторные задачи абстрактной теории автоматов, как контрольный эксперимент с автоматом [12], для исследуемых систем сводятся к задаче параметрической идентификации, а исходя из подхода, развитого в [13], исследование управляемости и наблюдаемости для рассматриваемых систем — это задачи построения установочного и диагностического экспериментов со слабоинициальным автоматом. В-четвертых, для исследуемых систем решение классических задач теории динамических систем (таких, как параметрическая идентификация, управляемость, наблюдаемость) дает возможность выделить и изучить особенности, возникающие при переходе от поля характеристики нуль к конечным алгебраическим системам. В-пятых, применение теории конечных полей дает возможность выделить узкие классы дискретных систем, для которых решение ряда задач значительно проще, чем решение этих же задач для дискретных систем, определенных на абстрактных множествах. Примеры — исследование линейных последовательностных машин [14, 15], задач теории кодов, контролирующих ошибки [16] и многочисленные приложения, рассмотренные в работе [17].

В работах [18, 19] систематически исследован класс нелинейных динамических систем над кольцом Z_{p^k} — автоматов Мили и Мура вида, соответственно,

$$\begin{cases} \bar{q}_{t+1} = A \circ \bar{q}_t \circ \bar{q}_t^T \circ \bar{b} \oplus C \circ \bar{q}_t \oplus \bar{d} \oplus E \circ \bar{x}_{t+1}, \\ \bar{y}_{t+1} = G \circ \bar{q}_t \oplus F \circ \bar{x}_{t+1}, \end{cases} \quad (t \in Z_0), \quad (3)$$

и

$$\begin{cases} \bar{q}_{t+1} = A \circ \bar{q}_t \circ \bar{q}_t^T \circ \bar{b} \oplus C \circ \bar{q}_t \oplus \bar{d} \oplus E \circ \bar{x}_{t+1} \\ \bar{y}_{t+1} = G \circ \bar{q}_{t+1} \end{cases} \quad (t \in Z_0), \quad (4)$$

где $\bar{q}_t = (q_t^{(1)}, \dots, q_t^{(n)})^T$, $\bar{x}_t = (x_t^{(1)}, \dots, x_t^{(n)})^T$ и $\bar{y}_t = (y_t^{(1)}, \dots, y_t^{(n)})^T$ — соответственно, состояние, входной и выходной символ в момент t , $\bar{b} = (b^{(1)}, \dots, b^{(n)})^T$ и $\bar{d} = (d^{(1)}, \dots, d^{(n)})^T$ — фиксированные векторы, а A, C, E, G, F — фиксированные $(n \times n)$ -матрицы. К таким автоматам сводится широкий класс аналогов над конечным кольцом хаотических динамических систем [2]. Однако известны примеры хаотических динамических систем, которые не укладываются в рамки моделей (3) и (4). К ним, в частности, относится free-running система [20]. Ее особенностями является то, что, во-первых, в уравнения входит операция возведения в степень, а, во-вторых, система имеет нетривиальную группу симметрий. Как известно, вычисление дискретного логарифма — одна из базовых конструкций современной криптографии [3, 4], а теория симметрий [21] — мощный аппарат анализа динамических систем.

Цель работы — исследование аналога над кольцом Z_{p^k} free-running системы с позиции криптологии free-running автомата.

ИССЛЕДУЕМАЯ МОДЕЛЬ

Free-running система [20] имеет вид

$$\begin{cases} x_{n+1} = f(x_n) \cdot e^{-\gamma \cdot z_n}, \\ y_{n+1} = f(y_n) \cdot e^{-\gamma \cdot x_n}, \\ z_{n+1} = f(z_n) \cdot e^{-\gamma \cdot y_n}, \end{cases} \quad (n \in Z_+), \quad (5)$$

где $f(x) = a \cdot x \cdot (1 - x)$ — логистическое отображение с параметром $a \in (0; 4)$. Добавим аддитивно информационную переменную u в каждое уравнение системы (5). Получим систему

$$\begin{cases} x_{n+1} = f(x_n) \cdot e^{-\gamma \cdot z_n} + \alpha_1 \cdot u_{n+1}, \\ y_{n+1} = f(y_n) \cdot e^{-\gamma \cdot x_n} + \alpha_2 \cdot u_{n+1}, \\ z_{n+1} = f(z_n) \cdot e^{-\gamma \cdot y_n} + \alpha_3 \cdot u_{n+1}, \end{cases} \quad (n \in Z_+). \quad (6)$$

Перейдем в (6) к действиям в кольце Z_{p^k} и к стандартным обозначениям теории автоматов. Получим free-running автомат Мура

$$M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) = \begin{cases} q_{n+1}^{(1)} = f(q_n^{(1)}) \circ \zeta^{q_n^{(3)}} \oplus \alpha_1 \circ x_{n+1}, \\ q_{n+1}^{(2)} = f(q_n^{(2)}) \circ \zeta^{q_n^{(1)}} \oplus \alpha_2 \circ x_{n+1}, \\ q_{n+1}^{(3)} = f(q_n^{(3)}) \circ \zeta^{q_n^{(2)}} \oplus \alpha_3 \circ x_{n+1}, \\ y_{n+1}^{(i)} = q_{n+1}^{(i)} \quad (i = 1, 2, 3), \end{cases} \quad (n \in Z_+), \quad (7)$$

где $f(x) = a \circ x \circ (1 \ominus x)$ (через \ominus обозначена операция, обратная операции \oplus , т.е. $a \ominus b = c$ тогда и только тогда, когда $a = b \oplus c$). Предполагается, что

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ и ζ — обратимые элементы кольца Z_{p^k} , $a \in Z_{p^k} \setminus \{0\}$, x — входная переменная, а $y^{(i)}$ и $q^{(i)}$ ($i=1,2,3$) — соответственно, выходные переменные и переменные состояния.

Обозначим через $A_{FR}(p, k)$ — множество всех автоматов (7) над кольцом Z_{p^k} . Автомат (7) при условии $x_{n+1} \equiv 0$ ($n \in Z_+$) исследован в [22]. В настоящей работе этот автомат исследуется в предположении, что $x_{n+1} \in Z_{p^k}$ ($n \in Z_+$).

КОНЕЧНО-АВТОМАТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИССЛЕДУЕМОЙ МОДЕЛИ

Охарактеризуем структуру автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$.

Применение автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$ в качестве поточного шифра состоит в следующем: параметры $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a$ — ключ средней длительности, а начальное состояние $\bar{q}_0 = (q_0^{(1)}, q_0^{(2)}, q_0^{(3)})^T$ — сеансовый ключ. Критерий корректности такого процесса «шифрование–расшифровка» — условие, состоящее в том, что $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$ — БПИ-автомат [23–25] (т.е. по выходной последовательности и по начальному состоянию автомата поданная на автомат входная последовательность определяется однозначно). Это условие эквивалентно тому, что для любого инициального автомата $(M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a), \bar{q}_0)$ существует обратный автомат.

