

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

МІЖНАРОДНИЙ НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 1

2009

ЗАСНОВАНИЙ У ЛИПНІ 2001 Р.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Головний редактор

М.З. ЗГУРОВСЬКИЙ, акад. НАН України

Заступник головного редактора

Н.Д. ПАНКРАТОВА, проф., д. т. н.

Члени редколегії:

П.І. АНДОН, чл.-кор. НАН України

А.В. АНІСІМОВ, проф., д. ф.-м. н.

Ж. БОННІН, проф., Франція

Р. ВОРОНКА, проф., США

С.М. ГРИША, проф., д. т. н.

О.Д. ГВІШАНИ, проф., д. ф.-м. н.,
Росія

В.І. КОСТЮК, проф., д. т. н.

В.М. КУНЦЕВИЧ, акад. НАН України

Г.М. ЛУЦЬКИЙ, проф., д. т. н.

О.А. МОЛЧАНОВ, проф., д. т. н.

В.В. ОСТАПЕНКО, проф., д. ф.-м.н.

О.А. ПАВЛОВ, проф., д. т. н.

В.Н. РЕДЬКО, акад. НАН України

Т.Л. СААТІ, проф., США

І.В. СЕРГІЄНКО, акад. НАН України

В.В. СКОПЕЦЬКИЙ, чл.-кор. НАН України

В.П. ТАРАСЕНКО, проф., д. т. н.

Я.С. ЯЦКІВ, акад. НАН України

АДРЕСА РЕДАКЦІЇ:

03056, м. Київ,

пр. Перемоги, 37, корп. 35,

Навчально-науковий комплекс

«Інститут прикладного системного аналізу»

НТУУ «КПІ» МОН та НАН України

Тел.: 241-68-44, Факс: 241-68-44

E-mail: journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua

http://journal.iasa.com.ua

У номері:

• **Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу**

• **Прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи**

• **Математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем**

• **Нові методи в системному аналізі, інформатиці та теорії прийняття рішень**

NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE
EDUCATIONAL-SCIENTIFIC COMPLEX
«INSTITUTE FOR APPLIED SYSTEM ANALYSIS»
AT THE NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF UKRAINE «KPI»
OF MES AND NAS OF UKRAINE

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

№ 1

2009

IT IS FOUNDED IN JULY, 2001

EDITORIAL BOARD:

The editor – in – chief

M.Z. ZGUROVSKY, Academician of
NASU

Deputy editor – in – chief

N.D. PANKRATOVA, Prof., Ukraine

Associate editors:

F.I. ANDON, Correspondent Mem-
ber of NASU

A.V. ANISIMOV, Prof., Ukraine

Z. BONNIN, Prof., France

R. VORONKA, Prof., USA

S.N. GRISHA, Prof., Ukraine

A.D. GVISHIANI Prof., Russia

V.I. KOSTJUK, Prof., Ukraine

V.M. KUNTHEVICH, Academician of NASU

G.M. LUTSKY, Prof., Ukraine

A.A. MOLCHANOV, Prof., Ukraine

V.V. OSTAPENKO, Prof., Ukraine

A.A. PAVLOV, Prof., Ukraine

V.N. REDKO, Academician of NASU

T.L. SAATY, Prof., USA

I.V. SERGIENKO, Academician of NASU

V.V. SKOPETSKY Correspondent mem-
ber of NASU

V.P. TARASENKO, Prof., Ukraine

Ya.S. YATSKIV Academician of NASU

THE EDITION ADDRESS:

03056, Kyiv,
av. Peremogy, 37, building 35,
Educational-Scientific Complex
«Institute for Applied System Analysis» at the
National Technical University of Ukraine «KPI»
of MES and NAS of Ukraine
Phones: **241-68-44**; Fax: **241-68-44**;
E-mail: journal@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua
<http://journal.iasa.com.ua>

In the issue:

• **Theoretical and applied prob-
lems and methods of system
analysis**

• **Progressive information tech-
nologies, high-efficiency compu-
ter systems**

• **Mathematical methods, mo-
dels, problems and technologies
for complex systems research**

• **New methods in system analysis,
computer science and theory of
decision making**

Шановні читачі!

Навчально-науковий комплекс «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України видає міжнародний науково-технічний журнал

«СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ».

Журнал публікує роботи теоретичного і прикладного характеру в широкому спектрі проблем, пов'язаних із системними дослідженнями та інформаційними технологіями.

Провідні тематичні розділи журналу:

Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу; теоретичні та прикладні проблеми інформатики; автоматизовані системи управління; прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи; проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах; теоретичні та прикладні проблеми інтелектуальних систем підтримки прийняття рішень; проблемно і функціонально орієнтовані комп'ютерні системи та мережі; методи оптимізації, оптимальне управління і теорія ігор; математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем; методи аналізу та управління системами в умовах ризику і невизначеності; евристичні методи та алгоритми в системному аналізі та управлінні; нові методи в системному аналізі, інформатиці та теорії прийняття рішень; науково-методичні проблеми в освіті.

Головний редактор журналу — ректор Національного технічного університету України «КПІ», директор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, академік НАН України Михайло Захарович ЗГУРОВСЬКИЙ.

Журнал «Системні дослідження та інформаційні технології» включено до переліку фахових видань ВАК України.

Статті публікуються українською, російською та англійською мовами.

Журнал можна передплатити. **Наш індекс 23918.** Якщо ви не встигли передплатити журнал, його можна придбати безпосередньо в редакції. Наша адреса: 03056, м. Київ, пр. Перемоги, 37, корп. 35.

Редактор В.М. Мацуї
Комп'ютерна верстка А.А. Патіоха

Підписано до друку 19.03.2009. Формат 70x108/16.
Папір офс. Офс. друк. Ум. друк. арк. 14. Ціна договірна.
Свідоцтво про реєстрацію КВ № 13804–2778 ПР від 17.03.2008 р.

Видавництво та поліграфія ВПК «Політехніка»
ВПІ НТУУ «КПІ»
03056, Київ–56, пр. Перемоги, 37, корп. 15

Dear Readers!

The Educational-scientific complex «Institute for applied system analysis» at the National technical university of Ukraine «KPI» of MES and NAS of Ukraine is published of the international scientific and technical journal

**«SYSTEM RESEARCH AND
INFORMATION TECHNOLOGIES».**

The Journal is printing works of a theoretical and applied character on a wide spectrum of problems, connected with system researches and information technologies.

The main thematic sections of the Journal are the following:

Theoretical and applied problems and methods of system analysis; theoretical and applied problems of computer science; automated control systems; progressive information technologies, high-efficiency computer systems; decision making and control in economic, technical, ecological and social systems; theoretical and applied problems of intellectual systems for decision making support; problem- and function-oriented computer systems and networks; methods of optimization, optimum control and theory of games; mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research; methods of system analysis and control in conditions of risk and uncertainty; heuristic methods and algorithms in system analysis and control; new methods in system analysis, computer science and theory of decision making; scientific and methodical problems in education.

The editor-in-chief of the Journal is Rector of the National Technical University of Ukraine «KPI», Director of the Educational-scientific complex «Institute for applied system analysis» at the National technical university of Ukraine «KPI» of MES and NAS of Ukraine, academician of the NASU Michael Zaharovich Zgurovsky.

The articles to be published in the Journal in Ukrainian, Russian and English languages are accepted. Information printed in the Journal is included in the Catalogue of periodicals of Ukraine (the 2003 subscription).

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

1 • 2009

ЗМІСТ

ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ І МЕТОДИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ	
<i>Zgurovsky M.Z.</i> Global analysis of sustainable development in context of quality and security of human life	7
<i>Панкратова Н.Д., Савастьянов В.В.</i> Моделирование альтернатив сценариев процесса технологического предвидения	22
<i>Петров К.Э.</i> Компараторная идентификация модели формирования индекса устойчивого развития	36
ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ	
<i>Werners B., Kondratenko Y.P.</i> Tanker routing problem with fuzzy demands of served ships	47
<i>Бідюк П.І., Федоров А.В.</i> Ймовірнісне прогнозування процесів ціноутворення на фондових ринках	65
<i>Титенко С.В., Гагарін О.О.</i> Модель навчального Web-контенту Tree-Net як основа для інтеграції керування знаннями і безперервним навчанням	74
МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ І ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ	
<i>Павлов А.А., Чеховский А.В.</i> Построение многомерной полиномиальной регрессии. Активный эксперимент	87
<i>Губарев В.Ф., Жуков А.О.</i> Исследование условий идентифицируемости при итеративной идентификации дискретных стационарных систем	100
НОВІ МЕТОДИ В СИСТЕМНОМУ АНАЛІЗІ, ІНФОРМАТИЦІ ТА ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ	
<i>Kasyanov P.O., [Mel'nik V.S.], Toscano S.</i> Initial time value problem solutions for evolution inclusions with S_k type operators	116
<i>Повещенко Г.П.</i> Структурна еволюція спілкування	131
Реферати	145
Відомості про авторів	149

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

1 • 2009

CONTENTS

THEORETICAL AND APPLIED PROBLEMS AND METHODS OF SYSTEM ANALYSIS	
<i>Zgurovsky M.Z.</i> Global analysis of sustainable development in context of quality and security of human life	7
<i>Pankratova N.D., Savastyanov V.V.</i> Modeling of alternatives in technology foresight scenarios	22
<i>Petrov K.E.</i> Comparative identification of model of formation of sustainable development index	36
PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES, HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS	
<i>Werners B., Kondratenko Y.P.</i> Tanker routing problem with fuzzy demands of served ships	47
<i>Bidiuk P.I., Fedorov A.V.</i> Probabilistic forecasting of price forming at stock exchange	65
<i>Tytenko S.V., Gagarin A.A.</i> Learning Web-content Tree-Net model as a basis for integration of knowledge management and on-going learning	74
MATHEMATICAL METHODS, MODELS, PROBLEMS AND TECHNOLOGIES FOR COMPLEX SYSTEMS RESEARCH	
<i>Pavlov A.A., Chekhovskiy A.V.</i> Multidimensional polynomial regression construction (active experiment)	87
<i>Gubarev V.F., Zhukov A.O.</i> Research of identification conditions in iterative identification of discrete stationary systems	100
NEW METHODS IN SYSTEM ANALYSIS, COMPUTER SCIENCE AND THEORY OF DECISION MAKING	
<i>Kasyanov P.O., [Mel'nik V.S.], Toscano S.</i> Initial time value problem solutions for evolution inclusions with S_k type operators	116
<i>Poveshchenko G.P.</i> Structural evolution of association	131
References	145
Information about the authors	149

**GLOBAL ANALYSIS OF SUSTAINABLE DEVELOPMENT IN
CONTEXT OF QUALITY AND SECURITY OF HUMAN LIFE**

M.Z. ZGUROVSKY

A system of factors (indices and indicators) and a new method of quantitative and qualitative evaluation are developed. This system, named “Sustainable Development Gauging Matrix” (SDGM) and data presented by reliable international organizations culminated in a Global Simulation regarding quality of life and security of the world population. Specifically, this study focuses on analysis of the Systematic Regularity of World Conflicts over the Course of Time. A prognosis is detailed of the next world conflict, labeled the “Conflict of XXI Century”, and an analysis is provided of its nature and main characteristics; duration, main phases of the conflict and intensity. This prognosis details a set of basic global threats that spawn this conflict. Using cluster analysis, its influence on different countries of the world is accurately defined. These results were obtained by applying the capabilities of the world data centers network as a tool for providing a variety of scientific interdisciplinary data.

INTRODUCTION

We will consider the concept of “sustainable development” based on the theory of noosphere created by Vladimir Vernadsky. In the middle of last century in his work (Vernadsky, 1944) he declared that the Homo sapiens with his mind and activities began strongly influence the natural development of the environment or biosphere. The theory and practice has confirmed that after several decades the noosphere doctrine proves to be a necessary platform for the development of the “triune” concept of sustainable ecological, social and economic development. In 1996 the United Nations formulated this concept in the following way: “System coordination of economic, ecological and human development in such a way that from one generation to the other the quality and safety of life should not decrease, the environmental conditions should not worsen and the social progress should meet the needs of every person”.

This concept was generalized by a number of international organizations, among them Rome Club, International Institute for Applied System Analysis (IASA), Institute for System Research (USSR), International Federation of Institutes for Advanced Studies. The problems of environment and sustainable development were discussed at the UN conferences and summits, (UN Summit, Rio de Janeiro, 1992), (UN Summit, Johannesburg, 2002). Thus, the new concept has united the three main components of the sustainable development: economic, eco-

logical and social. It is recommended to carry out «Transition from One-Dimensional Development to its Harmonization with Respect to Three constituents: {Economic; Ecological; Social/Institutional}. Thereby the purpose of this research is working out a sustainable development measuring system based on the use of interdisciplinary data characterizing each of its three dimensions. By using this measuring system which we call Sustainable Development Gauging Matrix (SDGM) we carry out global simulation of sustainable development in the context of quality of life and security of population. Also we analyze the impact of the totality of global threats on this development.

1. DEVELOPMENT OF SDGM MATHEMATICAL MODEL

We characterize sustainable development by two main constituents: security of population (I_{sec}) and quality of their life (I_{ql}), as fig. 1. Then the generalized sustainable development measure (Index) may be presented by a quaternary $\{Q\}$ with imaginary scalar part j (I_{sec}), describing security of people and real vector part (I_{ql}), describing quality of life in the space with three dimensions: economic (I_{ec}), ecological (I_e) and social-institutional (I_s):

$$\{Q\} = jI_{sec} + \vec{I}_{ql}, \tag{1}$$

$$j = \begin{cases} 1 & \text{for real positive values of } I_{sec} > 0, \\ \sqrt{-1} & \text{for zero valuation of } I_{sec} = 0 \text{ (conflict).} \end{cases}$$

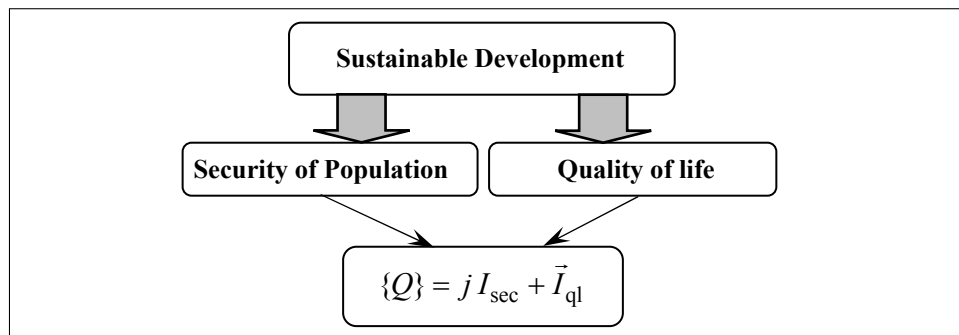


Fig. 1. Quaternary Approach for Sustainable Development Representation

In this space for each country we have the sustainable development radius-vector (I_{sd}) with the Euclidean norm:

$$I_{sd} = \|\vec{I}_{sd}\| \sqrt{I_{ec}^2 + I_e^2 + I_s^2} \tag{2}$$

which we define as a sustainable development index (I_{sd}). Quality of life component (I_{ql}) is the sustainable development vector (I_{sd}) projection on the ideal vector with coordinates (1; 1; 1):

$$I_{ql} = \sqrt{I_{ec}^2 + I_e^2 + I_s^2} \cdot \cos(\alpha). \tag{3}$$

The angle (α) is defined as a degree of harmonization:

$$\alpha = \arccos \left(\frac{I_{ec}^2 + I_e^2 + I_s^2}{\sqrt{3} \sqrt{I_{ec}^2 + I_e^2 + I_s^2}} \right), \quad 0 \leq \alpha \leq \arccos \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \quad (4)$$

as fig. 2.

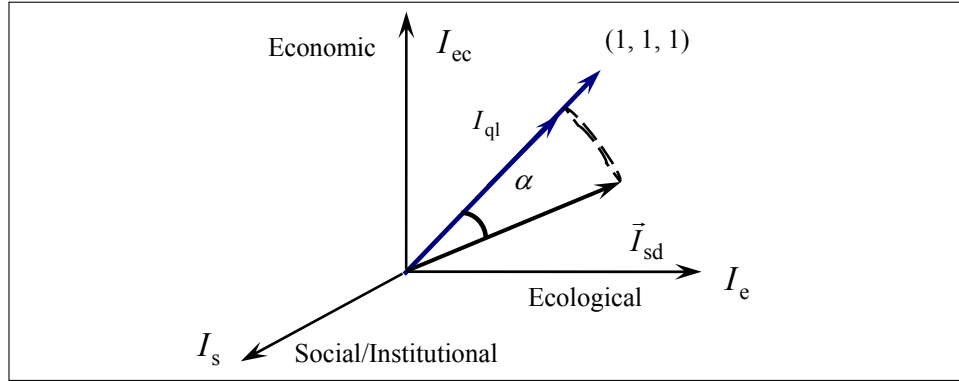


Fig. 2. Quality of Life Component (I_{ql}) and Harmonization Degree (α)

Since simulation of security and quality of life is carried out using different methods and different initial data it seems reasonable to fulfill it separately in three stages. At the first stage we will carry out Data Analysis of Quality of Life Component of Sustainability. In order to perform this simulation we have to select of data by means of which each of three sustainable development dimensions can be presented most adequately. These data are also to be prepared by reputable international organizations or research centers annually on the permanent basis.

To present **economic dimension** two global data bases were used: *Global Competitiveness Index* (I_c), annually developed by the World Economic Forum (The Global Competitiveness Report, 2007-2008), and *Index of economic freedom* (I_{ef}) developed by Heritage Foundation (The news of intellectual centre of Heritage Foundation, 2008).

Ecological dimension (I_e) is defined by the well-known *Environmental Performance Index*, which is annually formed by the Center on environmental legislation and policy of Yale University together with Columbia University (EPI Beta, 2007/2008).

Social dimension is formed by three global indices: *Quality of life Index*, developed by the International Living organization (Quality of Life Index, 2008), *Human development index*, annually calculated in the framework of United Nations Development Program (Human Development Report, 2007/2008) and *Index of knowledge society*, created by UN Department on economic and social development (The publications of the United Nations on economic and social affairs — UNDESA, 2005). All together these six indices are defined by 12 policy categories and 65 indicators and accumulated at the Ukrainian branch of World Data center (WDC for Geoinformatics and Sustainable development, 2008).

Based on the description of interconnections between these factors, their transformation to the unified computational platform, the mathematical model for Quality of Life simulation, named “Sustainable Development Gauging Matrix” (SDGM) was developed as fig. 3.

This interdisciplinary model is a large scale matrix compression. It combines data of various natures and reflects the balance between three inseparable spheres of the society — economic, ecological and social/institutional. Under such conditions all data, indicators and indices, which are included in the SDGM model, are measured in different units and have various interpretations. This is why they are reduced to the normal form in such a way that their changes and the changes of their indices themselves were in the range from 0 to 1. In this case the lowest values of the above indicators will correspond to the numerical values close to 0, and the highest — will approximate these values to 1. Such normalization allows one to calculate each of the indices I_{ec} , I_e , I_s and I_{sd} in the form of an algebraical compression of its constituents with the corresponding weighted coefficients. In turn, the weighted coefficients in the calculation formula of the sustainable development index (I_{sd}) are chosen in such a way that allows one to provide the same weights of economic, ecological and social measures in this index.

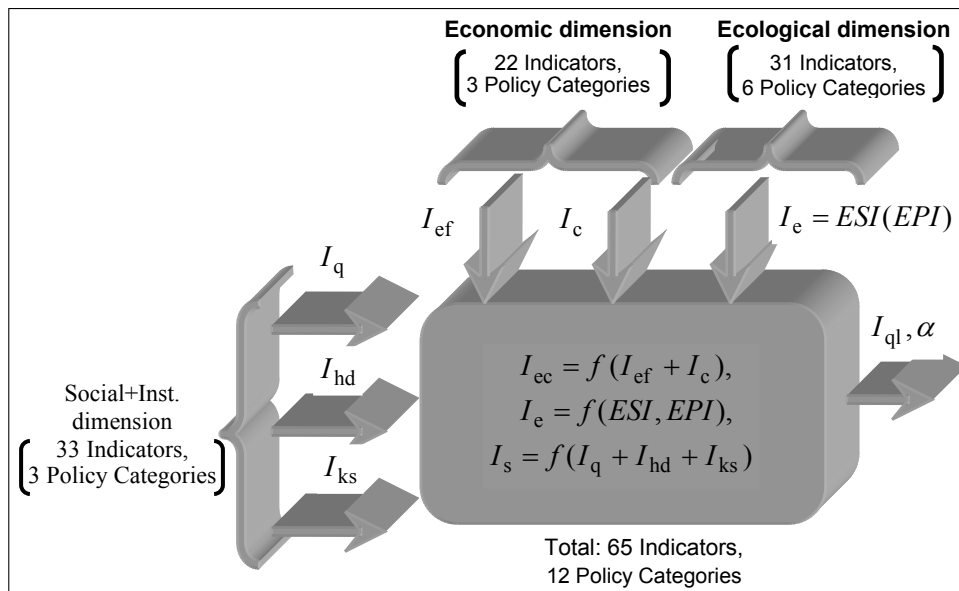


Fig. 3. Mathematical Model “Sustainable Development Gauging Matrix” (SDGM)

2. DATA ANALYSIS OF QUALITY OF LIFE COMPONENT OF SUSTAINABILITY

The mathematical model SDGM was used for calculation of quality of life components of sustainability for 2005–2008, which are represented in table 1 (columns 4–9). These components are: the Euclidean norm of sustainable development radius-vector (I_{sd}), Harmonization Degree (α , column 6) and Quality of Life Component (I_{ql} , column 5).

We see that among five leaders (Switzerland, New Zealand, Finland, Sweden and Norway) there are no superpowers with dominating ideologies and economies. The basic industries of these countries are not oriented at the usage of considerable natural resources and cheap labor. These countries are leading in the

ecological dimension index. They are very active in innovation activities; invest about 4 % of their GDP for R&D.

G8 countries are placed from the 6th to 23rd position by quality of life component of sustainable development (except Russia). In particular Canada ranks 6th position, France — 11th, Germany — 12th, Japan — 13th, United Kingdom — 16th, United States — 16th, Italy — 21st, Russia — 56th. Nevertheless they are world leaders in GDP absolute values, but their quality characteristics of economic development, renewal of natural resources and development of social capital move these countries in the second-third dozen.

Table 1. The results of sustainable development global simulation (dimensionless quantities)

Country	Sustainable Development Index $\{Q\}=I_{sec}+I_{ql}$		Quality of Life Component						Security Component	
	Rank	{Q}	Rank	I_{ql}	α (rad)	I_e	I_{ec}	I_s	Rank	I_{sec}
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Very High										
Switzerland	1	3,275	1	1,462	0,1394	0,680	0,955	0,898	8	1,813
Canada	2	3,258	7	1,377	0,1127	0,668	0,866	0,851	1	1,881
Sweden	3	3,250	4	1,382	0,1564	0,629	0,931	0,833	2	1,868
Norway	4	3,244	5	1,380	0,1729	0,605	0,931	0,854	3	1,864
Finland	5	3,222	3	1,382	0,1378	0,649	0,914	0,831	5	1,840
New Zeland	6	3,218	2	1,383	0,1319	0,650	0,889	0,857	6	1,835
Australia	7	3,201	14	1,353	0,1089	0,669	0,798	0,876	4	1,849
Denmark	8	3,167	13	1,353	0,0970	0,674	0,840	0,830	7	1,814
Austria	9	3,148	11	1,357	0,1556	0,612	0,894	0,844	10	1,791
Luxemburg	10	3,139	15	1,350	0,1416	0,625	0,831	0,882	11	1,789
France	11	3,138	8	1,365	0,1799	0,586	0,878	0,901	14	1,773
Germany	12	3,133	9	1,364	0,1389	0,632	0,863	0,868	15	1,769
Japan	13	3,128	16	1,343	0,1282	0,634	0,845	0,847	12	1,785
Netherlands	14	3,124	18	1,324	0,1074	0,654	0,787	0,852	9	1,800
Ireland	15	3,109	17	1,326	0,0941	0,664	0,827	0,805	13	1,784
United Kingdom	16	3,099	12	1,353	0,1054	0,668	0,863	0,813	20	1,746
United States	17	3,062	6	1,379	0,1050	0,687	0,810	0,891	32	1,683
Spain	18	3,054	19	1,309	0,1618	0,582	0,831	0,855	21	1,745
Belgium	19	3,043	21	1,293	0,1299	0,613	0,784	0,843	18	1,750
High										
Portugal	20	3,035	25	1,283	0,1852	0,546	0,858	0,819	16	1,751
Italy	21	3,025	22	1,290	0,2004	0,531	0,842	0,861	23	1,735
Slovenia	22	3,020	29	1,270	0,1983	0,527	0,863	0,809	17	1,750
Costa Rica	23	3,017	27	1,278	0,2081	0,530	0,905	0,778	22	1,739
Chile	24	3,000	24	1,288	0,1082	0,638	0,834	0,759	27	1,712

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Lithuania	25	2,999	23	1,289	0,1602	0,579	0,862	0,791	29	1,710
Latvia	26	2,995	26	1,278	0,1801	0,562	0,888	0,763	25	1,718
Uruguay	27	2,995	33	1,246	0,1761	0,539	0,823	0,796	19	1,749
Hungary	28	2,992	31	1,263	0,1706	0,554	0,842	0,792	24	1,729
Slovakia	29	2,980	30	1,269	0,1666	0,566	0,860	0,772	28	1,711
Estonia	30	2,968	20	1,298	0,1240	0,626	0,852	0,770	35	1,670
Greece	31	2,939	36	1,224	0,1992	0,505	0,802	0,813	26	1,715
Czech Republic	32	2,932	34	1,233	0,1391	0,572	0,768	0,796	31	1,699
Poland	33	2,910	41	1,211	0,1875	0,512	0,805	0,780	30	1,699
Medium										
Israel	34	2,891	32	1,252	0,1284	0,591	0,796	0,781	39	1,639
Croatia	35	2,878	42	1,209	0,2193	0,483	0,846	0,765	36	1,669
Argentina	36	2,873	43	1,208	0,2276	0,469	0,818	0,805	37	1,665
Korea, South	37	2,866	28	1,270	0,1184	0,610	0,794	0,796	52	1,596
Bulgaria	38	2,861	45	1,188	0,1790	0,511	0,785	0,762	33	1,673
Malaysia	39	2,855	38	1,221	0,1509	0,578	0,840	0,696	44	1,635
Mexico	40	2,849	40	1,211	0,1568	0,545	0,798	0,755	41	1,638
Panama	41	2,845	39	1,218	0,1764	0,533	0,831	0,746	46	1,627
Albania	42	2,841	48	1,170	0,2089	0,491	0,840	0,696	34	1,671
Colombia	43	2,818	37	1,222	0,2121	0,512	0,883	0,721	51	1,596
Thailand	44	2,803	50	1,164	0,1442	0,553	0,792	0,671	40	1,639
Brazil	45	2,785	46	1,181	0,2135	0,479	0,827	0,740	49	1,604
Jamaica	46	2,782	54	1,145	0,1604	0,529	0,791	0,663	42	1,637
Tunisia	47	2,775	53	1,146	0,1570	0,526	0,781	0,678	45	1,629
Jordan	48	2,767	58	1,130	0,1457	0,531	0,765	0,662	43	1,637
Ecuador	49	2,749	47	1,173	0,2362	0,456	0,844	0,731	58	1,577
Bosnia and Herzegovina	50	2,744	61	1,123	0,2248	0,446	0,797	0,702	47	1,621
El Salvador	51	2,728	55	1,137	0,1381	0,549	0,772	0,648	53	1,591
Romania	52	2,717	56	1,136	0,1606	0,506	0,719	0,742	55	1,581
Turkey	53	2,705	59	1,128	0,1532	0,517	0,759	0,678	57	1,577
Georgia	54	2,700	49	1,167	0,1708	0,538	0,822	0,662	69	1,533
Ukraine	55	2,698	66	1,097	0,1979	0,455	0,741	0,704	50	1,601
Russia	56	2,692	57	1,131	0,2334	0,459	0,839	0,661	63	1,561
Peru	57	2,677	60	1,125	0,1682	0,511	0,781	0,657	65	1,552
Guatemala	58	2,670	67	1,096	0,1731	0,496	0,767	0,635	60	1,575
Moldova	59	2,653	76	1,068	0,1640	0,474	0,707	0,669	54	1,585
Egypt	60	2,651	73	1,074	0,1762	0,494	0,763	0,604	59	1,576
Viet Nam	61	2,650	83	1,040	0,1937	0,451	0,739	0,612	48	1,610
Philippines	62	2,646	65	1,099	0,1877	0,484	0,779	0,641	66	1,547
Trinidad & Tobago	63	2,643	62	1,118	0,1100	0,545	0,704	0,687	71	1,525

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Low										
Armenia	64	2,629	52	1,147	0,1459	0,540	0,778	0,668	80	1,483
Namibia	65	2,625	77	1,062	0,1399	0,498	0,706	0,635	62	1,563
Morocco	66	2,605	80	1,048	0,1573	0,486	0,721	0,608	64	1,557
Nicaragua	67	2,596	75	1,069	0,1737	0,473	0,734	0,645	70	1,527
Botswana	68	2,595	74	1,074	0,0968	0,541	0,687	0,632	72	1,521
Venezuela	69	2,588	71	1,090	0,2557	0,407	0,800	0,681	77	1,497
Honduras	70	2,557	69	1,094	0,1659	0,496	0,754	0,645	82	1,463
Algeria	71	2,555	79	1,060	0,1962	0,474	0,770	0,592	78	1,495
Indonesia	72	2,547	87	1,009	0,1280	0,482	0,662	0,604	68	1,538
Azerbaijan	73	2,510	81	1,048	0,1621	0,480	0,722	0,613	83	1,462
Bolivia	74	2,498	86	1,010	0,1672	0,444	0,647	0,658	79	1,488
South Africa	75	2,496	70	1,091	0,1052	0,537	0,690	0,662	95	1,405
China	76	2,496	82	1,044	0,1343	0,488	0,651	0,669	85	1,452
Nepal	77	2,466	92	0,968	0,2085	0,443	0,721	0,512	76	1,498
India	78	2,459	94	0,950	0,0857	0,488	0,603	0,555	74	1,508
Kazakhstan	79	2,457	84	1,035	0,1037	0,510	0,650	0,632	89	1,423
Uzbekistan	80	2,439	91	0,984	0,1319	0,468	0,650	0,586	84	1,455
Tadjikistan	81	2,419	88	1,002	0,1965	0,441	0,723	0,572	91	1,417
Pakistan	82	2,397	100	0,887	0,1032	0,473	0,587	0,476	73	1,511
Senegal	83	2,368	95	0,924	0,1266	0,472	0,628	0,500	87	1,444
Kenya	84	2,362	93	0,967	0,1664	0,479	0,690	0,506	96	1,395
Tanzania	85	2,323	97	0,902	0,1588	0,460	0,639	0,464	90	1,421
Bangladesh	86	2,303	102	0,861	0,1462	0,402	0,580	0,509	88	1,442
Very Low										
Benin	87	2,260	103	0,852	0,1001	0,450	0,561	0,464	94	1,408
Cambodia	88	2,237	101	0,874	0,0745	0,452	0,538	0,524	99	1,363
Zimbabwe	89	2,227	106	0,839	0,3260	0,293	0,693	0,467	97	1,389
Zambia	90	2,206	105	0,849	0,0902	0,447	0,551	0,472	100	1,357
Nigeria	91	2,179	104	0,851	0,1018	0,462	0,562	0,450	103	1,328
Ethiopia	92	2,022	107	0,823	0,1671	0,430	0,588	0,408	104	1,199
Mozambique	93	1,982	108	0,805	0,1125	0,434	0,539	0,422	105	1,176

The BRIC countries (Brazil — 45th, Russia — 56th, India — 78th and China — 76th) are characterized by rapid growth of their economies which reach 8-12 % annually. In spite of this BRIC countries by the quality of life component of sustainable development are ranked from the 45th position for Brazil to 78th position for India. It is connected with low level of sustainable development harmonization at the expense of priority economic development and at the same time lagging in ecological and social fields.

In the lower part of the list there is a group of African countries (Benin — 87th, Cambodia — 88th, Zimbabwe — 89th, Zambia — 90th, Nigeria — 91st, Ethiopia — 92th, Mozambique — 93th) which are in miserable conditions in regard to almost all indicators of quality of life component of sustainable development.

The verification of adequacy of the SDGM model was accomplished by matching of sustainable development and night lights world maps. The Nighttime Lights of the World dataset contains the first satellite-based global inventory of human settlements, derived from nighttime data from the (Defense Meteorological Satellite Program — DMSP (2007), collecting at the network of world data centers. It has made possible to check and to adjust adequacy of SDGM model.

The important application of SDGM model connects with decisions making at national level and policy development. For this purpose the 4-levels inverse analysis procedure was developed as fig. 4.

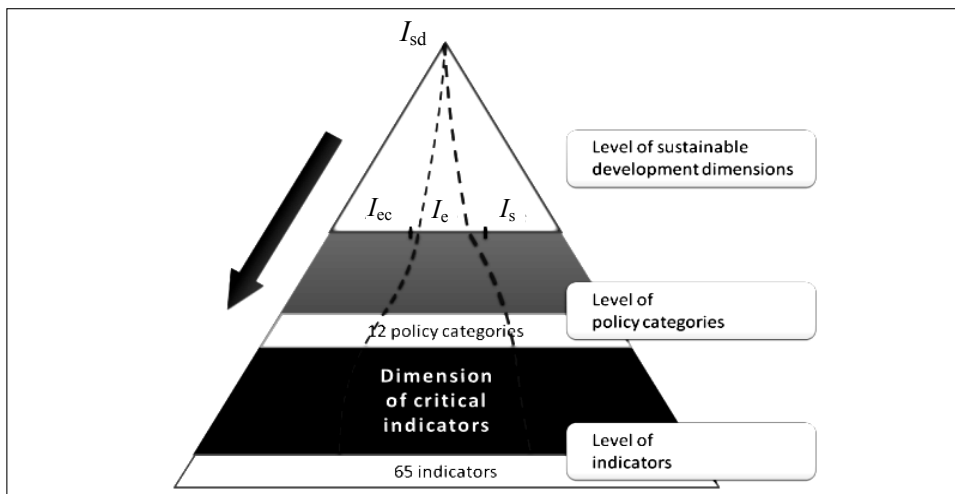


Fig. 4. Inverse Analysis Procedure

In accordance with it for a particular country the sustainable development data are analyzed based on sequentially passing the four levels from the top of the triangle to its basis. During this “inverse” movement the “worst” values of sustainable development factors are chosen for the given country. It allows to

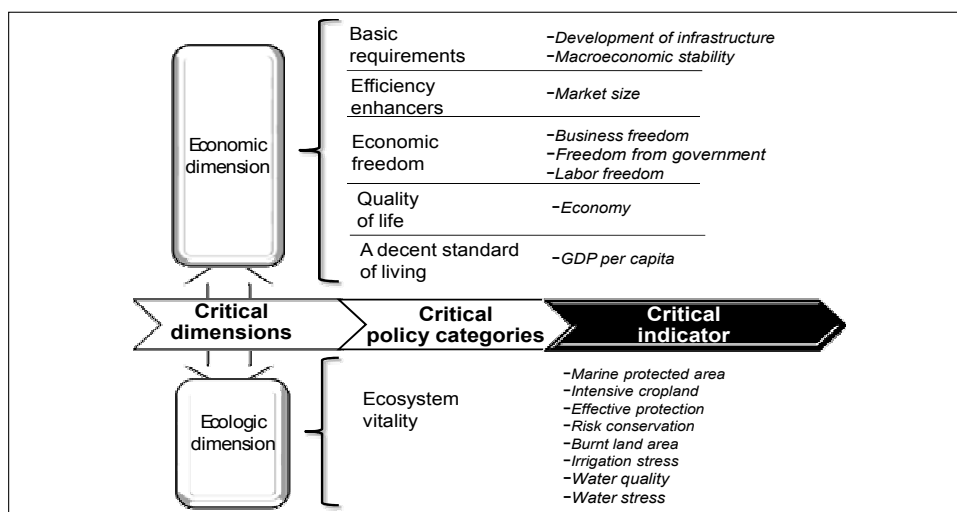


Fig. 5. Critical factors for Ukraine

“the space of critical indicators” necessary for making decisions aimed to elaborate the strategy of the country’s sustainable development.

For example, the application of this inverse analysis procedure for Ukraine makes it possible to obtain 2 critical dimensions of sustainable development, 6 critical policy categories and 16 critical indicators, as fig. 5. These critical factors may be used by people taking political and managerial decisions.

3. ANALYSIS OF SECURITY COMPONENT OF SUSTAINABILITY

Then we have analyzed the second component of sustainable development — security of people’s ‘life. This component in our research is presented by index I_{sec} , which has two statuses: a) Conflict status: $j = \text{imaginary unit}$; $I_{sec} = 0$; b) Regular development status: $j = 1$; $I_{sec} > 0$.

First consider case a) conflict status. The analysis of historical data on the sequence of world conflicts which took place starting from 705 B. C. up to now with the five year quantization interval has shown that in the analysed data six consecutive evolutionary waves of world conflicts — C_n are vividly recognized, as fig. 6.

If the periods $T(C_n)$ of identified waves are divided by the greatest common divisor kc which is equal approximately 85, then the periods may be presented in the form of a temporal series with coefficients F_s , as table 2.

