

◀ 60 ▶



НАШИ ПОЗДРАВЛЕНИЯ

30 января 2010 г. исполняется 60 лет

Михаилу Захаровичу Згуровскому,

ректору Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт», директору Института прикладного системного анализа Национальной академии наук Украины и Министерства образования и науки Украины, действительному члену и члену Президиума Национальной академии наук Украины, действительному члену Академии педагогических наук Украины, иностранному члену Российской академии наук.

М.З. Згуровский — известный ученый в области кибернетики, системного анализа, теории принятия решений. Он обобщил базовые положения теории системного анализа, заложил основы системной математики, предложил новый подход к теории экстремальных задач для нелинейных операторных, дифференциально-операторных уравнений и включений, вариационных неравенств. Также заложил основы аксиоматического изучения нелинейных многозначных отображений и в их терминах установил свойства разрешающих операторов систем, состоящих из операторных и дифференциально-операторных уравнений. Выявил условия разрешимости и свойства решений экстремальных задач, построил их слабые расширения и необходимые условия оптимальности в форме вариационных неравенств. Разработал методы регуляризации и обосновал аппроксимирующие схемы.

Наиболее известные приложения результатов его научных исследований относятся к области математической геофизики, геоинформатики, социально-экономическим проблемам современного общества.

В научной школе М.З. Згуровского подготовлено 9 докторов и более 40 кандидатов наук. Он является автором 50 изобретений, автором и соавтором свыше 300 научных трудов, 38 монографий и учебников, изданных в Германии, Польше, Японии, Украине и других странах мира.

Под научным руководством М.З. Згуровского в Украине создан Институт прикладного системного анализа Национальной академии наук Украины и Министерства образования и науки Украины, Мировой центр данных «Геоинформатика и устойчивое развитие», который специализируется в геоинформатике в области глобального моделирования процессов устойчивого развития и оценивания глобальных угроз для безопасности и качества жизни людей.

М.З. Згуровский — член многих украинских и зарубежных научных обществ, член научного комитета Мировой системы данных (WDS, Париж, Франция), член правления Мировой сети знаний об образовании и научных обменах (EDNES, Страсбург, Франция), национальный представитель Украины в Международном совете науки (ICSU, Париж, Франция), член исполнительного совета Комитета по данным в науках и технологиях (CODATA, Париж, Франция), член наблюдательного совета Украинского научно-технологического центра (УНТЦ, Киев, Украина), президент сети университетов стран Черноморского региона (BSUN, Констанция, Румыния), президент Центрального Восточно-европейского института устойчивого развития, член Киевского математического общества.

М.З. Згуровский — заслуженный деятель науки и техники Украины, трижды лауреат Государственных премий Украины в области науки и техники (в 1990, 1999 и 2005 гг.), премий Национальной академии наук Украины имени В. Глушкова (1994 г.) и имени В. Михалевича (2004 г.).

За достижения в области науки, образования и развития международного сотрудничества М.З. Згуровский удостоен государственных наград Украины, Италии, Эстонии, Вьетнама, Российской академии наук и Польского научного общества. Он член редколлегий ряда отечественных и зарубежных научных журналов, главный редактор журнала «Системные исследования и информационные технологии» Национальной академии наук Украины.

Коллектив Учебно-научного комплекса
«Институт прикладного системного анализа»
Национального технического университета Украины «КПИ»
сердечно поздравляет
академика НАН Украины, профессора, доктора технических наук,
Заслуженного деятеля науки и техники Украины
Михаила Захаровича ЗГУРОВСКОГО
со славным юбилеем — 60-летием



СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

МІЖНАРОДНИЙ НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 4

2009

ЗАСНОВАНИЙ У ЛИПНІ 2001 Р.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Головний редактор

М.З. ЗГУРОВСЬКИЙ, акад. НАН України

Заступник головного редактора

Н.Д. ПАНКРАТОВА, проф., д. т. н.

Члени редколегії:

П.І. АНДОН, чл.-кор. НАН України

А.В. АНІСІМОВ, проф., д. ф.-м. н.

В.Г. БОНДАРЕНКО, проф., д. ф.-м. н.

Ж. БОННІН, проф., Франція

Р. ВОРОНКА, проф., США

С.М. ГРІША, проф., д. т. н.

О.Д. ГВІШАНИ, проф., д. ф.-м. н.,
Росія

В.І. КОСТЮК, проф., д. т. н.

В.М. КУНЦЕВИЧ, акад. НАН України

Г.М. ЛУЦЬКИЙ, проф., д. т. н.

О.С. МАКАРЕНКО, проф., д. ф.-м. н.

О.А. МОЛЧАНОВ, проф., д. т. н.

В.В. ОСТАПЕНКО, проф., д. ф.-м. н.

О.А. ПАВЛОВ, проф., д. т. н.

В.Н. РЕДЬКО, акад. НАН України

Т.Л. СААТІ, проф., США

І.В. СЕРГІЄНКО, акад. НАН України

В.В. СКОПЕЦЬКИЙ, чл.-кор. НАН України

В.П. ТАРАСЕНКО, проф., д. т. н.

Я.С. ЯЦКІВ, акад. НАН України

АДРЕСА РЕДАКЦІЇ:

03056, м. Київ,

пр. Перемоги, 37, корп. 35,

Навчально-науковий комплекс

«Інститут прикладного системного аналізу»

НТУУ «КПІ» МОН та НАН України

Тел.: 406-81-44, Факс: 406-81-44

E-mail: journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua

http://journal.iasa.com.ua

У номері:

• **КПІ: сквозь епохи и столетия**

• **Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу**

• **Прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи**

• **Проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах**

• **Математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем**

NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE
EDUCATIONAL-SCIENTIFIC COMPLEX
«INSTITUTE FOR APPLIED SYSTEM ANALYSIS»
AT THE NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF UKRAINE «KPI»
OF MES AND NAS OF UKRAINE

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

№ 4

2009

IT IS FOUNDED IN JULY, 2001

EDITORIAL BOARD:

The editor – in – chief

M.Z. ZGUROVSKY, Academician of
NASU

Deputy editor – in – chief

N.D. PANKRATOVA, Prof., Ukraine

Associate editors:

F.I. ANDON,	Correspondent member of NASU
A.V. ANISIMOV,	Prof., Ukraine
V.G. BONDARENKO	Prof., Ukraine
Z. BONNIN,	Prof., France
R. VORONKA,	Prof., USA
S.N. GRISHA,	Prof., Ukraine
A.D. GVISHIANI	Prof., Russia
V.I. KOSTJUK,	Prof., Ukraine
V.M. KUNTHEVICH,	Academician of NASU
G.M. LUTSKY,	Prof., Ukraine
A.S. MAKARENKO	Prof., Ukraine
A.A. MOLCHANOV,	Prof., Ukraine
V.V. OSTAPENKO,	Prof., Ukraine
A.A. PAVLOV,	Prof., Ukraine
V.N. REDKO,	Academician of NASU
T.L. SAATY,	Prof., USA
I.V. SERGIENKO,	Academician of NASU
V.V. SKOPETSKY	Correspondent mem- ber of NASU
V.P. TARASENKO,	Prof., Ukraine
Ya.S. YATSKIV	Academician of NASU

THE EDITION ADDRESS:

03056, Kyiv,
av. Peremogy, 37, building 35,
Educational-Scientific Complex
«Institute for Applied System Analysis» at the
National Technical University of Ukraine «KPI»
of MES and NAS of Ukraine
Phones: **406-81-44**; Fax: **406-81-44**;
E-mail: journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua
<http://journal.iasa.com.ua>

In the issue:

- **KPI: Through epochs and centuries**
- **Theoretical and applied problems and methods of system analysis**
- **Progressive information technologies, high-efficiency computer systems**
- **Decision making and control in economic, technical, ecological and social systems**
- **Mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research**

Шановні читачі!

Навчально-науковий комплекс «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України видає міжнародний науково-технічний журнал

«СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ».

Журнал публікує роботи теоретичного і прикладного характеру в широкому спектрі проблем, пов'язаних із системними дослідженнями та інформаційними технологіями.

Провідні тематичні розділи журналу:

Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу; теоретичні та прикладні проблеми інформатики; автоматизовані системи управління; прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи; проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах; теоретичні та прикладні проблеми інтелектуальних систем підтримки прийняття рішень; проблемно і функціонально орієнтовані комп'ютерні системи та мережі; методи оптимізації, оптимальне управління і теорія ігор; математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем; методи аналізу та управління системами в умовах ризику і невизначеності; евристичні методи та алгоритми в системному аналізі та управлінні; нові методи в системному аналізі, інформатиці та теорії прийняття рішень; науково-методичні проблеми в освіті.

Головний редактор журналу — ректор Національного технічного університету України «КПІ», директор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, академік НАН України Михайло Захарович ЗГУРОВСЬКИЙ.

Журнал «Системні дослідження та інформаційні технології» включено до переліку фахових видань ВАК України.

Статті публікуються українською, російською та англійською мовами.

Журнал можна передплатити. **Наш індекс 23918.** Якщо ви не встигли передплатити журнал, його можна придбати безпосередньо в редакції. Наша адреса: 03056, м. Київ, пр. Перемоги, 37, корп. 35.

Редактор В.М. Мацуї
Комп'ютерна верстка А.А. Патіоха

Підписано до друку 25.09.2009. Формат 70x108/16.
Папір офс. Офс. друк. Ум. друк. арк. 14. Ціна договірна.
Свідоцтво про реєстрацію КВ № 13804–2778 ПР від 17.03.2008 р.

Видавництво та поліграфія ВПК «Політехніка»
ВПІ НТУУ «КПІ»
03056, Київ–56, пр. Перемоги, 37, корп. 15

Dear Readers!

The Educational-scientific complex «Institute for applied system analysis» at the National technical university of Ukraine «KPI» of MES and NAS of Ukraine is published of the international scientific and technical journal

**«SYSTEM RESEARCH AND
INFORMATION TECHNOLOGIES».**

The Journal is printing works of a theoretical and applied character on a wide spectrum of problems, connected with system researches and information technologies.

The main thematic sections of the Journal are the following:

Theoretical and applied problems and methods of system analysis; theoretical and applied problems of computer science; automated control systems; progressive information technologies, high-efficiency computer systems; decision making and control in economic, technical, ecological and social systems; theoretical and applied problems of intellectual systems for decision making support; problem- and function-oriented computer systems and networks; methods of optimization, optimum control and theory of games; mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research; methods of system analysis and control in conditions of risk and uncertainty; heuristic methods and algorithms in system analysis and control; new methods in system analysis, computer science and theory of decision making; scientific and methodical problems in education.

The editor-in-chief of the Journal is Rector of the National Technical University of Ukraine «KPI», Director of the Educational-scientific complex «Institute for applied system analysis» at the National technical university of Ukraine «KPI» of MES and NAS of Ukraine, academician of the NASU Michael Zaharovich Zgurovsky.

The articles to be published in the Journal in Ukrainian, Russian and English languages are accepted. Information printed in the Journal is included in the Catalogue of periodicals of Ukraine.

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

4 • 2009

ЗМІСТ

КПИ: СКВОЗЬ ЕПОХИ И СТОЛЕТИЯ	
<i>Згуровский М.З.</i> Охвативший три столетия	7
ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ І МЕТОДИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ	
<i>Згуровский М.З., Павлов А.А., Мисюра Е.Б.</i> ПДС-алгоритмы и труднорешаемые задачи комбинаторной оптимизации	14
<i>Pomerantseva T., Boldak A.</i> Principal component analysis for studying the world security problem	32
ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ	
<u>Лигун А.О.</u> , Шумейко О.О., Журба В.М. Алгоритм побудови оптимальних пар фільтрів кодування і відновлення, адаптивних до функції багатьох змінних	47
<u>Юхимчук С.В.</u> , Савчук Т.О., Кацман М.Д. Використання інтелектуальних технологій для аналізу небезпечних ситуацій на залізничному транспорті ...	53
ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ І УПРАВЛІННЯ В ЕКОНОМІЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ, ЕКОЛОГІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМАХ	
<i>Зайченко Ю.П., Петросюк И.М., Ярошенко М.С.</i> Исследование нечетких нейронных сетей в задачах распознавания объектов электрооптических изображений	61
<i>Сопин М.О., Вихлюк Я.И.</i> Управление социально-экономическими системами с помощью шума	77
<i>Кухарева О.В., Кухарев С.О.</i> Дослідження завантаженості мережевих елементів при варіюванні параметрів мережі з технологією MPLS	86
МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ І ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ	
<i>Романенко В.Д., Милявский Ю.Л.</i> Прогнозирование максимальных условных дисперсий многомерных процессов с разнотемповой дискретизацией на основе адаптивных моделей GARCH	92
<i>Ясінський В.В., Капустян О.А.</i> Наближені екстремальні розв'язки для еволюційних включень субдиференціального типу	109
<i>Бомба А.Я., Гаврилюк В.І.</i> Системна методологія моделювання фільтраційних процесів у криволінійних областях з невизначеними ділянками меж	117
<i>Король І.І.</i> Інтегрування параметризованих багатоточкових крайових задач	129
Реферати	140
Відомості про авторів	145
Зміст журналу «Системні дослідження та інформаційні технології» за 2009 р.	147
Автори статей за 2009 р.	149

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

4 • 2009

CONTENTS

KPI: THROUGH EPOCHS AND CENTURIES	
<i>Zgurovsky M.Z.</i> Covering three centuries	7
THEORETICAL AND APPLIED PROBLEMS AND METHODS OF SYSTEM ANALYSIS	
<i>Zgurovsky M.Z., Pavlov O.A., Misiura E.B.</i> PDC-algorithms and intractable combinatorial optimization problems	14
<i>Pomerantseva T., Boldak A.</i> Principal component analysis for studying the world security problem	32
PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES, HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS	
<u>Ligun A.A.</u> , <i>Shumeiko A.A., Zhurba V.M.</i> Algorithm for development of optimal pars of filters (coding and recovery) adaptive to multivariable function	47
<u>Yukhimchuk S.V.</u> , <i>Savchuk T.A., Katsman M.D.</i> Using Intelligent technologies in analysis of extraordinary situations on railway	53
DECISION MAKING AND CONTROL IN ECONOMIC, TECHNICAL, ECOLOGICAL AND SOCIAL SYSTEMS	
<i>Zaychenko Yu.P., Petrosiuk I.M., Yaroshenko M.S.</i> Investigation of fuzzy neural networks for object recognition in electrooptical images	61
<i>Sopin M.O., Viklyuk Y.J.</i> Socio-economic system management using noise	77
<i>Kukhareva O.V., Kukharev S.A.</i> Research into the occupancy of network elements when modifying parameters of MPLS technology network	86
MATHEMATICAL METHODS, MODELS, PROBLEMS AND TECHNOLOGIES FOR COMPLEX SYSTEMS RESEARCH	
<i>Romanenko V.D., Milyavsky Yu.L.</i> Forecasting maximal conditional dispersions of multidimensional processes with multirate discretization on the basis of adaptive GARCH models	92
<i>Yasinsky V.V., Kapustian O.A.</i> Approximate extreme solutions for evolutionary inclusions of subdifferential type	109
<i>Bomba A.Ya., Havrilyuk V.I.</i> System methodology for modelling of filtrational processes in curvilinear areas with uncertain segments of boundaries	117
<i>Korol I.I.</i> Integration of parametrized multi-point boundary value problems	129
References	140
Information about the authors	145
Contents of journal «System Research & Information technologies» over 2009	147
Information about the authors over 2009	149

ОХВАТИВШИЙ ТРИ СТОЛЕТІЯ

Киевский политехнический институт, созданный в конце XIX в., сегодня уверенно преодолевает вызовы XXI. В то же время сто двенадцать лет — очень короткий в историческом измерении отрезок времени, но для КПИ это уже возраст становления и приобретения собственной идентичности в мировом содружестве университетов. В своей истории он прошел три этапа социально-политической трансформации государства.

Первый этап — конец XIX и начало XX в. — это этап рождения и формирования Киевского политехнического института имени Императора Александра II как одного из ведущих высших технических учебных заведений Российской империи.

Созданный на волне стремительного развития металлургической, машиностроительной, сахароперерабатывающей промышленности, железнодорожного транспорта, авиации, химии и сельского хозяйства КПИ сразу попал под опеку выдающихся ученых и государственных деятелей того времени. По поручению Императора Николая II о трех вновь созданных политехниках (Санкт-Петербургской, Варшавской и Киевской) заботился министр финансов России Сергей Юлиевич Витте.

Персонально граф Витте сформировал группу ученых — основателей КПИ. В нее входили: Дмитрий Иванович Менделеев, Николай Егорович Жуковский, Константин Аркадиевич Тимирязев, Виктор Львович Кирпичев и другие выдающиеся ученые того времени. Закладывая фундамент КПИ, они удачно соединили наилучшие достижения Санкт-Петербургской академии наук и известных европейских политехнических школ: Парижской «Еколь политехник», Аахенского, Венского, Магдебургского технических университетов.

Благодаря этому основой высшего технического образования КПИ стало сочетание глубокой естественно-научной, фундаментальной подготовки по физике, математике, химии с общеинженерными дисциплинами, которые преподавались исключительно с применением лабораторного, исследовательского оборудования и получением профессиональных, практических навыков на производстве и в научных учреждениях.

Первую объективную оценку качества подготовки инженеров в КПИ дал Дмитрий Иванович Менделеев как глава государственной экзаменационной комиссии 1903 г. Он сказал: «Имея 35-летний опыт в деле дипломирования в высших учебных заведениях, я имею смелость утверждать, что такой общей совокупности специальных работ студентов, которую я видел у первого выпуска Киевского политехникума, нельзя встретить в известных мне университетах и технологических институтах».

Позже такая система образования была репродуцирована лауреатом Нобелевской премии академиком Петром Леонидовичем Капицей при создании Московского физико-технического института. Ее назвали физико-технической. Она и в настоящее время во всем мире признается как элитная модель высшего инженерного образования.

Воплощали эту модель с момента основания КПИ выдающиеся ученые, профессора Борис Яковлевич Букреев, Дмитрий Петрович Коновалов, Лев Владимирович Писаржевский, Константин Алексеевич Зворыкин, Александр Петрович Котельников, Александр Александрович Радциг, Степан Прокофьевич Тимошенко, Серен Педэр Лауриц Серенсен, Николай Борисович Делонье, Евгений Оскарович Патон и другие. По личному приглашению ректора Виктора Львовича Кирпичева обязательные занятия по рисованию проводил выдающийся художник, академик Российской академии искусств Николай Пимоненко.

Техническую библиотеку КПИ формировал и возглавлял известный археолог и основатель музейного дела в Украине Николай Биляшивский.

Эти выдающиеся личности создали фундаментальные научно-педагогические школы КПИ в машиностроении, химии, металлургической промышленности, авиации, сельском хозяйстве. Они сформировали особенную атмосферу высокой культуры, интеллигентности и творчества.

Профессора КПИ Николай Борисович Делонье, Виктор Флорианович Бобров, и братья Иван и Андрей Касяненки образовали в 1906 г. Воздухоплавательную секцию при Механическом отделении КПИ. За несколько лет ее членами (студентами, преподавателями и работниками КПИ) было сконструировано и построено свыше 40 разных типов аэропланов, включая первый в мире вертолет студента Игоря Сикорского в 1908 г. Фактически эта ячейка авиации исполнила роль первого на юге Российской империи исследовательско-учебного центра авиационного профиля. Неспроста большинство авиационных конструкторов мирового уровня вышли именно из него.

Прославленными выпускниками авиационной и других инженерных школ стали пионер воздухоплавания Игорь Сикорский, разработчик авиационных двигателей Александр Микулин, творец гидросамолетов Дмитрий Павлович Григорович, выдающийся материаловед и металлург Иван Бардин, строитель первых гидроэлектростанций Александр Винтер и много других представителей первой плеяды «золотых имен» Киевской политехники.

Именно о них Виктор Львович Кирпичев в 1913 г. сказал: «Особым счастьем для института, особой удачей, которая определила его стремительное развитие, была возможность привлекать в его состав выдающихся ученых, профессоров разных специальностей, которые стали счастливой волной людей, которые отдали заведению все свои силы и вложили в него зерно науки, которое дало буйные всходы и богатый урожай».

Эти слова первого ректора стали пророческими для всей последующей судьбы КПИ. Во все времена талантливые и преданные науке люди своими достижениями прославляли Альма-матер и свою страну.

Второй этап развития КПИ, при другом социально-политическом укладе государства, пришелся на советскую эпоху. С этим этапом связан беспрецедентный рост масштабов института, создания на его основе

тринадцати других учебных заведений, девяти институтов Академии наук, двух заводов.

Уже в 1918 г. по указу Гетмана Скоропадского в Украине создается Академия наук на основе ведущих научных школ Киевского университета Святого Владимира и КПИ. Одним из организаторов Академии был заведующий кафедрой сопротивления материалов КПИ Степан Прокопиевич Тимошенко, который позже стал, по мнению многих, самым авторитетным ученым-механиком прошлого .

В течение этого этапа выпускники КПИ, его научные школы дали стране и миру ряд наиболее весомых научно-технических достижений прошлого века.

В 1928 г. профессор КПИ Евгений Оскарович Патон впервые в мире применил технологию электросварки к строительству мостов, что впоследствии сделало ее одной из основных технологий XX в. Дело своего отца продолжил выпускник КПИ 1941 г., выдающийся организатор науки Борис Евгеньевич Патон. На основе осуществленного им прорыва в материаловедении он разработал уникальные технологии электросварки в космосе, под водой, технологии сварки живых тканей человека. Вот уже 45 лет Борис Евгеньевич Патон возглавляет Национальную академию наук Украины.

Замечательная плеяда профессоров и выпускников КПИ стали известными членами украинской Академии. Среди них Михаил Филиппович Кравчук — всемирноизвестный математик; Владимир Александрович Плотников — выдающийся электрохимик; Георгий Степанович Писарь — исследователь теории колебаний, прочности материалов; Николай Александрович Кильчевский — известный ученый в отрасли теоретической механики; Иван Миронович Чиженко — Лауреат Ленинской премии, исследователь в области теоретических основ электротехники; Виктор Иванович Трефилов — известный материаловед и многие другие.

Выпускник КПИ 1925 г., выдающийся советский авиаконструктор Константин Калинин создал поколение самолетов довоенного периода, а его самолет К-7, выполненный по аэродинамической схеме «летающего крыла», в начале 30-х годов прошлого века был наибольшим в мире и по своим инженерным решениям на несколько десятилетий опередил время. Позже калининская схема «летающего крыла» легла в основу сверхзвуковой авиации.

Студенты КПИ середины двадцатых – начала тридцатых годов Сергей Павлович Королев и Владимир Михайлович Челомей стали авторами одного из самых грандиозных достижений прошлого века — они первыми в мире покорили и освоили космос.

Выпускник КПИ 1928 г. Бенцион Моисеевич Вул возглавил программу Академии наук СССР по созданию твердотельной электроники и обеспечил решение этой проблемы, что кардинально изменило последующее развитие техники и, в частности, стало фундаментом будущих ЭВМ.

Разработчиком первых в мире систем противоракетной обороны, прообраза нынешних систем ПРО, стал дважды Герой Социалистического Труда, выпускник КПИ 1928 г. Лев Вениаминович Люльев.

Намного опередили время разработанные студентами КПИ 20–30-х гг. прошлого века Александром Александровичем Микулиным и Архипом Ми-

хайловичем Люлькой новые поколения турбореактивных двигателей, которые и сегодня составляют основу современной авиации.

Этот список славных имен киевских политехников, которые в XX в. своими достижениями изменили мир, можно значительно продолжить.

В годы Великой Отечественной войны КПИ положил на алтарь Победы свои лучшие научно-технические достижения, свой лучший кадровый потенциал, жизнь многих своих студентов и преподавателей, о которых напоминает постамент вечной славы в парке университета.

Возрождался КПИ в послевоенные годы самоотверженным, напряженным трудом всего коллектива института, в авангарде которого были фронтовики, вернувшиеся после войны в разрушенную Альма-матер. Это — Алла Григорьевна Бондарь, Василий Николаевич Винославский, Василий Иванович Гнатовский, Антон Павлович Орнатский, Иван Миронович Чиженко и многие другие.

Быстрому восстановлению, возвращению в атмосферу высокой академической культуры и педагогического мастерства послевоенный КПИ обязан его ректору — Александру Сергеевичу Плыгунову, длительное время возглавлявшему институт.

Бурный этап комплексного развития КПИ — 70-е и 80-е годы, когда ректором института был Григорий Иванович Денисенко. За это время КПИ не только утроил свою материально-техническую базу, что сыграло решающую роль в его последующем качественном развитии, но и внедрил новые методические и организационные формы в учебный процесс, соединил их с научной деятельностью, дал толчок развитию культуры, спорта, искусства как основы гармоничного воспитания будущих специалистов.

В те времена КПИ входил в группу самых авторитетных высших учебных заведений Советского Союза, которые проводили учебу по собственным учебным планам с продленным на полгода сроком. Выполнялись важные для страны научные разработки, которые в послевоенный период были отмечены двумя Ленинскими премиями, 19 Государственными премиями СССР и 67 Государственными премиями УССР.

Выпускники КПИ получали направления на работу во все уголки огромной страны — от Прибалтики до Дальнего Востока, от Севера до Среднеазиатских республик. Ежегодно сотни иностранных граждан возвращались в свои страны с дипломами КПИ. Среди них два министра Китая: министр гражданской авиации Лю Цзян Фен и министр машиностроения Ху Гуангюань, посол Венгрии в Украине Янош Кишфалви, основатель польской школы физической химии, министр образования Польши Войцех Свентославский, член Польской академии наук, проректор политехники из Зеленой Гуры Юзеф Корбич, основатель и генеральный директор знаменитого КамАЗа Николай Бех и много, много других известных выпускников института в разных уголках мира.

В те времена из рядов КПИ вышла блестящая плеяда выдающихся личностей — ученых, творцов новой техники, художников, спортсменов, государственных деятелей. Это композитор Николай Васильевич Дремлюга, Народный артист СССР и многолетний художественный руководитель Национальной оперы Анатолий Мокренко, Олимпийские чемпионы Лариса Латынина и Юрий Титов, выдающийся футболист и тренер Валерий Лоба-

новский, руководитель правительства Украины во времена СССР и независимой Украины Виталий Масол и много других известных личностей.

Третий этап развития университета начался с завершающей фазы существования Советского Союза, известной как «перестройка», и продолжается до настоящего времени в течение 19 лет независимости Украины.

Переход от централизованной экономики к рыночной, существенное переформатирование ее структуры в новых политических границах, кардинальное изменение системы взаимодействия с внешним миром требовали глубокого переосмысления фундаментальных принципов и роли высшей школы.

Приняв этот вызов, КПИ наработал новую концепцию своего последующего развития. Она заключалась в системной трансформации от модели большого политехнического института, который был жестко вмонтирован в централизованную экономику прежнего СССР и осуществлял учебно-научную работу по узко ориентированным специальностям, к модели технического университета с универсальной, широко ориентированной подготовкой в соответствии с новыми потребностями общества и новыми глобальными вызовами.

Демократизация институтской жизни и управления, а также внедрение самоуправления — главные принципы деятельности КПИ на этом этапе, заложенные первым, демократически избранным ректором Петром Михайловичем Таланчуком.

Универсализация учебы и научных исследований требовала сочетания и гармонизации фундаментальной естественной, инженерно-технической, экономической и гуманитарной составляющих подготовки специалистов нового поколения. В соответствии с этим было создано 10 новых факультетов, 9 учебно-научных и 13 научно-исследовательских институтов, открыто свыше 100 новых специальностей и специализаций.

За этот период контингент студентов КПИ вырос на 12 тысяч и превысил 40-тысячный рубеж, а вместе с преподавателями, научными работниками и другими сотрудниками семья киевских политехников в настоящее время составляет 50-тысячный коллектив носителей передовых знаний общества.

На этом этапе для КПИ стало принципиально важным использовать энергию и инициативы каждого преподавателя, сотрудника, студента. Шаг за шагом совершенствовался механизм поднятия роли трудовых коллективов подразделений в наработке и принятии важнейших системных решений в текущей жизни и стратегии развития университета.

Особое значение для киевских политехников приобрели демократические принципы организации студенческой жизни. Нашему профсоюзу и студгородку уже свыше 100 лет. Они вместе с современными органами студенческого самоуправления зарекомендовали себя как школа приобретения управленческого опыта, школа самоутверждения будущих строителей нашей страны.

Одним из решающих факторов деятельности КПИ на всех этапах был и остается его кадровый потенциал. На основе консолидированных источников финансирования выстроена стройная система оплаты труда профессорско-преподавательского состава и сотрудников университета, система сти-

мулирования их научной работы, профессионального совершенствования и социальной защиты.

Решая новые задачи, которые появлялись перед обществом, КПИ создавал в своей структуре институции государственного масштаба. Ими стали:

- Первый в Украине государственный политехнический музей. Он возрождает и хранит славные достижения отечественных научных и инженерных школ и ежегодно вдохновляет десятки тысяч школьников Украины и первокурсников КПИ, которые посещают его экспозиции.

- Технологический и научный парки «Киевская политехника», которые стали первыми в стране университетскими инновационными средами.

- Совместный с Национальной академией наук Институт прикладного системного анализа, ставший разработчиком методологий и эффективных инструментов решения сложных междисциплинарных задач для нашей страны и международного сообщества.

- Национальная образовательно-научная информационная сеть URAN, интегрированная в европейскую сеть JEANT 3, которая своими информационными ресурсами обеспечивает ведущие университеты и научные центры государства.

- Ряд международных организаций, которые действуют в структуре университета, таких как Мировой центр данных «Геоинформатика и устойчивое развитие», украино-японский и украино-польский центры, учебные центры компаний «Диско», «Интел» и много других организаций, осуществляющих практическую интеграцию КПИ в мировое и европейское научное и образовательное пространство.

- Издательско-полиграфический комплекс «Политехника» — один из самых авторитетных в стране центров издания учебно-научной технической литературы.

- Украинский институт информационных технологий в образовании, который стал методологическим центром дистанционного обучения в стране и главным учебным подразделением для повышения квалификации преподавателей КПИ.

- Разветвленная сеть ячеек культуры, искусства, спорта, социальных объектов, где студенческая молодежь получает гармоничное воспитание и развивает свои таланты.

Таким образом, в настоящее время КПИ — больше, чем высшее учебное заведение. Это — учебно-научный, методологический центр государства, который берет на себя ответственность за решение новых, нестандартных проблем развития общества; мощный международный центр Украины, который через современную науку, образование, культуру укрепляет ее авторитет в мире; наибольший молодежный центр подготовки строителей новой страны; город науки, образования, воспитания, где закладывается фундамент будущего.

Глядя в будущее через призму объективных законов развития природы и общества, мы, киевские политехники, видим такие новые глобальные вызовы, которые уже в ближайшие десятилетия приведут к изменению мирового порядка и непосредственно коснутся Украины:

1. Глобальный экономический кризис, ставящий человечество перед необходимостью создания нового технологического уклада и новых технологий будущего.

2. Нарастающий энергетический кризис, связанный с уменьшением естественных запасов органических видов топлива, что обязывает нас активно присоединиться к поиску новых источников энергии, включая развитие нетрадиционных.

3. Уменьшение доступа людей к чистой питьевой воде (Украина обеспечена ею лишь на 55%), которая вынуждает нас активизировать разработки новых технологий ее очистки.

4. Нарастание глобальных болезней: рака, сердечно-сосудистых заболеваний, СПИДа, туберкулеза, цереброваскулярной болезни и т.д. К величайшему сожалению, Украина стала одним из мировых лидеров в распространении СПИДа. Современная медицинская инженерия должна активно подключиться к решению этих проблем.

5. Заметные климатические изменения, вызванные техногенным влиянием человека на природу, выбросами CO₂, обеднением озонового слоя Земли. Указанные проблемы должны объединить наших биологов, химиков, специалистов по охране окружающей среды, устойчивого развития.

6. Ряд глобальных вызовов социального характера: нарастающее неравенство между людьми и коррупция, демографические изменения, терроризм, преступность и другие. Нашим обществоведам совместно с естествоиспытателями необходимо сосредоточиться на решении этих проблем.

Авторитетные международные организации, такие как ООН, Мировая организация здравоохранения, Детский фонд ООН (ЮНИСЕФ) и т.д., выделяют до десяти глобальных угроз, которые стали реальными для человечества в первой половине XXI в. Указанные угрозы отметили еще в прошлом веке выдающиеся русские ученые Владимир Иванович Вернадский и Никита Николаевич Моисеев. Независимо друг от друга они выразили мысль о том, что если мировое сообщество не изменит парадигму своего потребительского существования и не объединится для решения указанных проблем, то уже в середине XXI столетия его жизнь будет значительно усложнена.

КПИ как учебно-научный центр страны, опережая время, нарабатывает новые подходы к подготовке специалистов с новым мышлением, которые будут в состоянии принять на себя эти вызовы.

Ректор Национального технического
университета Украины «КПИ»,
директор Учебно-научного комплекса
«Институт прикладного системного анализа»
НТУУ «КПИ» МОН и НАН Украины

М.З. ЗГУРОВСКИЙ

УДК 519.854.2

ПДС-АЛГОРИТМЫ И ТРУДНОРЕШАЕМЫЕ ЗАДАЧИ КОМБИНАТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

М.З. ЗГУРОВСКИЙ, А.А. ПАВЛОВ, Е.Б. МИСЮРА

Формулируются базовые принципы построения ПДС-алгоритмов. Приводятся обобщения повышения эффективности их использования. Анализируется возможность создания новых ПДС-алгоритмов на основе существующих.

ВВЕДЕНИЕ

Большая часть дискретных математических моделей, построенных для анализа, синтеза и функционирования сложных систем, является либо NP-полными задачами [1], либо не менее сложными. В частности, к классу NP-полных задач относится подавляющее большинство задач теории расписаний.

Вычислительная сложность точных алгоритмов решения комбинаторных задач оптимизации из класса NP определяется выражением $O(2^{p(n)})$, где p — полиномиальная функция; n — размерность конкретной системы однозначной записи задачи. Иными словами, точные алгоритмы решения таких задач, представляющие модели реальных систем, создают проблему трансвычислительной сложности [2]. Поэтому практические задачи решаются приближенными либо эвристическими методами. Приближенных методов с полиномиальной оценкой сложности, гарантирующих наперед заданную точность (в предположении $P \neq NP$), не существует. Эвристические методы не гарантируют качества решений [1]. Можно также отметить, что в некоторых случаях ограничения, накладываемые на формулировку задачи комбинаторной оптимизации из класса NP, приводят к решению по полиномиальной вычислительной схеме. Например, труднорешаемая задача комбинаторной оптимизации «Минимизация суммарного взвешенного момента окончания выполнения частично упорядоченного множества заданий при отношении порядка, заданном ориентированным ациклическим графом» в случае, когда ориентированный граф является деревом либо последовательно-параллельным, точно решается полиномиальным алгоритмом [1].

В работах [3–5] развивается новый подход к построению точных эффективных алгоритмов для труднорешаемых задач комбинаторной оптими-

зации (ПДС-алгоритмы). Под ПДС-алгоритмом понимается точный алгоритм, содержащий полиномиальную и декомпозиционную составляющую.

Общая методология построения алгоритма заключается в следующем. На основе теоретических свойств исследуемой комбинаторной задачи:

а) находятся логико-аналитические условия (p -условия), выполнение которых в процессе решения ПДС-алгоритмом произвольной индивидуальной задачи данного класса приводит к нахождению оптимального решения вычислительной процедурой полиномиальной сложности (при этом заранее определить, будут ли для произвольной индивидуальной задачи выполняться эти условия, невозможно);

б) в процессе решения исходная задача декомпозируется на совокупность задач меньшей размерности.

В теории расписаний на основе этого подхода построены эффективные точные ПДС-алгоритмы для следующих задач [4–8]:

- Минимизация суммарного запаздывания при выполнении независимых заданий на одном приборе (МСЗ).
- Минимизация суммарного взвешенного момента окончания выполнения частично упорядоченного множества заданий при отношении порядка, заданном ориентированным ациклическим графом (МВМ).
- Минимизация суммарного запаздывания при выполнении независимых заданий с равными директивными сроками параллельными приборами (МСЗП).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ МСЗ

Дано множество независимых заданий $J = \{j_1, j_2, \dots, j_n\}$, состоящих из одной операции. Для каждого из них известны длительность l_j и директивный срок d_j выполнения. Задания поступают в систему одновременно в момент времени $a_j = 0, j = \overline{1, n}$. Прерывания не допускаются. Необходимо построить расписание выполнения заданий для одного прибора, минимизирующее суммарное опоздание при выполнении заданий.

$$f = \sum_{j=1}^n \max(0, C_j - d_j), \quad (1)$$

где C_j — момент завершения выполнения задания j .

Согласно Д. Ду и Д. Люнгу [9], задача является NP-трудной. Обзор известных методов ее решения приведен в работе [10].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ МВМ

Имеется частично-упорядоченное множество заданий $J = \{j_1, j_2, \dots, j_n\}$, которые, начиная с нулевого момента времени, обслуживаются одним прибором, без прерываний, не более, чем одно в единицу времени. Каждому заданию j поставлены в соответствие его длительность $l_j > 0$ и вес

ω_j (произвольное действительное число, в приложении теории расписания > 0). Орграф частичного упорядочивания ацикличен.

Необходимо найти последовательность обслуживания заданий, суммарный взвешенный момент окончания выполнения работ в которой минимален.

$$f = \sum_{k=1}^n \omega_{j[k]} C_{j[k]} \rightarrow \min, \quad (2)$$

где $C_{j[k]} = \sum_{s=1}^k l_{j[k]}$ — момент завершения выполнения задания, стоящего в допустимом расписании на k -й позиции.

Эта задача является NP-трудной в сильном смысле и останется таковой, если все длительности или все веса заданий равны 1. Она разрешима за полиномиальное время, если порядок отношений предшествования является лесом или последовательно-параллельным графом [11].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ МСЗП

Дано множество заданий J , число приборов m , для каждого $j \in J$ известна длительность выполнения l_j . Все задания имеют общий директивный срок d . Необходимо построить расписание σ выполнения заданий $j \in J$ на m приборах равной производительности такое, чтобы достигался минимум функционала

$$f(\sigma) = \sum_{j \in J} \max[0; C_j(\sigma) - d], \quad (3)$$

где $C_j(\sigma)$ — момент завершения выполнения задания j в последовательности σ .

Предполагается, что все задания множества J поступают на выполнение одновременно и обслуживаются без прерываний.

Сформулированная задача относится к классу NP-трудных задач [1] и разрешима за псевдополиномиальное время при $m = 2$.

ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ПДС-АЛГОРИТМОВ

Принадлежность к классу перестановочных расписаний

Критерии (1)–(3) принадлежат к одному и тому же классу, называемому классом регулярных критериев. Регулярный критерий R является возрастающей функцией момента окончания каждого из n заданий.

Теорема 1 [12]. Для системы $n|1$ расписание, оптимальное относительно регулярного критерия, принадлежит классу, исключающему прерывания или искусственные простои.

Основным результатом этой теоремы является то, что поиск оптимального решения должен проводиться в классе перестановочных расписаний

[12], общее количество которых в случае n работ задается одной из $n!$ возможных перестановок их номеров.

Направленность перестановок

Во избежание полного перебора необходимо определить возможность проведения направленных перестановок, позволяющих отсеять бесперспективные варианты решения. Рассмотрим типы направленных перестановок для каждой из трех задач.

Задача МСЗ

Справедлива следующая теорема.

Теорема 2 [4]. Если в последовательности, упорядоченной по неубыванию значений длительности заданий (последовательность σ^{yn}), запаздывающим заданиям не предшествуют задания $j_{[i]}$, для которых $r_{j_{[i]}} = d_{j_{[i]}} - C_{j_{[i]}} > 0$, то не существует переносов заданий (перестановок и встраиваний), приводящих к улучшению целевой функции, где $r_{j_{[i]}} = d_{j_{[i]}} - C_{j_{[i]}}$ — резерв времени задания $j_{[i]}$, а i — позиция, занимаемая заданием $j_{[i]}$ в последовательности σ^{yn} .

Введем следующие определения.

Определение 1. Перестановкой (EFSR — extraction and forward-shifted reinsertion — извлечение и повторная вставка со сдвигом вперед) называется процедура переноса задания $j_{[g]}$ на позицию k ($k > g$) и одновременно заданий, занимающих позиции $g+1, g+2, \dots, k-1, k$, на позиции $g, g+1, \dots, k-1$, соответственно.

Определение 2. Интервалом перестановки задания $j_{[g]}$ на позицию k называется множество заданий, находящихся на позициях $g+1, g+2, \dots, k-1, k$ до выполнения перестановки.

Определение 3. Встраиванием (EBSR — extraction and backward-shifted reinsertion — извлечение и повторная вставка со сдвигом назад) называется процедура переноса задания $j_{[g]}$ на позицию p ($g > p$) и одновременно заданий $p, p+1, \dots, g-1$ на позиции $p+1, p+2, \dots, g-1, g$, соответственно.

Определение 4. Интервалом встраивания $I_{j_{[g]}}$ задания $j_{[g]}$ называется множество заданий, стоящих до встраивания на позициях $p, p+1, \dots, g-1$, где p определяется из условия

$$\sum_{i=p-1}^{g-1} l_{j_{[i]}} < C_{j_{[g]}} - d_{j_{[g]}} \leq \sum_{i=p}^{g-1} l_{j_{[i]}}. \quad (4)$$

Если же условие (4) не выполняется ни для одной позиции, то $p=1$. Таким образом, опоздание по заданию j на позиции p должно быть минимально или равно нулю.

Справедлива следующая теорема.

Теорема 3 [4]. Пусть в последовательности σ^{yn} $j_{[g]}$ — запаздывающее задание. Уменьшение значения функционала при перемещении $j_{[g]}$ на более ранние позиции в результате перестановок и встраиваний возможно только при выполнении хотя бы одного из следующих условий:

$$1. \exists j_{[i]}, P_{\min} \leq i < g | r_{j_{[i]}} > 0, d_{j_{[i]}} > d_{j_{[g]}}.$$

На интервале встраивания задания $j_{[g]}$ есть задания $j_{[i]}$ с резервами времени, для которых $d_{j_{[i]}} > d_{j_{[g]}}$. P_{\min} — позиция, где запаздывание по заданию $j_{[g]}$ минимально или равно нулю.

$$2. \exists j_{[q]}, q < g, d_{j_{[q]}} > C_{j_{[g]}}.$$

В последовательности σ^{yn} на позиции q , предшествующей позиции g , есть задание с резервом времени, перестановка которого после задания $j_{[g]}$ уменьшает опоздание по заданию $j_{[g]}$. Задание $j_{[q]}$ остается незапаздывающим.

$$3. \exists j_{[q]}, q < g, C_{j_{[g]}} - l_{j_{[g]}} < d_{j_{[q]}} < C_{j_{[g]}}.$$

Существует незапаздывающее задание $j_{[q]}$, директивный срок которого больше момента начала выполнения задания $j_{[g]}$, но меньше момента его окончания. При этом выполняется

$$\min(C_{j_{[g]}} - d_{j_{[g]}}, l_{j_{[q]}}) - (C_{j_{[g]}} - d_{j_{[q]}}) > 0.$$

Следовательно, перестановка задания $j_{[q]}$ после задания $j_{[g]}$ приведет к уменьшению значения функционала за счет использования резерва задания $j_{[q]}$.

$$4. \forall i | P_{\min} \leq i < g | r_{j_{[i]}} \leq 0,$$

но $\exists j_{[k]}, | k < p | d_{j_{[k]}} > D_{j_{[g]}}, r_{j_{[k]}} > 0, d_{j_{[k]}} > C_{j_{[p-1]}}.$

На интервале перестановки задания $j_{[g]}$ резервы отсутствуют, но существует задание $j_{[k]}$, $k < p$, директивный срок которого больше $d_{j_{[g]}}$ и резерв больше нуля.

Выполнение одного из условий 1–4 означает, что на интервале встраивания задания $j_{[g]}$ существуют резервы (условия 1–3) или они будут образованы в результате перестановок (условие 4). При невыполнении условия 4 перестановка заданий, занимающих позиции $1, p-1$, на интервал встраивания задания $j_{[g]}$ приведет к запаздыванию этих заданий, и так как они имеют меньшую длительность, чем $j_{[g]}$, то встраивание задания $j_{[g]}$ приведет к увеличению значения функционала. Следовательно, если не выполняется

ни одно из условий 1–4, то не существует встраиваний задания $j_{[g]}$ на более ранние позиции, приводящих к улучшению целевой функции.

Следствие. Пусть в последовательности σ^{yn} число запаздывающих заданий $n_3 > 1$. Тогда, если в последовательности σ^{yn} ни для одного из запаздывающих заданий $j_{[g]}$ нет предшествующих заданий $j_{[s]}$, $s < g$, для которых выполняется хотя бы одно из условий 1–4, то последовательности σ^{yn} отвечает оптимальное значение функционала.

Разработанный ПДС-алгоритм построен на перестановках и встраиваниях, направленных на оптимальное использование запаздывающими заданиями резервов времени незапаздывающих заданий. В процессе решения используются следующие типы перестановок и встраиваний.

- Перестановки (EFSR):

- а) заданий, для которых резерв времени больше нуля;

- б) заданий, ранее использовавших резервы в результате перестановок и встраиваний.

Перестановки осуществляются, если при их выполнении значение функционала уменьшается.

- Встраивания (EBSR):

- а) при наличии резервов на интервале встраивания $\overline{p, g-1}$ запаздывающего задания $j_{[g]}$, где p — позиция встраивания задания $j_{[g]}$;

- б) если резервы на интервале $\overline{p, g-1}$ отсутствуют, при наличии резервов на интервале $\overline{1, p-1}$ у заданий $j_{[i]}$, для которых $d_{j_{[i]}} > d_{j_{[g]}}$, $d_{j_{[i]}} > C_{j_{[i]}}$, $d_{j_{[i]}} > C_{j_{[p-1]}}$.

В качестве примера приведем условия реализации полиномиальной составляющей алгоритма, полученные на основе исследования свойств последовательности σ^{yn} .

Теорема 4 [4]. Пусть в последовательности σ^{yn} $j_{[g]}$ — первое запаздывающее задание, и выполняется $\max r(\sigma^{yn}) \leq l_{j_{[g]}}$. В этом случае оптимальное значение функционала достигается за полиномиальное время с трудоемкостью, определяемой функцией $O(n \log n)$.

Задача МВМ

Направленность перестановок основывается на следующей теореме.

Теорема 5 [5]. Оптимальное расписание является P -упорядоченным.

P -упорядоченным расписанием [5] является такая допустимая последовательность заданий, которая обладает следующими свойствами:

- а) первым выполняется подмножество $S_1 \subset J$ (J — множество всех заданий), имеющее максимально возможный приоритет, т.е.

$$P(S_1) \geq P(U), \quad \forall U \subset J; \quad (5)$$

б) подмножество S_1 содержит максимально возможное количество заданий при условии выполнения неравенства (5);

в) вторым выполняется подмножество S_2 , удовлетворяющее свойствам а) и б) на множестве $J \setminus S_1$, и т.д.

Теорема 6 [5]. Пусть на множестве расписаний P задан функционал $f(\Pi) = \sum_{k=1}^n \omega_{j[k]} C_{j[k]}$. Тогда для двух произвольных перестановок $\Pi' = (\Pi^{(1)}, \Pi^{(a)}, \Pi^{(b)}, \Pi^{(2)})$ и $\Pi'' = (\Pi^{(1)}, \Pi^{(b)}, \Pi^{(a)}, \Pi^{(2)})$, принадлежащих P , существует функция $f(\Pi)$, которая удовлетворяет таким свойствам: из условия $f(\Pi^{(a)}) > f(\Pi^{(b)})$ следует неравенство $f(\Pi') \leq f(\Pi'')$ и из $f(\Pi^{(a)}) = f(\Pi^{(b)})$ — равенство $f(\Pi') = f(\Pi'')$.

Данная функция называется приоритетом перестановки и обозначается

$$P(\Pi) = \sum_{j \in \{\Pi\}} \omega_j / \sum_{j \in \{\Pi\}} l_j.$$

Алгоритм основан на перестановках, направленных на построение P -упорядоченного расписания.

В работе [5] введены понятия цепочек и конструкций общего вида и определены их свойства. На этой основе разработан ПДС-алгоритм, строящий оптимальное расписание для индивидуальной задачи МВМ, отношения предшествования которых имеют вид цепочек, простых или сложных конструкций произвольной степени вложения. Оптимальное расписание получается также в том случае, если направленные ребра, нарушающие p -условия алгоритма, не принимают участия в построении оптимального расписания. Например, когда алгоритм не использует отношения предшествования, нарушающие p -условия при построении множеств максимальных приоритетов, а сами множества имеют вид цепочек или конструкций произвольного вида. Алгоритм основывается на анализе приоритетов и использовании перестановочного приема для следующих непосредственно друг за другом структур взаимосвязанных заданий.

Задача МСЗП

Направленность выполнения перестановок определяется на основе таких теорем [6].

Пусть исходное множество заданий J упорядочено по неубыванию значений длительностей выполнения и разбито на (необязательно непустые) подмножества (J_1, J_2, \dots, J_m) , попарно не имеющие общих элементов, где J_i — множество заданий, обслуживаемых i -м прибором, $i = \overline{1, m}$.

Поиск оптимального расписания в соответствии с известной теоремой [13] можно ограничить рассмотрением расписаний, при которых каждый прибор обслуживает задания в порядке возрастания их длительностей.

Теорема 7 [6]. Существует оптимальное расписание, при котором выполняются условия:

1. $P \cup S = \{1, 2, \dots, |P \cup S|\}$.

2. Если $|P \cup S| < n$, то $\sum_{j \in P_i \cup S_i} l_j \geq d$ и $Q_i \setminus S_i$ содержит те и только те элементы, которые отличаются от $|P \cup S| + i$ на величину, кратную m , $i = \overline{1, m}$, где

$$P = \bigcup_{i=1, m} P_i, S = \bigcup_{i=1, m} S_i, Q = \bigcup_{i=1, m} Q_i,$$

$P_i(\sigma)$ — множество незапаздывающих заданий в расписании прибора i ;

$S_i(\sigma)$ — множество запаздывающих заданий в расписании прибора i ,

для которых выполняются условия

$$S_j^H < d, C_j > d, \forall j \in S_i(\sigma),$$

где S_j^H — момент начала выполнения задания j ;

$Q_i(\sigma)$ — множество запаздывающих заданий в расписании прибора i ,

для которых выполняются условия

$$S_j^H > d, \forall j \in Q_i(\sigma);$$

R_i — резерв времени прибора i в расписании σ

$$R_i = d - \sum_{j \in P_i(\sigma)} l_j;$$

$\Delta_i(\sigma)$ — запаздывание в выполнении задания $f \in S_i(\sigma)$ относительно директивного срока

$$\Delta_i = \sum_{j \in P_i(\sigma) \cup S_i(\sigma)} l_j - d.$$

Пусть Ψ_{PS} — класс расписаний, удовлетворяющий условию теоремы 7; $\Psi_P \subset \Psi_{PS}$ — класс расписаний, удовлетворяющий дополнительно следующим условиям:

1. $P = \{1, 2, \dots, |P|\}$.
2. $\min_{j \in S(\sigma)} l_j > \max_{i=1, m} R_i(\sigma)$.
3. $S_{j_k}^H \leq S_{j_l}^H$, если $l_{j_k} \leq l_{j_l}$, $\forall j_k, j_l \in S(\sigma)$.

Теорема 8 [6]. Если в расписании $\sigma \in \Psi_P$, $\Omega_\Sigma(\sigma) = \min \{R_\Sigma(\sigma), \Delta_\Sigma(\sigma)\} = 0$, то расписание оптимально.

Величина $\Omega_\Sigma(\sigma)$ является основной характеристикой расписания, где $R_\Sigma(\sigma)$, $\Delta_\Sigma(\sigma)$ показывают, насколько можно теоретически уменьшить значение функционала, чтобы получить оптимальное расписание.

Теорема 9 [6]. Расписание с одинаковым числом запаздывающих заданий на приборах (равномерное расписание) является оптимальным.

Перестановки направлены на уменьшение значения $\Delta_\Sigma(\sigma)$ на приборах с бóльшим числом запаздывающих заданий за счет резервов $R_\Sigma(\sigma)$ на приборах с меньшим числом и на построение равномерных расписаний.

Если в процессе решения произвольной индивидуальной задачи выполняются условия, сформулированные в теоремах 8 и 9, то задача решается полиномиальной составляющей ПДС-алгоритма.

Полиномиальная составляющая всех трех разработанных ПДС-алгоритмов определяется только на основе направленных перестановок.

Структура алгоритмов

Разработанные ПДС-алгоритмы решения задач МСЗ, МВМ и МСЗП условно можно представить в виде следующих основных блоков:

- а) упорядочения;
- б) построения начального расписания;
- в) оптимизации.

В блоке упорядочения выполняется упорядочение заданий в соответствии с их приоритетами (последовательность $\sigma^{уп}$). Для заданий с весами и директивными сроками приоритет задания для всех трех задач в общем случае определяется отношением ω_j / l_j . Чем больше вес задания и меньше его длительность, тем выше приоритет этого задания.