Утверждение 1. Для любого простого числа p при всех значениях числа $k \in N$ любой автомат $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$ — БПИ-автомат.

Доказательство. Так как $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — обратимые элементы кольца Z_{p^k} , то из первых трех уравнений системы (7) находим

$$\begin{cases} x_{n+1} = \alpha_1^{-1} \circ (q_{n+1}^{(1)} \Theta f(q_n^{(1)}) \circ \zeta^{q_n^{(3)}}), \\ x_{n+1} = \alpha_1^{-1} \circ (q_{n+1}^{(2)} \Theta f(q_n^{(2)}) \circ \zeta^{q_n^{(1)}}), \\ x_{n+1} = \alpha_1^{-1} \circ (q_{n+1}^{(3)} \Theta f(q_n^{(3)}) \circ \zeta^{q_n^{(2)}}). \end{cases} \quad (8)$$

Из последних трех уравнений системы (7) получим, что для всех $n \in Z_+$

$$q_n^{(i)} = y_n^{(i)} \quad (i=1,2,3), \quad (9)$$

где $\bar{y}_0 = \bar{q}_0$. Подставим (9) в (8) и заменим x на y , а y на x . Получим

$$M_{FR}^{-1}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) = \begin{cases} y_{n+1} = \alpha_1^{-1} \circ (x_{n+1}^{(1)} \Theta f(x_n^{(1)}) \circ \zeta^{x_n^{(3)}}), \\ y_{n+1} = \alpha_1^{-1} \circ (x_{n+1}^{(2)} \Theta f(x_n^{(2)}) \circ \zeta^{x_n^{(1)}}), \\ y_{n+1} = \alpha_1^{-1} \circ (x_{n+1}^{(3)} \Theta f(x_n^{(3)}) \circ \zeta^{x_n^{(2)}}), \end{cases} \quad (n \in Z_+). \quad (10)$$

Утверждение доказано.

Замечание 1. Сравнивая (7) и (10), нетрудно заметить, что в процессе «шифрование-расшифровка» автоматы $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$ и $M_{FR}^{-1}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$ движутся по одной и той же траектории в пространстве состояний.

Замечание 2. Предположим, что элементы кольца Z_{p^k} представлены двоичными последовательностями длины $l = \lceil k \cdot \log p \rceil$. Рассмотрим очередную последовательность $\gamma_1 \dots \gamma_{3 \cdot l}$, сгенерированную автоматом $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$. Предположим, что выходы автомата $M_{FR}^{-1}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$ подсоединены к входам мажоритарной схемы. Из (10) вытекает, что в процессе расшифровки будут обнаружены все ошибки, возникшие в процессе передачи информации по каналу связи, состоящие в инвертировании значений битов и определяемые равенством $\gamma_i \oplus \gamma_{l+i} \oplus \gamma_{2 \cdot l+i} \neq 0$ ($i \in \{1, \dots, l\}$). При этом будут исправлены все ошибки, для которых в каждой тройке бит $\gamma_i, \gamma_{l+i}, \gamma_{2 \cdot l+i}$ ошибка произошла не более, чем в одном бите.

Утверждение 2. Для любого простого числа p при всех значениях числа $k \in N$

$$|A_{FR}(p, k)| = (p^k - 1) \cdot p^{4 \cdot k} \cdot (p^{-1} \cdot (p - 1))^4. \quad (11)$$

Доказательство. В автомате $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$ параметры $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ и ζ — обратимые элементы кольца Z_{p^k} , а $a \in Z_{p^k} \setminus \{0\}$. Число обратимых элементов кольца Z_{p^k} равно $p^{k-1} \cdot (p - 1)$. Выбор параметров $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a$ осуществляется независимо. Сюда вытекает справедливость равенства (11).

Утверждение доказано.

Утверждение 3. Для любого простого числа p при всех значениях числа $k \in N$ автомат $M_{FR}(\alpha, \alpha, \alpha, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$ не является сильно связным.

Доказательство. Пусть $\bar{q}_0 = (q_0, q_0, q_0) \in Z_{p^k}^3$. Из (7) вытекает, что $\bar{q}_1 = (q_1, q_1, q_1)$ для любого входного символа $x_1 \in Z_{p^k}$. Индукцией по длине слова можно показать, что $\bar{q}_n = (q_n, q_n, q_n)$ для любого входного слова $x_1 \dots x_n \in Z_{p^k}^n$.

Так как α — обратимый элемент кольца Z_{p^k} , то из (7) вытекает, что для любых фиксированных состояний $\bar{q}_0 = (q_0, q_0, q_0) \in Z_{p^k}^3$ и $\bar{q}_1 = (q_1, q_1, q_1) \in Z_{p^k}^3$ автомата $M_{FR}(\alpha, \alpha, \alpha, \zeta, a)$ существует единственный входной символ $x \in Z_{p^k}$, переводящий состояние \bar{q}_0 в состояние \bar{q}_1 .

Следовательно, собственное подмножество $S_1 = \{\bar{q} = (q, q, q) \mid q \in Z_{p^k}\}$ состояний автомата $M_{FR}(\alpha, \alpha, \alpha, \zeta, a)$ определяет компоненту сильной связности, т.е. автомат $M_{FR}(\alpha, \alpha, \alpha, \zeta, a)$ не является сильно связным.

Утверждение доказано.

Из доказательства утверждения 3 вытекает следствие 1.

Следствие 1. Для любого простого числа p при всех значениях числа $k \in N$ подавтомат автомата $M_{FR}(\alpha, \alpha, \alpha, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$, определяемый множеством состояний $S_1 = \{\bar{q} = (q, q, q) \mid q \in Z_{p^k}\}$, является перестановочным приведенным автоматом, диаметр графа переходов которого равен 1.

Структура любого автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$ существенно отличается от структуры подавтомата автомата $M_{FR}(\alpha, \alpha, \alpha, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$, определяемого множеством состояний $S_1 = \{\bar{q} = (q, q, q) \mid q \in Z_{p^k}\}$. В частности, из (7) вытекает утверждение 4.

Утверждение 4. Для любого простого числа p при всех значениях числа $k \in N$ множество состояний $S_2 = \{\bar{q} = (q^{(1)}, q^{(2)}, q^{(3)}) \mid q^{(i)} \in \{0, 1\} (i=1, 2, 3)\}$ любого автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$ под действием любого входного символа $x \in Z_{p^k}$ переходит в одно и то же состояние $\bar{q}' = (\alpha_1 \circ x, \alpha_2 \circ x, \alpha_3 \circ x)$.

Из утверждения 4 вытекает следствие 2.