Table 2. Main characteristics of C_n waves of world conflicts

C_n	Time	$T(C_n)$	$N(C_n)$	$I(C_n) = N / T$	F_s
C_1	705 B.C.–401 D.C.	1106	1218	$I(C_1) = 1.101$	$F_7 = 13$
C_2	402–1074	674	756	$I(C_2) = 1.122$	$F_6 = 8$
C_3	1075–1497	422	1618	$I(C_3) = 3.981$	$F_5 = 5$
C_4	1498–1749	252	1543	$I(C_4) = 6.123$	$F_4 = 3$
C_5	1750–1919	170	1485	$I(C_5) = 8.735$	$F_3 = 2$
C_6	1920–2007	87	1035	$I(C_6) = 11.897$	$F_2 = 1$
$C_7(F)$	2008–2092	85	>1400	$I(C_7) > 16$	$F_1 = 1$

Analyzing this series of numbers $F_s = \{13, 8, 5, 3, 2, 1\}$ we see that it is a sequence of Fibonacci numbers with the “Golden section” equal 1.618. Since six terms of sequence $T(C_1), \dots, T(C_6)$ respond to the law of Fibonacci series, we come up with the hypothesis, that occurrence of world conflicts is subordinate to this law. The intensity of conflicts $I(C_n)$ depends on a level of technological evolution of the society and increases in time according to the hyperbolic law.

$$I^*(C_n) = \frac{N(C_n)}{T(C_n)} = \frac{N(C_n)}{F_{8-n}K_c}. \tag{5}$$

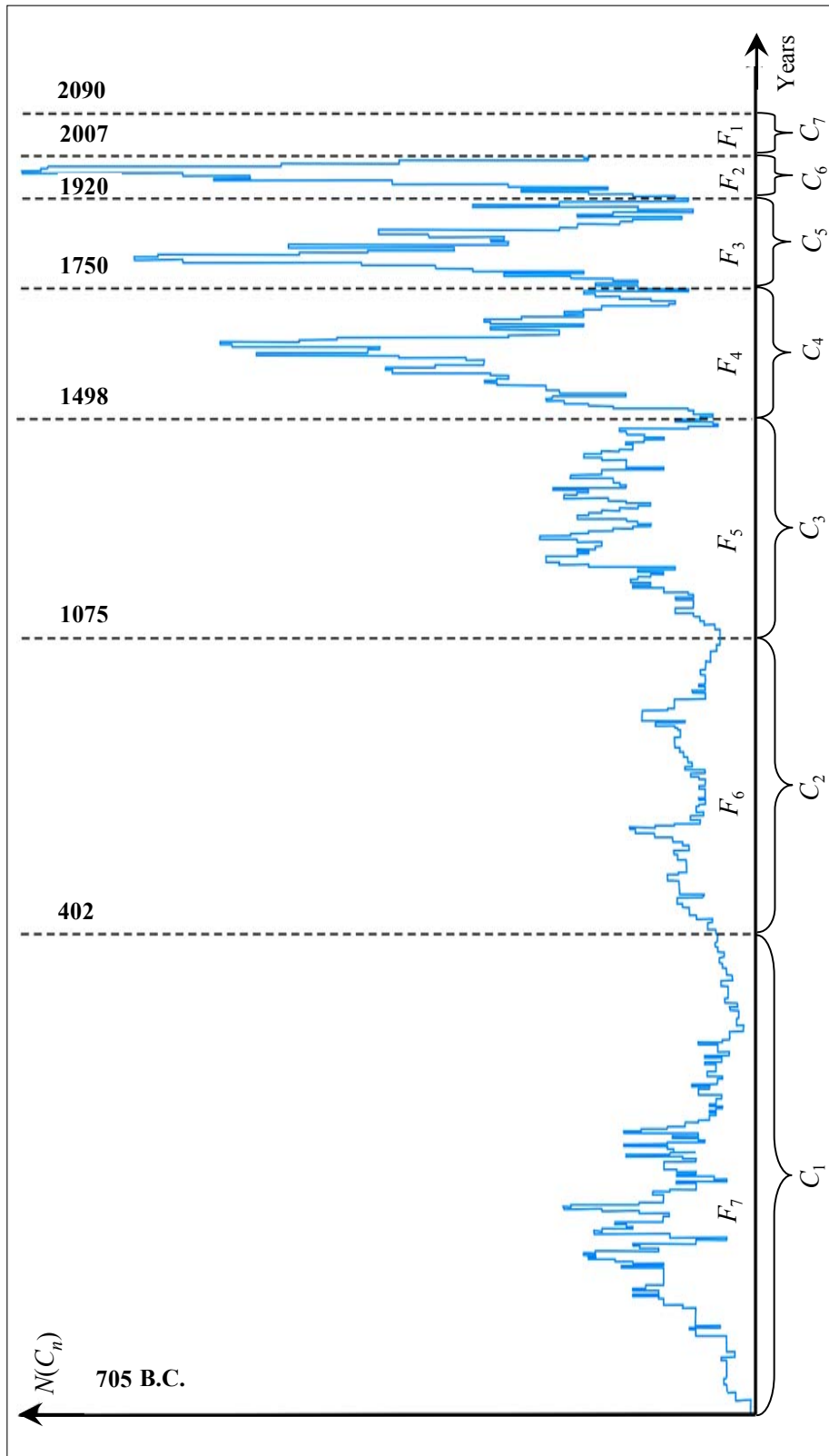


Fig. 6. The structure profile of C_n — waves of world conflicts

From the analysis of the revealed regularity we see that the next element of this series will correspond to the seventh wave of world conflicts with the length of the 80–85 years. We call it "the conflict of XXI century". This conflict has the time interval approximately from 2010 to 2092 with the probable phases: 1 — the 10's years of XXI century — *origin*; 2 — the beginning 20's, the extremity of 40's of XXI century — *growth*; 3 — 50's — of XXI century — *the culmination*, I^* ($C_7 > 16$); 4 — the beginning of the 60's — *the extremity*; 70's of XXI century — *recession*; 5 — 80's of XXI century — *attenuation*.

Now we pass to the analysis of the security status b): Regular Development ($j=1; I_{sec} > 0$). For this status we analyze the risks of "the conflict of XXI century" emergence. Based on the study of the totality of threats generating this conflict we will analyze its nature. We consider the 10 threats defined as the major ones for the XXI-st century by UN, World Health Organization (WHO), Transparency International and the UN Child Fund (UNICEF).

1. **The first important threat is Global Reduction of Energy Resources**, which is stipulated by a rapid decrease of organic fuels resources, accompanied by an increase of their consumption, first of all, in countries — economic giants. In the beginning of the 20s of this century there will be the intersection of consumption and production curves of energy produced from oil. Similar phenomena will be observed for the balances "production-consumption" of the energy produced from gas — in the beginning of 30s and for uranium — in the beginning of 50s, respectively. Therefore, until the mankind have found sources which could fully substitute organic fuels and nuclear power, the energy security both of a separate country, and the world as a whole will decrease.

2. **Gap between the Planet Bio capacity and ecological footprint is a second global threat.** By the mid of 2008 our planet's population constitutes 6.65 billion people living in the territory of 510 million square kilometres. Its demand in biosphere, or in the global ecological footprint, is 14.1 Billion global hectares. Therefore, at present the global ecological footprint exceeds the bio capacities of the Earth by 5 Billion global hectares. It means that the planet's resources are being used up quicker than nature can recover them. By 2050 the gap between the people's needs and the Earth bio capacities will be 14 Billion global hectares. This threat is strongly correlated with the changes of the planet's population demographic structure. For example, the greatest increase in the population within the next fifty years is expected in the poorest regions of the world: in Africa it will double, in Latin America and the Caribbean basin the population will increase by 1.5 times, while in Europe it will decrease by 0.8 times.

3. **Global warming** as a next threat is the process of gradual rise of average annual temperature of the Earth atmosphere and the World Ocean. As a result, natural cataclysms would become more frequent, the harvests would become poorer and many biological species may disappear. The major part of the warming observed in the last 50 years is caused by human activity. First of all, it is due to emissions of the gases causing greenhouse effect, such as carbon dioxide (CO_2) and methane (CH_4).

4. According to World Health Organization and UNICEF, one more global threat is connected with **reducing access of people to clean potable water** and sanitary means. The fifth part of mankind (more than 1,1 billion people) has no

access to potable water, and 2,4 billion person are not provided with minimum sanitary conditions. Especially critical is the situation in urban regions of poor countries.

5. **The next global threat is Income Inequality.** According to the World Bank in 1973 the gap in profits between the richest and poorest countries was defined as 40:1, and now it is 75:1. This threat is rather serious from the point of view of growing number of conflicts in the world, spreading of corruption, terrorism, crimes, worsening of education, ecology and health care.

6. **Among new threats to the mankind,** World Health Organization (WHO) points out such global diseases, as cancer, cardio diseases, cerebrovascular disease, HIV, tuberculosis and malaria in connection with their dramatic global spreading. During the following twenty two years they expect a considerable growth of mortality as a result of all global diseases, especially of cancer and HIV.

7. **Corruption becomes the next global threat.** Now it's a big obstacle to economic growth and social evolution. It has become the major reason for poverty and pulled up any positive transformations. Its "explosion" occurred at the end of XX — beginning of XXI centuries in the course of the globalization. In the recent years this phenomenon has been spreading into all countries of the world, and, thus, corruption has gained global, international character. The forecast of "Transparency International" shows the growth of corruption in the next three years.

8. **According to UNISEF infant Mortality is the next global threat.** 11 million children under five years of age die annually all over the world. The reasons are rooted in poverty resulting in mothers' poor health, bad sanitary conditions, infectious diseases and conflicts.

9. **The next global threat, which we included in our model, is the vulnerability of the countries to the natural disasters.** In our study we consider earthquakes, droughts, cyclones and floods as main natural disasters. In the simulation we take into account the UNDP data on the total number of human losses resulting from the four above indicated natural disasters.

10. **State Fragility is the last global threat,** which we consider in the course of simulation. It looks paradoxically, but after the end of Cold War the new geopolitical system has been expanded by the big totality of unstable, unsuccessful and poor countries. Weakening of restrictive mechanisms of bipolar world stipulated escalation of the new wave of confrontations, terrorism, violence, territorial claims and unequal development. Uncontrollable spreading of nuclear weapons, wide-scale nuclear power production in such unbalanced world increases a threat to sustainability and the global security of mankind. In this study for quantitative estimation of this threat we use the State Fragility Index taken from (Monty G. Marshall and Jack Goldstone, 2007).

Now we define the summarized impact of the totality of examined ten global threats on different countries grounded on cluster analysis method with the purpose of selecting groups of the countries with "close" performances of summarized threats. To do it, for each country j , we shall put the vector T_{rj} with the coordinates which characterize the corresponding threats.

$$\vec{T}_{rj} = (ES, FB, GINI, CD, CM, CP, WA, GW, SF, ND). \quad (6)$$

Where ES — Energy Security; FB — Footprint and Biocapacity Balance; GINI — Inequality; GD — Global Diseases; CM — Child Mortality; CP — Corruption Perception; WA — Water Access; GW — Global Warming; SF — State Fragility; ND — Natural Disasters.

Initial data on each threat are taken from the mention above International organizations data bases. This data are normalized, so that its values vary over the range (0–1).

$$ES^\circ = 1 - \frac{ES - ES_{\min}}{ES_{\max} - ES_{\min}} \Rightarrow [0, 1],$$

↓

$$\vec{T}_{rj}^\circ = (ES^\circ, FB^\circ, GINI^\circ, CD^\circ, CM^\circ, CP^\circ, WA^\circ, GW^\circ, SF^\circ, ND^\circ). \quad (7)$$

After such normalization the security index I_{sec} for each country is defined as the Minkovsky norm:

$$I_{\text{sec}} = \|\vec{T}_{rj}^\circ\| = \sqrt[3]{\sum_{j=1}^n (T_{rj}^\circ)^3}. \quad (8)$$

Then relationship of order between clusters of countries has been introduced, as:

$$K_k \prec K_j \Leftrightarrow \|\vec{T}_{rk}^\circ\| \leq \|\vec{T}_{rj}^\circ\|. \quad (9)$$

Actually the Security Index I_{sec} is the aggregated degree of remoteness of the country j from the totality of ten presented threats. Here the maximum danger for the country corresponds to $I_{\text{sec}} = 0$ in terms of closeness of the totality of threats to a country, and the minimum danger corresponds to 1.

Global simulation with the application of the presented method shows, as table 1 (columns 10, 11) that 10 most secure countries also have very high values of the sustainable development index and degree of harmonization. Thanks to their peaceful policy they are minimally involved in international conflicts and controversies.

The positions of G8 countries, except Canada, in their security rating are different. It is explained by the lower degree of sustainable development harmonization as compared with the first group of countries and their more aggressive economic and political behavior in the world.

Post-socialist and BRIC countries are scattered in the ranking table of security in connection with quite different internal situations and different groups of external factors influencing them.

The most vulnerable countries from the point of view of their security are characterized by low and very low values of the index of sustainable development and degree of harmonization, high values of state fragility, bad ecological indicators, very wide spreading of global diseases, corruption, and drastic inequality of people.

To facilitate the analysis and make it easier we use the method of Principal Compound Analysis (PCA) which allows reduce variables with many properties to several hidden factors. Analysis shows that currently the most considerable

threats for most countries are the reduction of energy security, worsening of balance between bio capacity and human demands and the growth of corruption.

Now, when we have the computed values of the quality of life index (I_{ql}) and security index (I_{sec}), it is possible to compute the summarized quaternary of sustainable development, as table 1 (columns 2, 3).

We see that leaders are countries with high degree of sustainable development harmonization, good ecological indicators, high energy security, low values of state fragility, low level of corruption. And vice versa, worsening of this group of indicators lowers the ranking of countries in regard to quality and security of life.

From the presented results of simulation and from the revealed regularity of global conflicts occurrence important questions arise: why the seventh element of Fibonacci series degenerates? What will happen with the world civilization in the course of “the conflict of XXI century” and after it’s over? Maybe here is a closing cycle of some evolutionary chain $C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow \dots \rightarrow C_7$?

The answer to these questions can be found in the works of two outstanding scientists of the past century. In particular Vladimir Vernadsky wrote (Vernadsky, 1944): «In the geological history of biosphere human beings will have great future, if they do not use their mind and labor for self-destruction». The other Russian scientist Nikita Moiseyev, the creator of the computer program for global climate simulation “Nuclear winter” noted (Moiseyev, 2000): «If the mankind is not going to radically change its behavior on the Planetary scale, then in the middle of XXI century there may appear conditions under which people cannot exist».

These conclusions were made for the mankind existence paradigm which can be described by the formula “to meet people’s own interests”. If we assume that the mankind will change the paradigm of its existence for another, for example, for the paradigm of «harmonious coexistence». Then the systemic regularity of world conflicts determined for the previous paradigm, obviously, will lose its validity. Thus, the mankind will find new prospects for prolongation of its mission on the Planet. The main responsibility of scientists and, in particular, of the participants of our conference is to make a contribution in this important goal.

CONCLUSION

The new Sustainable Development Gauging Matrix (SDGM) was developed and argued. This tool allows to obtain quantitative estimations of the quality of life component of sustainable development process depending on the groups of economic, ecological, social and institutional indicators and datasets. The list of most essential global threats to the future of mankind has been selected and cluster analysis of dependence of sustainability on these threats is held. On the basis of usage of SDGM model the foresight of the future global conflicting has been executed. The created mathematical model allows to develop recommendations regarding the ways of improving the standards of quality and safety of life in particular countries and regions of the world by the global computer simulation of sustainable development process.

REFERENCES

1. *Vernadsky V.I.* (1944). Few words about the noosphere. The progress of modern biology, 18(2), 113–120.
2. *UN Summit*, Rio de Janeiro (1992) from Word Wide Web: http://www.ihst.ru/~biosphere/terminal/LokaL_%20povestki.htm.
3. *UN Summit*, Johannesburg (2002) from Word Wide Web: <http://revolution.allbest.ru/ecology/000059941.html>.
4. *The Global Competitiveness Report* (2007–2008), <http://www.weforum.org/en/initiatives/gcp/Global%20Competitiveness%20Report/index.htm>.
5. The news of intellectual centre of Heritage Foundation (2008) from Word Wide Web: <http://www.heritage.org/index/countries.cfm>.
6. *EPI Beta* (2007/2008) from Word Wide Web: [http://www.yale.edu/epi/files/2008EPI Text.pdf](http://www.yale.edu/epi/files/2008EPI%20Text.pdf).
7. *Quality of Life Index* (2008) from Word Wide Web: <http://www.internationalliving.com/>.
8. *Human Development Report* (2007/2008) from Word Wide Web: http://hdr.undp.org/en/media/hdr_20072008_en_complete.pdf.
9. *The publications of the United Nations on economic and social affairs — UNDESA* (2005), UN publication № E.04. II.C.1, 2005.
10. *WDC for Geoinformatics and Sustainable Development* (2008) from Word Wide Web: <http://www.wdc.org.ua/>.
11. *Defense Meteorological Satellite Program — DMSP* (2007) from Word Wide Web: <http://www.ngdc.noaa.gov/dmsp/index.html>.
12. *Monty G. Marshall and Jack Goldstone* (2007). Global Report on Conflict, Governance and State Fragility, *Foreign Policy Bulletin*, Cambridge University Press (17), 3–21.
13. *Moiseyev N.N.* (2000). To save the mankind on the Earth, Ecology and life 1 (03), 11–13.

Received 08.12.2008

From the Editorial Board: the article corresponds completely to submitted manuscript.

МОДЕЛИРОВАНИЕ АЛЬТЕРНАТИВ СЦЕНАРИЕВ ПРОЦЕССА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРЕДВИДЕНИЯ

Н.Д. ПАНКРАТОВА, В.В. САВАСТЬЯНОВ

Предложен методологический аппарат моделирования альтернатив сценариев процесса технологического предвидения на основе информационной модели, образующей базу и поле знаний, описывающих все объекты, субъекты, системы, а также отношения меж ними и окружающей внешней средой. Поле знаний формируется с первого предварительного этапа процесса предвидения, пошагово организуя знания в виде семантически связанной структуры фреймов.

ВВЕДЕНИЕ

Определяющей тенденцией в мировой динамике экономического и социального прогресса становится инновационная деятельность, которая не только предвещает положительные качественные изменения в компании, предприятии или регионе, но и ставит принципиально новые организационные, технологические, научно-технические и другие задачи. Решение таких задач в рамках программ и проектов инновационного развития реализуется с помощью методологии технологического предвидения и методов качественного анализа [1, 2].

Стратегия предвидения должна не только удовлетворять новым требованиям, но и соответствовать складывающимся условиям инновационной деятельности и корректироваться синхронно с изменениями конъюнктуры рынка соответствующего класса продукции. Корректировка стратегии должна адаптироваться к оперативным изменениям конъюнктуры рынка при сохранении стратегических целей национального производства. В свою очередь, стратегические цели должны быть согласованы с долгосрочными тенденциями развития мирового рынка спроса конкурирующей продукции и динамикой развития соответствующей национальной отрасли производства.

Высокий динамизм конкуренции инновационной продукции на мировом рынке создал принципиально иные условия инновационной деятельности, которые характеризуются не только концептуальной неопределенностью динамики рынка, но и многофакторным риском несвоевременности реализации и быстрого морального старения изделия, предлагаемого в проекте, а также отсутствием технологических возможностей его реализации. В частности, для инновационного проекта характерна неполнота и неопределенность информации о многих свойствах и особенностях восприятия изделия на рынке, например, об отношении к нему потенциальных потребителей и конкурентов. Существующие механизмы и инструментарии технологий и инноваций [3] не позволяют в полной мере учитывать динамику изменения ситуаций, и в процессе реализации проекта возможны отклонения от вектора цели. Для решения этой проблемы целесообразно разработать стратегию

моделирования альтернатив сценариев процесса технологического предвидения, позволяющую сопровождать и при необходимости вносить корректировку в процесс принятия решения.

Цель настоящей работы — предложить методологический аппарат моделирования альтернатив сценариев процесса технологического предвидения в реальных условиях инновационной деятельности. Для этого в рамках информационной платформы сценарного анализа [3] необходимо разработать информационную модель, образующую базу и поле знаний, которые описывают все объекты, субъекты и системы, отношения между ними и внешней средой, а также способ извлечения знаний в информационную модель на предварительном этапе технологического предвидения.

МЕТОДОЛОГИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ АЛЬТЕРНАТИВ СЦЕНАРИЕВ

Информационная модель базируется на статической иерархической структурной компоненте, содержащей уровни (эшелон, слой, страта) в виде реальных объектов, субъектов и систем, а также организующих связующих. Формализованное описание иерархической структуры, используя теоретико-множественные понятия общей теории систем [4], представим в форме декартова произведения

$$S_0 = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_i \times \dots \times S_m, \quad (1)$$

где S_0 — иерархический уровень, соответствующий структурной компоненте в целом; m — количество иерархических уровней; S_i — i -й иерархический уровень.

$$S_i = \langle M_i, P_i, R_i, X_i, Y_i, f_i, \phi_i \rangle, \quad (2)$$

где M_i, P_i, R_i — множество реальных объектов, субъектов и систем i -го уровня соответственно; X_i, Y_i — соответственно множество внутренних и внешних параметров системы i -го уровня и внешней среды; ϕ_i, f_i — функционалы, определяющие взаимосвязь соответствующих параметров на всех m уровнях в виде

$$\phi_i: X_i \rightarrow Y_i; \quad f_i: Y_i \rightarrow Y_{i-1}. \quad (3)$$

Представление иерархической структурной компоненты в виде (1)–(3) позволяет принимать решения по созданию новых объектов, субъектов, систем и связей с измененными параметрами и характеристиками, которые могут быть идентифицированы как прорывные (критические) на исследуемом уровне иерархии. Такая иерархия несет в себе статические связи, группируя объекты в древовидную структуру с помощью ограниченной группы связей [5]. В основном это внутренние и внешние связи («имеет тип», «это», «является частью», «имеет показатель»), а также связи, отражающие направленность развития некоторой описываемой предметной области. Так, например, показанное на рис. 1 дерево отражает фрагмент рынка современных цифровых технологий. Данный фрагмент базируется на знаниях, извлеченных из первичных источников — популярных специализированных аналитических порталов [6]. Достоинством подобных структур, созданных группой экспер-

тов по результатам 1-го этапа технологического предвидения (этап предварительного анализа, сканирование проблемы), является единое обоснованное согласованное представление знаний о структуре исследуемой системы и о ее внешнем окружении как единого целостного объекта по заданным требованиям Q_0 к объекту в целом [7].

$$Q_0 = \{K_r^0 \mid K_r^- \leq K_r^0 \leq K_r^+; r = \overline{1, R_0}\},$$

где K_r^0 — r -й показатель качества объекта.

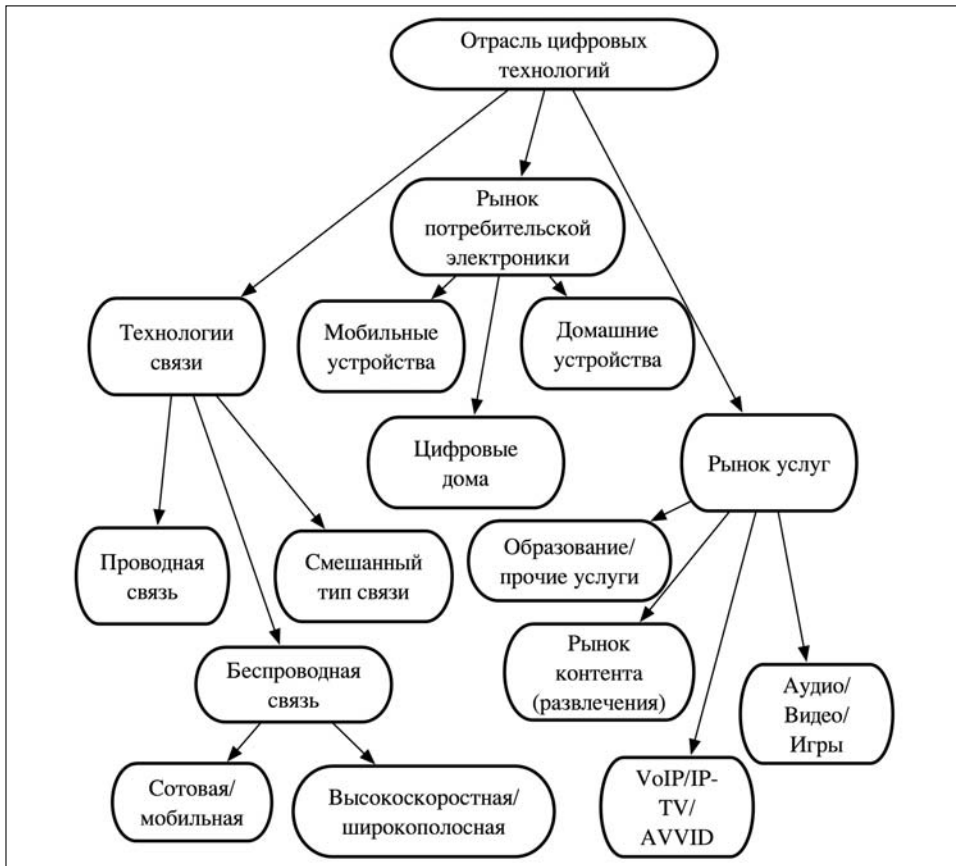


Рис. 1. Фрагмент рынка современных цифровых технологий

Однако ограничение количества связей, недостаточный учет на данном этапе исследования проблемы типов связей, отражающих взаимодействие и взаимовлияние узлов внутри статической структурной компоненты (причинно-следственные, временные и т.п.), может негативно сказаться на качестве альтернатив предлагаемых сценариев будущего. Реально число связей или отношений между объектами-узлами компоненты достаточно велико. При представлении объектов и систем в виде статической структурной иерархии ее составляющие могут образовывать, с точки зрения экспертов, связи как первостепенной важности относительно влияния на развитие предметной области в соответствии с первичными заданными целями, так и второстепенной, учитывающей ряд других связей, которые, возможно, в результате реализации сценария окажутся более приоритетными.

Для расширения возможных связей между узлами статической структурной иерархии используется статическая функциональная компонента, составляющая вместе со статической структурной компонентой информационную модель — основу для создания моделей альтернатив сценариев. Статическая функциональная компонента является множественной в информационной модели и состоит из набора иерархий процессов создаваемых альтернатив сценариев, что позволяет корректировать сценарии развития.

Реализацией представленной информационной модели, удобной для представления в памяти ЭВМ и образующей базу и поле знаний [8], пригодные для восприятия человеком, является модель, построенная на основе сети фреймов. Фреймовая система построения моделей альтернатив сценариев в технологии предвидения — это квазидинамическая система управления знаниями, фиксирующая временные срезы значений факторов, отвечающих за достоверность развития внутренних и внешних факторов системы, и предопределяющая цепь преобразований, приводящих к конфигурации альтернатив сценариев будущего в соответствии с желаемыми целями.

Так, например, методы качественного анализа в основном используются для исследования альтернатив сценариев с учетом следующих общих факторов: социальные, технологические, экономические, окружающей среды, индивидуально значимые, политические, образовательные и т.д. [1]. Факторы описания сценариев представляют точки взаимодействия исследуемой системы и окружающего мира, являясь одновременно внутренними и внешними ее характеристиками. Отбор факторов осуществляется на предварительном этапе реализации методологии технологического предвидения в рабочих группах экспертов.



Рис. 2. Схема визуального отображения профиля альтернативы сценария

Пример визуального отображения профиля альтернативы сценария в k -й момент временного среза $t = 1, 2, \dots, k, \dots, T$ показан на рис. 2. Подобный подход позволяет сравнивать между собой временные срезы альтернативы

одного и того же сценария либо альтернативы нескольких сценариев в определенный момент времени t . Координатные оси по соответствующим исследуемым факторам представляют отсчеты их количественных значений. Каждый фактор описывается некоторым интегральным показателем, в состав которого входят лингвистические переменные в виде вербальных описаний желаемых результатов достижения целей, сгруппированные и упорядоченные по значимости (взвешенные) для данного фактора. Для анализа профилей альтернатив сценариев и правил составления весов используются результаты экспертного оценивания на основе методов качественного анализа.

СТРАТЕГИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СЦЕНАРИЯ

Рассмотрим взаимодействие исследуемой системы и внешнего по отношению к ней мира в рамках развития некоторого сценария с использованием предложенной информационной модели.

На предварительном этапе методологии предвидения с использованием метода мозгового штурма описываются тенденции развития внутренних и внешних характеристик системы [1]. Применение метода SWOT-анализа позволяет провести классификацию угроз, возможностей, слабых и сильных сторон выявленных внешних и внутренних тенденций.

Внешние тенденции развития исследуемой системы приведены на рис. 3. Это могут быть закономерности поведения рынков, экономические законы, политические влияния и т.д. На основании сгенерированной информации лицо, принимающее решение (ЛПР), должно согласовать развитие системы с благоприятствующими трендами, найти способ успешно противостоять противодействующим трендам, а также создавать новые тренды в окружающей среде реализацией инновационных идей.

Примером такого поведения может служить развитие рынка услуг широкополосной связи. Тенденция социальной сферы «быть постоянно на связи», реализованная и обеспеченная в виде услуг сотовой связи операторами, преобразовалась в желание иметь постоянный доступ к данным, новостным лентам, картам, блогам и корпоративным порталам. Рост вычислительной мощности мобильных устройств, удешевление портативных компьютеров, появление новых типов устройств, таких как мобильные мультимедийные терминалы типа Apple iPhone и сверхкомпактные нетбуки, изначально ориентированные на постоянное присутствие в сети, только поспособствовали росту такой тенденции. Несмотря на пессимистическое отношение к этому участников рынка услуг широкополосной беспроводной связи (перекокс видения в сторону экономического фактора, 2007 г.) [9], реальность ситуации на глобальном рынке (неизбежность влияния остальных факторов, 2008 г.) привела к неизбежности внедрения технологий широкополосной беспроводной связи [10]. Компании, которые руководствовались не только экономическим фактором оценки будущего при выборе стратегии, а и предвидением новых технологий и тенденций, сегодня стали лидерами отрасли, обеспечив не только инфраструктурные решения, а и подготовив себе потребителей, т.е. согласовав векторы сценариев развития своих компаний с глобальным рынком.

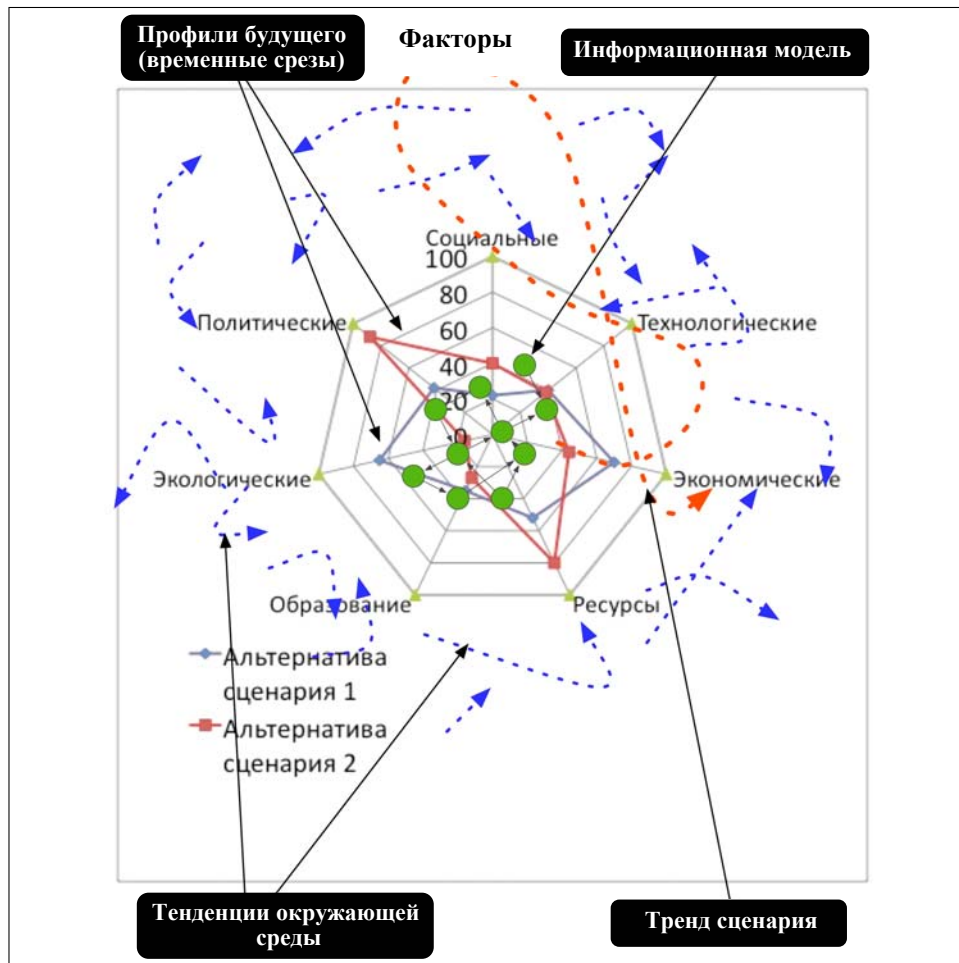


Рис. 3. Схема представления внешних тенденций развития системы

Тот же результат и то же видение наблюдаются и на других рынках телекоммуникаций, в частности на рынке услуг IPTV [11, 12].

Так как предвидение и создание альтернатив сценариев — это непрерывный процесс принятия решения относительно поведения сложных систем в будущем, то необходимо формальное описание тенденций на протяжении жизненного цикла процесса. Накопленный опыт непрерывно заносится в базу знаний на основе созданной статической функциональной компоненты, узлы которой взаимосвязываются вновь появляющимся рядом отношений в семантической сети. В семантических описаниях тенденций должны быть заполнены поля, описывающие участников и регуляторов. В процессе заполняются слоты фреймов узлов сети значениями, определенными на основе анализа внешней среды, открытых и закрытых источников, экспертных оценок.

Особую роль средств и способов создания новых тенденций в окружающей среде в модели построения сценариев играют критические (ключевые) технологии [13]. В моделях будущего могут использоваться альтернативы активных сценариев и, следовательно, генерации и внедрения прорывных критических технологий в рамках инновационных проектов, и

альтернативы пассивных сценариев внедрения новых технологий, а также их комбинации. Важно заметить различие понятий «критические» и «новые» технологии. Новые технологии заменяют более старые, позволяя продолжить горизонтальное развитие и перераспределение рынка, не создавая принципиально новых видов услуг. Использование критических технологий порождает качественные скачки в развитии системы, однако и усложняет анализ и конструирование сценариев. Из-за большого числа связей с учетом активного участия движущих сил в создании определенного профиля сценария в заданный временной период, т.е. с увеличением сложности проблемы, снижается уровень достоверности создаваемого сценария и повышаются многофакторные риски. Если характер действий движущих сил является хаотичным, «ситуационным», с упором на экономические факторы и личный интерес, а со стороны регулятора на участников сценария не оказываются никаких воздействий, то количество контрпримеров (антисобытий) для скачков в альтернативах будет увеличиваться, а сценарий смещаться в область недоверия с точки зрения содержания сценариев [1,2].

МОДЕЛИРОВАНИЕ СОЗДАНИЯ СЦЕНАРИЯ ИННОВАЦИОННОГО ПЕРСОНАЛЬНОГО УСТРОЙСТВА СВЯЗИ

Рассмотрим пример формирования стратегии создания сценария инновационного персонального устройства связи, особенности реализации которого стали бы одной из прорывных технологий рынка телекоммуникаций.

В результате проведенного сканирования за последние несколько лет [5, 14, 15] экспертами выявлены следующие тенденции (табл. 1).

Предположим, что конечной целью стратегии является создание инновационного персонального устройства связи с большой долей инноваций, совпадающей с основными тенденциями рынка телекоммуникаций. Таблица тенденций на этапе сканирования позволяет выделить первичный набор гипотез и построить на их основе простейшую статическую структурную иерархию.

Таблица 1. Тенденции рынка телекоммуникаций

Внешние тенденции	Факторы
Мобильный телефон станет основным устройством доступа к сетям для большинства людей	Социальные, технологические
Ожидается стремительное развертывание стационарных и мобильных сетей широкополосной связи. Выйти в интернет на высокой скорости можно будет практически из любого места, что коснется и развивающихся стран. В результате сформируется так называемый Networked World (мир, объединенный в глобальную сеть)	Технологические, экономические, политические, образовательные, стратегические
Получат распространение так называемые устройства 3 Screen (телевизор + персональный компьютер + телефон)	Социальные, технологические, индивидуально значимые (эргономика, предпочтения), образовательные

Продолжение табл. 1

Голосовой и сенсорный интерфейсы станут основными интерфейсами	Социальные, технологические, индивидуально значимые (эргономика, предпочтения, адаптация к среде, простота и скорость доступа)
Получат распространение модели SaaS (Software as a Service, ПО как услуга), IaaS (инфраструктура как услуга) и PaaS (платформа как услуга), что нанесет мощный удар по традиционным поставщикам программного и аппаратного обеспечения	Социальные, экономические, технологические, стратегические
В будущем компаниям придется руководствоваться созданием не вертикальных, а горизонтальных сетей. Со временем доход от каждого абонента (ARPU) упадет, поэтому телекоммуникационные компании должны будут находить новые способы извлечения прибыли	Социальные, экономические, индивидуально значимые (эргономика, предпочтения), стратегические
Границы между индивидуальным и рабочим временем будут размываться	Социальные, индивидуально значимые
Единственным верным решением является переход на технологию широкополосного вещания Everything-over-IP, что касается как проводных, так и беспроводных сетей. Это наименее затратное и самое перспективное решение, когда данные, голос и видео, а также сигналы управления передаются по одним и тем же каналам	Технологические, политические, экономические, стратегические
Многофункциональное устройство — привычный продукт для пользователя: объединение плеера и телефона, телефона и фотоаппарата, телефона и радио в одно устройство	Индивидуально значимые (эргономика, предпочтения, адаптация к среде, простота доступа), технологические, экономические
Предпочтение пользователями полноценных сайтов и полноценных мобильных браузеров. Снижение посещаемости WAP-порталов	Социальные, технологические
Растущие объемы продаж аудио и видео через Интернет	Социальные, индивидуально значимые, экономические
Пользователи больше станут заходить в Интернет с мобильного	Социальные, индивидуально значимые, технологические
Всестороннее развитие m-commerce	Социальные, индивидуально значимые, технологические, экономические
Развитие геолокации, персонализированных карт, персональной навигации	Социальные, индивидуально значимые, технологические, экономические, образовательные
Интеграция в мобильные устройства персонального цифрового ассистента, персонального справочника и организера	Социальные, индивидуально значимые, образовательные

Гипотезы развития рынка телекоммуникаций [16]

1. Технологический прогресс в микроэлектронике дает возможность создавать все более миниатюрные и более мощные устройства с функциями компьютера, к которому будут подключены цепи приема теле-, радиосигналов, блок модуля сотовой телефонии, спутниковое устройство навигации, модули беспроводных сетей WAN, LAN и PAN, фотомодули, модули хранения данных высокой плотности и т.п.