В задаче МСЗ все веса равны, поэтому упорядочение осуществляется по неубыванию значений длительности выполнения заданий (последовательности $\sigma^{уп}$).

В задаче МВМ все задания упорядочиваются по невозрастанию отношения ω_j / l_j , и если полученная последовательность допустима по выполнению, то она оптимальна.

В задаче МСЗП, аналогично задаче МСЗ, все задания упорядочиваются по неубыванию значений их длительностей.

В блоке б) по определенным правилам на основе последовательности $\sigma^{уп}$ строятся начальные расписания, для которых затем выполняются процедуры оптимизации.

В задаче МСЗ в последовательности $\sigma^{уп}$ выполняются свободные перестановки, т.е. перестановки незапаздывающих заданий с резервами на более поздние позиции таким образом, чтобы эти задания оставались незапаздывающими. Это выполняется только в том случае, если на интервале перестановки есть запаздывающие задания (последовательность $\sigma^{сп}$).

В задаче МВМ строится допустимая по выполнению последовательность заданий.

В задаче МСЗП предварительно распределяются задания по приборам, следуя правилам, определенным в теореме 7.

Для выполнения блока оптимизации в задаче МСЗП разработана окрестность поиска оптимального решения, полученная с помощью различных типов перестановок. Поиск оптимального решения по этой окрестности осуществляется посредством направленных перестановок в соответствии с условиями теорем 8, 9. Величина $\min \{R_{\Sigma}(\sigma), \Delta_{\Sigma}(\sigma)\}$ является оценкой полученных решений и показывает, насколько можно теоретически уменьшить значение функционала, чтобы получить оптимальное решение.

Для выполнения блоков оптимизации исследуемых задач МСЗ и МВМ разработаны адаптивные алгоритмы поиска оптимального решения, суть

которых состоит в том, что на каждой k -й итерации анализируется решение $k - 1$ -й итерации, на основании чего выбирается дальнейшая стратегия поиска.

В задаче МСЗ число итераций алгоритма определяется количеством конкурирующих заданий.

Определение 5. Запаздывающее задание $j_{[g]}$ в последовательности $\sigma^{\text{сп}}$ называется конкурирующим, если в этой последовательности найдется хотя бы одно предшествующее задание $j_{[l]}$, для которого выполняются условия

$$d_{j_{[l]}} > d_{j_{[g]}} \text{ и } d_{j_{[l]}} - C_{j_{[l]}} > 0.$$

На каждой итерации проверяется возможность использования резервов времени предшествующих незапаздывающих заданий очередным конкурирующим заданием и строится оптимальное расписание рассматриваемой последовательности. На первой итерации строится оптимальное расписание для заданий на интервале $\overline{1, g_1}$, где $j_{[g_1]}$ — первое запаздывающее конкурирующее задание в последовательности $\sigma^{\text{сп}}$. На следующей итерации рассматривается последовательность заданий на интервале $\overline{1, g_2}$, где $j_{[g_2]}$ — следующее запаздывающее конкурирующее задание.

Пусть уже выполнена $k - 1$ итерация и построено оптимальное расписание для последовательности заданий на интервале $\overline{1, k - 1}$. Переходим к очередному запаздывающему конкурирующему заданию $j_{[k]}$ и строим оптимальное расписание для подпоследовательности σ^k , включающей задания на интервале $\overline{1, k}$. Аналогичные процедуры выполняются до тех пор, пока не будет рассмотрена вся последовательность $\sigma^{\text{сп}}$ и построено оптимальное расписание на всем множестве заданий.

Алгоритм решения задачи МВМ также является итерационным. Он основывается на анализе приоритетов и использовании перестановочного приема для следующих непосредственно друг за другом подпоследовательностей заданий. Данный алгоритм на каждой k -й итерации строит P -упорядоченное расписание следующим образом: к оптимальному расписанию, полученному на $k - 1$ -й итерации, добавляется очередное запаздывающее задание из начальной допустимой последовательности и проводится последующая оптимизация. В конце последней итерации получаем оптимальное решение для всего множества заданий.

Алгоритмы решения задач МСЗ и МВМ построены таким образом, что на каждой итерации улучшается (или остается равным предыдущему) значение оптимизируемого функционала. Последнее обстоятельство позволяет остановить процесс решения при достижении граничного времени и оценить отклонение найденного решения от искомого оптимального, так как для решенного класса задач получены оценки, величины которых зависят от текущего решения.

Отметим еще одно свойство разработанных алгоритмов для задач МСЗ и МВМ. Структура алгоритмов позволяет «загружать» предлагаемые решения, т.е. выигрывать во времени за счет потери точности получаемых ре-

зультатов, исключая из алгоритмов те процедуры, которые статистически лишь незначительно влияют на значение функционала. Это свойство позволяет строить эффективные приближенные решения.

Декомпозиция

В задаче МСЗ [4] на этапе оптимизации последовательность $\sigma^{\text{сп}}$ декомпозируется на подпоследовательности меньшего размера. Оптимизация осуществляется на подпоследовательности, ограниченной позицией встраивания очередного конкурирующего задания и позиции, занимаемой этим заданием в последовательности $\sigma^{\text{сп}}$. В эту подпоследовательность в процессе решения могут быть включены только задания, образующие резервы на интервале встраивания рассматриваемого конкурирующего задания. Таким образом, реализуется декомпозиция задачи на подзадачи меньшего размера.

В задаче МВМ построение P -упорядоченного расписания заключается в том, что на каждой итерации k на основе рассматриваемого задания $j_{[k]}$ по определенным правилам строится структура взаимосвязанных заданий (цепочка, простая конструкция, вложенная конструкция), которая встраивается в соответствии с приоритетом в допустимой последовательности на более ранние позиции, не нарушая допустимости всей последовательности. Аналогично строится P -упорядоченное расписание для всего множества заданий, которое в соответствии с определением представлено упорядоченной подпоследовательностью подмножеств максимальных приоритетов.

Разбиение исходного множества заданий на подмножества максимальных приоритетов является декомпозицией исходной задачи на подзадачи меньшей размерности и выполняется по полиномиальной вычислительной схеме [5].

В задаче МСЗП декомпозиция осуществляется на всем множестве заданий при построении начального расписания на подмножестве незапаздывающих и запаздывающих заданий с учетом условий, сформулированных в теореме 7. В соответствии с теоремой 8 выполняются перестановки для уменьшения $\Delta_{\Sigma}(\sigma)$ на приборах с большим числом запаздывающих заданий за счет резервов $R_{\Sigma}(\sigma)$ на приборах с меньшим числом запаздывающих заданий и для построения равномерных расписаний [6]. Причем в перестановках участвуют только задания, принадлежащие множеству незапаздывающих заданий.

КЛАССИФИКАЦИЯ ПДС-АЛГОРИТМОВ

Разработанные ПДС-алгоритмы реализуются по-разному. Существуют два типа ПДС-алгоритмов.

ПДС-алгоритмы первого типа (задачи МВМ и МСЗП) содержат полиномиальную составляющую и приближенный алгоритм и строятся только на направленных перестановках. В результате решения задачи получаем либо строго оптимальное решение полиномиальной составляющей алгоритма, либо приближенное с верхней оценкой отклонения от оптимального (задача МВМ). В задаче МСЗП задается полиномиальное ограничение на число вы-

числений от размерности задачи, и характеристика $\min \{R_{\Sigma}(\sigma), \Delta_{\Sigma}(\sigma)\}$ является оценкой отклонения от оптимального значения функционала. При этом всегда известно, является ли полученное решение точным или приближенным.

ПДС-алгоритм второго типа (задача МСЗ) имеет полиномиальную и экспоненциальную составляющие. Если в процессе решения произвольной индивидуальной задачи выполняются логико-аналитические условия, полученные на основании исследования ее свойств, то данная задача решается полиномиальным подалгоритмом. Иначе, выполняется экспоненциальное число вычислений. В процессе решения реализуются следующие отсечения, позволяющие исключить бесперспективные варианты перестановок и существенно сократить вычисления экспоненциальной составляющей алгоритма для получения оптимального решения.

Теорема 10. Необходимые условия для встраивания конкурирующего задания $j_{[g]}$ в последовательности σ^k на позицию p , где p — позиция, на которой запаздывание по заданию $j_{[g]}$ минимально или равно нулю:

а) наличие резервов на интервале встраивания задания $j_{[g]}$ у заданий $j_{[i]}$, для которых $d_{j_{[i]}} > d_{j_{[g]}}$, $j_{[i]} \in I_{j_{[g]}}$;

б) если резервы на интервале $\overline{p, g-1}$ отсутствуют, наличие резервов на позициях $\overline{1, p-1}$ у заданий $j_{[i]}$, для которых

$$d_{j_{[i]}} > d_{j_{[g]}}, d_{j_{[i]}} > C_{j_{[i]}}, d_{j_{[i]}} > C_{j_{[p-1]}}. \quad (6)$$

Теорема 11. Если на интервале встраивания задания $j_{[g]}$ находится задание $j_{[k]}$, $d_{j_{[k]}} \leq d_{j_{[g]}}$, $l_{j_{[k]}} \leq l_{j_{[g]}}$, то интервал $j_{[g]}$ определяется позициями $\overline{k+1, g-1}$.

Теорема 12. Если на позиции p встраивания задания $j_{[g]}$ находится запаздывающее задание или задание с нулевым резервом и на позициях $\overline{1, p-1}$ нет заданий, отвечающих условиям (6), то задание $j_{[g]}$ встраивается на позицию $p+1$. При выполнении аналогичных условий на позиции $p+1$ — на позицию $p+2$ и т.д. до позиции g .

Теорема 13. Если при выполнении итерации оптимизации для конкурирующего задания $j_{[g]}$ для всех предшествующих незапаздывающих заданий $j_{[i]}$ выполняется $d_{j_{[i]}} \leq d_{j_{[g]}}$ или на интервале $\overline{1, g-1}$ резервы отсутствуют, то задание $j_{[g]}$ остается на занимаемой позиции и подпоследовательность на интервале $\overline{1, g}$ оптимальна.

Теорема 14. Если в последовательности σ^k при встраивании запаздывающего задания $j_{[g]}$ на интервале $\overline{1, g-1}$ нет предшествующих заданий, для которых $d_{j_{[i]}} > d_{j_{[g]}}$ и $d_{j_{[i]}} > C_{j_{[i]}}$, но есть задания $j_{[m]}^*$ ($j_{[m]}^{**}$), для которых $l_{j_{[m]}^*}$ ($l_{j_{[m]}^{**}}$) $> l_{j_{[g]}}$, то оптимизация осуществляется за счет резер-

вов, освобожденных заданиями $J_{[m]}^*$ ($J_{[m]}^{**}$) при встраивании их после задания $J_{[g]}$

$$C_{J_{[g]}} - d_{J_{[m]}^*} < \sum_{i=m}^g \max(0, C_{J_{[i]}} - d_{J_{[i]}}). \quad (7)$$

Теорема 15. Если конкурирующее задание $J_{[g]}$ в результате выполнения для него итерации оптимизации, определяющей возможность использования резервов этим заданием, заняло позицию $k > p$, то следующие за ним конкурирующие задания $J_{[l]}$, для которых $d_{J_{[l]}} \geq d_{J_{[g]}}$, в оптимальном расписании не смогут занять позицию меньшую, чем $k + 1$.

Теорема 16. Если конкурирующее задание $J_{[g]}$ в результате выполнения для него итерации оптимизации осталось на исходной позиции и все задания на позициях $\overline{g+1, n}$ запаздывающие, то задания, для которых $d_{J_{[l]}} \geq d_{J_{[g]}}$, $i \in \overline{g+1, n}$, исключаются из числа конкурирующих.

Теорема 17 [4]. Запаздывающее задание $J_{[g]}$ на k -й итерации может занять более раннюю позицию, что приведет к улучшению целевой функции, только в том случае, если хотя бы у одного задания $J_{[k]}$ на интервале $\overline{1, g-1}$ есть резерв и выполняется $d_{J_{[k]}} > d_{J_{[g]}}$, либо (в случае отсутствия резервов) на интервале $\overline{1, g-1}$ есть задания с метками.

Теорема 18 [4]. Пусть в последовательности σ^k для запаздывающих заданий $J_{[k]}, J_{[r]} \in J$ выполняется $l_{J_{[k]}} \leq l_{J_{[r]}}$, $d_{J_{[k]}} \leq d_{J_{[r]}}$. Тогда в оптимальном расписании задание $J_{[k]}$ будет предшествовать заданию $J_{[r]}$.

Теорема 19 [4]. Неконкурирующие задания в последовательности σ^k не могут занять более ранние позиции, чем позиции, занимаемые ими в σ^{cp} .

Теорема 20. Пусть уже построена оптимальная подпоследовательность на интервале $\overline{1, g-1}$. Запаздывающее конкурирующее задание $J_{[g]}$ на k -й итерации, выполняемой для определения возможности использования резервов этим заданием, не может быть перемещено на более раннюю позицию, если на интервале $\overline{1, g-1}$ ни у одного из заданий нет резервов и для всех помеченных заданий выполняется

$$l_{J_{[i]}}^* \leq l_{J_{[g]}}, \quad i = \overline{1, g-1}.$$

Теорема 21 [4]. Если в последовательности σ^k конкурирующее задание $J_{[g]}$ в результате выполнения для него итерации оптимизации не использовало существующие резервы, минимальное значение функционала соответствует позиции g , занимаемой этим заданием, и если $\forall J_{[r]}, r = \overline{g+1, n}$, $d_{J_{[r]}} \geq d_{J_{[g]}}$ и $C_{J_{[r]}} \geq d_{J_{[r]}}$, то задания $J_{[r]}$ исключаются из множества конкурирующих, а последовательность σ^k оптимальна.

Теорема 22. Пусть на итерации k , выполняющейся для очередного конкурирующего запаздывающего задания $j_{[g]}$, для всех $j_{[l]}$, $l = \overline{1, g-1}$, справедливо $d_{j_{[l]}} \leq C_{j_{[l]}}$, для всех $j_{[l]}^*$ выполняется $l_{j_{[l]}^*} \leq l_{j_{[g]}}$ и на интервале $\overline{g, n}$ резервы отсутствуют. Тогда запаздывающие задания, занимающие позиции $\overline{g, n}$, исключаются из множества конкурирующих, а последовательности σ^k отвечает оптимальное значение функционала.

Теорема 23. Если на интервале встраивания конкурирующего задания $j_{[g]}$ есть задание $j_{[r]}$, для которого $d_{j_{[r]}} < d_{j_{[g]}}$, $l_{j_{[r]}} < l_{j_{[g]}}$, и $j_{[r]}$ запаздывает, то осуществляется декомпозиция рассматриваемой подпоследовательности, и при выполнении итерации оптимизации для $j_{[g]}$ задания на интервале $\overline{1, r}$ не рассматриваются, а оптимизация осуществляется на интервале $\overline{r+1, g-1}$.

Теорема 24. Пусть в последовательности σ^k задания $j_{[g]}$ и $j_{[k]}$ конкурирующие ($g < k$) и выполняется $d_{j_{[k]}} < d_{j_{[g]}} < C_{j_{[p]}^H} - l_{j_{[p]}^H}$ (p^H — позиция встраивания задания $j_{[g]}$), а на интервале $\overline{1, p^H}$ резервы отсутствуют. Если в результате выполнения итерации оптимизации задание $j_{[g]}$ заняло позицию $s > p^H$, то задание $j_{[k]}$ в оптимальном расписании не сможет занять позицию меньшую, чем $s+1$.

При невыполнении условия теоремы 10 существующие резервы в последовательности σ^k недостаточны для перемещения задания $j_{[g]}$ на более ранние позиции. Процедура встраивания с последующей оптимизацией для этого задания не выполняется, что существенно сокращает число выполняемых перестановок. В теоремах 11–13, 15, 18, 23, 24 сформулированы условия, позволяющие уменьшать интервал встраивания очередного запаздывающего задания, и так как процедура оптимизации осуществляется на этом интервале, соответственно сокращается число перестановок.

Условия теоремы 14 отсекают выполнение процедур встраивания запаздывающего задания на более ранние позиции, а оптимизация осуществляется за счет резервов, освобожденных заданиями, ранее их использовавшими, и в выражении (7) определяется возможность выполнения таких перестановок. При выполнении условий теорем 16, 19, 21, 22 часть конкурирующих заданий исключается, так как для этих заданий не выполняются итерации оптимизации, что сокращает объем вычислений. В теоремах 17 и 20 сформулированы условия, определяющие возможность уменьшения значения функционала при перемещении запаздывающего задания на более ранние позиции в текущей последовательности.

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ПДС-АЛГОРИТМОВ

Свойства ПДС-алгоритма решения задачи МСЗ могут быть использованы при построении ПДС-алгоритмов для решения задач «Минимизация суммарного взвешенного запаздывания при выполнении независимых заданий на одном приборе» (МСВЗ) и «Минимизация суммарного опережения и запаздывания относительно директивных сроков при выполнении независимых задач одним прибором» (ОЗ).

Для задачи МСВЗ, как и для задачи МСЗ, приоритет определяется отношением ω_j/l_j . Поэтому в ПДС-алгоритме будут использоваться те же типы и правила перестановок с учетом различных весов заданий, что и для ПДС-алгоритма задачи МСЗ. Это позволит учитывать дополнительные отсечения, что существенно сократит трудоемкость алгоритма. ПДС-алгоритм задачи МСЗ войдет в состав ПДС-алгоритма решения задачи МСВЗ как его наиболее трудоемкий частный случай.

Алгоритм решения задачи ОЗ базируется на следующих теоремах.

Обозначим $r_j = d_j - C_j$ резерв задания j . Очевидно, $r_j = E_j$, где E_j — опережение задания j относительно его директивного срока. Следовательно, уменьшение опоздания за счет резервов незапаздывающих заданий приводит к уменьшению функционала ОЗ.

Теорема 25 [15]. Последовательность, отсортированная по невозрастанию значений длительности выполнения, не имеющая опережающих работ, является оптимальной по критерию ОЗ.

Теорема 26 [15]. Последовательность, отсортированная по неубыванию значений длительности выполнения, не имеющая запаздывающих работ, является оптимальной по критерию ОЗ.

Обозначим $r_{\min} = \min \{r_j\}$; N_r — число заданий с резервами ($r_j > 0$); N_3 — число запаздывающих заданий ($r_j \leq 0$).

Теорема 27 [16] (использование резервов опережающих заданий). Если в последовательности σ $N_r > N_3$, то при увеличении начала выполнения заданий на величину r_{\min} значение функционала ОЗ уменьшается также на r_{\min} .

На каждой итерации при увеличении моментов начала выполнения заданий в текущей последовательности на r_{\min} при условии $N_r > N_3$ значение функционала также уменьшается на r_{\min} . При $N_r \leq N_3$ получена последовательность σ_R .

Теорема 28 [16] (признак оптимальности последовательности σ_R). Если в последовательности σ_R резервы отсутствуют, то она оптимальна по критерию ОЗ.

Приведенные результаты будут использованы при создании ПДС-алгоритма решения задачи ОЗ для определения направленности перестановок, а также при определении условия выполнения полиномиальной составляющей алгоритма.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ АЛГОРИТМОВ И ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ ИХ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Предварительные исследования МСЗ на задачах с размерностью до 1000 заданий показали, что данный алгоритм не имеет аналогов среди существующих алгоритмов и может применяться для задач размерности значительно большей, чем 500 заданий. Алгоритм не только конструирует оптимальные расписания для больших задач, но и делает это за приемлемое время.

Для МВМ проведено 7700 испытаний с размерностью до 300 заданий (решались также индивидуальные задачи с размерностью до 1000 заданий). В 70% случаев результирующее расписание теоретически оптимально. Анализ результатов статистического моделирования показал, что полиномиальная составляющая ПДС-алгоритма задачи МВМ является статистически значимой для моделируемых произвольно индивидуальных задач.

Для МСЗП проведены испытания на задачах с размерностью до 3000 заданий с числом приборов до 30. В 87% случаев результирующее расписание теоретически оптимально.

Для МВМ и МСЗП дальнейшие исследования проводятся с целью обоснования новых логико-аналитических условий для нахождения точного решения задачи полиномиальной составляющей алгоритма.

Так, для МВМ в работе [5] предложен алгоритм построения оптимального расписания для индивидуальных задач МВМ, отношения предшествования которых имеют вид цепочек, простых или сложных конструкций с произвольной степенью вложения. Рассматриваемая индивидуальная задача МВМ может быть решена за полиномиальное время, когда реализуются условия выполнения полиномиальной составляющей ПДС-алгоритма, т.е. в результате решения исходной индивидуальной задачи алгоритм строит только структуры, имеющие вид цепочек либо конструкций произвольного вида.

В работе [7, 14] приведены новые условия полиномиальной составляющей ПДС-алгоритма задачи МВМ. Доказано, что оптимальное расписание может быть получено за полиномиальное время для множеств максимальных приоритетов, не являющихся в общем случае совокупностью конструкций.

В работе [8] рассмотрены новые условия полиномиальной составляющей, реализация которых дает точное решение за полиномиальное время. Выведены дополнительные условия, определенные для задачи, все множество заданий которой является одним множеством максимального приоритета. Предложена модификация полиномиальной составляющей ПДС-алгоритма, реализующего эти условия.

Для задачи МСЗ дальнейшие исследования будут проводиться по двум направлениям, дополняющим друг друга.

1. Выделение случаев, когда с учетом декомпозиции реализуется трудоемкий перебор различных вариантов использования резервов предшествующих заданий конкурирующими заданиями и доказательство эффективности экспоненциальной составляющей алгоритма на основе экспериментальных исследований.

2. Выделение случаев, когда с учетом декомпозиции реализуется трудоемкий перебор вариантов решения задачи и теоретическое обоснование расширения области определения полиномиальной составляющей алгоритма в тех случаях, когда экспоненциальная составляющая приводит к незначительному перебору вариантов.

Распараллеливание вычислений

Общим универсальным принципом повышения эффективности ПДС-алгоритмов является принцип распараллеливания вычислений, позволяющий:

- реализовать выполнение независимых перестановок различных типов на параллельных процессорах (МСЗП);
- останавливать вычислительный процесс при выполнении одного из условий полиномиальной составляющей алгоритма (МСЗ, МСЗП);
- управлять дальнейшим процессом вычислений на основе текущего анализа результатов параллельных вычислений (МСЗ, МВМ, МСЗП);
- гарантированно уменьшать общее время вычислений (МСЗ, МВМ, МСЗП).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализируются свойства ПДС-алгоритмов, построенных для отдельных классов одноэтапных задач теории расписаний, а также общие свойства и принципиальные отличия алгоритмов. Обосновываются пути их модификации с целью повышения эффективности. Рассматривается возможность построения новых ПДС-алгоритмов с использованием теоретических свойств известных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гери М.Р., Джонсон Д.С. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. — М.: Мир, 1982. — 416 с.
2. Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. Основы системного анализа. — Київ: Видавнича група ВНУ, 2007. — 544 с.
3. Павлов О.А., Павлова Л.О. ПДС-алгоритмы для важкорозв'язуємих комбінаторних задач. Теорія і методологія розробки. — Ужгород: Полічка «Карпатського краю», 1998. — 320 с. (англ. мовою).
4. Павлов А.А., Мисюра Е.Б. Эффективный точный ПДС-алгоритм решения задачи о суммарном запаздывании для одного прибора // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2004. — № 4. — С.30–59.
5. Конструктивные полиномиальные алгоритмы решения индивидуальных задач из класса NP / А.А. Павлов и др. — Киев: Техніка. — 1993. — 128 с.
6. Павлов А.А., Теленик С.Ф. Информационные технологии и алгоритмизация в управлении. — Киев: Техніка, 2002. — 344 с.
7. Павлов О.А., Аксьонова Л.О. «Мінімізація сумарного зваженого моменту закінчення робіт» як перший рівень моделі дрібносерійного виробництва та способи її розв'язання // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2002. — № 1. — С.119–130.

8. Аксенова Л.А. Новые полиномиальные подклассы труднорешаемой задачи «Минимизация суммарного взвешенного момента» для множества одного приоритета // Управляющие системы и машины. — 2002. — № 6. — С. 21–28.
9. Du J. and Leung J.Y.-T. Minimizing total tardiness on one processor is NP-hard // Math. Oper. Res. — 1990. — № 15. — P. 483–495.
10. Shwarz W. and Mukhopadhyay S.K. Decomposition of the single machine total tardiness problem // Operations Research Letters. — 1996. — № 19. — P. 243–250.
11. Lawler E.L. Sequencing jobs to minimize total weighted completion time subject to precedence constraints // Ann. Discrete Math. — 1978. — № 2. — P. 75–90.
12. Конвей Р.В., Максвелл У.Л. Теория расписаний. — М.: Наука, 1975. — 359 с.
13. Танаев В.С., Шкурба В.В. Введение в теорию расписаний. — М.: Наука, 1975. — 256 с.
14. Павлов А.А., Аксенова Л.А. Новые условия полиномиальной составляющей ПДС-алгоритма задачи «Минимизация суммарного взвешенного момента» // Проблемы программирования. — 2001. — № 1–2. — С. 69–75.
15. Ow P.S., Morton T.E. The Single Machine Early: Tardy Problem // Management Science. — 1989. — 35, № 2. — P. 177–191.
16. Павлов О.А., Місюра О.Б., Мельников О.В. Дослідження властивостей та розв'язання задачі «Мінімізація сумарного штрафу як за випередження, так і за запізнення відносно директивних строків при виконанні незалежних завдань одним приладом» // Вісн. НТУУ «КПІ». Інформатика, управління та обчислювальна техніка. — 2008. — № 48. — 7 с.

Поступила 29.04.2009

PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS FOR STUDYING THE WORLD SECURITY PROBLEM

T. POMERANTSEVA, A. BOLDAK

This research is a continuation of the work [1], in which the list of ten most essential global threats to the future of mankind have been presented. The initial data on each threat are taken from the respectable international organizations data bases. Then, we defined the summarized impact of the examined ten global threats totality on different countries based on cluster analysis method with the purpose of selecting groups of the countries with “close” performances of summarized threats. By using the Minkovsky type metric the foresight of the future global conflicting has been executed. To facilitate the analysis and make it easier we use the method of Principal Component Analysis (PCA) which allows reduce variables with many properties to several hidden factors. The analysis shows that currently the most considerable threats for most countries are the reduction of energy security, worsening of balance between bio capacity and human demands and the incomes inequality between people and countries.

INTRODUCTION

In the work [1] the impact of system world conflicts on sustainable development is studied in the global context. On the basis of data analysis pertaining to the global conflicts taking place from 705 B.C. till now the regularity of their flow is determined. It is shown that the sequence of life cycles of system world conflicts is subordinate to the law of Fibonacci series, and the intensity of these conflicts, depending on a level of technological evolution of a society, builds up under the hyperbolic law. By using the revealed regularities we attempt to foresee the upcoming world conflict, called “the conflict of the XXI century” and analyze its nature and principal performances: - durations, main phases of the flow and intensity.

The totality of main global threats generating the conflict of the XXI century is given. These global threats are: ES — Energy Security; FB — Footprint and Biocapacity Balance; GINI — Incomes Inequality; GD — Global Diseases; CM — Child Mortality; CP — Corruption Perception; WA — Water Access; GW — Global Warming; SF — State Fragility; ND — Natural Disasters. By the cluster analysis method we define the impact of the above threats on different countries and on twelve large groups of countries (civilizations according to Huntington) combined by common culture features. Assumptions are made as to possible scenarios in the course of the conflict of the XXI century and after its termination.

Since it is difficult to analyze the security of this or that country simultaneously in the space of ten global threats, to make the research more convenient and demonstrative we use the Principal Component Analysis (PCA). This method makes it possible to reduce analysis of many properties to some hidden factors determining these properties. In this case the security of a country may be presented in a simplified form not by all ten global threats, but some most significant factors.

APPLICATION OF THE PRINCIPAL COMPONENT METHOD FOR THE ANALYSIS OF THE IMPACT OF GLOBAL THREATS TOTALITY ON SUSTAINABLE DEVELOPMENT

The example of sustainable development global simulation [2] presents global threats and degree of their impact on different countries. Let us format table 1 in the form of the initial data matrix, X_N^m , $N=106$, $m=10$, in such a way that its lines X_i , $i=\overline{1,N}$ correspond to the analyzed countries, and the columns X^j , $j=\overline{1,m}$ contain the values of threats (indicators) PX_k , $k=\overline{1,m}$, $m=10$. Then, for each country there will be the corresponding vector $X_i = \langle x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^m \rangle$ of threats values (the upper index corresponds to the threat's ordinal number).

The purpose of the given study conducted with application of the principal component method is finding out and interpreting latent common factors with simultaneous goal to minimize both their number and the degree of dependence PX_i on their specific residual random components. Suppose that each threat PX_i is a result of impact m' of hypothetical and one characteristic factor [3]: $PX_i = \sum_{j=1}^{m'} q_j^i F_j + e_i$, $i=\overline{1,m}$, where q_j^i — factor loadings; F_j — factors to be defined; e_i — characteristic factor for the i -th initial feature representing independent random value with zero mathematical expectation and finite variance.

The expression for PX_i may be presented in matrix form:

$$X_N^m = VQ^T + E, \text{ where} \tag{1}$$

1. V — matrix of factor scores; Q — matrix of factor loadings; E — matrix of residuals.

Searching of principal components is reduced to finding the matrix decomposition X_N^m in the form (Lindsay I. Smith, 2002): $X_N^m = TP^T + E$, where T — matrix of scores with dimension $N \times m'$ ($m' \leq m$). Each line of this matrix is a projection of data vector X_i^m on m' of principal components. Number of lines — N corresponds to the number of vectors of the initial data. Number of columns or number of principal components vectors selected for projection is equal m' . P — loadings matrix of dimension $m' \times m$, where m' — number of lines (data space dimension); m — number of columns (number of vectors of principal components selected for projection); E — matrix of residuals.

Matrix of scores assigns a set of vectors $T_i = \langle t_i^j \rangle$, $i=\overline{1,N}$, $j=\overline{1,m'}$, determining projectors of vectors X_i^j , $i=\overline{1,N}$, $j=\overline{1,m}$ in the principal components space (number of components is equal $m' \leq m$). Matrix of loadings assigns the mapping of the initial space basis in principal components space. The principal component method allows find such mapping $R^m \xrightarrow{F} R^{m'}$, that $m' \leq m$ and $\sum_i \sum_j e_{ij}^2 \rightarrow \min$ for all possible T and P [3].

Defining principal components is connected with calculation of eigenvectors of the covariance matrix [3, 4], defined as:

$$C = (c_{ij} : c_{ij} = \text{cov}(PX_i, PX_j)), \quad i=\overline{1,m}, \quad j=\overline{1,m}, \tag{2}$$

where $\text{cov}(PX_i, PX_j) = \frac{\sum_{k=1}^N (x_k^i - \bar{X}^i)(x_k^j - \bar{X}^j)}{N - 1}$ — covariance of parameters PX_i and PX_j .

For selection of sufficient number $m' \leq m$ of principal components a cumulative variance is often used [5]:

$$D_i = \frac{\sum_{j=1}^i \lambda_j}{m}, \quad i = \overline{1, m}, \quad (3)$$

where $\lambda_j, j = \overline{1, m}$ — eigenvalues of covariance matrix C are used.

Preliminary analysis of principal components is given in Table 1.

Table 1. Analysis of principal components

Value	Eigenvalues	Total variance, %	Comulative Eigenvalues	Comulative, %
1	5,065629	50,65629	5,065629	50,65629
2	1,331475	13,31475	6,397103	63,97103
3	1,065071	10,65071	7,462175	74,62175

We shall define the sufficient number of principal components by using the “slide rocks” criterion suggested by [6]. “Slide rocks” is a geological term to define rock debris accumulated in the lower part of a rocky slope. Using this analogy it is possible to show graphically (Fig. 1) the eigenvalues presented in table 1. It is necessary to find such a place in the plot where a decrease of eigenvalues left to right is maximally slow. It is supposed that to the right from this point only “factorial slide rocks” are located. In accordance with this criterion only 2 or 3 factors may be left.

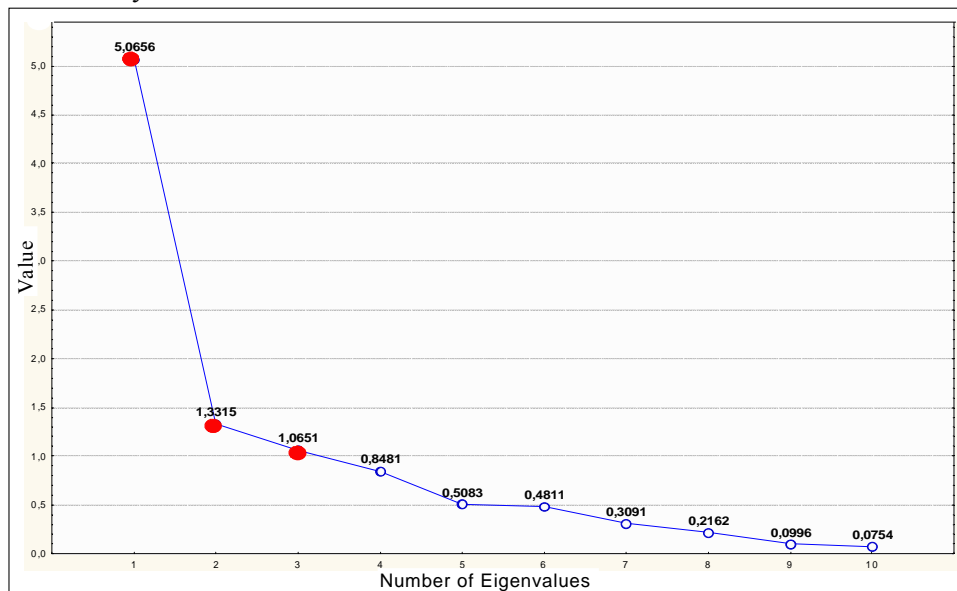


Fig. 1. Defining principal components by using “slide rocks” criterion

As seen from the above presented data it is sufficient to use three first principal components (the eigenvalues corresponding to them are indicated in red) to represent the data variability higher than 74 %.

Definition of factor loadings. Now let us analyze principal components and consider solving a problem with three factors. For this we consider correlations between threats and factors (or “new” variables) which are calculated by the formula [7]:

$$r_{k,l} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i^k - \overline{X^k})(x_i^l - \overline{X^l})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i^k - \overline{X^k})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i^l - \overline{X^l})^2}}, \quad (4)$$

where $r_{k,l}$ — correlation coefficient of parameters X^l and X^k ; $\overline{X^1}, \overline{X^k}$ — average values of parameters X^l and X^k ; $\overline{X^l} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^l}{N}$; $\overline{X^k} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^k}{N}$.

The correlation coefficient itself does not have informal interpretation. However, its square called the coefficient of determination shows to what extent variations of dependent characteristics may be explained by variations of an independent one. It is thought that correlation coefficients which by their module are more than 0.7 indicate a strong connection (in this case coefficients of determination > 50%, i.e. one characteristics determines the other more than by half. Correlation coefficients which by their module are less than 0.7, but more than 0.5 indicate that connection is average (in this case the coefficients of determination are less than 50%, but more than 25%). At last, correlation coefficients which by their module are less than 0.5 indicate a weak connection (here the coefficients of determination are less than 25 %). Table 2 shows the values of correlation coefficients between principal factors and initial threats. The coefficients corresponding to strong connections are indicated in red.

From Table 2 it is seen that the first factor to greater extent correlates with threats than the second and third factors. It should be expected, since, as it has been mentioned above, factors are defined sequentially and contain less and less total variance.

Table 2. Correlation coefficients between principal factors and initial threats

Variable	Factor 1	Factor 2	Factor 3
ES	0,208964	0,817502	0,342974
FB	-0,855800	0,412124	0,053021
GINI	-0,355499	0,105301	-0,716591
CP	-0,856876	0,248258	-0,003646
NA	-0,809616	-0,315140	0,210144
GW	0,723432	-0,392527	-0,006533
CM	-0,844045	-0,267343	-0,024123
ND	-0,326707	-0,285766	0,615743
SF	-0,899250	-0,086816	-0,005283
GD	-0,788874	-0,080839	-0,084617
Expl. Var	5,065629	1,331475	1,065071
Prp. Totl	0,506563	0,133147	0,106507

Interpretation of factor structure. It is convenient to carry out interpretation of factors (principal components) by using a diagram where threats are shown as vectors the coordinates of which correspond to factor loadings (Fig. 2).

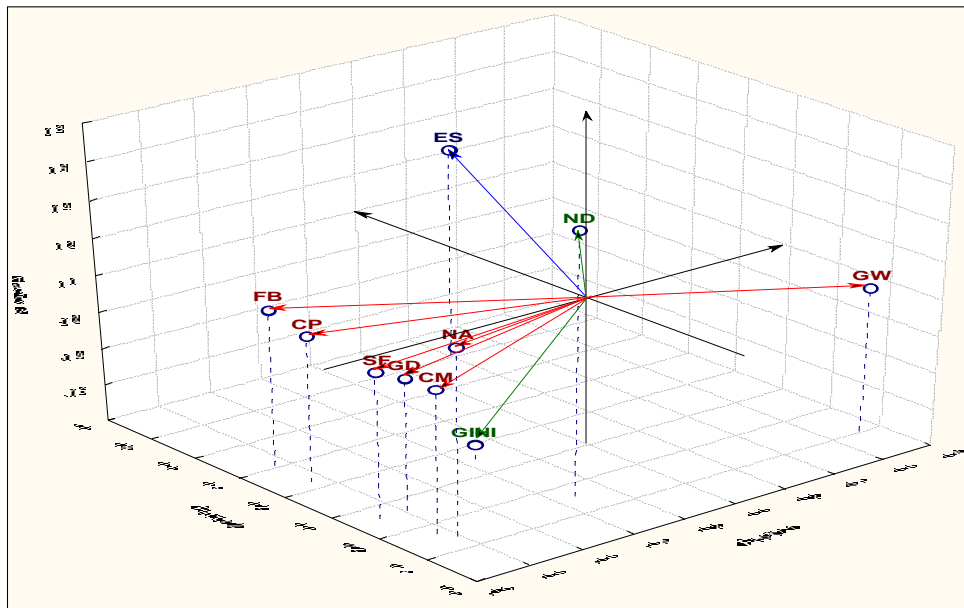


Fig. 2. Interpretation of threats in coordinates of principal components

In accordance with maximum factor loadings threats may be divided into three categories (red, blue and green colours). The first group of threats includes: FB, CP, SF, GD, NA, CM, GW. As seen in fig. 2 these threats are in the plane of the first and second factors. It means that for more detail analysis it is advisable to show them in the projection on this plane (Fig. 3).

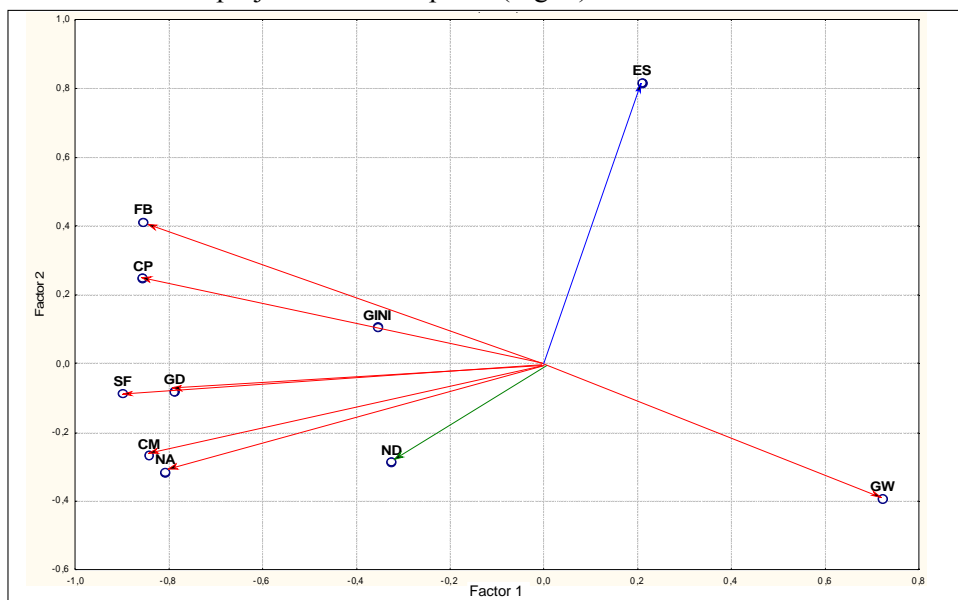


Fig. 3. Projection of threats on the plane of the first and second factors

As seen from Fig. 3 the pairs of vectors SF-GD, FB-GW are practically colinear, which indicates their high degree of dependence. It is interesting that we study only two factors, then the pair of vectors CP-GINI may be considered as colinear. It should be also noted that the vector ES is orthogonal to FB (GW).

It means that:

- between level of energy security (ES), balance of biological capacity of the Earth and people's needs (FB) and CO2 emissions(GW) the dependence is inconsiderable;
- balance between biological capacity of the Earth and people's needs(FB) and CO2 emissions (GW) has negative correlation;
- level of state fragility (SF)) is closely connected with level of global diseases vulnerability(GD);
- corruption perception index (CP) is closely connected with level inequality between people and countries (GINI) in the context determined by the first and second factors.

The most significant global threats are defined by using factor loadings of the initial list of threats. For this it is necessary to select such factors which have maximum loading by absolute value on the first, second and third factors. This choice ensured the definition of maximum impact of initial threats under condition of their maximum independence on the aggregated indicator (Minkovsky norm) of these threats (Fig. 4).

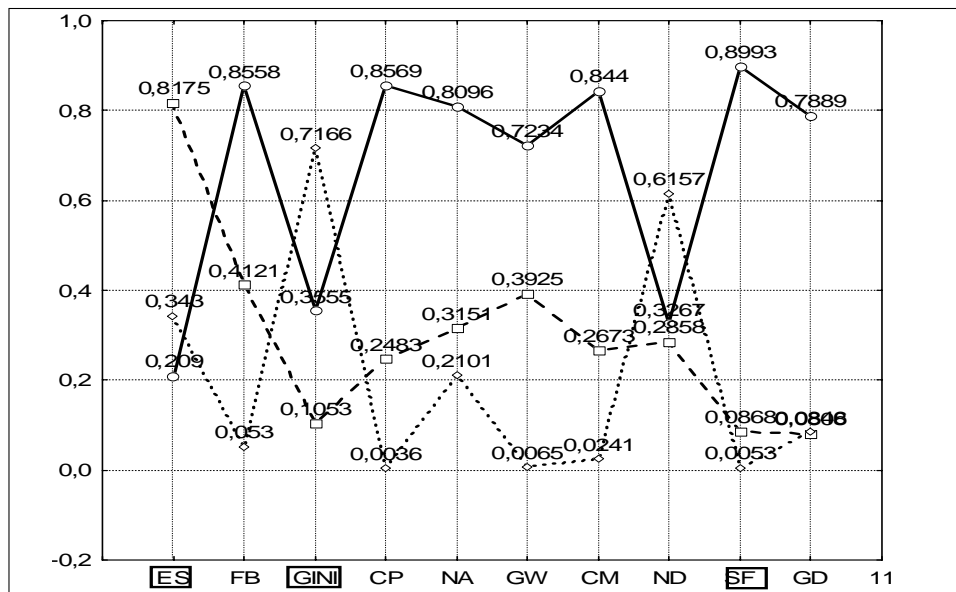


Fig. 4. Definition of most significant global threats

In accordance with the indicated approach such threats are SF, ES, GINI, (Fig. 4) i.e. the most significant threats in descending order are **state fragility, global decrease of energy security and growing inequality between people and countries**.

Clustering of countries by the level of global threats and the corresponding graphic interpretation is done in the plane of the first and second factors. For this purpose we cluster countries by the degree of their remoteness from threats (Minkovsky norm) using the clustering method of K-averages.

As seen from Fig. 5 the isolines which assign the Minlovsky norm approximation are practically orthogonal to the first factor axis. It gives the ground to state that the first factor values mostly determine the countries' remoteness from global threats (Fig. 5).

RESEARCHING THE DEPENDENCE OF COUNTRIES' NATIONAL SECURITY ON PARTICULAR THREATS BY USING MODIFIED METHOD OF WEIGHTED LOCAL CORRELATION

Let us consider that the quantitative value of Minkovsky norm for this or that country is an estimate of its national security level. We define the level of Minkovsky norm dependence on initial threats by calculating the corresponding correlation coefficients (Table 3).

Table 3. Correlation coefficients between Minkovsky norm and global threats

Variable	ES	FB	GINI	CP	NA	GW	CM	ND	SF	GD
Minkovsky norm	-0,16	0,80	0,31	0,82	0,83	-0,54	0,83	0,40	0,89	0,78

The calculated correlation coefficients show a high degree of dependence of Minkovsky norm on initial threats, but at the same time do not answer the question what risks the countries are running from the point of view of their approaching various threats. The reason is the averaging of correlation coefficients on the entire data sample.

For detailed analysis of global threats the countries may face, it is necessary to localize the sample on which correlation is estimated. It is natural to assume that this sample should include “alike” countries the degree of similarity of which may be estimated as, for example, a Euclidean distance in the space of threats. The second assumption is connected with the idea that the closer is a country to the point in which the correlation is analyzed; the higher is the degree of the country’s indicators impact on the correlation coefficient.

In accordance with the above assumptions we define the weighted mean [8] as:

$$m(X, W) = \frac{\sum_i w_i x_i}{\sum_i w_i}, \tag{5}$$

where X — data sample; W — weighted function.

If we define W , as function depending on distance, for example,

$$W(x, t) = e^{-\lambda d(x, t)}, \tag{6}$$

in which: $d(x, t)$ — distance between points $x, t \in R^n$, and λ — distribution parameter and substitute in (5), then we get the expression for calculating the weighted localized mean in point t for sample X :

$$m(X, t) = \frac{\sum_i e^{-\lambda d(t, x_i)} x_i}{\sum_i e^{-\lambda d(t, x_i)}}, \quad x_i \in X. \tag{7}$$

Similarly, we can define the weighted localized covariation:

$$\text{cov}(X, Y, t) = \frac{\sum_i e^{-\lambda d(t, x_i)} (x_i - m(X, t))(y_i - m(Y, t))}{\sum_i e^{-\lambda d(t, x_i)}} \quad (8)$$

And we define the weighted localized correlation (WLC):

$$\text{corr}(X, Y, t) = \frac{\text{cov}(X, Y, t)}{\sqrt{\text{cov}(X, X, t) \text{cov}(Y, Y, t)}} \quad (9)$$

The distribution parameter of weights λ may be chosen in such a way that it is possible to restrict the impact area of point's located at large distances. For example, we assume that points located at mean distance from the point where WLC is calculated have the weight equal S (distribution scale). I.e.

$$e^{-\lambda(t)m(d_t)} = s, \text{ then } \lambda(t) = \frac{\ln(s)}{m(d_t)}, \quad (10)$$

where $m(d_t)$ — mean distance from the sample points to point t . Examples of weights distribution for different values of mean distance and distribution scale are given in Figs. 6, 7.

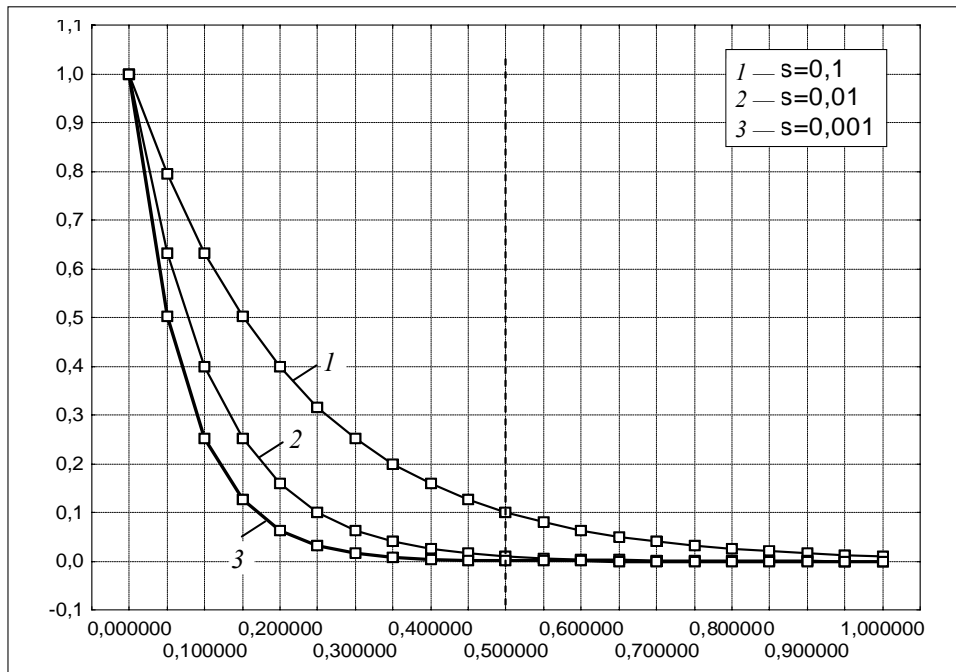


Fig. 6. Weights distribution for mean distance equal 0,5

With distribution scale equal 1, WLC coincides with Pearson product-moment correlation coefficient. As seen from (10), the weights distribution parameter is calculated for each point t , which is a sample point. And for each new point the mean distance value is calculated $m(d_t)$ anew. Hence, the suggested method of estimating threats local dependence is adaptive. The interpretation of WLC values is presented in Table 4.

Table 4. Interpretation of values of weighted localized correlation (WLC)

Value of WLC	Behavior of global threats under study	Interpretation
[- 1.0, - 0.5)	High degree of negative correlation (more than 25 %). The growth of one threat is connected with reduction of the other	With a decrease of a particular threat the general remoteness from the totality of global threats considerably decreases. The studied threat has low (as compared to others) contribution to the general remoteness from global threats
[- 0.5, - 0.3)	Mean degree of negative correlation (9–25%). The growth of one threat is connected with reduction of the other	With a decrease of a particular threat the general remoteness from the totality of global threats considerably decreases at the mean degree
[- 0.3, 0.3]	Low degree of correlation (less than 9%)	It is possible to speak about an inconsiderable dependence of the degree of remoteness from the totality of global threats on the studied threat
(0.3, 0.5]	Mean degree of positive correlation (9 – 25 %). The growth of one threat is connected with the growth of other	With a decrease of the particular threat the general remoteness from global threats increases at the mean degree
(0.5, 1.0]	High degree of positive correlation. The growth of threat is connected with the growth of other (more than by 25%)	With a decrease of the particular threat the general remoteness from the totality of global threats considerably increases. The studied threat considerably influences the general remoteness from the totality of global threats

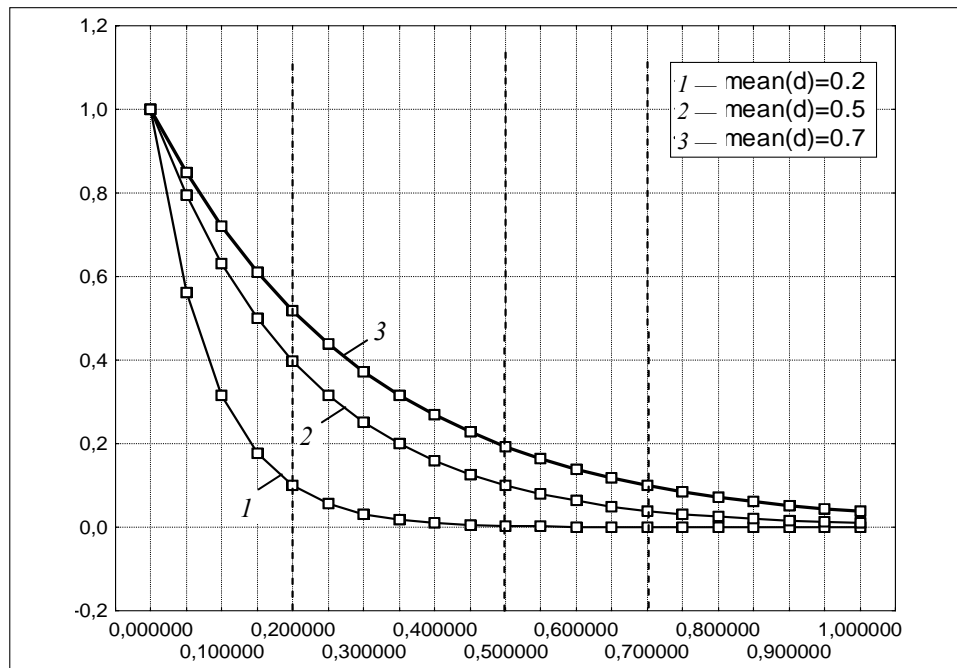


Fig. 7. Weights characteristics for scale distribution equal 0,1

Figs. 8–10 present the plotted values of weighted localized correlation (WLC) between Minkovsky norm and most significant threats, respectively: SF, ES и GINI.