Следствие 2. Для любого простого числа p при всех значениях числа $k \in N$ любой автомат $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$ не является перестановочным автоматом.

Обозначим через $K(\bar{q}, M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a))$ множество всех состояний автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$, эквивалентных состоянию $\bar{q} \in Z_{p^k}^3$.

Теорема 1. Для любого простого числа p при всех значениях числа $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$ для любого автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$ и любого состояния $\bar{q} = (q^{(1)}, q^{(2)}, q^{(3)}) \in Z_{p^k}^3$ множество $K(\bar{q}, M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a))$ состоит из всех таких состояний $\bar{q}' = (\tilde{q}^{(1)}, \tilde{q}^{(2)}, \tilde{q}^{(3)}) \in Z_{p^k}^3$, что истинны равенства

$$\begin{cases} f(\tilde{q}^{(1)}) \circ \zeta^{\tilde{q}^{(3)} - q^{(3)}} = f(q^{(1)}), \\ f(\tilde{q}^{(2)}) \circ \zeta^{\tilde{q}^{(1)} - q^{(1)}} = f(q^{(2)}), \\ f(\tilde{q}^{(3)}) \circ \zeta^{\tilde{q}^{(2)} - q^{(2)}} = f(q^{(3)}). \end{cases} \quad (12)$$

Доказательство. Зафиксируем автомат $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$ и состояние $\bar{q} = (q^{(1)}, q^{(2)}, q^{(3)}) \in Z_{p^k}^3$. Пусть $\bar{q}' = (\tilde{q}^{(1)}, \tilde{q}^{(2)}, \tilde{q}^{(3)}) \in K(\bar{q}, M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a))$. Из первых трех уравнений системы (7) находим, что для любого входного символа $x \in Z_{p^k}$

$$\begin{cases} q_1^{(1)} = f(q^{(1)}) \circ \zeta^{q^{(3)}} \oplus \alpha_1 \circ x_{n+1}, \\ q_1^{(2)} = f(q^{(2)}) \circ \zeta^{q^{(1)}} \oplus \alpha_2 \circ x_{n+1}, \\ q_1^{(3)} = f(q^{(3)}) \circ \zeta^{q^{(2)}} \oplus \alpha_3 \circ x_{n+1}, \end{cases} \quad (13)$$

и

$$\begin{cases} \tilde{q}_1^{(1)} = f(\tilde{q}^{(1)}) \circ \zeta^{\tilde{q}^{(3)}} \oplus \alpha_1 \circ x_{n+1}, \\ \tilde{q}_1^{(2)} = f(\tilde{q}^{(2)}) \circ \zeta^{\tilde{q}^{(1)}} \oplus \alpha_2 \circ x_{n+1}, \\ \tilde{q}_1^{(3)} = f(\tilde{q}^{(3)}) \circ \zeta^{\tilde{q}^{(2)}} \oplus \alpha_3 \circ x_{n+1}. \end{cases} \quad (14)$$

Так как \bar{q} и \bar{q}' — эквивалентные состояния автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$, то из последних трех уравнений системы (7) вытекает, что

$$q_1^{(i)} = \tilde{q}_1^{(i)} \quad (i=1, 2, 3). \quad (15)$$

Из (13)–(15) следует, что

$$\begin{cases} f(q^{(1)}) \circ \zeta^{q^{(3)}} \oplus \alpha_1 \circ x_{n+1} = f(\tilde{q}^{(1)}) \circ \zeta^{\tilde{q}^{(3)}} \oplus \alpha_1 \circ x_{n+1} \\ f(q^{(2)}) \circ \zeta^{q^{(1)}} \oplus \alpha_2 \circ x_{n+1} = f(\tilde{q}^{(2)}) \circ \zeta^{\tilde{q}^{(1)}} \oplus \alpha_2 \circ x_{n+1} \Leftrightarrow \\ f(q^{(3)}) \circ \zeta^{q^{(2)}} \oplus \alpha_3 \circ x_{n+1} = f(\tilde{q}^{(3)}) \circ \zeta^{\tilde{q}^{(2)}} \oplus \alpha_3 \circ x_{n+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(q^{(1)}) \circ \zeta^{q^{(3)}} = f(\tilde{q}^{(1)}) \circ \zeta^{\tilde{q}^{(3)}}, \\ f(q^{(2)}) \circ \zeta^{q^{(1)}} = f(\tilde{q}^{(2)}) \circ \zeta^{\tilde{q}^{(1)}}, \\ f(q^{(3)}) \circ \zeta^{q^{(2)}} = f(\tilde{q}^{(3)}) \circ \zeta^{\tilde{q}^{(2)}}. \end{cases} \quad (16)$$

Так как ζ — обратимый элемент кольца Z_{p^k} , то из (16) вытекает (12).

Теорема доказана.

Состояния $q, q' \in Q$ автомата $M = (Q, X, Y, \delta, \lambda)$ — близнецы, если $\delta(q, x) = \delta(q', x)$ и $\lambda(q, x) = \lambda(q', x)$ для любого входного символа $x \in X$. Из доказательства теоремы 1 вытекает следствие 3.

Следствие 3. Для любого простого числа p при всех значениях числа $k \in N$ эквивалентные состояния любого автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$ — близнецы.

Множество $K(\bar{q}, M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a))$ может быть вычислено следующим образом.

Пусть число ζ принадлежит показателю δ , т.е. δ — такое наименьшее натуральное число, что $\zeta^\delta \equiv 1 \pmod{p^k}$. Представим компоненты состояния $\bar{q} = (q^{(1)}, q^{(2)}, q^{(3)}) \in Z_{p^k}^3$ в виде $q^{(i)} = \zeta^{h_i} \circ b_i$ ($i=1,2,3$), где $(b_i, \zeta) = 1$ ($i=1,2,3$). Из (12) вытекает, что компоненты любого состояния $\bar{q}' = (\tilde{q}^{(1)}, \tilde{q}^{(2)}, \tilde{q}^{(3)}) \in K(\bar{q}, M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a))$ удовлетворяют равенствам

$$\begin{cases} f(\tilde{q}^{(1)}) = \zeta^{l_3} \circ b_1, \\ f(\tilde{q}^{(2)}) = \zeta^{l_1} \circ b_2, \\ f(\tilde{q}^{(3)}) = \zeta^{l_2} \circ b_3. \end{cases} \quad (17)$$

Из (12) и (17) вытекает, что

$$\begin{cases} \tilde{q}^{(1)} \equiv h_1 \oplus q^{(1)} \Theta l_1 \pmod{\delta}, \\ \tilde{q}^{(2)} \equiv h_2 \oplus q^{(2)} \Theta l_2 \pmod{\delta}, \\ \tilde{q}^{(3)} \equiv h_3 \oplus q^{(3)} \Theta l_3 \pmod{\delta}. \end{cases} \quad (18)$$

Итак, для построения множества $K(\bar{q}, M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a))$ достаточно найти все решения $(\tilde{q}^{(1)}, \tilde{q}^{(2)}, \tilde{q}^{(3)})$ систем сравнений (18) при всех значениях $l_1, l_2, l_3 \in \{0, 1, \dots, \delta - 1\}$. При этом $(\tilde{q}^{(1)}, \tilde{q}^{(2)}, \tilde{q}^{(3)}) \in K(\bar{q}, M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a))$ тогда и только тогда, когда истинны равенства (17).

ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ИССЛЕДУЕМОЙ МОДЕЛИ

Рассмотрим задачу параметрической идентификации автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$ в предположении, что экспериментатор может управлять входом и инициализацией автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$.

Утверждение 5. Для любого простого числа p при всех значениях числа $k \in N$ идентификация параметров $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$ осуществляется простым экспериментом длины 1.

Доказательство. Положим $q_0^{(1)} = q_0^{(2)} = q_0^{(3)} = 0$ и $x = 1$. Из (7) вытекает, что $\alpha_i = y_1^{(i)}$ ($i=1,2,3$).

Утверждение доказано.

Теорема 2. Для любого простого числа $p \geq 3$ при всех значениях числа $k \in N$, если известны параметры $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$, а также известно, что a — обратимый элемент кольца Z_{p^k} , то идентификация параметров a и ζ сводится к решению системы двух уравнений, полученной в результате простого эксперимента длины 1.

Доказательство. Пусть a — обратимый элемент кольца Z_{p^k} . Присвоив $q_0^{(1)} = 2$, $q_0^{(2)} = 2$ и $q_0^{(3)} = 1$. Из (7) вытекает, что для любого входного символа $x_1 \in Z_{p^k}$

$$\begin{cases} \zeta \circ a \circ 2 \circ (p^k - 1) = y_1^{(1)} \Theta \alpha_1 \circ x_1, \\ \zeta^2 \circ a \circ 2 \circ (p^k - 1) = y_1^{(2)} \Theta \alpha_2 \circ x_1. \end{cases} \quad (19)$$

Так как $p \geq 3$, то 2 и $p^k - 1$ — обратимые элементы кольца Z_{p^k} . А так как a — обратимый элемент кольца Z_{p^k} и система (19) — совместная, то $y_1^{(i)} \Theta \alpha_i \circ x_1$ ($i=1,2$) — обратимые элементы кольца Z_{p^k} . Следовательно, из (19) вытекает, что

$$\begin{cases} \zeta = (y_1^{(1)} \Theta \alpha_1 \circ x_1)^{-1} \circ (y_1^{(2)} \Theta \alpha_2 \circ x_1), \\ a = (y_1^{(1)} \Theta \alpha_1 \circ x_1)^2 \circ (y_1^{(2)} \Theta \alpha_2 \circ x_1)^{-1} \circ 2^{-1} \circ (p^k - 1)^{-1}. \end{cases}$$

Теорема доказана.

Замечание 3. Метод доказательства, используемый в теореме 2, не применим, если $p = 2$. Действительно, пусть a — обратимый элемент кольца Z_{p^k} . Если $p = 2$ и $k = 1$, то $\zeta = 1$ и $a = 1$. Если же $p = 2$ и $k > 1$, то $x \circ (1 \Theta x)$ — необратимый элемент кольца Z_{p^k} для любого $x \in Z_{p^k}$. Поэтому, присвоив $q_0^{(1)} = 2$, $q_0^{(2)} = 1$ и $q_0^{(3)} = 0$, получим

$$\begin{cases} a \circ 2 \circ (p^k - 1) = y_1^{(1)} \Theta \alpha_1 \circ x_1, \\ \zeta^2 \circ a \circ 2 \circ (p^k - 1) = y_1^{(2)} \Theta \alpha_2 \circ x_1. \end{cases} \quad (20)$$

Все решения (a, ζ) этой системы обладают тем свойством, что при их подстановке в (7) получим эквивалентные друг другу автоматы. Это означает, что идентификация параметров a и ζ может быть осуществима только с точностью до множества решений системы (20).

Идентификация параметров a и ζ существенно усложняется, если a — необратимый элемент кольца Z_{p^k} . В этом случае вначале необходимо найти все решения a и ζ системы уравнений (19), а затем обычными методами теории автоматов с помощью кратного эксперимента решить задачу идентификации автомата в классе допустимых автоматов $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$.

Рассмотрим теперь задачу идентификации начального состояния автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$ в предположении, что экспериментатору известны параметры $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a$ автомата и он может управлять входом автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$.

Предположим вначале, что экспериментатор имеет возможность управлять также параметрами автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$, а $p^k > 4$. Положим $a = 4$ и $\zeta = 1$. Из (7) вытекает, что для любого входного символа $x_1 \in Z_{p^k}$

$$\begin{cases} (2 \circ q_0^{(1)} \Theta 1)^2 = \alpha_1 \circ x_1 \Theta y_1^{(1)} \oplus 1, \\ (2 \circ q_0^{(2)} \Theta 1)^2 = \alpha_2 \circ x_1 \Theta y_1^{(2)} \oplus 1, \\ (2 \circ q_0^{(3)} \Theta 1)^2 = \alpha_3 \circ x_1 \Theta y_1^{(3)} \oplus 1. \end{cases} \quad (21)$$

Множество S решений $(q_0^{(1)}, q_0^{(2)}, q_0^{(3)})$ системы уравнений (20) определяет множество всех допустимых кандидатов на начальное состояние исследуемого автомата. При этом $|S| = o(p^k)$, если $p \rightarrow \infty$ или $k \rightarrow \infty$. Неэквивалентные состояния автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$, принадлежащие множеству S (если такие имеются), необходимо различить с помощью простого диагностического эксперимента.