2. Прогресс в области устройств ввода и вывода позволяет делать все более тонкие, высокого разрешения, гибкие экраны с возможностью реакции на множественное прикосновение — мультисенсорные экраны (multitouch), а также с учетом растущей мощности вычислительного блока персонального устройства создавать интерфейсы, распознающие голосовые команды.

3. С появлением возможности постоянно быть на связи с глобальными сетями, в том числе с сетью Интернет, пользователи все больше заходят в Интернет с мобильного устройства, предпочитая полноценный Web-браузинг WAP-порталам, используя такие популярные компьютерные средства общения, как IM (Jabber, ICQ и т.п.), участвуя в социальных сетях и применяя интернет-карты (Google-maps, Yandex-maps), совершая покупки через Интернет как реальных товаров, так и виртуальных услуг (ПО, музыка, видео и др.).

4. Подключение к Интернет вытесняет другие технологии получения услуг, отличные от традиционно компьютерных (с использованием в качестве носителя данных услуги протоколов IP). Более того, доступность услуг через Интернет и свобода выбора при одновременном разнообразии возможностей ПО (программного обеспечения) телефона по персонализации услуг (как на ПК) приводят к отказу пользователей от платных SMS, MMS, разового платного прослушивания голосовой почты, платных мелодий, заставок и других операторских сервисов.

5. Постоянное соединение позволяет использовать онлайн-приложения и web-приложения на основе технологий HTML, AJAX, XML. На сегодняшний день для использования таких технологий необходимо иметь полнофункциональный мобильный браузер с поддержкой этой технологии.

6. Привлечь пользователя может технология, совмещающая возможность сконцентрировать все сервисы в аппарате пользователя, при этом не ограничивая возможность пользоваться сервисами других поставщиков, с внешним порталом, охватывающим широкий спектр платных услуг по умеренной цене.

Фрагмент статической структурной иерархии, моделирующий структуру связей будущего рынка телекоммуникаций с точки зрения влияния приведенных гипотез на реализацию инновационного мобильного устройства, приведен на рис. 4. Здесь сплошными линиями соединены узлы, сгруппированные вокруг движущих сил («клиенты», «производитель телефона», «операторы», «частные разработчики и коммерческие организации»), дополнительно пунктирными стрелками показаны косвенные связи взаимовлияния узлов, построенные с использованием логического вывода по гипотезам.

ране мобильного устройства должна осуществляться максимально комфортно.

Допустим, что у производителя телефона имеется операционная система (ОС) с полноценным браузером, но требующая дополнительных аппаратных вычислительных ресурсов. Одной из альтернатив сценариев является выбор более мощной платформы и инновационного устройства ввода, что решит вопрос запуска инновационной ОС и позволит предоставить пользователю качественно новые эргономические возможности (удобство, комфорт и т.п.) на мобильном устройстве при сохранении полноценного функционала браузера. А по предварительным оценкам экспертов согласование функционала устройства с указанной тенденцией положительно повлияет на конкурентоспособность конечного изделия [16].

Далее рассмотрим модель стратегии развития реального инновационного персонального устройства связи, появившегося на рынке в 2007 г., с точки зрения согласования с информационной моделью и выдвинутыми гипотезами. Таким устройством стал продукт компании Apple под названием iPhone. Несмотря на вначале скептическое отношение многих экспертов к технологиям и подходам, реализованным в данном устройстве, практика показала, что устройство несомненно является революционным, объединяя в единое целое группу персональных устройств с привязкой к ним бизнес-логики для извлечения коммерческого успеха и прибыли. Так, например, спорное мнение о применении сенсорного экрана, аргументированное недостатком тактильных ощущений при использовании клавиатуры устройства в режиме телефона, пропагандировалось маркетологами как несомненный недостаток, из-за которого такой продукт не может иметь успеха. Однако эргономика устройства управления и возможности, открывающиеся при использовании мультисенсорного экрана без применения стилуса, оказались настолько велики, что появилась новая тенденция на рынке компьютерных устройств ввода, аппаратных и программных интерфейсов взаимодействия с человеком [16].

Этапы развития мобильного устройства Apple iPhone и схематическая модель альтернативы сценария приведены на рис. 5 [17,18]. Пунктирными стрелками показаны функциональные связи между субъектами и объектами сценария, соответствующие этапам развития альтернативы. Особое внимание следует обратить на то, что в процессе создания модели происходило постепенное покрытие гипотез 1 – 6 функциональными связями, что, в свою очередь, позволяет вывести из модели и более детальную информацию, сопоставляющую функциональные связи и задействованные для их образования объекты, субъекты и системы соответствующим тенденциям, а также оценить и уточнить параметры этих связей с помощью методов качественного анализа.

Схема визуального отображения профилей альтернативы сценария развития Apple iPhone приведена на рис. 6. При генерации профилей были учтены следующие факторы: социальные, технологические, индивидуально значимые (эргономика, предпочтения, адаптация к внутренней и внешней среде, простота и скорость доступа к функционалу и услугам), образовательные, экономические, стратегические и политические. Профиль охватывает временные срезы на базе ключевых дат за два года.

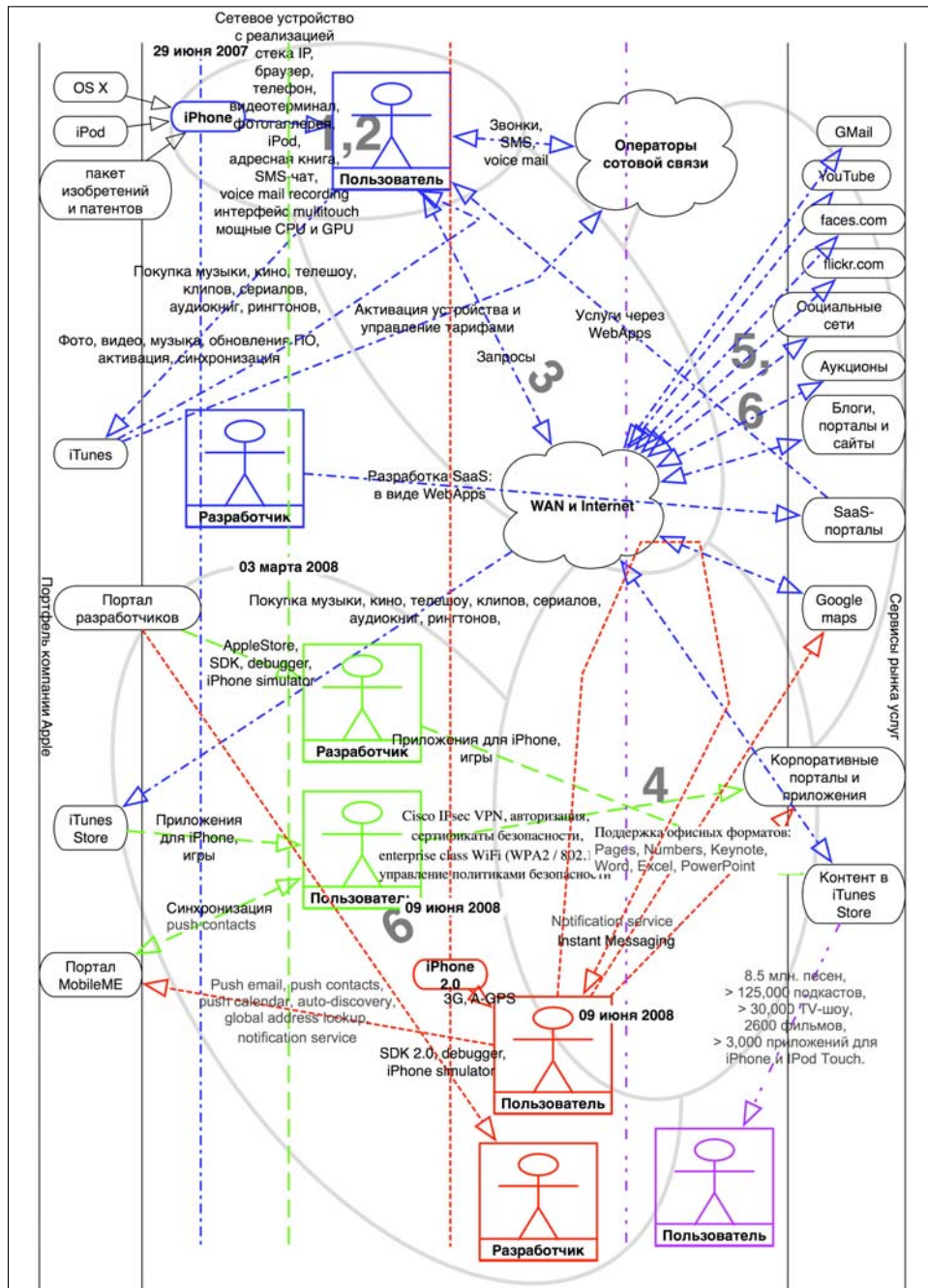


Рис. 5. Схематическая модель альтернативы сценария мобильного устройства Apple iPhone

Анализ факторов, рост значения которых вызван использованием прорывных технологий, показывает, что антисобытия, влияющие на успех реализации альтернативы сценария, были нейтрализованы либо внешними тенденциями, либо тенденциями, инициированными разработчиком в ходе выведения на рынок и популяризации прорывной технологии. Следует отметить также, что функциональные связи, образованные новыми продуктами, являются, в конечном счете, замкнутыми между широким кругом по-

требителей и сервисами, при этом покрывая значительный сегмент рынка телекоммуникаций.

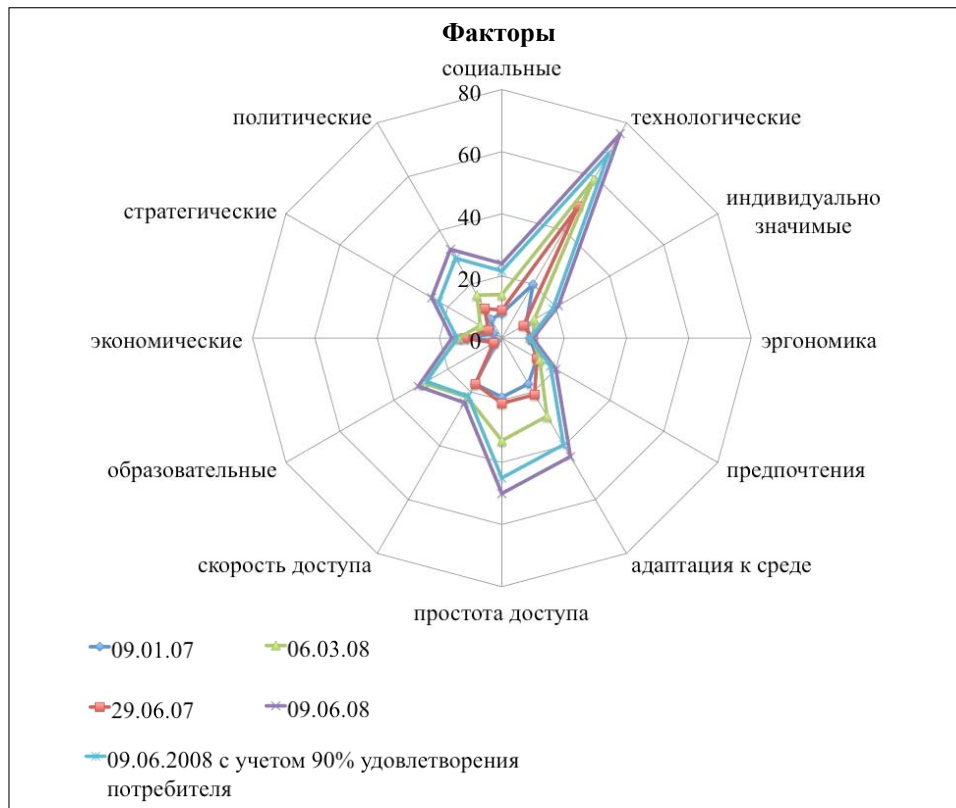


Рис. 6. Схема визуального отображения профилей альтернативы сценария развития мобильного устройства Apple iPhone

ВЫВОДЫ

Приведенная методология моделирования альтернатив сценариев желаемого будущего позволяет в соответствии с выбранным вектором цели сопровождать процесс принятия решения при создании сценариев с помощью предложенной информационной модели, образующей базу и поле знаний, описывающих все объекты, субъекты, системы, а также отношения меж ними и окружающей внешней средой. Поле знаний формируется, начиная с первого предварительного этапа процесса предвидения, пошагово организуя знания в виде семантически связанной структуры фреймов.

В состав информационной модели входят статическая структурная компонента для описания исследуемой системы, статическая функциональная компонента как прообраз моделей альтернатив сценариев, а также факторы, характеризующие профиль альтернатив сценариев, набор тенденций, в том числе индуцированных множеством критических технологий.

Применение приведенной методологии моделирования позволит качественно повысить уровень достижения желаемых сценариев, предоставит ЛПП возможность контролировать и управлять процессом их создания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. Технологическое предвидение. — Киев: Политехника НТУУ «КПИ», 2005. — 165 с.
2. Згуровський М.З. Сценарний аналіз як системна методологія передбачення // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2002. — № 1. — С. 7–38.
3. Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. Информационная платформа сценарного анализа задач технологического предвидения // Кибернетика и системный анализ. — 2003. — № 4. — С. 112–124.
4. Месарович М., Такахара И. Общая теория систем: математические основы. — М.: Мир, 1978. — 311 с.
5. Савастьянов В.В. Технологическое предвидение информационно-компьютерных технологий связи // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2005. — № 4. — С. 131–140.
6. Информационный портал «Издание о высоких технологиях» аналитического агентства РБК. — <http://www.cnews.ru>.
7. Панкратова Н.Д. Системная оптимизация конструктивных элементов современной техники // Кибернетика и системный анализ. — 2001. — № 3. — С. 119–131.
8. Гаврилова Т.А., Хорошевский В.Ф. Базы знаний интеллектуальных систем. — СПб.: Питер, 2000. — 384 с.
9. По материалам круглого стола «Широкополосный доступ — российские реалии и перспективы» // Мир связи, CONNECT! — 2007, №7. — С. 39–40.
10. Галиахметов А.Р. Беспроводка в поисках бизнес-модели. — http://iks-navigator.ru:80/topics/thematic/wideband_access/2325143.html.
11. Зачем на рынок услуг платного телевидения выходят все новые и новые игроки? (Результаты опроса) // Broadcasting. Телевидение и радиовещание. — http://broadcasting.ru/newstext.php?news_id=32898.
12. Цифровое телевидение в России: движение в правильном направлении // European Audiovisual Observatory ООО. — «Гротек». — 2008. — http://www.obs.coe.int/about/oea/pr/digitaltv_groteck_ru.html.
13. Згуровский М.З., Панкратова Н.Д. Системная стратегия технологического предвидения в инновационной деятельности // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2003 — № 3. — С. 7–24.
14. Fox S., Anderson J.Q., Rainie L. The Future of the Internet // Pew internet & American life project, Jan 9, 2005. — http://www.pewinternet.org/pdfs/PIP_Future_of_Internet.pdf.
15. Эксперты подсмотрели будущее компьютеров и связи // Информационный портал «Издание о высоких технологиях» аналитического агентства РБК. — <http://internet.cnews.ru/news/top/index.shtml?2009/01/19/334964>.
16. iPhones Take Over the Internet // The wall street journal. — Dec 4, 2007. — <http://blogs.wsj.com/biztech/2007/12/04/iphones-take-over-the-internet/>.
17. Официальный сайт Apple Inc. Видеоматериалы с мероприятий «Apple Event». — <http://phobos.apple.com/WebObjects/MZStore.woa/wa/viewPodcast?id=275834665>.
18. Электронная версия журнала «Домашний ПК». — <http://www.dpk.com.ua/files/pics/iphone-timeline-1.jpg>.

Поступила 14.10.2008

КОМПАРАТОРНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ ФОРМИРОВАНИЯ ИНДЕКСА УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ

К.Э. ПЕТРОВ

Предлагается единая методика определения индексов и индикаторов, которые используются для оценки уровня устойчивого развития страны. Разработан подход к построению модели формирования индекса устойчивого развития, учитывающего три основных компонента: экономический, экологический и социальный. Рассматривается метод компараторной структурно-параметрической идентификации модели на множестве возможных структур, описываемых полиномом Колмогорова–Габова.

ВВЕДЕНИЕ

Глобализация мировой экономики, увеличение масштабов производства, его интенсификация сопровождаются не только экономическим ростом, увеличением объема ВВП, но и негативными социальными, экологическими последствиями, комплексной деградацией среды обитания. При повышении доходов населения и уровня потребления наблюдается опережающее ухудшение качества жизни. Все это привело к изменению целевой установки развития общества и переходу от концепции экономического роста к концепции устойчивого развития, которая была сформулирована на конференции ООН по окружающей среде и развитию в Рио-де-Жанейро в 1992 г. Ее суть состоит в осознании взаимосвязи и необходимости комплексного системного планирования развития общества с учетом экономического, социального и экологического аспектов. Однако переход от декларативной поддержки концепции на уровне программ ООН, международных конференций, правительственных и общественных организаций к ее конструктивной реализации на региональном, национальном, территориальном, корпоративном уровнях вызвал серьезные затруднения [1]. Одной из причин явилась недостаточность или отсутствие системы метрик для количественного скалярного измерения состояния различных элементов общества и единой адаптивной методологии синтеза моделей их формирования, в связи с чем актуальной стала разработка методологии структурно-параметрической идентификации моделей скалярного многофакторного оценивания состояния элементов общества.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем полагать, что определено множество иерархически организованных показателей, достаточно полно характеризующих уровни развития экономики, социальной сферы и состояние окружающей среды. Следует отметить, что за исключением экономики, где сложилась общепризнанная система

первичных и обобщенных показателей, характеризующих состояние элементов экономики, начиная от отдельного предприятия, отрасли и заканчивая национальным и мировым уровнями, такого единодушия нет в социальной и экологической сферах. Так, в настоящее время число первичных экологических характеристик колеблется от 70 до 150 [2–5]. Такой разброс связан со стремлением отразить региональные и национальные особенности экологических систем. Однако это не имеет принципиального значения, так как методология оценивания должна быть инвариантной к конкретному количественному и качественному составу характеристик, что позволит, используя единую методологию, формировать оценки как на мировом, так и на территориально-административном (проблемно-ориентированные оценки) уровнях.

Обобщенные многофакторные скалярные оценки общего уровня развития общества и его основных аспектов принято называть индексами [1, 6]. Индекс развития любого территориально-общественного образования определяется функцией [7]

$$I_0 = F_0(A_0, I_i), \quad i = \overline{1, 3}, \quad (1)$$

где I_1, I_2, I_3 — соответственно индексы развития экономики, социальной сферы и состояния экологии; A_0 — кортеж параметров модели.

Каждый из индексов $I_i, i = \overline{1, 3}$ является скалярной многофакторной оценкой множества показателей $I_{ij}, i = \overline{1, 3}, j = \overline{1, n}$, которые называются индикаторами и характеризуют состояние (качество) элементов системы

$$I_i = F_i(A_i, I_{ij}), \quad i = \overline{1, 3}, \quad j = \overline{1, n}, \quad (2)$$

где все обозначения соответствуют введенным выше. Например, индекс состояния экологии — функция индикаторов, характеризующих качество воды, воздуха, почвы, биологическое разнообразие, толщину озонового слоя и т.п. [4].

В свою очередь, индикаторы — это функции кортежей первичных показателей качества $K_j = \langle k_{jl} \rangle, j = \overline{1, n}, l = \overline{1, L_j}$ соответствующих элементов системы

$$I_{ij} = F_j(A_j, K_j), \quad j = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Например, индикатор качества воздуха учитывает концентрации оксидов азота и серы, твердых частиц и т.п. [4]. Отметим, что рассмотренная трехуровневая иерархия формирования индексов не является обязательной и может быть расширена или сужена.

Цель настоящей статьи — разработка единой методологии определения индексов и индикаторов на множествах показателей уровня, лежащего ниже, вплоть до первичных. Такая методология должна давать возможность определять в каждом случае конкретный вид функции многофакторного оценивания, т. е. решать задачу структурно-параметрической идентификации модели оценивания и, кроме этого, быть универсальной, инвариантной к виду и количеству оцениваемых факторов, адаптивной к особенностям социально-экономического уровня, на котором производится оценка.

МЕТОДОЛОГИЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИНДИКАТОРОВ И ИНДЕКСОВ

Первый шаг на пути к созданию такой универсальной методологии — приведение множества разнородных по семантике, размерности, измерительным шкалам первичных характеристик к изоморфному виду. Учитывая разнообразие показателей, наиболее универсальным можно считать их представление в безразмерном виде и измерение в интервальной шкале с функцией преобразования

$$y = ax + b, \quad (4)$$

где b — начало отсчета; a — масштабный коэффициент; x — измеряемая характеристика; y — результат измерения.

Коэффициенты a и b выбираются таким образом, чтобы обеспечить одинаковый для всех характеристик интервал возможных значений $[0; 1]$, инвариантный направлению доминирования показателя.

Всем перечисленным требованиям удовлетворяет схема нормализации первичных показателей устойчивого развития вида

$$k_{jl}^* = \frac{k_{jl} - k_{jl}^{lo}}{k_{jl}^{hi} - k_{jl}^{lo}}$$

или в соответствии с (4)

$$k_{jl}^* = \frac{1}{k_{jl}^{hi} - k_{jl}^{lo}} k_{jl} - \frac{k_{jl}^{lo}}{k_{jl}^{hi} - k_{jl}^{lo}}, \quad (5)$$

где k_{jl} — конкретное значение jl -го первичного показателя; k_{jl}^{lo} , k_{jl}^{hi} — соответственно наихудшее и наилучшее значения показателя. Это могут быть предельно допустимые возможные значения или идеальные значения, назначенные экспертами.

Чтобы обеспечить требование инвариантности нормированных показателей k_{jl}^* к направлению доминирования исходного показателя, значения k_{jl}^{lo} и k_{jl}^{hi} определяются следующим образом:

$$k_{jl}^{lo} = \begin{cases} \max_{j,l} k_{jl}, & \text{если } k_{jl} \rightarrow \min, \\ \min_{j,l} k_{jl}, & \text{если } k_{jl} \rightarrow \max; \end{cases}$$

$$k_{jl}^{hi} = \begin{cases} \max_{j,l} k_{jl}, & \text{если } k_{jl} \rightarrow \max, \\ \min_{j,l} k_{jl}, & \text{если } k_{jl} \rightarrow \min. \end{cases}$$

Следующая задача состоит в структурно-параметрической идентификации модели многофакторного оценивания. Трудность решения этой задачи определяется тем, что многофакторное оценивание — интеллектуальная процедура. Следовательно, носителем исходной информации, необходимой для структурно-параметрической идентификации модели оценивания, является лицо, принимающее решение (ЛПР) или специалисты (эксперты).

Наиболее известный метод получения информации от ЛПР — метод экспертного оценивания. Он заключается в том, что когнитолог путем интервьюирования, анкетирования, экспертиз побуждает носителя информации к осознанию, структуризации и формализации своих знаний. Естественно, полученная информация субъективна, т. е. отражает уровень знаний, понимания, предпочтений конкретного индивидуума. Поэтому в основе экспертного оценивания лежит гипотеза о том, что усреднение множества индивидуальных субъективных оценок дает оценку, приближающуюся к объективной. Очевидно, что такая усредненная оценка из-за разброса индивидуальных мнений экспертов является интервальной. Поэтому при проведении сложных многоэтапных экспертиз, например, таких как формирование обобщенной оценки устойчивого развития, происходит иерархическое накопление интервальных неопределенностей вплоть до потери конструктивности обобщенных оценок, например, нарушению их транзитивности. Другая особенность метода экспертного оценивания заключается в том, что эксперты достаточно уверенно решают задачу оценивания параметров линейных аддитивных моделей, но испытывают серьезные затруднения при параметрической и, особенно, структурной идентификации нелинейных моделей оценивания, если они представляют собой суперпозицию первичных характеристик, т. е. должны учитывать их взаимное влияние или нелинейность вклада в обобщенную оценку.

Поэтому в работах [1, 6] рассматриваются только аддитивные линейные функции многофакторного оценивания, причем все факторы приняты равнозначными, т. е. имеют одинаковые весовые коэффициенты. Это допущение явно не корректно, так как композиция пары или нескольких первичных факторов может усиливать или ослаблять их действие, а также вообще порождать новые свойства или иметь нелинейную зависимость изменения влияния от абсолютного значения фактора. В работе [6] отмечено, что в последующем весовые коэффициенты факторов аддитивной модели должны уточняться, но не указано, как и на основе какой исходной информации.

Альтернативой многоэтапному экспертному оцениванию является методология компараторной идентификации модели многофакторного оценивания [8]. Она базируется на двух гипотезах.

Первая. Эксперты способны принимать правильные решения путем попарного сравнения альтернатив без их предварительной структуризации [9]. В результате устанавливается отношение строгого или нестрогого порядка на множестве допустимых альтернатив, например:

$$x_1 \succ x_2 \succ x_3 \succ \dots \quad (6)$$

или

$$x_1 \succ x_2 \sim x_3 \succ \dots, \quad (7)$$

где \succ и \sim — соответственно отношения предпочтения и эквивалентности.

Вторая. На ней базируется теория полезности [10]. Для каждой альтернативы из некоторого допустимого множества X существует количественная скалярная многофакторная оценка (функция полезности). Для этих оценок выполняются следующие условия:

$$\begin{aligned} &\text{если } x_1, x_2 \in X \text{ и } x_1 \succ x_2, \text{ то } I(x_1) > I(x_2), \\ &\text{если } x_1, x_2 \in X \text{ и } x_1 \sim x_2, \text{ то } I(x_1) = I(x_2). \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, на основе (8) с учетом результатов ранжирования экспертами альтернатив (6) или (7) можно сформировать систему ограничений, которая позволит решить задачу структурно-параметрической идентификации модели многофакторного скалярного оценивания (1).

Универсальность метода компараторной структурно-параметрической идентификации на множестве возможных структур модели многофакторного оценивания (линейных, нелинейных) обеспечивается тем, что задача решается в классе моделей, описываемых полиномом Колмогорова–Габова [11]. Корректность такого допущения обоснована в работе [12].

Исходя из принятых выше обозначений для (3), полином примет вид

$$F_j = a_0 + \sum_{l=1}^{L_j} a_l k_{jl}^* + \sum_{l=1}^{L_j} \sum_{q=1}^{L_j} a_{lq} k_{jl}^* k_{jq}^* + \sum_{l=1}^{L_j} \sum_{q=1}^{L_j} \sum_{r=1}^{L_j} a_{lqr} k_{jl}^* k_{jq}^* k_{jr}^* + \dots, \quad j = \overline{1, n}, \quad (9)$$

где $a_l, a_{lq}, a_{lqr}, \dots$ — безразмерные весовые коэффициенты нормированных показателей k_{jl}^* , удовлетворяющие свойствам

$$a_l, a_{lq}, a_{lqr}, \dots \in [0, 1]; \quad l, q, r, \dots = \overline{1, L_j},$$

$$\sum_{l=1}^{L_j} a_l + \sum_{l=1}^{L_j} \sum_{q=1}^{L_j} a_{lq} + \sum_{l=1}^{L_j} \sum_{q=1}^{L_j} \sum_{r=1}^{L_j} a_{lqr} + \dots = 1.$$

Преобразуем (9) к виду, который более полно отвечает целям настоящей работы. Для этого положим $a_0 = 0$ (при нулевых значениях показателей k_{jl}^* любой индикатор или индекс равен нулю) и ограничимся учетом членов только второго порядка (попарными произведениями и квадратами значений характеристик). Такое допущение аргументируем тем, что все взаимовлияния показателей можно учесть суммированием попарных произведений, а возможную нелинейность — добавлением к линейной части квадратов их значений. Кроме того, введенное ограничение на сложность полинома можно обосновать тем, что после нормирования по формуле (5) все частные показатели и их весовые коэффициенты (по определению) могут принимать значения из интервала $[0; 1]$. Возведение таких чисел в степень выше второй или произведение более трех таких чисел приведут к быстрому убыванию значений.

Полученный «усеченный» полином примет вид

$$F_j = \sum_{l=1}^{L_j} a_l k_{jl}^* + \sum_{l=1}^{L_j} \sum_{q=1}^{L_j} a_{lq} k_{jl}^* k_{jq}^*. \quad (10)$$

Полином, аналогичный (10), будем использовать как для идентификации структуры индексов (2), так и при синтезе модели формирования обобщенной многофакторной скалярной оценки уровня развития некоторого территориально-общественного образования (1).

ТЕСТОВОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ СТРАНЫ

В качестве исходных данных приняты результаты ранжирования 48 государств s_t , $t = \overline{1, 48}$ по уровню устойчивого развития (табл. 1 [6]).

Таблица 1. Значения индекса устойчивого развития для 48 стран

Ранг, t	Страна, s_t	ВВП на жителя (в тыс. дол. США)	Индекс устойчиво- го разви- тия, $I_0(s_t)$	Индекс развития экономики, $I_1(s_t)$	Индекс развития социальной сферы, $I_2(s_t)$	Индекс состояния экологии, $I_3(s_t)$
1	Финляндия	29,650	0,786	0,567	0,802	0,751
2	Исландия	41,804	0,780	0,561	0,839	0,708
3	Швеция	30,590	0,774	0,538	0,840	0,717
4	Норвегия	39,590	0,755	0,488	0,829	0,734
5	Швейцария	33,580	0,738	0,538	0,820	0,637
6	Люксембург	69,737	0,738	0,558	0,816	0,618
7	Дания	32,490	0,731	0,563	0,828	0,582
8	Канада	34,150	0,720	0,525	0,777	0,644
9	Ирландия	36,790	0,716	0,559	0,779	0,592
10	Австралия	31,010	0,716	0,532	0,792	0,610
11	Новая Зеландия	25,110	0,713	0,526	0,79	0,610
12	Австрия	31,420	0,708	0,504	0,785	0,627
13	США	41,529	0,695	0,562	0,779	0,530
14	Германия	28,250	0,687	0,510	0,777	0,570
15	Нидерланды	30,920	0,684	0,524	0,787	0,537
16	Япония	30,750	0,680	0,480	0,793	0,573
17	Великобритания	31,150	0,674	0,543	0,773	0,502
18	Эстония	14,800	0,662	0,533	0,658	0,582
19	Уругвай	8,869	0,647	0,382	0,659	0,718
20	Чили	12,120	0,642	0,511	0,678	0,536
21	Франция	30,640	0,641	0,438	0,754	0,552
22	Испания	25,370	0,626	0,455	0,758	0,488
23	Израиль	21,310	0,623	0,454	0,725	0,509
24	Латвия	11,862	0,618	0,420	0,649	0,604
25	Бельгия	30,660	0,615	0,468	0,755	0,444
26	Италия	27,960	0,613	0,411	0,759	0,501
27	Коста Рика	9,000	0,607	0,372	0,685	0,596
28	Чехия	17,600	0,602	0,459	0,703	0,466
29	Словакия	15,513	0,601	0,428	0,673	0,528
30	Венгрия	16,047	0,601	0,424	0,686	0,520
31	Хорватия	11,870	0,596	0,367	0,661	0,595
32	Южная Корея	23,360	0,591	0,444	0,729	0,430
33	Малайзия	10,450	0,590	0,413	0,643	0,540
34	Греция	22,340	0,586	0,392	0,703	0,501
35	Панама	6,760	0,583	0,363	0,646	0,577
36	Бразилия	8,760	0,581	0,347	0,61	0,622

Окончание табл. 1

37	Колумбия	7,330	0,565	0,350	0,597	0,589
38	Польша	12,825	0,559	0,401	0,667	0,45
39	Болгария	8,664	0,549	0,365	0,628	0,500
40	Мексика	10,000	0,546	0,373	0,649	0,462
41	Тунис	7,910	0,544	0,370	0,586	0,518
42	Боливия	3,680	0,542	0,322	0,556	0,595
43	Румыния	6,105	0,519	0,340	0,616	0,462
44	Россия	9,810	0,515	0,319	0,520	0,561
45	Молдавия	2,280	0,506	0,330	0,529	0,512
46	Тринидад	11,720	0,500	0,391	0,599	0,363
47	Украина	6,500	0,485	0,319	0,554	0,447
48	Египет	3,930	0,484	0,337	0,535	0,440

На базе представленного в табл. 1 ранжирования стран сформирована последовательность вида (6) и в соответствии с (8) имеем систему ограничений

$$\begin{aligned} I_0(s_1) &> I_0(s_2), \\ I_0(s_2) &> I_0(s_3), \\ &\dots \\ I_0(s_{47}) &> I_0(s_{48}) \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} I_0(s_1) - I_0(s_2) &< 0, \\ I_0(s_2) - I_0(s_3) &< 0, \\ &\dots \\ I_0(s_{47}) - I_0(s_{48}) &< 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, получаем систему из 47 неравенств. Как было отмечено выше, структура многофакторной оценки $I_0(s_t)$, $t = \overline{1, 48}$ представляет собой некоторый фрагмент «усеченного» полинома (10), т. е. с учетом принятых обозначений

$$I_0(s_t) = \sum_{i=1}^3 a_i I_i(s_t) + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 a_{ij} I_i(s_t) I_j(s_t), \quad t = \overline{1, 48}. \quad (12)$$

На первом этапе исследования методом компараторной идентификации на основе (11) решена задача параметрической идентификации в предположении, что структура модели формирования многофакторной оценки индекса устойчивого развития $I_0(s_t)$ является известной. В работе [2] модель оценивания не приведена, однако в [1] указано, что наиболее распространенной в настоящее время является аддитивная оценка вида

$$I_0(s_t) = \sum_{i=1}^3 a_i I_i(s_t), \quad t = \overline{1, 48}. \quad (13)$$

Для модели (13) методом, основанным на вычислении чебышевской точки [8], а также с помощью генетических алгоритмов [13] вычислены зна-

чения весовых коэффициентов a_i , $i = \overline{1, 3}$. В табл. 2 приведены, полученные в ходе расчетов чебышевское приближение и три варианта решения задачи при использовании генетических алгоритмов (ГА).

Таблица 2. Значения весовых коэффициентов модели (13)

Метод вычисления	Значения весовых коэффициентов			$\sum_{i=1}^3 a_i$	r_s
	a_1	a_2	a_3		
Чебышевское приближение	0,3764	0,2927	0,3309	1,0000	0,99989
ГА 1	0,3962	0,2930	0,3208	1,0000	0,99989
ГА 2	0,4010	0,2802	0,3188	1,0000	0,99989
ГА 3	0,3990	0,2844	0,3166	1,0000	0,99989

Значение коэффициента ранговой корреляции Спирмена r_s необходимо для оценки качества полученных моделей вида (13) и рассчитывается по формуле

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n (R_i - R_i^M)^2}{n(n^2 - 1)},$$

где R_i — ранги стран из табл. 1; R_i^M — ранги стран, полученные в ходе идентификации модели; n — количество стран. Отличие этого коэффициента от 1 означает нарушение исходного отношения порядка, приведенного в табл. 1.

Анализ результатов (табл. 2) показывает, что гипотеза об аддитивном характере формирования обобщенной оценки вида (13) является неудовлетворительной и необходимо использовать более сложную нелинейную модель оценивания. Косвенно это подтверждается и результатами вычисления весовых коэффициентов a_i , $i = \overline{1, 3}$ модели (13) на основе данных табл. 1 путем составления различных вариантов систем трех линейных уравнений с тремя неизвестными, в качестве которых выступают коэффициенты a_i . Результаты рассмотрения двух систем уравнений, сформированных случайным образом (строки 1, 5, 29 и 13, 14, 15, соответственно), приведены в табл. 3.

Таблица 3. Значения весовых коэффициентов модели (13)

Страны и их ранги	Значения весовых коэффициентов			$\sum_{i=1}^3 a_i$
	a_1	a_2	a_3	
1. Финляндия 5. Швейцария 29. Словакия	0,4803	0,3142	0,345	1,1440
13. США 14. Германия 15. Нидерланды	0,4276	0,3303	0,3724	1,103

Аддитивные модели вида (13) ориентированы на оценивание явных (прямых) свойств системы, уровень которых определяется непосредственно как сумма свойств элементов, образующих систему (стоимость, масса и т.п.). Однако система обладает еще и эмерджентными (системными) свойствами, которые не следуют непосредственно из свойств ее элементов, а возникают в результате их упорядочения. Например, прозрачность и твердость алмаза не следуют непосредственно из свойств атомов углерода, а порождаются в результате их организации в структуру (кристаллическую решетку). Для оценки таких свойств необходима более сложная по сравнению с (13) модель, представляющая собой некоторую произвольную функцию многих переменных.

Обобщенная оценка устойчивого развития страны несомненно обладает структурным эмерджентным свойством, так как характеристики экономического, социального развития и состояния экологии тесно связаны между собой. В связи с этим решена задача структурно-параметрической компараторной идентификации с использованием генетических алгоритмов. В качестве основы использовался фрагмент полинома Колмогорова–Габора второго порядка вида (12).

В результате определена структура оптимальной сложности [11] модели оценивания уровня устойчивого развития вида

$$I_0(s_t) = a_1 I_1(s_t) + a_2 I_2(s_t) + a_{11} I_1^2(s_t) + a_{23} I_2(s_t) I_3(s_t) + a_{33} I_3^2(s_t). \quad (14)$$

Для этой структуры решены задачи параметрической идентификации. Результаты расчетов приведены в табл. 4.

Таблица 4. Значения параметров модели (14)

Метод вычисления	Значения весовых коэффициентов					$\sum a_{ij}$	r_s
	a_1	a_2	a_{11}	a_{23}	a_{33}		
Чебышевская точка	0,2362	0,2043	0,1750	0,1727	0,2118	1,0000	1,0000
ГА	0,1530	0,1774	0,2632	0,2322	0,1742	1,0000	1,0000

Обе модели обеспечивают выполнение исходного отношения порядка для рассматриваемых стран по индексу устойчивого развития (табл. 1). Это означает, что существует не единственная метрика оценки.