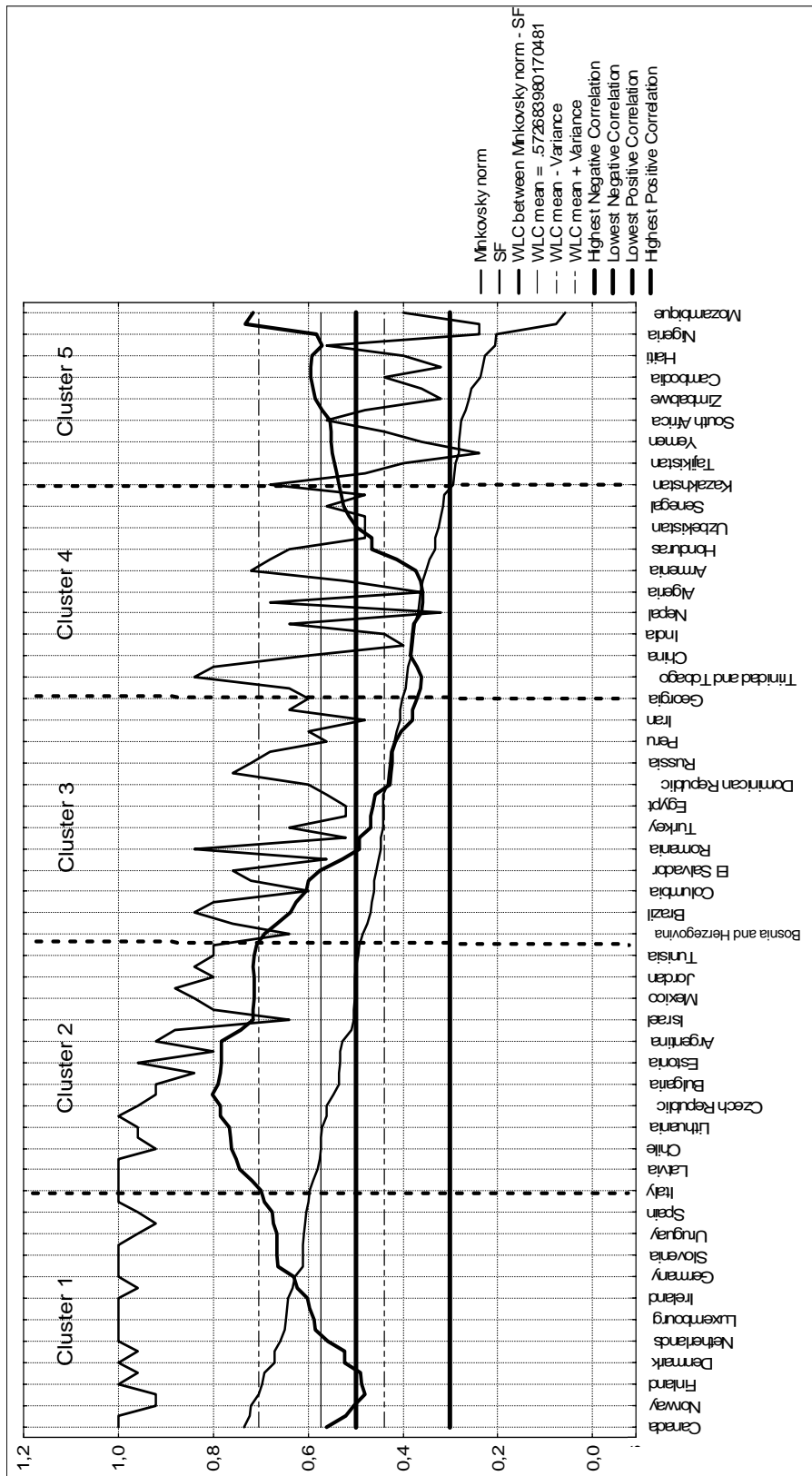


Fig. 8. Values of WLC between Minkovsky norm and state fragility (SF)

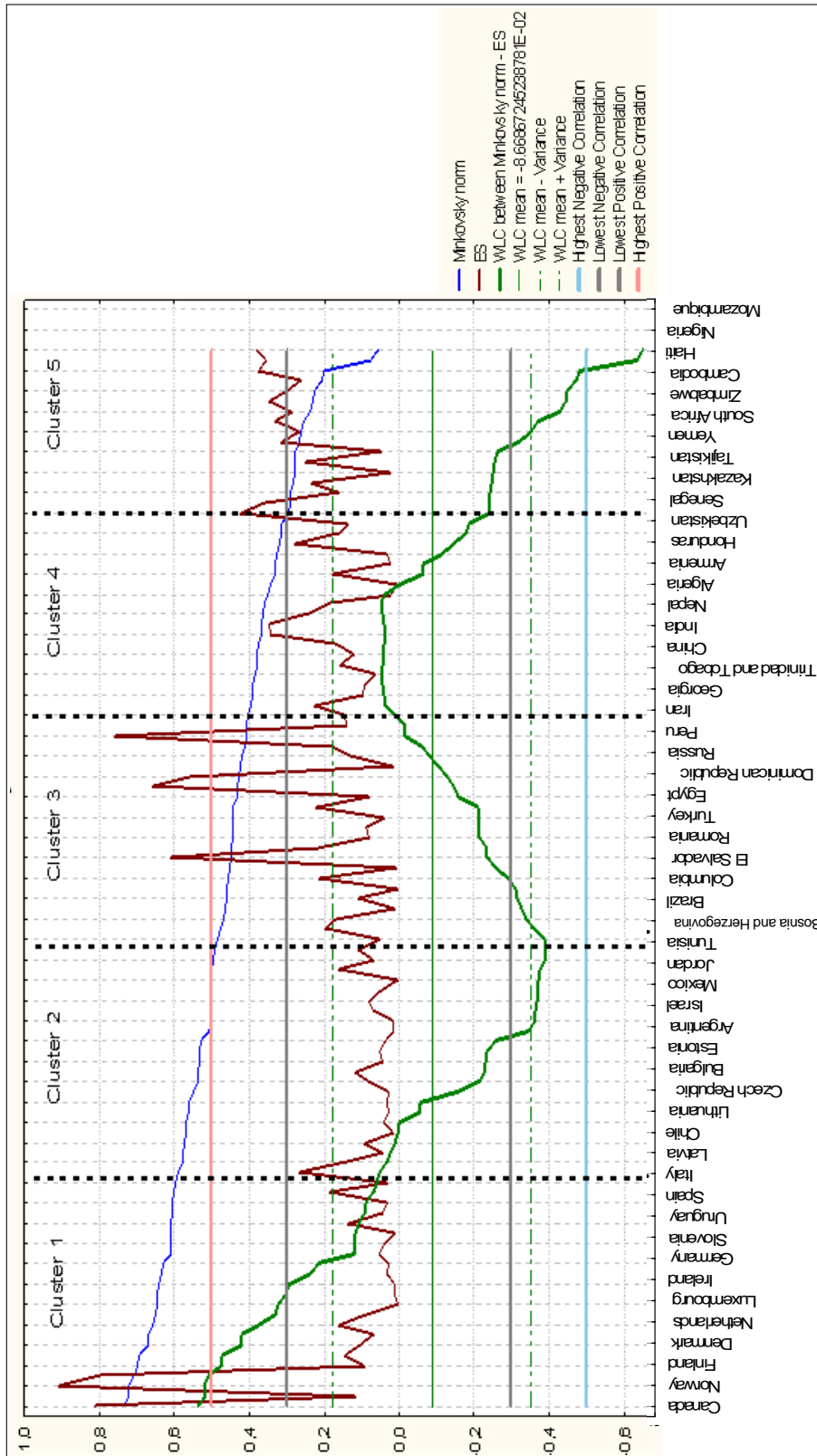


Fig. 9. Values of WLC between Minkovsky norm and energy security (ES)

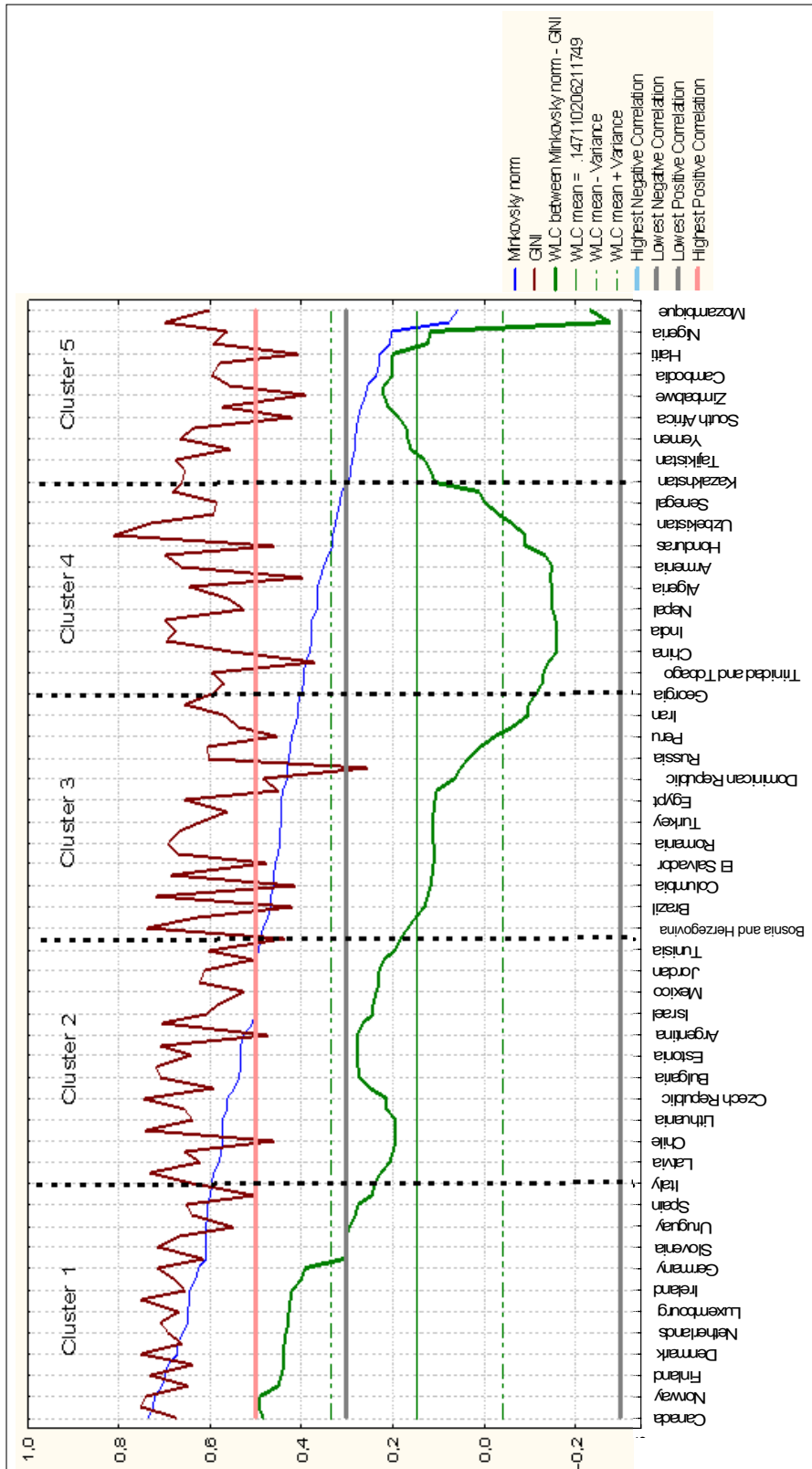


Fig. 10. Values of WLC between Minkovsky norm and population inequality (Gini)

As seen from Fig. 8 the level of state fragility (SF) for most countries has considerable impact on their national security.

As to the impact of energy security on the level of national security (Fig. 9), the following security groups of countries may be identified [9]:

- A group of countries with high level of ES and high values of Minkovsky norm (Canada, Sweden, Norway, Australia) for which energy security considerably influences their national security.
- An adjacent group (Finland, New Zealand, Denmark, Switzerland, Netherlands, Austria, Luxembourg, Japan), for which a mean level of dependence between energy security and Minkovsky norm is observed.
- A group of countries for which this dependence is weak.
- A group of countries with mean level of national security (Belarus, Israel, Thailand, Mexico, Jamaica, Jordan, Malaysia, Tunisia, Panama, Bosnia and Herzegovina, Vietnam, Brazil, Ukraine, Columbia, Korea Republic), for which there exist threats more serious than energy security.
- A group of countries with low level of national security (Kenya, Zimbabwe, Cameroon, Cambodia, Zambia, Haiti, Turkmenistan, Nigeria), for which both energy security and other threats are equally important.
- A group of most problem countries (Ethiopia, Mozambique), where the level of energy security at least extent determines the level of national security.

As to the impact of population inequality on national security (fig.10) it is possible to identify a group of countries (Canada, Sweden, Norway, Australia, Finland, New Zealand, Denmark, Switzerland, Netherlands, Austria, Luxembourg, Japan, Ireland, France, Germany, Portugal, Slovenia, Belgium), for which a mean positive correlation between this threat and Minkovsky norm is observed. For the rest of countries this correlation is insignificant.

CONCLUSIONS

1. Since it is very complicated to analyze security of this or that country simultaneously in the space of ten global threats the principal component analysis (PCA) was used. This method allowed reducing ten global threats influencing the general level of national security (in the sense of Minkovsky norm) to three hidden factors determining this characteristic. The application of this approach allowed considerably facilitate research of national security, reducing it to the analysis in the space of three determining factors.

2. By using this method a comprehensive study of national security of different countries was carried out in the space of three determining factors. Factor loadings were defined by calculating coefficients of correlation between principal factors and initial threats. Clustering of countries was made according to the level of global threats, and three most significant threats were defined influencing national security of most countries: state fragility (SF), energy security (ES) and people's inequality (Gini). Graphic interpretation of global threats was done in the space of three principal components. The factor structure of threats was studied, and the degrees of dependence between main groups were defined.

3. The method of weighted localized correlation was modified, which allowed carry out research of the dependence of national security level (Minkovsky norm) on particular global threats. By using this method the dependence between Minkovsky norm and most significant threats were analyzed in detail, in particular, state fragility (SF), energy security (ES) and people's inequality (Gini). Recommendations were made for different countries regarding strengthening their national security.

REFERENCES

1. Zgurovsky M.Z., Gvishiani A.G. Sustainable development global simulation. Report 2008. (<http://wdc.org.ua/en/node/357>) Kiev.: Polytechnika, 2008. — 363 p.
2. System Analysis and Decisions, The example of sustainable development global simulation, 2009, from Word Wide Web: http://systemdecisions.com/index.php?option=com_content&view=article&id=30&Itemid=27.
3. Lindsay I Smith. A tutorial on Principal Components Analysis, 2002, URL: http://www.cs.otago.ac.nz/cosc453/student_tutorials/principal_components.pdf.
4. Strang Gilbert. Linear algebra and its applications, Thomson, Brooks/Cole, Belmont, CA, ISBN 0-030-10567-6, 2006.
5. Jambu M. Exploratory and multivariate data analysis. Academic Press., 1991.
6. Cattell R.B. The screen test for the number of factors. *Multivariate Behavioral Research*, 1, 245–276, 1966.
7. Harman H.H. *Modern factor analysis*. Chicago: University of Chicago Press, 1966.
8. A MATLAB Toolbox for computing Weighted Correlation Coefficients, 2008, <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/20846>.
9. Pomerantseva T., Boldak A. Human Security Analysis Under Impact of the Totality of Global Threats on Sustainability. 5-th International EURO-Mini Conference “Knowledge-Based Technologies and OR Methodologies for Strategic Decisions of Sustainable Development” (KORS-D-2009), Vilnius, Lithuania, September 30 – October 3, 2009. — P. 164–169.

Received 09.07.2009

From the Editorial Board: the article corresponds completely to submitted manuscript.

**АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ ОПТИМАЛЬНИХ ПАР ФІЛЬТРІВ
КОДУВАННЯ І ВІДНОВЛЕННЯ, АДАПТИВНИХ ДО ФУНКЦІЇ
БАГАТЬОХ ЗМІННИХ**

А.О. ЛИГУН, О.О. ШУМЕЙКО, В.М. ЖУРБА

Розглянуто алгоритм побудови оптимальних пар фільтрів будь-якої складності кодування і відновлення, адаптивних до функції багатьох змінних, для довільного регулярного паркету.

ВСТУП

Одне з ключових понять в задачах обробки цифрових сигналів — поняття фільтрації. Для виявлення певних особливостей, закономірностей сигналів, а також в задачах, пов'язаних зі зменшенням фізичного об'єму даних, необхідних для відтворення сигналу, використовують різні методи фільтрації [1, 2]. Найбільш поширеними з них є методи, засновані на теорії wavelet-аналізу, дискретному перетворенні Фур'є. Однак, хоча дані методи фільтрації оптимальні для того чи іншого класу сигналів, для кожного конкретного сигналу вони не є оптимальними. Питання побудови адаптивно-оптимальних фільтрів базується на дослідженнях Н. Вінера, А.М. Колмогорова та ін.

У даній роботі розглянуто алгоритм побудови пари фільтрів кодування і відновлення, адаптивних до функції (сигналу). Також надані розв'язки задач побудови адаптивно-оптимального кодування лінійними методами при відомому методі відновлення та побудови адаптивно-оптимального лінійного методу відновлення функції по відомим значенням коду як з певними обмеженнями, так і без них. Розв'язки задач отримані в загальному вигляді для будь-якого регулярного паркету, фільтрів довільної складності та функції довільного числа змінних.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай $F(X)$ — функція багатьох змінних таких, що $X = \{x_k\}_{k=1}^n \in Z^n$. Крім того, позначимо $I = \{i_k\}_{k=1}^n$ — вектор-індекс та $D = \{d_k\}_{k=1}^n$ — крок кодування функції $F(X)$.

Код функції $F(X)$ позначимо $\Phi = \Phi(F) = \{\varphi_I\}_{I \in Z^n}$ та задамо у вигляді лінійного функціоналу

$$\varphi_I = \sum_{\zeta \in V} \beta_\zeta F(ID + \zeta), \quad (1)$$

де V — апертура, по якій будується код функції F , така, що $V = \{v_k\}$ та $\forall k: v_k \in Z^n$, тобто елементи апертури представляють собою вектор-індекси розмірністю n , що співпадає з кількістю змінних функції F .

Також нехай задано паркет Ξ . Не втрачаючи загальності, будемо вважати, що $\Gamma = \{\gamma_k\}_{k=1}^n$ належить елементів паркету Ξ та відповідним чином визначається D (кроком кодування функції). Побудуємо лінійний метод відновлення функції F за значеннями коду.

$$\tilde{F}((I + \Gamma)D) = \sum_{\xi \in K(\Gamma)} \alpha_\xi(\Gamma) \varphi_{I+\xi}, \quad (2)$$

де $K(\Gamma)$ — множина вектор-індексів із Z^n , що визначає складність формули відновлення в точках виду $\Gamma \in \Xi$. Таким чином для $\forall \Gamma \in \Xi$ можна побудувати лінійний метод відновлення (2), складність якого визначається кількістю елементів апертури $K(\Gamma)$.

Користуючись (1) та (2), можна отримати екстремальну задачу пошуку адаптивно-оптимальної пари фільтрів кодування і відновлення функції n змінних при заданій складності формул, тобто при заданій кількості відмінних від нуля коефіцієнтів фільтрів.

$$\|F((I + \Gamma)D) - \tilde{F}((I + \Gamma)D)\|_2 \rightarrow \min. \quad (3)$$

Дана задача є загальною постановкою задачі кодування-відновлення функції n змінних при довільному паркеті Ξ . Вираз

$$F((I + \Gamma)D) = \sum_{\xi \in K(\Gamma)} \alpha_\xi(\Gamma) \sum_{\zeta \in V} \beta_\zeta F((I + \xi)D + \zeta)$$

підставимо у (3).

$$S = \sum_{I \in Z^n} \sum_{\Gamma \in \Xi} \left(F((I + \Gamma)D) - \sum_{\xi \in K(\Gamma)} \alpha_\xi(\Gamma) \left(\sum_{\zeta \in V} \beta_\zeta F((I + \xi)D + \zeta) \right) \right)^2 \rightarrow \min_{\{\alpha_\xi(\Gamma), \beta_\zeta\}}.$$

Розв'язок даної екстремальної задачі визначається системою рівнянь

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial \alpha_\xi(\Gamma)} = 0, & \forall \xi \in K(\Gamma), \forall \Gamma \in \Xi, \\ \frac{\partial S}{\partial \beta_\zeta} = 0, & \forall \zeta \in V. \end{cases} \quad (4)$$

Запишемо вирази частинних похідних

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha_{\xi'}(\Gamma')} = 2 \left[F((I + \Gamma)D) - \sum_{\xi \in K(\Gamma)} \alpha_\xi(\Gamma) \left(\sum_{\zeta \in V} \beta_\zeta F((I + \xi)D + \zeta) \right) \right] \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left[\sum_{\zeta \in V} \beta_{\zeta} F((I + \zeta')D + \zeta) \right] = 0, \quad \forall \zeta' \in K(\Gamma'), \quad \forall \Gamma' \in \Xi. \\ \frac{\partial S}{\partial \beta_{\zeta'}} &= 2 \left[F((I + \Gamma)D) - \sum_{\xi \in K(\Gamma)} \alpha_{\xi}(\Gamma) \left(\sum_{\zeta \in V} \beta_{\zeta} F((I + \xi)D + \zeta) \right) \right] \times \\ & \times \left[\sum_{\xi \in K(\Gamma)} \alpha_{\xi}(\Gamma) F((I + \xi)D + \zeta') \right] = 0, \quad \forall \zeta' \in V. \end{aligned}$$

Отримана система рівнянь не є лінійною та має багато розв'язків. Точний розв'язок навіть при невеликих апертурах отримати вкрай складно, навіть при суттєвих обмеженнях [3].

Запропоновано ітераційний метод отримання адаптивно-оптимальних пар фільтрів. Аналогічно до методу головних компонент знаходимо розв'язок системи (4), по черзі фіксуючи коефіцієнти $\{\alpha_{\xi}(\Gamma)\}$ і $\{\beta_{\zeta}\}$. Таким чином, задача розпадається на дві окремі задачі — знаходження адаптивно-оптимального методу відновлення функції за існуючими значеннями коду та знаходження адаптивного методу кодування функції таким чином, щоб середньоквадратична похибка відновлення відомим фільтром була мінімальною. Розглянемо першу задачу.

Нехай числа $\{\beta_{\zeta}\}$ фіксовані. Тоді згідно з (1) можна вважати, що відомі значення коду φ_I . Отже, задача адаптивно-оптимального відновлення функції по відомим значенням коду буде мати вигляд

$$\sum_{I \in Z^n} \left(F((I + \Gamma)D) - \sum_{\xi \in K(\Gamma)} \alpha_{\xi}(\Gamma) \varphi_{I+\xi} \right)^2 \rightarrow \min_{\{\alpha_{\xi}(\Gamma)\}}.$$

Запишемо розв'язок даної задачі у вигляді матричного рівняння $\Theta \alpha = g$ при фіксованому $\Gamma \in \Xi$. Елементи матричного рівняння будуть такими:

$$\begin{aligned} \Theta_{k,l} &= \langle \Phi \Phi_{\xi_k - \xi_l} \rangle = \sum_{I \in Z^n} \varphi_{I+\xi_k} \varphi_{I+\xi_l}, \\ g_l &= \langle F \Phi_{\xi_l} \rangle = \sum_{I \in Z^n} F((I + \Gamma)D) \varphi_{I+\xi_l}, \end{aligned}$$

де ξ_l — перенумеровані довільно елементи апертури $K(\Gamma)$.

Можна також отримати модифікації методу за умови симетрії базисної функції (фільтра відновлення) та точності на константах. При цьому отримаємо задачу умовної мінімізації

$$\sum_{I \in Z^n} \left(F((I + \Gamma)D) - \sum_{\xi \in K(\Gamma)} \sum_{\xi^* \in \Omega(\xi)} \alpha_{\xi}(\Gamma) \varphi_{I+\xi^*} \right)^2 \rightarrow \min_{\{\alpha_{\xi}(\Gamma)\}}$$

при умові

$$\sum_{\xi \in K(\Gamma)} \alpha_{\xi}(\Gamma) = 1,$$

де $\Omega(\xi)$ — множина вектор-індексів, отриманих певним симетричним перетворенням ξ . Розв'язуючи дану задачу методом невизначених коефіцієнтів Лагранжа, приходимо до екстремальної задачі

$$\sum_{I \in Z^n} \left(F((I + \Gamma)D) - \sum_{\xi \in K(\Gamma)} \sum_{\zeta^* \in \Omega(\xi)} \alpha_\xi(\Gamma) \rho_{I+\zeta^*} \right)^2 + \lambda \left(\sum_{\xi \in K(\Gamma)} \alpha_\xi(\Gamma) - 1 \right) \rightarrow \min_{\{\alpha_\xi(\Gamma)\}}.$$

Розв'язок цієї задачі визначається матричним рівнянням $\Theta^* \alpha = g^*$, де

$$\Theta^* = \begin{bmatrix} \Theta_{1,1} & \dots & \Theta_{1,M} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Theta_{M,1} & \dots & \Theta_{M,M} & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad g^* = \begin{bmatrix} g_1 \\ \dots \\ g_M \\ 1 \end{bmatrix};$$

M — кількість елементів апертури $K(\Gamma)$; $\alpha_{M+1} = \lambda$ та для будь-яких

$$k, l \leq M \quad \Theta_{k,l} = \sum_{\zeta^* \in \Omega(\zeta)} \langle \Phi \Phi_{\zeta_k^* - \zeta_l^*} \rangle, \quad g_l = \sum_{\zeta^* \in \Omega(\zeta)} \langle F \Phi_{\zeta_l^*} \rangle.$$

Якщо звільнитись від однієї з умов, що обмежує, отримаємо такі модифікації методу. За умови лише точності на константах розв'язок задачі визначається рівнянням $\Theta^* \alpha = g^*$, а елементи Θ^* та g^* для $k, l \leq M$ будуть мати вигляд $\Theta_{k,l} = \langle \Phi \Phi_{\zeta_k - \zeta_l} \rangle$, $g_l = \langle F \Phi_{\zeta_l} \rangle$. У випадку, коли необхідна лише симетрія відповідної базисної функції, розв'язок задачі визначається рівнянням $\Theta \alpha = g$. При цьому $\Theta_{k,l} = \sum_{\zeta^* \in \Omega(\zeta)} \langle \Phi \Phi_{\zeta_k^* - \zeta_l^*} \rangle$, $g_l = \sum_{\zeta^* \in \Omega(\zeta)} \langle F \Phi_{\zeta_l^*} \rangle$.

Розглянемо задачу адаптивного лінійного кодування фільтром заданої складності. Розв'язок цієї задачі — це розв'язок (4) за умови, що числа $\{\alpha_\xi(\Gamma)\}$ фіксовані.

$$\left[F((I + \Gamma)D) - \sum_{\xi \in K(\Gamma)} \alpha_\xi(\Gamma) \left(\sum_{\zeta \in V} \beta_\zeta F((I + \xi)D + \zeta) \right) \right] \times \\ \times \left[\sum_{\xi \in K(\Gamma)} \alpha_\xi(\Gamma) F((I + \xi)D + \zeta') \right] = 0, \quad \forall \zeta' \in V.$$

Введемо позначення.

$$F_{I,\Gamma}^\zeta = F((I + \Gamma)D + \zeta),$$

$$\alpha_\xi^\Gamma = \alpha_\xi(\Gamma),$$

$$\langle F_{I,\Gamma}^\zeta, F_{I,\Gamma}^{\zeta'} \rangle = \sum_{I \in Z^n} F_{I,\Gamma}^\zeta F_{I,\Gamma}^{\zeta'},$$

$$\Lambda_{\xi, \xi'}^{\Gamma} = \alpha_{\xi}^{\Gamma} \alpha_{\xi'}^{\Gamma}.$$

Таким чином, користуючись запропонованими позначеннями, маємо

$$\sum_{\zeta \in V} \beta_{\zeta} \sum_{\Gamma \in \Xi} \sum_{\xi \in \Gamma} \sum_{\xi' \in \Gamma} \Lambda_{\xi, \xi'}^{\Gamma} \langle F_{\xi}^{\zeta}, F_{\xi'}^{\zeta'} \rangle = \sum_{\Gamma \in \Xi} \sum_{\xi \in K(\Gamma)} \alpha_{\xi}^{\Gamma} \langle F_{\Gamma}^0, F_{\xi}^{\zeta'} \rangle, \quad \forall \zeta' \in V.$$

Отже, якщо записати отриману систему рівнянь у матричному виді, отримаємо $\Theta \beta = g$, де

$$\Theta_{k,l} = \sum_{\Gamma \in \Xi} \sum_{k'=1}^{M(\Gamma)} \sum_{l'=1}^{M(\Gamma)} \Lambda_{\xi_{k'}, \xi_{l'}}^{\Gamma} \langle F_{\xi_{k'}}^{\zeta_k}, F_{\xi_{l'}}^{\zeta_l} \rangle;$$

$$g_l = \sum_{\Gamma \in \Xi} \sum_{k=1}^{M(\Gamma)} \alpha_{\xi_k}^{\Gamma} \langle F_{\Gamma}^0, F_{\xi_k}^{\zeta_l} \rangle;$$

$\{\zeta_i\}$ — перенумеровані елементи апертури V ; $M(\Gamma)$ — кількість елементів апертури $K(\Gamma)$; $\{\xi_i\}$ — перенумеровані елементи апертури $K(\Gamma)$.

Наведемо один приклад використання адаптивної фільтрації. Як двовимірний сигнал розглянемо кадр, отриманий у результаті розгортки відео-сигналу (interlace). У цьому випадку відновлення сигналу за допомогою симетричної базисної функції може бути гірше, ніж несиметричної. Як тестові приклади були використані стоп-кадри кабельної мережі телебачення, композиційний функціонал (децимація). Результат відновлення в залежності від динаміки сигналу відрізняється в межах 10%. Приклади отриманих адаптивно-оптимальних симетричної та несиметричної базисних функцій наведено на рис. 1, 2.

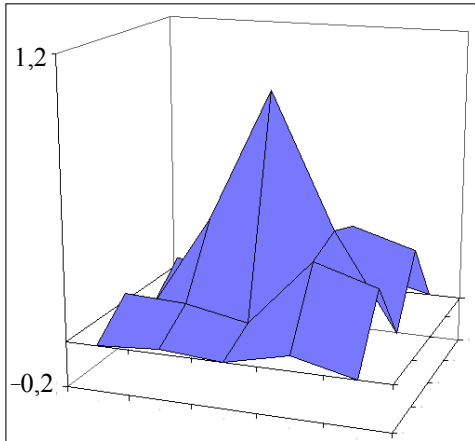


Рис. 1. Несиметрична базисна функція Interlace Frame (децимація 2×2, апертура 3×3)

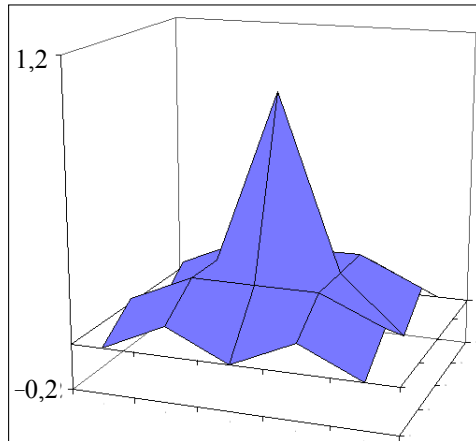


Рис. 2. Симетрична базисна функція Interlace Frame (децимація 2×2, апертура 3×3)

ВИСНОВКИ

Отриманий результат дає можливість побудови лінійних методів адаптивної до функції оптимальної фільтрації. Для будь-якого методу кодування можна

запропонувати оптимальний лінійний метод відновлення, адаптований до сигналу, що дозволяє покращити декодер багатьох відомих методів кодування, пов'язаних із задачами розподілу сигналу за частотними характеристиками, компресією, масштабуванням і т. ін. Для довільних лінійних методів декодування можна реалізувати лінійний метод кодування, який забезпечить оптимальну фільтрацію, адаптивну до (функції) сигналу та методу відновлення.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Адаптивные фильтры* / Под ред. К.Ф.Н. Коуэна и П.М. Гранта. — М.: Мир, 1988. — 392 с.
2. *Розорінов Г.М.* Адаптивне дискретне вейвлет-перетворення у системах зв'язку // Вісн. Держ. ун-ту інформаційно-комунікаційних технологій. — 2004. — 2, № 2. — С. 90–96.
3. *Лигун А.А., Шумейко А.А., Журба В.Н.* Об адаптивно-оптимальном восстановлении сигналов линейными методами заданной сложности // Питання прикл. математики і матем. моделювання: Зб. наук. пр. — ДНУ, 2007. — С. 67–77.

Надійшла 23.04.2008

ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ АНАЛІЗУ НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЙ НА ЗАЛІЗНИЧНОМУ ТРАНСПОРТІ

С.В. ЮХИМЧУК, Т.О. САВЧУК, М.Д. КАЦМАН

Запропоновано використання інтелектуальних технологій для аналізу надзвичайних ситуацій на залізничному транспорті, а також при формуванні рекомендацій керівникам ліквідації швидкоплинних техногенних надзвичайних ситуацій і схеми дій оперативних груп.

ВСТУП

Для сталої роботи залізниці необхідне поєднання технічного розвитку рухомого складу та інфраструктури з розвинутою системою швидкого ефективного управління процесом ліквідації швидкоплинних надзвичайних ситуацій техногенного характеру, які можуть виникнути при перевезенні деяких вантажів [1]. Отже, особливо актуальним стає вироблення вчасних адекватних рішень керівником ліквідації таких ситуацій, для чого він повинен володіти сучасними засобами оцінювання їх поточного стану та можливих наслідків.

АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ ПІДХОДІВ ДО АВТОМАТИЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ КЕРІВНИКАМИ ЛІКВІДАЦІЇ НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЙ

Методи розв'язання проблем управління в умовах надзвичайної ситуації та математичні моделі функціонування оперативних підрозділів її ліквідації розглянуто в роботах А.В. Філатова, Г.К. Брушлинської, М.М. Брушлинського, М.М. Соболева, Л.Ю. Тяжелової, Б.М. Прахова та інших авторів. Особлива увага при цьому приділялась принципам побудови та архітектурі автоматизованої системи підтримки прийняття рішень при гасінні пожеж [2, 3], аспектам побудови інтегрованої експертно-інформаційної системи підтримки прийняття рішень з ліквідації хімічних аварій, паводкових ситуацій та лісних пожеж [4], проблемам підтримки прийняття рішень з виявлення та ліквідації надзвичайних ситуацій на основі динамічних експертних систем [3], інтелектуалізації процесу підтримки прийняття рішень у позаштатних ситуаціях на об'єктах народного господарства з використанням інформації про стан природного середовища [4].

Для автоматизації процесів оперативного керування пожежними підрозділами диспетчерського центру управління та зв'язку м. Києва розроблено геоінформаційну систему ГЕОВАРТА [3, 4], основною задачею якої є спрямування пожежних підрозділів на об'єкти пожежі, а також ведення інформаційних баз даних та формування інформаційних і статистичних звітів

про дії пожежних підрозділів. Але вона не здатна прогнозувати розвиток надзвичайної ситуації з метою вироблення рекомендацій керівникам ліквідації її наслідків [4]. Між тим, жодна із наведених вище робіт не розглядає застосування спеціалізованих підрозділів для ліквідації надзвичайних ситуацій у рухомому складі та на об'єктах залізничного транспорту.

Відсутність нині таких систем підтримки прийняття рішень (СППР) значно ускладнює процес аналізу обставин, які склалися на залізниці, збільшує термін часу прийняття своєчасних, обґрунтованих рішень керівником ліквідації надзвичайної ситуації, що призводить до збільшення втрат від неї.

МЕТА ДОСЛІДЖЕННЯ

Зазначене вище обумовлює необхідність скорочення часу на вироблення і прийняття обґрунтованого рішення керівниками ліквідації швидкоплинних надзвичайних ситуацій техногенного характеру за рахунок комп'ютеризації процесів ідентифікації таких ситуацій.

При аналізі надзвичайних ситуацій на залізниці особливого значення набуває розробка методик створення СППР, які базуються на моделюванні швидкоплинної надзвичайної ситуації як складного динамічного процесу з урахуванням причинно-наслідкових зв'язків. Це неможливо здійснити без сучасних інформаційних технологій.

Для реалізації поставленої мети необхідно розробити програмний продукт, який складатиметься з взаємопов'язаних інтелектуальних модулів, що здатен виконувати інтелектуальний аналіз надзвичайних ситуацій та надавати рекомендації керівникам щодо їх ліквідації. При цьому необхідно побудувати математичні моделі ідентифікації надзвичайних ситуацій та процесу вироблення рекомендацій щодо їх ліквідації з урахуванням досвіду експертів і вимог керівників [5]. Обрання інтелектуальної системи для аналізу надзвичайних ситуацій на залізничному транспорті необхідно обґрунтувати на визначеній предметній області та на знаннях експертів.

РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

Розробка надійного інтелектуального програмного засобу неможлива без використання якісних та швидкодіючих динамічно змінюваних баз даних та знань. При цьому, вхідні дані задаються вектором аргументів, який містить загальну інформацію про швидкоплинну надзвичайну ситуацію техногенного характеру на залізничному транспорті [6, 7].

База знань має містити узагальнені знання щодо ліквідації надзвичайних ситуацій (досвід експертів та нормативні правила), а також знання про реальну надзвичайну ситуацію. Ці знання знаходяться автоматично чи генеруються з узагальнених знань (знання подаються у вигляді нечітких логічних висловлювань, продукційних правил).

Запропонована інтелектуальна система повинна мати блок обробки даних і знань, характерних для певної надзвичайної ситуації з метою вироблення рекомендацій щодо її ліквідації [8].

Прийняття управлінських рішень відбувається за допомогою інтелектуальних модулів, які використовують базу знань. Інтелектуальний модуль

аналізу надзвичайних ситуацій є головним компонентом системи, що здатен автоматизувати процес аналізу. Найбільш оптимальний спосіб автоматизувати даний процес — використати продукційні правила [7], що дозволить побудувати гнучкий апарат розрахунку та надання рекомендацій щодо сил та засобів при ліквідації надзвичайної ситуації, особливо, коли у користувача системи буде дуже мала кількість вхідних даних. Результати виконання дій попередньої продукції можуть використовуватися в реалізації дій або умов у наступній продукції до тих пір, поки інтелектуальна система не надасть практичні рекомендації щодо кількості сил та засобів для ліквідації надзвичайної ситуації. Крім того, застосування продукційної моделі знань як базової дає змогу декомпонувати процес аналізу на простіші, функціонально завершені задачі, що дозволяє вважати запропоновану інтелектуальну систему модульною і зручною в експлуатації.

РОЗРОБКА АЛГОРИТМУ РОБОТИ СИСТЕМИ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛІЗУ

Продукційна модель системи розрахунку сил та засобів, необхідних для нейтралізації надзвичайних ситуацій, дозволяє представити знання у вигляді продукційних правил

$$i: A_B; P,$$

де i — номер продукції; A_B — його ядро (наприклад, ЯКЩО ПОТРЕБА_ВОГН_РЕЧОВИН<ВОДОВІДДАЧІ_ДІЛЬНИЦІ); P — постумова продукційного правила, що визначає дії, які необхідно провести після виконання B (наприклад, надати рекомендацію ОБ'ЄКТ ЗАБЕЗПЕЧИТИ ВОДОЮ У КІЛЬКОСТІ N).

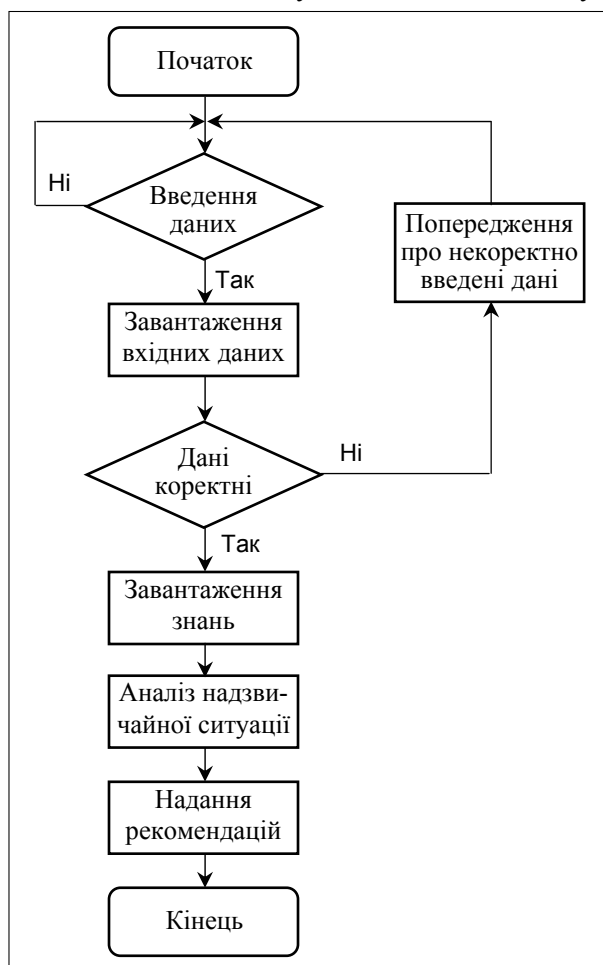
Залежно від кількості умов і дій при функціонуванні системи з метою усунення конфліктних ситуацій використовують такі типи правил: просте — одна умова і одна дія; складене — багато умов і дій; розгалужене — одна умова і багато дій. Інтелектуальний аналіз передбачає визначення параметрів ліквідації надзвичайної ситуації, оскільки це використовується в постумові продукційних правил надання рекомендацій щодо ліквідації її наслідків.

Таким чином, загальний алгоритм роботи системи (рис. 1) має передбачати завантаження даних (введених попередньо користувачем), їх перевірку на коректність та надання рекомендацій щодо ліквідації наслідків надзвичайних ситуацій.

СТРУКТУРА СИСТЕМИ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛІЗУ

Структура інтелектуальної системи (рис. 2) з огляду на розроблений алгоритм включатиме такі модулі: введення та редагування даних, знань, аналізу надзвичайної ситуації, розрахунку засобів і сил ліквідації її наслідків та модуль надання рекомендацій на підставі отриманих значень. Модулі розрахунку сил та засобів і надання рекомендацій активно взаємодіють з модулями введення даних та знань.

Загалом, інтелектуальна система є потужним інструментом, здатним



аналізувати інформацію про надзвичайні ситуації та на основі цього аналізу швидко і об'єктивно розробляти необхідні засоби для їх ліквідації і надавати відповідні рекомендації. Завдяки запропонованій структурі інтелектуальна система характеризується гнучкістю щодо введення й формування нових даних і знань та простотою їх редагування, а також передбачає можливість проведення розрахунків при будь-якому рівні заповнення інформаційної бази даними.

Модуль введення та редагування даних базується на об'єктно-орієнтованій базі даних (ООБД). Це дозволяє програмістам, що працюють з мовами третього покоління, інтерпретувати всю свою інформаційну сутність як об'єкти, що зберігаються в оперативній пам'яті інтелектуальної системи. Додатковий рі-

Рис. 1. Схема алгоритму роботи інтелектуальної системи аналізу надзвичайних ситуацій та надання рекомендацій керівникам щодо ліквідації їх наслідків

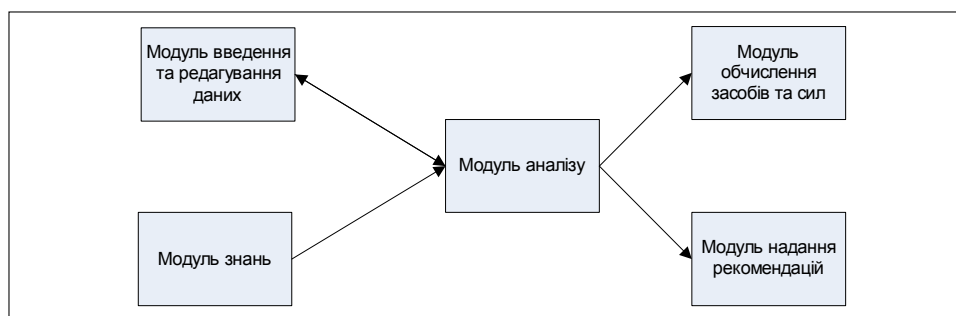


Рис. 2. Структура системи

вень абстракції забезпечує перехоплення запитів до тих складових бази даних, які знаходяться в сховищі даних. Зміни до об'єктів оптимально копіюються з пам'яті на диск. Перевагою ООБД при цьому є спрощений код. Додатки отримують можливість інтерпретувати дані в контексті тієї мови

програмування, на якій вони написані. Крім того, у ООБД ліквідовано етап повернення значень всіх полів в текстовому вигляді до локальних типів даних, що є характерним для реляційної моделі даних, а відношення між сутностями також можуть бути довільно складними (в тому числі, тернарними). ООБД керує кеш-буфером об'єктів, переміщаючи їх між буфером і дисковим сховищем по мірі необхідності. За допомогою ООБД вирішуються такі проблеми:

- можливість відображення семантичних зв'язків між складними інформаційними структурами (краще, ніж в реляційних базах даних);
- усунення необхідності трансформувати дані з того формату, який підтримується в СУБД.

Для реалізації інтелектуального аналізу надзвичайних ситуацій на залізничному транспорті створена база знань, на основі якої працює інтелектуальний блок, що розділяється на дві частини: алгоритмічну і неалгоритмічну (рис. 3).

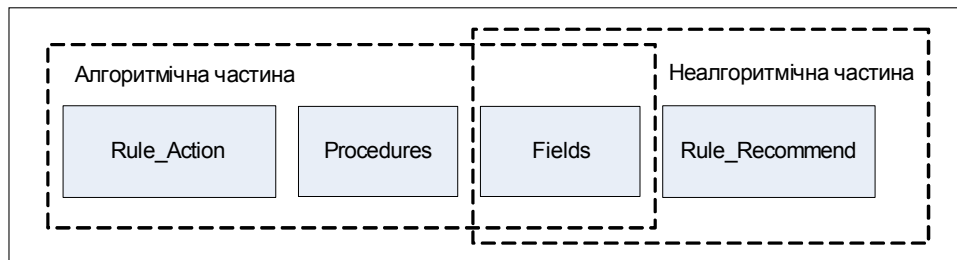


Рис. 3. Структура бази знань системи

Оскільки модель бази знань є продукційною, неалгоритмічна її частина — це продукції, що складаються з умов та рекомендацій. Алгоритмічні (процедурні знання) в базі знань являють собою пари правил та процедур. Процедури (що викликаються, якщо правила справджуються) у всій своїй сукупності створюють алгоритм інтелектуального аналізу надзвичайних ситуацій на залізничному транспорті.

Основні складові програмного продукту: бази даних та знань, модулі для відтворення даних таблиць, для виконання запитів, редагування даних, інтелектуального аналізу надзвичайної ситуації, надання рекомендацій.

Отже, алгоритм реалізації програмного забезпечення має включати етапи створення означених компонентів (рис. 4).

Кожна складова програмного забезпечення при трасуванні кінцевого програмного продукту повинна тестуватись на працездатність. Тести будуть створюватись для кожного класу, що є складовим певного блоку, і називатись Unit-тести. Розроблене програмне забезпечення передбачає також функцію рефакторингу, що буде виконуватись після визначених етапів створення програмного продукту, а в результаті забезпечить гнучкість та зрозумілість розробленого коду програми.

Розглянемо впровадження запропонованих інтелектуальних технологій при роботі СППР, яка повинна стати частиною АСУ Укрзалізниці.

СППР керівництва ліквідацією аварії першого рівня повинна бути розташованою в дирекції залізничних перевезень, постійно функціонувати в автономному режимі та використовувати оперативні дані про стан об'єктів,

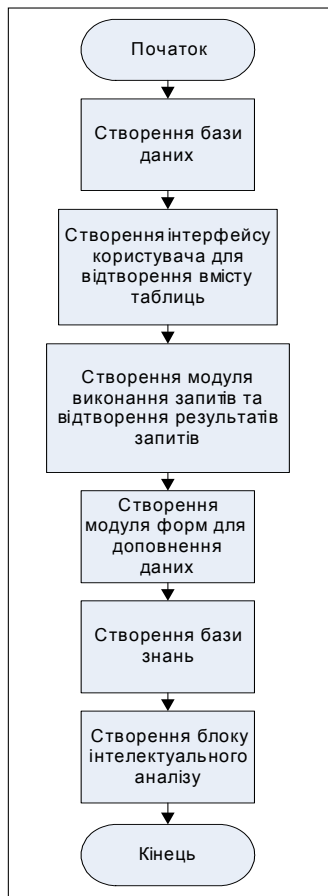
накопичувати і формувати їх у файли встановленої структури. Крім того, система повинна містити у своєму складі інформацію про розклад руху відповідних підрозділів для ліквідації надзвичайної ситуації на об'єктах і в рухомому складі залізничного транспорту, які знаходяться на території дирекції, інформацію про рельєф місцевості, яка необхідна для проведення розрахунків тощо.

Другий рівень СППР, призначений для підтримки прийняття рішень керівником ліквідації надзвичайної ситуації, розташовано на командному пункті для оперативної групи з ліквідації аварії.

Перший і другий рівні СППР утворюють автоматизований комплекс керівництва ліквідацією аварії, який під'єднано до АСУ залізничним транспортом. Механізм взаємодії керівників ліквідації аварії з використанням АСУ та СППР, в основу роботи якої покладені інтелектуальні технології, що пропонуються, показано на рис. 5 [7].

При виникненні надзвичайної ситуації СППР керівника ліквідації аварії виходить з автономного режиму, починає роботу з модулями програмного забезпечення, виконує запити до сховища даних, виробляє рекомендації та зберігає усю інформацію щодо прийняття рішень з ліквідації аварії. СППР, що розташована у командному пункті, постійно функціонує в режимі накопичення даних про стан об'єктів і рухомого складу, які входять до зони його відповідальності.

Рис. 4. Узагальнена схема алгоритму реалізації програмного забезпечення



При ліквідації аварії СППР другого рівня використовується як оперативною групою, так і оперативним штабом. Одним з основних призначень такої СППР при ліквідації надзвичайної ситуації є ідентифікація обстановки на об'єкті, яка швидко змінюється, та вироблення відповідних рекомендацій для керівника ліквідації надзвичайної ситуації у період здійснення бойових дій відповідними підрозділами.

Керівник ліквідації надзвичайної ситуації для прискорення аналізу обстановки і вирішення завдань, які стоять перед ним, може використовувати кишеньковий персональний комп'ютер, який зв'язаний з СППР другого рівня.

СППР першого та другого рівнів керівництва дозволяють накопичувати у сховищах даних інформацію щодо дій керівників ліквідації аварії для корегування бази знань з метою використання при навчанні фахівців з ліквідації аварій, які можуть виникнути при перевезенні небезпечних вантажів.

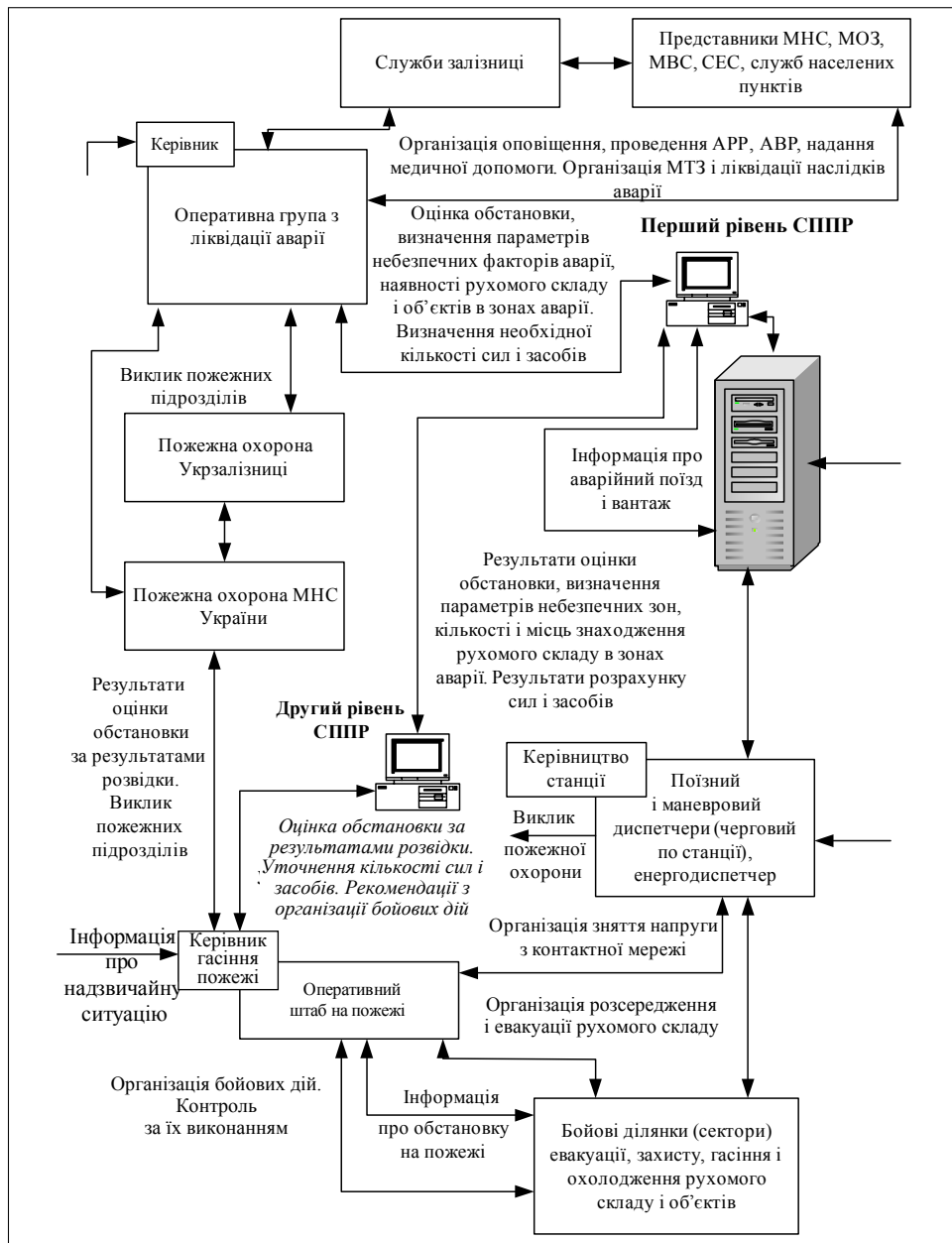


Рис. 5. Алгоритм взаємодії керівників ліквідації аварії

Таким чином, СППР функціонують у двох режимах: підтримки прийняття рішень у реальній ситуації і режимі навчання. У режимі навчання користувачеві надається можливість здійснення імітації аварійної ситуації, виконання запитів до СППР та отримання рекомендацій щодо способів дій, тобто СППР дозволяє використовувати всі її функціональні можливості.