Предположим теперь, что экспериментатор не может управлять параметрами автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$. Из (7) вытекает, что для любого входного символа $x_1 \in Z_{p^k}$

$$\begin{cases} f(q_0^{(1)}) \circ \zeta^{q_0^{(3)}} = y_1^{(1)} \Theta \alpha_1 \circ x_1, \\ f(q_0^{(2)}) \circ \zeta^{q_0^{(1)}} = y_1^{(2)} \Theta \alpha_2 \circ x_1, \\ f(q_0^{(3)}) \circ \zeta^{q_0^{(2)}} = y_1^{(3)} \Theta \alpha_3 \circ x_1. \end{cases} \quad (22)$$

Так как система уравнений (22) — совместная, то

$$\begin{cases} y_1^{(1)} \Theta \alpha_1 \circ x_1 = b_1 \circ \zeta^{h_3}, \\ y_1^{(2)} \Theta \alpha_1 \circ x_1 = b_2 \circ \zeta^{h_1}, \\ y_1^{(3)} \Theta \alpha_1 \circ x_1 = b_3 \circ \zeta^{h_2}, \end{cases} \quad (23)$$

где $(b_i, \zeta) = 1$ ($i = 1, 2, 3$). Из (22) и (23) следует, что

$$\begin{cases} f(q_0^{(1)}) = \zeta^{l_3} \circ b_1, \\ f(q_0^{(2)}) = \zeta^{l_1} \circ b_2, \\ f(q_0^{(3)}) = \zeta^{l_2} \circ b_3. \end{cases} \quad (24)$$

Пусть число ζ принадлежит показателю δ . Подставим (23) и (24) в (22). Получим

$$\begin{cases} q_0^{(1)} = h_1 \Theta l_1 \pmod{\delta}, \\ q_0^{(2)} = h_2 \Theta l_2 \pmod{\delta}, \\ q_0^{(3)} = h_3 \Theta l_3 \pmod{\delta}. \end{cases} \quad (25)$$

Таким образом, для идентификации начального состояния автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$ достаточно найти множество S_1 всех решений $(q_0^{(1)}, q_0^{(2)}, q_0^{(3)})$ систем сравнений (25) при всех значениях $l_1, l_2, l_3 \in \{0, 1, \dots, \delta - 1\}$, вычислить подмножество S_2 , состоящее из всех элементов $(q_0^{(1)}, q_0^{(2)}, q_0^{(3)}) \in S_1$, удовлетворяющих системе уравнений (24) и различить неэквивалентные состояния автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$, принадлежащие множеству S_2 (если такие имеются) с помощью простого диагностического эксперимента.

НЕПОДВИЖНЫЕ ТОЧКИ ИССЛЕДУЕМОЙ МОДЕЛИ

Зафиксируем автомат $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a) \in A_{FR}(p, k)$ и начальное состояние $\bar{q} = (q_0^{(1)}, q_0^{(2)}, q_0^{(3)})$. Обозначим через $X(M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a), \bar{q}_0)$ множество всех неподвижных точек словарной функции, реализуемой инициальным автоматом $(M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a), \bar{q}_0)$. Положим

$$X^{(1)}(M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a), \bar{q}_0) = X(M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a), \bar{q}_0) \cap Z_{p^k}.$$

Из (7) вытекает, что $x_1 \in X^{(1)}(M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a), \bar{q}_0)$ тогда и только тогда, когда x_1 является решением системы уравнений

$$\begin{cases} (1\Theta\alpha_1) \circ x_1 = f(q_0^{(1)}) \circ \zeta^{q_0^{(3)}}, \\ (1\Theta\alpha_2) \circ x_1 = f(q_0^{(2)}) \circ \zeta^{q_0^{(1)}}, \\ (1\Theta\alpha_3) \circ x_1 = f(q_0^{(3)}) \circ \zeta^{q_0^{(2)}}. \end{cases} \quad (26)$$

Из (26) вытекают утверждение 6 и 7.

Утверждение 6. Для любого простого числа p при всех значениях числа $k \in N$, если каждый элемент $1\Theta\alpha_i$ ($i=1, 2, 3$) — обратимый элемент кольца Z_{p^k} , то:

- $X^{(1)}(M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a), \bar{q}_0) = \emptyset$ тогда и только тогда, когда

$$\begin{aligned} & |\{(1\Theta\alpha_1)^{-1} \circ f(q_0^{(1)}) \circ \zeta^{q_0^{(3)}}, (1\Theta\alpha_2)^{-1} \circ f(q_0^{(2)}) \circ \zeta^{q_0^{(1)}}, \\ & (1\Theta\alpha_3)^{-1} \circ f(q_0^{(3)}) \circ \zeta^{q_0^{(2)}}\}| \geq 2; \end{aligned}$$

- $|X^{(1)}(M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a), \bar{q}_0)| = 1$ тогда и только тогда, когда

$$\begin{aligned} & |\{(1\Theta\alpha_1)^{-1} \circ f(q_0^{(1)}) \circ \zeta^{q_0^{(3)}}, (1\Theta\alpha_2)^{-1} \circ f(q_0^{(2)}) \circ \zeta^{q_0^{(1)}}, \\ & (1\Theta\alpha_3)^{-1} \circ f(q_0^{(3)}) \circ \zeta^{q_0^{(2)}}\}| = 1. \end{aligned}$$

Утверждение 7. Для любого простого числа p при всех значениях числа $k \in N$, если существует такое значение $i \in \{1, 2, 3\}$, что $1 \ominus \alpha_i$ и $f(q_0^{(i)})$, соответственно, необратимый и обратимый элементы кольца Z_{p^k} , то $X^{(1)}(M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a), \bar{q}_0) = \emptyset$.

ВЫВОДЫ

В работе определен и исследован класс $A_{FR}(p, k)$ автоматов $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$, являющихся аналогами над кольцом Z_{p^k} хаотической динамической free-running системы. Показано, что автоматы, принадлежащие классу $A_{FR}(p, k)$, могут быть использованы в качестве кандидата на поточный шифр, способный контролировать ошибки, возникшие в процессе передачи информации по каналу связи и состоящие в инвертировании значений битов. С позиции теории автоматов охарактеризована структура автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$. Более тонкий анализ компонент связности автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$ и множества неподвижных точек словарной функции, реализуемой начальным автоматом $(M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a), \bar{q}_0)$, представляет собой одно из возможных направлений дальнейших исследований.

Второе направление исследований связано с детальным анализом сложности решения задач параметрической идентификации и идентификации начального состояния автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$ с целью выделения наиболее подходящих значений параметров $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a$ при использовании автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$ в качестве поточного шифра.

Третье направление исследований связано с разработкой средств автоматизации решения задач построения классов эквивалентных состояний, параметрической идентификации и идентификации начального состояния автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$.

Четвертое направление исследований связано с компьютерным анализом вычислительной стойкости шифра, построенного на основе автомата $M_{FR}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \zeta, a)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреев Ю.В., Дмитриев А.С., Куминов Д.А. Хаотические процессоры // Радиотехника и электроника. — 1997. — **42**, Вып. 10. — С. 50–79.
2. Кузнецов С.П. Динамический хаос. — М.: Физматлит, 2001. — 296 с.
3. Шнайер Б. Прикладная криптография. Протоколы, алгоритмы, исходные тексты на языке СИ. — М.: ТРИУМФ, 2003. — 816 с.
4. Харин Ю.С., Берник В.И., Матвеев Б.В. Математические и компьютерные основы криптологии. — Минск: Новое знание, 2003. — 382 с.
5. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. — М.: Мир, 1971. — 400 с.