Для оценки соответствия силы предпочтения, т. е. соотношения количественных значений исходной обобщенной оценки $I_0(s_t)$ вычислены $I_0(s_t)$ по модели (14) с параметрами, полученными методами, основанными на вычислении чебышевской точки ($I_0^{CP}(s_t)$) и ГА ($I_0^{GA}(s_t)$). Результаты расчетов приведены в табл. 5.

Таблиця 5. Значення індексів устойчивого розвитку $I_0^{CP}(s_t)$ і $I_0^{GA}(s_t)$

Ранг, t	Страна, s_t	$I_0(s_t)$	$I_0^{CP}(s_t)$	$\Delta = I_0 - I_0^{CP}$	$I_0^{GA}(s_t)$	$\Delta = I_0 - I_0^{GA}$
1	Фінляндія	0,786	0,5775	0,2085	0,5517	0,2343
2	Ісландія	0,780	0,5677	0,2123	0,5428	0,2372
3	Швеція	0,774	0,5622	0,2118	0,5369	0,2371
4	Норвегія	0,755	0,5455	0,2095	0,5195	0,2355
5	Швейцарія	0,738	0,5214	0,2166	0,4959	0,2421
6	Люксембург	0,738	0,5210	0,2170	0,4957	0,2423
7	Данія	0,731	0,5126	0,2184	0,4874	0,2436
8	Канада	0,720	0,5052	0,2148	0,4791	0,2409
9	Ірландія	0,716	0,4997	0,2163	0,4741	0,2419
10	Австралія	0,716	0,4992	0,2168	0,4734	0,2426
11	Нова Зеландія	0,713	0,4961	0,2169	0,4702	0,2428
12	Австрія	0,708	0,4921	0,2159	0,4660	0,2420
13	США	0,695	0,4780	0,2170	0,4521	0,2429
14	Германія	0,687	0,4700	0,2170	0,4438	0,2432
15	Нідерланди	0,684	0,4667	0,2173	0,4404	0,2436
16	Японія	0,680	0,4637	0,2163	0,4375	0,2425
17	Великобританія	0,674	0,4582	0,2158	0,4318	0,2422
18	Естонія	0,662	0,4479	0,2141	0,4210	0,2410
19	Уругвай	0,647	0,4413	0,2057	0,4134	0,2336
20	Чилі	0,642	0,4285	0,2135	0,4016	0,2404
21	Франція	0,641	0,4275	0,2135	0,4010	0,2400
22	Іспанія	0,626	0,4129	0,2131	0,3859	0,2401
23	Ізраїль	0,623	0,4100	0,2130	0,3831	0,2399
24	Латвія	0,618	0,4076	0,2104	0,3804	0,2376
25	Бельгія	0,615	0,4028	0,2122	0,3754	0,2396
26	Італія	0,613	0,4005	0,2125	0,3740	0,2390
27	Коста Рика	0,607	0,3978	0,2092	0,3715	0,2355
28	Чехія	0,602	0,3915	0,2105	0,3643	0,2377
29	Словакія	0,601	0,3911	0,2099	0,3642	0,2368
30	Венгрія	0,601	0,3906	0,2104	0,3638	0,2372
31	Хорватія	0,596	0,3882	0,2078	0,3619	0,2341
32	Южна Корея	0,591	0,3816	0,2094	0,3541	0,2369
33	Малайзія	0,590	0,3805	0,2095	0,3536	0,2364
34	Греція	0,586	0,3771	0,2089	0,3506	0,2354
35	Панама	0,583	0,3757	0,2073	0,3494	0,2336
36	Бразилія	0,581	0,3751	0,2059	0,3485	0,2325
37	Колумбія	0,565	0,3603	0,2047	0,3338	0,2312
38	Польща	0,559	0,3538	0,2052	0,3270	0,2320
39	Болгарія	0,549	0,3450	0,2040	0,3188	0,2302
40	Мексика	0,546	0,3420	0,2040	0,3156	0,2304
41	Туніс	0,544	0,3403	0,2037	0,3138	0,2302
42	Болівія	0,542	0,3399	0,2021	0,3137	0,2283
43	Румунія	0,519	0,3207	0,1983	0,2950	0,2240
44	Росія	0,515	0,3164	0,1986	0,2904	0,2246
45	Молдавія	0,506	0,3074	0,1986	0,2816	0,2244
46	Тринідад	0,500	0,3069	0,1931	0,2798	0,2202
47	Україна	0,485	0,2914	0,1936	0,2662	0,2188
48	Єгипет	0,484	0,2904	0,1936	0,2647	0,2193

ВЫВОДЫ

Из анализа результатов расчетов следует, что модель $I_0^{CP}(s_t)$ дает систематическое смещение оценки в сторону уменьшения в интервале от 0,2184 (Дания) до 0,1936 (Украина), а модель $I_0^{GA}(s_t)$ — от 0,2436 (Дания) до 0,2188 (Украина). Так как оценки не являются абсолютными, систематическое смещение относительно точки отсчета не влияет на точность и достоверность оценивания.

Показана адекватность метода компараторной структурно-параметрической идентификации моделей многофакторного оценивания качества как сложного эмерджентного свойства систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Згуровский М.З., Статюха Г.А. Роль инженерной науки и практики в устойчивом развитии общества // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2007. — № 1. — С. 19–38.
2. *Indicators of Sustainable Development for United Kingdom*. — New York: HSMO, 1996. — 98 p.
3. *Indicators of Sustainable Development: Guidelines and Methodologies*. — 2-nd ed. — New York: UN, 2001. — 320 p.
4. Статюха Г.О., Бойко Т.В. Проблеми розробки і реалізації індикаторів сталого розвитку регіону // Екологія і ресурси. — 2006. — Вип. 15. — С. 83–97.
5. Розенберг Г.С., Гелашвили Д.Б., Краснощекоев Г.П. Устойчивое развитие, ноосферный каркас городов и экологические столицы бассейнов рек // Региональная экология. — 1997. — № 1–2. — С. 50–60.
6. Zgurovsky M. The new metrics of sustainable development and its application // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2007. — № 1. — С. 7–18.
7. Згуровський М.З. Сталый розвиток у глобальному і регіональному вимірах. — Київ: Політехніка, 2006. — 83 с.
8. Овезгельдыев А.О., Петров Э.Г., Петров К.Э. Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации. — Киев: Наук. думка, 2002. — 164 с.
9. Ларичев О.И., Мошкович Е.М. Качественные методы принятия решений. — М.: Физматлит, 1996. — 275 с.
10. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. — М.: Наука, 1978. — 352 с.
11. Ивахненко А.Г., Мюллер И.А. Самоорганизация прогнозирующих моделей. — Киев: Техніка, 1985. — 233 с.
12. Овезгельдыев А.О., Петров К.Э. Построение модели индивидуального многофакторного оценивания с применением элементов МГУА и генетических алгоритмов // Кибернетика и системный анализ. — 2007. — № 1. — С. 151–159.
13. Булавин Д.А., Петров К.Э., Петров Э.Г. Использование генетических алгоритмов для решения задачи структурно-параметрической идентификации модели индивидуального многофакторного оценивания // Бионика интеллекта. — 2004. — № 60. — С. 17–26.

Поступила 23.04.2008

TANKER ROUTING PROBLEM WITH FUZZY DEMANDS OF SERVED SHIPS

B. WERNERS, Y.P. KONDRATENKO

The routing problem for tanker-refuellers is considered. The tankers start at the bunkering company and must serve several ships in different ports. In principle the modeling and algorithmic approaches for capacitated vehicle routing problems can be used. Since the demands of the ships are uncertain and vague they are modeled using fuzzy sets. The first compromise solution can interactively be modified to meet the decision makers requirements with respect to the different criteria. The results are demonstrated using a small example.

1. INTRODUCTION

This paper deals with a very important routing problem in marine practice: the routing of tanker-refuellers (in the following called tankers) which provide bunkering (transportation and unloading) operations for various ships. These ordering ships are located at different ports or, in general, at different points offshore. The importance of transportation is continuously growing due to the growing internationalization of this business. Optimization models and methods are very appropriate for transportation and distribution planning. This problem can be modeled by the so called capacitated vehicle routing problem (CVRP).

The development of efficient models and algorithms to solve routing problems is an important contribution of operations research to theory and practice. A lot of different approaches have been suggested and are applied to handle a wide spectrum of real world problems. An overview can be found in [4]. In particular, vehicle routing problems (VRP) with various modifications and different approaches are considered [16]. Some of these approaches use methods to solve the traveling salesperson problem (TSP) as an integral part. A survey on TSP is given in [15]. Most of the VRP techniques can be applied successfully also to ship routing problems [3, 9, 17, 19]. If the demand of the customers is not precisely known in advance deterministic and crisp models are not appropriate for decision support. The VRP with stochastic demands of nodes is described in such publications as [1, 2, 5, 6, 8] but the efficient solution of SVRP (Stochastic Vehicle Routing Problem) presumes precise information about probability functions of the demands. To handle imprecise and vague information a fuzzy theory based approach fits well.

In marine practice information about customers' demands to be served can be uncertain too. Such kind of uncertain information characterizes the bunkering process (BP) by which ships are supplied with ordered fuel [14]. Usually the ship-owner sends an order for fuel supplying to the bunkering company using such uncertain terms as "approximately VALUE", "about VALUE", "between VALUE_1 and VALUE_2", "at least VALUE", "not less then VALUE", "not more then VALUE". The efficiency of the bunkering operations can be evaluated by the possibility to serve the orders with a minimum of consumption of own tanker's fuel during delivery which depends on the total distance traveled by all tankers.

A fuzzy set theoretical approach to the vehicle routing problem when demand at nodes is uncertain is considered in [19]. Their model is based on the well-known heuristic "sweeping algorithm" combined with a set of fuzzy rules and approximate reasoning to construct routes. They assume that every demand has to be served and that it is possible to return to the depot and then revisit the customer again. During the bunkering process considered here there is not enough time to travel twice. If the demand of a ship cannot be served completely during the planned trip the exceeding demand is lost.

Therefore a fuzzy multi-criteria mathematical programming model is suggested here to solve the tanker routing problem with uncertain demands. An interactive approach is used to find the compromise solution, which considers the minimal total distance of all routes necessary for all bunkering operations and the maximal potential total sales of fuel. For small problems it can be solved optimally by using standard mixed integer linear programming software. For larger problems an adequate heuristic has to be chosen.

2.1. GENERAL PROBLEM STATEMENT

The port where the bunkering company is located is the only depot for the tankers. Here the orders are announced from the ship owners who know the respective demands of their ships approximately. The ships, which must be served by the tankers, have various capacities and different demands. Usually the captain of each ship orders the final crisp volume of fuel he needs at the moment when tanker and served ship meet in the j -th port, $j = 1, \dots, N$. The decision maker of the bunkering company has to solve the tanker routing problem before bunkering operations start. At the depot 0 the bunkering company has K tankers for bunkering operations at its disposal. The tankers ($k = 1, \dots, K$) are identical and they have the same capacity Cap to transport fuel. We suppose that the bunkers contain sufficient fuel for all demands of the N ships in the marine region and that the demand of each single ship is less or equal to the capacity of a tanker. Taking into account that the above-mentioned customers' announcements for all ships to be served are uncertain the demand of each ship can be presented using a fuzzy set. We model the uncertain demand with triangular fuzzy numbers $\tilde{d}_j = (\underline{d}_j, \hat{d}_j, \bar{d}_j)$ as shown in fig. 1 [7, 24].

The fuzzy number of each demand can be chosen based on the preliminary customer's orders and the decision maker's experience which deals with his or her intuition and the "a priori" knowledge about the type of ship, type of ship's

cargo, region of voyage, prescribed ports, ship's captain decisions for analogous bunkering operations and others. The real world bunkering process with K tankers and N ships is parallel: each tanker serves all ships on its route which is planned by the decision maker at the bunkering company. The time period for the whole bunkering process is much shorter than in the case of an approach where the demands of all the ships must be served sequentially.

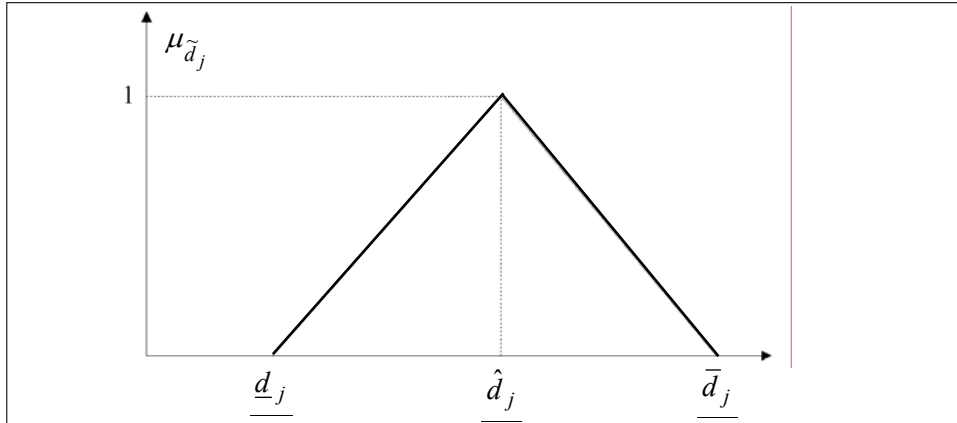


Fig. 1. Triangular membership function of the fuzzy demand \tilde{d}_j of ship j

The problem discussed in this paper deals with solving the tanker routing problem for fuzzy demands of served ships. A “compromise solution” for the specific marine operations called “bunkering operations” is determined which takes into account the following goals:

- maximum possible total quantity of unloaded fuel during the entire bunkering process (this value is a main component defining bunkering company's profit);
- minimum possible total distance for tankers which serve ordering ships on all planned routes;
- maximal possibility to serve the demand.

The specific requirements for the bunkering process under consideration are:

- each port j ($j=1, \dots, N$) is visited only once by only one tanker during the planning period for which the routes are designed and executed;
- each tanker starts and finishes its route at the depot 0;
- each demand \bar{d}_j at port j ($j=1, \dots, N$) is lower than the capacity Cap of a tanker;
- there are enough tankers at the depot 0 to serve any total demand

$$\sum_{j=1}^N d_j \leq \sum_{j=1}^N \bar{d}_j \text{ of all orders of the ships,}$$

Additionally, the locations of the depot and all ports with ordering ships, capacity of the tanker, the distance resp. the traveling costs between the ports must be known.

In the following a fuzzy multi-criteria programming approach is developed to solve the above stated problem. The decision maker interactively to improve the degree of satisfaction with the different goals can modify the compromise model.

2.2. TANKER ROUTING PROBLEM WITH CRISP DEMANDS

The problem is modeled as an extension of the one-depot capacitated vehicle routing problem which can be represented by the following model. Considering several trips to satisfy given demands at locations with tankers having restricted capacity available leads to the capacitated vehicle (here tanker) routing problem. Several models exist for this problem. In accordance with the above formulation the following model for the capacitated vehicle routing problem is chosen.

The capacitated vehicle routing problem with well-known demand can be modeled considering two parts of constraints. One part containing constraints (2) and (3) is the generalized assignment problem. It groups cities to a tour considering the respective demands and the capacity of the vehicles. The other part models a traveling salesperson problem for each of these tours. This part contains constraints (4) to (8).

First we assume that the demand of each customer is exactly known in advance and all other information is strictly given. The distribution starts from a single depot and the vehicle fleet is homogenous that is all vehicles have the same capacity.

Considering different tours (vehicles, tankers) k ($k=1, \dots, K$) and cities (ports) i, j ($i, j=1, \dots, N$) three types of variables are necessary:

variable x_{ijk} is binary with

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{for } j \text{ follows } i \text{ on tour } k, \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

variable y_{jk} is binary with

$$y_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{for city } j \text{ belongs to tour } k, \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

and variable u_{jk} is an integer ≥ 0 and for the optimal solution it is the sequence number of city j on trip k .

Objective function of the classical vehicle routing problem is to minimize the total distance traveled:

$$\text{Min } \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \sum_{k=1}^K c_{ij} x_{ijk}, \quad (1)$$

c_{ij} for $i, j=0, \dots, N$ is the distance from city i to city j .

The capacity Cap of the vehicle is sufficient to meet the crisp demand of all cities on tour k

$$\sum_{j=1}^N d_j y_{jk} \leq \text{Cap} \quad \text{for } k=1, \dots, K, \quad (2)$$

d_j is the crisp demand at city j .

Each city belongs to exactly one of the tours except city 0 with the depot

$$\sum_{k=1}^K y_{jk} = 1 \quad \text{for } j=1, \dots, N. \quad (3)$$

Each city j must be entered exactly once on the trip to which tour it belongs

$$\sum_{i=0}^N x_{ijk} = y_{jk} \quad \text{for } j = 0, \dots, N, \quad k = 1, \dots, K. \quad (4)$$

Each city i must be exited exactly once on the trip to which tour it belongs

$$\sum_{j=0}^N x_{ijk} = y_{ik} \quad \text{for } i = 0, \dots, N, \quad k = 1, \dots, K. \quad (5)$$

No city can follow itself on the tour

$$x_{iik} = 0 \quad \text{for } i = 0, \dots, N, \quad k = 1, \dots, K. \quad (6)$$

Subtours are forbidden

$$u_{jk} \geq u_{ik} + 1 - (1 - x_{ijk})N \quad \text{for } i = 0, \dots, N, \quad j = 1, \dots, N, \quad j \neq i. \quad (7)$$

Each trip starts in the depot

$$u_{ok} = 1 \quad \text{for } k = 1, \dots, N. \quad (8)$$

This is a mixed integer linear programming model. For small instances it can be solved exactly by using standard software. For larger instances a heuristic must be chosen. Constraint (7) is not the only formulation to avoid cycling and might cause difficulties when solving larger problems [17]. Some of the heuristics suggested in literature first group cities to tours and then solve the traveling salesperson problem to optimize the respective routes. This vehicle routing model can be used to plan the routes for tankers, which are located in a depot and have to travel to different ports for bunkering.

2.3. EXAMPLE: TANKER ROUTING WITH CRISP DEMAND

Let us consider a small example with 5 ships in different ports. The demand d_j , $j = 1, \dots, 5$, for fuel is known (table 1). Several tankers are located in depot 0. The capacity of each tanker is 1000. Table 2 contains the distances c_{ij} , $i, j = 0, \dots, N$, between the ports in miles. In this example $c_{ij} = c_{ji}$ holds for all $i, j = 0, \dots, N$.

The optimal solution of the capacitated vehicle routing problem is calculated using the model (1) to (8) above and the software package ILOG AMPL CPLEX System vers. 7.0 (2000). The optimal routes $0 - 2 - 4 - 0$ and $0 - 3 - 1 - 5 - 0$ are shown in fig. 2. The total distance traveled is 340.2 miles. Because this graph is symmetric the tours $0 - 4 - 2 - 0$ and $0 - 5 - 1 - 3 - 0$ are optimal too. Exactly two tankers can serve the demands.

Table 1. Demands of the ships

j	1	2	3	4	5
d_j	500	400	300	600	200

Table 2. Distances between the ports

	0	1	2	3	4	5
0	–	70.2	67.5	48.6	59.4	32.4
1	70.2	–	97.2	78.3	86.4	43.2
2	67.5	97.2	–	21.6	10.8	81
3	48.6	78.3	21.6	–	16.2	70.2
4	59.4	86.4	10.8	16.2	–	81
5	32.4	43.2	81	70.2	81	–

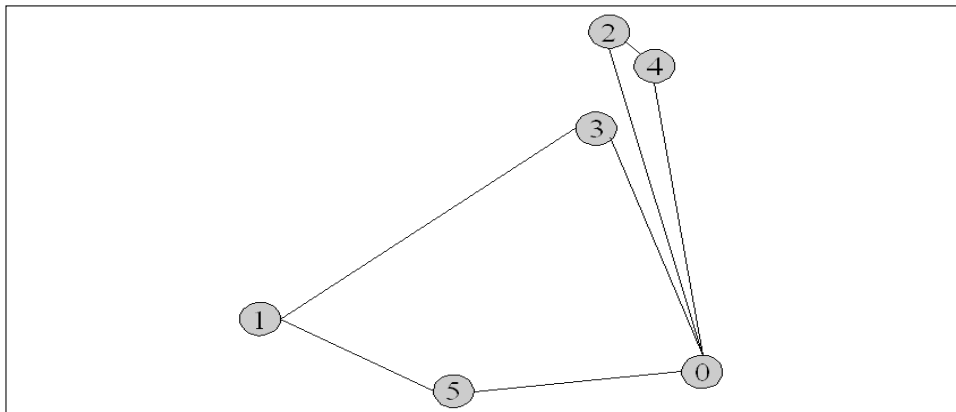


Fig. 2. Optimal routing considering crisp demands

3.1. ROUTING PROBLEM WITH FUZZY DEMANDS

If the demand at the different cities is uncertain and imprecise we suggest to model it using a fuzzy set theoretical approach and to use a fuzzy set \tilde{d}_j , $j = 1, \dots, N$, to represent the demand. The mathematical programming model is the same as above with the exception of capacity constraint (2). Instead of the crisp capacity constraint the following fuzzy constraint for the fuzzy demands on tour k has to be considered:

$$\sum_{j=1}^N \tilde{d}_j y_{jk} \leq \text{Cap} \quad \text{for } k = 1, \dots, K \tag{9}$$

$$\text{with } \tilde{D}_k = \sum_{j=1}^N \tilde{d}_j y_{jk} \quad \text{for } k = 1, \dots, K .$$

Modeling the fuzzy demand we suggest to consider the possibility that the actual demand of all ships on one tour is less or equal to the capacity of the tanker to a certain degree. Because of the following considerations this leads to a crisp equivalent model. This approach to handle these fuzzy constraints is similar to chance constraints programming in stochastic optimization. If the demand is not known exactly we suggest to find a solution for which the possibility to serve the

demand is required at least to a certain degree $\alpha \in [0, 1]$. The decision maker has to determine α in advance. Considering a fuzzy number as a method of representing uncertainty in a given quantity by defining a possibility distribution for the quantity is analyzed in [10]. An even stronger condition is to determine a certain degree of necessity β that the demand on the tour can be served. That is

$$\text{Pos} \left(\sum_{j=1}^N \tilde{d}_j y_{jk} \leq \text{Cap} \right) \geq \alpha \quad \text{for } k=1, \dots, K, \quad \alpha \in [0, 1] \text{Pos} \quad (10)$$

or even stronger

$$\text{Nec} \left(\sum_{j=1}^N \tilde{d}_j y_{jk} \leq \text{Cap} \right) \geq \beta \quad \text{for } k=1, \dots, K, \quad \beta \in [0, 1]. \quad (11)$$

If the fuzzy demand of each of the ships can be modeled using triangular fuzzy numbers a crisp equivalent formulation can be developed. For the calculation let us first consider the possibility and necessity of a triangular fuzzy number \tilde{a} to be greater or equal to zero [13].

$$\text{Pos}(\tilde{a} \geq 0) = \text{Pos}_{\tilde{a}}(\{x|x \geq 0\}) = \sup_{x \geq 0} \mu_{\tilde{a}}(x), \quad (12)$$

$$\text{Nec}(\tilde{a} \geq 0) = \text{Nec}_{\tilde{a}}(\{x|x \geq 0\}) = 1 - \text{Pos}_{\tilde{a}}(\{x|x < 0\}). \quad (13)$$

For a triangular fuzzy number $\tilde{a} = (\underline{a}, \hat{a}, \bar{a})$ with $\hat{a} \neq \bar{a}$ and $\hat{a} \neq \underline{a}$ these possibility (Pos) and necessity (Nec) can be determined using the following formulas

$$\text{Pos}(\tilde{a} \geq 0) = \begin{cases} 1 & \hat{a} \geq 0, \\ \frac{\bar{a}}{\bar{a} - \hat{a}} & \hat{a} < 0 \leq \bar{a}, \\ 0 & \bar{a} < 0. \end{cases} \quad (14)$$

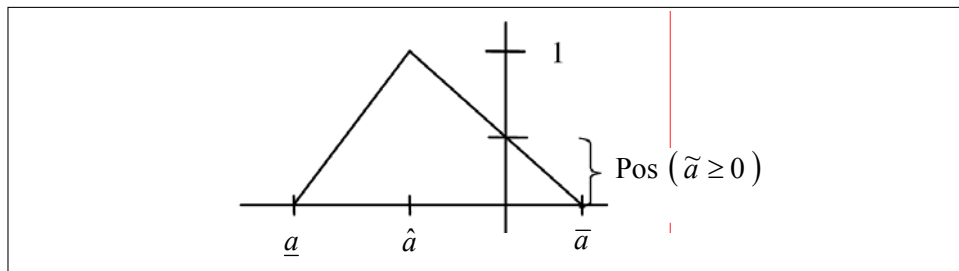


Fig. 3. $\text{Pos}(\tilde{a} \geq 0)$ for a triangular fuzzy number \tilde{a}

$$\text{Nec}(\tilde{a} \geq 0) = \begin{cases} 1 & \underline{a} \geq 0, \\ \frac{\hat{a}}{\hat{a} - \underline{a}} & \underline{a} < 0 \leq \hat{a}, \\ 0 & \hat{a} < 0. \end{cases} \quad (15)$$

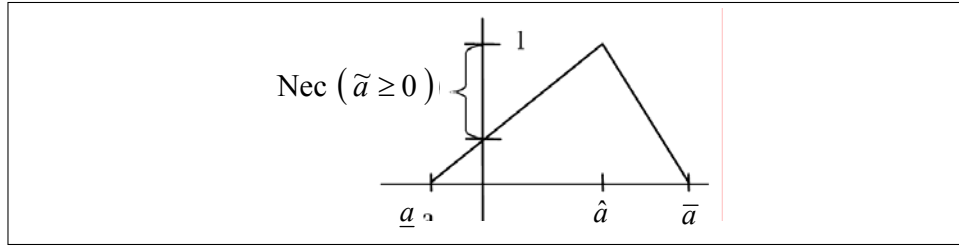


Fig. 4. $Nec(\tilde{a} \geq 0)$ for a triangular fuzzy number \tilde{a}

So the requirement for capacity in the above model can be determined as follows

$$\begin{aligned} \text{Pos} \left(\sum_{j=1}^N \tilde{d}_j y_{jk} \leq \text{Cap} \right) &\geq \alpha \quad \text{for } k = 1, \dots, N, \\ \Leftrightarrow \text{Pos} \left(\text{Cap} - \sum_{j=1}^N \tilde{d}_j y_{jk} \geq 0 \right) &\geq \alpha \quad \text{for } k = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (16)$$

If all demands $\tilde{d}_j = (\underline{d}_j, \hat{d}_j, \bar{d}_j)$, $j = 1, \dots, N$ are triangular fuzzy numbers then

$$\text{Cap} - \sum_{j=1}^N \tilde{d}_j y_{jk} = \left(\text{Cap} - \sum_{j=1}^N \bar{d}_j y_{jk}, \text{Cap} - \sum_{j=1}^N \hat{d}_j y_{jk}, \text{Cap} - \sum_{j=1}^N \underline{d}_j y_{jk} \right) \quad (17)$$

is a triangular fuzzy number too.

Thus the possibility that the capacity of the vehicle is sufficient to serve all demands \tilde{D}_k on tour k is equal to

$$\text{Pos}(\text{Serve } \tilde{D}_k) = \begin{cases} 1 & \text{Cap} \geq \sum_{j=1}^N \hat{d}_j y_{jk}, \\ \frac{\text{Cap} - \sum_{j=1}^N \underline{d}_j y_{jk}}{\sum_{j=1}^N (\hat{d}_j - \underline{d}_j) y_{jk}} & \sum_{j=1}^N \underline{d}_j y_{jk} < \text{Cap} \leq \sum_{j=1}^N \hat{d}_j y_{jk}, \\ 0 & \text{Cap} < \sum_{j=1}^N \underline{d}_j y_{jk}. \end{cases} \quad (18)$$

The requirements for the necessity that the capacity is sufficient on tour k is

$$\begin{aligned} \text{Nec} \left(\sum_{j=1}^N \tilde{d}_j y_{jk} \leq \text{Cap} \right) &\geq \beta \quad \text{for } k = 1, \dots, N, \\ \Leftrightarrow \text{Nec} \left(\text{Cap} - \sum_{j=1}^N \tilde{d}_j y_{jk} \geq 0 \right) &\geq \beta \quad \text{for } k = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (19)$$

It can be calculated similarly to

$$\text{Nec (Serve } \tilde{D}_k) = \begin{cases} 1 & \text{Cap} \geq \sum_{j=1}^N \bar{d}_j y_{jk}, \\ \frac{\text{Cap} - \sum_{j=1}^N \hat{d}_j y_{jk}}{\sum_{j=1}^N (\bar{d}_j - \hat{d}_j) y_{jk}} & \sum_{j=1}^N \hat{d}_j y_{jk} < \text{Cap} \leq \sum_{j=1}^N \bar{d}_j y_{jk}, \\ 0 & \text{Cap} < \sum_{j=1}^N \hat{d}_j y_{jk}. \end{cases} \quad (20)$$

For every possibility and associated necessity measure and every set $A \subset X$ the following implication is satisfied [13]

$$\text{Pos}(A) < 1 \Rightarrow \text{Nec}(A) = 0.$$

The consequence for our application is that it is more demanding to request the necessity to be greater than 0 than to request the possibility to be less or equal to 1. For $\alpha > 0$ we can model the following constraints as crisp equivalents for the fuzzy constraint (9):

$$\text{Pos}(\text{Serve } \tilde{D}_k) \leq \alpha \Leftrightarrow \sum_{j=1}^N (\alpha \hat{d}_j + (1 - \alpha) \underline{d}_j) y_{jk} \leq \text{Cap}, \quad k = 1, \dots, K, \quad \alpha \in (0, 1] \quad (21)$$

respectively for $\beta > 0$.

$$\text{Nec}(\text{Serve } \tilde{D}_k) \leq \beta \Leftrightarrow \sum_{j=1}^N (\beta \bar{d}_j + (1 - \beta) \hat{d}_j) y_{jk} \leq \text{Cap}, \quad k = 1, \dots, K, \quad \beta \in (0, 1]. \quad (22)$$

To solve this fuzzy mathematical programming model we suggest to determine the optimal solutions with respect to a given degree of possibility or even stronger a given degree of necessity that the capacity is sufficient to meet the total demand of the customers on each tour.

If the decision maker is not able or does not want to require in advance a certain degree of possibility or necessity for the demand served we suggest to give him or her additional information about the dependencies between those values and the minimal total distance the ships have to travel. On behalf of that first the model (1) and (3) to (8) with constraint (21) is solved with $\alpha \in [0, 1]$ parametrically increasing from 0 to 1. Afterwards the second constraint (22) is included into the model instead of (21). It is stronger than (21) for every $\beta > 0$. Here too, $\beta \in [0, 1]$ is parametrically increased from 0 to 1. The parametrical modifications for this integer linear programming model exact a lot of calculations. Therefore it might be more efficient to calculate the maximal degree of possibility or necessity each time an optimal solution has been determined for the model. The next optimal solution can then be determined by improving this maximal degree by a small proportion and including this new value into the constraint. The result is an over-

view over all fuzzy efficient solutions with respect to minimal distance and maximal possibility respective necessity meeting the fuzzy demand. A solution is fuzzy efficient if it is not possible to improve one of the values without deteriorating some of other ones [22, 23].

3.2. EXAMPLE: TANKER ROUTING WITH FUZZY DEMANDS

For demonstration purposes we again consider the tanker problem above but now the demands of the different ships are not exactly known. What the decision maker gets is an order d which is not binding and he has some experience what the demand might be. This is modeled using triangular fuzzy numbers $\tilde{d} = (\underline{d}, \hat{d}, \bar{d})$. For the small example the following data are to be considered with triangular fuzzy numbers for the uncertain demands.

Table 3. Uncertain demands

Ship No.	1	2	3	4	5
\underline{d}	400	250	150	500	150
\hat{d}	500	400	300	600	200
\bar{d}	600	500	350	800	400

The crisp equivalent model for a requested possibility $\alpha = 0.2$ to serve the demand is solved by using CPLEX. The optimal solution of the mixed integer linear programming model are the two tours $0 - 3 - 2 - 4 - 0$ and $0 - 1 - 5 - 0$ with a total travel distance of 286.2.

Parametric optimization is applied first with constraint set (21) and parameter $\alpha \in [0,1]$ and afterwards with constraint set (22) and parameter $\beta \in [0,1]$. This will give a general idea of efficient solutions with respect to total distance traveled and possibility or necessity to serve the demand. Solving the mixed integer linear programming model yields the following results:

For the possibility α of serving the demand with $0 \leq \alpha \leq 0.25$ the optimal routes are $0 - 3 - 2 - 4 - 0$ and $0 - 1 - 5 - 0$ with a total distance of 286.2.

For $0.25 < \alpha \leq 1$ the optimal total distance is 340.2 and the optimal routes are $0 - 2 - 4 - 0$ and $0 - 3 - 1 - 5 - 0$. Now the decision maker can decide whether he wants to accept the very small possibility 0.25 of meeting the demand with a total distance of 286.2 compared to a distance of 340.2 and a possibility of 1 to meet the requirements.

The necessity to meet the demand with the above solution is 0. A higher necessity can be obtained by the optimal routes $0 - 5 - 1 - 0$, $0 - 4 - 0$ and $0 - 3 - 2 - 0$ with a total distance of 402.3 and 3 tankers involved. This solution is — besides symmetrical ones — the only one with necessity greater than 0. Its necessity to serve the demand is 1. Now the decision maker can decide which of these three different solutions fits his or her preferences best.

Instead of parametrically varying degrees of possibility and necessity in the mathematical model it can be more efficient to determine the respective degree of possibility and necessity by calculations outside the mixed integer linear pro-

gramming model (MILP). Starting with possibility 0 we get the optimal solution of the MILP model. This solution contains optimal tours with their fuzzy demands. Using this information the maximal possibility to meet the demand of this solution can be calculated by using (21) resp. (22) to calculate Pos (Serve \tilde{D}_k) resp. Nec (serve \tilde{D}_k) for each k , $k=1, \dots, K$, and then calculating $\min_{k=1}^K \text{Pos}(\text{Serve } \tilde{D}_k)$.

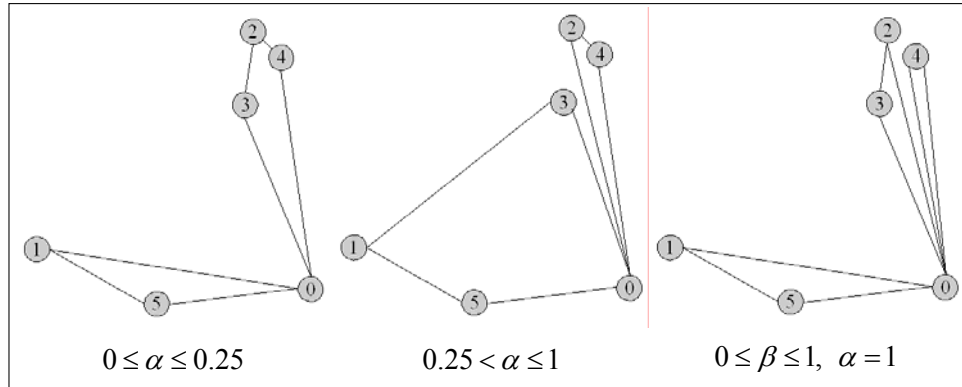


Fig. 5. Optimal routes for different α resp. β

For this example with $\text{Pos}(\text{Serve } \tilde{D}_k) = 0$ the optimal routes are $0 - 3 - 2 - 4 - 0$ and $0 - 1 - 5 - 0$ with fuzzy demands $\tilde{D}_1 = (900, 1300, 1650)$ and $\tilde{D}_2 = (550, 700, 1000)$ and $\min\{0.25, 1\} = 0.25$. Then the MILP model is solved again with $\alpha > 0.25$, e.g. $\alpha = 0.3$. The results of both approaches are identical. They are shown in fig. 6.

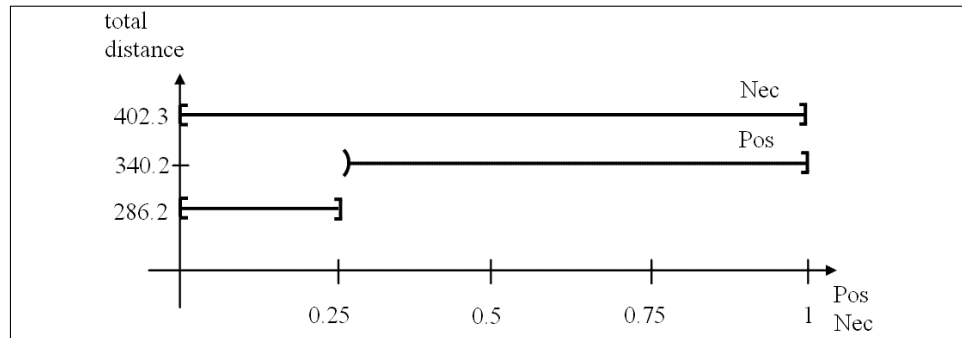


Fig. 6. Dependency of total distance and possibility and necessity to serve the demand

4.1. FUZZY MULTI-CRITERIA APPROACH

In general the bunkering company is not only interested in the possibility or even necessity of serving the demand but the company wants to sell as much fuel as possible. Sales is restricted by the demand and by the capacity of the tanker for a tour. A solution is preferable if the amount of the demand served is high. If the demand is known in advance the capacity constraint (2) ensures that there is

enough capacity for each tour to serve the entire demand and thus maximize sales. In the fuzzy environment considered here it is also possible to serve the entire demand. But here it means that so many tankers must travel so long distances that their capacity is high enough to meet every possible demand even if the membership degree is very low. Therefore these membership degrees have to be taken into account too. To maximize sales in this fuzzy context means to determine and maximize a fuzzy set which results from the fuzzy demand, the tour and the capacity of the tanker.

The fuzzy set sales \tilde{S}_k on tour k depends on the minimum of the demand \tilde{D}_k and the capacity of the tanker. The membership function can be calculated

$$\mu_{\tilde{S}_k}(x) = \begin{cases} \mu_{\tilde{D}_k}(x) & x < \text{Cap}, \\ \text{Pos}(\tilde{S}_k \geq \text{Cap}) & x = \text{Cap}, \\ 0 & x > \text{Cap}. \end{cases}$$

The membership function of the total demand to be served on all routes can be calculated by extended addition of the fuzzy sales. For the extension principle and extended operations see e.g. (Dubois and Prade, 1980; Zimmermann, 1992).