Досвід застосування запропонованої СППР при ліквідації аварій, які супроводжувалися пожежами зрідженого вуглеводневого газу, легкозаймистої і горючої рідини, показав, що термін часу для ідентифікації надзвичайної

ситуації, визначення необхідної кількості сил і засобів для ліквідації пожежі та встановлення раціонального порядку їх використання значно скорочується.

ВИСНОВКИ

Результатом роботи СППР, при розробці якої використані запропоновані інтелектуальні технології, є рекомендації керівникам ліквідації швидкоплинних техногенних надзвичайних ситуацій та схеми дій оперативних груп у таких ситуаціях, науково обґрунтовані й ефективні, що, відповідно, зменшує збитки від дії небезпечних факторів за рахунок можливості прогнозування наслідків надзвичайних ситуацій на залізничному транспорті.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Плахотник В.М., Сорока Н.Ю., Тригуб Л.М.* Правила безпеки та порядок ліквідації наслідків аварійних ситуацій при перевезенні їх залізничним транспортом. — Київ: Мінтранс України, 2001. — 885 с.
2. *Системный анализ и проблемы пожарной безопасности народного хозяйства / Под ред. Н.Н. Брушлинского.* — М.: Стройиздат, 1988. — 413 с.
3. *Мешалкин Е.К., Олейников В.Т., Абрамов А.П.* Принципы построения и архитектура автоматизированной системы поддержки принятия решений при тушении пожаров // *Пожарная безопасность.* — 2001. — № 4. — С. 118–123.
4. *ГІС оперативно-диспетчерського управління пожежної охорони м. Києва ГЕОВАРТА.* — [http://www.gki.com/ua/projects/gic/production 791/2005](http://www.gki.com/ua/projects/gic/production%20791/2005).
5. *Зігангірова Ю.М., Кацман М.Д., Юхимчук С.В.* Розробка математичної моделі автоматизації процесу суміщення вантажів на залізничному транспорті // *Вестн. Херсонского гос. техн. ун.-та.* — 2003. — № 19. — С. 135–138.
6. *Эейт К.Дж.* Введение в системы баз данных. 8 изд. — Киев – СПб. — М.: Вильямс, 2005. — 1328 с.
7. *Юхимчук С.В., Кацман М.Д.* Моделі автоматизації вироблення рекомендацій керівнику гасіння пожежі на залізничному транспорті. — Вінниця: УНІВЕРСУМ, 2008. — 144 с.
8. *Джордж Ф. Люгер.* Штучний інтелект. Стратегії і методи рішення складних проблем. 4-е видання / Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2003. — 864 с.

Надійшла 2.07.2008

**ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЧЕТКИХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ В
ЗАДАЧАХ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБЪЕКТОВ
ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

Ю.П. ЗАЙЧЕНКО, И.М. ПЕТРОСЮК, М.С. ЯРОШЕНКО

Рассмотрена проблема распознавания объектов электрооптических изображений, полученных с помощью мультиспектральных систем. Для ее решения предлагается нечеткая нейронная сеть (ННС). Описаны различные алгоритмы обучения ННС в задаче классификации объектов. Приведены результаты экспериментальных исследований эффективности этих алгоритмов на реальных данных.

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы получили широкое применение мультиспектральные и гиперспектральные системы для получения электрооптических (ЭО) изображений земной поверхности с целью последующего ее зондирования и распознавания на ней различных объектов, поиска полезных ископаемых и т.п. [1].

В частности, эти методы применяются для распознавания объектов на водной поверхности и в прибрежной зоне океана. Задача обнаружения и распознавания объектов затрудняется из-за высокого уровня помех вследствие влияния пены в прибрежной зоне. Кроме того, имеются другие факторы случайной и неопределенной природы.

Наличие неполной нечеткой информации и высокий уровень помех на полученных снимках мультиспектральных систем обуславливают применение систем с нечеткой логикой и нечетких нейросетей для распознавания объектов на ЭО-изображениях земной и морской поверхностях [2, 3].

Цель настоящей статьи — исследование эффективности различных алгоритмов обучения нечеткой нейросети в задаче распознавания объектов на ЭО-изображениях земной и морской поверхностях.

МОДЕЛЬ НЕЙРОНЕЧЕТКОЙ КЛАССИФИКАЦИИ

Модель нейронечеткой классификации впервые предложена Д. Науком и Р. Крузе в 1994 г. [6] и рассматривалась ими как один из вариантов реализации нечеткого перцептрона NEFClass (Neuro Fuzzy Classification).

NEFClass используется для определения класса или категории полученных входных образцов (паттернов). Паттерны — это векторы признаков $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathcal{R}^n$, а класс C — подмножество \mathcal{R}^n . Мы принимаем, что пересечение двух разных классов является пустым. Величина признака паттерна представляется нечетким множеством, и классификация определяется множеством лингвистических правил. Для каждого входного признака x_i существует q_i нечетких множеств $\mu_1^i, \dots, \mu_{q_i}^i$. Также есть база правил, которая вмещает k нечетких лингвистических правил R_1, \dots, R_k .

База правил представляет собой аппроксимацию функции (неизвестной) $\varphi: \mathcal{R}^n \rightarrow [0,1]^m$, которая представляет задачу классификации, где $\varphi(x) = (c_1, \dots, c_m)$ такая, что $c_i = 1$ и $c_j = 0$ ($j \in \{1, \dots, m\}, j \neq i$). Значит, x принадлежит классу $C_i \rightarrow [0,1]^m$.

Обозначим наибольший компонент каждого вектора c единицей ($c = 1$), а все другие компоненты положим равными нулю.

Нечеткие множества и лингвистические правила, обеспечивающие выполнение такой аппроксимации и определяющие результирующую систему NEFClass, будут получены из множества примеров для обучения. На рис. 1 приведена система NEFClass, которая классифицирует входные образцы с двумя признаками и двумя отдельными классами, используя пять лингвистических правил.

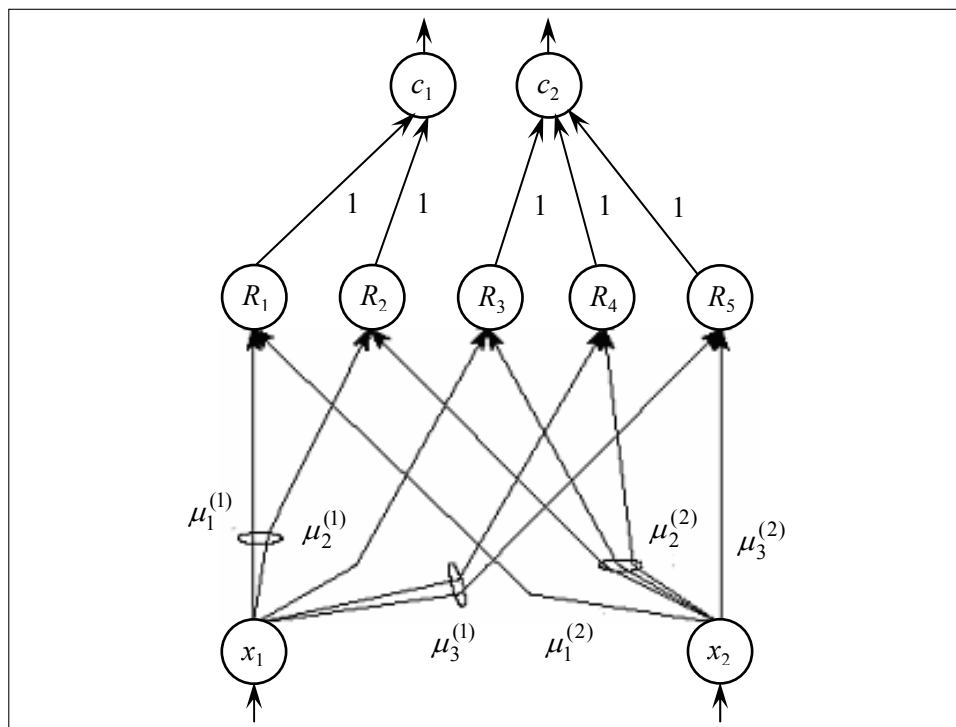


Рис. 1. Модель NEFClass с двумя признаками, двумя классами и пятью правилами

NEFClass — это трехслойный нечеткий персептрон со следующими спецификациями:

1. $U_1 = \{x_1, \dots, x_n\}$ — входной слой, $U_2 = \{R_1, \dots, R_k\}$ — слой нейронов правил, $U_3 = \{C_1, \dots, C_m\}$ — выходной слой классифицирующих нейронов.

2. Каждая связь между узлами $x_i \in U_1$ и $R_r \in U_2$ помечена лингвистическим термом $A_{j_r}^{(i)}$ ($j_r \in \{1, \dots, q_i\}$).

3. $W(R, c) \in \{0, 1\}$ определяется для всех $R \in U_2, C \in U_3$.

4. Соединения, которые происходят из одного и того же входного узла x и имеют идентичные метки, одинаковый вес в любой момент времени. Такие соединения называются *связанными соединениями*, а их вес называется взвешенным.

5. Обозначим $L_{x,R}$ метку соединения между узлами $x \in U_1$ и $R \in U_2$, тогда для всех $R, R' \in U_2$ выполняется

$$(\forall (x \in U_1) L_{x,R} = L_{x,R'}) \Rightarrow R = R'. \quad (1)$$

6. Для всех узлов правил $R \in U_2$ и всех узлов $C, C' \in U_3$ имеем

$$(W(R, C) = 1) \wedge (W(R, C') = 1) \Rightarrow C = C'. \quad (2)$$

7. Для всех выходных узлов $C \in U_3$ выполняется

$$O_c = a_c = \text{NET}_c. \quad (3)$$

8. Для всех выходных узлов $C \in U_3$ NET_c рассчитывается по формуле

$$\text{NET}_C = \frac{\sum_{R \in U_2} W(R, C) O_R}{\sum_{R \in U_2} W(R, C)}. \quad (4)$$

Система NEFClass может быть построена по неполному знанию об образцах, а затем откалибрована путем обучения или создана с самого начала посредством обучения. Пользователь должен определить количество начальных нечетких множеств, разбивающих интервал значений, в которых лежит признак, а также наибольшее количество узлов правил, созданных в скрытом слое.

Каждое нечеткое множество μ_j^i маркируется лингвистическим термом $A_j^{(i)}$. Это могут быть такие термы, как «малый», «средний», «большой» и т.д. Нечеткие множества этих связей, направленные на один и тот же узел правил R , называются *антецедентами* узла правила R .

ОБУЧЕНИЕ В СИСТЕМЕ NEFCLASS

Система NEFClass может быть построена по частичным знаниям об образцах. Пользователь должен определить количество начальных нечетких множеств и задать значение k — максимальное число узлов правил, которые могут быть созданы в скрытом слое. Для обучения будем использовать треугольную функцию принадлежности. Рассмотрим алгоритм обучения.

Алгоритм обучения системы NEFClass состоит из двух этапов [6–9].

На *первом этапе* генерируется или задается база лингвистических правил вида ЕСЛИ – ТО. На *втором* — проводится настройка весов перцептрона (нейронной сети) с помощью эмпирического алгоритма или других теоретически обоснованных алгоритмов обучения нейронных сетей, таких как градиентный и генетический.

Рассмотрим систему NEFClass из n входных нейронов x_1, \dots, x_n , $k \leq k_{\max}$ нейронами правил и m выходными нейронами C_1, \dots, C_m . Пусть задано обучающее множество образцов $L = \{(p_1, t_1), \dots, (p_s, t_s)\}$, каждый из которых состоит из входного $p \in \mathcal{R}^n$ и желаемого $t \in \{0, 1\}^m$ образцов.

Алгоритм обучения базы правил подробно рассмотрен в работах [1–3] и поэтому здесь не приводится.

Рассмотрим различные алгоритмы обучения функций принадлежности нечетких правил с целью оценки их эффективности.

КЛАССИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ОБУЧЕНИЯ

Этот алгоритм, предложенный Д. Науком и Р. Крузе, носит эмпирический характер и не имеет теоретического обоснования [6–9].

Шаги

1. Выбираем следующий образец (p, t) из L , распространяем его через систему NEFClass и определяем выходной вектор C .

2. Для каждого выходного нейрона C_i вычисляем

$$\delta_{C_i} = t_i - O_{C_i}. \quad (5)$$

3. Для каждого нейрона правил R такого, что его выход $O_R > 0$

а) вычисляем значение δ_R , равное

$$\delta_R = O_R(1 - O_R) \sum_{C \in U_3} W(R, C) \delta_C; \quad (6)$$

б) находим такой вход x' , что

$$W(x', R)(O_{x'}) = \min_{x \in U_1} \{W(x, R)(O_x)\}; \quad (7)$$

в) для нечетких множеств $W(x', R)$ определяем величину сдвига для параметров функции принадлежности (ФП), используя скорость обучения $\sigma > 0$

$$\delta_b = \sigma \delta_R (c - a) \operatorname{sgn}(O_{x'} - b), \quad (8)$$

$$\delta_a = -\sigma \delta_R (c - a) + \delta_b, \quad (9)$$

$$\delta_c = \sigma \delta_R (c - a) + \delta_b \quad (10)$$

и применяем изменения к $W(x', R)$;

г) вычисляем критерий останковки, в качестве которого можно взять, например, такой:

- величина СКО ($\Sigma \delta_{C_i}^2$) в течение n итераций не уменьшается;
- значение СКО или средняя относительная ошибка классификации достигла заданного (желательно близкого к нулю) значения;
- достигнуто минимальное заданное значение процента ошибочной классификации.

Критерий окончания, завершающий процесс обучения, сформулировать не просто, потому что ошибка обычно может и не равняться нулю в соответствии с множеством определений NET_c . Решением в данном случае будет определение максимального количества разрешенных ошибок классификации [6].

ГРАДИЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ ОБУЧЕНИЯ В СИСТЕМЕ NEFCLASS

Пусть критерий обучения сети, которая имеет три слоя (один скрытый), такой:

$$e(W) = \sum_{i=1}^M (t_i - NET_i(W))^2 \rightarrow \min, \quad (11)$$

где t_i — желаемое значение i -го выхода нейросети; $NET_i(w)$ — фактическое значение i -го выхода нейросети, для весовой матрицы $W = [W^I, W^0]$, $W^I = W(x, R) = \mu_j(x)$, $W^0 = W(R, C)$.

Т.е., критерий $e(w)$ является средним квадратом ошибки аппроксимации.

Пусть функции активации для нейронов скрытого слоя

$$O_R = \prod_{i=1}^N \mu_{j_i}^{(i)}(x_i), \quad j = 1, \dots, q_i, \quad (12)$$

где $\mu_{j_i}^{(i)}(x)$ — функция принадлежности, которая имеет вид

$$\mu_{j_i}^{(i)}(x) = e^{-\frac{(x-a_{j_i})^2}{b_{j_i}^2}}, \quad (13)$$

и функция активации нейронов выходного слоя (взвешенная сумма)

$$O_C = \frac{\sum_{R \in U_2} W(R, C) O_R}{\sum_{R \in U_2} W(R, C)} \quad (14)$$

или (функция максимума)

$$O_C = \max W(R, C) O_R. \quad (15)$$

Рассмотрим градиентный алгоритм обучения нечеткого персептрона.

1. Пусть $W(n)$ — текущее значение матрицы весов. Алгоритм имеет вид

$$W(n+1) = W(n) - \gamma_{n+1} \nabla_w e(W(n)), \quad (16)$$

где γ_n — размер шага на n -й итерации; $\nabla_w e(W(n))$ — градиент (направление), который уменьшает критерий (11).

2. На каждой итерации сначала обучаем (корректируем) входные веса W , зависящие от параметров a и b (13),

$$a_{ji}(n+1) = a_{ji}(n) - \gamma_{n+1} \frac{\partial e(W)}{\partial a_{ji}}, \quad (17)$$

$$b_{ji}(n+1) = b_{ji}(n) - \gamma'_{n+1} \frac{\partial e(W)}{\partial b_{ji}}, \quad (18)$$

где γ'_{n+1} — размер шага для параметра b ,

$$\frac{\partial e(W)}{\partial a_{ji}} = -2 \sum_{k=1}^M ((t_k - \text{NET}_k(w)) W(R, C_k)) O_R \frac{(x - a_{ji})}{b_{ji}^2}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial e(W)}{\partial b_{ji}} = -2 \sum_{k=1}^M ((t_k - \text{NET}_k(w)) W(R, C_k)) O_R \frac{(x - a_{ji})^2}{b_{ji}^3}. \quad (20)$$

3. Находим (обучаем) выходные веса

$$\frac{\partial e(W^0)}{\partial W(R, C_k)} = -(t_k - \text{NET}_k(W^0)) O_R, \quad (21)$$

$$W_k^0(n+1) = W_k^0(n) - \gamma''_{n+1} \frac{\partial e(W^0)}{\partial W(R, C_k)}. \quad (22)$$

4. $n := n + 1$ и переходим на следующую итерацию.

Градиентный метод является первым предложенным алгоритмом обучения. Он простой в реализации, но имеет недостатки [2]: медленно сходится, находит только локальный экстремум.

МЕТОД СОПРЯЖЕННЫХ ГРАДИЕНТОВ ДЛЯ СИСТЕМЫ NEFCLASS

Алгоритм сопряженных градиентов, как и более общий алгоритм сопряженных направлений, получил применение в области оптимизации потому, что для широкого класса проблем он обеспечивает сходимость к оптимальному решению за конечное число шагов [2].

Название *сопряженные направления* происходит от использования сопряженных векторов. В векторном пространстве размерности N множество векторов $\{P_1, P_2, \dots, P_D\}$ образует множество сопряженных направлений относительно матрицы A , если

$$P_i A P_j = 0 \quad \text{для } i \neq j, \quad (23)$$

где A — положительно определенная матрица размерности $N \times N$.

Векторы, которые удовлетворяют (23), называют *A-сопряженными*.

В N -мерном пространстве есть ровно $N - 1$ независимых векторов, которые образуют A -сопряженную пару с вектором p_1 .

Таким образом, чтобы найти оптимальное решение, нам необходимо только конечное число направлений.

Алгоритм сопряженных направлений систематически конструирует множество A -сопряженных векторов. Через максимум N шагов алгоритм найдет оптимальное направление (для квадратичной функции) и сходимость будет обеспечена.

Описание алгоритма

0. Предположим, что $K = 0$. Инициализировать весовой вектор W и вычислить градиент $G = \text{grad } E(W)$. Предположим, что вектор начального направления $p_K = -\frac{G}{\|G\|}$.

1. Найти скаляр α^* , который минимизирует $E(W + \alpha p)$, для чего можно использовать метод Фибоначчи или «золотого сечения».

$$W(K + 1) = W(K) + \alpha^* p(K). \quad (24)$$

2. Если $E(W(K + 1)) < \varepsilon_{\text{доп}}$, где $\varepsilon_{\text{доп}}$ — допустимая точность достижения минимума, то СТОП. Иначе — вычислить новое направление

$$G(k + 1) = \text{grad } E(W(k + 1)). \quad (25)$$

3. Если $\text{mod } K = 0$, то новый вектор направления

$$P(k + 1) = -\frac{G(k + 1)}{\|G(k + 1)\|}. \quad (26)$$

Иначе

$$\beta = \frac{G(K + 1)^T G(K + 1)}{G(K)^T G(K)} \quad (27)$$

и вычислить новый вектор направления

$$P_{k+1} = \frac{-G(k + 1) + \beta p(k)}{\|-G(k + 1) + \beta p(k)\|}. \quad (28)$$

4. Заменить $p(k)$ на $p(k + 1)$ и $G(k)$ на $G(k + 1)$. Переходим на шаг 1 следующей итерации.

В нашем алгоритме $G(k)$ рассчитывается для двух параметров (a и b) последовательно и отдельно, как приведено в градиентном алгоритме. Скорость обучения для этих двух параметров настраивается также отдельно.

ГЕНЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ NEFCLASS

Это алгоритм глобальной оптимизации. В нем используются следующие механизмы [2]:

- 1) скрещивание родительских пар, генерация потомков;

- 2) мутация (действие случайных влияний);
- 3) естественный отбор лучших (селекция).

Цель обучения — минимизация среднеквадратической ошибки

$$E(W) = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (t_k - \text{NET}_k(W))^2, \quad (29)$$

где M — количество классов; t_k — желаемый класс; $\text{NET}_k(W)$ — результат классификации; $W = [W_1, W_0]$, $W_1 = \|w_{ij}^I\|$, $W_0 = \|w_{ij}^0\|$ — веса, причем w_{ij}^I — это терм.

Любая особь представляется соответствующим вектором весов W .

Задается начальная популяция из N особей $[W_1(0), \dots, W_i(0), \dots, W_N(0)]$.

Вычисляем индекс пригодности (FI) и оцениваем качество прогнозирования

$$FI(W_i) = C - E(W_i) \rightarrow \max, \quad (30)$$

где C — константа.

Дальше происходит скрещивание родительских пар. При выборе родителей используется вероятностный механизм. Обозначим P_i — вероятность выбора i -го отца.

$$P_i = \frac{FI(W_i(0))}{\sum_{i=1}^N FI(W_i(0))}. \quad (31)$$

Потом осуществляется скрещивание выбранных пар.

Можно применять разные механизмы скрещивания. Например: для первого потомка берутся нечетные компоненты из вектора первого родителя, а четные — из второго:

$$W_i(0) \oplus W_k(0) \Rightarrow W_i(1) + W_k(1). \quad (32)$$

Берется $\frac{N}{2}$ родительских пар (N — четное) и генерируются N потомков.

После того как сгенерированы потомки, на популяцию действует мутация

$$w'_{ij}(n) = w_{ij}(n) + \zeta(n), \quad (33)$$

где $\zeta(n) = ae^{-\alpha n}$, $a = \text{const} \in [-1; +1]$; α — показатель угасания мутации выбирается случайно из интервала $[0, 1]$.

Дальше, после действия мутации, происходит селекция из популяции, позволяющей выбрать наиболее «приспособленные» особи. Можно использовать разные механизмы селекции.

1. Полная замена старой популяции новой.

2. Выбор N лучших из всех существующих особей $N_{\text{род}} + N_{\text{потомк}} = 2N$ по критерию максимума $\max(FI)$.

После выполнения скрещивания, мутации и селекции текущая итерация заканчивается. Итерации повторяются до тех пор, пока не будет выполняться один из критериев останова.

ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО РАСПОЗНАВАНИЮ ОБЪЕКТОВ ДАННЫХ

Для выбора данных из электрооптических изображений используется система ENVI и возможность картографирования, т.е. совмещать изображения по контрольным точкам. Изображения получены из разных спектральных камер [4], что позволяет иметь мультиспектральные изображения (рис. 2).

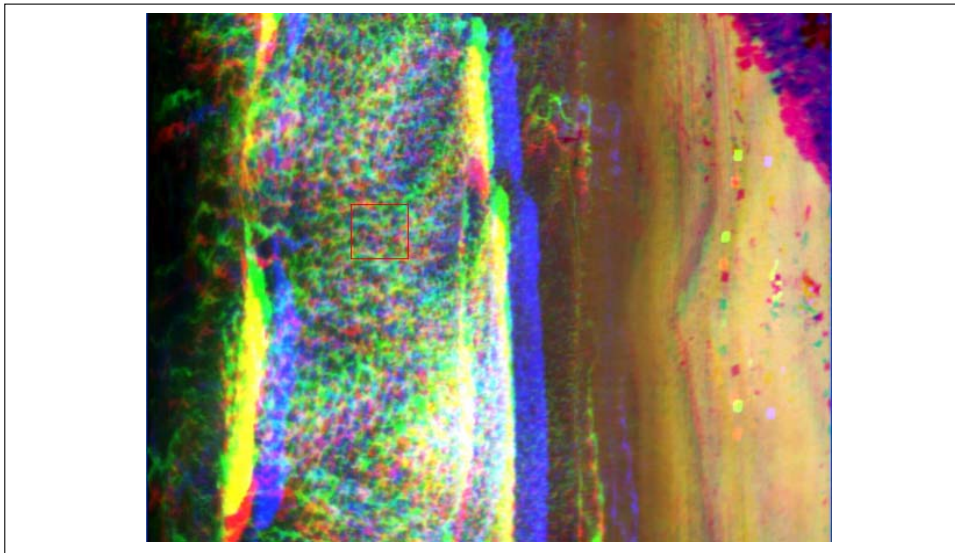


Рис. 2. Результаты картографирования

После выбора 15 контрольных точек из разных спектров (эта функция не автоматизирована) изображения совмещаются, и мы получаем так называемый мультиспектральный куб (рис. 3).

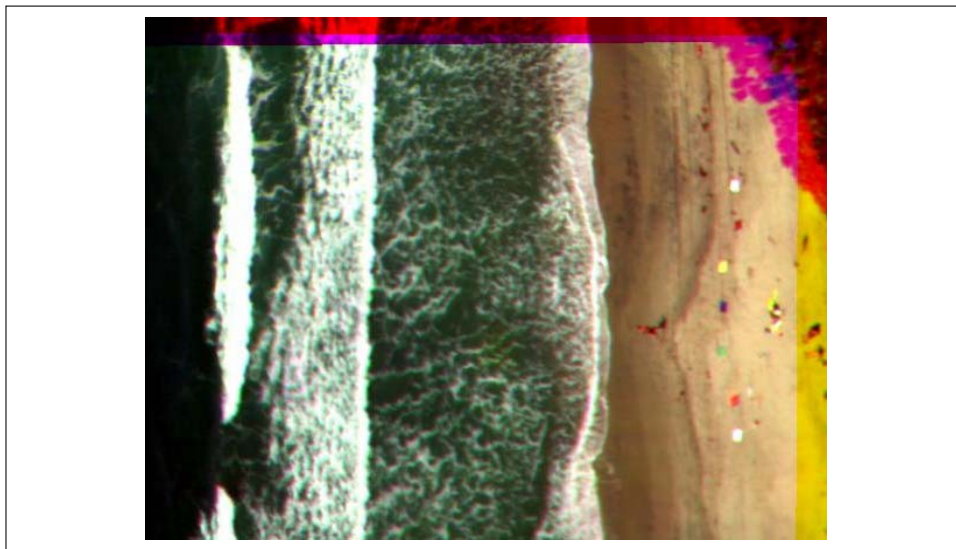


Рис. 3. Мультиспектральные изображения

Установлено девять типов разных поверхностей, которые необходимо классифицировать, для чего использовались так называемые ROI (Region of

Interest). На изображении определялась однородная область, например, песок, вода, пена, цели красного и белого цветов и т. д. (рис. 4).

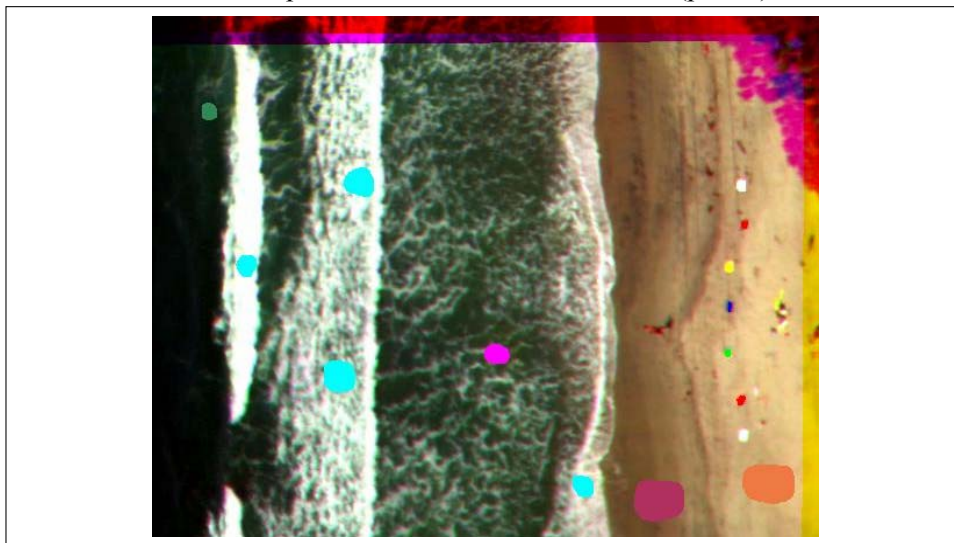


Рис. 4. Изображение из ROI

Используя систему обработки, определяют среднее значение и дисперсию для выбранного региона. Полученные таким образом данные сводятся в таблицу. Они характеризуют девять классов областей поверхности.

Цели: красная, зеленая, синяя, желтая. Поверхности: пена, вода, сухой и мокрый песок.

Т.е., эти виды поверхностей отвечают девяти выходным узлам в системе NEFClass.

Общее количество признаков, которые используются для классификации видов поверхностей, —четыре: яркость в красном спектре (КС), голубом (ГС), зеленом (ЗС), инфракрасном (ИС).

Общее количество данных составляет 99, по 11 на каждый класс.

Приведем основные статистические характеристики для набора данных, полученных с помощью мультиспектральной «Mantis» (табл. 1).

Таблица 1. Статистические характеристики для данных системы «Mantis»

Признаки	Минимум	Максимум	Среднее	Стандартное отклонение	Корреляция между признаками и классом
Яркость в КС	28,81	255,00	165,40	76,14	-0,46
— // — ГС	72,93	255,00	165,43	68,62	-0,32
— // — ЗС	44,34	254,89	121,57	57,64	-0,52
— // — ИС	17,03	255,00	140,84	81,58	-0,49

Далее проводим эксперименты по обучению распознавания образов, используя разработанную авторами программу моделирования NEFClass–BGCGG. Согласно основному принципу исследования моделей, будем проводить эксперименты, последовательно изменяя только один параметр.

Загружаем данные. Из имеющихся 99 образцов загружаем 54 в качестве обучающей выборки. Другие 45 будут использованы для тестирования.

Устанавливаем параметры в исходное положение (табл. 2).

Таблица 2. Значение параметров для работы программы

Параметр	Значение
Алгоритм генерации правил	Лучший для класса
Алгоритм обучения	Классический
Количество генерирующих правил	Максимальное
Функция агрегации	Взвешенная сумма
Обучение взвешенных коэффициентов между слоем правил и выходным слоем	Свободное
Количество термов для каждого признака	5 для всех
Скорость обучения для взвешенных коэффициентов между признаками и правилами	$\sigma_a = 0,1$ $\sigma_b = 0,1$ $\sigma_c = 0,1$
Скорость обучения для взвешенных коэффициентов между правилами и выходным слоем	$\sigma = 0,1$
Максимальное количество эпох	50

Во время процесса обучения было сгенерировано 15 правил (табл. 3).

Таблица 3. База правил нечеткого классификатора

Номер правила	Значение ФП для признака				Класс
	1	2	3	4	
1	4	4	4	4	0
2	4	0	1	4	1
3	4	0	0	4	1
4	4	1	0	4	1
5	2	3	1	1	2
6	1	0	1	0	3
7	4	4	1	4	4
8	3	4	3	3	5
9	3	3	2	3	5
10	4	4	3	3	5
11	0	0	0	0	6
12	3	2	1	2	7
13	1	0	0	1	8
14	1	1	0	1	8
15	1	0	0	0	8

Исследуем зависимость качества обучения от количества правил, которые генерируются на первом этапе. В качестве проверки проведем тестирование на проверочной выборке. Для этого зададим количество правил, начиная от 9 до 14 (табл. 4).

Результат закономерен. Чем больше правил, тем лучше результат тестовой классификации, т.е. в правилах сохраняется информация о каждом классе.

Таблица 4. Зависимость качества обучения от количества правил

Количество правил	СКО	Ошибочная классификация (ОК), %
9	13,071009	24
10	9,545608	15
11	9,910701	15
12	9,705482	15
13	4,769655	4
14	4,739224	4
15	4,751657	4

Исследуем влияние количества термов в признаках на качество обучения (табл. 5).

Таблица 5. Зависимость качества обучения от количества термов

Количество термов	СКО	ОК, %
4	5,928639	4
5	4,626252	4
6	4,957257	4
7	5,228448	4
8	5,633563	4
9	6,797175	4
10	7,897521	7

Очень интересный результат мы получили во время серии опытов. Из табл. 4 видно, что существует оптимальное количество термов, которые могут быть использованы для описания набора данных во время обучения. При увеличении количества термов растет количество ошибочно классифицированных образцов, т.е. при увеличении сложности модели увеличивается ошибка. Такая же ситуация наблюдается и в методе группового учета аргументов.

Проведем обучение системы классическим алгоритмом с оптимальным количеством термов на признаках. Построенные ФП для лингвистических значений признаков приведены на рис. 5.

Итоговая сумма квадратов ошибок составила 2,852081, количество ошибочных классификаций — 0, при тесте, как мы уже видели, количество ошибочных классификаций — 4%, СКО равняется 4,626252, что является хорошим результатом.

Проведем эксперименты для градиентного алгоритма (рис. 6).

Ошибка в конце обучения — 2,042015, что немножко лучше классического метода. При тестировании СКО равнялась 3,786005, а доля ошибочных классов — 4%. Далее была включена автоматическая настройка скорости адаптации параметров ФП, для чего использовался алгоритм «золотого сечения».

Проведем такие же эксперименты с алгоритмом сопряженного градиента (рис. 7).

И в завершение были проведены эксперименты по обучению генетическим алгоритмом с разными ФП — треугольной и гауссовской.

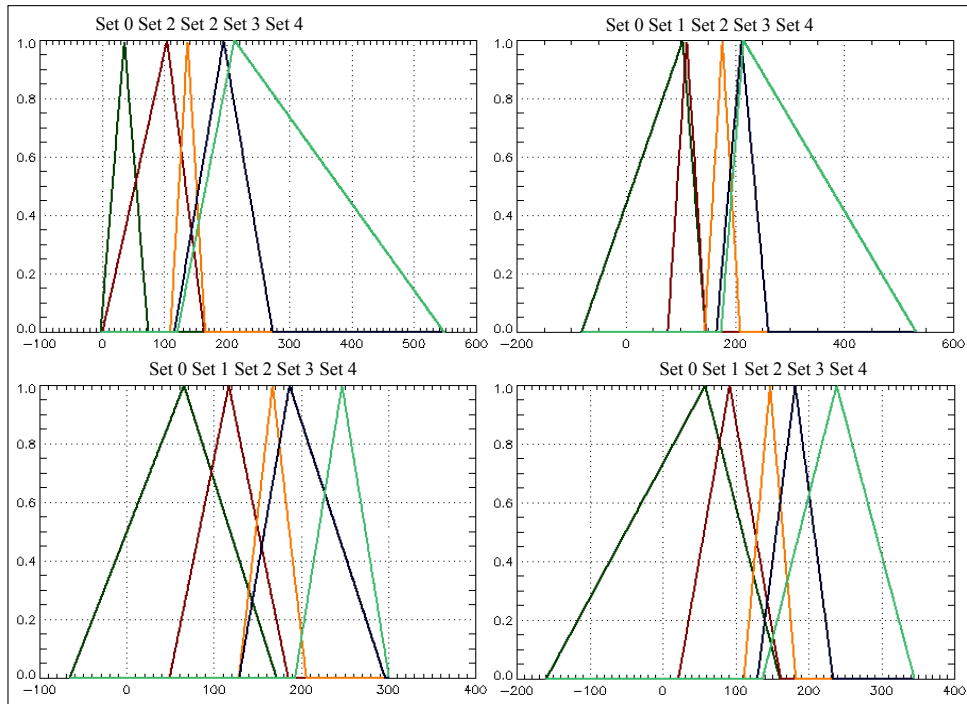


Рис. 5. Результат обучения классическим алгоритмом

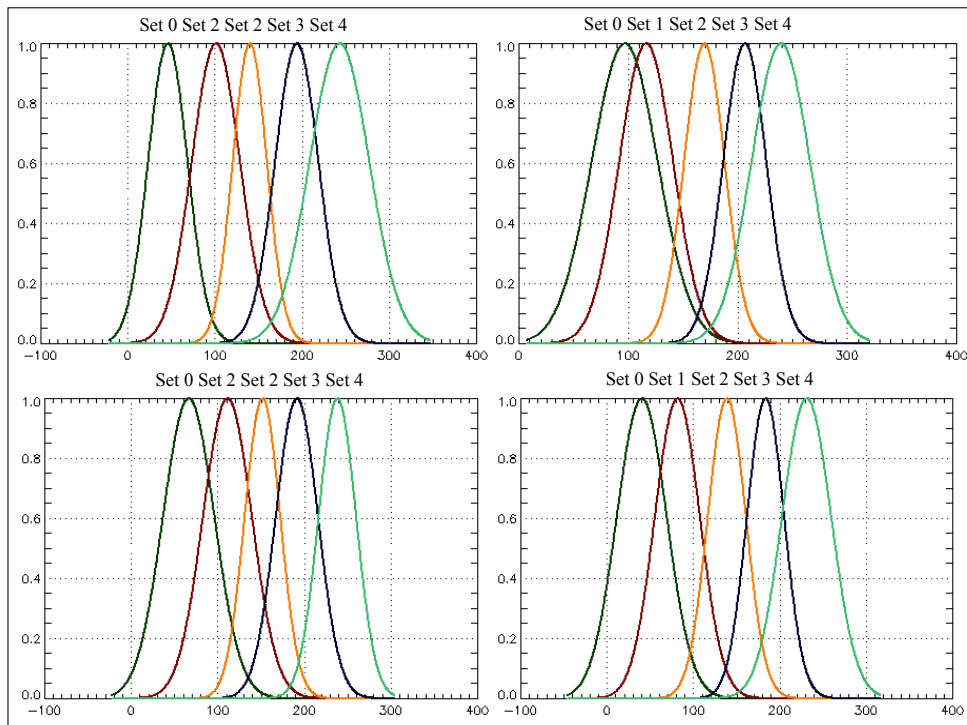


Рис. 6. Результат обучения градиентным методом

Результаты обучения разными алгоритмами показаны в табл. 6. Кстати, во время обучения для всех алгоритмов получен отличный результат по ошибочной классификации.

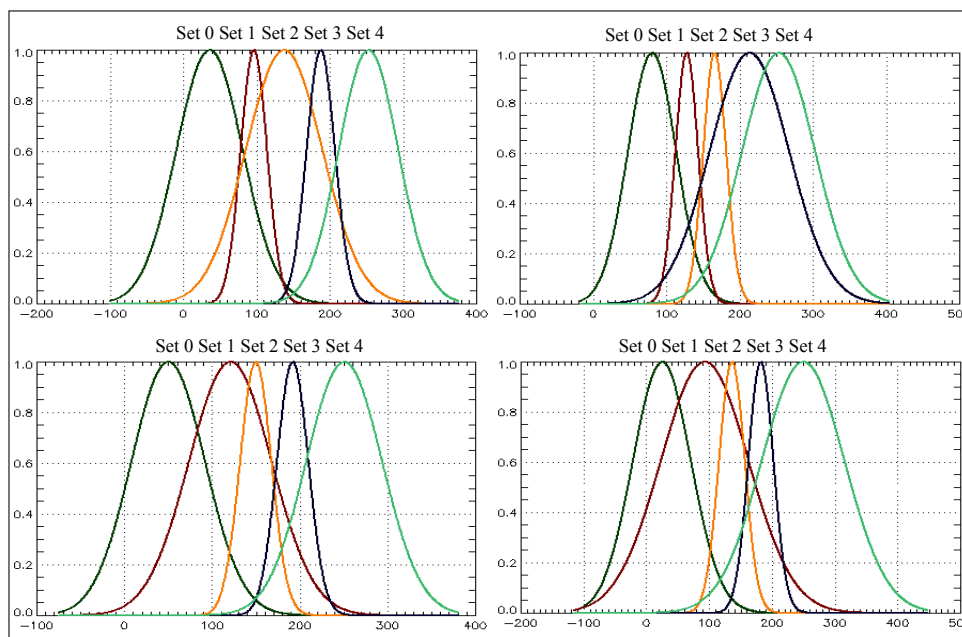


Рис. 7. Результат обучения методом сопряженного градиента

Таблица 6. Сравнительная таблица для разных алгоритмов обучения весов связей

Алгоритм обучения взвешенных коэффициентов	Обучение		Тестирование	
	СКО	ОК, %	СКО	ОК, %
Классический	6,650668	0	7,285827	4
Градиентный	5,9893	0	6,829068	4
Сопряженного градиента	1,132871	0	3,314763	4
Генетический с треугольной ФП	11,110936	0	13,677424	4
Генетический с гауссовской ФП	3,204446	0	4,568338	4

Для всех этот показатель равнялся нулю. Однако во время тестирования результаты были хуже: как минимум два образца классифицировались ошибочно. Росла также сумма квадратов ошибок для всех без исключения алгоритмов обучения. Для удобства количество итераций ограничивалось до 50.

Как видим, результаты удовлетворительны, уровень правильной классификации на проверочной части выборки составляет 96%. Но результаты можно было бы улучшить, сформировав более объемную выборку (рис. 8).

На графиках хорошо видно, что наилучшим методом по скорости сходимости является метод сопряженных градиентов. Затем — генетический с гауссовской функцией принадлежности. Менее эффективный — классический метод. Наименее эффективный в применении по скорости сходимости к минимуму — генетический метод с треугольной функцией принадлежности.

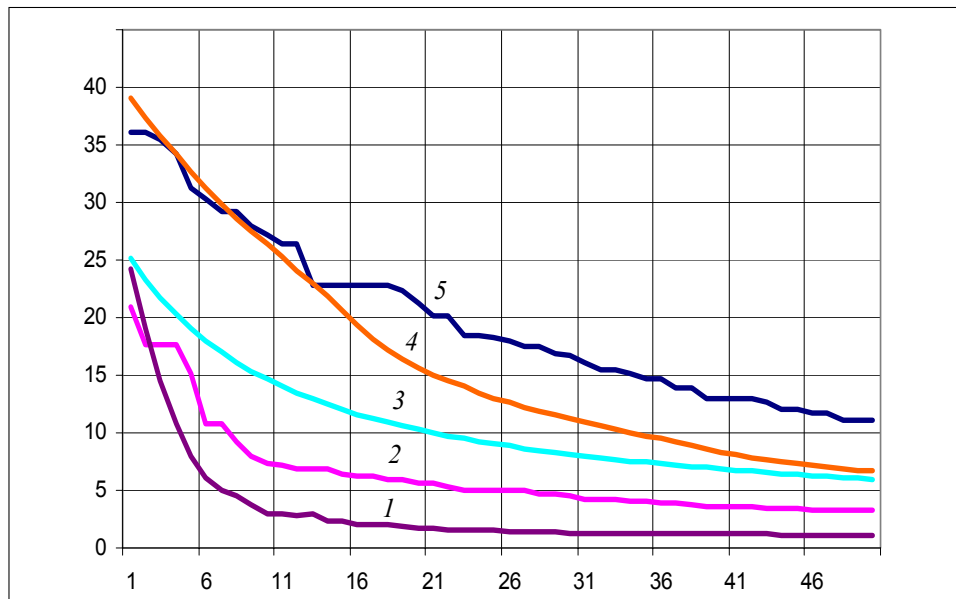


Рис. 8. Сравнительный график скорости сходимости к оптимальной классификации различных алгоритмов обучения: 1 — СГ; 2 — генетический с гаусс. ФП; 3 — градиентный; 4 — классический; 5 — генетический с треуг. ФП

Однако критерий, по которому построен график, неоднозначно отображает качество классификации. Важным критерием оценки методов является минимальное количество ошибочно классифицированных образцов. Все алгоритмы дали одни и те же итоговые результаты по данному критерию (табл. 6). Следовательно, мы убедились, что все алгоритмы работают адекватно и дают почти одинаковые результаты.

ВЫВОДЫ

1. На тестовых данных исследовано влияние различных параметров на процесс обучения в нечеткой нейросети. Установлено, что качество обучения зависит от скорости обучения. Мы увеличили параметр скорости обучения σ для весовых коэффициентов, которые лежат между признаками и правилами и значительно приблизились к минимальной точке функции ошибки. Но во время эксперимента было замечено, что задавать большую скорость нецелесообразно, так как возникает явление «осцилляции».

2. Наилучший алгоритм по скорости обучения — алгоритм сопряженных градиентов. Затем — генетический с гауссовской функцией принадлежности, за ними следуют градиентный и классический методы. Наиболее медленный по скорости сходимости — генетический метод с треугольной функцией принадлежности.

3. В целом на основе проведенных экспериментов на реальных данных подтверждена целесообразность применения нейронечеткого подхода к классификации объектов на электрооптических изображениях. Полученные нечеткие правила дают возможность эксперту или автоматизированной системе быстро проводить достоверную классификацию.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Абламейко С.В., Лагуновский Д.М.* Обработка изображений: технология, методы, применение. — Минск: Ин-т технической кибернетики НАН Беларуси, 1999. — 300 с.
2. *Зайченко Ю.П.* Основи проектування інтелектуальних систем. Навчальний посібник. — Київ: Видавничий дім «Слово», 2004. — 352 с.
3. *Петросюк І.М., Зайченко Ю.П.* Порівняльний аналіз нейро-нечітких систем класифікації в умовах інформаційної невизначеності // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2006. — № 3. — С. 110–124.
4. *ENVI Tutorials.* September, 2003, Edition, 2003. — <http://www.RSIinc.com>.
5. *Fuller R.* Introduction to Neuro-Fuzzy Systems. Advances in Soft Computing Series. — Berlin: Springer Verlag, 1999. — 240 p.
6. *Nauck D.* A fuzzy perceptron as a generic model for neuro-fuzzy approaches / Proc. Fuzzy-Systeme'94, Munich, October 1994. — P. 180–190.
7. *Nauck D., Kruse R.* NEFCLASS – A Neuro-Fuzzy Approach For The Classification of Data. — Applied Computing, 1995. — <http://www.cs.tu-bs.de/~nauck/>.
8. *Nauck D., Kruse R.* What are Neuro-Fuzzy Classifiers / Proc. Seventh International Fuzzy Systems Association World Congress IFSA'97. — Academia Prague, 1997. — IV. — P. 228–233.

Поступила 20.11.2007

УПРАВЛЕНИЕ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ С ПОМОЩЬЮ ШУМА

М.О. СОПИН, Я.И. ВИКЛЮК

Рассмотрена динамическая система, моделирующая ход рекламной кампании в условиях случайным образом меняющихся факторов. Исследованы особенности адаптации системы к флуктуациям внешней среды. Дано объяснение эффекта стагнации системы как нахождения этой системы в области параметров управления, где существует индуцированная мультипликативным шумом бистабильность. Показано, что фактор неопределенности может быть использован заинтересованным лицом для достижения своей цели.

ВВЕДЕНИЕ

Конкурентоспособность любого туристического агентства в условиях современных рыночных отношений в значительной степени определяется его рекламной деятельностью. Хорошо организованная реклама доносит до потребителей определенное коммерческое сообщение, которое активизирует потребительское поведение [1, 2]. Поэтому главный вопрос, который решает рекламодатель, — это такая организация рекламной кампании, при которой с минимальными затратами достигается максимально возможный результат. Однако вопрос этот рекламодателю приходится решать, как правило, в условиях *неопределенности*, что значительно усложняет задачу.

Неопределенность возникает вследствие *массовости* изучаемого явления или процесса [3], *чувствительности* по отношению к выбору начальных условий [4], *неточности* измерений [5], *нечеткости* планов, *лингвистической размытости* формулировок возникающих задач [6, 7] и т.д. Неопределенности присутствуют в исходных данных, ограничениях, динамике, целях и составляют шум, который принципиально неустраним. Традиционно считалось, что шум играет деструктивную роль, приводя лишь к «размытию» желаемого результата. При этом роль лица, принимающего решение (ЛПР), сводилась, в основном, к коррекции ожидаемого значения интересующей величины. Однако в последнее время в физико-технических науках обнаружены любопытные эффекты, свидетельствующие и о конструктивной роли шумов. Например, случайный шум может индуцировать новые режимы функционирования динамической системы, улучшать некоторые ее выходные характеристики [8–10].

Заметим, что обнаруженные эффекты могут быть интерпретированы в терминах теории управления как задачи с управляющей функцией, зависящей (случайным образом) от времени. Естественно возникают вопросы: имеют ли место подобные эффекты в социально-экономических системах и каковы их особенности. Очевидно, что знание подобных феноменов может помочь заинтересованному лицу разобраться в возникшей ситуации и при-

нять правильное решение. Кроме того, открываются новые возможности и для управления социально-экономическими системами.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ. ДЕТЕРМИНИСТСКИЙ СЛУЧАЙ

Пусть некоторое агентство начинает рекламировать новый товар или услугу. Воздействие на потенциального клиента осуществляется посредством экономического и коммуникативного механизмов. Тогда изменение относительного числа информированных клиентов, вовлеченных в кампанию на данный момент времени, можно записать так [11]:

$$dn = \alpha_1(1 - n)dt + \alpha_2 n(1 - n)dt, \quad (1)$$

где n — отношение числа информированных на данный момент времени покупателей к общему числу платежеспособных покупателей; t — время, прошедшее с начала рекламной кампании; $\alpha_1 \in R_+^1$ — коэффициент затрат на рекламу; $\alpha_2 \in R^1$ — коэффициент, характеризующий интенсивность вербальных контактов участвующих в кампании лиц.

Первое слагаемое в уравнении (1) учитывает экономический механизм влияния на аудиторию и описывает денежные и товарные потоки. Второе — учитывает коммуникативный механизм влияния и описывает информационные потоки, исходящие от рекламного предприятия и прочих заинтересованных лиц в адрес потенциальных потребителей. Механизм распространения информации основан на бинарной оппозиции: рекламодатель–клиент. Отрицательные значения α_2 отвечают за распространение, например, конкурентами информации, носящей негативный характер.

Естественные ограничения задачи приводят к тому, что фазовым пространством динамической системы (1) становится отрезок $[0, 1]$. Поведением изучаемого процесса управляет некоторая потенциальная функция, градиент от которой равен правой части (1). Нетрудно видеть, что данная динамическая система имеет две сингулярные точки: $n_{\text{eq}}^{(1)} = 1$ и $n_{\text{eq}}^{(2)} = -\alpha_1/\alpha_2$. Первая точка является положением устойчивого равновесия при выполнении условия $\alpha_1 > 0$ и $\alpha_2 > 0$ или при выполнении условия $\alpha_1 > 0$ и $\alpha_2 < 0$, но так, что $|\alpha_2| < \alpha_1$. Последнее объясняется тем, что распространение негативных, порочащих кампанию слухов не приводит к нежелательным для кампании последствиям до тех пор, пока уровень слухов не превысит некоторое критическое значение, определяемое уровнем денежных затрат на рекламу. Под нежелательными последствиями будем понимать уменьшение максимально возможного числа клиентов, пользующихся услугами кампании. Вторая точка становится положением устойчивого равновесия при выполнении условия $\alpha_1 > 0$ и $\alpha_2 < 0$, но так, что $|\alpha_2| > \alpha_1$. Понятно, превышение некоторого критического значения уровня негативных слухов приводит к уменьшению максимально возможного числа клиентов, желающих приобрести товар.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ. УЧЕТ ФЛУКТУАЦИЙ ПАРАМЕТРОВ

Учет флуктуаций параметров (стихийная динамика рынка, человеческий фактор) приводит к замене управляющих параметров в уравнении (1) стационарными случайными независимыми процессами. В предположении быстрых флуктуаций (время корреляции много меньше наименьшего из характерных времен системы $\tau_{\text{сорт}} \ll \min\{1/\alpha_1, 1/|\alpha_2|\}$) можно воспользоваться приближением белого шума. Исходя из дифференциального представления стохастического уравнения [12] рассмотрим два случая:

$$dn = f(n)dt + g_k(n)d_\nu w_k(t), \quad k = 1, 2, \quad (2)$$

где $f(n) = (\alpha_1 + \alpha_2 n)(1 - n)$, а индекс k указывает шумящий параметр, соответственно которому выбираются функции $g_1(n) = 1 - n$ и $g_2(n) = n(1 - n)$; $w_k(t)$ — стандартные независимые винеровские процессы. Индекс ν в (2) отвечает за выбор системы исчисления. Известно, что решение стохастического дифференциального уравнения (СДУ) не является единственным — реализуется континуум решений, отличающихся одно от другого на величину некоторой добавки [9, 10]. Множество возможных исчислений также является континуальным, однако нет веских причин предпочитать одну интерпретацию другой. Отметим, что «грубость» СДУ относительно выбора системы исчисления является свойством желательным, но не необходимым [10]. Со стохастическим дифференциальным уравнением ассоциируется уравнение Фоккера-Планка (УФП) для плотности вероятности реализации значений стохастической переменной [12]

$$\frac{\partial}{\partial t} P(n, t) = -\frac{\partial}{\partial n} [a_k(n, t)P(n, t)] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial n^2} [b_k(n, t)P(n, t)], \quad k = 1, 2, \quad (3)$$

где $a_k(n) = f(n) + \nu D_k g_k(n) \frac{d}{dn} g_k(n)$ и $b_k(n) = 2D_k g_k^2(n)$ соответственно коэффициенты дрейфа и диффузии, выбираемые согласно шумящему параметру.