6. *Льюнг Л.* Идентификация систем. Теория для пользователя. — М.: Наука, 1991. — 432 с.
7. *Глушков В.М.* Синтез цифровых автоматов. — М.: Физматлит, 1962. — 476 с.
8. *Гилл А.* Введение в теорию конечных автоматов. — М.: Наука, 1966. — 272 с.
9. *Трахтенброт Б.А.* Конечные автоматы (поведение и синтез). — М.: Наука, 1970. — 400 с.
10. *Кудрявцев В.Б., Подколзин А.С.* Введение в теорию конечных автоматов. — М.: Наука, 1985. — 320 с.
11. *Кострикин А.И.* Введение в алгебру. — Т. 1–3. — М.: Наука, 1999–2000. — 818 с.
12. *Hennie F.C.* Finite state models for logical machines. — NY: John Wiley&Sons, Inc., 1962. — 466 p.
13. *Горяшко А.П.* Проектирование легко тестируемых дискретных устройств: идеи, методы, реализация // *АиТ.* — 1984. — № 7. — С. 5–35.
14. *Гилл А.* Линейные последовательностные машины. — М.: Наука, 1974. — 287 с.
15. *Фараджев Р.Г.* Линейные последовательностные машины. — М.: Сов. Радио, 1975. — 248 с.
16. *Блейхут Р.* Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. — М.: Мир, 1986. — 576 с.
17. *Лидл Р., Нидеррайтер Г.* Конечные поля. — Т. 1–2. — М.: Мир, 1988. — 820 с.
18. *Скобелев В.Г.* Нелинейные автоматы над конечным кольцом // *Кибернетика и системный анализ.* — 2006. — № 6. — С. 29–42.
19. *Скобелев В.Г.* О некоторых свойствах нелинейных БПИ-автоматов над кольцом Z_{p^k} // *Прикладная радиоэлектроника.* — 2007. — 6. — № 2. — С. 288–299.
20. *Aswin P., Ruclidge A.M., Sturman R.* Cyclic attractors of coupled cell systems and dynamics with symmetry // *Synchronization: Theory and Application. NATO Science Series. II. Mathematics, Physics and Chemistry. Kluwer Academic Publishers.* — 2003. — 109. — P. 5–23.
21. *Голод П.И., Климык А.У.* Математические основы теории симметрий. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. — 528 с.
22. *Скобелев В.В.* Симметрические динамические системы над конечным кольцом: свойства и сложность идентификации // *Труды ИПММ НАНУ.* — 2005. — 10. — С. 184–189.
23. *Even S.* On information lossless automata of finite order // *IEEE Transactions Election Computation* — 1965. — C-14, № 4. — P. 561–569.
24. *Huffman D.A.* Canonical forms for information-lossless finite stste logical machines // *IRE Transactions on Circuit Theory. Special Supplement, 1959.* — CT-6. — P. 41–59.
25. *Курмит А.* Автоматы без потери информации конечного порядка. — Рига: Зинатне, 1972. — 266 с.

Поступила 02.07.2008

ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ І
МЕТОДИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

THEORETICAL AND APPLIED PROBLEMS AND
METHODS OF SYSTEM ANALYSIS

УДК 519.816

Багатокритеріальне прийняття рішень із використанням максимального синтезу в методі аналізу ієрархій (МАІ) / Недашківська Н.І. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 3. — С. 7–16.

Досліджено різні види зміни порядку ранжування (реверсів рангів) альтернатив рішень під час використання модифікованого методу аналізу ієрархій із максимальним синтезом для розв'язання багатокритеріальних задач підтримки прийняття рішень. Проведено комп'ютерне моделювання явища реверса рангів у максимальному синтезі МАІ та знайдено умови його появи. Рис.: 3. Табл.: 1. Бібліогр.: 10 назв.

UDC 519.816

Multicriteria decision making using the maximin analytic hierarchy process (AHP) / Nedashkovskaya N.I. // System Research and Information Technologies. — 2010. — № 3. — P. 7–16.

Different types of rank reversals are investigated when the modified AHP with maximin synthesis is used to solve a multicriteria decision making problem. The rank reversal effect is modeled, and the conditions for its occurring in the maximin synthesis are established. Figs: 3. Tabl.: 1. Refs: 10 titles.

ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ,
ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ
СИСТЕМИ

PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES,
HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS

УДК 681.32.019.3

Оперативний контроль обчислень на основі інформаційної надлишковості / Буценко Ю.П., Савченко Ю.Г. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 3. — С. 17–24.

Розглянуто задачу забезпечення надійності комп'ютерних систем керування промислового призначення. Запропоновано узагальнення методу надлишкових змінних на довільні інформаційні процеси незалежно від способу їх апаратної або програмної реалізації. Бібліогр.: 9 назв.

UDC 681.32.019.3

On-line control of calculations in terms of information redundancy / Butsenko Yu.P., Savchenko Yu.G. // System Research and Information Technologies. — 2010. — № 3. — P. 17–24.

The problem of reliable control over industrial computer systems is considered. Generalization of the redundant variable method for any information processes with any hardware/software implementation is proposed. Refs: 9 titles.

УДК 004.652

Про повноту та єдиність універсального каркаса в реляційній моделі даних / Панченко Б.Є., Писанко І.М. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 3. — С. 25–35.

Введено уявлення про шляхи нормалізації в універсальному каркасі реляційних баз даних та про топологію цих шляхів. Сформульовано та доведено теорему про повноту та єдиність реляційного каркасу. Бібліогр.: 12 назв.

UDC 004.652

On the completeness and uniqueness of universal framework in relational model of data / Panchenko B. E., Pysanko I.M. // System Research and Information Technologies. — 2010. — № 3. — P. 25–35.

Ideas about routes for normalization in the universal framework of relational databases and their topology are introduced. A theorem about the completeness and uniqueness of the relational framework is formulated and proved. Refs: 12 titles.

УДК 621.391

Оптимізація фрагменту телекомунікаційної мережі / Сундучков К.С. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 3. — С. 36–45.

Розроблено метод аналізу та визначення параметрів телекомунікаційних мереж, їх математичні моделі, визначено області змін параметрів та області завдання значень незалежних змінних, розроблено метод оптимізації, критерій оптимізації. Наведено приклад пошуку оптимальних значень параметрів телекомунікаційної мережі. Рис.: 1. Табл.: 3. Бібліогр.: 6 назв.

UDC 621.391

Optimization of telecommunication network fragment / Sunduchkov K.S. // System Research and Information Technologies. — 2010. — № 3. — P. 36–45.

A method for analysis and determination of telecommunication network parameters is developed, and their mathematic models are constructed along with determination of the parameter domains and ranges of independent variables. A method for optimization and criterion of optimization are presented. An example of searching for optimal parameters of telecommunication network is provided. Figs: 1. Tabl.: 3. Refs: 6 titles.

ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ І
УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ,
ЕКОЛОГІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ

DECISION MAKING AND CONTROL IN
ECONOMIC, TECHNICAL, ECOLOGICAL AND
SOCIAL SYSTEMS

УДК 004.942, 519.876.5

Метод определения потоков рекреантов с помощью модифицированной гравитационной модели на базе нечеткой логики / Ляхов С.А., Виклюк Я.И. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 3. — С. 46–59.

Предложен метод расчета показателей атрактивности территории на базе нечеткой логики. Проведено совершенствование модифицированной гравитационной модели, которое используется для прогнозирования количества потенциальных рекреантов, предложенным методом. Проведены расчеты с использованием новой модели и приведен сравнительный анализ полученных результатов. Рис.: 5. Табл.: 7. Библиогр.: 16 назв.

UDC 004.942, 519.876.5

Method for recreant flow determination using a modified gravitation model on the basis of fuzzy logic / Liakhov S.A., Vikliuk Ya.I. // System Research and Information Technologies. — 2010. — № 3. — P. 46–59.

A method for calculation of index territory attractivity on the basis of fuzzy logic is proposed. The modified gravitation model used for forecast of the number of potential recreants is improved by this method. Calculations based on the new model are performed, and a comparative analysis of the obtained results is presented. Figs: 5. Tabl.: 7. Refs: 16 titles.

УДК 004.8

Нечіткий фондовий портфель. Дослідження та оптимізація / Мурга М.О. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 3. — С. 60–71.

Вивчається нечіткий фондовий портфель, функції належності активів якого мають трикутний вид. Досліджено залежність ризик-дохідності портфелю для різних розташувань функцій належності активів та критеріального значення. Показано, що загальну задачу оптимізації може бути зведено до двовимірного випадку та проводяться деякі алгоритми оптимізації портфелю. Розглянуто деякі закономірності поведінки залежності ризик-дохідності портфелю. Рис.: 8. Табл.: 6. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 004.8

Fuzzy stock portfolio. Research and optimization / Murga N.A. // System Research and Information Technologies. — 2010. — № 3. — P. 60–71.

A fuzzy stock portfolio whose membership functions are triangular is studied. The risk-profit relationship is investigated for various assets of membership functions and criterion values. It is shown that the general optimization problem may be reduced to the two-dimensional case, and some algorithms of the portfolio optimization are proposed. Some regularities of the risk-profit relationship behaviour are considered. Figs: 8. Tabl.: 6. Refs: 5 titles.

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ І
ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ
СИСТЕМ

MATHEMATICAL METHODS, MODELS,
PROBLEMS AND TECHNOLOGIES FOR
COMPLEX SYSTEMS RESEARCH

УДК 004.891.3+681.5

Синтез комбінованого решаючого правила (РП) в комп'ютерних системах медичинської діагностики / Поворознюк А.І. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 3. — С. 72–83.

Предложен метод синтеза комбинированного решающего правила в компьютерных системах медицинской диагностики при взаимодействии иерархических структур диагностических признаков и диагностируемых состояний на основе анализа априорных условных вероятностей, их неопределенностей и экспертных оценок структур симптомокомплексов. Рис.: 1. Библиогр.: 9 назв.

UDC 004.891.3+681.5

Synthesis of combined decision rule (DR) in computer systems of medical diagnostics / Povoroznyuk A.I. // System Research and Information Technologies. — 2010. — № 3. — P. 72–83.

A method for synthesis of combined decision rule in computer systems of medical diagnostics through interaction of hierarchical structures of diagnostic signs and conditions is proposed on the basis of analysis of a priori conditional probabilities, their uncertainties, and expert estimates of the structures of symptomatic complexes. Figs: 1. Refs: 9 titles.

УДК 519.681

Оцінка представницьких усічених ортогональних підпланів плану повного факторного експерименту / Сіра О.В., Дьомін Д.О. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 3. — С. 84–88.

Введено критерій оцінки якості усіченого ортогонального підплану плану повного факторного експерименту, що характеризує рівень змішування впливів факторів та їх взаємодій. Запропоновано методикою розрахунку ступеня показності усічених ортогональних планів. Облік введеного критерію дозволяє підвищити точність оцінювання параметрів багатofакторної регресії в умовах малої вибірки. Рис.: 1. Бібліогр.: 1 назв.

UDC 519.681

Estimation of representative truncated orthogonal subplans of complete factor experiment plan / Seraya O.V., Domin D.A. // System Research and Information Technologies. — 2010. — № 3. — P. 84–88.

A criterion for estimation of the quality of a truncated orthogonal subplan of the complete factor experiment plan is introduced, which characterizes the level of mixing effects of the factors and their interactions. A method for calculation the degree of representativeness for truncated orthogonal plans is proposed. Taking into account of the criterion makes it possible to improve the estimate accuracy for multifactor regression under the conditions of small selection. Figs: 1. Refs: 1 titles.

УДК 504.052

Исследование прерывистого характера глобализации в контексте общественного развития и безопасности стран мира. Часть 2. Исследование влияния кризисных явлений 2008–2009 годов / Згуровский А.М. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 3. — С. 89–107.

Проведено исследование влияния кризиса на общественные и политические процессы в глобальном и региональном контекстах с использованием методов многомерного статистического анализа (МСА). Исследован прерывистый характер зависимости индекса глобализации КОФ от ВВП, индикаторов экспорта/импорта разных стран мира, ограничение их капиталопотоков, объемов внутреннего и внешнего рынков, уровня иностранной собственности и «оттока мозгов» из страны, включая Украину. Рис.: 5. Табл.: 13. Библиогр.: 9 назв.

UDC 504.052

Research of faltering character of globalization in context of social development and safety of the countries of the world. A part 2. Research of the influence of the crisis phenomena of 2008–2009 / Zgurovsky A.M. // System Research and Information Technologies. — 2010. — № 3. — P. 89–107.

The influence of the crisis on social and political processes in global and regional contexts is studied using methods for multidimensional statistical analysis (MSA). A faltering character of the dependence of the globalization index (KOF) on the gross national product, export/import indicators, restriction of capital flows, volumes of home and export markets, level of foreign property, and «brain drain» is investigated for different countries of the world, including Ukraine. Figs: 5. Tabl.: 13. Refs: 9 titles.

УДК 678.067.5:539.377

Математична модель розрахунку термонапруженого стану оболонкових конструктивних елементів / Москальова Є.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 3. — С. 108–114.

Запропоновано математичну модель розрахунку термонапруженого стану оболонкових конструктивних елементів у вигляді уточненої теорії анізотропних оболонок, побудованої методом гіпотез. Досліджено термонапружений стан конструктивного оболонкового елемента з урахуванням отриманих експериментальних даних. Рис.: 2. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 678.067.5:539.377

Mathematic model for calculation of thermostressed state of shell constructs / Moskaleva E.V. // System Research and Information Technologies. — 2010. — № 3. — P. 108–114.