The fuzzy total sales depended on the routes is $\bigoplus_{k=1}^K \tilde{S}_k$ with

$$\mu_{\bigoplus_{k=1}^K \tilde{S}_k}(z) = \sup_{\sum_{k=1}^K x_k = z} \min_{k=1}^K \{ \mu_{\tilde{S}_k}(x_k) \}. \quad (23)$$

There are rather many calculations to be done to determine this fuzzy set. Therefore we suggest to use an easy to calculate defuzzification method. We suggest to use

$$\frac{1}{3} \min \left\{ \sum_{j=1}^N \underline{d}_j y_{jk}, \text{Cap} \right\} + \frac{1}{3} \min \left\{ \sum_{j=1}^N \hat{d}_j y_{jk}, \text{Cap} \right\} + \frac{1}{3} \min \left\{ \sum_{j=1}^N \bar{d}_j y_{jk}, \text{Cap} \right\} = D\tilde{S}_k \quad (24)$$

to determine a crisp approximation $D\tilde{S}_k$ for the sales on tour k and $\sum_{k=1}^K D\tilde{S}_k$ as a crisp approximation of total sales.

4.2. EXAMPLE: MULTI-CRITERIA APPROACH

In the example for the routes 0 – 3 – 2 – 4 – 0 and 0 – 1 – 5 – 0 the demands on the tours are as above and the capacity of each tanker is 1000. The membership function of the fuzzy demand to occur and to be served on tour 1 that is the membership function of sales $\mu_{\tilde{S}_1}$ is:

$$\mu_{\tilde{S}_1}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 900, \\ \frac{1300 - x}{400} & 900 < x < 1000, \\ 1 & x = 1000, \\ 0 & x > 1000. \end{cases}$$

It is shown in fig. 7.

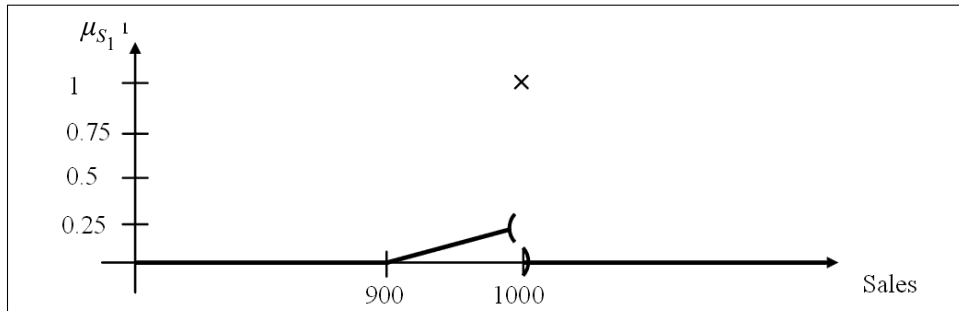


Fig. 7. Membership function of sales \tilde{S}_1

The fuzzy total sales for both routes is a fuzzy set with the membership function depicted in fig. 8.

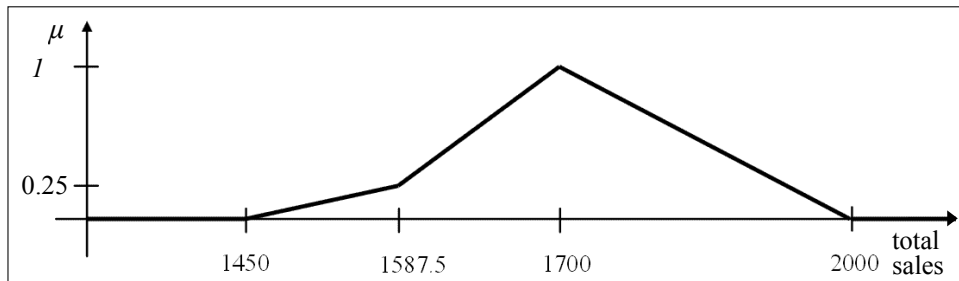


Fig. 8. Membership function of total sales

The crisp approximation of the total sales is

$$\frac{1}{3}(900 + 1,000 + 1,000) + \frac{1}{3}(550 + 700 + 1,000) \approx 1,717.$$

4.3. FUZZY MULTI-CRITERIA MODEL

The fuzzy multi-criteria optimization model to be considered is

$$\begin{aligned} \min z^1(x, y, u) &= \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \sum_{k=1}^K c_{ij} x_{ijk}, \\ \max z^2(x, y, u) &= \sum_{k=1}^K \min \left\{ \sum_{j=1}^N \tilde{d}_j y_{jk}, \text{Cap} \right\}, \\ \text{s.t.} \quad \text{Pos} \left(\text{Cap} - \sum_{j=1}^N \tilde{d}_j y_{jk} \geq 0 \right) &\geq \alpha \quad k=1, \dots, N, \\ \text{Nec} \left(\text{Cap} - \sum_{j=1}^N \tilde{d}_j y_{jk} \geq 0 \right) &\geq \beta \quad k=1, \dots, N. \end{aligned} \quad (25)$$

and constraints (3) to (8) x, y, u stand for the vectors of variables in this model. $\tilde{\min}$ means the extended minimum of the two fuzzy sets \tilde{D}_k and Cap . The crisp set Cap is considered as a fuzzy set with membership function 1_{Cap} .

We suggest to use the interactive approach developed by Werners [21,22,23] for the solution of this tanker problem with some modifications. Due to the fact that objective function (25) and constraints (16) resp. (19) are not independent of each other they should be handled differently and adequately. For (16) and (19) the crisp equivalent models (21) and (22) are used.

The individual optimum of z^1 i.e. the minimal total distance should be determined so that at least the lower bound of the fuzzy demand $\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^N \underline{d}_j y_{jk}$ is served.

The individual optimum of the objective “minimal total distance” is the solution of the model

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \sum_{k=1}^K c_{ij} x_{ijk} , \\ \text{s.t.} & \sum_{j=1}^N \underline{d}_j y_{jk} \leq \text{Cap} \quad k = 1, \dots, K \end{aligned} \quad (26)$$

and constraints (3) to (8).

The optimal solutions are x_{ijk}^1 , y_{jk}^1 and u_{jk}^1 , $i, j = 0, \dots, N$, $k = 1, \dots, K$ with $z^1(x^1, y^1, u^1) = z^{1*}$ given by the solution algorithm and $z^2(x^1, y^1, u^1) = z^{2*}$ to be calculated using (24).

To determine the individual optimum of z^2 the crisp equivalent model (24) instead of (25) is used. It is easy to prove that for demands \tilde{d}_j , $j = 1, \dots, N$ the maximum of (24) cannot exceed $\frac{1}{3} \sum_{j=1}^N (\underline{d}_j + \hat{d}_j + \bar{d}_j)$. In case that the number of vehicles is not restricted and each single demand is less than the capacity then a solution can be found which takes this value. So this individual optimum can be calculated without solving a mixed integer linear programming problem. But in general, there are several solutions which are not all fuzzy efficient. To determine a fuzzy efficient solution all solutions (x^2, y^2, u^2) have to be considered implicitly and that one with $\min z^1(x^2, y^2, u^2)$ has to be found. Those (x^2, y^2, u^2) which are optimal with respect to z^2 all satisfy constraint (22) with $\beta = 1$.

Thus, a fuzzy efficient individual optimum z^2 can be ascertained by solving

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \sum_{k=1}^K c_{ij} x_{ijk} , \\ \text{s.t.} & \sum_{j=1}^N \bar{d}_j y_{jk} \leq \text{Cap} \quad k = 1, \dots, K \end{aligned} \quad (27)$$

and constraints (3) to (8).

The optimal solution is (x^2, y^2, z^2) with $z^2(x^2, y^2, z^2) = z^{2*}$ and $z^1(x^2, y^2, u^2) = z_1^*$.

Now individual optimal and pessimistic solutions can be used to model membership functions for the two goals.

$$\mu_{z^1}(x) = \begin{cases} 1 & z^1(x, y, u) \leq z^{1*}, \\ \frac{z_1^* - z^1(x, y, u)}{z_1^* - z^{1*}} & z^{1*} < z^1(x, y, u) < z_1^*, \\ 0 & z^1(x, y, u) \geq z_1^* \end{cases} \quad (28)$$

and

$$\mu_{z^2}(x) = \begin{cases} 1 & z^2(x, y, u) \geq z^{2*}, \\ \frac{z^2(x, y, u) - z_2^*}{z^{2*} - z_2^*} & z_2^* < z^2(x, y, u) < z^{2*}, \\ 0 & z^2(x, y, u) \leq z_2^*. \end{cases} \quad (29)$$

The first compromise model is

$$\begin{aligned} & \max \lambda \\ & \text{s.t. } (z_1^* - z^{1*})\lambda + \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \sum_{k=1}^K c_{ij} x_{ijk} \leq z_1^*, \\ & (z_2^* - z^{2*})\lambda + \sum_{k=1}^K \frac{1}{3} \left(\min \left\{ \sum_{j=1}^N d_{-j} y_{jk}, \text{Cap} \right\} + \min \left\{ \sum_{j=1}^N \hat{d}_j y_{jk}, \text{Cap} \right\} + \right. \\ & \quad \left. + \min \left\{ \sum_{j=1}^N \bar{d}_j y_{jk}, \text{Cap} \right\} \right) \geq z_2^* \end{aligned} \quad (30)$$

and constraints (3) to (8), $0 \leq \lambda \leq 1$.

Constraints (16) and (19) can be omitted because they are implicitly contained in (31).

One can get an equivalent linear model by substituting the following constraints for the nonlinear constraint (31).

$$(z_2^* - z^{2*})\lambda + \sum_{k=1}^K \frac{1}{3} \left(t_{-k} + \hat{t}_k + \bar{t}_k \right) \geq z_2^*, \quad (32)$$

$$t_{-k} \leq \sum_{j=1}^N d_{-j} y_{jk} \quad k=1, \dots, K, \quad (33)$$

$$\hat{t}_k \leq \sum_{j=1}^N \hat{d}_j y_{jk} \quad k=1, \dots, K, \quad (34)$$

$$\bar{t}_k \leq \sum_{j=1}^N \bar{d}_j y_{jk} \quad k=1, \dots, K, \quad (35)$$

$$0 \leq t_{-k}, \hat{t}_k, \bar{t}_k \leq Cap \quad k = 1, \dots, K. \quad (36)$$

4.4. EXAMPLE: COMPROMISE SOLUTION

Considering the small tanker routing example the following table shows the individual optimal solutions determined using models (1), (26), (3) to (8) for z^1 and (1), (27), (3) to (8) for z^2 . Both are efficient with respect to the two goals.

Table 4. Individual optimal and pessimistic solutions

Individual optimal routes	z^1	z^2
0-3-2-4-0 and 0-1-5-0	$z^{1*} = 286,2$	$z^{2*} = 1,717$
0-1-5-0 and 0-4-0 and 0-3-2-0	$z^1_* = 402,3$	$z^{2*}_* = 2,367$

This small example also demonstrates that the approach to calculate the individual optimum of z^2 straight forward is not appropriate. Maximizing the defuzzified version of (25) subject to constraints (3) to (8) without taking into account the total distance leads to the following result. The optimal routes are 0 – 2 – 5 – 0 and 0 – 3 – 1 – 0 and 0 – 4 – 0 with identical possible sales of 2,367 but longer total distance of 497,1.

The crisp compromise model is

$$\begin{aligned} & \max \lambda \\ \text{s.t. } & 116.1 \lambda + \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \sum_{k=1}^K c_{ij} x_{ijk} \leq 402,3, \\ & -650 \lambda + \sum_{k=1}^K \frac{1}{3} (t_k + \hat{t}_k + \bar{t}_k) \geq 1,717 \end{aligned}$$

and constraints (33) to (36) and (3) to (8) and $0 \leq \lambda \leq 1$.

The optimal solution of the compromise model are the routes 0 – 1 – 5 – 0, 0 – 3 – 0 and 0 – 2 – 4 – 0, the membership degree is $\lambda^0 \approx 0,19$ with $z^1 = 380,7$ and $z^2 \approx 1,933$.

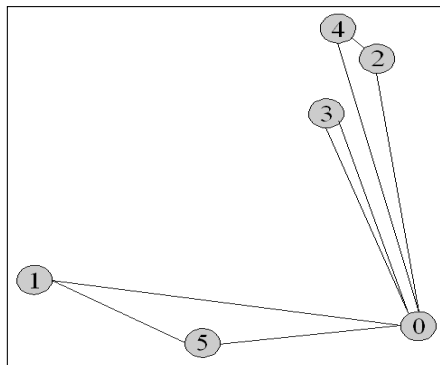


Fig. 9. Compromise solution

The possibility to serve the demand is 1 and the necessity is 0. The advantage of this solution is the higher possible sales compared with the routes 0 – 3 – 2 – 4 – 0 and 0 – 1 – 5 – 0 and even compared with 0 – 2 – 4 – 0 and 0 – 3 – 1 – 5 – 0 with possible sales 1,816 and a lower total distance compared with 0 – 1 – 5 – 0, 0 – 4 – 0 and 0 – 3 – 2 – 0. Here the decision maker accepts the first compromise solution, which is shown in fig. 9.

5. CONCLUDING REMARKS

In this paper a fuzzy multi-criteria programming model is developed to solve the tanker routing problem with fuzzy demands. Using standard MILP software a compromise solution is determined which takes into account several criteria. One of the main advantages of this model is its generality. Additional aspects can be included into the model appropriately. Exemplarily the model can be extended to consider fuzzy distances between the ports. That can be necessary to model weather conditions. In case that the number of ships to be served is rather large then the model cannot be solved optimally and a heuristic has to be chosen. In principle the well known heuristic approaches can be used. Additional research is necessary to develop modifications which consider multiple criteria and find a compromise solution very efficiently.

REFERENCES

1. *Bertsimas D.J., SimchiLevi D.* A new generation of vehicle routing research: Robust algorithms, addressing uncertainty // *Operations Research*. — 1996. — № 44. — P. 286–304.
2. *Bertsimas D.J.* A vehicle routing problem with stochastic demand // *Operations Research*. — 1992. — № 40. — P. 574–585.
3. *Christiansen M.* Decomposition of a combined inventory and time constrained ship routing problem // *Transportation Science*. — 1999. — №33. — P. 3–16.
4. *Crainic T.G., Laporte G.* Planning models for freight transportation // *European Journal of Operational Research*. — 1997. — №97. — P. 409–438.
5. *Dror M., Laporte G., Trudeau P.* Vehicle Routing with Stochastic Demands: Properties and Solution Frameworks // *Transportation Science*. — 1989. — № 23. — P. 166–176.
6. *Dror M., Trudeau P.* Stochastic vehicle routing with modified saving algorithm // *European Journal of Operational Research*. — 1986. — № 23. — P. 228–235.
7. *Dubois D., Prade H.* Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications. — Boston: Academic Press, Inc., 1980. — 393 p.
8. *Gendreau M., Laporte G., Seguin R.* An Exact Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands and Customers // *Transportation Science*. — 1995. — № 29. — P. 143–155.
9. *Hanif D., Salem M.A.-Y., Merza M.H.* Fleet management models and algorithms for an oil-tanker routing and scheduling problem // *IIE Transactions*. — 1999. — № 31. — P. 395–406.
10. *Jamison K. David, Weldon A. Lodwick.* Minimizing unconstrained fuzzy functions, *Fuzzy Sets and Systems*. — 1999. — № 103. — P. 457–464.
11. *ILOG AMPL CPLEX System Version 7.0 User's Guide*, Incline Village, NV, 2000. — 69 p.
12. *Kaufmann A., Gupta M.M.* Introduction to fuzzy arithmetic: Theory and Applications, Van Nostrand Reinhold, New York, 1991. — 384 p.
13. *Klir G.J., Yuan B.* Fuzzy Sets and Fuzzy Logic, Theory and Applications, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1995. — 592 p.
14. *Optimal Planning of Cargo Operations at Bunkering Tankers with Respect to Dynamical Character of Their Parameter Restrictions / Y.P. Kondratenko, G.F. Romanovsky, D.M. Pidoprygora G.V. Kondratenko* // IFAC Conference on

- Control Applications in Marine Systems, CAMS'04, July 7–9, 2004, Preprints, Universita Politecnica dellae Marche, Ancona, Italy. — P. 239–245.
15. *Laporte G.* The Traveling Salesman Problem: An overview of exact and approximate algorithms // *European Journal of Operational Research.* — 1992. — **59.** — P. 231–248.
 16. *Laporte G.* The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms // *European Journal of Operational Research.* — 1992. — **59.** — P. 345–348.
 17. *Rana K., Vickson R.G.* A Model and Solution Algorithm for Optimal Routing of Time-Chartered Containership // *Transportation Science.* — 1988. — № 22. — P. 83–95.
 18. *Schrage L.* Optimization Modeling with LINGO. — Chicago, Illinois, 3rd Edition, 2000. — 534 p.
 19. *Teodorovic D., Pavkovic G.* The fuzzy set theory approach to the vehicle routing problem when demand at nodes is uncertain // *Fuzzy Sets and Systems.* — 1996. — № 82. — P. 307–317.
 20. *Vukadinovic K., Teodorovic D.* A fuzzy approach to the vessel dispatching problem // *European Journal of Operational Research.* — 1994. — № 76. — P. 155–164.
 21. *Werners B.* Interaktive Entscheidungsunterstützung durch ein flexibles mathematisches Programmierungssystem. — München: Minerva Publication, 1984. — 248 p.
 22. *Werners B.* An interactive fuzzy programming system // *Fuzzy Sets and Systems.* — 1987. — № 23. — P. 131–147.
 23. *Werners B.* Interactive multiple objective programming subject to flexible constraints // *European Journal of Operational Research.* — 1987. — № 31. — P. 342–349.
 24. *Zimmermann H.-J.* Fuzzy Set Theory — and Its Applications. — Boston/Dordrecht/London: Kluwer Academic Publishers, 1992.

Received 20.11.2007

From the Editorial Board: the article corresponds completely to submitted manuscript.

ЙМОВІРНІСНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЦІНОУТВОРЕННЯ НА ФОНДОВИХ РИНКАХ

П.І. БІДЮК, А.В. ФЕДОРОВ

Запропоновано два типи математичних моделей для прогнозування процесів ціноутворення на біржі. Ймовірнісна модель у вигляді динамічної мережі Байеса та авторегресійна модель є взаємно доповнюючими, що сприяє підвищенню якості прогнозу і рішень щодо торгових операцій на біржі. Побудовано модель для прогнозування нестандартних ситуацій.

ВСТУП

Збільшення числа операцій з біржовими та банківськими активами вимагає підвищення якості оцінок прогнозів їх вартості з метою зменшення втрат та підвищення об'ємів прибутків. Задача прогнозування стосується як рівнів змінних, що характеризують ціни активів, так і множини відповідних біржових індексів, трендів процесів ціноутворення та дисперсії цін.

Задачі фінансового моделювання та прогнозування розглядаються, зокрема, в роботах [1 – 11].

Робота [1] поєднує основи теорії фінансів та математичної теорії їх моделювання з метою поглибленого дослідження фінансових процесів, оцінювання прогнозів та управління.

Роботу [2] присвячено аналізу сучасних адаптивних методів короткострокового прогнозування, які стали підручним інструментом для прогнозування фондового ринку, фінансових потоків різного призначення, техніко-економічних характеристик технологічних процесів і технічних систем, аналізу якості на виробництві.

У [3] наведено модифіковану методику Бокса–Дженкінса побудови регресійних моделей часових рядів, яку успішно застосовано до моделювання та прогнозування фінансово-економічних процесів, показників якості технологічних процесів і т. ін.

У [4, 5] розглядаються можливості прогнозування нелінійних динамічних процесів, у тому числі процесів із змінною дисперсією (гетероскедастичні процеси). Для цієї мети застосовуються регресійні методи, нейронні мережі, метод подібних траєкторій.

У [6] досліджується можливість прогнозування нестационарних процесів за допомогою алгоритму клонального відбору, який практично не залежить від типу нестационарності та збурень, що діють на процес.

У [7] аналізується застосування оберненого відображення Кастельжо в прогнозуючих нечітких нейронних моделях та наведено приклади успішного застосування даного методу до короткострокового прогнозування нелінійних відносно змінних нестационарних процесів різної природи.

У [8, 9] запропоновано методику побудови ймовірнісних байєсівських мереж (МБ) та аналізуються можливості її застосування до прогнозування станів процесів у бізнесі та фінансах. Прогноз, отриманий за таким методом, є ймовірнісним, тобто визначає ймовірність попадання значення змінної у деякий інтервал.

У [10] розглянуто можливості використання теорії екстремальних значень до розв'язання задачі їх прогнозування. Це також ймовірнісний метод, який ґрунтується на оцінюванні параметрів (моментів) відповідних розподілів.

Роботу [11] присвячено аналізу розподілів, відмінних від нормальних, та можливостей їх застосування до оцінювання та прогнозування фінансових ризиків з використанням методик VaR та CVaR. Наведено приклади оцінювання характеристик еліптичних розподілів, прийнятних для опису інвестиційних процесів.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Для експериментальних даних, представлених випадковою послідовністю $\{y(k)\}$, $k=0,1,\dots,N$ із довільним розподілом, побудувати структуру динамічної ймовірнісної МБ у вигляді спрямованого ациклічного графа. Розробити алгоритми навчання мережі та формування статистичного висновку на його основі. Запропонувати методику обчислення короткострокового ймовірнісного прогнозу рівня і дисперсії випадкової змінної з прийнятними статистичними характеристиками якості та встановити можливості його використання при прийнятті рішень щодо торгівлі активами на біржі. Виконати апробацію розробленої процедури прогнозування на реальних статистичних даних фондових бірж.

ПОБУДОВА МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ

Модель випадкового процесу будуємо у вигляді спрямованого ациклічного графа. Для формування причинно-наслідкових зв'язків між змінними можна скористатися взаємною інформацією або вибічковими кореляційними функціями, які легко обчислити при наявності статистичних даних.

Так, для визначення необхідності включення у рівняння регресії авторегресійної складової необхідно обчислити та дослідити автокореляційну функцію змінної $y(k)$. Порядок авторегресії визначається за допомогою автокореляційної функції, число коефіцієнтів якої, що відмінні від нуля в статистичному розумінні, і буде порядком авторегресії.

Коефіцієнти вибіркової автокореляційної функції (АКФ)

$$r_y(s) = r_{y(k)y(k-s)} = \frac{1}{N-1} \frac{\sum_{k=s+1}^N \{[y(k) - \bar{y}][y(k-s) - \bar{y}]\}}{\sigma_y^2}, \quad s=1,2,3,\dots,$$

де σ_y^2 — вибіркова дисперсія змінної $y(k)$; \bar{y} — вибіркове середнє; N — довжина вибірки. Число коефіцієнтів АКФ, відмінних від нуля в статистичному розумінні, вказує на оцінку порядку авторегресійної частини моделі.

Уточнити порядок авторегресійної складової можна за допомогою часткової автокореляційної функції (ЧАКФ)

$$\Phi_{11} = r(1); \quad \Phi_{22} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2}; \quad \Phi_{ss} = \frac{r_s - \sum_{j=1}^{s-1} \Phi_{s-1,j} r_{s-j}}{1 - \sum_{j=1}^{s-1} \Phi_{s-1,j} r_j}.$$

ЧАКФ чіткіше відображає порядок АР-моделі завдяки відсутності впливу проміжних коефіцієнтів кореляції на вибрані значення змінної, які знаходяться на відстані більше одного періоду дискретизації вимірів. Тобто, коефіцієнт Φ_{11} характеризує степінь взаємозв'язку між сусідніми (в часі) значеннями змінної, а Φ_{22} — взаємозв'язок тільки між значеннями змінної, що розділені в часі двома періодами дискретизації.

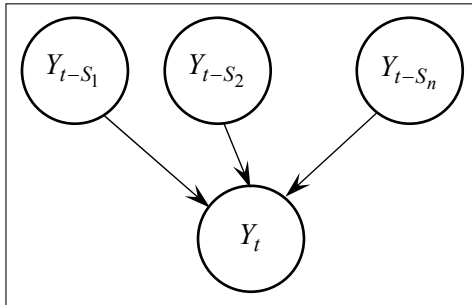


Рис. 1. Проста мережа, побудована за допомогою ЧАКФ

Для визначення структури мережі розраховуємо ЧАКФ і вибираємо змінні, степінь взаємозв'язку між якими найбільша. Далі формуємо просту динамічну мережу (рис. 1)

Змінна Y приймає одне із значень множини станів $M = [m_1, m_2, \dots, m_k]^T$, де m_1, m_2, \dots, m_k — стани змінної, що представляють собою числові інтервали виду $[a, b]$, де $a, b \in R$.

Для того щоб знайти оцінку прогнозу, необхідно визначити ймовірність

$$\begin{aligned} p[y(k) = m_{i_0}, y(k - s_1) = m_{i_1}, \dots, y(k - s) = m_{i_s}] = \\ = p[y(k) = m_{i_0} | y(k - s_1) = m_{i_1}, \dots, y(k - s) = m_{i_s}]. \end{aligned}$$

Маємо вектор ймовірностей \mathbf{p} . При цьому прогнозом буде значення $m(i)$, яке відповідає найбільшому елементу в \mathbf{p} .

Множина M формується наступним чином:

1. З вхідної послідовності даних X утворюється новий часовий ряд різниць

$$y(k) = x(k) - x(k - 1). \quad (1)$$

2. Розраховується крок розбиття на інтервали

$$\text{step} = \frac{\sum_{i=1}^q |y(i)|}{k_f (q - 1)}, \quad (2)$$

де q — довжина ряду; k_f — коефіцієнт розбиття, який впливає на довжину інтервалу, а, отже, і на кількість станів. Значення k_f вибирається аналітиком у відповідності до конкретної задачі.

3. Здійснюється розбиття на інтервали m_i

$$[\min y(k) + i \text{ step}, \min y(k) + (i + 1) \text{ step}].$$

Після побудови мережі та визначення множини станів виконується навчання мережі та прогнозування за однією із схем, показаних на рис. 2 і 3.

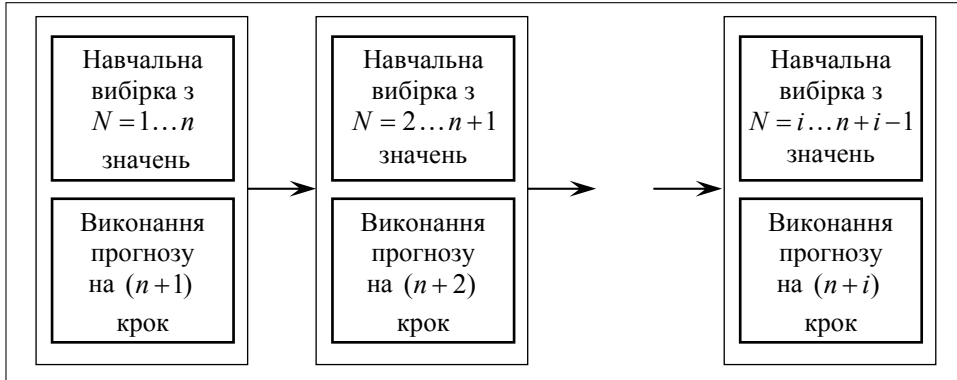


Рис. 2. Структурна схема прогнозування методом «вікна»

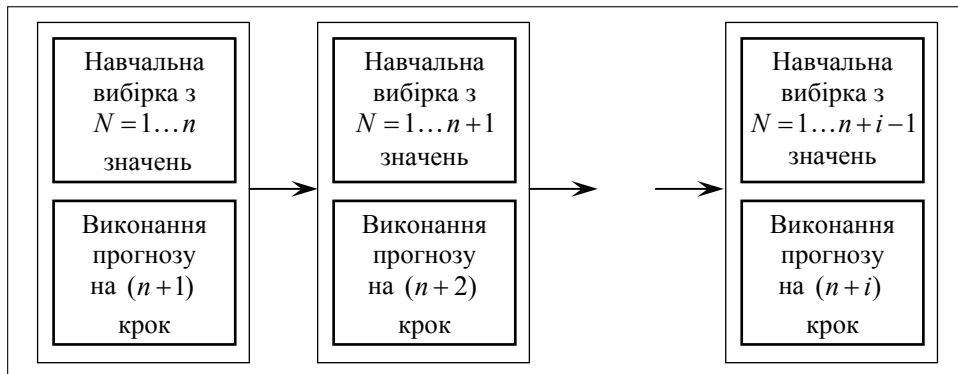


Рис. 3. Структурна схема прогнозування методом «накопичення»

Приклад № 1 (рис. 4). Розглянемо часовий ряд із 1667 значень, елементами якого є значення індексу ПФТС

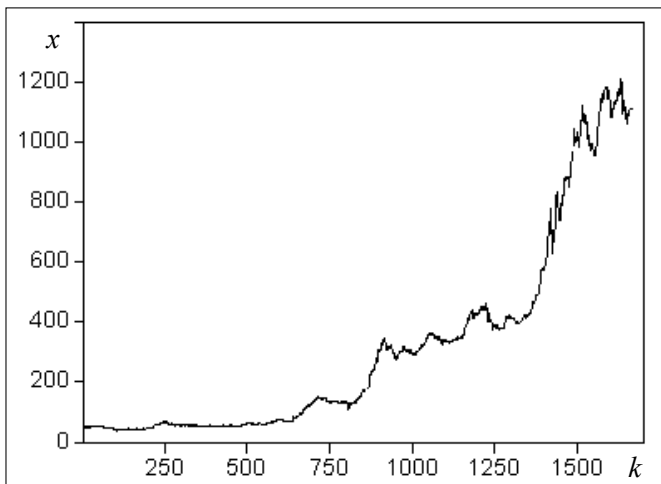


Рис. 4. Зміна в часі індексу ПФТС України

(Перша Фондова Торговельна Система) — найбільша біржа цінних паперів України.

Обробивши статистичні дані індикатором ренко (Renko) (висота блоку в ренко дорівнює 5), отримаємо вибірку $r(k)$ із значень локальних максимумів та мінімумів (78 елементів). Застосуємо для про-

гнозування спочатку Байєсів підхід. На основі аналізу ЧАКФ включаємо у мережу 1-й елемент. Навчальна вибірка (розмір ковзного вікна) складається з 50 значень, тестова — з 28, коефіцієнт розбиття — 1. Після розбиття отримаємо таку множину станів:

0	[- 12	- 9,1578947368421]
1	[- 9,1578947368421	- 6,3157894736842]
2	[- 6,3157894736842	- 3,4736842105263]
3	[- 3,4736842105263	- 0,6315789473682]
4	[- 0,6315789473684	2,21052631578947]
5	[2,21052631578947	5,05263157894737]
6	[5,05263157894737	7,89473684210526]
7	[7,89473684210526	10,7368421052632]
8	[10,7368421052632	13,5789473684211]

Точний прогноз стану системи отримали у 71,43% випадків.

Тепер спрогнозуємо значення індексу, використовуючи моделі авторегресії. ЧАКФ ряду даних для $y(k)$ показує, що модель повинна мати другий порядок по авторегресії

$$y(k) = a_0 + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \varepsilon(k),$$

де $\varepsilon(k)$ — випадковий процес, який враховує вплив випадкових збурень на $y(k)$, невраховані змінні та інші можливі негативні впливи. Побудована модель має такі основні статистичні характеристики якості:

$$R^2 = 0,96; \quad SSE = 304906,5; \quad AIC = 11,21; \quad DW = 1,74,$$

де R^2 — коефіцієнт детермінації; SSE — сума квадратів похибок моделі; AIC — інформаційний критерій Акайке; DW — статистика Дарбіна-Уотсона. Всі характеристики задовільні. Статистичні характеристики якості однокрокового (історичного) прогнозу

$$СКП = 116,43; \quad САП = 93,58; \quad САПП = 18,39\%; \quad U = 0,07,$$

де СКП — середньоквадратична похибка; САП — середня абсолютна похибка; САПП — середня абсолютна похибка в процентах; U — коефіцієнт Тейла.

Якщо включити в рівняння АР(2) трендову складову другого порядку, то модель буде мати такі характеристики:

$$R^2 = 0,96; \quad SSE = 304396,2; \quad AIC = 11,2; \quad DW = 1,74,$$

а однокроковий прогноз —

$$СКП = 109,66; \quad САП = 86,36; \quad САПП = 17,74\%; \quad U = 0,066.$$

Включення у рівняння АР(2) трендової складової третього порядку дає

$$R^2 = 0,97; \quad SSE = 279654,2; \quad AIC = 11,18; \quad DW = 1,72.$$

Характеристики однокрокового прогнозу для цієї моделі

СКП = 81,74; САП = 62,25; САПП = 12,84%; $U = 0,048$.

Виділимо похибки останньої моделі в окремий ряд і включимо в модель авторегресії з ковзним середнім першого порядку нового ряду. Отримаємо характеристики

$R^2 = 0,97$; $SSE = 275883,9$; $AIC = 11,2$; $DW = 1,73$.

Характеристики однокрокового прогнозу моделі, описані вище,

СКП = 74,17; САП = 57,44; САПП = 11,9%; $U = 0,044$.

Таким чином, введення в модель ковзного середнього дало можливість покращити якість прогнозу.

Приклад № 2. Розглянемо процес формування промислового індексу Доу Джонса. Це індикатор фондового ринку, що представляє собою середній показник зміни курсу акцій групи, яка містить 30 найбільших американських промислових компаній. А саме: значення цін закриття до відомих подій в США у вересні 2001 р. (рис. 5).

Після обробки індикатором ZigZag (параметри обробки: $ExtDepth=20$, $ExtDeviation=5$, $ExtBackstep=3$) отримали вибірки: $z(k)$ — 271 (значення локальних мінімумів і максимумів індикатора) та $zd(k)$ — 270 (кількість днів між значеннями індикатора). Наша мета в даному випадку — спрогнозувати початок (область) глобального падіння індексу до 11 вересня 2001 р., використовуючи для навчання дані з 1971.08.10 до 2001.03.22. Включаємо у мережу перший елемент (рис. 6).

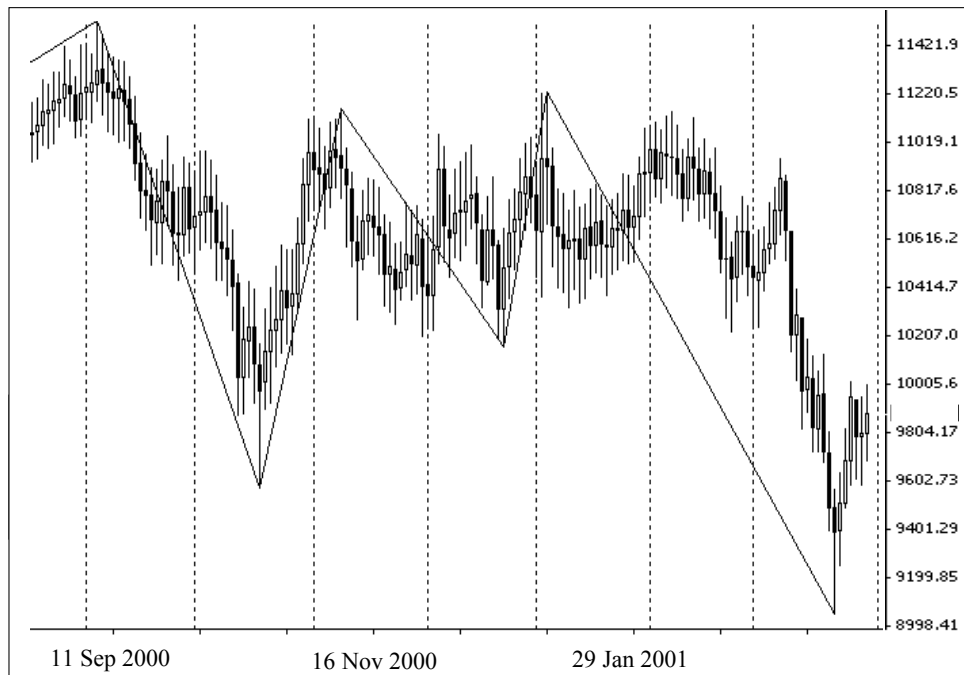


Рис. 5. Формування індексу Доу Джонса у 2000–2001 рр.

Навчальна вибірка для прогнозу $z(k)$ складає 100 значень, тестова — 171, коефіцієнт розбиття — 0,2.

Після розбиття маємо таку множину станів:

0	[-2296,7	-656,17962962963]
1	[-656,17962962963	984,34074074074]
2	[984,34074074074	2624,86111111111]
3	[2624,86111111111	4265,38148148148]

Точні оцінки прогнозу стану системи отримано у 81,66% випадків. Прогноз на наступний крок: значення індикатора буде знаходитися в інтервалі [10031,34; 11672,46] з ймовірністю 68,42%. Тобто окреслено область,

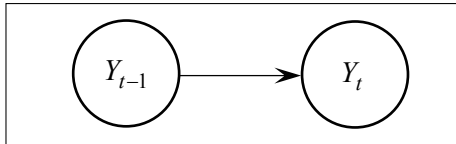


Рис. 6. Мережа, яка описує динаміку значень індикаторів

в якій із зазначеною ймовірністю відбудеться падіння. Визначимо кількість днів, коли відбудеться формування локального максимуму індикатора з певною ймовірністю.

Навчальна вибірка для прогнозу $zd(k)$ складає 100 значень, тестова — 170, коефіцієнт розбиття — 0,4. Після розбиття маємо таку множину станів:

0	[-123	-60,973977695167]
1	[-60,973977695167	1,05204460966542]
2	[1,05204460966542	63,0780669144981]
3	[63,0780669144981	125,104089219331]
4	[125,104089219331	187,130111524164]

У 65,08% точно спрогнозовано стан системи, тобто інтервал, в який попадає значення змінної стану. Прогноз на наступний крок: кількість днів (інтервал, протягом якого відбудеться зміна напрямку тренду) буде знаходитися в проміжку [3; 53] з ймовірністю 78,57% (рис. 7).



Рис. 7. Прогнозування інтервалу, на протязі якого відбудеться зміна напрямку тренду

Прямокутник — область зміни тренду. Таким чином, нам вдалося спрогнозувати область (початок) падіння індексу (рис. 8).