При выполнении условия существования стационарного решения поток плотности вероятности принимает постоянное значение на всем пространстве состояний. Если имеет место принцип детального равновесия и поток плотности вероятности обращается в нуль, то система является равновесной и решение стационарного УФП записывается как $P \propto \exp\{\Phi\}$, где величина Φ называется стохастическим потенциалом [10]. Стохастическому потенциалу ставится в соответствие некоторая функция, называемая эффективным (синергетическим) потенциалом, которая и управляет процессом. Эффективный и детерминистический потенциалы, вообще говоря, не совпадают. Соответственно, не совпадают и множества катастроф. Задача нами решалась в рамках исчисления Ито ($\nu = 0$). Потенциальное представление найденных решений УФП позволило провести анализ особенностей системы в терминах элементарной теории катастроф с ограничением [13, 14]. Далее подробно опишем два случая.

СЛУЧАЙ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОГО ШУМА (ФЛУКТУАЦИИ РЫНКА)

Нерегулярная динамика рынка, случайные изменения курса валюты, колебания поставочных цен, перебои с ассортиментом приводят к тому, что управляющий параметр $\alpha_1 = \langle \alpha_1 \rangle + \xi(t)$ становится случайной функцией времени. Здесь $\langle \alpha_1 \rangle$ — среднее значение параметра, а $\xi(t)$ — гауссов белый шум: $\langle \xi(t) \rangle = 0$ и $\langle \xi(t)\xi(t+\tau) \rangle = 2D_1\delta(\tau)$. Пользуясь представлением $P \propto \exp\{\Phi(n; \langle \alpha_1 \rangle, \alpha_2, D_1)\}$ и полагая $k=1$, нетрудно получить стационарные решения уравнения (3) в явном виде. Аналитический вид решений показывает, что стохастический потенциал обладает скейлингом $\Phi(n; \lambda \langle \alpha_1 \rangle, \lambda \alpha_2, \lambda D_1) = \Phi(n; \langle \alpha_1 \rangle, \alpha_2, D_1)$, что позволяет понизить размерность пространства управления с трех измерений до двух. Тогда равновесное решение стационарного УФП принимает вид

$$P = Z^{-1} \exp\{-(1/D_1)U_{\text{eff}}(n; \beta_1, \beta_2)\},$$

где $U_{\text{eff}}(n; \beta_1, \beta_2)$ — эффективный потенциал; $\beta_1 = \langle \alpha_1 \rangle / D_1 \in R_+^1$ и $\beta_2 = \alpha_2 / D_1 \in R^1$ — перенормированные управляющие параметры; Z — нормировочный множитель.

Специфическое поведение решений при различных значениях управляющих параметров позволяет разбить плоскость параметров управления на непересекающиеся области. Анализ показывает, что точка $n=0$ является притягивающей достижимой границей для любых допустимых значений параметров, а точка $n=1$ является притягивающей недостижимой границей при условии попадания в область «правильных управленческих решений». При попадании в область «неправильных управленческих решений» граница $n=1$ становится отталкивающей. Область «правильных управленческих решений» определяется нами как $M = \{(\beta_1, \beta_2) \in R_+^1 \times R^1 | \beta_1 + \beta_2 + 2 > 0\}$.

На рис. 1 показана ситуация, когда ЛПР находится в области «правильных управленческих решений». Динамическая система находится в бесконечно глубокой потенциальной яме и блуждает в ней, подходя сколь угодно близко к правой границе. В этой ситуации прогноз для рекламного агентства благоприятен — можно ожидать, что практически 100% потенциальных клиентов будут охвачены кампанией.

Ситуация, когда рекламодатель находится в области «неправильных управленческих решений» \bar{M} изображена на рис. 2. В этом случае в рекламе преобладают негативные тенденции, что связано или с недостаточным финансированием кампании или с неэффективной пропагандой товара. При малых значениях интенсивности флуктуаций система блуждает около детерминированного состояния $n_{\text{det}} = 0,40$. Рост шума приводит к смещению дна потенциальной ямы в направлении правой границы. Это означает, что наиболее вероятное состояние «плывет» в направлении точки $n=1$. Однако правая граница при этом остается отталкивающей. При критическом значении интенсивности шума $D_1^{(\text{cr})} = (-1/2)(\langle \alpha_1 \rangle + \alpha_2)$ происходит катастро-

фическое изменение характера границы и система «сваливается» в бесконечно глубокую потенциальную яму.

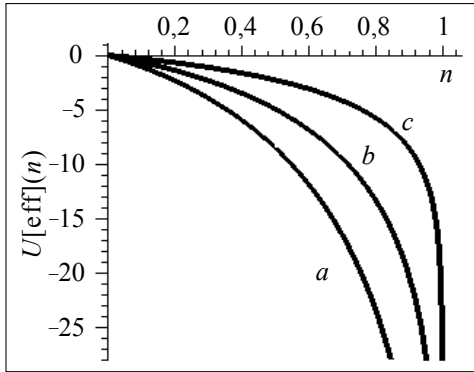


Рис. 1. Эффективный управляющий потенциал, построенный при значениях параметров $\langle \alpha_1 \rangle = 0,75$; $\alpha_2 = 1,00$ для различной интенсивности шума: $D_1 = 0,10$ (a); $D_1 = 0,20$ (b); $D_1 = 0,80$ (c)

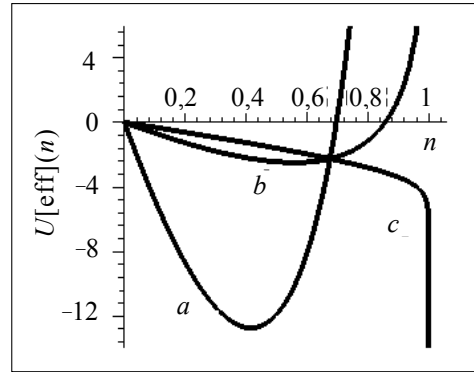


Рис. 2. Эффективный управляющий потенциал, построенный при значениях параметров $\langle \alpha_1 \rangle = 1,00$; $\alpha_2 = -2,50$ для различной интенсивности шума: $D_1 = 0,02$ (a); $D_1 = 0,20$ (b); $D_1 = 0,80$ (c)

Любопытно, что рост флуктуаций (в изначально неблагоприятной для ЛПР обстановке) приводит к смещению равновесного состояния в сторону желаемого. Можно сказать, что флуктуации рынка перебрасывают ЛПР из области «неправильных управленческих решений» в область «правильных управленческих решений». Разумеется, перейти в нужную область пространства управления можно и путем увеличения финансирования кампании или усилением (позитивной) пропаганды товара. Отметим, что выбор затравочного детерминистического состояния (т.е. состояния, которое реализовалось бы в отсутствие шума при тех же значениях параметров) не оказывает влияния на динамику перехода.

СЛУЧАЙ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОГО ШУМА (ФЛУКТУАЦИИ В КОММУНИКАТИВНОМ КАНАЛЕ)

Правильное восприятие информации потенциальными клиентами может быть затруднено различными помехами, называемыми информационным шумом. К информационному шуму следует отнести нерегулярные колебания числа вербальных контактов с клиентами, дезинформацию и распространение конкурентами негативных слухов. Тогда управляющий параметр $\alpha_2 = \langle \alpha_2 \rangle + \zeta(t)$ следует рассматривать как случайную функцию времени. Здесь $\langle \alpha_2 \rangle$ — среднее значение параметра, $\zeta(t)$ — гауссов белый шум: $\langle \zeta(t) \rangle = 0$ и $\langle \zeta(t)\zeta(t + \tau) \rangle = 2D_2\delta(\tau)$.

Пользуясь потенциальным представлением $P \propto \exp\{\Phi(n; \alpha_1, \langle \alpha_2 \rangle, D_2)\}$ и полагая $k = 2$, нетрудно получить стационарные решения уравнения (3) в явном виде. Полученное решение показывает, что стохастический потенциал обладает скейлингом $\Phi(n; \lambda\alpha_1, \lambda\langle \alpha_2 \rangle, \lambda D_2) = \Phi(n; \alpha_1, \langle \alpha_2 \rangle, D_2)$, и это позволяет понизить размерность пространства

управления с трех измерений до двух. Равновесное решение стационарного УФП принимает вид

$$P = Z^{-1} \exp \{-(1/D_2)U_{\text{eff}}(n; \gamma_1, \gamma_2)\},$$

где $U_{\text{eff}}(n; \gamma_1, \gamma_2)$ — эффективный потенциал; $\gamma_1 = \alpha_1/D_2 \in R_+^1$ и $\gamma_2 = \langle \alpha_2 \rangle / D_2 \in R^1$ — новые значения управляющих параметров; Z — нормировочный коэффициент.

В зависимости от значений управляющих параметров полученные решения могут вести себя довольно нетривиальным образом. Чтобы показать это, введем множества $M_1 = \{(\gamma_1, \gamma_2) \in R_+^1 \times R^1 \mid \gamma_1 + \gamma_2 + 2 > 0\}$ и $M_2 = \{(\gamma_1, \gamma_2) \in R_+^1 \times R^1 \mid (\gamma_2 - 2)^2 - 16\gamma_1 > 0, -6 < \gamma_2 < 2\}$. Тогда область «неправильных управленческих решений» определяется нами как $\overline{M_1}$, область «нерекомендуемых управленческих решений» — $M_1 \cap M_2$, а область «правильных управленческих решений» — $\overline{(M_1 \cap M_2) \cup M_1}$. Точка $n = 0$ является отталкивающей границей для любых допускаемых значений параметров, а точка $n = 1$ — притягивающей недостижимой границей при условии, что ЛПР находится либо в области «правильных управленческих решений», либо в области «нерекомендуемых управленческих решений». При попадании в область «неправильных управленческих решений» граница $n = 1$ становится отталкивающей.

Поясним ситуацию, рассмотрев полученные решения. На рис. 3 показан случай, когда ЛПР находится в области «неправильных управленческих решений», причем затрабочное детерминистическое состояние ($n_{\text{det}} = 0,66$) располагается ближе к правой границе, чем к левой. Рост шума приводит к смещению дна потенциальной ямы вправо, т.е. наиболее вероятное число клиентов, охваченных кампанией, увеличивается. При некотором критическом значении интенсивности шума характер границы катастрофически меняется и система «сваливается» в бесконечно глубокую потенциальную яму. Как и в предыдущем случае, флуктуации перебрасывают систему в область «правильных управленческих решений». Находясь в этой области, следует ожидать, что практически 100% клиентов воспользуются услугами агентства.

Однако дальнейший рост флуктуаций приводит к тому, что эффективный потенциал становится двукимым (рис. 4), что соответствует бимодальному распределению плотности вероятностей. Система перебрасывается в область «нерекомендуемых управленческих решений». Здесь система имеет два равновесных состояния. Причем, второе, индуцированное шумом, находится ближе к левой границе и с ростом интенсивности шума притягивается к ней. Глубина потенциальной ямы при этом увеличивается. В области «нерекомендуемых управленческих решений» следует ожидать, что на протяжении какого-то времени число клиентов, охваченных кампанией, будет близким к нулю, но, в конце концов, флуктуации выбросят систему из потенциальной ямы синергетического потенциала в сторону притягивающей

правой границы. Время нахождения в потенциальной яме определяется ее глубиной. В этой ситуации рекомендуется переждать неблагоприятный период и подождать, пока флуктуации не перебросят систему в нужную область. Разумеется, перевести систему в область «рекомендуемых управленческих решений» можно и волевым усилием, увеличив финансирование кампании или усилив пропаганду товара.

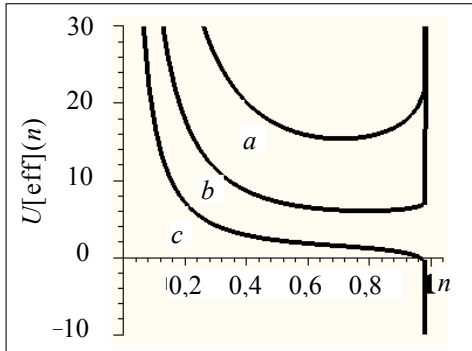


Рис. 3. Эффективный управляющий потенциал, построенный при значениях параметров $\alpha_1 = 0,10$; $\langle \alpha_2 \rangle = -0,15$ для различной интенсивности шума: $D_2 = 0,01$ (a); $D_2 = 0,02$ (b); $D_2 = 0,04$ (c)

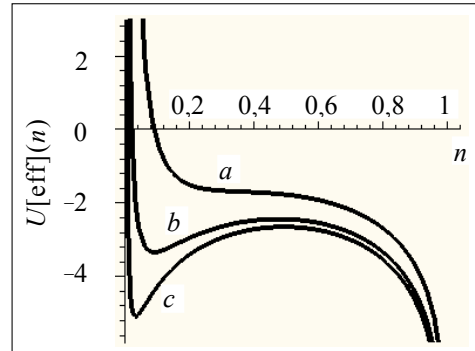


Рис. 4. Эффективный управляющий потенциал, построенный при значениях параметров $\alpha_1 = 0,10$; $\langle \alpha_2 \rangle = -0,15$ для различной интенсивности шума: $D_2 = 0,2$ (a); $D_2 = 0,6$ (b); $D_2 = 1,6$ (c)

Немного иначе обстоит дело, когда затравочное детерминистическое состояние ($n_{det} = 0,40$) располагается ближе к левой границе, чем к правой (рис. 5). В этом случае шум индуцирует равновесное состояние, находящееся по левую сторону от затравочного детерминистического состояния, которое с ростом интенсивности флуктуаций перемещается в направлении левой границы. Далее характер правой границы резко меняется и рождается новое равновесное состояние вблизи правой границы (рис. 5, 6). Критические значения интенсивностей шума, при которых происходят переходы из одной области в другую, лежат на границе соответствующих переходов областей.

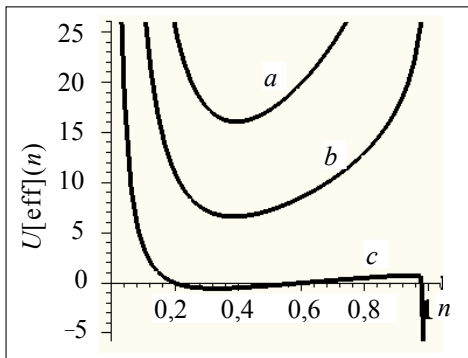


Рис. 5. Эффективный управляющий потенциал, построенный при значениях параметров $\alpha_1 = 1,00$; $\langle \alpha_2 \rangle = -2,50$ для различной интенсивности шума: $D_2 = 0,10$ (a); $D_2 = 0,20$ (b); $D_2 = 0,80$ (c)

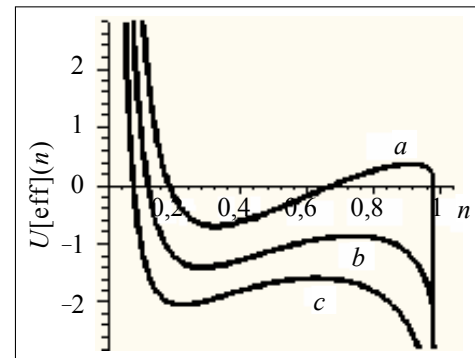


Рис. 6. Эффективный управляющий потенциал, построенный при значениях параметров $\alpha_1 = 1,00$; $\langle \alpha_2 \rangle = -2,50$ для различной интенсивности шума: $D_2 = 0,85$ (a); $D_2 = 1,20$ (b); $D_2 = 1,80$ (c)

Итак, переходы из одной области пространства управления в другую можно осуществлять не только увеличением финансирования кампании или усилением пропаганды товара, но и распространением слухов, носящих негативный характер о предоставляемых рекламным агентством услугах. Нужно только помнить, что нахождение в области «нерекомендуемых управленческих решений» приводит к некоторой стагнации. Очевидно, на время стагнации желательно прекратить финансирование кампании или, как и в предыдущем случае, волевым усилием перевести систему в нужную область пространства управления. Отметим, что выбор затравочного детерминистического состояния определяет динамику переходов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что в задачах управления социально-экономическими системами фактор неопределенности может быть использован заинтересованным лицом для достижения своей цели.

Найдено разбиение пространства управления на области, отвечающие различным режимам поведения системы.

Доказано, что динамика системы в условиях статистической неопределенности определяется затравочным детерминистическим состоянием.

Дано объяснение эффекта стагнации рассмотренной динамической системы как нахождения этой системы в области параметров управления, где существует индуцированная мультипликативным шумом бистабильность.

Поскольку экономический эффект рекламной кампании непосредственно определяется числом клиентов, которые воспользовались услугами рекламного агентства, полученные в данной работе результаты могут быть использованы для выработки соответствующих стратегий поведения рекламодателя. Например, интенсивность общения участвующих в кампании лиц, определяемая числом вербальных контактов в единицу времени, может быть усилена путем организации презентаций, различного рода акций и т.д. Аналогичным образом можно формировать общественное мнение. С точки зрения материальной экономии, как уже упоминалось, на время нахождения динамической системы в нежелательной области пространства параметров управления финансирование кампании можно приостановить.

Заметим, что подобного рода синергетические модели позволяют объяснить парадоксальные, на первый взгляд, случаи, когда рекламные ролики конкурентов не только не мешают проводимой рекламе, а помогают ей, или, когда черный PR приводит к росту популярности (например, не пользующийся спросом товар вдруг начинает раскупаться).

ЛИТЕРАТУРА

1. Акофф Р. Искусство решения проблем. — М.: Мир, 1982. — 224 с.
2. Уэллс У., Бернет Дж., Мориарти С. Реклама: принципы и практика. — СПб.: Питер, 1999. — 736 с.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. — М.: Высш. шк., 2001. — 575 с.

4. *Ott E.* Chaos in dynamical systems. — Cambridge University Press, 1993. — 385 p.
5. *Тейлор Дж.* Введение в теорию ошибок. — М.: Мир, 1985. — 272 с.
6. *Лю Б.* Теория и практика неопределенного программирования. — М.: Бином, 2005. — 416 с.
7. Нечеткие множества и теория возможностей / Под ред. Р.Р. Ягера. — М.: Радио и связь, 1986. — 408 с.
8. *Стохастический резонанс как индуцированный шумом эффект увеличения степени порядка* / В.С. Анищенко, А.Б. Нейман, Ф. Мосс, Л. Шиманский-Гайер // Успехи физических наук. — 1999. — **169**, № 1. — С. 7–38.
9. *Олемской А.И.* Теория стохастических систем с сингулярным мультипликативным шумом // Успехи физических наук. — 1998. — **168**, № 3. — С. 287–321.
10. *Хорстхемке В., Лефевр Р.* Индуцированные шумом переходы. — М.: Мир, 1987. — 400 с.
11. *Самарский А.А., Михайлов А.П.* Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. — М.: Наука. Физматлит, 1997. — 320 с.
12. *Risken H.* The Fokker-Planck Equation. — Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 1989. — 474 p.
13. *Гилмор Р.* Прикладная теория катастроф. Кн.1. — М.: Мир, 1984. — 350 с.
14. *Гилмор Р.* Прикладная теория катастроф. Кн.2. — М.: Мир, 1984. — 285 с.

Поступила 5.02.2008

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАВАНТАЖЕНОСТІ МЕРЕЖЕВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ ВАРІЮВАННІ ПАРАМЕТРІВ МЕРЕЖІ З ТЕХНОЛОГІЄЮ MPLS

О.В. КУХАРЄВА, С.О. КУХАРЄВ

Сформульовано задачу дослідження залежності завантаженості мережевих елементів від пропускних спроможностей каналів зв'язку та інтенсивності вхідних потоків. Наведено результати експериментальних досліджень, проведених за допомогою розробленого раніше комплексу.

ВСТУП

При проектуванні комп'ютерних мереж з технологією MPLS виникає задача дослідження завантаженості їх елементів з метою виявлення «вузьких» місць та подальшого перенаправлення трафіка [1, 2].

Стрімке розширення комп'ютерних мереж, постійно зростаючі обсяги даних, що передаються, обумовили необхідність дослідження завантаженості вузлів мережі та каналів зв'язку з метою, зокрема, запобігання перевантаженням і боротьби з ними [3, 4]. Для задання топології мережі, характеристик її складових, моделювання поведінки для подальшого обчислення реальних характеристик (середньої затримки, варіації затримки, долі відкинутих пакетів), виявлення «вузьких» місць, керування трафіком пропонується один з найпотужніших інструментів дослідження складних систем — імітаційне моделювання. Використання (побудова) системи аналітичних моделей для дослідження впливу цих факторів на показники якості функціонування мереж може привести до значних похибок в розрахунках, що, в свою чергу, веде до значних втрат при реалізації мережі у зв'язку з тим, що обладнання для побудови мереж (у тому числі і з технологією MPLS) є досить дорогим [5].

Мета роботи — дослідити залежність завантаженості мережевих елементів, а саме вузлів мережі та каналів зв'язку, від пропускних спроможностей каналів зв'язку та від інтенсивності вхідних потоків, використовуючи розроблену раніше імітаційну модель комп'ютерної мережі з технологією MPLS, яка реалізує різні технології передачі трафіка та дозволяє керування ним [6].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглядається модель комп'ютерної мережі з технологією MPLS, що складається з вузлів зв'язку LSR (маршрутизаторів комутації за мітками) та LER (прикордонних вузлів), а також каналів зв'язку відповідної пропускної спроможності. Модель мережі містить також зовнішні вузли зв'язку, які є

генераторами трафіка різних категорій сервіса (передача з постійною, змінною та доступною швидкостями CBR, VBR та ABR).

Для кожного вузла та каналу зв'язку задаються свої параметри, а також події, які відбуватимуться в мережі: моменти передавання даних, їх об'єми, вузли-відправники та отримувачі інформації і, за необхідності, категорії сервісу (CBR, VBR, ABR та UBR) для даних, що передаються.

Необхідно, варіюючи пропускні спроможності каналів зв'язку та інтенсивності вхідних потоків, дослідити завантаженість елементів мережі з метою подальшого керування трафіком.

ОПИС ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Для вирішення поставленої задачі розроблено комплекс програм, який дозволяє проектувати комп'ютерні мережі з технологією MPLS, моделювати поведінку мережі в залежності від налаштувань її складових та керувати різнотипним трафіком. Засобами даної програми можна спостерігати завантаженість окремих вузлів чи каналів зв'язку мережі при заданих її параметрах (для подальшого виявлення найбільш та найменш завантажених елементів), а також кількість доставлених пакетів, досліджувати поведінку трафіка різних класів при використанні різних технологій забезпечення якості обслуговування, обчислювати ключові показники його якості з метою подальшого їх аналізу.

Усі експерименти проводилися на глобальній мережі України (рис. 1). Для кожного вузла та каналу зв'язку було задано свої параметри (всі чисельні дані в статті є умовними). Також було задано події, що відбуватимуться в мережі (рис. 2).

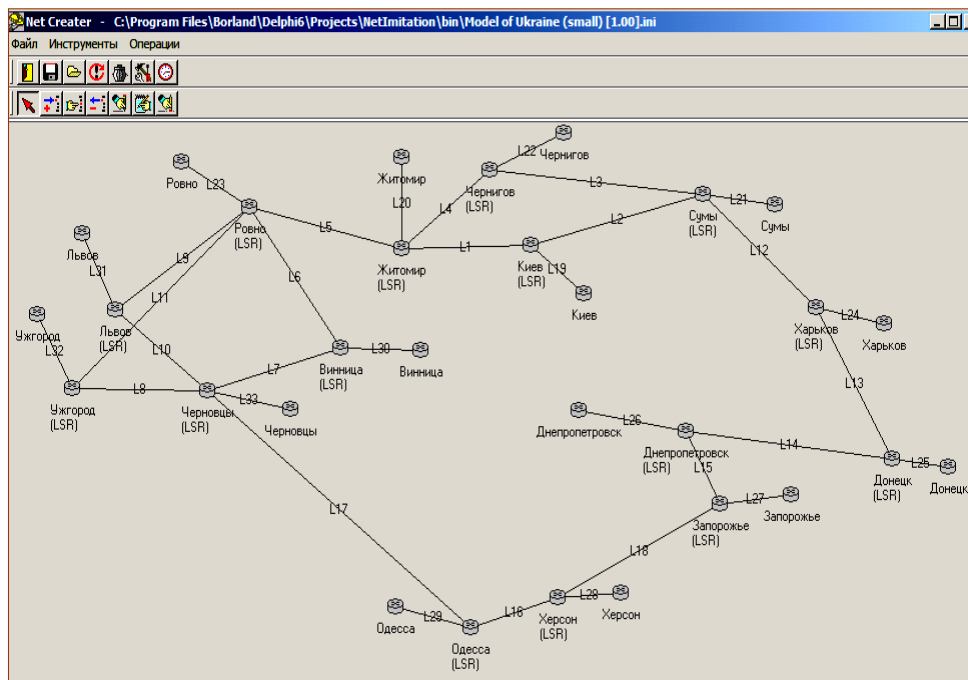


Рис. 1. Топологія експериментальної мережі

Расписание x

Генерация трафика

Время	Время, ед.	Такт	Узел от	Узел к	Связь	Объем	Объем, ед.	TTL	QoS
1	секунда (секунд)	1	Киев	Ровно	L19	1	Кб	0	фиксированный
1	секунда (секунд)	1	Киев	Ровно	L19	432	Кб	0	переменный
1	секунда (секунд)	1	Киев	Ровно	L19	205	Кб	0	доступный
1	секунда (секунд)	1	Киев	Чернигов	L19	1	Кб	0	фиксированный
1	секунда (секунд)	1	Киев	Чернигов	L19	472	Кб	0	переменный
1	секунда (секунд)	1	Киев	Чернигов	L19	306	Кб	0	доступный
1	секунда (секунд)	1	Киев	Запорожье	L19	1	Кб	0	фиксированный
1	секунда (секунд)	1	Киев	Запорожье	L19	412	Кб	0	переменный
1	секунда (секунд)	1	Киев	Запорожье	L19	316	Кб	0	доступный
1	секунда (секунд)	1	Киев	Черновцы	L19	10	Кб	0	фиксированный
1	секунда (секунд)	1	Киев	Черновцы	L19	6630	Кб	0	переменный
1	секунда (секунд)	1	Киев	Черновцы	L19	2630	Кб	0	доступный
1	секунда (секунд)	1	Одесса	Ровно	L29	1	Кб	0	фиксированный
1	секунда (секунд)	1	Одесса	Ровно	L29	346	Кб	0	переменный
1	секунда (секунд)	1	Одесса	Ровно	L29	201	Кб	0	доступный
1	секунда (секунд)	1	Херсон	Ровно	L28	1	Кб	0	фиксированный
1	секунда (секунд)	1	Херсон	Ровно	L28	456	Кб	0	переменный
1	секунда (секунд)	1	Херсон	Ровно	L28	145	Кб	0	доступный
1	секунда (секунд)	1	Херсон	Чернигов	L28	1	Кб	0	фиксированный
1	секунда (секунд)	1	Херсон	Чернигов	L28	412	Кб	0	переменный
1	секунда (секунд)	1	Херсон	Чернигов	L28	102	Кб	0	доступный
1	секунда (секунд)	1	Житомир	Ровно	L20	1	Кб	0	фиксированный
1	секунда (секунд)	1	Житомир	Ровно	L20	345	Кб	0	переменный
1	секунда (секунд)	1	Житомир	Ровно	L20	143	Кб	0	доступный
1	секунда (секунд)	1	Житомир	Чернигов	L20	1	Кб	0	фиксированный
1	секунда (секунд)	1	Житомир	Чернигов	L20	362	Кб	0	переменный
1	секунда (секунд)	1	Житомир	Чернигов	L20	201	Кб	0	доступный
1	секунда (секунд)	1	Житомир	Запорожье	L20	1	Кб	0	фиксированный
1	секунда (секунд)	1	Житомир	Запорожье	L20	346	Кб	0	переменный
1	секунда (секунд)	1	Житомир	Запорожье	L20	210	Кб	0	доступный

Пересылка (абонент -> входной канал в MPLS сеть -> ... -> адресат)

Внешний узел Входной канал Внешний узел

Житомир L20 Запорожье

Время события

Время 1 секунда (секунд) Такт 1

Объем 210 Кб TTL 0 QoS доступный

Добавление
Удаление
Отчистка

Рис. 2. Розклад генерування трафіка

ЗАЛЕЖНІСТЬ КІЛЬКОСТІ ПАКЕТІВ У КАНАЛІ МЕРЕЖІ ВІД ПРОПУСКНИХ СПРОМОЖНОСТЕЙ КАНАЛУ ЗВ'ЯЗКУ

У табл. 1 наведено значення кількості пакетів у каналі зв'язку L19 у залежності від пропускних спроможностей каналів (x — коефіцієнт використання каналу зв'язку у відсотках).

З табл. 1 можна зробити висновок: зі зменшенням проценту доступної пропускної спроможності каналів зв'язку кількість пакетів у каналі L19, який йде безпосередньо від вузла-відправника, зменшується.

Таблиця 1. Значення кількості пакетів у каналі зв'язку при варіюванні пропускних спроможностей каналів

Номер такту імітації	Кількість пакетів		
	$x = 100$	$x = 80$	$x = 60$
1	195	156	117
2	193	154	115
3	193	154	115
4	193	154	115
5	193	154	115
6	193	154	115
7	194	155	116
8	193	154	115
9	193	154	115
10	193	154	115
11	193	154	115
12	193	154	115
13	193	154	115
14	193	154	115
15	193	154	115
16	193	154	115
17	139	154	115

ЗАЛЕЖНІСТЬ ЗАВАНТАЖЕНОСТІ ВУЗЛІВ МЕРЕЖІ ВІД ІНТЕНСИВНОСТІ ВХІДНИХ ПОТОКІВ

У табл. 2 наведено значення кількості пакетів у вузлі «Київ» у залежності від інтенсивності вхідних потоків (x — кількість відсотків максимальної інтенсивності вхідного потоку).

Таблиця 2. Значення кількості пакетів у вузлі мережі при варіюванні інтенсивностей вхідних потоків

Номер такту імітації	Кількість пакетів		
	$x = 100$	$x = 75$	$x = 50$
1	144	81	77
2	230	104	116
3	316	127	145
4	402	150	174
5	488	173	203
6	574	196	232
7	636	219	261
8	691	242	290
9	746	242	319
10	801	241	348
11	856	240	377
12	911	239	406
13	718	46	291

З табл. 2 можна зробити висновок: зі зменшенням інтенсивності генерування пакетів вузлом-відправником їхня кількість зменшується.

ЗАЛЕЖНІСТЬ КІЛЬКОСТІ ПАКЕТІВ У КАНАЛІ ЗВ'ЯЗКУ ВІД ІНТЕНСИВНОСТІ ВХІДНИХ ПОТОКІВ

У табл. 3 наведено значення кількості пакетів у каналі зв'язку L19 у залежності від інтенсивності вхідних потоків (x — кількість відсотків максимальної інтенсивності вхідного потоку).

Таблиця 3. Значення кількості пакетів у каналі зв'язку при варіюванні інтенсивності вхідних потоків

Номер такту імітації	Кількість пакетів		
	$x = 100$	$x = 75$	$x = 50$
1	195	195	115
2	193	193	117
3	193	193	115
4	193	193	115
5	193	193	115
6	193	193	115
7	194	193	115
8	193	193	115
9	193	194	115
10	193	193	115
11	193	193	115
12	193	193	115
13	193	193	115

З табл. 3 можна зробити висновок: зі зменшенням інтенсивності генерування пакетів вузлом-відправником їхня кількість у каналі зв'язку L19, який йде безпосередньо від вузла-відправника, зменшиться.

Результати наведених вище експериментів з комплексом програм імітаційного моделювання дозволяють не лише досліджувати завантаженість елементів мережі, виявляючи «вузькі» місця, для подальшого перенаправлення потоків на менш завантажені ділянки, але й вказати під час складання розкладу генерування трафіка, з яким пріоритетом він повинен обслуговуватися. Це робить можливим обчислення та подальший аналіз показників якості обслуговування трафіка різних категорій (CTD — середньої затримки пакетів, CDV — варіації середньої затримки, CLR — відсотка втрачених пакетів) за з'єднаннями різного класу (CBR, VBR, ABR, UBR). Такі дослідження залежностей показників якості обслуговування від варіювання параметрів мережі з технологією MPLS описані у роботі [7].

ВИСНОВКИ

Аналіз результатів експериментів з програмним комплексом імітаційного моделювання показує:

1. Зі зменшенням проценту доступної пропускної спроможності каналів зв'язку кількість пакетів у каналі, який йде безпосередньо від вузла-відправника, зменшується.

2. Зі зменшенням інтенсивності генерування пакетів вузлом-відправником їхня кількість у цьому вузлі та каналі зв'язку, який йде безпосередньо від вузла-відправника, зменшується.

3. Описаний програмний комплекс може використовуватися для прийняття рішень щодо перерозподілу трафіка у мережі. Також є можливість обчислення показників якості обслуговування трафіка за з'єднаннями різного класу.

4. Використана в статті імітаційна модель є зручним засобом для проектувальників комп'ютерних мереж з технологією MPLS. Вона дозволяє будувати топологію мережі, досліджувати завантаженість її елементів (вузлів та каналів зв'язку), аналізувати ключові показники якості обслуговування.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Гольдштейн А.Б., Гольдштейн Б.С.* Технология и протоколы MPLS. — СПб.: БХВ, 2005. — 304 с.
2. *Олвейн В.* Структура и реализация современной технологии MPLS / Пер. с англ. — М.: Изд. дом «Вильямс», 2004. — 480 с.
3. *RFC 2702.* Requirements for Traffic Engineering Over MPLS / D. Awduche, J. Malcolm, J. Agogbua, M. O'Dell, J. McManus. — September, 1999.
4. *Osborne E.* Traffic Engineering with MPLS. — Cisco Press, 2002. — 608 p.
5. *Шеннон Р.* Имитационное моделирование систем — искусство и наука. — М.: Мир, 1978. — 422 с.
6. *Зайченко О.Ю., Кухарев С.О., Кухарева О.В.* Імітаційне моделювання мереж з технологією MPLS з метою керування різнотипним трафіком // Вісн. НТУУ «КПІ». Інформатика, управління та обчислювальна техніка. — 2007. — № 47 — С. 153–160.
7. *Кухарев С.О., Кухарева О.В.* Дослідження залежності показників якості обслуговування від варіювання параметрів мережі з технологією MPLS // Електроника и связь. — 2007. — № 4 — С. 86–92.

Надійшла 10.07.2008

УДК 62-50

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ МАКСИМАЛЬНЫХ УСЛОВНЫХ
ДИСПЕРСИЙ МНОГОМЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ
С РАЗНОТЕМПОВОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИЕЙ НА ОСНОВЕ
АДАПТИВНЫХ МОДЕЛЕЙ GARCH**

В.Д. РОМАНЕНКО, Ю.Л. МИЛЯВСКИЙ

Рассмотрен метод синтеза моделей GARCH для прогнозирования максимальных условных дисперсий многомерных гетероскедастических процессов при дискретизации входных возмущений с малыми периодами квантования, а выходных координат — с большими. Динамика процессов в стохастической среде описана матрично-полиномиальными моделями авторегрессии и скользящего среднего с разнотемповой дискретизацией. Адаптивная настройка коэффициентов моделей GARCH выполнена на основе рекуррентного метода наименьших квадратов. Приведены результаты экспериментальных исследований адаптивной настройки и прогнозирования максимальных условных дисперсий при оптимальных коэффициентах.

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1–3] рассмотрены нелинейные стохастические условно-гаусовские модели для описания динамики изменения дисперсий гетероскедастических процессов в дискретном времени с однотемповой дискретизацией входных возмущений и выходных координат. Недостаток этих моделей заключается в том, что они дают возможность прогнозировать условную дисперсию выходной координаты с приемлемой точностью только на один базовый период квантования T_0 при ограниченной минимальной выборке координат.

В [4] описаны теоретические положения проектирования разнотемповых дискретных систем прогнозирования максимальных условных дисперсий выходных координат одномерных и многомерных процессов на основе модели ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) при дискретизации входных возмущений с малыми периодами квантования, а выходных координат — с большими. Эти модели дают возможность прогнозировать максимальную выборочную условную дисперсию на большой период квантования h . Однако модель ARCH показывает низкую точность прогнозирования при воздействии возмущений типа белого шума с некоррелированными дискретными отсчетами.

В [5] предложена методика перехода от модели ARCH к модели GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) для одномерных процессов ARMA с разнотемповой дискретизацией. При этом на базе минимальной выборки на основе GARCH прогнозировалась условная дисперсия, которая не может характеризовать максимальные условные дисперсии на определенном интервале развития процесса. Описан также алгоритм адаптивной настройки коэффициентов половины модели GARCH, которые характеризуют только скользящее среднее данной модели.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Первая задача данного исследования — разработка метода прогнозирования максимальных выборочных условных дисперсий многомерных гетероскедастических процессов при переменных выборках с дискретизацией выходных координат $y_i(r_i h_i)$ с увеличенными периодами квантования $h_i = m_i T_0$, а входных координат $\xi_i(kT_0)$ — с малым базовым периодом квантования T_0 . При этом предполагается вычислять и прогнозировать на базе моделей GARCH по рекуррентной процедуре не условные дисперсии с минимальной ограниченной выборкой, а максимальные условные дисперсии на некоторых интервалах дискретного времени, так называемых «окнах», величина которых при вычислении максимальных условных дисперсий изменяется от h_i до $P_{i_{\max}} h_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$). Наибольшую величину «окна» целесообразно выбирать равной наибольшей постоянной времени процесса по данному каналу $P_{i_{\max}} h_i = T_{i_{\text{пост}}}$.

Вторая задача — разработка процедуры адаптивной настройки коэффициентов модели GARCH для достижения оптимальной точности прогнозирования максимальной условной дисперсии.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ МАКСИМАЛЬНЫХ ВЫБОРОЧНЫХ УСЛОВНЫХ ДИСПЕРСИЙ МНОГОМЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ С РАЗНОТЕМПОВОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИЕЙ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ARCH

Многомерная модель ARMA с разнотемповой дискретизацией представлена в виде [4]

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} A_{11}(z^{-1}) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_{22}(z^{-1}) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \\ 0 & 0 & \dots & A_{nn}(z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(r_1 h_1) \\ y_2(r_2 h_2) \\ \vdots \\ y_n(r_n h_n) \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} C_{11}(z^{-1}) & C_{12}(z^{-1}) & \dots & C_{1n}(z^{-1}) \\ C_{22}(z^{-1}) & C_{22}(z^{-1}) & \dots & C_{2n}(z^{-1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1}(z^{-1}) & C_{n2}(z^{-1}) & \dots & C_{nn}(z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(kT_0) \\ \xi_2(kT_0) \\ \vdots \\ \xi_n(kT_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{01} \\ a_{02} \\ \vdots \\ a_{0n} \end{bmatrix}. \quad (1)
 \end{aligned}$$

При этом соотношение периодов квантования для дискретных отсчетов выходных координат

$$h_i = m_i T_0 \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (2)$$

где m_i — целое число, большее единицы.

Тогда соотношение операторов обратного сдвига будет

$$z_i^{-1} = z^{-m_i}, \quad (3)$$

где z^{-1} — оператор обратного сдвига на один период квантования T_0 ; z_i^{-1} — оператор обратного сдвига на один период h_i . Структура полиномов в модели (1) имеет вид

$$A_{ii}(z_i^{-1}) = 1 + a_{1_i} z_i^{-1} + a_{2_i} z_i^{-2}, \quad (4)$$

$$C_{ij}(z^{-1}) = 1 + c_{1_{ij}} z^{-1} + \dots + c_{2_{m_{ij}}} z^{-2m_{ij}}, \quad (5)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$; $j = 1, 2, \dots, n$. При этом a_{0_i} — смещение i -й выходной координаты, равное $A_{ii}(1)y_{i_{cp}}$. Разнотемповую модель (1) можно представить в разностной форме для каждой выходной координаты.

$$\begin{aligned} y_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] &= -a_{1_i} y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] - a_{2_i} y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 2 \right) h_i \right] + \\ &+ \xi_1 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] + c_{1_{i_1}} \xi_1 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i - T_0 \right] + \dots + c_{2_{m_{i_1}}} \xi_1 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i - 2m_i T_0 \right] + \\ &+ \xi_2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] + c_{1_{i_2}} \xi_2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i - T_0 \right] + \dots + c_{m_{i_2}} \xi_2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i - m_i T_0 \right] + \dots \\ &\dots + c_{2_{m_{i_2}}} \xi_2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i - 2m_i T_0 \right] + \dots + \xi_n \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] + c_{1_{i_n}} \xi_n \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i - T_0 \right] + \dots \\ &\dots + c_{m_{i_n}} \xi_n \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i - m_i T_0 \right] + \dots \\ &\dots + c_{2_{m_{i_n}}} \xi_n \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i - 2m_i T_0 \right] + a_{0_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (6)$$

Алгоритм прогнозирования максимальной выборочной условной дисперсии многомерного процесса для последовательности $\left\{ y_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] \right\}$ выполняется на основе следующей рекуррентной процедуры.

1. Определение выборочного условного математического ожидания выходной координаты y_i на протяжении «окна» $p_i h_i$.

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{p_i} \sum_{j_i=\left[\frac{k}{m_i}\right]-p_i+1}^{\left[\frac{k}{m_i}\right]} M_{j_i-1} \{y_i(j_i h)\} &= \frac{1}{p_i} \left\{ -a_{1_i} y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] - \right. \\
 &- a_{2_i} y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 2 \right) h_i \right] + c_{m_{i1}} \xi_1 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i - m_i T_0 \right] + \dots \\
 &\dots + c_{2m_{ij}} \xi_1 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i - 2m_i T_0 \right] + c_{m_{i2}} \xi_2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i - m_i T_0 \right] + \dots \\
 &\dots + c_{2m_{i2}} \xi_2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i - 2m_i T_0 \right] + \dots + c_{m_{in}} \xi_n \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i - m_i T_0 \right] + \dots \\
 &\dots + c_{2m_{in}} \xi_n \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i - 2m_i T_0 \right] - \dots - a_{1_i} y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - p_i \right) h_i \right] - \\
 &- a_{2_i} y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - p_i - 1 \right) h_i \right] + c_{m_{i1}} \xi_1 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - p_i + 1 \right) h_i - m_i T_0 \right] + \dots \\
 &\dots + c_{2m_{i1}} \xi_1 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - p_i + 1 \right) h_i - 2m_i T_0 \right] + \dots + c_{m_{in}} \xi_n \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] - \right. \\
 &\left. - p_i + 1 \right) h_i - m_i T_0 \right] + \dots + c_{2m_{in}} \xi_n \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - p_i + 1 \right) h_i - 2m_i T_0 \right] + p_i a_{0_i} \left. \right\}. \quad (7)
 \end{aligned}$$

2. Вычисление выборочной условной дисперсии на интервале $p_i h_i$ для последовательности $\left\{ y_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] \right\}$.

$$\begin{aligned}
 \text{var} \left\{ y_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] \middle| y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right], \dots, y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - p_i \right) h_i \right] \right\} &= \\
 &= \frac{1}{p_i} \sum_{j_i=\left[\frac{k}{m_i}\right]-p_i+1}^{\left[\frac{k}{m_i}\right]} \left\{ y(j_i h_i) - \frac{1}{p_i} \sum_{j_i=\left[\frac{k}{m_i}\right]-p_i+1}^{\left[\frac{k}{m_i}\right]} M_{j_i-1} \{y_i(j_i h_i)\} \right\}^2, \quad (8)
 \end{aligned}$$

$i = 1, 2, \dots, n$.

3. Определение максимального значения выборочной условной дисперсии при изменении p_i в интервале $1 \leq p_i \leq p_{i_{\max}}$ на основе выражений (7), (8).

$$\sup_{1 \leq p_i \leq p_{i_{\max}}} \text{var} \left\{ y_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] \middle| y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right], \dots \right\}$$

$$\dots, y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - p_i \right) h_i \right] \Big\} = \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right], \quad (9)$$

где $p_{i_{\max}}$ устанавливается на основе $p_{i_{\max}} h_i = T_{i_{\text{пост}}}$. При этом $T_{i_{\text{пост}}}$ — постоянная времени, которая характеризует инерционность координаты y_i .

4. Вычисление ряда максимальных выборочных условных дисперсий при $i = 1, 2, \dots, n$ на основе выражений

$$\hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] = \sup_{1 \leq p_i \leq p_{i_{\max}}} \text{var} \left\{ y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] \middle| y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 2 \right) h_i \right], \dots, y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - p_i \right) h_i \right] \right\},$$

$$\hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - \mu_i \right) h_i \right] = \sup_{1 \leq p_i \leq p_{i_{\max}}} \text{var} \left\{ y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - \mu_i \right) h_i \right] \middle| y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - \mu_i - 1 \right) h_i \right], \dots, y_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - \mu_i - p_i \right) h_i \right] \right\}.$$

5. Построение математической модели ARCH динамики максимальных выборочных условных дисперсий для каждой координаты y_i на основе данных вычисленных рядов путем применения метода наименьших квадратов (МНК) в виде модели авторегрессии

$$\hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] = \hat{\alpha}_{1_i} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] + \dots + \hat{\alpha}_{\mu_i} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - \mu_i \right) h_i \right] + w_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] + \hat{\gamma}_i, \quad (10)$$

где $w_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right]$ — процесс дискретного белого шума с нулевым средним.

Уравнение (10) представляет авторегрессионную условно гетероскедастическую модель ARCH, на основе которой выполняется прогнозирование максимальной выборочной условной дисперсии (9) на один большой период квантования $h_i = m_i T_0$.

$$\hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] + 1 \right) h_i \right] = \hat{\alpha}_{1_i} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] + \hat{\alpha}_{2_i} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] + \dots + \hat{\alpha}_{\mu_i} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - \mu_i + 1 \right) h_i \right] + \hat{\gamma}_i. \quad (11)$$

Цель данной статьи — на основе модели ARCH (10) разработать обобщенную авторегрессионную условно гетероскедастическую модель GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) с большим периодом квантования $h_i = m_i T_0$ для описания динамики изменяющейся условной дисперсии по i -му каналу и исследовать вопросы достижения максимальной точности прогнозирования.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ GARCH ПРИ ПЕРИОДЕ КВАНТОВАНИЯ

$$h_i = m_i T_0$$

Введем новые переменные.

$$\hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] = \sqrt{H_{i_{\max}} \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right]} v_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right], \quad (12)$$

где $v_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right]$ — нормальная последовательность с нулевым средним и единичной дисперсией

$$M \left\{ v_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] \right\} = 0, \quad M \left\{ v_i^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] \right\} = 1.$$

На основе (12) для максимальной выборочной условной дисперсии можно записать

$$\hat{\xi}_{i_{\max}}^2 = H_{i_{\max}} \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] v_i^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right]. \quad (13)$$

Если предположить, что

$$\begin{aligned} H_{i_{\max}} \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] &= \gamma_i + \alpha_{1_i} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] + \dots \\ &\dots + \alpha_{\mu_i} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - \mu_i \right) h_i \right], \end{aligned} \quad (14)$$

то, согласно выражению (12),

$$\begin{aligned} M \left[\frac{k}{m_i} - 1 \right] \left\{ \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] \right\} &= \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right], \\ \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 2 \right) h_i \right], \dots, \right\} &= \gamma_i + \alpha_{1_i} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] + \dots \end{aligned}$$

$$\dots + \alpha_{\mu_i} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] - \mu_i \right] h_i \Big].$$

Если подставить (13), (14) в выражение (10), получим

$$\begin{aligned} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] &= H_{i_{\max}} \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] v_i^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] = \\ &= H_{i_{\max}} \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] + w_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right]. \end{aligned} \tag{15}$$

Таким образом, $H_{i_{\max}} \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right]$ представляет собой линейную проек-

цию максимального значения квадрата ошибки $\hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right]$ и является прогнозом для максимальной условной дисперсии $\hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right]$.

Учитывая представление (13), инновацию $w_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right]$ в уравнении авторегрессии (10) можно записать так:

$$w_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] = \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] - H_{i_{\max}} \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] = \left\{ v_i^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] - 1 \right\}. \tag{16}$$

В то время как безусловная дисперсия $w_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right]$ является постоянной, условная дисперсия согласно (16) со временем изменяется. Запишем формулу (14) следующим образом:

$$H_{i_{\max}} \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] = \gamma_i + (\alpha_{1_i} z_i^{-1} + \alpha_{2_i} z_i^{-2} + \dots + \alpha_{\mu_i} z_i^{-\mu_i}) \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right], \tag{17}$$

где z_i^{-1} — оператор обратного сдвига на период квантования $h_i = m_i T_0$. Представим полином $(\alpha_{1_i} z_i^{-1} + \alpha_{2_i} z_i^{-2} + \dots + \alpha_{\mu_i} z_i^{-\mu_i})$ в виде отношения

$$(\alpha_{1_i} z_i^{-1} + \alpha_{2_i} z_i^{-2} + \dots + \alpha_{\mu_i} z_i^{-\mu_i}) = \frac{(r_{1_i} z_i^{-1} + r_{2_i} z_i^{-2} + \dots + r_{\mu_i+n_i} z_i^{-(\mu_i+n_i)})}{(1 - \sigma_{1_i} z_i^{-1} - \sigma_{2_i} z_i^{-2} - \dots - \sigma_{n_i} z_i^{-n_i})}. \tag{18}$$

При этом корни уравнения $(1 - \sigma_{1_i} z_i^{-1} - \sigma_{2_i} z_i^{-2} - \dots - \sigma_{n_i} z_i^{-n_i}) = 0$ должны находиться в середине круга единичного радиуса. Применяя выражение(18), можно представить равенство (17) в виде конечно-разностного уравнения

$$\begin{aligned}
 H_{i_{\max}} \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] &= \lambda_i + \sigma_{1_i} H_{i_{\max}} \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] + \\
 &+ \sigma_{2_i} H_{i_{\max}} \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 2 \right) h_i \right] + \dots + \sigma_{n_i} H_{i_{\max}} \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i \right) h_i \right] + \\
 &+ r_{1_i} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] + r_{2_i} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 2 \right) h_i \right] + \dots \\
 &\dots + r_{\mu_i + n_i} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - \mu_i - n_i \right) h_i \right], \tag{19}
 \end{aligned}$$

где $\lambda_i = (1 - \sigma_{1_i} - \sigma_{2_i} - \dots - \sigma_{n_i}) \gamma_i$.

Прибавим к обеим частям равенства (19) $\hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right]$ и выполним преобразование полученного выражения с учетом (15).

$$\begin{aligned}
 H_{i_{\max}} \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] + \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] &= \lambda_i - \sigma_{1_i} w_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - \right. \right. \\
 &\left. \left. - 1 \right) h_i \right] - \sigma_{2_i} w_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 2 \right) h_i \right] - \dots - \sigma_{n_i} w_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i \right) h_i \right] + \\
 &+ (\sigma_{1_i} + r_{1_i}) \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] + (\sigma_{2_i} + r_{2_i}) \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 2 \right) h_i \right] + \dots \\
 &\dots + (\sigma_{n_i} + r_{n_i}) \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i \right) h_i \right] + r_{n_i+1} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i - 1 \right) h_i \right] + \dots \\
 &\dots + r_{\mu_i + n_i} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - \mu_i - n_i \right) h_i \right] + \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right].
 \end{aligned}$$

При $H_{i_{\max}} \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] = \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] - w_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right]$ преобразуем предыдущее выражение к виду

$$\hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] = \lambda_i + (\sigma_{1_i} + r_{1_i}) \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] +$$

$$\begin{aligned}
 & + (\sigma_{2_i} + r_{2_i}) \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 2 \right) h_i \right] + \dots + (\sigma_{n_i} + r_{n_i}) \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i \right) h_i \right] + \\
 & + r_{n_{i+1}} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i - 1 \right) h_i \right] + \dots + r_{\mu_i + n_i} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - \mu_i - n_i \right) h_i \right] + \\
 & + w_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] - \sigma_{1_i} w_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] - \dots - \sigma_{n_i} w_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i \right) h_i \right], \quad (20)
 \end{aligned}$$

где возмущения определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}
 w_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] &= \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] - H_{i_{\max}} \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right], \\
 \dots \\
 w_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i \right) h_i \right] &= \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i \right) h_i \right] - H_{i_{\max}} \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i \right) h_i \right].
 \end{aligned}$$

Выражение (20) представляет модель GARCH для i -го канала многомерного процесса при периоде квантования $h_i = m_i T_0$, в которой учитывается динамика изменения четвертого момента $(1 - \sigma_{1_i} z_i^{-1} - \sigma_{2_i} z_i^{-2} - \dots - \sigma_{n_i} z_i^{-n_i}) w_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right]$ в модели изменения максимальной выборочной условной дисперсии $\hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right]$.