A mathematic model for calculation of thermostressed state of shell constructs is proposed as an improved theory of anisotropic shells which is built using the method of

hypotheses. The thermostressed state of a shell construct is investigated taking into account the experimental data obtained. Figs: 2. Refs: 5 titles.

НОВІ МЕТОДИ В СИСТЕМНОМУ АНАЛІЗІ,
ІНФОРМАЦІЇ ТА ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

NEW METHODS IN SYSTEM ANALYSIS, COMPUTER
SCIENCE AND THEORY OF DECISION MAKING

УДК 519.8

Функція Мінковського в задачах пакування / Остапенко В.В., Якуніна І.Л. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 3. — С. 115–121.

Розглянуто задачу пакування, яка полягає в найбільш раціональному розміщенні групи заданих предметів. Оскільки при моделюванні розміщення вантажів, розкром матеріалу та подібних процесів виникає питання про неперетин предметів, запропоновано новий підхід до побудови умов неперетину за допомогою нерівності, яка задається функцією Мінковського. Побудовано аналітичні формули, які описують функції Мінковського від різниці (суми) різних тіл. Рис.: 3. Бібліогр.: 14 назв.

UDC 519.8

Minkowski function in packing problems / Ostapenko V.V. and Iakunina I.L. // System Research and Information Technologies. — 2010. — № 3. — P. 115–121.

The problem of packing, which consists in the most rational placement of group of given objects, is considered. Since in modeling of the placement of goods, cutout of material and similar processes a question arises about non-intersection of objects so a new approach to construction of non-intersection conditions is offered through an inequality specified by the Minkowski function. Analytical formulas that describe the Minkowski functions from the difference/sum of various objects are constructed. Figs: 3. Refs: 14 titles.

УДК 339.9

Механізм формування цін і тарифи у динамічній моделі невеликої відкритої перехідної економіки / Оганесян Г. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 3. — С. 122–129.

Досліджено основні процеси, що впливають на динаміку цін у невеликій відкритій перехідній економіці. Розглянуто декілька характерних особливостей такої економіки, що визначають поведінку математичної моделі. У моделі враховано чотири фактори, що впливають на ціноутворення після лібералізації внутрішнього ринку: ціна внутрішнього виробника, ціна неефективності виробництва, гіперінфляційна ціна та ціна на світовому ринку, яка, в свою чергу, враховує динаміку валютного курсу. Представлено результати чисельного моделювання динаміки цін в одному з сегментів ринку продовольчих товарів на Україні, а саме, ринку твердих сирів. Рис.: 5. Бібліогр.: 4 назви.

УДК 339.9

Механизм формирования цен и тарифы в динамической модели небольшой открытой переходной экономики / Оганесян Г. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 3. — С. 122–129.

Исследованы основные процессы, влияющие на динамику цен в небольшой открытой переходной экономике. Рассмотрено несколько отличительных особенностей такой экономики, определяющих поведение математической модели. В модели учтены четыре фактора, которые влияют на ценообразование после либерализации внутреннего рынка: цена внутреннего производителя, цена неэффективности производства, гиперинфляционная цена и цена на мировом рынке, которая, в свою очередь, учитывает динамику валютного курса. Представлены результаты многочисленного моделирования динамики цен в одном из сегмен-

тов рынка продовольственных товаров в Украине, а именно, рынка твердых сыров. Рис.: 5. Библиогр.: 4 назв.

УДК 518.6+681.3

Аналіз free-running автомата над кінцевим кільцем / Скобелєв В.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2010. — № 3. — С. 130–142.

Досліджено аналог над кінцевим кільцем хаотичної динамічної free-running системи. З позиції теорії автоматів охарактеризована структура моделі, яка вивчається. Розв'язано задачі параметричної ідентифікації та ідентифікації початкового стану. Охарактеризовано структуру множини нерухомих точок словникової функції, яка реалізується ініціальним автоматом. Библиогр.: 25 назв.

UDC 518.6+681.3

Analysis of free-running automaton over a finite ring / Skobelev V.V. // System Research and Information Technologies. — 2010. — № 3. — P. 130–142.

The analog over the finite ring of chaotic dynamical free-running system is investigated. The structure of the model under investigation is characterized in terms of automaton theory. Problems of parametric identification and identification of the initial state are solved. The structure of fixed points in the mapping realized by the initial automaton is characterized. Refs: 25 titles.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Буценко Юрій Павлович,

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей Національного технічного університету України «КПІ», Україна, Київ

Виклюк Ярослав Ігорович,

доцент, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри комп'ютерних систем і технологій Буковинського університету, Україна, Чернівці

Дьомін Дмитро Олександрович,

кандидат технічних наук, професор кафедри ливарного виробництва Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Україна, Харків

Згуровський Олександр Михайлович,

аспірант Національного технічного університету України «КПІ», Україна, Київ

Ляхов Сергій Олександрович,

аспірант Європейського університету, Україна, Київ

Москальова Євгенія Василівна,

доцент кафедри вищої математики Санкт-Петербурзького державного університету цивільної авіації, Росія, Санкт-Петербург

Мурга Микола Олексійович,

аспірант Національного технічного університету України «КПІ», Україна, Київ

Недашківська Надія Іванівна,

кандидат технічних наук, доцент Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Оганесян Гаяне,

студентка факультету менеджменту і маркетингу Національного технічного університету України «КПІ», Україна, Київ

Остапенко Валентин Володимирович,

професор, доктор фізико-математичних наук, завідувач відділу чисельних методів оптимізації Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Панченко Борис Євгенович,

кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Інституту кібернетики НАН України, Київ

Писанко Іван Миколайович,

науковий співробітник Науково-технічного центру панорамних акустичних систем НАН України, Запоріжжя

Поворознюк Анатолій Іванович,

доцент, кандидат технічних наук, професор кафедри обчислювальної техніки та програмування Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Україна, Харків

Савченко Юлій Григорович,

доктор технічних наук, професор кафедри звукотехніки та реєстрації інформації факультету електроніки Національного технічного університету України «КПІ», Україна, Київ

Сіра Оксана Володимирівна,

доцент, кандидат технічних наук, доцент Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Україна, Харків

Скобелєв Володимир Володимирович,

аспірант Інституту прикладної математики і механіки НАН України, Донецьк

Сундучков Костянтин Станіславович,

професор, доктор технічних наук, заступник директора з наукової роботи Інституту телекомунікаційних систем НТУУ «КПІ», Україна, Київ

Якуніна Ірина Львівна,

кандидат фізико-математичних наук, науковий співробітник відділу чисельних методів оптимізації Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