Рис. 8. Спрогнозована область падіння індексу

Тобто з досить високою ймовірністю ($p \approx 68,42\%$) вдалося спрогнозувати інтервал зміни тренду та кількість днів, на протязі яких зміниться тренд ($p \approx 78,57\%$) напередодні теракту 11 вересня 2001 р.

ВИСНОВКИ

Побудовано ймовірнісні математичні моделі процесу ціноутворення для індексів ПФТС України та Доу Джонса на вибраних часових інтервалах. Кращою моделлю для короткострокового прогнозування виявилася ймовірнісна модель на основі динамічної мережі Байєса та модель авторегресії з ковзним середнім першого порядку (САПП=11,9%). Ці моделі є взаємно доповнючими, оскільки кожна з них несе різну інформацію щодо оцінки прогнозу процесу.

Встановлено, що застосування ймовірнісної моделі дає можливість підвищити якість короткострокового прогнозу складного стохастичного процесу ціноутворення. Це можна пояснити можливістю враховувати невизначеності різного характеру.

Застосування ймовірнісного підходу до аналізу індексу Доу Джонса дало можливість спрогнозувати падіння значення цього індексу напередодні подій 11 вересня 2001 р. в США. Спрогнозовано область його падіння. Це свідчить про можливість застосування ймовірнісних підходів до прогнозування погано прогнозованих нестационарних процесів на кілька періодів наперед.

У подальших дослідженнях всі отримані оцінки прогнозів будуть використані при побудові правил торгівлі на біржі, а також прийнятті рішень щодо менеджменту нестандартних ситуацій. Передбачається комбінування оцінок, отриманих за різними методами, що сприяє підвищенню якості прогнозу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Уотшем Т.Дж., Паррамоу К. Количественные методы в финансах. — М.: ЮНИТИ, 1999. — 527 с.
2. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. — М.: Финансы и статистика, 2003. — 416 с.
3. Бідюк П.І., Баклан І.В. Системний підхід до прогнозування на основі моделей часових рядів // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2003. — № 3. — С. 88–110.
4. Бідюк П.І., Баклан І.В., Литвиненко В.І. Моделювання та прогнозування нелінійних динамічних процесів. — Київ: ЕКМО, 2004. — 121 с.
5. Бідюк П.І., Литвиненко В.І., Слободенюк О.В. Моделювання і прогнозування гетероскедастичних процесів // Наук. праці Миколаївського держ. гуманіт. ун-ту ім. Петра Могили. — 2004. — Вип. 22. — С. 24–39.
6. Алгоритм клонального отбора для прогнозирования нестационарных динамических систем / П.И. Бидюк, В.И. Литвиненко, И.В. Баклан, А.А. Фефелов // Искусственный интеллект. — 2004. — № 4. — С. 89–99.
7. Бідюк П.І., Митник О.Ю. Обернене відображення Кастельжо в нечітких нейронних моделях // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2004. — № 2. — С. 24–34.
8. Бідюк П.І., Терентьев А.Н., Гасанов А.С. Построение и методы обучения байесовских сетей // Кибернетика и системный анализ. — 2005. — № 4. — С. 24–34.
9. Бідюк П.І. Оцінювання і прогнозування стану малого підприємства за допомогою мережі Байеса // Наук. праці Миколаївського держ. гуманіт. ун-ту ім. Петра Могили. — 2006. — Вип. 44. — С. 7–29.
10. Бідюк П.І., Кроптя А.В. Аналіз і методи розв'язання задачі оцінювання екстремальних значень // Наук. вісті НТУУ «КПІ». — 2005. — № 4. — С. 34–47.
11. Бідюк П.І., Литинська А.Ю., Кравчук Ю.В. Оцінювання VaR та CVaR для квадратичного портфеля цінних паперів з факторами ризику, що розподілені за еліптичним законом // Наук. праці Миколаївського держ. гуманіт. ун-ту ім. Петра Могили. — 2007. — Вип. 55. — С. 8–18.

Надійшла 19.10.2007

МОДЕЛЬ НАВЧАЛЬНОГО WEB-КОНТЕНТУ TREE-NET ЯК ОСНОВА ДЛЯ ІНТЕГРАЦІЇ КЕРУВАННЯ ЗНАННЯМИ І БЕЗПЕРЕРВНИМ НАВЧАННЯМ

С.В. ТИТЕНКО, О.О. ГАГАРІН

Описано ієрархічно-мережеву модель навчального Web-контенту Tree-Net для підтримки безперервного навчання на основі управління знаннями. Розглянуто ієрархічні, бінарні і групові зв'язки між елементами контенту, які служать для його структурування і каталогізації, а також реалізації повторного використання, пошуку тематично-асоціативного контенту і побудови персонального навчального середовища.

ВСТУП

Україна стоїть перед необхідністю впровадження і підтримки освітніх процесів за принципом «навчання впродовж усього життя». В умовах «інформаційного вибуху» і бурхливого розвитку інформаційних технологій, коли щорічний приріст знань складає 4–6%, а фахівець отримує до 50% знань після закінчення навчального закладу і майже 30% свого робочого часу мусить витратити на поновлення професійних знань [1], питання побудови ефективних систем підтримки *безперервного*, а також корпоративного навчання набуває особливої ваги. Найвищим капіталом будь-якої організації є її співробітники, а їх особистий розвиток і інтелект — найвищою технологією. Велика увага останнім часом приділяється технологіям *керування знаннями* (КЗ) організації у контексті навчання [2, 3]. Знання організації — це різноманітна інформація, необхідна для підтримки основних бізнес-процесів на високому рівні, а також для адекватного реагування на різноманітні впливи [4]. КЗ фокусується на тому, як організація визначає, створює, здобуває, розподіляє і застосовує знання.

Як корпоративне навчання, так і КЗ мають справу з обміном знаннями і створенням співтовариств, в яких розповсюджуються знання. Дистанційне навчання в контексті безперервної освіти і КЗ беруть свій початок від однакових задач: навчання та покращення здатності виконувати робочі завдання, приймати ефективні рішення та позитивно впливати на навколишнє співтовариство. Пошуки шляхів синтезу обох процесів набувають значущості і мають потенціал оптимізації процесів, пов'язаних із знаннями, які інтегрують задачі КЗ і навчання.

Не зважаючи на спільні риси, дистанційне навчання у рамках підходів на базі класичних систем дистанційного навчання (СДН) і КЗ мають характерні відмінності у використанні і ставленні до знань у цих областях. КЗ носить динамічний характер, подає актуальні у часі знання, проте часом ці знання не достатньо добре структуровані і не підходять для повноцінного безпосереднього використання у навчальних курсах. Натомість дистанційне навчання фокусується на поданні опрацьованих і добре структурованих

знань за допомогою навчальних планів, які часто носять статичний характер. Але такі знання часом втрачають свіжість і актуальність, характерну для задач КЗ. Тому архітектура класичних систем дистанційного навчання погано задовольняє вимоги до процесів КЗ. Такі провідні системи дистанційного навчання, як WebCT і Blackboard, створені у більшій мірі для підтримки аудиторної діяльності, аніж для незалежних досліджень або самонавчання [2].

Експерти КЗ, зазначаючи неефективність стандартних рішень систем дистанційного навчання для КЗ [2, 3, 5], рекомендують активно збагачувати ці системи виконанням деяких задач. Зазначимо додаткові вимоги до функціональності СДН у контексті КЗ.

1. Експерти організації повинні бути більш «видимими» один для одного, підтримуючи експертні співтовариства для обміну знаннями і досвідом.
2. Застосовувати моделі компетенцій і профілів спеціалістів для удосконалення навчальних процесів та співробітництва.
3. Єднати навчальні матеріали з реальними і актуальними сховищами знань.
4. Підтримувати експертні співтовариства у створенні якісних навчальних об'єктів.

Слід виділити також проблеми, характерні для застосування підходів КЗ до організації навчання.

1. Структурування знань системи КЗ для забезпечення подальшої можливості їх використання у навчальних цілях в рамках навчальних програм.
2. Генерація навчальних курсів і персональних навчальних середовищ на основі ресурсів системи КЗ.

Доцільним для реалізації синтезу КЗ і безперервного навчання є застосування концепції, у якій керування знаннями відіграє роль сховища, або репозитарію, а навчальний процес є процесом його використання.

Основною сутністю, матеріалом, яким маніпулюють СДН і системи КЗ є *контент*. Під контентом (від англ. content) прийнято розуміти будь-яке змістовне наповнення інформаційного ресурсу — тексти, графіка, мультимедіа. У Web-сайтах для кінцевого користувача контент організується у вигляді сторінок засобами гіпертекстової розмітки. Бурхливий розвиток Інтернету призвів до появи багатьох програмних систем, які автоматизують керування інформацією Web-сайтів і застосовують різноманітні методи організації і навігації Web-контентом (каталогізація і рубрикація контенту та технології міток (тегів), організація меню, розділів і підрозділів сайту). Такі системи керування контентом, або CMS (content management systems), широко представлені на ринку. Навчальний Web-контент — це контент освітніх сайтів, порталів дистанційного навчання та інших Інтернет-систем, який використовується для передачі знань користувачам. У зв'язку із специфічними дидактичними завданнями СДН подання навчального контенту не може бути повністю задоволене звичайними CMS-системами. У зв'язку з цим набули поширення спеціальні класи систем, які використовуються для керування навчальним контентом і організації навчання: CMS (courseware management systems) — керування курсами, LMS (learning management systems) — керування навчанням, LCMS (learning content management systems) — керування навчальним контентом, а також СДН (термін СДН характерний для вітчизняних систем).

Модель освітнього процесу за вимогами безперервного навчання на базі КЗ повинна містити етап побудови і адаптивної підтримки релевантного навчального курсу [6]. Підтримку адаптивності слід реалізовувати на основі інтелектуальності контенту, яка закладається на етапі його створення [7]. У свою чергу, інтелектуальний контент має стати центральною сутністю керування знаннями в контексті синтезу СДН і КЗ.

Класичні системи дистанційного навчання, такі як Blackboard, Learning Space, WebCT, Moodle та ін., не здатні забезпечити адаптивність процесу навчання, яка є однією з ключових вимог безперервної освіти [6]. У роботах, що стосуються інтелектуальних і адаптивних навчальних систем, пропонуються розвинені моделі контенту і предметної області [8–10], але не приділяється достатньої уваги процесу управління корпоративними знаннями в контексті безперервного і професійно-орієнтованого навчання [6], а також питанням останніх тенденцій у сфері управління контентом Web-сайтів [11]. У зв'язку з цим пропонується модель контенту як складова інтелектуальної системи безперервного навчання [12, 13]. У поєднанні з такими компонентами, як понятійно-тезисна модель [14], модель контролю і діагностики знань і моделей студента, професійних компетенцій, освітнього запиту, педагогічного процесу, покликані забезпечити функціонування Web-системи безперервного навчання за концепцією, в якій управління знаннями відіграє роль підготовки репозитарію або *порталу знань*, а організація навчання відбувається на основі технологій використання цього репозитарію у якості *генератора курсів і персонального навчаючого середовища* [15].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розробка моделі Web-контенту, яка стане підґрунтям для побудови адаптивної системи безперервного навчання через Інтернет у контексті керування знаннями. Модель повинна задовольняти такі вимоги:

- ієрархічне і багаторівневе подання великих об'ємів контенту по різних предметних областях;
- підтримка міжпредметних і різноманітних внутрішньопредметних зв'язків [6];
- наявність широких можливостей у тематичному і асоціативному групуванню та сортуванню контенту;
- підтримка еволюційного розвитку освітнього порталу як необхідна складова в умовах «інформаційного вибуху», доступність функціональності навіть при умові неповного опису [6];
- повторне використання контенту і організація нових навчальних курсів на основі існуючої інформації;
- підтримка процесу управління знаннями в процесі безперервного навчання;
- реалізація широких можливостей керування і навігації Web-контентом сучасних підходів до організації Інтернет-ресурсів, таких як каталогізація і рубрикація контенту, технології міток (тегів), організація меню, розділів і підрозділів сайту [11];
- інтеграція з іншими компонентами розроблюваної навчальної системи, серед яких понятійно-тезисна модель як понятійна складова моделю-

вання контенту, а також моделі контролю і діагностики знань, студента, професійних компетенцій, освітнього запиту і педагогічного процесу [12].

ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ TREE-NET

Tree-Net — ієрархічно-мережева модель даних, яка є основою для формалізації та структурування інформації освітніх порталів для підтримки безперервного навчання, являє собою сукупність двох ієрархічних структур — дерева елементів контенту і дерева тематичних груп (рис. 1). Між елементами контенту можуть встановлюватись бінарні зв'язки, що дозволяє, окрім ієрархії, пов'язати контент у мережу на основі асоціативності. *Дерево контенту* вказує на фізичне розташування контенту, це основна навігаційна модель контенту сайту. Завдання *дерева тематичних груп* — подати ієрархію тем предметних областей. Елементи контенту можуть бути віднесені до однієї чи більше тематичних груп. Таким чином Tree-Net забезпечує як загальне структурування Web-контенту освітнього порталу, так і подання його семантики, завдяки моделюванню предметних областей, що служить інтелектуалізації навчальної системи.

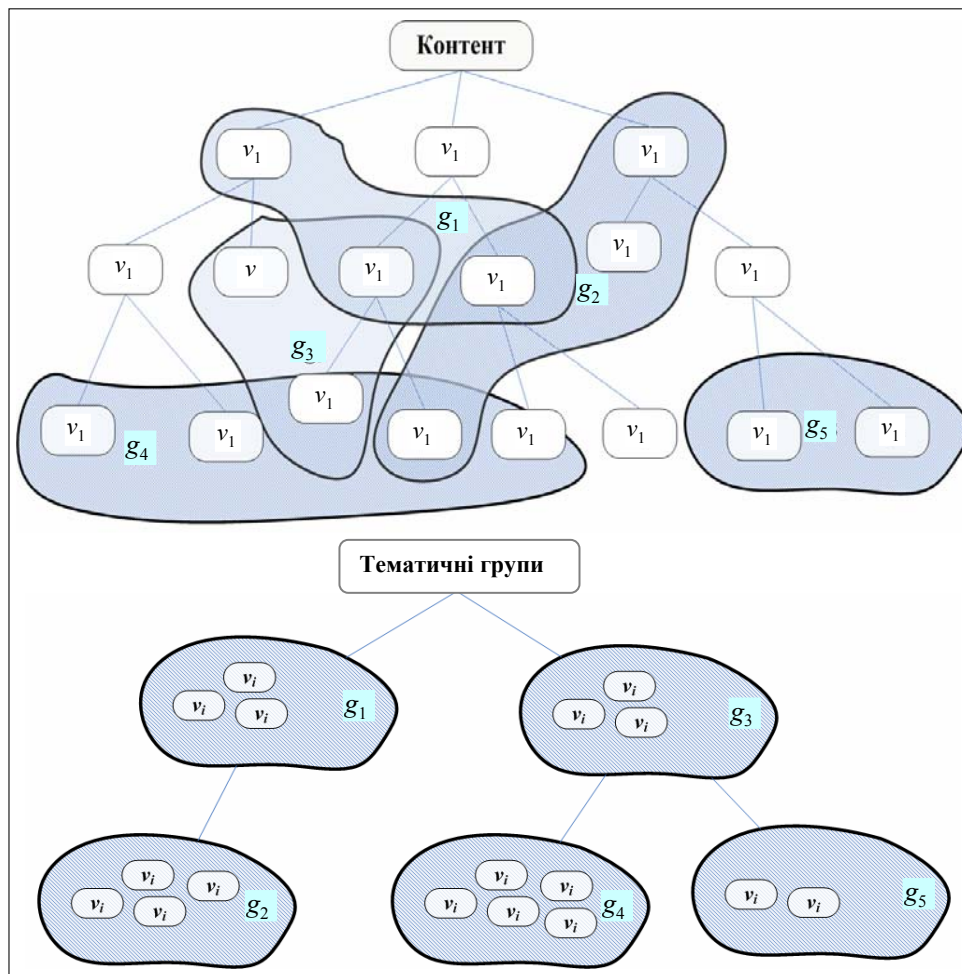


Рис. 1. Схематичне зображення Tree-Net моделі

ІЄРАРХІЧНА СТРУКТУРА КОНТЕНТУ

Ієрархічно-мережева модель даних Tree-Net є основою формалізації і структурування інформації Інтернет-систем, у тому числі для освітніх порталів. Опишемо ієрархічну складову структури контенту Tree-Net-моделі.

Найпростішим елементом контенту є *подання* (v_i), яке відповідає одній Web-сторінці сайту. Зауважимо, що завданням Web-сторінки є подання логічно завершеної порції контенту з точки зору її суті, тоді як основні налаштування візуального оформлення задаються централізовано для усього порталу за допомогою відповідних Web-технологій. Множина усіх елементів контенту

$$V = \{v_i\}, \text{ де } i = 1 \dots n_V.$$

Ієрархічна структура контенту визначається тим, що кожен елемент може мати дочірні елементи, які, в свою чергу, також можуть мати дочірні елементи, і так далі.

$$Ch: V \rightarrow 2^V.$$

Множина безпосередніх дочірніх елементів для даного елемента контенту a позначається

$$Ch(a), a \in V.$$

Відповідно до ієрархічної структури кожен елемент має один батьківський елемент, що задається відображенням

$$F: V \rightarrow V.$$

При цьому у вершині ієрархії знаходиться абстрактний елемент $v = \text{default}$. Таким чином $F(v)$ позначає батьківський елемент для елемента контенту v .

Множина усіх елементів-нащадків даного елемента $e \in V$ являє собою послідовне об'єднання множин дочірніх елементів вглиб по ієрархічній структурі. Для визначення елементів-нащадків застосовуватимемо оператор

$$\text{Desc}(e), e \in V.$$

СЕМАНТИЧНИЙ БЛОК КОНТЕНТУ

Семантичні блоки контенту служать для організації контенту багатопредметного Web-порталу і є одним із засобів групування елементів контенту з метою моделювання різноманітних предметних областей. *Семантичний блок* — це множина елементів контенту, які мають логічну і структурну єдність і єдине джерело походження, наприклад, одне авторство, і подають одну тему. Сюди можна віднести готові статичні курси, контент яких завантажено до системи. Фізично семантичний блок контенту є деякою гілкою у дереві контенту. Для створення нового семантичного блоку елемент, який стане його вершиною, спеціальним чином позначається як блок, і тоді усі його нащадки будуть віднесені до даного блоку. У такий спосіб створюється семантичний блок на основі деякої гілки у загальному дереві контенту (рис. 2).

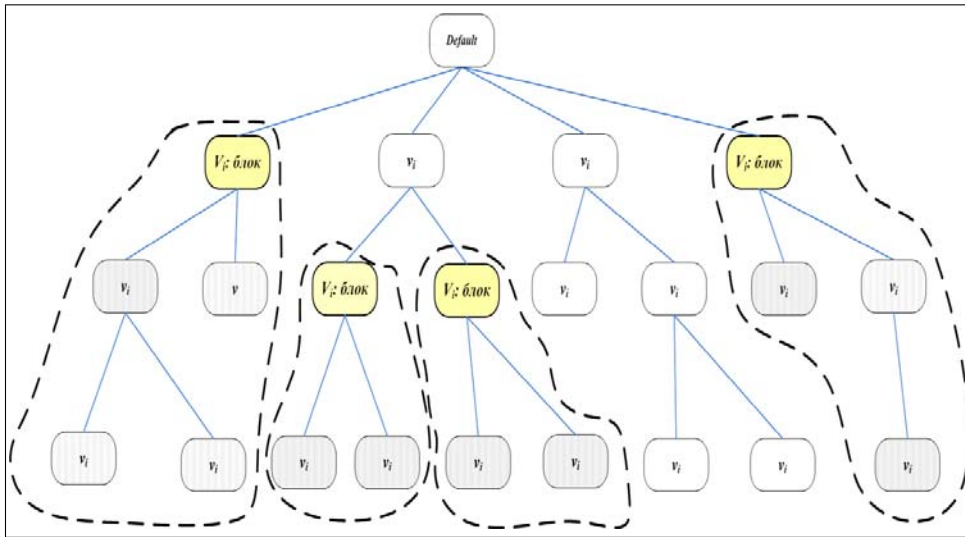


Рис. 2. Приклад семантичних блоків

Множина елементів семантичного блоку визначається оператором $\text{Desc}(v)$, де v — вершина блоку у дереві контенту.

БІНАРНІ МЕРЕЖЕВІ ЗВ'ЯЗКИ

Мережева структура контенту полягає у тому, що кожен елемент, окрім зв'язків ієрархії, може мати додаткові зв'язки із іншими елементами. Семантична роль таких мережевих зв'язків — відношення асоціативності. Таким чином, кожен елемент має сукупність пов'язаних із ним елементів. Така мережева структура задається відношенням

$$N \subseteq V \times V.$$

Дане відношення задається квадратною $(n_V \times n_V)$ матрицею $Nw = \|nw_{ij}\|$, рядки і стовпці якої відповідають елементам контенту. Елемент матриці nw_{ij} — числове вираження зв'язку елементів v_i та v_j . Якщо $nw_{ij} = 0$, вважаємо, що зв'язок між v_i з v_j відсутній, а $(v_i, v_j) \notin N$.

$$\begin{array}{cccc} & v_1 & v_2 & v_j & \dots \\ v_1 & - & nw_{12} & nw_{1j} & \\ v_2 & nw_{21} & - & nw_{2j} & \\ v_i & nw_{i1} & nw_{i2} & - & \\ \dots & & & & \end{array}$$

Елемент v може мати *прямі*, *обернені* і *взаємні* зв'язки з іншими елементами. При цьому взаємний зв'язок може бути *симетричним*. Прямий зв'язок елементів v_k та v_l існує, якщо $(v_k, v_l) \in N$. Обернений зв'язок цих елементів існує, якщо $(v_l, v_k) \in N$. Взаємний зв'язок елементів v_k та v_l існує, якщо $(v_k, v_l) \in N \& (v_l, v_k) \in N$. Взаємний зв'язок цих елементів є симетричним, якщо елементи $nw_{kl} = nw_{lk}$ матриці $\|nw_{ji}\|$ рівні.

Різні групи елементів, з якими елемент v_k пов'язаний, будемо позначати таким чином:

- прямим зв'язком $N \text{ from } v(v_k) = \{v_i : (v_k, v_i) \in N\}$;
- оберненим $N \text{ to } v(v_k) = \{v_i : (v_i, v_k) \in N\}$;
- взаємним $N \text{ com } v(v_k) = \{v_i : (v_i, v_k) \in N \ \& \ (v_k, v_i) \in N\}$;
- симетричним $N \text{ sym } v(v_k) = \{v_i : (v_i, v_k) \in N \ \& \ (v_k, v_i) \in N \ \& \ nw_{ik} = nw_{ki}\}$.
- усі пов'язані елементи $Nv(v_k) = N \text{ from } v(v_k) \cup N \text{ to } v(v_k)$.

ПСЕВДОНІМИ І ПОВТОРНЕ ВИКОРИСТАННЯ КОНТЕНТУ

Тенденції примноження інформації і знань ускладнюють однозначну каталогізацію інформаційних об'єктів. Одним із ефективних методів гнучкого управління контентом і побудови ефективної навігаційної схеми Web-сайту є технологія *псевдонімів* у моделі Tree-Net. Основним завданням цього методу є забезпечення повторного використання вже існуючого контенту для нових специфічних цілей. Відбувається це завдяки можливості розташувати вже існуючий в системі елемент контенту в іншому місці ієрархії. Подібне завдання виникає, наприклад, у випадках, коли цілий розділ або окрема сторінка певного навчального курсу розкриває деяку тему або питання у контексті іншого навчального курсу. Тут включення готової ділянки навчального контенту до нового курсу дасть змогу спростити і прискорити процес його формування. Щоб запобігти ситуації, коли навчальна ділянка, позбавлена свого контексту, втрачає дидактичну ефективність, дану функцію слід застосовувати для таких елементів контенту, які у рамках предмету володіють логічною завершеністю.

Сутність застосування технології псевдонімів полягає у встановленні відношень між двома елементами контенту, один з яких стає *джерелом* даних, а інший — їх *одержувачем*. Відношення псевдонімів описується відображенням

$$A:V \rightarrow V.$$

Таким чином, елемент v_k є *псевдонімом* елемента v_l тоді, коли $(v_k, v_l) \in A$. При цьому v_k відіграє роль одержувача, а v_l — джерела.

Відношення «псевдонім» розділяється на такі *типи*: посилання, статична та динамічна копії, статична та динамічна вибірки. Тип відношення керує тим, які саме властивості елемента-джерела отримає елемент-одержувач. Сукупність типів являє собою множину

$$A \text{ Types} = \{a \text{ Link}, a \text{ Copy}, a \text{ Select}, a \text{ DCopy}, a \text{ DSelect}\}.$$

Типізація відношення псевдонімів задається відображенням

$$A \text{ Type}: A \rightarrow A \text{ Types}.$$

Розкриємо роль кожного з типів.

Посилання. $A \text{Type}(A_i) = a \text{Link}$. Елемент-одержувач приймає адресу (URL) елемента-джерела, тому фактично є посиланням на нього. Це відношення дає можливість забезпечити навігацію до вже існуючого елемента контенту через інше місце в ієрархії. Таким чином елемент-одержувач стає посиланням на джерело, тобто відсилає до іншого місця у ієрархії контенту.

Статична копія. $A \text{Type}(A_i) = a \text{Copy}$. Усі атрибути копіюються в момент створення, після чого якісний зв'язок із джерелом не потрібен. Від елемента-джерела використовується лише інформація про *бінарні і групові зв'язки*. Зміна атрибутів статичної копії відбувається безпосереднім чином і не має зв'язку із елементом-джерелом.

Статична вибірка. $A \text{Type}(A_i) = a \text{Select}$. Копіюється елемент як статична копія і його нащадки: для елемента копії створюються *нащадки* — *статичні копії* усіх нащадків елемента-джерела.

Динамічна копія. $A \text{Type}(A_i) = a \text{DCopy}$. Служить як постійно актуальна копія деякого елемента без його нащадків. Атрибути такого елемента безпосередньо видобуваються із елемента-джерела в кожен момент звернення. Допускається часткова зміна атрибутів динамічної копії із можливістю використання поновлювальних значень атрибутів джерела.

Динамічна вибірка. $A \text{Type}(A_i) = a \text{DSelect}$. Служить як постійна копія деякої гілки. Така вибірка є постійно актуальною копією елемента-джерела і всіх його нащадків. Усі ієрархічні зміни гілки-джерела мають вплив на вибірку. Передбачається можливість зміни атрибутів і налаштування елементів і структури динамічної вибірки. Для зміни атрибутів у нащадках слід повторити/змінити ієрархію, створюючи елементи, починаючи від вершини динамічної вибірки, і внести необхідні значення атрибутів. При цьому створені елементи, нащадки динамічної копії, можуть самі бути динамічними або статичними копіями. У такий спосіб виконується гнучке налаштування вибірки.

ТЕМАТИЧНІ ГРУПИ КОНТЕНТУ І МЕРЕЖЕВІ ЗВ'ЯЗКИ НА ОСНОВІ ГРУП

Тематичні групи призначені для організації різноманітних міжпредметних і внутрішньопредметних зв'язків між елементами контенту. Тематичні групи використовуються для моделювання предметних областей, каталогізації, групування і вибірки асоціативного контенту. Організація тематичних груп відбувається в ієрархічній структурі. Це дозволяє вибудовувати таксономію предметних областей. Кожен елемент контенту може брати участь у довільній кількості тематичних груп, на основі яких визначаються зв'язки асоціативності між елементами контенту.

Множина G вказує на тематичні або асоціативні групи, в яких можуть брати участь елементи контенту.

$$G = \{g_1, \dots, g_{n_G}\},$$

де n_G — кількість тематичних груп контенту.

Організація тематичних груп відбувається в ієрархічній структурі. Ієрархія груп визначається відображенням, яке ставить у відповідність кожній групі g_i множину її дочірніх елементів

$$\text{Ch } G: G \rightarrow 2^G.$$

Зауважимо, що кожна тематична група може мати лише одну батьківську групу. Відображення FG задає батьківство тематичних груп

$$FG: G \rightarrow G.$$

Аналогічно, множина усіх груп-нащадків даної групи $g \in G$ являє собою послідовне об'єднання множин дочірніх елементів вглиб по ієрархічній структурі. Для визначення груп-нащадків застосовуватимемо оператор $\text{Desc } G(g)$, $g \in G$. $\text{Desc } GG(A)$ — множина нащадків множини груп $A \subseteq G$ — визначається як послідовне об'єднання $\text{Desc } G(g_i)$.

$$\text{Desc } GG(A) = \cup(\text{Desc } G(g_i)),$$

де $g_i \in A$, $A \subseteq G$.

Генеалогічна лінія групи g — множина усіх її пращурів — визначається оператором $\text{Anc } G(g)$, $g \in G$. Генеалогічна лінія множини груп $A \subseteq G$ позначається $\text{Anc } GG(A)$ і визначається як послідовне об'єднання $\text{Anc } G(g_i)$. $\text{Anc } GG(A) = \cup(\text{Anc } G(g_i))$, де $g_i \in A$, $A \subseteq G$.

ЕЛЕМЕНТИ КОНТЕНТУ І ЇХ ЗВ'ЯЗОК ІЗ ТЕМАТИЧНИМИ ГРУПАМИ

Кожен елемент контенту може брати участь у довільній кількості тематичних груп, що задається відображенням

$$GV: V \rightarrow 2^G.$$

Матриця $GVw = \|g_{vw_{ij}}\|$ задає це відношення, разом з тим зберігаючи міру відповідності або релевантності даного елемента групі. Так, рядки матриці $\|g_{vw_{ij}}\|$ відповідають елементам контенту v_1, v_2, \dots, v_{nV} , а стовпці — групам g_1, g_2, \dots, g_{nG} . Таким чином для кожного елемента v_i (i -й рядок) задається множина груп $\{g_i\}$ (стовпці), в яких даний елемент бере участь, при цьому ненульові елементи матриці $g_{vw_{ij}}$ вказують на міру відповідності елемента групі. У свою чергу, зв'язок множини усіх елементів контенту і групи, до якої вони безпосередньо належать, задається відображенням

$$VG: G \rightarrow 2^V.$$

Дане відображення також задається згаданою матрицею $GVw = \|g_{vw_{ij}}\|$. Введемо оператор і за його допомогою будемо визначати множину елементів контенту, кожен з яких бере участь хоча б в одній групі із заданої множини груп. Тобто елементи контенту, що належать множині груп $A \subseteq G$, визначаються оператором

$$VGG(A) = \{v: GV(v) \cap A \neq \emptyset\}.$$

Множину елементів контенту, які беруть участь у групі g або в деякій із її нащадків, будемо називати *контентом гілки* g .

$$VGbr(g) = \{v: g \in GV(v) \text{ або } GV(v) \cap DescG(g) \neq \emptyset\}.$$

Множину елементів контенту, які беруть участь хоча б в одній групі із множини $A \subseteq G$ або в деякій із її нащадків, будемо називати *контентом множини гілок* $A \subseteq G$.

$$VGGbr(A) = \{v: v \in VGbr(g_i), \text{ де } g_i \in A \cup DescGG(A)\}.$$

ТЕМАТИЧНО-АСОЦІАТИВНІ ЕЛЕМЕНТИ КОНТЕНТУ

На основі тематичних груп ми можемо визначати зв'язки асоціативності між елементами контенту. Виділяємо різні області асоціативності для елемента контенту: *найближче коло*, *помірне* (заглиблююче) та *широке* (узагальнююче) коло тематично-асоціативного контенту.

Найближче коло тематично-асоціативного контенту елемента a , $a \in V$ — множина елементів контенту, які безпосередньо беруть участь у тих самих тематичних групах, що і даний елемент a , $a \in V$. Служить для визначення сукупності найбільш близького за змістом контенту тієї ж тематики. Визначається оператором

$$V_{\text{narrow}}(a) = \{v: GV(v) \cap GV(a) \neq \emptyset\}.$$

Помірне (заглиблююче) коло тематично-асоціативного контенту елемента a , $a \in V$ — множина елементів контенту, які беруть участь у тих самих групах, що й a , або в групах, які відповідно є *нащадками*. Служить для визначення набору контенту тієї ж тематики, у тому числі по темам більш специфічного характеру. Визначається оператором

$$V_{\text{medium}}(a) = V_{\text{narrow}}(a) \cup \{v: v \in VGGbr(G_a), \text{ де } G_a = GV(a)\}.$$

Широке коло (узагальнююче) тематично-асоціативного контенту елемента a , $a \in V$ — множина елементів контенту, які беруть участь у тих самих групах, що й a , а також елементів у групах, які є послідовно *працюррами* по лінії кожної групи з множини груп елемента a . Служить для визначення контенту тієї ж тематики і тематики більш загальної. Визначається оператором

$$V_{\text{wide}G}(a) = V_{\text{narrow}G}(a) \cup \{v: v \in VGG(\text{Anc}GG(G_a)), \text{ де } G_a = GV(a)\}.$$

Повне коло тематично-асоціативного контенту елемента a , $a \in V$ — контент помірною тематично-асоціативного кола, об'єднаний із контентом широкого кола елемента a . Служить для визначення повного набору асоціативного контенту тієї ж тематики, а також споріднених тематик більш загального і більш специфічного характеру.

$$V_{\text{total}G}(a) = V_{\text{medium}G}(a) \cup \{v: v \in VGG(\text{Anc}GG(G_a)), \text{ де } G_a = GV(a)\}.$$

Величину, яка вказуватиме на міру асоціативності двох елементів контенту v_k і v_l називатимемо *асоціативною відстанню* і позначатимемо Dis_{kl} .

Асоціативна (тематично-асоціативна) відстань Dis_{ij} служить для впорядкування або сортування асоціативних елементів. Розрахунок цієї величини, окрім структури груп, має також врахувати бінарні зв'язки між елементами. Асоціативна відстань допоможе вибрати із усієї сукупності тематично-асоціативного контенту групи найближчих асоціативних елементів із заданою кількістю елементів в групі.

ЗАСОБИ ПОБУДОВИ ПЕРСОНАЛЬНОГО НАВЧАЮЧОГО СЕРЕДОВИЩА НА ОСНОВІ TREE-NET

Основою для підготовки персонального навчаючого середовища є визначення інтересів користувача і подальший відбір необхідного контенту. Розгалужена структура Tree-Net дає можливість гнучко управляти інформацією і створювати стратегії персонального подання контенту користувачеві в залежності від його потреб.

Актуальною стає задача пошуку асоціативного контенту до деякої сторінки у випадку, коли інформація цієї сторінки цікавить користувача. Знаходження асоціативних елементів контенту даної Web-сторінки відбувається на основі джерел асоціативності. Нижче наведено джерела асоціативного контенту сторінки у порядку їх значення.

1. Бінарні зв'язки між елементами контенту.
2. Елементи члени тієї ж групи, до якої належить даний елемент.
3. Елементи того ж семантичного блоку контенту.
4. Елементи із дочірніх груп.
5. Елементи із батьківських груп.
6. Ієрархічні зв'язки у дереві контенту: батьківський і дочірні елементи.

Набір елементів контенту, отриманий в результаті пошуку асоціативних сторінок, можна подати структуровано за допомогою оператора Roots.

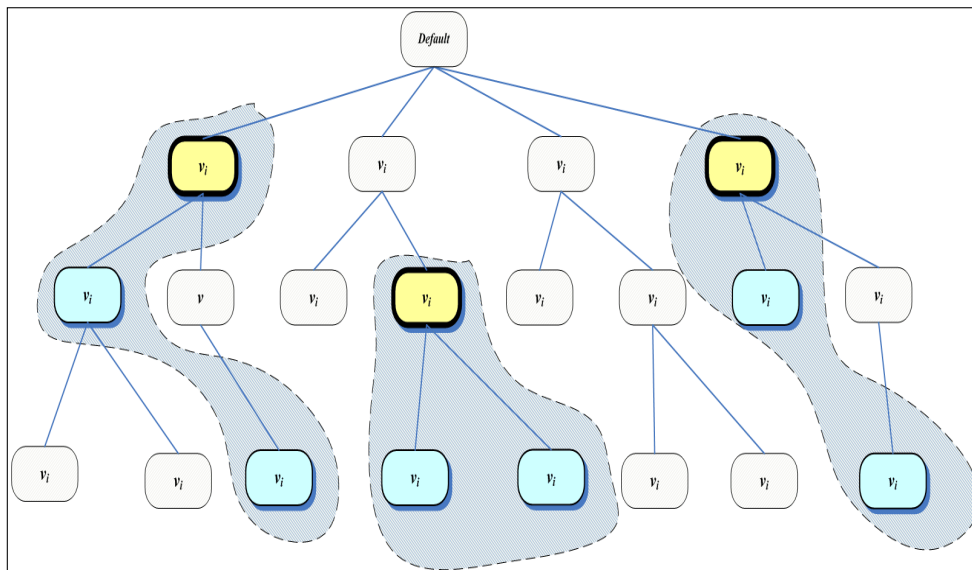


Рис. 3. Вибір елементів і визначення вершин оператором Roots

Робота оператора Roots TN-моделі полягає в пошуку у множині $V' \subseteq V$ новоутворених незалежних коренів на основі відношень Ch і F , які описують ієрархію контенту. Потужність $|Roots|$ вказуватиме на кількість утворених дерев на виборці V' . Приклад роботи оператора Roots зображено на рис. 3.

Новоутворені піддерева можуть розцінюватися як основа для персональних навчальних курсів та за допомогою відношень псевдонімів (посилань, копій і вибірок) подаватися окремо у якості персонального гіпермедіа середовища.

ВИСНОВКИ

Запропоновано модель навчального Web-контенту Tree-Net, яка дозволяє комплексно підійти до вирішення завдань навчання і керування знаннями в організаціях і установах різного характеру. Tree-Net підтримує еволюційність у створенні порталу. Вона надає можливість розробляти і накопичувати навчальний матеріал поступово, при цьому функції системи будуть доступні на кожному етапі. Таким чином вирішується проблема «всеосвіченості», характерна для випадків застосування жорстких моделей подання знань.

Технологія вибірок і псевдонімів дозволяє повторно використовувати фрагменти навчальних матеріалів для нових курсів і навчальних процесів. Tree-Net забезпечує гнучке конструювання нових навчальних курсів і програм на основі вже існуючого в системі контенту.