На основе модели (20) можно прогнозировать максимальную выборочную условную дисперсию на один большой период квантования $h_i = m_i T_0$ по i -му каналу

$$\begin{aligned}
 \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] + 1 \right) h_i \right] &= \lambda_i + (\sigma_{1_i} + r_{1_i}) \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] + \\
 & + (\sigma_{2_i} + r_{2_i}) \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] + \dots + (\sigma_{n_i} + r_{n_i}) \times \\
 & \times \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i + 1 \right) h_i \right] + r_{n_{i+1}} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i \right) h_i \right] + \dots \\
 & \dots + r_{\mu_i + n_i} \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - \mu_i - n_i + 1 \right) h_i \right] -
 \end{aligned}$$

$$-\sigma_{1_i} w_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] - \dots - \sigma_{n_i} w_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i + 1 \right) h_i \right]. \quad (21)$$

АДАПТИВНАЯ НАСТРОЙКА КОЭФФИЦИЕНТОВ МОДЕЛЕЙ GARCH

Для достижения максимальной точности прогнозирования согласно (21) необходимо выполнять адаптивную настройку коэффициентов модели GARCH (20) из условия минимизации критерия оптимальности

$$I_{N_i} = \sum_{\left[\frac{k}{m_i} \right]=1}^N \left\{ \bar{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] - \hat{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] \right\}^2, \quad (22)$$

где $\bar{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right]$ — вычисленное значение максимальной выборочной ус-

ловной дисперсии по i -му каналу на основе (8), (9), а $\hat{\xi}_{i_{\max}}^2$ — дисперсия, которая определяется по модели GARCH (20).

Запишем критерий (22) как

$$I_{N_i} = \sum_{\left[\frac{k}{m_i} \right]=1}^N \left\{ \bar{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] - \bar{X}_i^T \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] \hat{\theta}_i \right\}^2 \rightarrow \min, \quad (23)$$

где векторы оцениваемых коэффициентов $\hat{\theta}_i$ согласно модели (20) будут равны

$$\hat{\theta}_i = \left[(\sigma_{1_i} + r_{1_i}), (\sigma_{2_i} + r_{2_i}), \dots, (\sigma_{n_i} + r_{n_i}), r_{n_i+1}, \dots, r_{\mu_i+n_i}, \sigma_{1_i}, \dots, \sigma_{n_i}, \lambda_i \right]^T, \quad (24)$$

а вектор вычисляемых координат

$$\begin{aligned} \bar{X}_i^T \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] = & \left\{ \bar{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right], \bar{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 2 \right) h_i \right], \dots \right. \\ & \dots, \bar{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i \right) h_i \right], \bar{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i - 1 \right) h_i \right], \dots \\ & \left. \dots, \bar{\xi}_{i_{\max}}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - \mu_i - n_i \right) h_i \right], -w_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right], \dots, -w_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - n_i \right) h_i \right], 1 \right\}. \end{aligned}$$

Для оценивания неизвестных оптимальных коэффициентов $\hat{\theta}_i$ согласно (24), при которых минимизируется критерий (23), применяется рекуррентный метод наименьших квадратов (РМНК).

$$\hat{\theta}_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] = \hat{\theta}_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] + K_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] \times \\ \times \left\{ \overset{=2}{\xi}_{i_{\max}} \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] - \bar{X}_i^T \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] \hat{\theta}_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] \right\}, \quad (25)$$

$$K_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] = P_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] \bar{X}_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] \times \\ \times \left\{ 1 + \bar{X}_i^T \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] P_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] \bar{X}_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] \right\}^{-1}, \quad (26)$$

$$P_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] = P_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] - P_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] \times \\ \times \bar{X}_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] \left\{ 1 + \bar{X}_i^T \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] P_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right] \times \right. \\ \left. \times \bar{X}_i \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] \right\}^{-1} \bar{X}_i^T \left[\left[\frac{k}{m_i} \right] h_i \right] P_i \left[\left(\left[\frac{k}{m_i} \right] - 1 \right) h_i \right], \quad (i=1,2,\dots,n). \quad (27)$$

Таким образом, процедура РМНК (25)–(27) повторяется на каждом шаге n раз для оценки коэффициентов $\hat{\theta}_i$ по каждому каналу многомерного процесса.

Пример. Модель ARMA двумерного процесса с разнотемповой дискретизацией [6] при $h_1 = 5T_0$, $h_2 = 10T_0$ имеет вид

$$\begin{bmatrix} A_{11}(z^{-1}) & 0 \\ 0 & A_{22}(z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \left[\left[\frac{k}{5} \right] h_1 \right] \\ y_2 \left[\left[\frac{k}{10} \right] h_2 \right] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}(z^{-1}) & C_{12}(z^{-1}) \\ C_{21}(z^{-1}) & C_{22}(z^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(kT_0) \\ \xi_2(kT_0) \end{bmatrix},$$

где $A_{11}(z^{-1}) = 1 - 0,9048z^{-5}$; $A_{22}(z^{-1}) = 1 - 0,9044z^{-10}$;

$$C_{11}(z^{-1}) = 1 + 0,4802z^{-1} + 0,4707z^{-2} + 0,46137z^{-3} + 0,45223z^{-4} - 0,46156z^{-5};$$

$$C_{12}(z^{-1}) = 1 + 1,5802z^{-1} + 1,5489z^{-2} + 1,51824z^{-3} + 1,48818z^{-4} + 0,55387z^{-6};$$

$$C_{21}(z^{-1}) = 1 + 0,29z^{-1} + 0,287z^{-2} + 0,2842z^{-3} + 0,28138z^{-4} + 0,27857z^{-5} + \\ + 0,2558z^{-6} + 0,273z^{-7} + 0,2703z^{-8} + 0,26759z^{-9} + 0,2649z^{-10};$$

$$C_{22}(z^{-1}) = 1 + 0,54z^{-1} + 0,534z^{-2} + 0,5292z^{-3} + 0,5239z^{-4} + \\ + 0,51872z^{-5} - 0,51353z^{-6} + 0,50839z^{-7} + 0,5033z^{-8} + 0,4982z^{-9} - 0,41107z^{-10}.$$

Модель GARCH (20) для первого и второго каналов двумерного процесса получена в следующей форме:

$$\hat{\xi}_{1\max}^2 \left[\left[\frac{k}{5} \right] h_1 \right] = (\sigma_{1_1} + r_{1_1}) \hat{\xi}_{1\max}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{5} \right] - 1 \right) h_1 \right] + \\ + r_{2_1} \hat{\xi}_{1\max}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{5} \right] - 2 \right) h_1 \right] + r_{3_1} \hat{\xi}_{1\max}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{5} \right] - 3 \right) h_1 \right] + \\ + w_1 \left[\left[\frac{k}{5} \right] h_1 \right] - \sigma_{1_1} w_1 \left[\left(\left[\frac{k}{5} \right] - 1 \right) h_1 \right], \quad (28)$$

$$\hat{\xi}_{2\max}^2 \left[\left[\frac{k}{10} \right] h_2 \right] = (\sigma_{1_2} + r_{1_2}) \hat{\xi}_{2\max}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{10} \right] - 1 \right) h_2 \right] + \\ + r_{2_2} \hat{\xi}_{2\max}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{10} \right] - 2 \right) h_2 \right] + r_{3_2} \hat{\xi}_{2\max}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{10} \right] - 3 \right) h_2 \right] + \\ + w_2 \left[\left[\frac{k}{10} \right] h_2 \right] - \sigma_{1_2} w_2 \left[\left(\left[\frac{k}{10} \right] - 1 \right) h_2 \right]. \quad (29)$$

На рис. 1, 2 приведены результаты цифрового моделирования по прогнозированию максимальных условных дисперсий $\hat{\xi}_{1\max}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{5} \right] + 1 \right) h_1 \right]$ и $\hat{\xi}_{2\max}^2 \left[\left(\left[\frac{k}{10} \right] + 1 \right) h_2 \right]$, которые сравниваются с вычисленными значениями по формулам (8), (9) при $P_{1\max} = 12$; $P_{2\max} = 6$.

На рис. 3–10 приведены графики адаптивной настройки моделей GARCH (28), (29) на основе РМНК (23)–(27). На основе результатов цифрового моделирования можно выполнить следующий анализ.

Составление классической модели GARCH [2] основано на предварительном определении ряда дискретных отсчетов условных дисперсий, которые на каждом периоде квантования численно равны $\hat{\xi}^2[(k-i)T_0]$ при $i = 0, 1, 2, \dots, q$. Отдельные отсчеты $\hat{\xi}^2[(k-i)T_0]$ слабо коррелированы друг с другом [4, рис. 2], так как $\xi[(k-i)T_0]$ являются некоррелированными отсчетами белого шума. Поэтому представление динамики слабо коррелированных отсчетов изменяющихся условных дисперсий в виде нелинейной

условно-гауссовской модели GARCH не обеспечивает высокого качества прогнозирования будущего значения условной дисперсии $\hat{\xi}^2[(k+1)T_0]$.

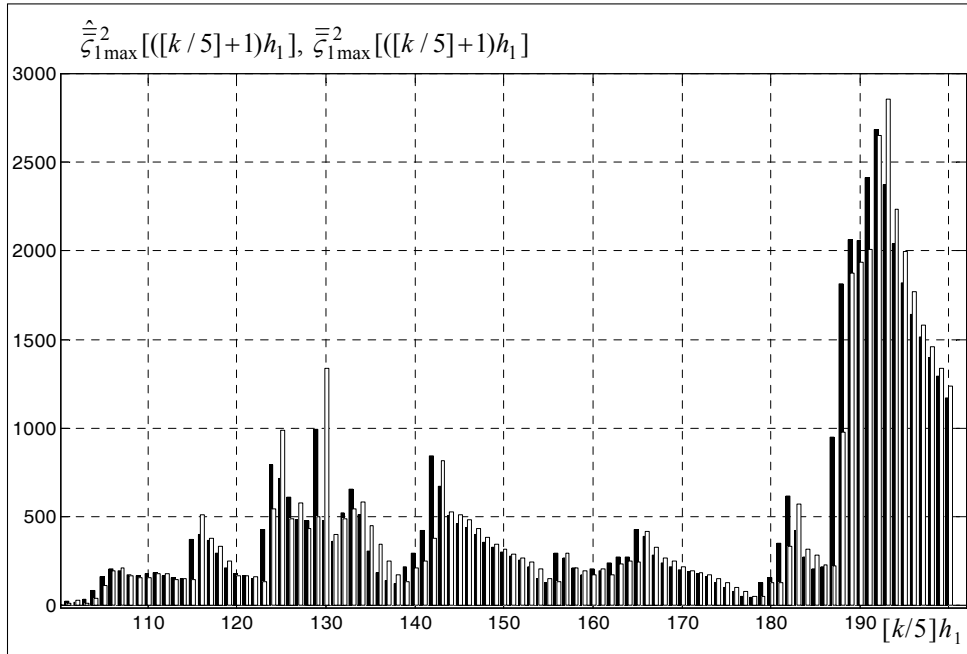


Рис. 1. График вычисления (черный цвет) и прогнозирования (белый) максимальной условной дисперсии $\bar{\xi}_{1\max}^2[(\lfloor k/5 \rfloor + 1)h_1]$

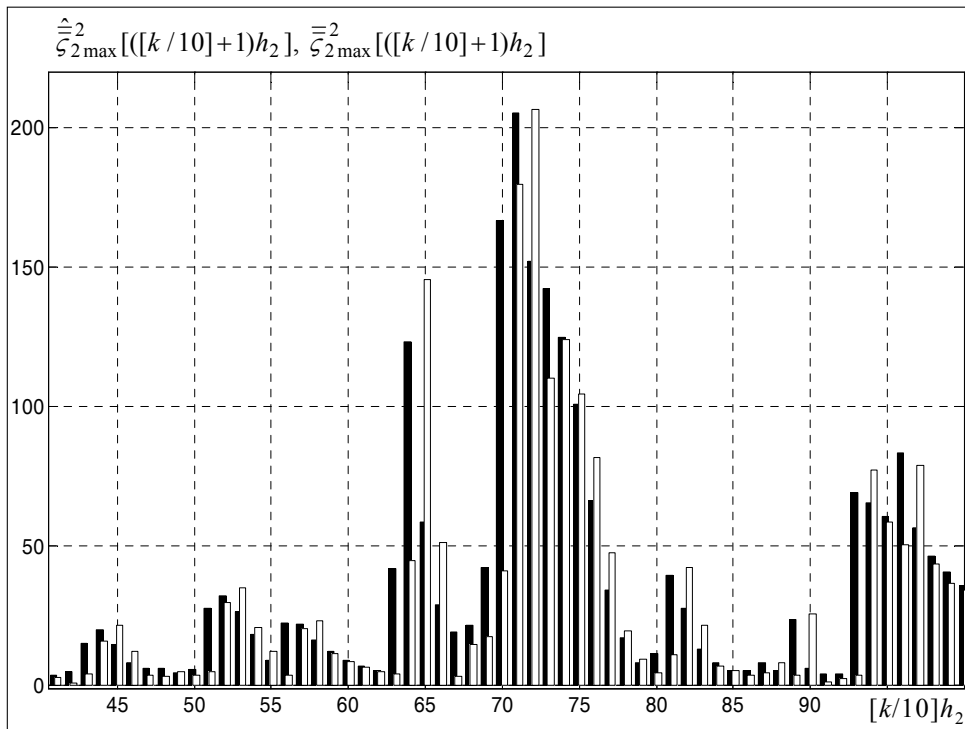


Рис. 2. График вычисления (черный цвет) и прогнозирования (белый) максимальной условной дисперсии $\bar{\xi}_{2\max}^2[(\lfloor k/10 \rfloor + 1)h_2]$

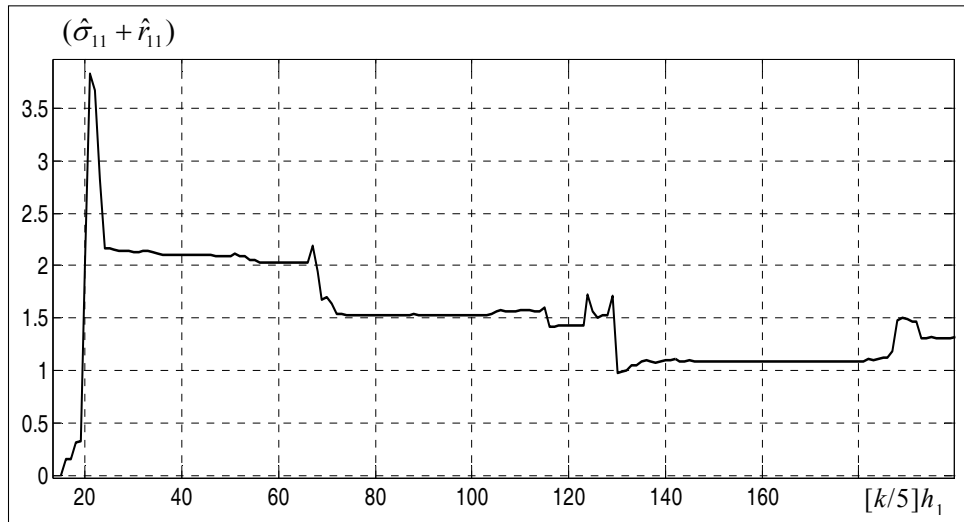


Рис. 3. График адаптивной настройки коэффициента $(\hat{\sigma}_{11} + \hat{r}_{11})$ по РМНК

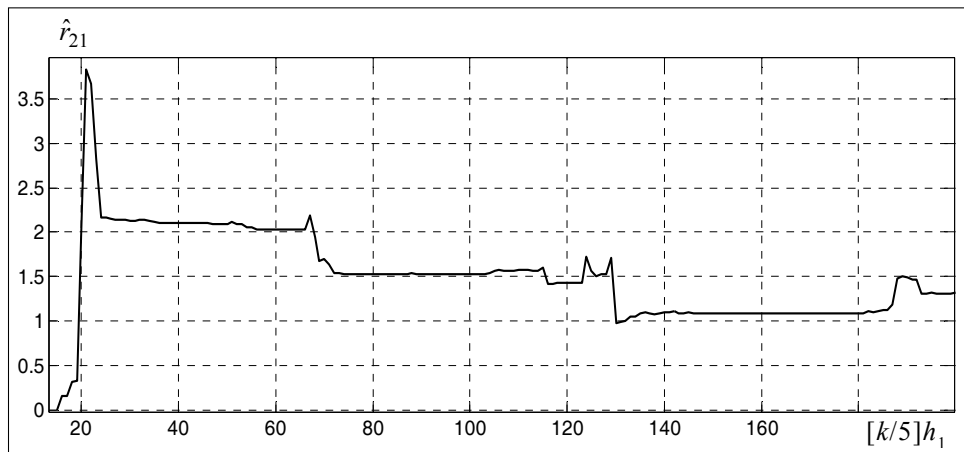


Рис. 4. График адаптивной настройки коэффициента \hat{r}_{21} по РМНК

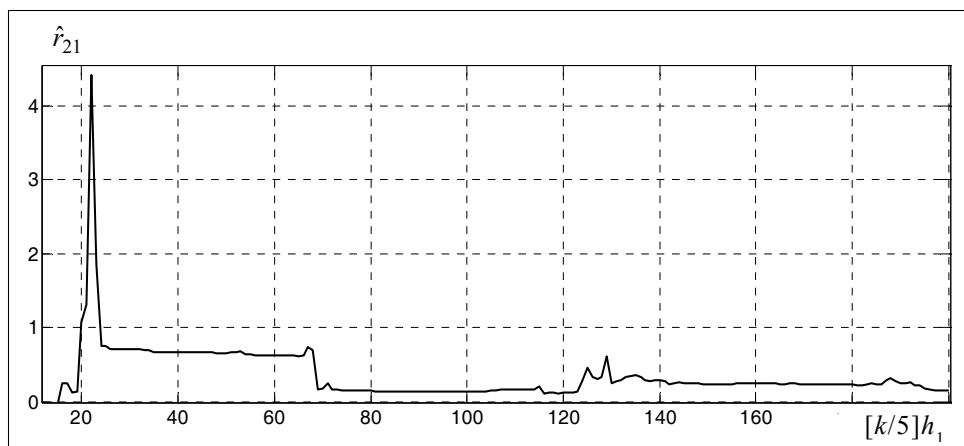


Рис.5. График адаптивной настройки коэффициента \hat{r}_{31} по РМНК

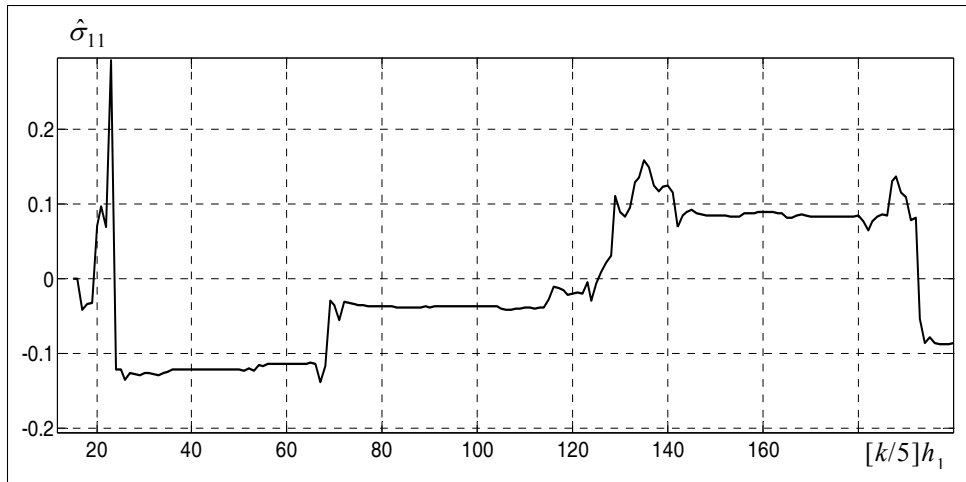


Рис. 6. График адаптивной настройки коэффициента $\hat{\sigma}_{11}$ по РМНК

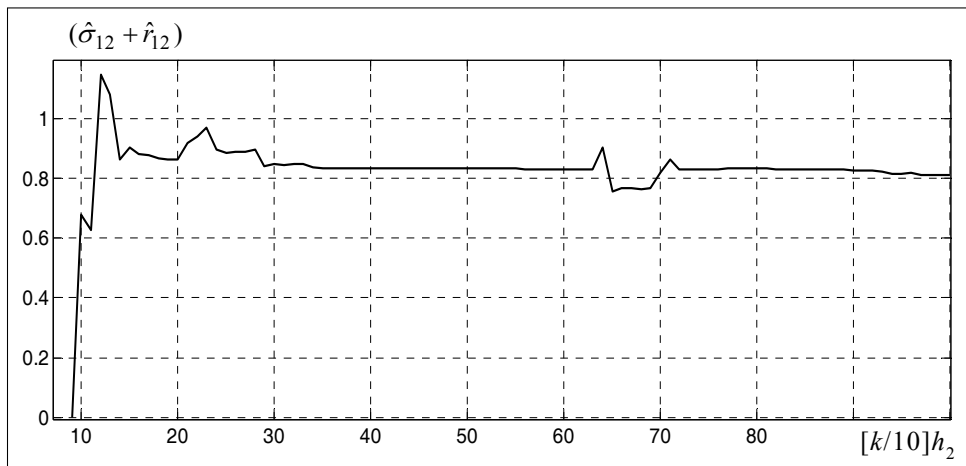


Рис. 7. График адаптивной настройки коэффициента $(\hat{\sigma}_{12} + \hat{r}_{12})$ по РМНК

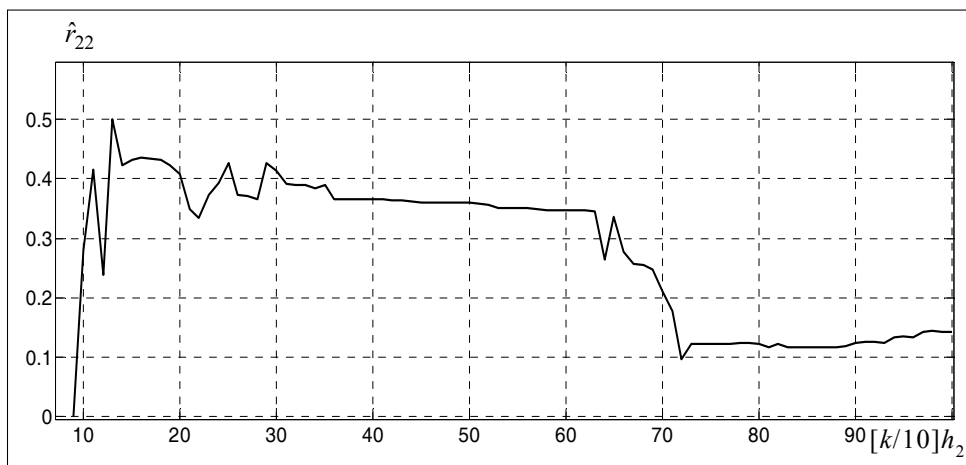


Рис. 8. График адаптивной настройки коэффициента \hat{r}_{22} по РМНК

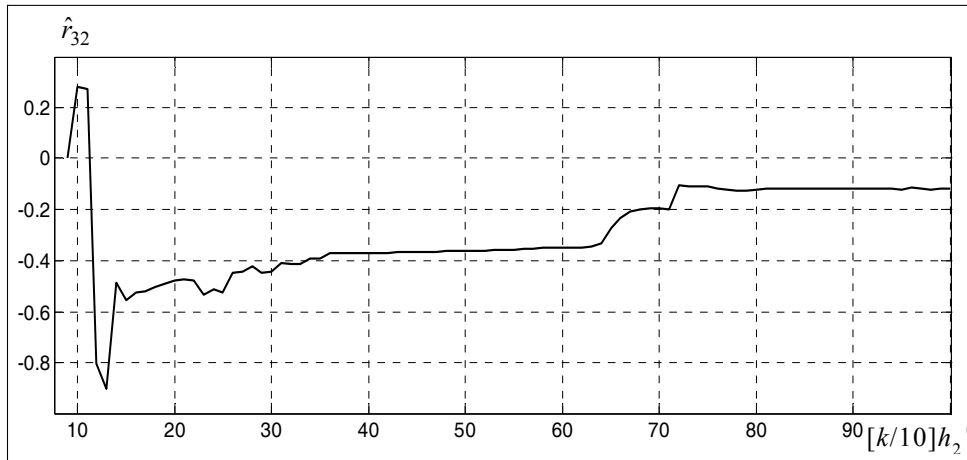


Рис. 9. График адаптивной настройки коэффициента \hat{r}_{32} по РМНК

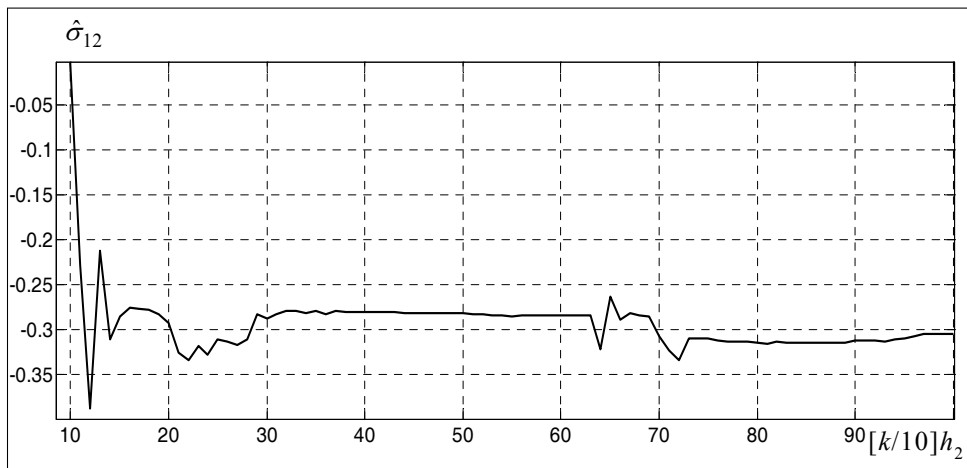


Рис. 10. График адаптивной настройки коэффициента $\hat{\sigma}_{12}$ по РМНК

Синтез моделей GARCH в данной статье производится на основе предварительной разработки моделей ARCH для максимальных выборочных условных дисперсий, которые определяются на базе (7)–(10). В процессе этой процедуры влияния отдельных отсчетов условных дисперсий усредняются на протяжении «окна» $p_i h_i$, что значительно увеличивает корреляцию между вычисленными отсчетами максимальных выборочных условных дис-

персий $\hat{\xi}_{j_{\max}} \triangleq \left[\left(\left[\frac{k}{m_j} \right] - i \right) h_i \right]$, $i = 0, 1, \dots, \mu_j$, на основе которых разрабатыва-

ется модель GARCH. Поэтому прогнозирование по этой модели максимальных выборочных условных дисперсий, как это показано в примере, получается более точным по сравнению с прогнозированием условной дисперсии по классической модели GARCH.

ВЫВОДЫ

Разработан метод синтеза моделей GARCH для прогнозирования максимальных выборочных условных дисперсий выходных координат многомерных гетероскедастических процессов на увеличенные периоды квантования $h_i = m_i T_0$ при дискретизации входных возмущений с малыми периодами квантования, а выходных координат — с большими.

Разработан алгоритм адаптивной настройки всех коэффициентов модели GARCH для многомерного процесса на основе РМНК.

Проведены экспериментальные исследования по прогнозированию дисперсий выходных координат двумерного процесса с разнотемповой дискретизацией и адаптивной настройке коэффициентов синтезированных моделей GARCH.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бідюк П.І. Системний підхід до прогнозування на основі моделей часових рядів // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2003. — № 3. — С. 88–110.
2. Hamilton J.D. Time series analysis. — N.Y.: Prinseton Universiti Press. — 1994. — 799 p.
3. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Т. 1. Факты. Модели. — М.: Фазис, 1998. — 512 с.
4. Романенко В.Д. Прогнозирование и минимизация дисперсий гетероскедастических процессов на основе моделей с разнотемповой дискретизацией // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2007. — № 2. — С. 115–130.
5. Романенко В.Д., Билый А.В. Синтез и адаптивная настройка моделей GARCH для прогнозирования дисперсий гетероскедастических процессов с разнотемповой дискретизацией // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2008. — № 1. — С. 114–126.
6. Романенко В.Д. Прогнозирование динамических процессов на основе математических моделей временных рядов с разнотемповой дискретизацией // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2005. — № 2. — С. 23–41.

Поступила 11.02.2009

НАБЛИЖЕНІ ЕКСТРЕМАЛЬНІ РОЗВ'ЯЗКИ ДЛЯ ЕВОЛЮЦІЙНИХ ВКЛЮЧЕНЬ СУБДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ТИПУ

В.В. ЯСІНСЬКИЙ, О.А. КАПУСТЯН

Розглядається задача знаходження наближеного оптимального керування у формі оберненого зв'язку для еволюційного включення субдиференціального типу, яке зазнає збурень виду $\varepsilon F(y)$, де $\varepsilon > 0$ — малий параметр, F — многозначне відображення. За умови, що при $\varepsilon = 0$ задача допускає синтез $u[t, y]$, доведено: формула $u[t, y]$ реалізує наближений синтез вихідної задачі при малих $\varepsilon > 0$.

ВСТУП

Розглядається задача оптимального керування для одного класу еволюційних включень субдиференціального типу. Теорія екстремальних розв'язків еволюційних включень у нескінченновимірних просторах є сучасним напрямом у теорії оптимізації, яка активно розвивається завдяки системному підходу, розробленому в роботах [1–3]. Використовуючи [1–3], загальні результати про розв'язність та властивості розв'язків нескінченновимірних еволюційних включень з [4–6], а також конструктивні методи точного та наближеного синтезу в лінійно-квадратичних нескінченновимірних задачах [7, 8], в статті розв'язана задача наближеного синтезу для еволюційного включення з правою многозначною частиною виду $\varepsilon F(y)$ при малих $\varepsilon > 0$ за умови, що при $\varepsilon = 0$ має місце точний синтез. Отримані результати застосовано до оптимізаційної моделі збереження колективних знань, запропонованої в [9].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА ОСНОВНІ УМОВИ

Нехай H — сепарабельний гільбертів простір, $\|\cdot\|$ і (\cdot, \cdot) — норма і скалярний добуток в H , $\varphi: H \rightarrow (-\infty, +\infty]$ — власна, опукла, напівнеперервна знизу функція, $cl_H(D(\varphi)) = H$, $\partial\varphi$ — її субдиференціал, $F: H \rightarrow 2^H$ — многозначне відображення, $\varepsilon > 0$ — малий параметр.

Для заданих $p \in L^1(0, T; H)$, $g \in H$ розглядається задача оптимального керування

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} \in -\partial\varphi(y) + \varepsilon F(y) + p(t) + g \cdot u(t), & t \in (0, T), \\ y(0) = y_0 \in H, \end{cases} \quad (1)$$

$$u(\cdot) \in U \subset L^2(0, T) \text{ — замкнена, опукла,} \quad (2)$$

$$J(y, u) \rightarrow \inf. \quad (3)$$

Нехай $\{\hat{y}_\varepsilon, \hat{u}_\varepsilon\}$ — оптимальний процес в (1)–(3), $\hat{J}_\varepsilon = J(\hat{y}_\varepsilon, \hat{u}_\varepsilon)$ — значення задачі. Нехай при $\varepsilon = 0$ задача (1)–(3) допускає синтез $u = u[t, y]$, на якому реалізується значення \hat{J}_0 цієї задачі.

Основною метою роботи є доведення твердження, що формула $u[t, y]$ дає наближений синтез вихідної задачі (1)–(3) при малих $\varepsilon > 0$, тобто для будь-якого розв'язку $\tilde{y}_\varepsilon(\cdot)$

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} \in -\partial\varphi(y) + \varepsilon F(y) + p(t) + g \cdot u[t, y], & t \in (0, T), \\ y(0) = y_0 \end{cases} \quad (4)$$

справедлива гранична рівність

$$|J(\tilde{y}_\varepsilon, u[t, \tilde{y}_\varepsilon]) - \hat{J}_\varepsilon| \rightarrow 0, \quad \varepsilon \rightarrow 0.$$

Сформулюємо основні умови, накладені на параметри задачі.

- 1) $\forall R > 0$ множина $M_R = \{u \in H \mid \|u\| \leq R, \varphi(u) \leq R\}$ — компакт в H ;
- 2) $F : H \rightarrow C_v(H)$, де $C_v(H)$ — сукупність всіх непорожніх, обмежених, замкнених, опуклих підмножин H ;
- 3) F — напівнеперервна зверху в тому сенсі, що $\forall \varepsilon > 0, \forall u_0 \in H, \exists \delta > 0$:

$$\forall u \in O_\varepsilon(u_0), F(u) \subset O_\varepsilon(F(u_0)),$$

де $O_\varepsilon(A) = \{u \in H \mid \inf_{z \in A} \|u - z\| < \varepsilon\}$ — ε -окіл множини $A \subset H$;

$$4) \exists C_1, C_2 \geq 0, \forall u \in H \quad \|F(u)\|_+ := \sup_{z \in F(u)} \|z\| \leq C_1 + C_2 \|\varphi\|;$$

5) функціонал J — напівнеперервний знизу на $C([0, T]; H) \times L_w^2(0, T)$;

6) функціонал J — неперервний на $C([0, T]; H) \times L^2(0, T)$;

7) $\exists \gamma > 0, \exists C_3 \geq 0, \forall y \in C([0, T]; H), \forall u \in U$:

$$J(y, u) \geq -C + \gamma \int_0^T |u(t)|^2 dt;$$

8) задача (1)–(3) при $\varepsilon = 0$ має єдиний розв'язок $\{\hat{y}, \hat{u}\}$, причому \hat{u} — це форма оберненого зв'язку, тобто $\hat{u}(t) = u[t, \hat{y}(t)]$, де функція $u : [0, T] \times H \rightarrow R$ вимірна по першій змінній і неперервна;

9) $\forall y \in H, \forall t \in [0, T], \exists \alpha(\cdot), \beta(\cdot) \in L^2(0, T) \quad |u[t, y]| \leq \alpha(t) + \beta(t) \|y\|$.

Умови 1) – 4) потрібні для розв'язності (1) при кожному фіксованому $u \in U$ [6], умови 5) – 7) — для розв'язності (1)–(3), а 8), 9) продиктовані, з одного боку, виглядом і властивостями синтезованого керування в лінійно-

квадратичних задачах за наявності обмежень на керування [7, 8], а з іншого — необхідністю доводити розв'язність задачі (4) [6].

ОСНОВНИЙ РЕЗУЛЬТАТ

Доведення основного твердження розіб'ємо на декілька кроків, кожен з яких представляє самостійний інтерес.

Лема 1. За умов 1)–7) $\forall \varepsilon > 0$ задача (1)–(3) має, принаймні, один розв'язок.

Доведення. Оскільки $\forall u(\cdot) \in U, g \cdot u \in L^2(0, T; H), p(\cdot) \in L^1(0, T; H)$, то з роботи [5] маємо, що $\forall \varepsilon > 0, \forall u(\cdot) \in U$ існує $y(\cdot) \in C([0, T]; H)$ — інтегральний розв'язок (1).

Нехай $\{y_n, u_n\}$ — мінімізуюча послідовність в (1)–(3) при фіксованому ε . Тоді $\hat{J}_\varepsilon = \lim_{n \rightarrow \infty} J(y_n, u_n)$, а з оцінки 7) випливає, що $\{u_n\}$ — обмежена в $L^2(0, T)$. Тому по деякій підпослідовності $u_n \rightarrow \tilde{u}$ слабо в $L^2(0, T)$, причому $\tilde{u} \in U$.

Нехай $y_n(\cdot)$ — інтегральний розв'язок (1) з керуванням $u_n(\cdot)$. Тоді $\exists f_n \in L^1(0, T; H), f_n(t) \in F(y_n(t))$ майже скрізь така, що $y_n(\cdot)$ — інтегральний розв'язок задачі

$$\begin{cases} \frac{dy_n}{dt} \in -\partial\varphi(y_n(t)) + \varepsilon f_n(t) + p(t) + g \cdot u_n(t), \\ y(0) = y_0. \end{cases} \quad (5)$$

Покладемо $l_n := \varepsilon f_n + p + g \cdot u_n \in L^1(0, T; H)$, а для розв'язку $y_n(\cdot)$ задачі (5) введемо позначення $y_n(\cdot) = I(y_0)l_n(\cdot)$. Тоді з роботи [4] маємо, що $\forall t \in [0, T]$ справедлива оцінка

$$\|y_n(t)\| \leq C + \int_0^t \|l_n(s)\| ds, \quad (6)$$

де константа $C \geq 0$ не залежить від u і ε . Отже, з умови 4) отримаємо

$$\begin{aligned} \|y_n(t)\| &\leq C + \varepsilon \int_0^t \|f_n(s)\| ds + \int_0^t \|p(s)\| ds + \|g\| \int_0^t |u_n(s)| ds \leq \\ &\leq C + \varepsilon \int_0^t (C_1 + C_2 \|y_n(s)\|) ds + \int_0^t \|p(s)\| ds + \|g\| \int_0^t |u_n(s)| ds, \end{aligned} \quad (7)$$

і за лемою Гронуолла одержимо, що $\{y_n(\cdot)\}$ — обмежена в $C([0, T]; H)$.

Для подальшого доведення скористаємося відомим результатом.

Лема 2 [5]. Якщо $\{l_n(\cdot)\} \subset L^1(0, T; H)$ — рівномірно інтегрована, тобто $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall \Omega \subset (0, T), \mu(\Omega) < \delta, \forall n \geq 1, \int_\Omega \|f_n(t)\| dt < \varepsilon$, то по деякій

підпоследовності $I(y_0)l_n(\cdot) \rightarrow y(\cdot)$ в $C([0, T]; H)$, і якщо $l_n \rightarrow l$ слабо в $L^1(0, T; H)$, то $y(\cdot) = I(y_0)l(\cdot)$.

Продовжимо доведення леми 1. Оскільки з 4) маємо $\|f_n(t)\| \leq C_1 + C_2\|y_n(t)\|$, то легко бачити, що $\{l_n\}$ рівномірно інтегрована, причому по підпоследовності $l_n \rightarrow \tilde{l} = \varepsilon \tilde{f} + p + g \cdot \tilde{u}$ слабо в $L^1(0, T; H)$. Тоді по підпоследовності $y_n(\cdot) \rightarrow \tilde{y}(\cdot)$ в $C([0, T]; H)$, де $\tilde{y}(\cdot) = I(y_0)\tilde{l}(\cdot)$ і $\tilde{f}(t) \in F(\tilde{y}(t))$ майже скрізь. Отже, $\{\tilde{y}(\cdot), \tilde{u}(\cdot)\}$ — допустимий процес у задачі (1)–(3) і з умови 5) отримаємо $\hat{J}_\varepsilon = \lim_{n \rightarrow \infty} J(y_n, u_n) \geq J(\tilde{y}, \tilde{u})$, тобто $\{\tilde{y}, \tilde{u}\}$ — розв’язок (1)–(3). Лему доведено.

Лема 3. За умов 1)–7) для будь-якого розв’язку $\{\hat{y}_\varepsilon, \hat{u}_\varepsilon\}$ задачі (1)–(3) маємо

$$\hat{J}_\varepsilon \rightarrow \hat{J}_0, \quad \varepsilon \rightarrow 0, \tag{8}$$

$$\hat{y}_\varepsilon \rightarrow \hat{y} \text{ в } C([0, T]; H), \quad \hat{u}_\varepsilon \rightarrow \hat{u} \text{ слабо в } L^2(0, T), \tag{9}$$

де $\{\hat{y}, \hat{u}\}$ — єдиний оптимальний процес в (1)–(3) при $\varepsilon = 0$; $\hat{J}_0 = J(\hat{y}, \hat{u})$ — відповідне значення задачі.

Доведення. Нехай $\{\hat{y}_\varepsilon, \hat{u}_\varepsilon\}$ — оптимальний процес в (1)–(3). Тоді

$$\hat{J}_\varepsilon = J(\hat{y}_\varepsilon, \hat{u}_\varepsilon) \geq -C + \gamma \int_0^T |\hat{u}_\varepsilon(t)|^2 dt,$$

і для фіксованого $u \in U$ відповідного допустимого процесу $\{y_\varepsilon, u\}$ маємо

$$\hat{J}_\varepsilon \leq J(y_\varepsilon, u).$$

Отже,

$$\gamma \int_0^T |\hat{u}_\varepsilon(t)|^2 dt \leq J(y_\varepsilon, u) + C.$$

З оцінки (7) і за лемою Гронуолла отримаємо, що $\{y_\varepsilon(\cdot)\}_{\varepsilon > 0}$ — обмежена в $C([0, T]; H)$. Тоді в силу умови 6) числа $J(y_\varepsilon, u)$ обмежені рівномірно по $\varepsilon > 0$, а, отже, $\{\hat{u}_\varepsilon(\cdot)\}_{\varepsilon \neq 0}$ — обмежена в $L^2(0, T)$.

Розглянемо довільну последовність $\varepsilon_n \rightarrow 0$. По підпоследовності $\hat{u}_{\varepsilon_n}(\cdot) \rightarrow \hat{u}(\cdot)$ слабо в $L^2(0, T)$, причому $\hat{u} \in U$. Тоді аналогічно до міркувань леми 1, оскільки последовність $\{\hat{y}_{\varepsilon_n}(\cdot)\}$ задовольняє оцінку (7), маємо, що $\hat{l}_{\varepsilon_n} = \varepsilon_n \hat{f}_n + p + g \cdot \hat{u}_{\varepsilon_n}$, $\hat{f}_n(t) \in F(\hat{y}_{\varepsilon_n}(t))$ є рівномірно інтегрованою, причому по підпоследовності $\hat{l}_{\varepsilon_n} \rightarrow \hat{l} = p + g \cdot \hat{u}$ слабо в $L^1(0, T; H)$. Отже, $\hat{y}_{\varepsilon_n}(\cdot) \rightarrow \hat{y}(\cdot)$ в $C([0, T]; H)$, де $\hat{y}(\cdot) = I(y_0)\hat{l}(\cdot)$. Тоді в силу 5)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \hat{J}_{\varepsilon_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \hat{J}(\hat{y}_{\varepsilon_n}, \hat{u}_{\varepsilon_n}) \geq J(\hat{y}, \hat{u}).$$

З іншого боку, $\forall u \in U$ для відповідного допустимого процесу $\{y_\varepsilon, u\}$ запишемо

$$\hat{J}_{\varepsilon_n} \leq J(y_{\varepsilon_n}, u).$$

Для послідовності $\{y_{\varepsilon_n}\}$ застосовано попередні міркування, згідно з якими $y_{\varepsilon_n}(\cdot) \rightarrow y(\cdot)$ в $C([0, T]; H)$, де $y(\cdot) = I(y_0)l(\cdot)$, $l(\cdot) = p + gu$. Тоді в силу б)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} J(y_{\varepsilon_n}, u) = J(y, u).$$

Відомо [4], що при $\varepsilon = 0$ і фіксованому $u \in U$ задача (1) має єдиний інтегральний розв'язок $y(\cdot) = I(y_0)l(\cdot)$. Тоді з нерівності

$$J(\hat{y}, \hat{u}) \leq \liminf_{n \rightarrow \infty} \hat{J}_{\varepsilon_n} \leq \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \hat{J}_{\varepsilon_n} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} J(y_{\varepsilon_n}, u) = J(y, u) \quad (10)$$

і довільності $u \in U$ одержимо, що $\{\hat{y}, \hat{u}\}$ — оптимальний процес в (1)–(3) при $\varepsilon = 0$. З (10) при $y = \hat{y}$, $u = \hat{u}$ запишемо

$$\hat{J}_0 = J(\hat{y}, \hat{u}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \hat{J}_{\varepsilon_n},$$

і по $\varepsilon_n \rightarrow 0$ мають місце граничні рівності (9).

Нехай тепер, від супротивного, $\exists \delta > 0$ таке, що для деякої послідовності $\varepsilon_n \rightarrow 0$ виконується нерівність

$$\forall n \geq 1 \quad \left| \hat{J}_{\varepsilon_n} - \hat{J}_0 \right| \geq \delta.$$

Тоді, повторюючи попередні міркування, можемо виділити підпослідовність $\varepsilon_{n_k} \rightarrow 0$ таку, що $\hat{J}_{\varepsilon_{n_k}} \rightarrow \hat{J}_0$. Це і доводить: (8), (9) мають місце при $\varepsilon \rightarrow 0$. Лему доведено.

Теорема. Нехай виконуються умови 1) – 9). Тоді формула $u[t, y]$ реалізує наближений синтез вихідної задачі (1)–(3) при малих $\varepsilon > 0$.

Доведення. Нехай $u[t, y]$ — формула оптимального керування задачі (1) – (3) при $\varepsilon = 0$ у формі оберненого зв'язку. Розглянемо задачу (4). Покладемо $F_1(t, y) = p(t) + gu[t, y]$. Тоді $F_1(t, \cdot)$ — неперервне; $\forall y \in H$: $F_1(\cdot, y)$ — вимірне; $\|F_1(t, y)\| \leq p(t) + \alpha(t)\|g\| + \beta(t)\|g\|\|y\| = \alpha_1(t) + \beta_1(t)\|y\|$, де $\alpha_1(\cdot), \beta_1(\cdot) \in L^1(0, T)$.

Тепер легко показати [6], що $\forall \varepsilon > 0$ відображення $\varepsilon F + F_1$ задовольняє умови глобальної розв'язності з роботи [5], тобто $\forall \varepsilon > 0$ існує $\tilde{y}_\varepsilon(\cdot) \in C([0, T]; H)$ — інтегральний розв'язок (4). Позначимо $\tilde{u}_\varepsilon(t) = u[t, \tilde{y}_\varepsilon(t)]$. Оскільки за лемою 3 $\hat{J}_\varepsilon \rightarrow \hat{J}_0$, $\varepsilon \rightarrow 0$, то теорему буде доведено, якщо показати, що

$$J(\tilde{y}_\varepsilon, \tilde{u}_\varepsilon) \rightarrow \hat{J}_0, \quad \varepsilon \rightarrow 0.$$

Нехай послідовність $\varepsilon_n \rightarrow 0$ довільна. Позначимо $\tilde{y}_n = \tilde{y}_{\varepsilon_n}(\cdot)$, $\tilde{u}_n = \tilde{u}_{\varepsilon_n}(\cdot)$. Тоді $\exists \tilde{f}_n \in L^1(0, T; H)$, $\tilde{f}_n(t) \in F(\tilde{y}_n(t))$ майже скрізь така, що $\tilde{y}_n(\cdot) = I(y_0)\tilde{l}_n(\cdot)$, де $\tilde{l}_n = \varepsilon_n \tilde{f}_n + p + g \cdot \tilde{u}_n$.

З оцінки (7), нерівності $|\tilde{u}_n(t)| \leq \alpha(t) + \beta(t)\|\tilde{y}_n(t)\|$ і за лемою Гронуолла отримаємо, що $\{\tilde{y}_n(\cdot)\}$ обмежена в $C([0, T]; H)$. Тоді $\exists C(\cdot) \in L^2(0, T)$: $\forall n > 0$ $|\tilde{u}_n(t)| \leq C(t)$ майже скрізь. Це означає, що по підпоследовності $\tilde{u}_n(\cdot) \rightarrow \tilde{u}(\cdot)$ слабо в $L^2(0, T)$, $\{\tilde{l}_n\}$ рівномірно інтегрована. Отже, по підпоследовності $\tilde{y}_n(\cdot) \rightarrow \tilde{y}(\cdot)$ в $C([0, T]; H)$, де $\tilde{y}(\cdot) = I(y_0)\tilde{l}(\cdot)$, $\tilde{l}(\cdot) = p + g\tilde{u}$.

Оскільки в силу 8) $\tilde{u}_n(t) = u[t, \tilde{y}_n(t)] \rightarrow u[t, \tilde{y}(t)]$ майже скрізь, то $\tilde{u}(t) = u[t, \tilde{y}(t)]$ і за теоремою Лебега $\tilde{u}_n(\cdot) \rightarrow \tilde{u}(\cdot)$ в $L^2(0, T)$. Таким чином, $\tilde{y}(\cdot)$ — розв'язок задачі

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} \in -\partial\varphi(y) + p(t) + g \cdot u[t, y], \\ y(0) = y_0. \end{cases} \quad (11)$$

Проте за умовою 8) задача (11) має єдиний розв'язок $\hat{y}(\cdot)$, де $\{\hat{y}, u[t, \hat{y}]\}$ — оптимальний процес в задачі (1)–(3) при $\varepsilon = 0$. Таким чином, $\tilde{y} \equiv \hat{y}$, $\tilde{u} \equiv \hat{u} = u[t, \hat{y}]$ і $\hat{J}_0 = J(\hat{y}, \hat{u})$. Тоді в силу умови 6)

$$J(\tilde{y}_n, \tilde{u}_n) \rightarrow \hat{J}_0 = J(\hat{y}, \hat{u}), \quad n \rightarrow \infty.$$

В силу єдиності розв'язку задачі (11) аналогічно лемі 3 показується, що має місце гранична рівність

$$J(\tilde{y}_\varepsilon, \tilde{u}_\varepsilon) \rightarrow \hat{J}_0, \quad \varepsilon \rightarrow 0.$$

Отже, для процесу $\{\tilde{y}_\varepsilon, \tilde{u}_\varepsilon\}$ і оптимального процесу $\{\hat{y}_\varepsilon, \hat{u}_\varepsilon\}$ задачі (1)–(3) мають місце граничні рівності

$$J(\tilde{y}_\varepsilon, \tilde{u}_\varepsilon) - J(\hat{y}_\varepsilon, \hat{u}_\varepsilon) \rightarrow 0, \quad \varepsilon \rightarrow 0,$$

$$\tilde{y}_\varepsilon - \hat{y}_\varepsilon \rightarrow 0, \quad \varepsilon \rightarrow 0 \text{ в } C([0, T]; H),$$

$$\tilde{u}_\varepsilon - \hat{u}_\varepsilon \rightarrow 0, \quad \varepsilon \rightarrow 0 \text{ слабо в } L^2(0, T).$$

Теорему доведено.

ЗАСТОСУВАННЯ

Грунтуючись на загальній схемі роботи [9], для спостережуваного рівня знань $y(x, t)$ деякої освітньої системи ставиться задача про мінімальне відхилення від еталонного рівня z за рахунок керуючого параметра u , вважаючи, що реакція системи визначається в межах інтервалу $[\varepsilon\chi(y) + p(x), \varepsilon\theta(y) + p(x)]$.

Тоді одержуємо задачу оптимального керування

$$\begin{cases} \frac{\partial y}{\partial t} \in -\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(x) \frac{\partial y}{\partial x} \right) + \varepsilon F(y(x,t)) + p(x,t) + g(x) \cdot u(t), & (x,t) \in (0,l) \times (0,T), \\ \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0, \\ y(x,0) = y_0(x), \end{cases} \quad (12)$$

де $F(y) = [\chi(y), \theta(y)]$;

$$u(\cdot) \in U = \left\{ v \in L^2(0,T) \mid |v(t)| \leq \xi \text{ майже скрізь} \right\};$$

$$J(y,u) = \left(\int_0^l q(x)(y(x,T) - z(x)) dx \right)^2 + \gamma \int_0^T u^2(t) dt \rightarrow \inf .$$

Легко показати, що задача (12) при $\mu \in L^\infty(0,l)$, $\mu(x) \geq \mu_0 > 0$ м. с., $\chi(\cdot)$ напівнеперервна знизу; $\theta(\cdot)$ — напівнеперервна зверху; $|\chi(y)| + |\theta(y)| \leq C_1 + C_2|y|$; $p, g, q, z \in L^2(0,l)$, є частинним випадком задачі (1)–(3) з $H = L^2(0,l)$, і виконуються умови 1)–7).