Семантична складова і дерево тематичних груп дає можливість вибудувати ієрархію предметних областей. Використання цих даних дає можливість виконувати вибірку, фільтрацію, категоризацію і упорядкування навчального матеріалу на основі семантики вмісту. Все це сприяє використанню Tree-Net для побудови системи керування знаннями.

Модель Web-контенту Tree-Net забезпечує зручні засоби навігації по навчальному контенту на базі WWW. Ієрархічні, бінарні і групові зв'язки між елементами контенту відповідним чином відображаються на елементах навігації. Таким чином користувач отримує широкі можливості для орієнтації і пошуку необхідної йому навчальної інформації і пояснень. Так, на основі груп реалізовано інтеграцію таких сучасних технологій побудови Інтернет-проектів, як мітки і каталогізація контенту разом із семантичними технологіями моделювання предметної області, що надає розширені навігаційні можливості користувачам Web-ресурсу на базі Tree-Net. Різноманітні зв'язки елементів контенту міжпредметного і внутрішньопредметного характеру на базі Tree-Net дають можливість гнучко управляти навчальним контентом і моделювати специфічні області знань, визначаючи релевантну множину контенту, що відповідає інтересам студента. Модель Tree-Net є основою для розробки методів генерації персонального навчаючого середовища і динамічних навчальних курсів для підтримки безперервного навчання.

Разом із іншими компонентами Tree-Net є складовою комплексу моделей для побудови Web-системи безперервного навчання [12]. Про поточні і попередні дослідження щодо розвитку і використання моделі Tree-Net див. на сайті авторів [16]. Семантичну модель навчального контенту Tree-Net застосовано на практиці при побудові освітнього порталу [17].

ЛІТЕРАТУРА

1. *Богданова И.Ф.* Непрерывное образование в эпоху перехода к информационному обществу // Актуальные проблемы бизнес-образования // Тез. докл. 3-й Междунар. конф. — Минск, 2004. — С. 35–39.
2. *Convergence of Knowledge Management and E-Learning: the GetSmart Experience in JCDL* / B. Marshall et al. — 2003. — <http://ai.bpa.arizona.edu/go/intranet/Publication/JCDL>. — 2003. — Marshall.pdf.
3. *Efitova L., Swaak J.* Converging Knowledge Management, Training and e-learning: Scenarios to Make it Work // *Journal of Universal Computer Science*. — 2003. — 9, № 3. — С. 571–578.
4. *Комов С.А.* Корпоративные знания — как ими управлять? // Корпоративные системы. — 2005. — № 3. — <http://www.management.com.ua/ims/ims108.html>.
5. *Allee V.* eLearning is not Knowledge Management. — <http://www.linezine.com/2.1/features/vaenkm.htm>.
6. *Гагарін О.О., Титенко С.В.* Дослідження і аналіз методів та моделей інтелектуальних систем безперервного навчання // *Наук. вісті НТУУ «КПІ»*. — 2007. — № 6(56). — С. 37–48.
7. *Brusilovsky P., Knapp J. and Gamper J.* Supporting teachers as content authors in intelligent educational systems // *Knowledge and Learning*. — 2006. — 2, № 3/4. — P. 191–215.
8. *Семикин В.А.* Семантическая модель контента образовательных электронных знаний. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Тюмень, 2004. — 21 с.
9. *Brusilovsky P.* Adaptive hypermedia, an attempt to analyze and generalize // P. Brusilovsky, P. Kommers, & N. Streitz (Eds.), *Multimedia, Hypermedia, and Virtual Reality (Lecture Notes in Computer Science, Vol. 1077)*. — Berlin: Springer-Verlag, 1996. — P. 288–304.
10. *Brusilovsky P.* KnowledgeTree: A distributed architecture for adaptive e-learning // In: *Proceedings of The Thirteenth International World Wide Web Conference, WWW 2004 (Alternate track papers and posters)*. — NY 17–22 May, 2004. — NY: ACM Press. — P. 104–113.
11. *Титенко С.В., Гагарін О.О.* FreshKnowledge — система управління навчальним Веб-контентом на семантичному рівні // VII Междунар. конф. «Інтелектуальний аналіз інформації ІАІ-2007», Київ, 15–18 мая 2007 г.: Сб. тр. — Київ: Просвіта, 2007. — С. 342–352.
12. *Gagarin A., Tytenko S.* Complex model of educational hypermedia environment for ongoing learning // *Образование и виртуальность: Сб. науч. тр. 11-й Междунар. конф. Украинской ассоциации дистанционного образования / Под общ. ред. В.А. Гребенюка, Др. Киншука и В.В. Семенца*. — Харьков-Ялта: УАДО, 2007. — С. 140–145.
13. *Гагарін О.О., Титенко С.В.* Проблеми створення гіпертекстового навчаючого середовища // *Вісн. Східноукр. національн. ун-ту ім. В. Даля. Ч.2*. — 2007. — № 4 (110). — С. 6–15.
14. *Титенко С.В., Гагарін О.О.* Семантична модель знань для цілей організації контролю знань у навчальній системі // *Інтелектуальний аналіз інформації* — 2006: Сб. тр. междунар. конф. — Київ: Просвіта, 2006. — С. 298–307.
15. *Гагарін А.А., Луценко А.Н., Титенко С.В.* Организация дистанционного обучения как информационный фактор реализации научно-технологической составляющей экономической безопасности государства // *Экономическая безопасность государства и информационные технологии в ее обеспечении / Под общ. ред. Г.К. Вороновского, И.В. Недина*. — Киев: Знання України, 2005. — С. 608–619.
16. *Лабораторія SET* — Віртуальна лабораторія новітніх інформаційних технологій. Дослідження в області дистанційного навчання. — <http://www.setlab.net>.
17. *Портал знань* — портал дистанційного навчання, побудований на основі Tree-Net. — <http://www.znannya.org>.

Надійшла 02.07.2008

УДК. 519.24

ПОСТРОЕНИЕ МНОГОМЕРНОЙ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ РЕГРЕССИИ. АКТИВНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

А.А. ПАВЛОВ, А.В. ЧЕХОВСКИЙ

Рассматривается конструктивный метод восстановления многомерной полиномиальной регрессии, представленной избыточным описанием. Распределение помехи является произвольным с неизвестной, но конечной дисперсией. Решение задачи основано на возможности проведения активного эксперимента. Приводятся практические рекомендации по использованию метода.

ВВЕДЕНИЕ

Задача конструктивного восстановления по статистическим данным регрессионной модели (детерминированной закономерности) — предмет исследования прикладного регрессионного анализа [1 – 8]. Наиболее употребляемым является метод наименьших квадратов. Практические проблемы реализации метода наименьших квадратов при построении многомерной полиномиальной регрессии заключаются в необходимости обращения плохо обусловленных матриц и отсутствии эффективных процедур восстановления истинной многомерной полиномиальной регрессии по ее избыточному описанию. Предлагаемый авторами метод в целом эффективно справляется с этими проблемами. Основы его построения сформулированы в работе [11].

ОДНОМЕРНЫЙ СЛУЧАЙ. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НОРМИРОВАННЫХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПОЛИНОМОВ [9]

Постановку задачи и анализ известных результатов приведем в соответствие с работой [9].

Модель регрессии имеет вид

$$Y(x) = \theta_0 + \theta_1 x + \dots + \theta_r x^r + E, \quad (1)$$

где x — детерминированная переменная, значение которой в экспериментах может задаваться произвольно; $\theta_i, i = 0, r$ — неизвестные коэффициенты; E — случайная величина с произвольным распределением; $ME = 0$

(M — знак математического ожидания); δ_E^2 (дисперсия) ограничена, ее значение неизвестно либо известна верхняя оценка.

Проведено n экспериментов, результатом которых являются две выборки объема n ($x_i, i = \overline{1, n}$; $Y(x_i) = y_i, i = \overline{1, n}$).

В соответствии с (1)

$$y_i = \sum_{j=0}^n \theta_j x_i^j + \delta_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

где δ_i — неизвестная реализация случайной величины E в i -м эксперименте. Числа y_i, δ_i можно считать реализациями случайных величин $Y_i, i = \overline{1, n}$; $\Delta_i, i = \overline{1, n}$, где Δ_i имеет распределение случайной величины E , а Y_i и Δ_i связаны соотношением

$$Y_i = \sum_j \theta_j x_i^j + \Delta_i. \quad (3)$$

Оценки неизвестных коэффициентов $\theta_j, j = \overline{0, r}$ находятся из минимизации выражения

$$\min_{\theta_j, j=0, r} \sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=0}^r \theta_j x_i^j \right)^2. \quad (4)$$

Введем матричные обозначения

$$A = \begin{pmatrix} 1x_1, \dots, x_1^r \\ \dots \\ 1x_n, \dots, x_n^r \end{pmatrix}, \quad y = (y_1, \dots, y_n)^{\text{т}},$$

$$Y = (Y_1, \dots, Y_n)^{\text{т}}, \quad \theta = (\theta_0, \dots, \theta_r)^{\text{т}},$$

$$\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_r)^{\text{т}},$$

где $\hat{\theta}_j$ оценки $\theta_j, j = \overline{0, r}$ в соответствии с (4).

Тогда [9]

$$\hat{\theta} = (A^{\text{т}} A)^{-1} A^{\text{т}} y \quad (5)$$

либо

$$\hat{\theta} = (A^{\text{т}} A)^{-1} A^{\text{т}} Y,$$

если $\theta_j, j = \overline{0, r}$ считать случайными величинами. Сложности, связанные с обращением матрицы $(A^{\text{т}} A)^{-1}$ исчезают, если от модели (1) перейти к модели регрессии, заданной с помощью нормированных ортогональных полиномов [9].

$$Y(x) = w_0 \theta_0(x) + w_1 \theta_1(x) + \dots + w_2 \theta_2(x) + E, \quad (6)$$

где $\theta_j(x), j = \overline{0, r}$ — нормированные ортогональные полиномы.

$$\theta_j(x) = q_{j_0} + q_{j_1} x + \dots + q_{j_j} x^j, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n \theta_j^2(x_i) = 1, \quad \sum_{i=1}^n \theta_j(x_i) \theta_l(x_i) = 0, \quad \forall j \neq l, \quad q, l = \overline{0, r}.$$

Дж. Форсайт [10] предложил рекуррентную формулу для нахождения нормированных ортогональных полиномов

$$\lambda \theta_j(x) = x \theta_{j-1}(x) - \alpha \theta_{j-1}(x) - \beta \theta_{j-2}(x), \quad (8)$$

$$\alpha = \sum_{i=1}^n x_i \theta_{j-1}^2(x_i), \quad \beta = \sum_{i=1}^n x_i \theta_{j-1}(x_i) \theta_{j-2}(x_i).$$

λ определяется из условия $\sum_{i=1}^n \theta_j^2(x_i) = 1$.

$$\lambda = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i \theta_{j-1}(x_i) - \alpha \theta_{j-1}(x_i) - \beta \theta_{j-2}(x_i))^2}.$$

Для использования рекуррентной формулы (8) необходимо построить нормированные ортогональные полиномы $\theta_0(x)$ и $\theta_1(x)$. Очевидно, ими являются

$$\theta_0(x) = \frac{1}{\sqrt{n}}, \quad \theta_1(x) = -\frac{\bar{x}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} + \frac{x}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}},$$

где $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$.

Применение метода наименьших квадратов к модели (6) приводит к следующим результатам [9].

Пусть $w = (w_0, \dots, w_r)^{\text{т}}$, $\hat{w} = (\hat{w}_0, \dots, \hat{w}_r)^{\text{т}}$, $\hat{w}_j, j = \overline{0, r}$ — оценки w_j , полученные методом наименьших квадратов $\hat{W} = (\hat{W}_0, \dots, \hat{W}_r)^{\text{т}}$, $\hat{W}_j, j = \overline{0, r}$ — случайные величины, для которых \hat{w}_j являются соответствующими реализациями.

Тогда

$$\hat{w}_j = \sum_{i=1}^n y_i \theta_j(x_i), \quad j = \overline{0, r}, \quad \hat{W}_j = \sum_{i=1}^n Y_i \theta_j(x_i). \quad (9)$$

$$M \hat{W}_j = w_j, \quad j = \overline{0, r}, \quad \text{cov}(\hat{W}_j, \hat{W}_l) = 0, \quad \forall j \neq l.$$

$$D \hat{W}_j = \delta_E^2. \quad (10)$$

$$M \frac{\sum_{i=1}^n Y_i^2 - \sum_{j=0}^r \hat{W}_j^2}{n - (r + 1)} = \delta_E^2. \quad (11)$$

Связь моделей (1) и (6) следующая:

$$\theta_j = w_r q_{rj} + w_{r-1} q_{r-1} + \dots + w_j q_{jj} \quad (12)$$

и соответственно

$$\hat{\theta}_j = \hat{w}_r q_{rj} + \dots + \hat{w}_j q_{jj}, \quad j = \overline{0, r}, \quad (13)$$

либо

$$\hat{\theta}_j = \hat{W}_r q_{rj} + \dots + \hat{W}_j q_{jj}, \quad (14)$$

если $\hat{\theta}_j$ считать случайной величиной.

При исследовании модели (1) либо эквивалентной ей (6) в работе [9] предполагалось, что r — степень полинома регрессии — известна заранее. Если это не так, то принято считать [1–9], что для произвольного распределения E нахождение истинного r является проблемой. Если E имеет нормальное распределение, то нахождение r сводится к проверке статических гипотез по критериям с известным распределением Фишера [9].

Покажем, что на самом деле проблема нахождения r имеет конструктивное решение для произвольного распределения E , а также покажем, как можно эффективно связать имеющиеся экспериментальные данные с точностью оценок неизвестных коэффициентов $\theta_j, j = \overline{0, r}$.

Условие $\sum_{i=1}^n \theta_j^2(x_i) = 1$ с учетом (7) перепишем следующим образом:

$$\sum_{i=1}^n \left(\sum_{l=0}^j q_{jl} x_i^l \right)^2 = 1. \quad (15)$$

Найдем дисперсию $\hat{\theta}_j$. Учитывая, что $\text{cov}(\hat{W}_l, \hat{W}_p) = 0, l \neq p$, из (10) и (14)

получаем

$$D\hat{\theta}_j = \delta^2 \sum_{l=r}^j q_{lj}^2. \quad (16)$$

Так как при неограниченном возрастании числа испытаний n минимум (4) асимптотически должен достигаться на истинных значениях коэффициентов θ_j , из анализа (15) и (16) следует, что при увеличении n модули значений коэффициентов $|q_{lj}|, l = \overline{r, j}, j = \overline{0, r}$ должны уменьшаться.

Аналитически в общем виде затруднительно связать числа $x_i, i = \overline{1, n}; n; j (j = \overline{0, r})$ с величиной $q_{lj}, l = \overline{r, j}, j = \overline{0, r}$. Тем не менее в случае активного эксперимента для эффективного решения прикладных задач (заданная точность, необходимое число вычислений, определение чисел x_1, \dots, x_n) можно создать соответствующие статистические таблицы (табл. 1).

Таблица построена для линии регрессии, заданной полиномом пятого порядка. В первой колонке фиксируются различные значения n (количество значений детерминированного аргумента x). В колонках с номером $j (j = \overline{0, 5})$ заданы дисперсии коэффициентов $\hat{\theta}_j, j = \overline{0, 5}$ как функция δ^2

(δ^2 — это дисперсия E либо ее верхняя оценка). Для построения таблицы были найдены все нормированные ортогональные полиномы $\theta_j(x)$, $j = \overline{0,5}$ (используются формулы (7), (8)). По формуле (16) определены соответствующие дисперсии. Значения x_i , $i = \overline{1, n}$ распределены с равным шагом по отрезку $(-50, 0; 50, 0)$.

Таблица 1. Фрагмент возможной ситуации

n	0	1	2	3	4	5
10	$\sigma^2 \cdot 0,400466$	$\sigma^2 \cdot 0,0024855$	$\sigma^2 \cdot 4,26 \cdot 10^{-06}$	$\sigma^2 \cdot 7,55 \cdot 10^{-09}$	$\sigma^2 \cdot 1,41 \cdot 10^{-12}$	$\sigma^2 \cdot 1,28 \cdot 10^{-15}$
50	$\sigma^2 \cdot 0,0706426$	$\sigma^2 \cdot 0,0004607$	$\sigma^2 \cdot 4,53 \cdot 10^{-07}$	$\sigma^2 \cdot 1,15 \cdot 10^{-09}$	$\sigma^2 \cdot 9,28 \cdot 10^{-14}$	$\sigma^2 \cdot 1,43 \cdot 10^{-16}$
100	$\sigma^2 \cdot 0,0351973$	$\sigma^2 \cdot 0,0002298$	$\sigma^2 \cdot 2,22 \cdot 10^{-07}$	$\sigma^2 \cdot 5,68 \cdot 10^{-10}$	$\sigma^2 \cdot 4,47 \cdot 10^{-14}$	$\sigma^2 \cdot 7,02 \cdot 10^{-17}$
200	$\sigma^2 \cdot 0,0175833$	$\sigma^2 \cdot 0,0001149$	$\sigma^2 \cdot 1,10 \cdot 10^{-07}$	$\sigma^2 \cdot 2,84 \cdot 10^{-10}$	$\sigma^2 \cdot 2,21 \cdot 10^{-14}$	$\sigma^2 \cdot 3,50 \cdot 10^{-17}$
300	$\sigma^2 \cdot 0,0117203$	$\sigma^2 \cdot 7,66 \cdot 10^{-05}$	$\sigma^2 \cdot 7,36 \cdot 10^{-08}$	$\sigma^2 \cdot 1,89 \cdot 10^{-10}$	$\sigma^2 \cdot 1,47 \cdot 10^{-14}$	$\sigma^2 \cdot 2,33 \cdot 10^{-17}$
500	$\sigma^2 \cdot 0,0070316$	$\sigma^2 \cdot 4,59 \cdot 10^{-05}$	$\sigma^2 \cdot 4,41 \cdot 10^{-08}$	$\sigma^2 \cdot 1,13 \cdot 10^{-10}$	$\sigma^2 \cdot 8,82 \cdot 10^{-15}$	$\sigma^2 \cdot 1,40 \cdot 10^{-17}$
1000	$\sigma^2 \cdot 0,0035157$	$\sigma^2 \cdot 2,30 \cdot 10^{-05}$	$\sigma^2 \cdot 2,21 \cdot 10^{-08}$	$\sigma^2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-11}$	$\sigma^2 \cdot 4,41 \cdot 10^{-15}$	$\sigma^2 \cdot 6,99 \cdot 10^{-18}$
5000	$\sigma^2 \cdot 0,0007031$	$\sigma^2 \cdot 4,59 \cdot 10^{-06}$	$\sigma^2 \cdot 4,41 \cdot 10^{-09}$	$\sigma^2 \cdot 1,13 \cdot 10^{-11}$	$\sigma^2 \cdot 8,82 \cdot 10^{-16}$	$\sigma^2 \cdot 1,40 \cdot 10^{-18}$
10000	$\sigma^2 \cdot 0,0003516$	$\sigma^2 \cdot 2,30 \cdot 10^{-06}$	$\sigma^2 \cdot 2,21 \cdot 10^{-09}$	$\sigma^2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-12}$	$\sigma^2 \cdot 4,41 \cdot 10^{-16}$	$\sigma^2 \cdot 6,99 \cdot 10^{-19}$

На качественном уровне анализ табл. 1 не зависит от величины $a > 1$ отрезка разбиения $(-a, a)$ и величин r — степени полинома. Изложенные ниже выводы подтверждены экспериментально.

1. Приведенные значения дисперсий $\hat{\theta}_j$, $j = \overline{0,5}$ становятся конструктивными, если известна верхняя оценка δ^2 дисперсии E . Порядок δ_E^2 можно определить по реализации случайной величины [9]

$$\frac{R^{n+1}R}{n - (r + 1)} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i^1 - \sum_{j=0}^r W_j^2}{n - (r + 1)}, \text{ так как } M \frac{R^{n+1}R}{n - (r + 1)} = \delta_E^2.$$

Далее будет показано, что истинное значение r находят очевидным образом.

2. Чем больше j , тем меньше $\hat{\theta}_j$ при фиксированном n . Действительно, при $n = 10$ $D\hat{\theta}_0 = \delta^2 \cdot 0,400466$; $D\hat{\theta}_1 = \delta^2 \cdot 0,0024855$; $D\hat{\theta}_2 = \delta^2 \times 4,2610^{-6} \dots D\hat{\theta}_5 = \delta^2 \cdot 128 \cdot 10^{-15}$, т.е. с увеличением j значение $D\hat{\theta}_j$ уменьшается на порядок.

3. По минимальному количеству испытаний можно определить истинную степень полинома линии регрессии. В нашем примере при $n = 10$ дисперсия оценки коэффициента при x^2 уже равна $\delta^2 \cdot 4,26 \cdot 10^{-6}$. Т.е. если истинная линия регрессии прямая, то реально оценками $\hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3, \hat{\theta}_4, \hat{\theta}_5$ будут нули с точностью до соответствующих знаков после запятой (закон трех сигм).

4. Необходимое количество испытаний n определяется заданной точностью для нахождения $\hat{\theta}_j$ с наименьшим $j (j = 0)$. Если эксперименты до-

рогие, то реально эффективно оценивать $\hat{\theta}_j$, начиная с $j=1$ (из анализа табл. 1 видно, что значения дисперсий $D\hat{\theta}_0$ и $D\hat{\theta}_1$ одного порядка достигаются на числе экспериментов, отличающихся на два порядка).

Таким образом, точность оценки θ_0 необходимо связывать с самой числовой оценкой θ_0 (чем больше по модулю это значение, тем достовернее результат). Если оценка θ_0 оказывается недостаточно точной, то полученное выражение для линии регрессии необходимо использовать в тех задачах, для решения которых величина θ_0 не имеет значения (например, сравнение значений линии регрессии для различных значений ее аргумента).

В некоторых задачах массив $x_i, i = \overline{1, n}$ может быть задан заранее и экспериментатор не может его изменить. Тогда до проведения эксперимента по формулам (7), (8), (16) можно найти дисперсии $\hat{\theta}_j, j = 0, r$ (r можно задать избыточным) и провести предварительный анализ будущих результатов.

Пример 1.

Истинная модель имеет вид

$$y(x) = 5 + 4x + 3x^2 + 2x^3 + x^4 + 0 \cdot x^5 + E. \quad (17)$$

Регрессионная модель всегда должна задаваться избыточной. В нашем примере исследователь знает, что регрессионная модель является полиномом не выше пятой степени. Случайная величина E имеет нулевое математическое ожидание, равномерное распределение, $\delta_E = 50$. Входные значения x_i равномерно распределены по отрезку $(-50,0; 50,0)$ с шагом $\frac{100}{n}$.

Имитируются эксперименты с помощью реализаций случайной величины E . Исходные данные $x_i, y_i = 5 + 4x_i + 3x_i^2 + 2x_i^3 + x_i^4 + E_i, i = \overline{1, n}$. E_i — реализация случайной величины E .

Для генерации случайных чисел использована часть библиотеки расширений для C++ boost. http://www.boost.org/doc/libs/1_36_0/libs/random/index.html.

Для восстановления зависимости (17) по формуле (8) строятся шесть нормированных ортогональных полиномов, а по (13) — оценки коэффициентов в линии регрессии (16). Результаты эксперимента показаны ниже.

Одномерная регрессия, равномерное распределение ($\sigma_E = 50$).

Исходные коэффициенты: 5, 4, 3, 2, 1, 0; цифры в квадратных скобках — количество чисел в круглых скобках. Количество испытаний $n = 10$.

Ортогональные полиномы

- [1] (0,316228).
- [2] (0,0550482; 0,0110096).
- [3] (-0,348155; 0,00435194; 0,000435194).
- [4] (-0,12955; -0,0250104; 0,000269896; 1,79931·10⁻⁵).
- [5] (0,336581; -0,0155824; -0,00148033; 1,55824·10⁻⁵; 7,79122·10⁻⁷).
- [6] (0,214834; 0,0384315; -0,00134272; -8,35467·10⁻⁵; 8,95144·10⁻⁷; 3,58057·10⁻⁸).

Оценки коэффициентов

[6] (8,21467; 4,40095; 2,99323; 1,99954; 1; 1,00514·10⁻⁷).

Дисперсии коэффициентов

[6] (1001,17; 6,21366; 0,0106413; 1,88666·10⁻⁵; 3,52078·10⁻⁹; 3,20513·10⁻¹²).

Количество испытаний $n = 50$.

Ортогональные полиномы

[1] (0,141421).

[2] (0,00489996; 0,00489996).

[3] (-0,158019; 0,000379853; 0,000189927).

[4] (-0,0112385; -0,0112235; 2,2513·10⁻⁵; 7,50433·10⁻⁶).

[5] (0,15878; -0,00127706; -0,000637333; 1,19511·10⁻⁶; 2,98776·10⁻⁷).

[6] (0,0176422; 0,0175761; -9,91938·10⁻⁵; -3,29849·10⁻⁵; 5,97553·10⁻⁸; 1,19511·10⁻⁸).

Оценки коэффициентов

[6] (5,15354; 3,91832; 3,00231; 2,00013; 0,999999; -3,05835·10⁻⁸).

Дисперсии коэффициентов

[6] (176,607; 1,15167; 0,00113153; 2,86437·10⁻⁶; 2,32095·10⁻¹⁰; 3,57069·10⁻¹³).

В табл. 2 приведены оценки коэффициентов, точное значение которых равно 5,4,3,2,1,0, соответственно, для количества испытаний n .

Таблица 2. Оценки коэффициентов

n	$\theta_0 = 5$	$\theta_1 = 4$	$\theta_2 = 3$	$\theta_3 = 2$	$\theta_4 = 1$	$\theta_5 = 0$
10	8,21467	4,40095	2,99323	1,99954	1	1,100510 ⁻⁷
50	5,15354	3,91832	3,00231	2,00013	0,999999	-3,05835·10 ⁻⁸
100	4,13942	3,92085	3,00063	2,00003	0,999999	1,21093·10 ⁻⁸
200	4,5745	3,92143	3,00406	2,00005	0,999999	-2,61741·10 ⁻⁹
300	5,39774	3,89625	2,99871	2,00013	1	-3,14599·10 ⁻⁸
500	5,23945	4,03909	3,00081	1,99996	1	11189·10 ⁻⁸
1000	4,8637	4,00444	2,99924	2	1	-3,30327·10 ⁻⁹
5000	5,20518	4,01987	2,99942	1,99997	1	5823·10 ⁻⁹
10000	4,95045	3,98802	3,0003	2,00002	1	-8,36543·10 ⁻⁹

Для количества испытаний $n \geq 50$ погрешность оценки коэффициентов не превышает (табл. 2) для $\theta_0 - 0,15$; $\theta_1 - 0,08$; $\theta_2 - 0,002$; $\theta_3 - 1,3 \cdot 10^{-4}$; $\theta_4 - 10^{-6}$; $\theta_5 - 10^{-7}$.

Таким образом, в результате моделирования достаточного количества испытаний можно создать статистические таблицы, каждая из которых составлена для фиксированных концов отрезка принадлежности аргумента x и содержит для ряда статистически обоснованных вероятностей значения погрешностей нахождения коэффициентов θ_j , $j = \overline{0, r}$ (зависящих от δ_E^2 или ее верхней оценки δ^2) для различного количества испытаний. Такие таблицы позволяют заранее определить минимально необходимое число ис-

пытаний, для которых оценки коэффициентов θ_j (кроме, возможно, θ_0) находятся с приемлемой для практики точностью.

Примечание. Очевидно, чем больше длина интервала изменений аргумента x , тем меньше минимально необходимое число испытаний.

МНОГОМЕРНЫЙ СЛУЧАЙ

Возможность для одномерного случая практически гарантировано находить степень полинома линии регрессии и вычислять с допустимой вероятностью с заданной погрешностью коэффициенты этого полинома позволяют предложить достаточно эффективную процедуру восстановления многомерной полиномиальной линии регрессии (при условии реализации активного эксперимента).

Пусть многомерная модель задается в виде

$$y(\bar{x}) = \sum_{\forall (i_1, \dots, i_t) \in K} \sum_{\forall (j_1, \dots, j_t) \in K(i_1, \dots, i_t)} b_{i_1, \dots, i_t}^{j_1, \dots, j_t} (x_{i_1})^{j_1} (x_{i_2})^{j_2} \dots (x_{i_t})^{j_t} + E, \quad (18)$$

где $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)^t$ — детерминированный вектор входных переменных; x_i — i -я компонента вектора \bar{x} ; $b_{i_1, \dots, i_t}^{j_1, \dots, j_t}$ — неизвестные коэффициенты; j_l — натуральные числа; j_l, i_l — натуральные индексы из множества $\{1, \dots, n\}$; E — случайная величина с нулевым математическим ожиданием и ограниченной неизвестной дисперсией δ_E^2 (как и в одномерном случае может быть известна верхняя оценка δ_E^2).

Модель (18) является избыточной (возможно, некоторые из коэффициентов $b_{i_1, \dots, i_t}^{j_1, \dots, j_t}$ равны нулю). Для удобства линию регрессии модели (18) представим иначе.

$$\sum_{l=1}^n \sum_{\forall (i_1, \dots, i_t) \in K_l} \sum_{\forall (j_1, \dots, j_t) \in K_l(i_1, \dots, i_t)} b_{i_1, \dots, i_t}^{j_1, \dots, j_t} (x_{i_1})^{j_1} (x_{i_2})^{j_2} \dots (x_{i_t})^{j_t}. \quad (19)$$

Составляющие

$$\sum_{\forall (i_1, \dots, i_t) \in K_1} \sum_{\forall (j_1, \dots, j_t) \in K_1(i_1, \dots, i_t)} b_{i_1, \dots, i_t}^{j_1, \dots, j_t} (x_{i_1})^{j_1} (x_{i_2})^{j_2} \dots (x_{i_t})^{j_t} \quad (20)$$

содержат все слагаемые из (18), в каждое из которых входит компонента x_1 .

Составляющие

$$\sum_{\forall (i_1, \dots, i_t) \in K_l} \sum_{\forall (j_1, \dots, j_t) \in K_l(i_1, \dots, i_t)} b_{i_1, \dots, i_t}^{j_1, \dots, j_t} (x_{i_1})^{j_1} (x_{i_2})^{j_2} \dots (x_{i_t})^{j_t}, \quad l = \overline{2, n} \quad (21)$$

содержат все слагаемые из (18), в каждое из которых входит компонента x_l , за исключением тех составляющих, которые вошли в (20) и (21) для

$$\forall (i_1, \dots, i_t) \in K_m, \quad \forall (j_1, \dots, j_t) \in K_m(i_1, \dots, i_t), \quad m = \overline{1, l-1}.$$

Рассмотрим составляющую (20).

Обозначим $M_j^1, j = \overline{1, n_1}$ количество слагаемых, каждое из которых содержит x_1 в j -й степени.

$M^1 = \max_j M_j^1, j = \overline{1, n_1}, n_1$ — максимальная степень полинома от переменной x_1 .

Фиксируем M^1 наборов значений компонент $x_2^s, \dots, x_n^s, s = \overline{1, M^1}$. На числа $x_i^s, i = \overline{2, n}, s = \overline{1, M^1}$ накладывается единственное условие — определенные ниже квадратные матрицы должны быть невырожденными.

Реализуем M^1 экспериментов, в каждом из которых (s -м $s = \overline{1, M^1}$) переменные x_2, \dots, x_n принимают фиксированные значения $x_i^s (i = \overline{2, n})$, а x_1 изменяется, как при построении одномерной полиномиальной регрессии. При фиксированных значениях переменных x_2, \dots, x_n в s -м эксперименте ($s = \overline{1, M^1}$) многомерная линия регрессии превращается в полином от переменной x_1 степени n_1 .

Для каждого s -го эксперимента ($s = \overline{1, M^1}$) находим (16) значения дисперсий $D\hat{\theta}_j^s, j = \overline{1, n_1}$ и эти числа ранжируем по возрастанию их значений при фиксированном j . Получим n_1 проранжированных последовательностей оценок коэффициентов $\theta_j^{s_1}, \dots, \theta_j^{s_{M^1}} (j = \overline{1, n_1})$.

Эти результаты позволяют сформировать n_1 систем линейных уравнений, решениями которых являются значения всех коэффициентов $b_{i_1 \dots i_t}^{j_1 \dots j_t}$ в выражении (20).

Действительно, в каждом из s экспериментов неизвестные коэффициенты $\theta_j^s (j = \overline{1, n_1})$ одномерной полиномиальной регрессии степени n_1 от переменной x_1 определяются следующим образом: необходимо из всех членов выражения (содержащих переменную x_1 в степени j) вынести x_1^j . Полученное выражение для θ_j^s содержит только M_j^1 неизвестных коэффициентов вида $b_{i_1 \dots i_t}^{j_1 \dots j_t}$, так как в каждом s -м эксперименте при изменении значений переменной x_1 переменные $x_i, i = \overline{2, n}$ принимают одно и то же фиксированное значение $x_i^s, i = \overline{2, n}$. Таким образом, при построении системы линейных уравнений для нахождения M_1^1 коэффициентов вида $b_{i_1 \dots i_t}^{j_1 \dots j_t}$ надо использовать M_1^1 чисел $\hat{\theta}_1^{s_1}, \dots, \hat{\theta}_1^{s_{M^1}}$ (они имеют наименьшую дисперсию).

Для определения верхних статистических оценок точности нахождения M_1^1 коэффициента вида $b_{i_1 \dots i_t}^{j_1 \dots j_t}$ полученную систему линейных уравнений условно запишем так:

$$A \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{M_1^1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\theta}_1^{s_1} \\ \vdots \\ \hat{\theta}_1^{s_{M_1^1}} \end{pmatrix}, \quad (22)$$

где $x_i, i = \overline{1, M_1^1}$ — переменные (соответствующие M_1^1 переменным вида $b_{i_1 \dots i_t}^{j_1 \dots j_t}$).

Оценки $\hat{\theta}_1^{s_l}, l = \overline{1, M_1^1}$ с заданной статистически значимой вероятностью p оценивают $\theta_1^{s_l}$ с погрешностью, по модулю не превышающей чисел $\Delta_1^{s_l}, l = \overline{1, M_1^1}$. Тогда с вероятностью p максимальная величина погрешности нахождения точных значений M_1^1 соответствующих коэффициентов $b_{i_1 \dots i_t}^{j_1 \dots j_t}$ имеет вид

$$\max_{j=\overline{1, M_1^1}} \left\{ \max \left(\sum^{(+)} a_{jl}^{-1} \Delta_1^{s_l}, \sum^{(-)} |a_{jl}^{-1}| \Delta_1^{s_l} \right) \right\}, \quad (23)$$

где $\sum^{(+)} a_{jl}^{-1} \Delta_1^{s_l}$ берется по всем $l = \overline{1, M_1^1}$, для которых $a_{jl}^{-1} \geq 0$; $\sum^{(-)} |a_{jl}^{-1}| \Delta_1^{s_l}$ берется по всем $l = \overline{1, M_1^1}$, для которых $a_{jl}^{-1} < 0$; a_{jl}^{-1} — jl -й элемент матрицы A^{-1} .

Как указывалось выше, предполагается $x_i^s, i = \overline{2, n}, s = \overline{1, M_1^1}$ выбраны так, что матрица A^{-1} существует.

Аналогично строятся системы линейных уравнений (правыми частями которых являются столбцы $(\hat{\theta}_1^{s_1}, \dots, \hat{\theta}_1^{s_{M_1^1}})^{n_1}, l = \overline{2, n_1}$) для нахождения остальных коэффициентов $b_{i_1 \dots i_t}^{j_1 \dots j_t}$ из выражения (20). Аналогично строятся все оценки вида (23).

Процедуры нахождения всех неизвестных коэффициентов $b_{i_1 \dots i_t}^{j_1 \dots j_t}$ из выражений (21) для $l = \overline{2, n_1}$ полностью повторяют процедуру, изложенную для выражения (20).

Оценка константы в выражении (18) может быть получена как среднее арифметическое по всем проведенным испытаниям разностей $y_i - (\hat{y}(\bar{x}_i) - \theta_0)$, где y_i — значение выходной переменной модели, когда на вход подается векторное значение \bar{x}_i , а $\hat{y}(\bar{x}_i) - \theta_0$ — значение выражения (19) для x_i , из которого исключен коэффициент θ_0 , и вместо $b_{i_1 \dots i_t}^{j_1 \dots j_t}$ подставлены их оценки.

Если верхняя оценка δ_E^2 неизвестна, то ее можно эффективно оценить как среднее арифметическое оценок δ_E^2 (11) по всем одномерным регрессиям.

ОБОБЩЕНИЯ

1. Очевидно, что полученные результаты применимы для случая, когда выражение (18) вместо переменных x_1, \dots, x_n содержит переменные z_1, \dots, z_m , $m < n$, где $z_j = f_j(\bar{x}_j)$, $j = \overline{1, m}$, а компонентами векторов \bar{x}_j являются компоненты вектора \bar{x} , и множества компонент векторов \bar{x}_j , $j = \overline{1, m}$ не пересекаются; f_j — непрерывные функции, ограниченные при ограниченных значениях своих аргументов.

2. Задача построения многомерной регрессии очевидным образом обобщается на случай, когда при построении одномерных регрессий на модель действуют разные случайные величины E_l (l номер одномерной регрессии), $ME_l = 0$, $DE_l = \delta_{E_l}^2 < \infty$. В общем виде распределения случайных величин E_l (при фиксированном l) могут не совпадать между собой. Анализ формул (9), (10), (16) показывает, что при построении одномерных регрессий в экспериментах на регрессионную модель аддитивно могут воздействовать независимые случайные величины E_l с различными распределениями, имеющие нулевые математические ожидания и одинаковые дисперсии для фиксированного l . Для разных l дисперсий $\delta_{E_l}^2$ могут быть различными.

Пример 2 (многомерная регрессия).

Исходная модель линии регрессии задается в виде избыточного полинома

$$y = 12 + 11x_1 + 10x_2 + 9x_3 + 8x_1x_2 + 7x_1^2 + 6x_1x_3 + 5x_1x_3^2 + 4x_2x_3^2 + 0 \cdot x_1^3x_2^2 + 0 \cdot x_1^2x_2 + 0 \cdot x_1x_2x_3 + E. \quad (24)$$

Обозначим $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{11}$ коэффициенты линии регрессии, которые считаются неизвестными. E — случайная величина, имеющая нормальное распределение $ME = 0$, $\delta_E = 50$.