При $\varepsilon = 0$ задача (12) редукується до одновимірної задачі відносно змінної $a(t) = \sum_{i=0}^{\infty} q_i e^{\lambda_i^2(t-T)} y_i(t)$, де $\{\lambda_i\}_{i=0}^{\infty}$ — власні числа відповідної спектральної задачі; y_i — коефіцієнти Фур'є розв'язку $y(x,t)$ за власними функціями $X_i(x)$ цієї задачі [7, 8]. Тоді за умови, що функція

$$b(t) = \sum_{i=0}^{\infty} e^{\lambda_i^2(t-T)} q_i g_i$$

є додатною і монотонно зростаючою на $[0,T]$, методом динамічного програмування Беллмана можна показати, що формула

$$u[t, y] = \begin{cases} \frac{(R(t), y(t)) - \beta + \int_t^T p(s) ds + \xi \int_t^T b(s) ds}{\gamma + \int_t^T (b(s))^2 ds} b(t), & t \in [0, \tau], \\ \xi, & t \in [\tau, T], \end{cases} \quad (13)$$

де $R(t) = \sum_{i=0}^{\infty} q_i e^{\lambda_i^2(t-T)} X_i(t)$, $\beta = \sum_{i=0}^{\infty} q_i z_i$, $p(t) = \sum_{i=0}^{\infty} e^{\lambda_i^2(t-T)} q_i p_i$, а τ — єдиний розв'язок рівняння

$$\frac{(R(t), y(t)) - \beta + \int_t^T p(s) ds + \xi \int_t^T b(s) ds}{\gamma + \int_t^T (b(s))^2 ds} b(t) = -\xi, \quad t \in [0, \tau],$$

визначає синтез задачі (12) при $\varepsilon = 0$.

Легко бачити, що формула (13) задовольняє умови 8), 9), отже, згідно з теоремою, вона реалізує наближений синтез в задачі (12) при малих $\varepsilon > 0$.

ВИСНОВКИ

На основі формули точного синтезу для незбуреної ($\varepsilon = 0$) задачі оптимального керування для еволюційного включення субдиференціального типу обґрунтовано наближений синтез вихідної задачі, яка збурюється многозначним доданком виду $\varepsilon F(y)$.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Иваненко В.И., Мельник В.С.* Вариационные методы в задачах управления для систем с распределенными параметрами. — Киев: Наук. думка, 1988. — 287 с.
2. *Згуровский М.З., Мельник В.С.* Нелинейный анализ и управление бесконечномерными системами. — Киев: Наук. думка, 1999. — 630 с.
3. *Згуровский М.З., Мельник В.С., Новиков А.Н.* Прикладные методы анализа и управления нелинейными процессами и полями. — Киев: Наук. думка, 2004. — 588 с.
4. *Barbu V.* Nonlinear semigroups and differential equations in Banach spaces. — Leyden: Noordhoff, 1976. — 360 p.
5. *Толстоногов А.А.* О решениях эволюционных включений // Сибирский матем. журн. — 1992. — **33**, № 3. — С. 165–175.
6. *Global attractors of multi-valued dynamical systems and evolution equations without uniqueness / O.V. Kapustyan, V.S. Mel'nik, J. Valero, V.V. Yasinsky.* — Kyiv: Nauk. dumka, 2008. — 215 p.
7. *Капустян В.Е.* Оптимальная стабилизация ограниченным сосредоточенным управлением решений параболической краевой задачи // Проблемы управления и информатики. — 1999. — № 6. — С. 58–67.
8. *Сукретна А.В., Капустян О.А.* Наближений усереднений синтез задачі оптимального керування для параболического рівняння // Укр. матем. журн. — 2004. — **56**, № 10. — С. 1384–1394.
9. *Математична модель процесу формування та збереження колективних знань / В.В. Ясінський, О.В. Капустян, Х. Валеро // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 2. — С. 67–77.*

Надійшла 10.09.2009

СИСТЕМНА МЕТОДОЛОГІЯ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ У КРИВОЛІНІЙНИХ ОБЛАСТЯХ З НЕВИЗНАЧЕНИМИ ДІЛЯНКАМИ МЕЖ

А.Я. БОМБА, В.І. ГАВРИЛЮК

Систематизовано підхід до розв'язання модельних крайових задач на конформні відображення в областях з невизначеними ділянками меж. Побудовано загальний алгоритм їх чисельного розв'язання.

ВСТУП

У роботах [1 – 6] широко використовувався метод обернених крайових задач (конформних і квазіконформних відображень) для побудови динамічних сіток потенційних та квазіпотенційних полів, побудови різного роду профілів та поля швидкості із паралельним розрахунком інших характеристик (витрат, перетоків і т.ін.). Як відомо, шляхом введення функції течії $\psi = \psi(x, y)$, комплексно спряженої до шуканого потенціалу (квазіпотенціалу) $\varphi = \varphi(x, y)$, задачі в областях, обмежених двома лініями течії та двома еквіпотенціальними лініями, а також у областях з вільними межами, зводяться до конформного (квазіконформного) відображення $\omega = \omega(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$ фізичної області на прямокутник — область комплексного (квазікомплексного) потенціалу [1, 2]. Зокрема, у роботах [3–5], де відповідна область квазікомплексного потенціалу G_ω не є канонічною, однією з ділянок її границі є деяка (невідома) крива. Для виконання такого відображення нами запропоновано варіант методу «фіктивних областей». Під оберненням такого роду задач мається на увазі як перехід від прямих задач до задач на конформне (квазіконформне) відображення відповідної області комплексного (квазікомплексного) потенціалу на вихідну область, так і те, що вони містять невідомі параметри (витрати) та вільні ділянки границь при додаткових відомостях про їх розв'язки.

У цій роботі пропонується систематизований підхід до постановок такого роду задач та побудови алгоритмів їх розв'язування. Серед усіх можливих варіантів формування течії виділені ті, які характеризуються певними умовами оптимізації та керування.

ЗАГАЛЬНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо процес фільтрації в однозв'язній восьмикутній криволінійній області $G_z (z = x + iy, \partial G_z = ABB_*B^*CC_0D_0D)$ з вільними (невідомими) кривими BB_* , B^*C , AD (рис. 1, а), де $B_*B^* \in FP = \{z : y = f_*(x)\}$ — лінія течії; $AB = \{z : y = 0, -l_1 \leq x \leq 0\}$; $C_0D_0 = \{z : y = -H, l_2 \leq x \leq l_3\}$ — еквіпотенціальні лінії (водні резервуари). Опишемо його рівнянням руху

$\vec{v} = k \cdot \text{grad } \varphi$ (закон Дарсі) та рівнянням нерозривності $\text{div } \vec{v} = 0$ [1–5], де $\vec{v} = (v_x(x, y) + iv_y(x, y))$ — швидкість фільтрації; k — коефіцієнт фільтрації (для зручності викладок покладемо $k = 1$); $\varphi = \varphi(x, y)$ — потенціал у точці (x, y) , такий що $\varphi|_{AB} = \varphi_*$, $\varphi|_{CC_0D_0D} = \varphi^*$, $\varphi'_n|_{BB_*B^*C} = \varphi'_n|_{AD} = 0$, $\varphi|_{BB_*} = g_1(y)$, $\varphi|_{B^*C} = g_2(y)$, $\varphi|_{AD} = g_3(y)$; \vec{n} — зовнішня нормаль до відповідної ділянки границі даної області; $g_1(y)$, $g_2(y)$, $g_3(y)$, $f_*(x)$ — обмежені неперервно-диференційовані функції (зокрема, розглядається випадок, коли $\varphi_* = 0$, $\varphi^* = \varphi^*(H) = H$).

Відповідна задача на конформне відображення $\omega = \omega(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$ області G_z , що розглядається, на відповідну область комплексного потенціалу $G_\omega = \{\omega : \varphi_* < \varphi < \varphi^*, 0 < \psi < Q\}$ (рис. 1, б) з невідомим параметром — повною витратою $Q = - \int_{AB} v_x dy - v_y dx$ — матиме вигляд [1–5]

$$\varphi'_x = \psi'_y, \quad \varphi'_y = -\psi'_x, \tag{1}$$

$$\varphi|_{AB} = 0, \quad \varphi|_{CC_0D_0D} = H, \quad \varphi|_{BB_*} = g_1(y), \quad \varphi|_{B^*C} = g_2(y),$$

$$\varphi|_{AD} = g_3(y), \quad g_1(0) = 0, \quad g_1(y_*) = \tilde{\varphi}_*, \quad g_2(y^*) = \tilde{\varphi}^*, \quad g_2(-H) = H,$$

$$g_3(0) = 0, \quad g_3(-H) = H, \quad \psi|_{AD} = 0, \quad \psi|_{BB_*B^*C} = -Q, \tag{2}$$

де $\tilde{\varphi}_*$ і $\tilde{\varphi}^*$ — шукані значення потенціалу у відповідних кутових точках B_* та B^* .

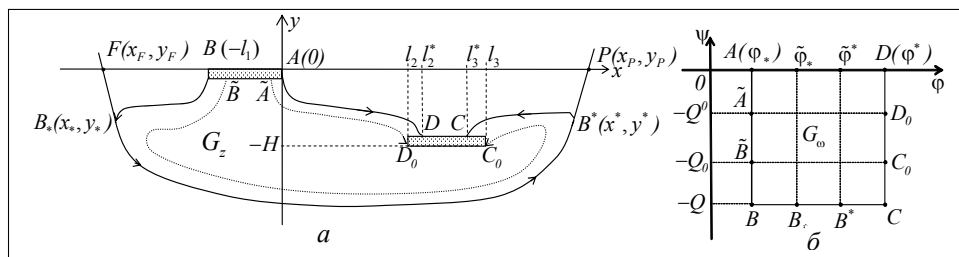


Рис. 1. Фізична область G_z (а) та відповідна їй область комплексного потенціалу G_ω (б)

Відповідна їй обернена крайова задача на конформне відображення $z = z(\omega) = x(\varphi, \psi) + iy(\varphi, \psi)$ області G_ω на G_z (при невідомих Q , $\tilde{\varphi}_*$, $\tilde{\varphi}^*$) запишеться так:

$$y'_\psi = x'_\varphi, \quad x'_\psi = -y'_\varphi, \quad (\varphi, \psi) \in G; \tag{3}$$

$$\begin{cases} y(0, \psi) = 0, \quad y(H, \psi) = -H, & 0 \leq \psi \leq -Q, \\ g_3(y(\varphi, 0)) = \varphi, & 0 \leq \varphi \leq H, \\ g_1(y(\varphi, -Q)) = \varphi, & 0 \leq \varphi \leq \tilde{\varphi}_*, \\ y(\varphi, -Q) - f_*(x(\varphi, -Q)) = 0, & \tilde{\varphi}_* \leq \varphi \leq \tilde{\varphi}^*, \\ g_2(y(\varphi, -Q)) = \varphi, & \tilde{\varphi}^* \leq \varphi \leq H. \end{cases} \tag{4}$$

При цьому відповідні рівняння другого порядку для знаходження функцій $x = x(\varphi, \psi)$ та $y = y(\varphi, \psi)$ мають вигляд

$$x''_{\varphi\varphi} + x''_{\psi\psi} = 0, \quad y''_{\varphi\varphi} + y''_{\psi\psi} = 0. \quad (5)$$

Різницевий аналог рівнянь (5), крайових умов (4), приграничних умов ортогональності та умов конформної подібності в малому відповідних чотирикутників у відповідній рівномірній сітковій області $G'_\omega = \{(\varphi_i, \psi_j)\}$:

$\varphi_i = \Delta\varphi i$, $i = \overline{0, m+1}$; $\psi_j = \Delta\psi j$, $j = \overline{0, n+1}$; $\Delta\varphi = 1/(m+1)$, $\Delta\psi = Q/(n+1)$, $\gamma = \Delta\varphi / \Delta\psi$, $m, n \in \mathbb{N}$ } запишемо як [1–5]

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma(x_{i+1, j+1} - 2x_{i, j+1} + x_{i-1, j+1}) + (1 - 2\sigma)(x_{i+1, j} - 2x_{i, j} + x_{i-1, j}) + \\ + \sigma(x_{i+1, j-1} - 2x_{i, j-1} + x_{i-1, j-1}) + \gamma^2 (\sigma(x_{i+1, j+1} - 2x_{i+1, j} + x_{i+1, j-1}) + \\ + (1 - 2\sigma)(x_{i, j+1} - 2x_{i, j} + x_{i, j-1}) + \sigma(x_{i-1, j+1} - 2x_{i-1, j} + x_{i-1, j-1})) = 0, \\ \sigma(y_{i+1, j+1} - 2y_{i, j+1} + y_{i-1, j+1}) + (1 - 2\sigma)(y_{i+1, j} - 2y_{i, j} + y_{i-1, j}) + \\ + \sigma(y_{i+1, j-1} - 2y_{i, j-1} + y_{i-1, j-1}) + \gamma^2 (\sigma(y_{i+1, j+1} - 2y_{i+1, j} + y_{i+1, j-1}) + \\ + (1 - 2\sigma)(x_{i, j+1} - 2x_{i, j} + x_{i, j-1}) + \sigma(x_{i-1, j+1} - 2y_{i-1, j} + y_{i-1, j-1})) = 0, \\ i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}; \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{0, j} = 0, \quad y_{m+1, j} = -H, \quad j = \overline{0, n+1}, \\ g_3(y_{i, 0}) = \varphi_i, \quad i = \overline{0, m+1}, \\ g_1(y_{i, n+1}) = \varphi_i, \quad i = \overline{0, m}, \\ \varphi_{m1} = \tilde{\varphi}^*, \\ y_{i, n+1} - f^*(x_{i, n+1}) = 0, \quad i = \overline{m1, m2}, \\ g_2(y_{i, n+1}) = \varphi_i, \quad i = \overline{m2, m+1}, \\ \varphi_{m2} = \tilde{\varphi}^*; \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{1, j} - x_{0, j} = 0, \quad x_{m, j} - x_{m+1, j} = 0, \quad j = \overline{0, n+1}, \\ (x_{i, 0} - x_{i, 1})(x_{i-1, 0} - x_{i, 0}) + \\ + (y_{i, 0} - y_{i, 1})(y_{i-1, 0} - y_{i, 0}) = 0, \quad i = \overline{0, m+1}, \\ (x_{i, n} - x_{i, n+1})(x_{i-1, n+1} - x_{i, n+1}) + \\ + (y_{i, n} - y_{i, n+1})(y_{i-1, n+1} - y_{i, n+1}) = 0, \quad i = \overline{0, m1}, \\ f'^*_x(x_{i, n+1}, y_{i, n+1})(y_{i, n} - y_{i, n+1}) - \\ - f'^*_y(x_{i, n+1}, y_{i, n+1})(x_{i, n} - x_{i, n+1}) = 0, \quad i = \overline{m1, m2}, \\ (x_{i, n} - x_{i, n+1})(x_{i-1, n+1} - x_{i, n+1}) + \\ + (y_{i, n} - y_{i, n+1})(y_{i-1, n+1} - y_{i, n+1}) = 0, \quad i = \overline{m2, m+1}, \end{array} \right. \quad (8)$$

$$\gamma = \frac{1}{(m+1)(n+1)} \sum_{i,j=0}^{m,n} \gamma_{i,j}; \quad (9)$$

$$\gamma_{i,j} = \frac{\sqrt{(x_{i+1,j} - x_{i,j})^2 + (y_{i+1,j} - y_{i,j})^2} + \sqrt{(x_{i+1,j+1} - x_{i,j+1})^2 + (y_{i+1,j+1} - y_{i,j+1})^2}}{\sqrt{(x_{i,j+1} - x_{i,j})^2 + (y_{i,j+1} - y_{i,j})^2} + \sqrt{(x_{i+1,j+1} - x_{i+1,j})^2 + (y_{i+1,j+1} - y_{i+1,j})^2}},$$

де $x_{i,j} = x(\varphi_i, \psi_j)$; $y_{i,j} = y(\varphi_i, \psi_j)$; $0 < m_1 < m_2 < m$, $m_1, m_2 \in \mathbb{N}$; $\sigma \in [0, 0,5]$ — ваговий коефіцієнт.

АЛГОРИТМ ЧИСЛОВОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

Розв'язок відповідної до (3), (4) різницевої задачі у цьому випадку побудуємо за такою методологією [1–6].

Задаємо кількості m та n вузлів розбиття сіткової області G_ω ; параметр ε , що характеризує точність наближення розв'язку відповідної різницевої задачі; початкові наближення ряду величин: координат граничних вузлів $x_{0,j}^{(0)}$, $y_{0,j}^{(0)}$, $x_{m+1,j}^{(0)}$, $y_{m+1,j}^{(0)}$, $x_{i,n+1}^{(0)}$, $y_{i,n+1}^{(0)}$, $x_{i,0}^{(0)}$, $y_{i,0}^{(0)}$ (так, щоб виконувались рівності (7)); початкові наближення внутрішніх вузлів $x_{i,j}^{(0)}$, $y_{i,j}^{(0)}$, наприклад, як середні арифметичні чотирьох координат відповідних граничних вузлів $x_{i,j}^{(0)} = \frac{1}{4}(x_{i,0}^{(0)} + x_{i,n+1}^{(0)} + x_{m+1,j}^{(0)} + x_{0,j}^{(0)})$, $y_{i,j}^{(0)} = \frac{1}{4}(y_{i,0}^{(0)} + y_{i,n+1}^{(0)} + y_{m+1,j}^{(0)} + y_{0,j}^{(0)})$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$. Задання початкового наближення конформного інваріанта γ проведемо за формулою (9), в якій використаємо щойно задані початкові значення координат внутрішніх вузлів, тобто $\gamma^{(0)} = \gamma(x_{i,j}^{(0)}, y_{i,j}^{(0)})$. Далі проведемо уточнення внутрішніх вузлів $(x_{i,j}^{(k+1)}, y_{i,j}^{(k+1)})$ ($k = 0, 1, \dots$ — номер кроку ітерації) за допомогою ітераційного методу Зейделя [7] за формулами, отриманими шляхом розв'язання (6) відносно $x_{i,j}$ та $y_{i,j}$ (з метою прискорення швидкості збіжності всього процесу і економії машинного часу та на основі ідей методу блочної ітерації [8] використаємо лише перший ітераційний крок); величини γ за формулою (9) та витрати Q за формулою $Q = \frac{1}{\gamma} \frac{n+1}{m+1}$; координат граничних вузлів, наприклад, шляхом розв'язання системи нелінійних рівнянь (7), (8). Потім перевіримо виконання умов закінчення обчислювального процесу

$$\max_{x_{i,j}, y_{i,j} \in \mathcal{G}_z} \left(\left| x_{i,j}^{(k+1)} - x_{i,j}^{(k)} \right|, \left| y_{i,j}^{(k+1)} - y_{i,j}^{(k)} \right| \right) < \varepsilon, \\ \left| Q^{(k+1)} - Q^{(k)} \right| < \varepsilon, \quad \left| D^{(k+1)} - D^{(k)} \right| < \varepsilon, \quad (10)$$

де $D = \frac{1}{(m+1)(n+1)} \sum_{i,j=0}^{m,n} \frac{\sqrt{(x_{i+1,j+1}-x_{i,j})^2 + (y_{i+1,j+1}-y_{i,j})^2}}{\sqrt{(x_{i,j+1}-x_{i+1,j})^2 + (y_{i,j+1}-y_{i+1,j})^2}}$ — усереднене значення відношення довжин діагоналей криволінійних чотирикутників сіткової області G_z^γ .

Якщо умови (10) не справджуються, то повертаємося до уточнення координат внутрішніх вузлів і т.д. У протилежному випадку обчислюємо нев'язку конформності отриманої сітки за формулою $\varepsilon_* = |1 - D|$. Її величина характеризує відхилення отриманих криволінійних чотирикутників від відповідних прямокутників (оскільки відношення довжин діагоналей у прямокутнику дорівнює одиниці, а існування прямих кутів забезпечується умовами ортогональності).

У випадку, якщо не виконується, наприклад, лише одна з умов (10), то узгоджуємо співвідношення між точністю ε_* та заданою кількістю кроків розбиття m, n (в першу чергу, шляхом збільшення останніх). Якщо ж потрібно збільшити ступінь точності наближеного розв'язку (зменшити нев'язку ε_*), то збільшуємо параметри розбиття m і n та розв'язуємо різницеву задачу (6)–(9) знову. Оптимальність співвідношення між m і n досягається аналогічно до [3–7] шляхом оптимізації аналогів функціоналів типу Рімана.

Провівши розрахунки за описаним алгоритмом при $AB = \{z : y = 0, -4 \leq x \leq 0\}$, $D_0C_0 = \{z : y = -H, 3 \leq x \leq 6\}$, $FP = \{z : y - x^4 / 2000 + 6 = 0, -10,466 \leq x \leq 10,466\}$, $g_s(y) = -y$, $s = \overline{1 \dots 3}$, $\varphi_* = 0$, $\varphi^* = H$, глибині залягання водозабору $H = 1$, розбитті $m \times n = 30 \times 20$ області G_z , точності наближення $\varepsilon = 10^{-5}$, коефіцієнті провідності середовища $\kappa = 1$ м/добу, за $k = 4558$ кроків отримано гідродинамічну сітку руху (рис. 2.), знайдено повну фільтраційну витрату $Q = 0,556$ м³/добу за максимальної нев'язки $\varepsilon_* = 1,4E-3$, встановлено положення вільних кривих BB_* , B^*C , AD .

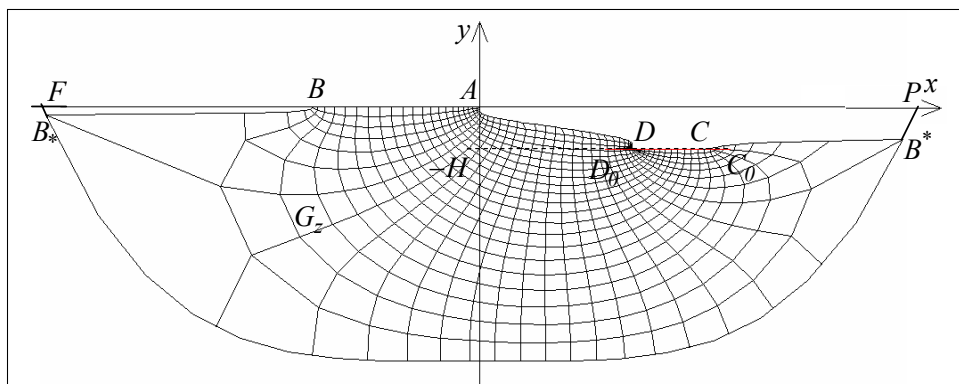


Рис. 2. Динамічна сітка в області фільтрації G_z

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА АЛГОРИТМ ВИБОРУ

Розглянемо різні випадки формування течії в однозв'язній криволінійній області $G_z (z = x + iy, \partial G_z = ABB_*NMB^*CC_0D_0D)$, де $FN = \{z : x = -l_F, -H_g \leq y \leq 0\}$, $PM = \{z : x = l_P, -H_g \leq y \leq 0\}$, $NM = \{z : y = -H_g, -l_F \leq x \leq l_P\}$ в залежності від параметрів, які характеризують розміри та взаєморозміщення об'єктів AB та D_0C_0 (рис. 3–10), а саме: від висоти залягання водозабору H при фіксованих l_2 та l_3 .

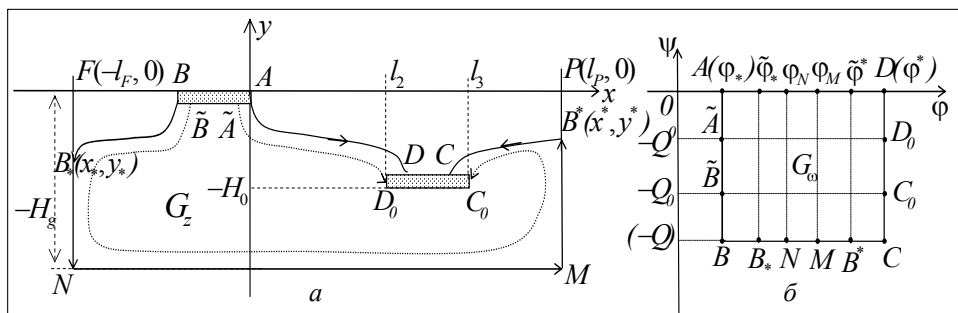


Рис. 3. Схема області фільтрації для випадку $0 < H = H_0 < H_1$

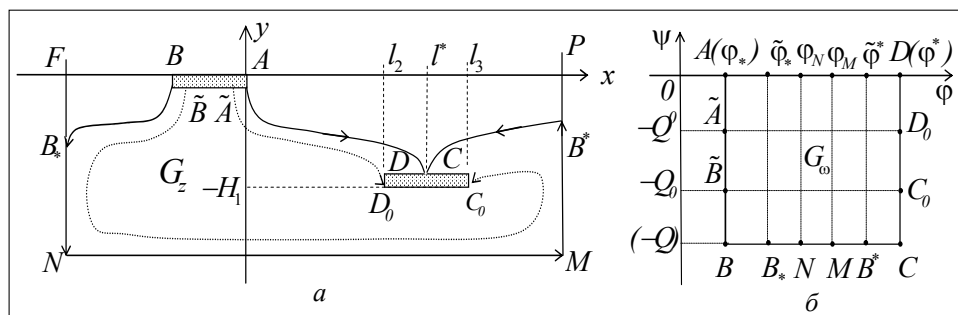


Рис. 4. Схема області фільтрації для випадку $H = H_1$

Рис. 3 — один із так званих «проміжних» випадків [9], коли глибина залягання водозабору є не надто великою, а меншою деякого її критичного (шуканого) значення H_1 ($0 < H = H_0 < H_1$). Тут φ_N, φ_M — значення потенціалу в кутових точках N та M ; Q^0, Q_0 — невідомі величини перетоків від $A\tilde{A}$ до DD_0 та від $\tilde{B}B$ до C_0C відповідно. Рис. 4 — один із так званих «ключових» випадків [9] «повного затоплення» D_0C_0 за умов мінімальної глибини водозабору $H = H_1$. Рис. 5 — один із наступних проміжних випадків ($H_1 < H = H_2 < H_3$), який характеризується наявністю кривої розділу течії $\tilde{D}D = \tilde{C}C$ ($\tilde{D} = \tilde{C}$), а рис. 6 — ключовий із них, що характеризується умовою $\tilde{l} = l_P$. Початок спільної лінії розділу течії лежить на границі області $\tilde{D} = \tilde{C} = B^*$, $H = H_3$. Випадок, показаний на рис. 7, також ключовий, для якого характерним є те, що $D = C = C_0$ (H_5 позначено відповідне значення

висоти H). Рис. 8, 9 — проміжні випадки формування течії за умови $y^* < -H$. Рис. 10 — ключовий випадок, коли водозабір лежить на границі області G_z ($H = H_g$). Зауважимо, що граничний перехід від відповідного проміжного випадку до даного ключового ($H \rightarrow H_g$) є нерівномірним, а саме має місце відомий парадокс типу Герсеванова [10].

Для розрахунку фільтраційного процесу в області, зображеній на рис. 3, внесемо в описаний вище алгоритм, а саме в формули (7) і (8), такі зміни:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{0,j} = 0, \quad y_{m+1,j} = -H, \quad j = \overline{0, n+1}, \\ g_3(y_{i,0}) = \varphi_i, \quad i = \overline{0, m+1}, \\ g_1(y_{i,n+1}) = \varphi_i, \quad i = \overline{0, m1}, \\ \varphi_{m1} = \tilde{\varphi}^*, \\ x_{i,n+1} = -l_F, \quad i = \overline{m1, m2}, \\ y_{i,n+1} = -H_g, \quad i = \overline{m2, m3}, \\ x_{i,n+1} = l_P, \quad i = \overline{m3, m4}, \\ g_2(y_{i,n+1}) = \varphi_i, \quad i = \overline{m4, m+1}, \\ \varphi_{m4} = \tilde{\varphi}^*; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{1,j} - x_{0,j} = 0, \quad x_{m,j} - x_{m+1,j} = 0, \quad j = \overline{0, n+1}, \\ (x_{i,0} - x_{i,1})(x_{i-1,0} - x_{i,0}) + (y_{i,0} - y_{i,1})(y_{i-1,0} - y_{i,0}) = 0, \quad i = \overline{0, m+1}, \\ (x_{i,n} - x_{i,n+1})(x_{i-1,n+1} - x_{i,n+1}) + \\ + (y_{i,n} - y_{i,n+1})(y_{i-1,n+1} - y_{i,n+1}) = 0, \quad i = \overline{0, m1}, \quad i = \overline{m4, m+1}, \\ y_{i,n} - y_{i,n+1} = 0, \quad i = \overline{m1, m2}, \quad i = \overline{m3, m4}, \\ x_{i,n} - x_{i,n+1} = 0, \quad i = \overline{m2, m3}. \end{array} \right.$$

Збільшуючи поступово висоту H і проводячи розрахунки за описаним алгоритмом, доки $x_{m+1,0} = x_{m+1,n+1}$, прийдемо до одного із ключових випадків (див. рис. 4). Зафіксуємо при цьому відповідну висоту $H = H_1$.

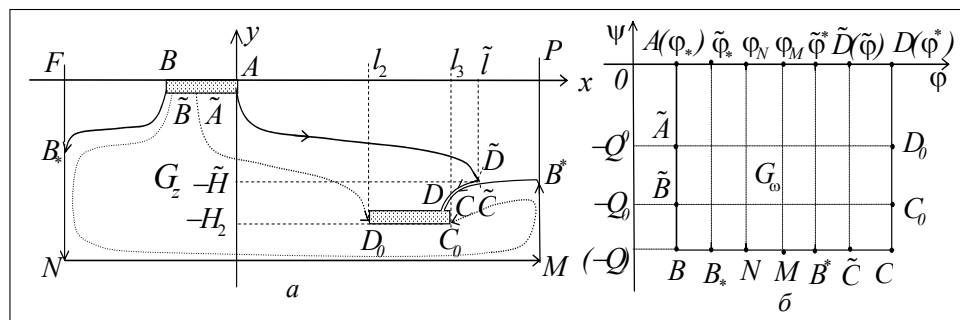


Рис. 5. Схема області фільтрації для випадку $H_1 < H = H_2 < H_3$

Для випадку, коли $H_1 < H = H_2 < H_3$, формули (7) і (8) матимуть вигляд

$$\left\{ \begin{array}{ll} y_{0,j} = 0, \quad y_{m+1,j} = -H, & j = \overline{0, n+1}, \\ g_3(y_{i,0}) = \varphi_i, & i = \overline{0, m5}, \\ g_1(y_{i,n+1}) = \varphi_i, & i = \overline{0, m1}, \\ \varphi_{m1} = \tilde{\varphi}^*, \quad x_{i,n+1} = -l_F, & i = \overline{m1, m2}, \\ y_{i,n+1} = -H_g, & i = \overline{m2, m3}, \\ x_{i,n+1} = l_P, & i = \overline{m3, m4}, \\ g_2(y_{i,n+1}) = \varphi_i, & i = \overline{m4, m5}, \\ \varphi_{m4} = \tilde{\varphi}^* & \\ x_{i,0} = x_{i,n+1}, \quad y_{i,0} = y_{i,n+1}, & i = \overline{m5, m+1}; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} x_{1,j} - x_{0,j} = 0, \quad x_{m,j} - x_{m+1,j} = 0, & j = \overline{0, n+1}, \\ (x_{i,0} - x_{i,1})(x_{i-1,0} - x_{i,0}) + & \\ + (y_{i,0} - y_{i,1})(y_{i-1,0} - y_{i,0}) = 0, & i = \overline{0, m+1}, \\ (x_{i,n} - x_{i,n+1})(x_{i-1,n+1} - x_{i,n+1}) + & \\ + (y_{i,n} - y_{i,n+1})(y_{i-1,n+1} - y_{i,n+1}) = 0, & i = \overline{0, m1}, i = \overline{m4, m+1}, \\ y_{i,n} - y_{i,n+1} = 0, & i = \overline{m1, m2}, i = \overline{m3, m4}, \\ x_{i,n} - x_{i,n+1} = 0, & i = \overline{m2, m3}. \end{array} \right.$$

При подальшому поступовому збільшенні висоти H залягання водозабору прийдемо до ключових випадків, що характеризуються відповідними умовами $x_{m5,0} = x_{m5,n+1} = l_P, \quad y_{i,0} = y_{i,n+1} = \tilde{\varphi}^*, \quad H = H_3$ (див. рис. 6) та $x_{m+1,0} = x_{m+1,n+1} = l_3, \quad H = H_5$ (див. рис. 7).

Для розрахунку фільтраційного процесу (рис. 8) замість (7) і (8) запишемо

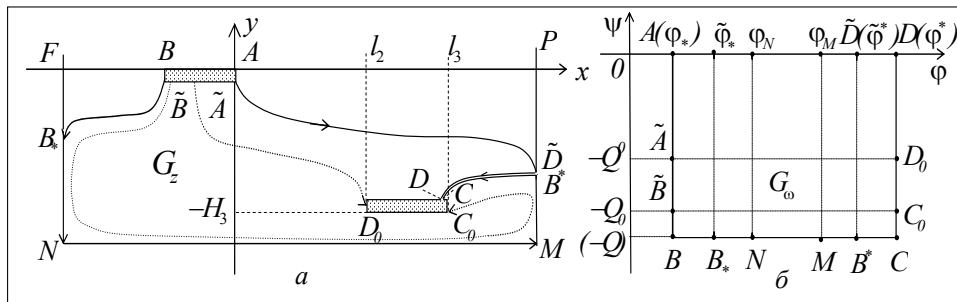


Рис. 6. Схема області фільтрації для випадку $H = H_3$

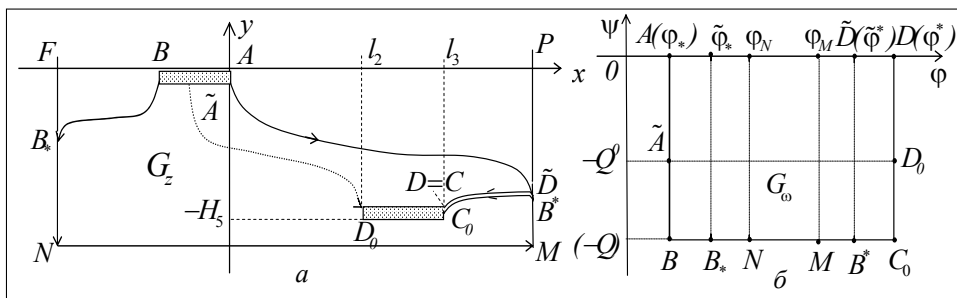


Рис. 7. Схема області фільтрації для випадку $H = H_5$

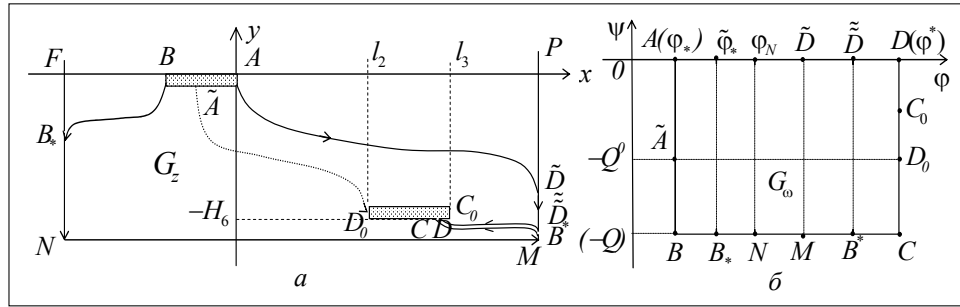


Рис. 8. Схема області фільтрації для випадку $H_5 < H = H_6 < H_7$

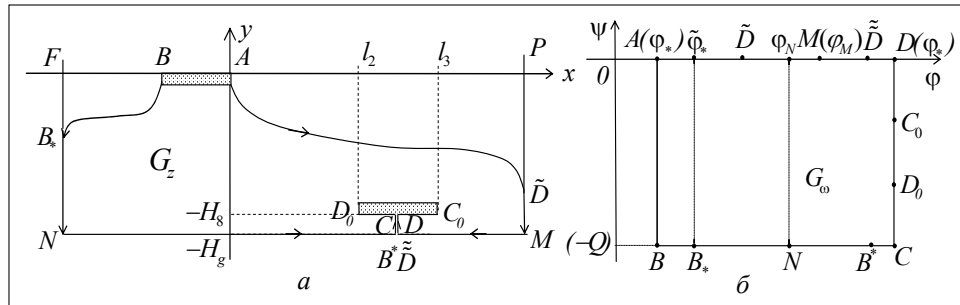


Рис. 9. Схема області фільтрації для випадку $H_7 < H = H_8 < H_g$

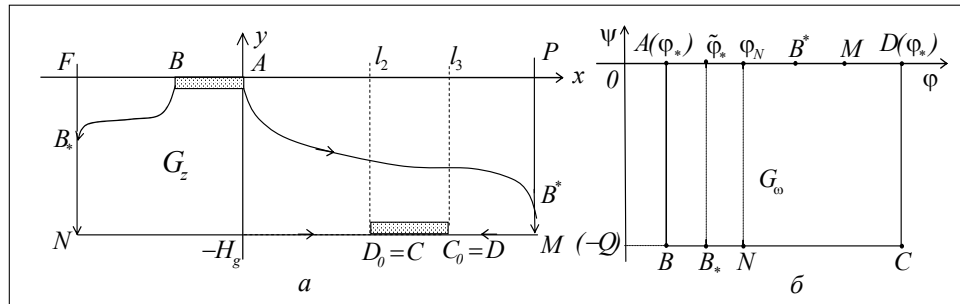


Рис. 10. Схема області фільтрації для випадку $H = H_g$

$$\left\{ \begin{array}{ll} y_{0,j} = 0, \quad y_{m+1,j} = -H, & j = \overline{0, n+1}, \\ g_3(y_{i,0}) = \varphi_i, & i = \overline{0, m3}, \\ x_{i,0} = l_P, & i = \overline{m3, m4}, \\ g_1(y_{i,n+1}) = \varphi_i, & i = \overline{0, m1}, \\ \varphi_{m1} = \tilde{\varphi}_*, & \\ x_{i,n+1} = -l_F, & i = \overline{m1, m2}, \\ y_{i,n+1} = -H_g, & i = \overline{m2, m3}, \\ x_{i,n+1} = l_P, & i = \overline{m3, m4}, \\ x_{i,0} = x_{i,n+1}, \quad y_{i,0} = y_{i,n+1}, & i = \overline{m4, m+1}; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{1,j} - x_{0,j} = 0, \quad x_{m,j} - x_{m+1,j} = 0, \quad j = \overline{0, n+1}, \\ (x_{i,0} - x_{i,1})(x_{i-1,0} - x_{i,0}) + \\ + (y_{i,0} - y_{i,1})(y_{i-1,0} - y_{i,0}) = 0, \quad i = \overline{0, m3}, i = \overline{m4, m+1}, \\ y_{i,1} - y_{i,0} = 0, \quad i = \overline{m3, m4}, \\ (x_{i,n} - x_{i,n+1})(x_{i-1,n+1} - x_{i,n+1}) + \\ + (y_{i,n} - y_{i,n+1})(y_{i-1,n+1} - y_{i,n+1}) = 0, \quad i = \overline{0, m1}, i = \overline{m4, m+1}, \\ y_{i,n} - y_{i,n+1} = 0, \quad i = \overline{m1, m2}, i = \overline{m3, m4}, \\ x_{i,n} - x_{i,n+1} = 0, \quad i = \overline{m2, m3}. \end{array} \right.$$

При цьому серед таких випадків ключове (граничне) значення висоти H ($H = H_6$) знаходиться з умови $y_{m4,0} = y_{m4,n+1} = -H_g$.

Для випадків, які характеризуються умовами ($x^* < l_p, y^* < -H$), замість (7) і (8) матимемо

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{0,j} = 0, \quad y_{m+1,j} = -H, \quad j = \overline{0, n+1}, \\ g_3(y_{i,0}) = \varphi_i, \quad i = \overline{0, m-1}, \\ x_{i,0} = l_p, \quad i = \overline{m-1, m2}, \\ y_{i,0} = -H_g, \quad i = \overline{m2, m3}, \\ g_1(y_{i,n+1}) = \varphi_i, \quad i = \overline{0, m1}, \\ \varphi_{m1} = \tilde{\varphi}_*, \\ x_{i,n+1} = -l_F, \quad i = \overline{m1, m2}, \\ y_{i,n+1} = -H_g, \quad i = \overline{m2, m3}, \\ x_{i,0} = x_{i,n+1}, \quad y_{i,0} = y_{i,n+1}, \quad i = \overline{m3, m+1}; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{1,j} - x_{0,j} = 0, \quad x_{m,j} - x_{m+1,j} = 0, \quad j = \overline{0, n+1}, \\ (x_{i,0} - x_{i,1})(x_{i-1,0} - x_{i,0}) + \\ + (y_{i,0} - y_{i,1})(y_{i-1,0} - y_{i,0}) = 0, \quad i = \overline{0, m-1}, i = \overline{m3, m+1}, \\ y_{i,1} - y_{i,0} = 0, \quad i = \overline{m-1, m2}, \\ x_{i,1} - x_{i,0} = 0, \quad i = \overline{m2, m3}, \\ (x_{i,n} - x_{i,n+1})(x_{i-1,n+1} - x_{i,n+1}) + \\ + (y_{i,n} - y_{i,n+1})(y_{i-1,n+1} - y_{i,n+1}) = 0, \quad i = \overline{0, m1}, i = \overline{m3, m+1}, \\ y_{i,n} - y_{i,n+1} = 0, \quad i = \overline{m1, m2}, \\ x_{i,n} - x_{i,n+1} = 0, \quad i = \overline{m2, m3}. \end{array} \right.$$

Зокрема у випадку, коли водозабір лежить на границі області (рис. 10), що має місце при $H = H_g$, системи рівнянь (7) і (8) у алгоритмі матимуть вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{0,j} = 0, \quad y_{m+1,j} = -H, \quad j = \overline{0, n+1}, \\ g_3(y_{i,0}) = \varphi_i, \quad i = \overline{0, m-1}, \\ x_{i,0} = l_P, \quad i = \overline{m-1, m2}, \\ y_{i,0} = -H_g, \quad i = \overline{m2, m+1}, \\ g_1(y_{i,n+1}) = \varphi_i, \quad i = \overline{0, m1}, \\ \varphi_{m1} = \tilde{\varphi}^*, \\ x_{i,n+1} = -l_F, \quad i = \overline{m1, m2}, \\ y_{i,n+1} = -H_g, \quad i = \overline{m2, m+1}; \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{1,j} - x_{0,j} = 0, \quad x_{m,j} - x_{m+1,j} = 0, \quad j = \overline{0, n+1}, \\ (x_{i,0} - x_{i,1})(x_{i-1,0} - x_{i,0}) + (y_{i,0} - y_{i,1})(y_{i-1,0} - y_{i,0}) = 0, \quad i = \overline{0, m-1}, \\ y_{i,1} - y_{i,0} = 0, \quad i = \overline{m-1, m2}, \\ x_{i,1} - x_{i,0} = 0, \quad i = \overline{m2, m+1}, \\ (x_{i,n} - x_{i,n+1})(x_{i-1,n+1} - x_{i,n+1}) + \\ + (y_{i,n} - y_{i,n+1})(y_{i-1,n+1} - y_{i,n+1}) = 0, \quad i = \overline{0, m1}, \\ y_{i,n} - y_{i,n+1} = 0, \quad i = \overline{m1, m2}, \\ x_{i,n} - x_{i,n+1} = 0, \quad i = \overline{m2, m+1}. \end{array} \right.$$

ВИСНОВКИ

Розроблено системний опис характерних випадків формування течії та узагальнений алгоритм розв'язання відповідного комплексу крайових задач. Алгоритми розв'язання задач (як проміжних, так і ключових) у конкретних випадках формування течії ґрунтуються на ідеї почергової параметризації граничних і внутрішніх вузлів динамічної сітки, параметрів конформності та потенціалу керування. При цьому алгоритм вибору, на відміну від [9] (де автори йшли від ключових задач), ґрунтується на розв'язанні конкретних типів проміжних задач, а розв'язки ключових знаходяться шляхом відповідних граничних переходів.

У перспективі — узагальнення побудованого алгоритму стосовно розв'язування відповідних крайових задач для неоднорідних анізотропних середовищ за умов зворотного впливу характеристик процесу на характеристики середовища.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бомба А.Я., Кауштан С.С. Моделювання зворотного впливу градієнтів потенціалу на процес фільтрації // Вісн. Тернопільського держ. технічн. ун-ту. — 2004. — 9, № 1. — С. 123–129.
2. Бомба А.Я., Пригорницький Д.О., Скопечький В.В. Чисельне розв'язання нелінійних модельних крайових задач на квазіконформні відображення з післядією // Доп. НАН України. — 2004. — № 3. — С. 62–68.

3. *Бомба А.Я., Гаврилюк В.І., Капитан С.С.* Застосування методу «фіктивних областей» та методології квазіконформних відображень до моделювання нелінійних фільтраційно-суфозійних процесів в ґрунтових греблях // Волинський матем. вісн.: Прикладна математика. — 2005. — Вип. 12. — № 3. — С. 28–38.
4. *Гаврилюк В.І.* Чисельне розв’язання модельних крайових задач на квазіконформні відображення в областях з вільними межами та однорідними включеннями // Волинський матем. вісн.: Прикладна математика. — 2007. — Вип. 4. — № 13. — С. 65–76.
5. *Бомба А.Я., Гаврилюк В.І., Скопецкий В.В.* Метод «фиктивных областей» и квазиконформных отображений решения нелинейных краевых задач со свободными границами и включениями // Компьютерная математика. — 2007. — № 1. — С. 91–101.
6. *Бомба А.Я., Булавацький В.М., Скопецкий В.В.* Нелінійні математичні моделі процесів геогідродинаміки. — Київ: Наук. думка, 2007. — 308 с.
7. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977. — 656 с.
8. *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики. — Киев: Наук. думка, 1980. — 334 с.
9. *Пригорницький Д.О.* Нелінійні обернення модельних крайових задач на конформні відображення для тризв’язних областей // Волинський матем. вісн.: Прикладна математика. — 2004. — Вип. 2. — С. 196–211.
10. *Полубаринова-Кочина П.Я.* Теория движения грунтовых вод. — М.: Наука, 1977. — 664 с.

Надійшла 05.10.2008

ІНТЕГРУВАННЯ ПАРАМЕТРИЗОВАНИХ БАГАТОТОЧКОВИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ

І.І. КОРОЛЬ

Розглядаються питання існування та наближеної побудови розв'язків багатоточкових крайових задач для систем нелінійних звичайних диференціальних рівнянь з невідомими параметрами за допомогою модифікації чисельно-аналітичного методу послідовних наближень.

ВСТУП

Одним з ефективних і конструктивних методів дослідження питань якісної теорії та наближеної побудови розв'язків нелінійних систем диференціальних рівнянь, підпорядкованих різного роду обмеженням, зокрема дво- та багатоточковим крайовим умовам, є чисельно-аналітичний метод послідовних наближень. Детальний огляд досліджень з цього питання можна знайти в роботі [2], де результати, одержані в [3] для триточкових крайових задач з параметрами, узагальнюються на випадок багатоточкових крайових умов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо систему диференціальних рівнянь

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s), \quad (1)$$

підпорядкованих багатоточковим крайовим умовам

$$A_0 x(0) + \sum_{k=1}^q A_k x(t_k) + A_{q+1} x(T) = d, \quad (2)$$

$$\begin{cases} x_1(0) = x_{01}, \\ x_2(0) = x_{02}, \\ \dots\dots\dots \\ x_s(0) = x_{0s}, \end{cases} \quad (3)$$

де $x, f, d \in \mathbb{R}^n$, $n \geq s+1$, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s$ — невідомі скалярні параметри: $\lambda_i \in I_i = [a_i; b_i]$, $i = 1, \dots, s$, $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_q < t_{q+1} = T$, $x(0) = (x_{01}, \dots, x_{0s}, x_{s+1}(0), \dots, x_n(0))$; A_k , $k = 0, \dots, q+1$ — сталі матриці, які задовольняють умову $\det \sum_{k=1}^{q+1} A_k \neq 0$.

Вважаємо, що для крайової задачі (1)–(3) виконуються такі умови.

1. Функція $f(t, x, \Lambda)$ визначена і неперервна в області $\Omega = [0, T] \times D \times I$, $\Omega \subset R^{n+s+1}$, де D — замкнена обмежена область в R^n , $\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s) \in I = I_1 \times I_2 \times \dots \times I_s$, і обмежена вектором $M(t)$.

$$|f(t, x, \Lambda)| \leq M(t), \quad |f(t, x, \Lambda)| = (|f_1(t, x, \Lambda)|, \dots, |f_n(t, x, \Lambda)|).$$

2. Функція $f(t, x, \Lambda)$ в області Ω задовольняє умову Ліпшица по x, Λ .

$$|f(t, x', \Lambda') - f(t, x'', \Lambda'')| \leq K|x' - x''| + L|\Lambda' - \Lambda''|, \quad (4)$$

де $K \in R_+^{n \times n}$, $L \in R_+^{s \times n}$.

Нерівності між векторами розуміємо покомпонентно.

3. $D_0 \neq \emptyset$, де D_0 — $(n-s)$ -вимірна множина точок z_0 така, що точки $x_0 = (x_{01}, \dots, x_{0s}, z_0)$ містяться в D разом із своїм β -околом, де

$$\beta = \frac{T}{2}M' + \beta_1(z_0), \quad M' = \frac{1}{2} \left[\max_{(t,x,\Lambda) \in \Omega} f(t, x, \Lambda) - \min_{(t,x,\Lambda) \in \Omega} f(t, x, \Lambda) \right],$$

$$\beta_1(z_0) = \left| H \left\{ d - \sum_{k=0}^{q+1} A_k x_0 \right\} \right| + PM', \quad H = \left[\sum_{k=1}^{q+1} A_k \frac{t_k}{T} \right]^{-1}, \quad P = \sum_{k=1}^q |HA_k| \alpha_1(t_k),$$

$$\alpha_1(t) = 2t \left(1 - \frac{t}{T} \right).$$

4. Власні значення $s_i(Q)$ матриці $Q = \left(\frac{T}{2}E + P \right) K$, де E — одинична матриця, лежать в одиничному крузі

$$|s_i(Q)| < 1, \quad i = 1, \dots, n. \quad (5)$$

Під розв'язком задачі розуміємо неперервно-диференційовану на проміжку $[0, T]$ вектор-функцію $x = x^*(t)$ і такі значення параметрів $\Lambda = \Lambda^* = (\lambda_1^*, \dots, \lambda_s^*)$, тобто сукупність $(x^*(t), \Lambda^*)$, яка задовольняє як систему (1), так і крайові умови (2), (3).

ОБГРУНТУВАННЯ ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНОГО МЕТОДУ

Розглянемо послідовність вектор-функцій $\{x_m(t, z_0, \Lambda)\}$, заданих рекурентним співвідношенням

$$x_m(t, z_0, \Lambda) = x_0 + \int_0^t \left[f(\tau, x_{m-1}(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda) - \overline{f(s, x_{m-1}(s, z_0, \Lambda), \Lambda)} \right] d\tau + \\ + \frac{t}{T} H \left\{ d - \sum_{k=0}^{q+1} A_k x_0 - \sum_{k=1}^q A_k \int_0^{t_k} \left[f(\tau, x_{m-1}(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda) - \overline{f(s, x_{m-1}(s, z_0, \Lambda), \Lambda)} \right] d\tau \right\},$$

$$x_0(t, z_0, \Lambda) = x_0 = (x_{01}, \dots, x_{0s}, z_0), \quad m = 1, 2, \dots, \quad (6)$$

$$\text{де } \overline{f(s, x_{m-1}(s, z_0, \Lambda), \Lambda)} = \frac{1}{T} \int_0^T f(s, x_{m-1}(s, z_0, \Lambda), \Lambda) ds.$$

Безпосередньою перевіркою можна переконатися, що всі члени послідовності (6) задовольняють крайові умови (2), (3) при довільних значеннях параметрів з області $(z_0, \Lambda) \in D_0 \times I$. Має місце твердження про збіжність послідовності (6).

Теорема 1. Нехай крайова задача (1)–(3) задовольняє умови 1–4. Тоді

1) послідовність (6) рівномірно збігається при $m \rightarrow \infty$ в області $(t, z_0, \Lambda) \in \Omega_0 = [0, T] \times D_0 \times I$, $\Omega_0 \subset R^{n+1}$ до неперервної граничної функції $x^*(t, z_0, \Lambda)$, і для збіжності справедливі оцінки

$$\left| x^*(t, z_0, \Lambda) - x_m(t, z_0, \Lambda) \right| \leq Q^m (E - Q)^{-1} \beta(z_0); \quad (7)$$

2) $\forall (z_0, \Lambda) \in D_0 \times I$ гранична функція $x^*(t, z_0, \Lambda)$ при $t = 0$ проходить через точку $x(0, z_0, \Lambda) = x_0 = (x_{01}, \dots, x_{0s}, z_0)$ і є розв'язком збуреної по відношенню до (1)–(3) крайової задачі

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(t, x, \Lambda) + \Delta(z_0, \Lambda), \\ A_0 x(0) + \sum_{k=1}^q A_k x(t_k) + A_{q+1} x(T) = d, \\ x_1(0) = x_{01}, \dots, x_s(0) = x_{0s}, \end{cases} \quad (8)$$

де

$$\Delta(z_0, \Lambda) = -\overline{f(s, x^*(s, z_0, \Lambda), \Lambda)} + \frac{1}{T} H \left\{ d - \sum_{k=0}^{q+1} A_k x_0 - \sum_{k=1}^q A_k \int_0^{t_k} \left[f(\tau, x^*(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda) - \overline{f(s, x^*(s, z_0, \Lambda), \Lambda)} \right] d\tau \right\}. \quad (9)$$

Доведення. Покажемо, що в просторі неперервних вектор-функцій послідовність (6) є фундаментальною, а отже, і рівномірно збіжною. Спочатку доведемо, що $\forall (t, z_0, \Lambda) \in \Omega_0$, $\forall m \in N$, $x_m(t, z_0, \Lambda) \in D$. За лемою 3 [4]

$$\begin{aligned} |x_1(t, z_0, \Lambda) - x_0| &\leq \left| \int_0^t [f(\tau, x_0, \Lambda) - \overline{f(s, x_0, \Lambda)}] d\tau \right| + \left| H \left[d - \sum_{k=0}^{q+1} A_k x_0 \right] \right| + \\ &+ \left| H \sum_{k=1}^q A_k \int_0^{t_k} [f(\tau, x_0(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda) - \overline{f(s, x_0(s, z_0, \Lambda), \Lambda)}] d\tau \right| \leq \alpha_1(t) M' + \end{aligned}$$

$$+ \left| H \left[d - \sum_{k=0}^{q+1} A_k x_0 \right] + \sum_{k=1}^q |HA_k| \alpha_1(t_k) M' \leq \alpha_1(t) M' + \beta_1(z_0) \leq \beta(z_0) \right|.$$

Отже, при $(t, z_0, \Lambda) \in \Omega_0$ маємо $x_1(t, z_0, \Lambda) \in D$. За індукцією можна легко встановити, що $x_m(t, z_0, \Lambda) \in D, \forall m = 1, 2, \dots, \forall (t, z_0, \Lambda) \in \Omega_0$. Оцінимо різницю функцій

$$\begin{aligned} & |x_{m+1}(t, z_0, \Lambda) - x_m(t, z_0, \Lambda)| \leq \\ & \leq \left| \int_0^t [f(\tau, x_m(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda) - f(\tau, x_{m-1}(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda) - \right. \\ & \left. - (f(s, x_m(s, z_0, \Lambda), \Lambda) - f(s, x_{m-1}(s, z_0, \Lambda), \Lambda))] d\tau \right| + \\ & + \left| H \sum_{k=1}^q A_k \int_0^{t_k} [f(\tau, x_m(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda) - f(\tau, x_{m-1}(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda) - \right. \\ & \left. - (f(s, x_m(s, z_0, \Lambda), \Lambda) - f(s, x_{m-1}(s, z_0, \Lambda), \Lambda))] d\tau \right| \leq \\ & \leq \left(1 - \frac{t}{T} \right) \int_0^t |f(\tau, x_m(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda) - f(\tau, x_{m-1}(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda)| d\tau + \\ & + \frac{t}{T} \int_t^T |f(\tau, x_m(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda) - f(\tau, x_{m-1}(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda)| d\tau + \\ & + \sum_{k=1}^q |HA_k| \left\{ \left(1 - \frac{t_k}{T} \right) \int_0^{t_k} |f(\tau, x_m(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda) - f(\tau, x_{m-1}(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda)| d\tau + \right. \\ & \left. + \frac{t_k}{T} \int_{t_k}^T |f(\tau, x_m(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda) - f(\tau, x_{m-1}(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda)| d\tau \right\}. \end{aligned}$$

Якщо позначити $r_{m+1}(t, z_0, \Lambda) = |x_{m+1}(t, z_0, \Lambda) - x_m(t, z_0, \Lambda)|$, то, враховуючи умову Ліпшица (4), одержимо

$$\begin{aligned} r_{m+1}(t, z_0, \Lambda) & \leq K \left[\left(1 - \frac{t}{T} \right) \int_0^t r_m(\tau, z_0, \Lambda) d\tau + \frac{t}{T} \int_t^T r_m(\tau, z_0, \Lambda) d\tau \right] + \\ & + \sum_{k=1}^q |HA_k| K \left[\left(1 - \frac{t_k}{T} \right) \int_0^{t_k} r_m(\tau, z_0, \Lambda) d\tau + \frac{t_k}{T} \int_{t_k}^T r_m(\tau, z_0, \Lambda) d\tau \right]. \end{aligned}$$

Ми вже довели, що $r_1(t, z_0, \Lambda) \leq \alpha_1(t) M' + \beta_1(z_0)$, а тому, враховуючи лему 2.2 [1], за методом математичної індукції отримуємо

$$\begin{aligned}
 r_2(t, z_0, \Lambda) &\leq K \left[\left(1 - \frac{t}{T}\right) \int_0^t [\alpha_1(\tau)M' + \beta_1(z_0)] d\tau + \frac{t}{T} \int_t^T [\alpha_1(\tau)M' + \beta_1(z_0)] d\tau \right] + \\
 &+ \sum_{k=1}^q |HA_k| K \left[\left(1 - \frac{t_k}{T}\right) \int_0^{t_k} [\alpha_1(\tau)M' + \beta_1(z_0)] d\tau + \frac{t_k}{T} \int_{t_k}^T [\alpha_1(\tau)M' + \beta_1(z_0)] d\tau \right] \leq \\
 &\leq K[\alpha_2(t)M' + \alpha_1(t)\beta_1(z_0)] + \sum_{k=1}^q |HA_k| K[\alpha_2(t_k)M' + \alpha_1(t_k)\beta_1(z_0)] \leq \\
 &\leq \left[E\alpha_1(t) + \sum_{k=1}^q |HA_k| \alpha_1(t_k) \right] K \left[\frac{T}{3} M' + \beta_1(z_0) \right] \leq \\
 &\leq \left[\frac{T}{2} E + P \right] K \left[\frac{T}{3} M' + \beta_1(z_0) \right] \leq Q\beta(z_0), \\
 r_{m+1}(t, z_0, \Lambda) &\leq Q^m \beta(z_0).
 \end{aligned}$$

З урахуванням (5) одержимо оцінку різниці

$$\begin{aligned}
 |x_{m+j}(t, z_0, \Lambda) - x_m(t, z_0, \Lambda)| &\leq \sum_{i=1}^j r_{m+i}(t, z_0, \Lambda) \leq \\
 &\leq \sum_{i=0}^{j-1} Q^{m+i} \beta(z_0) \leq Q^m (E - Q)^{-1} \beta(z_0).
 \end{aligned}$$

Оскільки $\lim_{m \rightarrow \infty} Q^m = 0$, то послідовність (6) у просторі неперервних вектор-функцій є фундаментальною, а отже, за критерієм Коші вона рівномірно збігається. Перейшовши у співвідношенні (6) до границі при $m \rightarrow \infty$ отримуємо, що гранична функція $x^*(t, z_0, \Lambda)$ задовольняє інтегральному рівнянню

$$\begin{aligned}
 x(t) &= x_0 + \int_0^t [f(\tau, x(\tau), \Lambda) - \overline{f(s, x(s), \Lambda)}] d\tau + \\
 &+ \frac{t}{T} H \left\{ d - \sum_{k=0}^{q+1} A_k x_0 - \sum_{k=1}^q A_k \int_0^{t_k} [f(\tau, x(\tau), \Lambda) - \overline{f(s, x(s), \Lambda)}] d\tau \right\},
 \end{aligned}$$

з чого слідує, що $x^*(0, z_0, \Lambda) = x_0 = (x_{01}, \dots, x_{0s}, z_0)$ і $x^*(t, z_0, \Lambda)$ є розв'язком крайової задачі (8).

Теорему доведено.

Теорема 2. Нехай крайова задача (1)–(3) задовольняє умови 1–4. Тоді набір $(x^*(t), \Lambda^*)$ є розв'язком вихідної крайової задачі (1)–(3) тоді і тільки тоді, коли (z_0^*, Λ^*) є розв'язком визначального рівняння $\Delta(z_0, \Lambda) = 0$. При цьому $x^*(t) = x^*(t, z_0^*, \Lambda^*)$ і $x^*(0) = x_0 = (x_{01}, \dots, x_{0s}, z_0^*)$.

Доведення проводиться за аналогією з доведенням теореми 3 [5].

На практиці розглядають наближену збурюючу функцію

$$\Delta_m(z_0, \Lambda) = -\overline{f(s, x_m(s, z_0, \Lambda), \Lambda)} + \frac{1}{T} H \left\{ d - \sum_{k=0}^{q+1} A_k x_0 - \sum_{k=1}^q A_k \int_0^{t_k} [f(\tau, x_m(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda) - \overline{f(s, x_m(s, z_0, \Lambda), \Lambda)}] d\tau \right\},$$

на підставі аналізу якої можна робити висновки про існування розв'язку крайової задачі (1)–(3). Достатні умови для цього дає теорема 3.

НЕОБХІДНІ ТА ДОСТАТНІ УМОВИ ІСНУВАННЯ РОЗВ'ЯЗКУ

Теорема 3. Нехай крайова задача (1)–(3) задовольняє умови 1–4, а також існує випукла замкнена область $V' = D'_0 \times I' \subset D_0 \times I$ така, що для деякого фіксованого $m \geq 1$ наближене визначальне рівняння $\Delta_m(z_0, \Lambda) = 0$ має в V' єдиний розв'язок, індекс якого не дорівнює нулю і на межі S області V' виконується нерівність

$$\inf_{(z_0, \Lambda) \in S} |\Delta_m(z_0, \Lambda)| > \left(E + \frac{1}{T} P \right) K Q^m (E - Q)^{-1} \beta(z_0).$$

Тоді крайова задача (1)–(3) має єдиний розв'язок $(x^*(t), \Lambda^*)$, початкове значення якого $x^*(0) = (x_{01}, \dots, x_{0s}, z_0^*)$, де $(z_0^*, \Lambda^*) \in V'$.

Доведення. Враховуючи умову Ліпшица (4) та оцінки (7), для різниці точної $\Delta^*(z_0, \Lambda)$ і наближеної $\Delta_m(z_0, \Lambda)$ збурюючих функцій одержимо

$$\begin{aligned} |\Delta(z_0, \Lambda) - \Delta_m(z_0, \Lambda)| &\leq \frac{1}{T} \int_0^T |f(s, x^*(s, z_0, \Lambda), \Lambda) - f(s, x_m(s, z_0, \Lambda), \Lambda)| ds + \\ &+ \frac{1}{T} \left| H \sum_{k=1}^q A_k \int_0^{t_k} [f(\tau, x^*(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda) - f(\tau, x_m(\tau, z_0, \Lambda), \Lambda) - \right. \\ &\quad \left. - \overline{(f(s, x^*(s, z_0, \Lambda), \Lambda) - f(s, x_m(s, z_0, \Lambda), \Lambda))}] d\tau \right| \leq \\ &\leq \frac{1}{T} K \int_0^T |x^*(s, z_0, \Lambda) - x_m(s, z_0, \Lambda)| ds + \\ &+ \frac{1}{T} \sum_{k=1}^q |H A_k| K \left[\left(1 - \frac{t_k}{T} \right) \int_0^{t_k} |x^*(\tau, z_0, \Lambda) - x_m(\tau, z_0, \Lambda)| d\tau + \right. \\ &\left. + \frac{t_k}{T} \int_{t_k}^T |x^*(\tau, z_0, \Lambda) - x_m(\tau, z_0, \Lambda)| d\tau \right] \leq \left(E + \frac{1}{T} P \right) K Q^m (E - Q)^{-1} \beta(z_0). \end{aligned} \tag{10}$$

Далі доведення проводиться аналогічно доведенню теореми 4 [5].

Доведемо неперервну залежність збурюючої функції вигляду (9) від параметрів z_0, Λ .

Теорема 4. Нехай крайова задача (1)–(3) задовольняє умови 1–4. Тоді вектор-функція $\Delta(z_0, \Lambda)$ вигляду (9) визначена і неперервна в області $D_0 \times I$, і для довільних точок $(z'_0, \Lambda'), (z''_0, \Lambda'') \in D_0 \times I$ виконується оцінка

$$\begin{aligned} |\Delta(z'_0, \Lambda') - \Delta(z''_0, \Lambda'')| &\leq \left[\frac{1}{T} R + \left(E + \frac{1}{T} P \right) K (E - Q)^{-1} (E + R) \right] |x'_0 - x''_0| + \\ &+ \left(E + \frac{1}{T} P \right) \left[E + K (E - Q)^{-1} \left(\frac{T}{2} E + P \right) \right] L |\Lambda' - \Lambda''|, \end{aligned}$$

де $R = \sum_{k=0}^{q+1} |HA_k|$.

Доведення. Для довільної точки $(z_0, \Lambda) \in D_0 \times I$ функція $x^*(s, z_0, \Lambda)$ є неперервною як границя рівномірно збіжної послідовності (6). А тоді і $\Delta(z_0, \Lambda)$ є неперервною і обмеженою $\forall (z_0, \Lambda) \in D_0 \times I$.

$$|\Delta(z_0, \Lambda)| \leq \frac{1}{T} \left| H \left[d - \sum_{k=0}^{q+1} A_k x_0 \right] \right| + \left(E + \frac{1}{T} P \right) M'.$$

Спочатку оцінимо близькість функцій $x_m(s, z'_0, \Lambda')$ і $x_m(s, z''_0, \Lambda'')$. При $m=1$ для довільних $(z'_0, \Lambda'), (z''_0, \Lambda'') \in D_0 \times I$, виконуючи перетворення, подібні до тих, які використовували при встановленні оцінки (7), маємо

$$\begin{aligned} |x_1(t, z'_0, \Lambda') - x_1(t, z''_0, \Lambda'')| &\leq |x'_0 - x''_0| + \frac{t}{T} \left| H \sum_{k=0}^{q+1} A_k |x'_0 - x''_0| \right| + \\ &+ \left| \int_0^t [f(\tau, x'_0, \Lambda') - f(\tau, x''_0, \Lambda'') - \overline{(f(s, x'_0, \Lambda') - f(s, x''_0, \Lambda''))}] d\tau \right| + \\ &+ \frac{t}{T} \left| H \sum_{k=1}^q A_k \int_0^{t_k} [f(\tau, x'_0, \Lambda') - f(\tau, x''_0, \Lambda'') - \overline{(f(s, x'_0, \Lambda') - f(s, x''_0, \Lambda''))}] d\tau \right| \leq \\ &\leq (E + R) |x'_0 - x''_0| + \left(1 - \frac{t}{T} \right) \int_0^t [K |x'_0 - x''_0| + L |\Lambda' - \Lambda''|] d\tau + \\ &+ \frac{t}{T} \int_t^T [K |x'_0 - x''_0| + L |\Lambda' - \Lambda''|] d\tau + \\ &+ \sum_{k=1}^q |HA_k| \left\{ \left(1 - \frac{t_k}{T} \right) \int_0^{t_k} [K |x'_0 - x''_0| + L |\Lambda' - \Lambda''|] d\tau + \right. \end{aligned}$$

$$\left. + \frac{t_k}{T} \int_{t_k}^T [K|x'_0 - x''_0| + L|\Lambda' - \Lambda''|] d\tau \right\} \leq (E + R + \alpha_1(t)K + PK)|x'_0 - x''_0| + \\
 + (E\alpha_1(t) + P)L|\Lambda' - \Lambda''| \leq (E + R + Q)|x'_0 - x''_0| + \left(\frac{T}{2}E + P\right)L|\Lambda' - \Lambda''|.$$

При $m = 2$ аналогічно отримаємо

$$|x_2(t, z'_0, \Lambda') - x_2(t, z''_0, \Lambda'')| \leq (E + R)|x'_0 - x''_0| + \\
 + \left(1 - \frac{t}{T}\right) \int_0^t [K|x_1(\tau, z'_0, \Lambda') - x_1(\tau, z''_0, \Lambda'')| + \\
 + L|\Lambda' - \Lambda''|] d\tau + \frac{t}{T} \int_t^T [K|x_1(\tau, z'_0, \Lambda') - x_1(\tau, z''_0, \Lambda'')| + L|\Lambda' - \Lambda''|] d\tau + \\
 + \sum_{k=1}^q |HA_k| \left\{ \left(1 - \frac{t_k}{T}\right) \int_0^{t_k} [K|x_1(\tau, z'_0, \Lambda') - x_1(\tau, z''_0, \Lambda'')| + L|\Lambda' - \Lambda''|] d\tau + \right. \\
 \left. + \frac{t_k}{T} \int_{t_k}^T [K|x_1(\tau, z'_0, \Lambda') - x_1(\tau, z''_0, \Lambda'')| + L|\Lambda' - \Lambda''|] d\tau \right\} \leq \\
 \leq (E + Q + Q^2)|x'_0 - x''_0| + (E + Q)R|x'_0 - x''_0| + (E + Q) \left(\frac{T}{2}E + P\right)L|\Lambda' - \Lambda''|.$$

За методом математичної індукції одержимо такі оцінки:

$$|x_m(t, z'_0, \Lambda') - x_m(t, z''_0, \Lambda'')| \leq \left[\sum_{i=0}^m Q^i \right] |x'_0 - x''_0| + \left[\sum_{i=0}^{m-1} Q^i \right] R|x'_0 - x''_0| + \\
 + \left[\sum_{i=0}^{m-1} Q^i \right] \left(\frac{T}{2}E + P\right)L|\Lambda' - \Lambda''|.$$

Переходячи в останній нерівності до границі при $m \rightarrow \infty$ і беручи до уваги (5), маємо

$$|x^*(t, z'_0, \Lambda') - x^*(t, z''_0, \Lambda'')| \leq \\
 \leq (E - Q)^{-1}(E + R)|x'_0 - x''_0| + (E - Q)^{-1} \left(\frac{T}{2}E + P\right)L|\Lambda' - \Lambda''|. \quad (11)$$

З означення (9) збурюючої функції, враховуючи (11) та лему 2.1 [1], маємо, що при $\forall (z'_0, \Lambda'), (z''_0, \Lambda'') \in D_0 \times I$ справедливі оцінки

$$|\Delta(z'_0, \Lambda') - \Delta(z''_0, \Lambda'')| \leq$$

$$\begin{aligned}
 &\leq \frac{1}{T} \int_0^T \left| f(s, x^*(s, z'_0, \Lambda'), \Lambda') - f(s, x^*(s, z''_0, \Lambda''), \Lambda'') \right| ds + \frac{1}{T} R |x'_0 - x''_0| + \\
 &+ \frac{1}{T} \sum_{k=1}^q |HA_k| \left[\left(1 - \frac{t_k}{T} \right) \int_0^{t_k} \left| f(\tau, x^*(\tau, z'_0, \Lambda'), \Lambda') - f(\tau, x^*(\tau, z''_0, \Lambda''), \Lambda'') \right| d\tau + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{t_k}{T} \int_{t_k}^T \left| f(\tau, x^*(\tau, z'_0, \Lambda'), \Lambda') - f(\tau, x^*(\tau, z''_0, \Lambda''), \Lambda'') \right| d\tau \right] \leq \\
 &\leq \left(E + \frac{1}{T} P \right) K \left| x^*(t, z'_0, \Lambda') - x^*(t, z''_0, \Lambda'') \right| + \left(E + \frac{1}{T} P \right) L |\Lambda' - \Lambda''| + \frac{1}{T} R |x'_0 - x''_0| \leq \\
 &\leq \left[\frac{1}{T} R + \left(E + \frac{1}{T} P \right) K (E - Q)^{-1} (E + R) \right] |x'_0 - x''_0| + \\
 &\quad + \left(E + \frac{1}{T} P \right) \left[E + K (E - Q)^{-1} \left(\frac{T}{2} E + P \right) \right] L |\Lambda' - \Lambda''|.
 \end{aligned}$$

Теорему доведено.

Наступна теорема встановлює необхідні умови розв'язуваності крайової задачі, тобто умови, необхідні для того, щоб існувала пара (z_0^*, Λ^*) , яка визначає при $t=0$ початкове значення $x^*(0) = (x_{01}, \dots, x_{0s}, z_0^*)$ точного розв'язку задачі (1)–(3).

Теорема 5. Нехай крайова задача (1)–(3) задовольняє умови 1–4. Тоді для того, щоб деяка область $V'' = D_0'' \times I''$ містила точку (z_0^*, Λ^*) , яка зводить при $\Lambda = \Lambda^*$ крайову задачу (1)–(3) до задачі Коші

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = f(t, x, \Lambda^*), \\ x(0) = x_0^* = (x_{01}, \dots, x_{0s}, z_0^*), \end{cases}$$

необхідно, щоб $\forall m \in \mathbb{N}$ і для $\forall (\bar{z}_0, \bar{\Lambda}) \in V''$ виконувалася нерівність

$$\begin{aligned}
 |\Delta_m(\bar{z}_0, \bar{\Lambda})| &\leq \sup_{(z_0, \Lambda) \in V''} \left\{ \left[\frac{1}{T} R + \left(E + \frac{1}{T} P \right) K (E - Q)^{-1} (E + R) \right] |\bar{x}_0 - x_0| + \right. \\
 &\quad \left. + \left(E + \frac{1}{T} P \right) \left[E + K (E - Q)^{-1} \left(\frac{T}{2} E + P \right) \right] L |\bar{\Lambda} - \Lambda| \right\} + \\
 &\quad + \left(E + \frac{1}{T} P \right) K Q^m (E - Q)^{-1} \beta(\bar{z}_0). \tag{12}
 \end{aligned}$$

Доведення. Згідно з теоремою 2 пара (z_0^*, Λ^*) є розв'язком визначального рівняння

$$\Delta(z_0^*, \Lambda^*) = 0. \tag{13}$$

Застосуємо теорему 4 у випадку, коли $(z'_0, \Lambda') = (\bar{z}_0, \bar{\Lambda})$, $(z''_0, \Lambda'') = (z^*_0, \Lambda^*)$, де $(\bar{z}_0, \bar{\Lambda})$ — довільна точка області V'' . Тоді, з урахуванням (13) маємо

$$\begin{aligned} |\Delta(\bar{z}_0, \bar{\Lambda})| \leq & \left[\frac{1}{T} R + \left(E + \frac{1}{T} P \right) K (E - Q)^{-1} (E + R) \right] |\bar{x}_0 - x^*_0| + \\ & + \left(E + \frac{1}{T} P \right) \left[E + K (E - Q)^{-1} \left(\frac{T}{2} E + P \right) \right] L |\bar{\Lambda} - \Lambda^*|. \end{aligned} \quad (14)$$

З нерівності (10) слідує, що

$$|\Delta(\bar{z}_0, \bar{\Lambda}) - \Delta_m(\bar{z}_0, \bar{\Lambda})| \leq \left(E + \frac{1}{T} P \right) K Q^m (E - Q)^{-1} \beta(\bar{z}_0),$$

тобто

$$|\Delta_m(\bar{z}_0, \bar{\Lambda})| \leq |\Delta(\bar{z}_0, \bar{\Lambda})| + \left(E + \frac{1}{T} P \right) K Q^m (E - Q)^{-1} \beta(\bar{z}_0). \quad (15)$$

Об'єднуючи нерівності (14) та (15), отримаємо співвідношення (12).

$$\begin{aligned} |\Delta_m(\bar{z}_0, \bar{\Lambda})| \leq & \left[\frac{1}{T} R + \left(E + \frac{1}{T} P \right) K (E - Q)^{-1} (E + R) \right] |\bar{x}_0 - x^*_0| + \\ & + \left(E + \frac{1}{T} P \right) \left[E + K (E - Q)^{-1} \left(\frac{T}{2} E + P \right) \right] L |\bar{\Lambda} - \Lambda^*| + \\ & + \left(E + \frac{1}{T} P \right) K Q^m (E - Q)^{-1} \beta(\bar{z}_0) \leq \\ \leq & \sup_{(z_0, \Lambda) \in V''} \left\{ \left[\frac{1}{T} R + \left(E + \frac{1}{T} P \right) K (E - Q)^{-1} (E + R) \right] |\bar{x}_0 - x_0| + \right. \\ & + \left. \left(E + \frac{1}{T} P \right) \left[E + K (E - Q)^{-1} \left(\frac{T}{2} E + P \right) \right] L |\bar{\Lambda} - \Lambda| \right\} + \\ & + \left(E + \frac{1}{T} P \right) K Q^m (E - Q)^{-1} \beta(\bar{z}_0). \end{aligned}$$

Теорему доведено.

ВИСНОВКИ

Розглянуто застосування чисельно-аналітичного методу послідовних наближень до дослідження існування та наближеної побудови розв'язків нелінійних систем диференціальних рівнянь з параметрами, підпорядкованих нерозділеним багатоточковим крайовим умовам. Обґрунтовано алгоритм побудови наближених розв'язків. Встановлено конструктивні необхідні та достатні умови їх існування.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Самойленко А.М., Ронто Н.И.* Численно-аналитические методы в теории краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений. — Киев: Наук. думка, 1992. — 280 с.
2. *Ронто Н.И., Самойленко А.М., Трофимчук С.И.* Теория численно-аналитического метода: достижения и новые направления развития // Укр. мат. журн. — 1999. — **51**, № 7. — С. 960–971.
3. *Король І.І.* Застосування чисельно-аналітичного методу до дослідження тричовкових крайових задач з параметрами // Наук. вісн. УжДУ. Сер. Математика. — Вип. 3. — 1998. — С. 124–127.
4. *Ронто М., Мейсарош Й.* Некоторые замечания о сходимости численно-аналитического метода последовательных приближений // Укр. мат. журн. — 1996. — **48**, № 1. — С. 90–95.
5. *Ронто Н.И., Король И.И.* Исследование и решение краевых задач с параметрами численно-аналитическим методом // Укр. мат. журн. — 1994. — **46**, № 8. — С. 1031–1042.

Надійшла 14.07.2008

ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ І
МЕТОДИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

THEORETICAL AND APPLIED PROBLEMS AND
METHODS OF SYSTEM ANALYSIS

УДК 519.854.2

ПДС-алгоритми та важкорозв'язувані задачі комбінаторної оптимізації / Згуровський М.З., Павлов О.А., Місюра О.Б. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 4. — С. 14–31.

Формулюються базові принципи побудови ПДС-алгоритмів. Наводяться узагальнення по підвищенню ефективності їхнього використання. Аналізується можливість створення нових ПДС-алгоритмів на основі існуючих. Бібліогр.: 16 назв.

UDC 519.854.2

PDC-algorithms and intractable combinatorial optimization problems / Zgurovsky M.Z., Pavlov O.A., Misiura E.B. // System Research and Information Technologies. — 2009. — № 4. — P. 14–31.

Based on the analysis of PDC-algorithms for intractable combinatorial optimization problems, general principles of their building are formulated and generalizations about increasing the effectiveness of their using are given. A possibility of constructing new PDC-algorithms on the basis of the existed ones is analyzed. Refs: 16 titles.

УДК 316.42+330.34+519.711.2

Исследование проблем мировой безопасности с помощью анализа главных компонент / Померанцева Т., Болдак А. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 4. — С. 32–46.

Проведено исследование национальной безопасности различных стран мира с использованием метода главных компонент (Principal Component Analysis) в пространстве десяти глобальных угроз. С помощью вычисления коэффициентов корреляции определен характер зависимости между главными факторами и исходными угрозами. Проведена кластеризация стран по уровню глобальных угроз. Определены три наиболее существенные угрозы, влияющие на национальную безопасность большинства стран мира: государственная нестабильность, дефицит энергетических ресурсов и неравенство доходов (Gini Index). Выполнена графическая интерпретация глобальных угроз в пространстве трех главных компонент. Проведено исследование факторной структуры угроз и определены степени зависимости между их основными группами. Рис.: 10. Табл.: 4. Бібліогр.: 9 назв.

УДК 316.42+330.34+519.711.2

Дослідження проблем світової безпеки за допомогою аналізу головних компонент / Померанцева Т., Болдак А. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 4. — С. 32–46.

Проведено дослідження національної безпеки різних країн світу з використанням метода головних компонент (Principal Component Analysis) у просторі десяти глобальних загроз. За допомогою обчислення коефіцієнтів кореляції визначено характер залежності між головними чинниками і вихідними загрозами. Визначено три найбільш істотні загрози, які впливають на національну безпеку більшості країн світу: державна нестабільність, дефіцит енергетичних ресурсів і нерівність доходів (Gini Index). Виконано графічну інтерпретацію глобальних загроз і визначено міри залежності між їх основними групами. Рис.:10. Табл.: 4. Бібліогр.: 9 назв.

УДК 004.932.4

Алгоритм построения оптимальных пар фильтров кодирования и восстановления, адаптивных к функции многих переменных / [Лигун А.А.], Шумейко А.А., Журба В.Н. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 4. — С. 47–52.

Рассмотрен алгоритм построения оптимальных пар фильтров произвольной сложности кодирования и восстановления, адаптивных к функции многих переменных, для любого регулярного паркета. Рис.: 2. Библиогр.: 3 назв.

UDC 004.932.4

Algorithm for development of optimal pairs of filters (coding and recovery) adaptive to multivariable function / [Ligun A.A.], Shumeiko A.A., Zhurba V.M. // System Research and Information Technologies. — 2009. — № 4. — P. 47–52.

An algorithm for development of optimal pairs of filters of any complexity for (coding and recovery which are) adaptive to multivariable function is proposed. Figs: 2. Refs: 3 titles.

УДК 004.89:629.4

Использование интеллектуальных технологий для анализа чрезвычайных ситуаций на железнодорожном транспорте / [Юхимчук С.В.], Савчук Т.А., Кацман М.Д. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 4. — С. 53–60.

Предложено использование интеллектуальных технологий для анализа чрезвычайных ситуаций на железнодорожном транспорте, а также при формировании рекомендаций руководителям ликвидации быстротекущих техногенных чрезвычайных ситуаций и схемы действий оперативных групп. Рис.: 5. Библиогр.: 8 назв.

UDC 004.89:629.4

Using intelligent technologies in analysis of extraordinary situations on railway / [Yukhimchuk S.V.], Savchuk T.A., Katsman M.D. // System Research and Information Technologies. — 2009. — № 4. — P. 53–60.

Use of intellectual technologies is offered for analysis of extraordinary situations on a rail transport and also for formation of recommendations to the supervisors over liquidation of extraordinary fleeting technogenic situations. Charts of actions of the operative teams in such situations are given. Figs: 5. Refs: 8 titles.

УДК 683.519

Дослідження нечітких нейронних мереж у задачах розпізнавання об'єктів електрооптичних зображень / Зайченко Ю.П., Петросюк І.М., Ярошенко М.С. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 4. — С. 61–76.

Розглянуто проблему розпізнавання об'єктів електрооптичних зображень, отриманих за допомогою мультиспектральних систем. Для її вирішення запропоновано нечітку нейронну мережу (ННМ). Описано різні алгоритми навчання ННМ у задачі класифікації об'єктів. Наведено результати експериментальних досліджень ефективності цих алгоритмів на реальних даних. Рис.: 8. Табл.: 6. Бібліогр.: 9 назв.

UDC 683.519

Investigation of fuzzy neural networks for object recognition in electrooptical images / Zaychenko Yu.P., Petrosiuk I.M., Yaroshenko M.S. // *System Research and Information Technologies*. — 2009. — № 4. — P. 61–76.

The problem of object recognition in electrooptical images obtained using multispectral optical systems is considered. A fuzzy neural network is suggested for the solution of this problem. Different training algorithms for fuzzy neural network are considered, and the results of experimental investigations of their efficiency on the basis of real data are presented. Figs: 8. Tabl.: 6. Refs: 9 titles.

УДК 004.942

Керування соціально-економічними системами за допомогою шуму / Сопін М.О., Виклюк Я.І. // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — 2009. — № 4. — С. 77–85.

Розглянуто динамічну систему, яка моделює хід рекламної кампанії в умовах факторів, що змінюються випадковим чином. Досліджено особливості адаптації системи к флуктуаціям зовнішнього середовища. Дано пояснення ефекта стагнації системи як знаходженню даної системи в області параметрів керування, де існує індукована мультиплікативним шумом бістабільність. Показано, що фактор невизначеності може бути використано зацікавленою особою для досягнення своєї мети. Рис.: 6. Бібліогр.: 14 назв.

UDC 004.942

Socio-economic system management using noise/ Sopin M.O., Vyklyuk Y.I. // *System Research and Information Technologies*. — 2009. — № 4. — P. 77–85.

A dynamic system that models an advertising campaign process is examined for separate randomly changing factors. The features of the system adaptation to the environment are studied. The system stagnation effect is defined as location of the system in the region of control parameters, within which multiplicative noise-induced biostability exists. It is shown that a concern person can use the uncertainty factor to achieve his goal. Figs: 6. Refs: 14 titles.

УДК 681.513

Исследование загрузки сетевых элементов при варьировании параметров сети с технологией MPLS / Кухарева О.В., Кухарев С.А. // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — 2009. — № 4. — С. 86–91.

Сформулирована задача исследования зависимости загрузки сетевых элементов от пропускных способностей каналов связи и интенсивности входящих потоков. Приведены результаты экспериментальных исследований, проведенных с помощью ранее разработанного комплекса. Рис.: 2. Табл.: 3. Библиогр.: 7 назв.

UDC 681.513

Research into the occupancy of network elements when modifying parameters of MPLS technology network / Kukhareva O.V., Kukharev S.A. // *System Research and Information Technologies*. — 2009. — № 4. — P. 86–91.

A problem of the dependence of network element occupancy on link capacities and input flows intensity is formulated. The results of experimental research carried out using the program system are presented. Figs: 2. Tabl.: 3. Refs: 7 titles.

УДК 62-50

Прогнозування максимальних умовних дисперсій багатовимірних процесів із різнотемповою дискретизацією на основі адаптивних моделей GARCH / Романенко В.Д., Мілявський Ю.Л. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 4. — С. 92–108.

Розглянуто метод синтезу моделей GARCH для прогнозування максимальних умовних дисперсій багатовимірних гетероскедастичних процесів при дискретизації вхідних збурень з малими періодами квантування, а вихідних координат — з великими. Динаміку процесів у стохастичному середовищі описано матрично-поліноміальними моделями авторегресії і ковзного середнього з різнотемповою дискретизацією. Розроблено алгоритм адаптивного настроювання коефіцієнтів моделей GARCH. Наведено результати експериментальних досліджень такого настроювання та прогнозування максимальних умовних дисперсій при оптимальних коефіцієнтах. Рис.: 10. Бібліогр.: 6 назв.

UDC 62-50

Forecasting of maximal conditional dispersions for multidimensional processes with multirate discretization on the basis of adaptive GARCH models / Romanenko V.D., Milyavsky Yu.L. // System Research and Information Technologies. — 2009. — № 4. — P. 92–108.

A method for synthesis of GARCH models for forecasting maximal conditional dispersions of multidimensional heteroskedastic processes under discretisation of input disturbances with small sampling periods and of output coordinates with large ones is considered. The dynamics of processes in a stochastic medium is described by matrix-polynomial models of autoregression and a sliding mean with multirate discretization. An algorithm for adaptive setting of GARCH models is developed. Experimental results for such a setting as well as forecasting of maximal conditional dispersions under optimal coefficients are presented. Figs: 10. Refs: 6 titles.

УДК 517.9

Приближенные экстремальные решения для эволюционных включений субдифференциального типа / Ясинский В.В., Капустян Е.А. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 4. — С. 109–116.

Рассматривается задача нахождения приближенного оптимального управления в форме обратной связи для эволюционного включения субдифференциального типа, которое подвергается возмущениям вида $\varepsilon F(y)$, где $\varepsilon > 0$ — малый параметр; F — многозначное отображение. При условии, что при $\varepsilon = 0$ задача допускает синтез $u[t, y]$, доказано: формула $u[t, y]$ реализует приближенный синтез исходной задачи при малых $\varepsilon > 0$. Библиогр.: 9 назв.

UDC 517.9

Approximate extreme solutions for evolutionary inclusions of subdifferential type / Yasinsky V.V., Kapustian O.A. // System Research and Information Technologies. — 2009. — № 4. — P. 109–116.

The problem of finding of approximate optimal feedback control was considered for an evolutionary inclusion of the subdifferential type, perturbed by $\varepsilon F(y)$, where $\varepsilon > 0$ is a small parameter and F is a multivalued mapping. On condition that for $\varepsilon = 0$ the problem has unique solution $u[t, y]$ in the feedback form, it was proved that the formula

$u[t, y]$ provides an approximate synthesis for the initial problem for small $\varepsilon > 0$. Refs: 9 titles.

УДК 519.63.4.001.57+517

Системная методология моделирования фильтрационных процессов в криволинейных областях с неопределенными участками границ / Бомба А.Я., Гаврилюк В.И. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 4. — С. 117–128.

Систематизирован подход к решению модельных задач на конформные отображения в областях с неопределенными участками границ. Построен общий алгоритм их численного решения. Рис.: 10. Библиогр.: 10 назв.

UDC 519.63.4.001.57+517

System methodology for modelling of filtration processes in curvilinear areas with uncertain segments of boundaries / Bomba A.Ya., Gavrilyuk V.I. // System Research and Information Technologies. — 2009. — № 4. — P. 117–128.

An approach to solution of model boundary value problems on conformal mappings in areas with uncertain segments of boundaries is systematized. Also, an algorithm for finding solutions to them is built. Figs: 10. Refs: 10 titles.

УДК 517.927.4

Интегрирование параметризованных многоточечных краевых задач / Король И.И. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 4. — С. 129–139.

Рассматриваются вопросы существования и приближенного построения решений многоточечных краевых задач для систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с неизвестными параметрами с помощью модификации численно-аналитического метода последовательных приближений. Библиогр.: 5 назв.

UDC 517.927.4

Integration of parametrized multi-point boundary value problems / Korol I.I. // System Research and Information Technologies. — 2009. — № 4. — P. 129–139.

By using a modification of a numerical-analytic method for successive approximations, the problems of the existence and construction of approximate solutions for multi-point boundary value problems are considered for the systems of ordinary nonlinear differential equations with unknown parameters. Refs: 5 titles.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Болдак Андрій Олександрович,

кандидат технічних наук, доцент кафедри обчислювальної техніки Національного технічного університету України «КПІ», Україна, Київ

Бомба Андрій Ярославович,

професор, доктор технічних наук, професор кафедри інформатики та прикладної математики Рівненського державного гуманітарного університету, Україна, Рівне

Виклюк Ярослав Ігорович

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри комп'ютерних систем і технологій Буковинського університету, Україна, Чернівці

Гаврилюк Володимир Іванович,

аспірант кафедри інформатики та прикладної математики Рівненського державного гуманітарного університету, Україна, Рівне

Журба Віталій Миколайович,

аспірант Дніпродзержинського державного технічного університету, Україна, Дніпродзержинськ

Зайченко Юрій Петрович,

професор, доктор технічних наук, професор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Згуровський Михайло Захарович,

академік НАН України, професор, доктор технічних наук, ректор Національного технічного університету України «КПІ», директор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Капустян Олена Анатоліївна,

кандидат фізико-математичних наук, завідувач науково-дослідного сектора факультету кібернетики Київського національного університету ім. Тараса Шевченка, Україна, Київ

Кацман Михайло Давидович,

кандидат технічних наук, начальник відділу навчально-бойової та спеціальної підготовки служби воєнізованої охорони Південно-Західної залізниці, Україна, Вінниця

Король Ігор Іванович,

доцент, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри диференціальних рівнянь та математичної фізики Ужгородського національного університету, Україна, Ужгород

Кухарєв Сергій Олександрович

аспірант Національного технічного університету України «КПІ», Україна, Київ

Кухарєва Оксана Валентинівна,

аспірантка Національного технічного університету України «КПІ», Україна, Київ

Лигун Анатолій Олександрович,

професор, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри прикладної математики Дніпродзержинського державного технічного університету, Україна, Дніпродзержинськ

Мілявський Юрій Леонідович,

магістрант Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Місюра Олена Борисівна,

старший науковий співробітник, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Науково-дослідного інституту інформаційних процесів при Національному технічному університеті України «КПІ», Київ

Павлов Олександр Анатолійович,

академік Академії наук вищої школи, професор, доктор технічних наук, декан факультету інформатики та обчислювальної техніки Національного технічного університету України «КПІ», Київ

Петросюк Ірина Михайлівна,

магістр Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Померанцева Тетяна Миколаївна,

виконавчий директор Інституту системного аналізу і прийняття рішень, США, Брісбане

Романенко Віктор Демидович,

професор, доктор технічних наук, заступник директора з навчальної роботи Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Савчук Тамара Олександрівна,

доцент, кандидат технічних наук, доцент кафедри інтелектуальних систем Вінницького національного технічного університету, Україна, Вінниця

Сопін Михайло Олегович,

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри комп'ютерних систем і технологій Буковинського університету, Україна, Чернівці

Шумейко Олександр Олександрович,

професор, доктор технічних наук, професор кафедри програмного забезпечення електронно-обчислювальних машин Дніпродзержинського державного технічного університету, Україна, Дніпродзержинськ

Юхимчук Сергій Васильович,

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри інтелектуальних систем Вінницького національного технічного університету, Україна, Вінниця

Ярошенко Максим Сергійович,

спеціаліст Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Ясінський Василь Васильович,

професор, кандидат фізико-математичних наук, директор Інституту моніторингу якості освіти Національного технічного університету України «КПІ», докторант Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Зміст журналу
«Системні дослідження та інформаційні технології»
за 2009 р.

ЗМІСТ № 1

<i>Zgurovsky M.Z.</i> Global analysis of sustainable development in context of quality and security of human life	7
<i>Панкратова Н.Д., Савастьянов В.В.</i> Моделирование альтернатив сценариев процесса технологического предвидения	22
<i>Петров К.Э.</i> Компараторная идентификация модели формирования индекса устойчивого развития	36
<i>Werners B., Kondratenko Y.P.</i> Tanker routing problem with fuzzy demands of served ships ...	47
<i>Бідюк П.І., Федоров А.В.</i> Ймовірнісне прогнозування процесів ціноутворення на фондових ринках	65
<i>Тутенко С.В., Гагарін О.О.</i> Модель навчального Web-контенту Tree-Net як основа для інтеграції керування знаннями і безперервним навчанням	74
<i>Павлов А.А., Чеховский А.В.</i> Построение многомерной полиномиальной регрессии. Активный эксперимент	87
<i>Губарев В.Ф., Жуков А.О.</i> Исследование условий идентифицируемости при итеративной идентификации дискретных стационарных систем	100
<i>Kasyanov P.O., [Mel'nik V.S.], Toscano S.</i> Initial time value problem solutions for evolution inclusions with S_k type operators	116
<i>Повеценко Г.П.</i> Структурна еволюція спілкування	131
Реферати	145
Відомості про авторів	149

ЗМІСТ № 2

<i>Згуровський М.З., Переверза К.В.</i> Методика побудови сценаріїв розвитку України з використанням SWOT-аналізу	7
<i>Zgurovsky M., Pasichny A.</i> Modelling of the civilizations' break lines in context of their fundamental cultural differences	18
<i>Zagorodny A., Zgurovsky M., Zinovjev G., Martynov E., Petrenko A.</i> Integrating Ukraine into European Grid infrastructure	35
<i>Яковенко В.Д., Гогунський В.Д.</i> Прогнозування стану системи керування якістю діяльності навчального закладу	50
<i>Песчанский А.И.</i> Техническое обслуживание монотонной системы с учетом суммарной наработки на отказ каждого ее элемента	58
<i>Ясінський В.В., Капустян О.В., Валеро Х.</i> Математична модель процесу формування та збереження колективних знань	67
<i>Коваленко И.И., Кудин О.А.</i> Моделирование модульных систем с применением дискретной теории паттернов	78
<i>Будаев П.В.</i> Практическое применение количественных методов прогнозирования	92
<i>Терентьев А.Н., Бидюк П.И., Коршевнюк Л.А.</i> Алгоритм вероятностного вывода в байесовских сетях	107
<i>Ильяшенко М.Б.</i> Алгоритм нахождения наибольшего общего подграфа	112
<i>Zgurovsky A.</i> Research of globalization's interrupted character in context of social development and global security. PART 1. Analysis of pre-crisis period (up to second half of 2008)	121
<i>Haigh M.</i> Research versus practice in software engineering: comparison of expert opinions to measured user priorities	133
Реферати	143
Відомості про авторів	148

ЗМІСТ № 3

<i>Зайченко Ю.П., Рогоза С.В., Столбунов В.А.</i> Сравнительный анализ методов оценки риска банкротства предприятий	7
<i>Тарасенко В.П., Михайлюк А.Ю., Заболотня Т.М.</i> Контекстно-асоціативний підхід до автоматизованого виправлення орфографічних помилок	21
<i>Martynov E., Svistunov S., Zinoyev G.</i> Academic segment of Ukrainian Grid infrastructure	31
<i>Гончар М.С., Терент'єва Л.С.</i> Оцінювання ризиків дефолту та реальних опціонів	43
<i>Шелестов А.Ю.</i> Моделирование Grid-узла на основе сетей Петри	52
<i>Канищева О.В.</i> Идентификация знаний в электронных библиотеках.....	66
<i>Згуровский М.З., Павлов А.А.</i> Иерархическое планирование в системах, имеющих сетевое представление технологических процессов и ограниченные ресурсы, как задача принятия решений	70
<i>Меликов А.З., Велибеков А.М.</i> Численный метод анализа модели беспроводной сети связи со сложной схемой резервирования каналов и очередями	76
<i>Ненахов Э.И., Соболенко Л.А.</i> Метод линеаризации и негладкая оптимизация	90
<i>Абрамчук Л.М.</i> Методологія визначення оптимальних технологічних параметрів транспортної інфраструктури при обслуговуванні зернових вантажопотоків	105
<i>Ясінський В.В.</i> Фрактальні «портрети» структур колективних залишкових знань	112
<i>Козуля Т.В., Шаронова Н.В.</i> Определение структуры корпоративной экологической системы и идентификация ее состояния	117
<i>Повещенко Г.П.</i> Модель привабливості вибору та прийняття рішень	130
Реферати	143
Відомості про авторів	148

ЗМІСТ № 4

<i>Згуровский М.З.</i> Охвативший три столетия	7
<i>Згуровский М.З., Павлов А.А., Мисюра Е.Б.</i> ПДС-алгоритмы и труднорешаемые задачи комбинаторной оптимизации	14
<i>Pomerantseva T., Boldak A.</i> Principal component analysis for studying the world security problem	32
<u>Лигун А.О.</u> , <u>Шумейко О.О.</u> , <u>Журба В.М.</u> Алгоритм побудови оптимальних пар фільтрів кодування і відновлення, адаптивних до функцій багатьох змінних	47
<u>Юхимчук С.В.</u> , <u>Савчук Т.О.</u> , <u>Кацман М.Д.</u> Використання інтелектуальних технологій для аналізу небезпечних ситуацій на залізничному транспорті.....	53
<i>Зайченко Ю.П., Петросюк И.М., Ярошенко М.С.</i> Исследование нечетких нейронных сетей в задачах распознавания объектов электрооптических изображений	61
<i>Сопин М.О., Виллюк Я.И.</i> Управление социально-экономическими системами с помощью шума	77
<i>Кухарева О.В., Кухарев С.О.</i> Дослідження завантаженості мережевих елементів при варіюванні параметрів мережі з технологією MPLS	86
<i>Романенко В.Д., Милявский Ю.Л.</i> Прогнозирование максимальных условных дисперсий многомерных процессов с разнотемповой дискретизацией на основе адаптивных моделей GARCH.....	92
<i>Ясінський В.В., Капустян О.А.</i> Наближені екстремальні розв'язки для еволюційних включень субдиференціального типу	109
<i>Бомба А.Я., Гаврилюк В.І.</i> Системна методологія моделювання фільтраційних процесів у криволінійних областях з невизначеними ділянками меж	117
<i>Король І.І.</i> Інтегрування параметризованих багатоточкових крайових задач	129
Реферати	140
Відомості про авторів	145
Зміст журналу «Системні дослідження та інформаційні технології» за 2009 р.	147
Автори статей за 2009 р.	149

АВТОРИ СТАТЕЙ ЗА 2009 р.

- Абрамчук Людмила Миколаївна, № 3
Бідюк Петро Іванович, № 1, 2
Болдак Андрій Олександрович, № 4
Бомба Андрій Ярославович, № 4
Будаєв Петро Володимирович, № 2
Валеро Хосе, № 2
Велібеків Амір Махмуд огли, № 3
Вернерс Брігітта, № 1
Виклюк Ярослав Ігорович, № 4
Гаврилюк Володимир Іванович, № 4
Гагарін Олександр Олександрович, № 1
Гогунський Віктор Дмитрович, № 2
Гончар Микола Семенович, № 3
Губарев В'ячеслав Федорович, № 1
Жуков Олексій Олегович, № 1
Журба Віталій Миколайович, № 4
Заболотня Тетяна Миколаївна, № 2, 3
Загородній Анатолій Глібович, № 2
Зайченко Юрій Петрович, № 3, № 4
Згуровський Михайло Захарович, № 1,2,3,4
Згуровський Олександр Михайлович, № 2
Зінов'єв Геннадій Михайлович, № 2, 3
Льяшенко Матвій Борисович, № 2
Каніщева Ольга Валеріївна, № 3
Капустян Олексій Володимирович, № 2
Капустян Олена Анатоліївна, № 4
Касьянов Павло Олегович, № 1
Кацман Михайло Давидович, № 4
Коваленко Ігор Іванович, № 2
Козуля Тетяна Володимирівна, № 3
Кондратенко Юрій Пантелійович, № 1
Король Ігор Іванович, № 4
Коршевнюк Лев Олександрович, № 2
Кудін Олег Олексійович, № 2
Кухарев Сергій Олександрович, № 4
Кухарева Оксана Валентинівна, № 4
Лигун Анатолій Олександрович, № 4
Мартинов Євген Сергійович, № 2, № 3
Меліков Агасі Зарбалі огли, № 3
Мельник Валерій Сергійович, № 1
Михайлюк Антон Юрійович, № 2, № 3
Мілявський Юрій Леонідович, № 4
Місюра Олена Борисівна, № 4
Ненахов Едуард Іванович, № 3
Павлов Олександр Анатолійович, № 1,3,4
Панкратова Наталія Дмитрівна, № 1
Пасічний Олексій Михайлович, № 2
Переверза Катерина Володимирівна, № 2
Песчанський Олексій Іванович, № 2
Петренко Анатолій Іванович, № 2
Петров Костянтин Едуардович, № 1
Петросюк Ірина Михайлівна, № 4
Повещенко Геннадій Павлович, № 1, № 3
Померанцева Тетяна Миколаївна, № 4
Рогоза Світлана Валеріївна, № 3
Романенко Віктор Демидович, № 4
Саваст'янов Володимир Володимирович, № 1
Савчук Тамара Олександрівна, № 4
Свістунов Сергій Якович, № 3
Соболенко Лідія Опанасівна, № 3
Сопін Михайло Олегович, № 4
Столбунов Володимир Андрійович, № 3
Тарасенко Володимир Петрович, № 3
Терент'єва Людмила Сергіївна, № 3
Терент'єв Олександр Миколайович, № 2
Титенко Сергій Володимирович, № 1
Тоскано Сперанца, № 1
Федоров Андрій Васильович, № 1
Хейг Марія, № 2
Чеховський Олександр Володимирович, № 1
Шаронова Наталія Валеріївна, № 3
Шелестов Андрій Юрійович, № 3
Шумейко Олександр Олександрович, № 4
Юхимчук Сергій Васильович, № 4
Яковенко Віра Дмитрівна, № 2
Ярошенко Максим Сергійович, № 4
Ясінський Василь Васильович, № 2, 3, 4

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ СТАТЕЙ

для журналу

«СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ»

1. Стаття з анотаціями подається у двох варіантах: **роздрукована** (на папері формату А4 через 1,5 інтервали у двох примірниках, розмір шрифту 12 пт., поля зліва та справа по 3 см) та у **електронному** вигляді.

Анотація (не більше 5-6 рядків) подається трьома мовами: російською, українською і англійською.

2. Текст статті набирається у редакторі Microsoft Word 98 (або пізнішої версії) шрифтом Times New Roman із вирівнюванням по ширині.

3. На початку статті вказується індекс УДК, назва статті, ініціали та прізвище автора (авторів).

4. Список літератури подається у порядку посилання після тексту статті.

5. Набір формул здійснюється у редакторі формул «Equations».

6. Символи у формулах (крім особливих випадків) набираються курсивом. Допускаються прямі символи, але їх треба розмітити або включити до списку спеціальних символів.

7. Нумерувати тільки ті формули (винесені на середину рядків), на які є посилання у тексті.

8. Таблиці та рисунки виконуються в одному стилі, їм надаються номер, назва і розташовують після посилань у тексті. Не слід повторювати у статті підписи до рисунків та таблиць.

9. Стаття разом із таблицями, рисунками і списком літератури має бути не більше 15 сторінок. Оглядові статті обсягом до 25 стор. приймаються за домовленістю із редколегією.

10. До рукопису додаються відомості про кожного автора: країна, місто, місце роботи, службова посада, вчений ступінь та звання, сфера наукових досліджень, контактні телефони, адреса та e-mail.