В этом примере $K_1 = \{1; 1,2; 1,3; 1,2,3\}$; $K_1(1) = 1$; $K_1(1,2) = \{1,1; 3,2; 2,1\}$; $K_1(1,3) = \{1,1\}$; $K(1,2,3) = \{1,1,1\}$. Аналогично определяются все K_l , $K_l(i_1, \dots, i_t)$, $l = \overline{2,3}$.

Для переменной x_1 последовательно фиксируются следующие значения переменных x_2, x_3 : $x_2 = 3,39877$, $x_3 = 9,36811$; $x_2 = 9,97516$; $x_3 = 0,137846$; $x_2 = -2,87215$; $x_3 = 8,77249$; $x_2 = 9,44462$; $x_3 = 0,158521$; $x_2 = -4,05535$; $x_3 = 5,95574$.

Для каждого набора значений переменных x_2, x_3 восстанавливается одномерная регрессия от переменной x_1 , коэффициенты которой позволяют составить такие системы:

- из пяти равенств для нахождения коэффициентов $a_1, a_4, a_6, a_7, a_{11}$ (коэффициенты в (24) при x_1 в первой степени);
- из двух равенств для нахождения коэффициентов a_5, a_{10} (коэффициенты в (24) при x_1 во второй степени);

Таблица 3. Оценки коэффициентов

Количество испытаний, <i>n</i>	Исходные коэффициенты											
	12	11	10	9	8	7	6	5	4	0	0	
	Оценки коэффициентов											
10	40,9921	14,8957	7,66171	9,51358	8,33979	6,98053	6,29187	4,91568	4,0234	9,4976·10 ⁻⁷	-0,0036328	-0,0036328
50	12,2543	10,9678	10,0237	8,99369	8,00568	7,00012	6,00292	5,00013	3,99847	-1,10744·10 ⁻⁷	-1,73976·10 ⁻⁵	-0,000546877
60	12,6497	11,0074	10,0012	8,99711	7,99925	6,99927	6,00036	4,99981	4,00002	-6,07745·10 ⁻⁹	-0,000195548	-9,70067·10 ⁻⁵
70	12,3904	11,0119	10,011	8,99026	7,99915	6,99996	5,99956	4,99947	3,99985	-2,53199·10 ⁻⁷	-5,09079·10 ⁻⁵	0,000156464
80	16,0301	10,974	9,49174	9,01362	7,98281	7,00023	6,00584	4,99965	4,0099	1,62543·10 ⁻⁶	0,00010457	0,00248905
90	12,451	10,8906	10,0072	8,84522	7,9847	7,00009	5,98836	5,00147	3,99982	-2,44712·10 ⁻⁷	9,15582·10 ⁻⁶	-0,00280861
100	12,0322	10,989	9,97153	9,00068	8,00138	7,00074	6,00055	5,0004	4,00003	-4,14521·10 ⁻⁸	0,000120744	0,000133714
110	12,5814	11,0148	9,96272	9,02955	7,99795	7,00002	5,99788	4,99986	4,00069	-2,19275·10 ⁻⁸	6,60417·10 ⁻⁶	0,000388347
120	12,0329	10,9907	10,0025	8,99546	8,00007	6,99995	5,99918	5,00037	3,99996	2,15863·10 ⁻⁸	-2,63362·10 ⁻⁷	9,69276·10 ⁻⁵
130	11,1961	10,9948	9,99605	8,97468	7,99934	7,00009	5,99646	4,99949	4,00176	1,42098·10 ⁻⁷	6,51219·10 ⁻⁶	0,00025512
140	10,3128	10,9497	10,0357	8,99633	8,003	6,99987	6,00393	5,0031	3,9997	2,22283·10 ⁻⁷	1,15009·10 ⁻⁵	-0,00312126
150	11,9329	11,0049	10,013	8,99544	8,00027	7,00014	6,00043	4,99998	3,99983	-1,04791·10 ⁻⁵	4,08502·10 ⁻⁵	2,48244·10 ⁻⁵
160	10,3259	11,0211	9,99883	9,12786	8,00483	6,99923	5,98763	5,00139	4,00048	1,24217·10 ⁻⁷	-0,000129896	-0,00137244
170	17,7601	10,9917	10,1205	9,00723	7,99704	6,99985	6,00636	5,00079	3,99445	-3,96317·10 ⁻⁷	-8,84427·10 ⁻⁶	-0,000230362
180	12,1722	11,0066	9,99337	8,99589	8,00038	6,99985	6,00097	4,99975	4,00019	-3,13437·10 ⁻⁷	-3,38322·10 ⁻⁵	-6,88005·10 ⁻⁵
190	11,658	10,9904	10,0252	9,01683	8,00071	7,00002	5,99723	4,99979	3,99829	-2,6893·10 ⁻⁸	-1,7055·10 ⁻⁵	1,57857·10 ⁻⁵
200	12,545	10,897	9,9477	8,56488	7,98017	7,00054	5,98627	4,99466	4,02602	0,000117637	-0,000981739	0,0113098
210	4,81084	10,9763	9,75834	7,87872	8,01347	6,99998	5,97052	4,98954	4,00278	-2,00435·10 ⁻⁷	-2,14216·10 ⁻⁶	0,017214
220	13,0731	10,9937	10,0863	9,03774	8,0098	6,99992	6,00147	5,0003	3,99585	-1,01319·10 ⁻⁷	-1,65513·10 ⁻⁶	0,00133661
230	12,9133	10,9997	10,0019	9,03141	7,99923	6,99996	5,99996	4,99892	4,00002	-6,88059·10 ⁻⁷	9,57041·10 ⁻⁶	0,000462845
240	15,951	11,0006	10,0061	9,0079	7,99844	7,00017	5,99809	4,99994	3,99547	1,64937·10 ⁻⁷	-2,37061·10 ⁻⁵	0,000364645
250	11,9927	11,0092	9,9913	9,00235	8,00143	7,00003	6,00083	4,99956	4,00022	-5,37852·10 ⁻⁸	-1,22701·10 ⁻⁶	-0,000401564

• из одного равенства для нахождения a_9 (коэффициент в (24) при x_1 в третьей степени).

Для переменной x_2 фиксируются значения переменных x_1, x_3 : $x_1 = 1,63987$; $x_3 = 8,68112$; $x_1 = -7,02188$; $x_3 = -2,30255$. Восстанавливаются две одномерные регрессии от переменной x_2 . Составляется система из двух равенств для коэффициентов a_2, a_8 (коэффициенты в (24) при x_2 в первой степени). Находятся a_2 и a_8 . Для фиксированных переменных $x_1 = 6,40309$; $x_2 = 0,175851$ строится одномерная регрессия от переменной x_3 . Коэффициентом при x_3 в первой степени является a_3 . Последним находится коэффициент a_0 .

В табл. 3 приведены оценки точных коэффициентов многомерной регрессии, полученные для разного количества экспериментов (n) для каждой одномерной регрессии.

ВЫВОДЫ

Приведен конструктивный метод восстановления многомерной полиномиальной регрессии, представленной избыточным описанием. Показано, что при использовании нормированных ортогональных полиномов Форсайта эту задачу можно свести к последовательности задач восстановления одномерных регрессий и решению систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами. На основе анализа проведенных вычислительных экспериментов приведены конкретные практические рекомендации по использованию предложенного метода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука, 1976. — 280 с.
2. Айвазян С.А. Многомерный статистический анализ // Математическая энциклопедия / Под ред. И.М. Виноградова. — М.: Статистика, 1982. — Т. 3. — С. 732–738.
3. Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ / Пер. с англ. Ю.Ф. Кичатова. Под ред. Б.В. Гнеденко. — М.: Физматгиз, 1963. — 500 с.
4. Еришов А.А. Стабильные методы оценки параметров: Обзор // Автоматика и телемеханика. — 1978. — № 8. — С. 66–100.
5. Колмогоров А.Н. К обоснованию метода наименьших квадратов // Успехи математических наук. — 1946. — Т. 1. — Вып. 1. — С. 57–70.
6. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений / Пер. с англ. Х.Д. Икрамова. — М.: Мир, 1980. — 280 с.
7. Радченко С.Г. Устойчивые методы оценивания статистических моделей. — Киев: ПП «Санспарель», 2005. — 504 с.
8. Дрейпер Норманн Р., Смит Гарри. Прикладной регрессионный анализ: 3-е изд. / Пер. с англ. — М.: Изд. дом «Вильямс», 2007. — 912 с.
9. Худсон Д. Статистика для физиков. — М.: Мир, 1970. — 186 с.
10. Forsythe G. // *Sos. Ind. Appl. Math.* — 1957. — № 5. — С. 74.
11. Павлов А.А., Чеховский А.В. Сведение задачи построения многомерной регрессии к последовательности одномерных задач // *Вісн. НТУУ «КПІ». Інформатика, управління та обчислювальна техніка.* — 2008. — № 48. — С. 18–20.

Поступила 03.06.2008

ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТИ ПРИ ИТЕРАТИВНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИСКРЕТНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ

В.Ф. ГУБАРЕВ, А.О. ЖУКОВ

Проводится выявление и аналитическое обоснование общих условий идентифицируемости дискретных стационарных систем с простыми модами на основе анализа общего выражения отклика рассматриваемого класса систем с жордановой формой матрицы состояния. Доказывается, что наибольшую информативность по отношению к возбуждаемым модам имеет прямоугольный импульс либо периодическое возбуждение в зависимости от добротности колебательного контура.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в теории идентификации многомерных динамических систем наиболее актуальными и малоисследованными являются задачи системной идентификации в условиях ограниченной неопределенности исходных данных [3]. Для решения такого класса задач наиболее целесообразно применять итеративный подход, разработанный в [1, 2] для систем с непрерывным временем. В условиях отсутствия дополнительной априорной информации о каких-либо вероятностных характеристиках шума восстановить полную модель рассматриваемой системы в принципе невозможно. Порядок же предельной по сложности аппроксимирующей модели определяется в первую очередь уровнем возмущений и структурой входных сигналов, используемых для возбуждения системы [4, 6]. В случае применения итеративного метода принципиальной является проблема обнаружения условий, при которых могут быть восстановлены те или иные моды системы, а также их совокупности. Цель данной статьи — обоснование общих условий идентифицируемости устойчивых дискретных стационарных систем с простыми модами.

ОБЩИЙ ВИД ОТКЛИКА МНОГОМЕРНОЙ ДИСКРЕТНОЙ СТАЦИОНАРНОЙ СИСТЕМЫ С ПРОСТЫМИ МОДАМИ

Для обеспечения наиболее удобного и простого вывода общих условий идентифицируемости будем работать с моделью, являющейся дискретным аналогом исходной непрерывной модели линейной стационарной системы в пространстве состояний

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + \xi, \\ y = Cx + Du + \eta. \end{cases} \quad (1)$$

Дифференциальное уравнение состояния может быть представлено в интегральном виде с помощью формулы Коши

$$x(t) = e^{tA} x_0 + \int_0^t e^{(t-\tau)A} Bu(\tau) d\tau + \int_0^t e^{(t-\tau)A} \xi(\tau) d\tau .$$

Следовательно, отклик системы

$$y(t) = Ce^{tA} x_0 + \int_0^t Ce^{(t-\tau)A} Bu(\tau) d\tau + Du(t) + w(t) ,$$

где результирующий шум, приведенный к выходу системы, имеет вид

$$w(t) = \int_0^t Ce^{(t-\tau)A} \xi(\tau) d\tau + \eta .$$

На основе выражения $x(t)$ осуществим временную дискретизацию исходной непрерывной во времени модели (1) при произвольном входном управляющем воздействии. Для произвольного периода дискретизации T имеем

$$\begin{aligned} x_k = x(kT) &= e^{kTA} x_0 + \int_0^{kT} e^{(kT-\tau)A} Bu(\tau) d\tau + \int_0^{kT} e^{(kT-\tau)A} \xi(\tau) d\tau , \\ x_{k+1} &= e^{(k+1)TA} x_0 + \int_0^{(k+1)T} e^{((k+1)T-\tau)A} Bu(\tau) d\tau + \int_0^{(k+1)T} e^{((k+1)T-\tau)A} \xi(\tau) d\tau = \\ &= e^{TA} \left(e^{kTA} x_0 + \int_0^{kT} e^{(kT-\tau)A} Bu(\tau) d\tau + \int_0^{kT} e^{(kT-\tau)A} \xi(\tau) d\tau \right) + \\ &+ \int_{kT}^{(k+1)T} e^{((k+1)T-\tau)A} Bu(\tau) d\tau + \int_{kT}^{(k+1)T} e^{((k+1)T-\tau)A} \xi(\tau) d\tau = \\ &= e^{TA} x_k + \int_0^T e^{\tau A} Bu((k+1)T - \tau) d\tau + \int_0^T e^{\tau A} \xi((k+1)T - \tau) d\tau . \end{aligned}$$

При достаточно малом значении величины шага квантования T управляющее воздействие $u(t)$ можно аппроксимировать кусочно-постоянным сигналом, т.е.

$$u(t) \approx u_k , \quad kT \leq t < (k+1)T , \quad (k \in \mathbf{N}) .$$

Следовательно, имеет место приближенная формула

$$\int_0^T e^{\tau A} Bu((k+1)T - \tau) d\tau \approx \left(\int_0^T e^{\tau A} B d\tau \right) u_k .$$

Поскольку здесь рассматриваются лишь системы с ненулевыми собственными значениями, то матрица A^{-1} всегда существует и имеет место формула

$$\int_0^T e^{\tau A} B d\tau = A^{-1} e^{\tau A} B \Big|_0^T = A^{-1} (e^{TA} - I) B .$$

Таким образом, дискретным аналогом исходной непрерывной модели (1) является модель

$$\begin{cases} x_{k+1} = \bar{A}x_k + \bar{B}u_k + \bar{\xi}_k, \\ y_k = Cx_k + Du_k + \eta_k, \end{cases} \quad (2)$$

где

$$x_k = \begin{pmatrix} x_k^{(1)} \\ x_k^{(2)} \\ \vdots \\ x_k^{(i)} \\ \vdots \\ x_k^{(n)} \end{pmatrix}, \quad u_k = \begin{pmatrix} u_k^{(1)} \\ u_k^{(2)} \\ \vdots \\ u_k^{(p)} \\ \vdots \\ u_k^{(m)} \end{pmatrix}, \quad y_k = \begin{pmatrix} y_k^{(1)} \\ y_k^{(2)} \\ \vdots \\ y_k^{(q)} \\ \vdots \\ y_k^{(l)} \end{pmatrix},$$

$$\begin{cases} \bar{A} = e^{TA}, \\ \bar{B} \approx A^{-1}(e^{TA} - I)B, \end{cases} \quad (3)$$

$$\bar{\xi}_k = \int_0^T e^{\tau A} \xi((k+1)T - \tau) d\tau.$$

При возбуждении системы импульсом, кусочно-постоянным на интервалах дискретизации, полученная приближенная формула для вычисления матрицы \bar{B} становится аналитически точной и справедливо выражение

$$x_k = \bar{A}^k x_0 + \sum_{s=1}^k \bar{A}^{s-1} \bar{B}u_{k-s} + \sum_{s=1}^k \bar{A}^{s-1} \bar{\xi}_{k-s}.$$

Следовательно,

$$y_k = C\bar{A}^k x_0 + \sum_{s=1}^k C\bar{A}^{s-1} \bar{B}u_{k-s} + Du_k + w_k.$$

Причем

$$w_k = \sum_{s=1}^k C\bar{A}^{s-1} \bar{\xi}_{k-s} + \eta_k.$$

При этом неопределенность предполагается ограниченной по амплитуде, т. е. $|w_k| \leq w^*$.

Далее матрицу состояния A будем считать представленной в канонической форме Жордана, ибо в этом случае обеспечиваются возможности:

- легко вычислить соответствующие экспоненциалы матрицы состояния системы, а также наиболее простыми соотношениями выразить коэффициенты разложения отклика через элементы матриц B и C ;
- реализовать итеративный метод последовательного восстановления каждой моды, независимо от других мод исследуемой системы.

Используя полученный дискретный аналог непрерывной модели, найдем разложение отклика системы с простыми модами по собственным функциям оператора, характеризующего идентифицируемую систему.

Для системы с n простыми действительными собственными числами, очевидно, имеют место следующие формулы для модели с непрерывным временем:

$$A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nm} \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{l1} & c_{l2} & \dots & c_{ln} \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{l1} & d_{l2} & \dots & d_{lm} \end{pmatrix}.$$

Из формул (3) следует, что в дискретном времени

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} e^{T\lambda_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{T\lambda_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{T\lambda_n} \end{pmatrix}, \quad \text{т.е. } \bar{\lambda}_i = e^{T\lambda_i},$$

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} b_{11} \frac{e^{T\lambda_1} - 1}{\lambda_1} & b_{12} \frac{e^{T\lambda_1} - 1}{\lambda_1} & \dots & b_{1m} \frac{e^{T\lambda_1} - 1}{\lambda_1} \\ b_{21} \frac{e^{T\lambda_2} - 1}{\lambda_2} & b_{22} \frac{e^{T\lambda_2} - 1}{\lambda_2} & \dots & b_{2m} \frac{e^{T\lambda_2} - 1}{\lambda_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} \frac{e^{T\lambda_n} - 1}{\lambda_n} & b_{n2} \frac{e^{T\lambda_n} - 1}{\lambda_n} & \dots & b_{nm} \frac{e^{T\lambda_n} - 1}{\lambda_n} \end{pmatrix}, \quad \text{т.е. } \bar{b}_{ij} = b_{ij} \frac{e^{T\lambda_i} - 1}{\lambda_i},$$

откуда

$$x_k = \begin{pmatrix} \bar{\lambda}_1^k x_0^{(1)} + \sum_{s=1}^k \bar{\lambda}_1^{s-1} \sum_{p=1}^m \bar{b}_{1p} u_{k-s}^{(p)} \\ \bar{\lambda}_2^k x_0^{(2)} + \sum_{s=1}^k \bar{\lambda}_2^{s-1} \sum_{p=1}^m \bar{b}_{2p} u_{k-s}^{(p)} \\ \vdots \\ \bar{\lambda}_n^k x_0^{(n)} + \sum_{s=1}^k \bar{\lambda}_n^{s-1} \sum_{p=1}^m \bar{b}_{np} u_{k-s}^{(p)} \end{pmatrix},$$

$$y_k = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n c_{1i} \bar{\lambda}_i^k x_0^{(i)} + \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^k \sum_{p=1}^m c_{1i} \bar{b}_{ip} \bar{\lambda}_i^{s-1} u_{k-s}^{(p)} + \sum_{p=1}^m d_{1p} u_k^{(p)} \\ \sum_{i=1}^n c_{2i} \bar{\lambda}_i^k x_0^{(i)} + \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^k \sum_{p=1}^m c_{2i} \bar{b}_{ip} \bar{\lambda}_i^{s-1} u_{k-s}^{(p)} + \sum_{p=1}^m d_{2p} u_k^{(p)} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n c_{li} \bar{\lambda}_i^k x_0^{(i)} + \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^k \sum_{p=1}^m c_{li} \bar{b}_{ip} \bar{\lambda}_i^{s-1} u_{k-s}^{(p)} + \sum_{p=1}^m d_{lp} u_k^{(p)} \end{pmatrix}.$$

С целью упрощения дальнейшего изложения положим $x_0 = 0$ и $D = 0$. Допустим, что возбуждение идентифицируемой системы осуществляется лишь по ее p -му входу, тогда как остальные входы тождественно равны нулю. В этом случае приведенные выше выражения вектора состояния системы и ее отклика примут следующий вид:

$$x_k = \begin{pmatrix} \bar{b}_{1p} \sum_{s=1}^k \bar{\lambda}_1^{s-1} u_{k-s}^{(p)} \\ \bar{b}_{2p} \sum_{s=1}^k \bar{\lambda}_2^{s-1} u_{k-s}^{(p)} \\ \vdots \\ \bar{b}_{np} \sum_{s=1}^k \bar{\lambda}_n^{s-1} u_{k-s}^{(p)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{1p} \frac{e^{T\lambda_1} - 1}{\lambda_1} \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T\lambda_1} u_{k-s}^{(p)} \\ b_{2p} \frac{e^{T\lambda_2} - 1}{\lambda_2} \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T\lambda_2} u_{k-s}^{(p)} \\ \vdots \\ b_{np} \frac{e^{T\lambda_n} - 1}{\lambda_n} \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T\lambda_n} u_{k-s}^{(p)} \end{pmatrix},$$

$$y_k = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n c_{1i} \bar{b}_{ip} \sum_{s=1}^k \bar{\lambda}_i^{s-1} u_{k-s}^{(p)} \\ \sum_{i=1}^n c_{2i} \bar{b}_{ip} \sum_{s=1}^k \bar{\lambda}_i^{s-1} u_{k-s}^{(p)} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n c_{li} \bar{b}_{ip} \sum_{s=1}^k \bar{\lambda}_i^{s-1} u_{k-s}^{(p)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n c_{1i} b_{ip} \frac{e^{T\lambda_i} - 1}{\lambda_i} \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T\lambda_i} u_{k-s}^{(p)} \\ \sum_{i=1}^n c_{2i} b_{ip} \frac{e^{T\lambda_i} - 1}{\lambda_i} \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T\lambda_i} u_{k-s}^{(p)} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n c_{li} b_{ip} \frac{e^{T\lambda_i} - 1}{\lambda_i} \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T\lambda_i} u_{k-s}^{(p)} \end{pmatrix}.$$

Итак, при возбуждении лишь p -го входа идентифицируемой системы и нулевых значениях остальных входов, на каждом из ее q -х выходов будем наблюдать некоторый сигнал, детерминированная часть которого определяется выражением

$$y_k^{(q)} = \sum_{i=1}^n c_{qi} b_{ip} \frac{e^{T\lambda_i} - 1}{\lambda_i} \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T\lambda_i} u_{k-s}^{(p)}, \quad (q = \overline{1, l}). \quad (4)$$

Как видно из полученной формулы, при возбуждении лишь p -го входа системы в структуру q -го выхода входят элементы q -й вектор-строки

$$c_{q\cdot} = (c_{q1} c_{q2} \dots c_{qn}) \text{ матрицы } C \text{ и } p\text{-го вектор-столбца } b_{\cdot p} = \begin{pmatrix} b_{1p} \\ b_{2p} \\ \vdots \\ b_{np} \end{pmatrix} \text{ матрицы } B.$$

Для системы с n парами простых комплексно-сопряженных собственных чисел $(\lambda_1, \lambda_1^*), \dots, (\lambda_n, \lambda_n^*)$ имеем

$$b_{:,p} = \begin{pmatrix} b_{1p} \\ b_{1p}^* \\ \vdots \\ b_{np} \\ b_{np}^* \end{pmatrix}, \quad c_{q,:} = (c_{q1} \ C_{q1}^* \ \dots \ c_{qn} \ C_{qn}^*).$$

Введем следующие обозначения: $z_i = c_{qi} b_{ip} \frac{e^{\tau \lambda_i} - 1}{\lambda_i}, \forall i = \overline{1, n}$,

$$\begin{cases} \operatorname{Re} z_i = z_i^{(1)} \\ \operatorname{Im} z_i = z_i^{(2)} \end{cases}, \quad \begin{cases} \operatorname{Re} \lambda_i = \alpha_i \\ \operatorname{Im} \lambda_i = \beta_i \end{cases}, \quad \begin{cases} \operatorname{Re} b_{ip} = b_{ip}^{(1)} \\ \operatorname{Im} b_{ip} = b_{ip}^{(2)} \end{cases}, \quad \begin{cases} \operatorname{Re} c_{qi} = c_{qi}^{(1)} \\ \operatorname{Im} c_{qi} = c_{qi}^{(2)} \end{cases}.$$

Исходя из формулы (4),

$$\begin{aligned} y_k^{(q)} &= \sum_{i=1}^n z_i \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T\lambda_i} u_{k-s}^{(p)} + \sum_{i=1}^n z_i^* \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T\lambda_i^*} u_{k-s}^{(p)} = \\ &= 2 \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^k \operatorname{Re} z_i e^{(s-1)T\lambda_i} u_{k-s}^{(p)} = \\ &= 2 \sum_{i=1}^n \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T\alpha_i} \left(z_i^{(1)} \cos((s-1)T\beta_i) - z_i^{(2)} \sin((s-1)T\beta_i) \right) u_{k-s}^{(p)}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{cases} z_i^{(1)} = \operatorname{Re} z_i = \frac{1}{\alpha_i^2 + \beta_i^2} \left(e^{T\alpha_i} (\gamma_i^{(1)} \cos T\beta_i - \gamma_i^{(2)} \sin T\beta_i) - \gamma_i^{(1)} \right), \\ z_i^{(2)} = \operatorname{Im} z_i = \frac{1}{\alpha_i^2 + \beta_i^2} \left(e^{T\alpha_i} (\gamma_i^{(1)} \sin T\beta_i + \gamma_i^{(2)} \cos T\beta_i) - \gamma_i^{(2)} \right). \end{cases}$$

При этом

$$\begin{cases} \gamma_i^{(1)} = \operatorname{Re} \lambda_i^* c_{qi} b_{ip} = \alpha_i (c_{qi}^{(1)} b_{ip}^{(1)} - c_{qi}^{(2)} b_{ip}^{(2)}) + \beta_i (c_{qi}^{(2)} b_{ip}^{(1)} - c_{qi}^{(1)} b_{ip}^{(2)}), \\ \gamma_i^{(2)} = \operatorname{Im} \lambda_i^* c_{qi} b_{ip} = \alpha_i (c_{qi}^{(2)} b_{ip}^{(1)} - c_{qi}^{(1)} b_{ip}^{(2)}) + \beta_i (c_{qi}^{(1)} b_{ip}^{(1)} - c_{qi}^{(2)} b_{ip}^{(2)}). \end{cases}$$

$$\sqrt{(\gamma_i^{(1)})^2 + (\gamma_i^{(2)})^2} = |\lambda_i| |c_{qi}| |b_{ip}|.$$

Введя для каждой пары комплексно-сопряженных мод (λ_i, λ_i^*) вспомогательный параметр φ_i , удовлетворяющий соотношениям

$$\begin{cases} \cos \varphi_i = \frac{\gamma_i^{(1)}}{\sqrt{(\gamma_i^{(1)})^2 + (\gamma_i^{(2)})^2}}, \\ \sin \varphi_i = \frac{\gamma_i^{(2)}}{\sqrt{(\gamma_i^{(1)})^2 + (\gamma_i^{(2)})^2}}, \end{cases}$$

получаем

$$\begin{cases} z_i^{(1)} = \frac{|c_{qi}||b_{ip}|}{|\lambda_i|} \left(e^{T\alpha_i} \cos(\varphi_i + T\beta_i) - \cos \varphi_i \right) \\ z_i^{(2)} = \frac{|c_{qi}||b_{ip}|}{|\lambda_i|} \left(e^{T\alpha_i} \sin(\varphi_i + T\beta_i) - \sin \varphi_i \right) \end{cases}$$

Исходя из приведенных выше формул, окончательно запишем следующее выражение отклика системы с простыми комплексно-сопряженными модами:

$$y_k^{(q)} = 2 \sum_{i=1}^n u^* \frac{|c_{qi}||b_{ip}|}{|\lambda_i|} \times \sum_{s=1}^k \left(e^{sT\alpha_i} \cos(\varphi_i + sT\beta_i) - e^{(s-1)T\alpha_i} \cos(\varphi_i + (s-1)T\beta_i) \right) \bar{u}_{k-s}^{(p)}, \quad (5)$$

где u^* — ограничение на максимально допустимую абсолютную величину управляющего воздействия $|u_k^{(p)}| \leq u^*$, которое часто возникает в практических задачах и обусловлено имеющимися в распоряжении экспериментатора ограниченными ресурсными возможностями по управлению, а также потенциальной возможностью возникновения нелинейных эффектов в системе вследствие нарушения допустимого порога по управлению, что приводит к невозможности описания динамики системы линейной аппроксимирующей моделью

$$\bar{u}_k^{(p)} = \frac{u_k^{(p)}}{u^*} \in [-1, 1].$$

Заметим, что формула (4) отклика системы с простыми действительными модами при $\beta_i = 0$, $\cos \varphi_i = \pm 1$ и отсутствии числового коэффициента 2 может рассматриваться в качестве частного случая формулы (5).

УСЛОВИЯ ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТИ ОТДЕЛЬНО РАССМАТРИВАЕМОЙ ПАРЫ КОМПЛЕКСНО-СОПРЯЖЕННЫХ МОД

Исследуем необходимые условия идентифицируемости i -й пары комплексно-сопряженных мод.

$$y_{i,k}^{(q)} = 2u^* \frac{|b_i||c_i|}{|\lambda_i|} \sum_{s=1}^k \left(e^{sT\alpha_i} \cos(\varphi_i + sT\beta_i) - e^{(s-1)T\alpha_i} \cos(\varphi_i + (s-1)T\beta_i) \right) \bar{u}_{k-s}^{(p)}.$$

При наличии ограниченной по абсолютной величине неопределенности и отсутствии дополнительной априорной информации о каких-либо ее вероятностных характеристиках полезными для идентификации являются, очевидно, лишь те участки суммарного отклика системы, в которых детерминированная часть сигнала по своей абсолютной величине существенно превосходит максимально допустимую величину неопределенности w^* . По-

этому слишком малая величина коэффициента $g = u^* \frac{|c_{qi}| |b_{ip}|}{|\lambda_i|}$, при которой отклик по своей абсолютной величине становится сравнимым с величиной шума w^* , приведет к физической невозможности восстановления i -й моды на q -м выходе.

Таким образом, необходимыми условиями идентифицируемости моды являются ее управляемость ($|b_{ip}| \neq 0$) и наблюдаемость ($|c_{qi}| \neq 0$).

Заметим, что мода, ненаблюдаемая на одном выходе, может оказаться наблюдаемой на другом.

Для системы с простыми действительными модами необходимые условия идентифицируемости аналогичны рассмотренному выше случаю комплексно-сопряженных мод.

Кроме того, идентифицируемость моды потенциально может быть улучшена за счет выбора информативного по отношению к ней управляющего воздействия, при котором отклик данной моды в суммарном отклике рассматриваемой системы существенно превысит по абсолютной величине максимально допустимый уровень неопределенности w^* .

В сущности, задача выбора информативного возбуждающего воздействия при ограничениях $|\bar{u}_k^{(p)}| \leq 1$ является задачей линейного программирования. Следовательно, максимум $|y_{ik}^{(q)}|$ может достигаться лишь на множестве угловых точек допустимого гиперкуба, когда выполняются условия

$$\forall s = \overline{1, k} \quad |u_s| = u^* .$$

Неравенство треугольника для выражения $y_{i,k}$ показывает, что наиболее благоприятным для максимизации отклика по абсолютной величине является лишь тот случай, когда последовательность косинусов, а значит, и управлений, являются знакопередающимися. Поскольку аргументы косинусов соседних слагаемых отличаются друг от друга на величину $T\beta_i$, для обеспечения чередования знаков косинусов период дискретизации T целесообразно выбирать из условия $T\beta_i = \pi$, т. е. $T = \frac{\pi}{\beta_i}$.

При этом в случае использования периодического знакопередающегося возбуждения достигается следующее абсолютное значение отклика:

$$Y_1 = |y_{i,k}^*| = 2u^* \frac{|b_i| |c_i|}{|\lambda_i|} |\cos \varphi_i| \left(\exp\left(\pi \frac{\alpha_i}{\beta_i}\right) + 1 \right) \frac{\left| \exp\left(k\pi \frac{\alpha_i}{\beta_i}\right) - 1 \right|}{\left| \exp\left(\pi \frac{\alpha_i}{\beta_i}\right) - 1 \right|} .$$

При использовании же прямоугольного импульса достигается меньшее абсолютное значение отклика

$$Y_2 = 2u^* \frac{|b_i||c_i|}{|\lambda_i|} \left| \cos \varphi_i \right| \left| \exp \left(k\pi \frac{\alpha_i}{\beta_i} \right) - 1 \right|, \quad Y_2 < Y_1.$$

Учитывая отрицательность величины α_i очевидно, что при плохой добротности колебаний, когда $\left| \frac{\alpha}{\beta} \right| \gg 1$, получаем $Y_1 \approx Y_2$. Следовательно, применение периодического знакопеременного возбуждения не дает существенного выигрыша при низкой добротности колебаний.

В случае же действительной моды, когда $\beta_i = 0$ и $|\cos \varphi_i| = 1$, выбор величины T не влияет на знаки слагаемых отклика, и, следовательно, в случае чисто экспоненциальных систем наиболее информативным является прямоугольный импульс максимально допустимой в условиях идентификационного эксперимента амплитуды u^* и длительности k .

$$\begin{cases} (u_0^*, u_1^*, \dots, u_{k-1}^*) = (u^*, u^*, \dots, u^*), \\ (u_0^*, u_1^*, \dots, u_{k-1}^*) = (-u^*, -u^*, \dots, -u^*). \end{cases}$$

Достижимое при этом максимальное значение модуля отклика определяется, очевидно, формулой

$$|y_{i,k}^*| = u^* \frac{|b_i||c_i|}{|\lambda_i|} \left| e^{kT\lambda_i} - 1 \right| \xrightarrow{k \rightarrow +\infty} u^* \frac{|b_i||c_i|}{|\lambda_i|}.$$

Отметим, что хотя в случае высокой добротности колебаний наиболее информативным является периодическое возбуждение, на практике, тем не менее, использование его невозможно, ибо оно предполагает знание неизвестного априори параметра β_i . Таким образом, в любых случаях идентификационный эксперимент целесообразно начинать с применения прямоугольного импульса максимально возможной амплитуды и длительности. Далее, по мере уточнения оценок неизвестных параметров может применяться периодическое знакопеременное возбуждение.

Перейдем к исследованию проблемы идентифицируемости совокупности мод. Необходимость ее исследования обусловлена тем, что, даже если некоторые отдельно рассматриваемые моды исследуемой системы и удовлетворяют установленным выше условиям идентифицируемости, в общем отклике системы за счет его аддитивной структуры, моды с близкими собственными числами могут стать трудно различимыми и рассматриваться как одна мода.

В самом деле, сумма двух пар комплексно-сопряженных мод с близкими собственными числами представима в следующем виде:

$$\begin{aligned} y_k^q = & \left(z_1 \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T\lambda_i} u_{k-s}^{(p)} + z_1^* \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T\lambda_i^*} u_{k-s}^{(p)} \right) + \\ & + \left(z_2 \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T(\lambda_i + \Delta\lambda_i)} u_{k-s}^{(p)} + z_2^* \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T(\lambda_i + \Delta\lambda_i)^*} u_{k-s}^{(p)} \right) = \end{aligned}$$

$$= \left((z_1 + z_2) \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T\lambda_i} u_{k-s}^{(p)} + (z_1^* + z_2^*) \sum_{s=1}^k e^{(s-1)T\lambda_i^*} u_{k-s}^{(p)} \right) + 2 \sum_{s=1}^k (s-1)T \operatorname{Re} \left((\Delta\lambda_i) z_2 e^{(s-1)T\lambda_i} \left(1 + \frac{1}{2!} (s-1)T\Delta\lambda_i + \dots \right) \right) u_{k-s}^{(p)}.$$

Как видно из приведенного выражения, отклик двух пар комплексно-сопряженных мод представим в виде суммы двух сигналов. Первый сигнал соответствует паре мод (λ_i, λ_i^*) , а второй — приращениям собственных чисел и при малом значении величины $|\Delta\lambda_i|$ становится не различимым на фоне шума.

ОПИСАНИЕ МЕТОДА ИТЕРАТИВНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

В [1, 2] разработаны и обоснованы основные процедуры метода итеративной идентификации многомерных стационарных линейных систем с непрерывным временем. Основная идея предложенного метода состоит в восстановлении аппроксимирующей модели через последовательность субмоделей, составляющих отдельные части искомой модели. Метод итеративной идентификации предполагает восстановление матрицы A в блочно-диагональной жордановой форме. Если возбуждающие воздействия подаются отдельно на каждый r -й вход при нулевых значениях остальных, то отклик системы на m -м выходе можно представить в виде уравнения

$$y_m^{(\gamma)}(t) = \sum_{p=1}^P \sum_{j=1}^{n_p} \int_0^t \frac{(t-\tau)^{j-1}}{(j-1)!} \left(f_{mpj}^{(r1)} \cos \beta_p(t-\tau) + f_{mpj}^{(r2)} \sin \beta_p(t-\tau) \right) e^{\alpha_p(t-\tau)} u_r(\tau) d\tau + \sum_{q=1}^Q \sum_{q=1}^{n_{p+q}} \frac{g_{mpj}^{(r)}}{(j-1)!} \int_0^t (t-\tau)^{j-1} e^{\gamma_q(t-\tau)} u_r(\tau) d\tau + d_{mr} u_r(t) + w_m(t).$$

В данном выражении первый интеграл соответствует модам системы с комплексно-сопряженными собственными значениями $\alpha_p \pm i\beta_p$ кратности n_p , а второй — определяет моды с действительными собственными числами γ_q кратности n_{p+q} .

Процедура идентификации осуществляется в два этапа.

На первом этапе по экспериментальным данным следует найти приближенную точечную или множественную оценку первой группы параметров — собственных значений субмодели $(\alpha_p, \beta_p, \gamma_p)$ и их кратностей (n_p, n_{p+q}) . Эти параметры полностью определяют жорданову форму матрицы A . При этом каждое из $m \times r$ уравнений для $y_m^{(r)}(t)$ можно использовать независимо на основе данных последовательности экспериментов, в которых возбуждение системы производится отдельно на каждом входе при

нулевом сигнале на остальных. Поскольку параметры первой группы являются общими для всех уравнений, то могут применяться различные процедуры усреднения как при приближенной точечной, так и при множественной их оценке.

На втором этапе осуществляется восстановление второй группы параметров — коэффициентов разложения $f_{mpj}^{(r1)}, f_{mpj}^{(r2)}, g_{mpj}^{(r)}$ по собственным функциям ядра системы, а также коэффициента d_{mr} . Зная эти коэффициенты, с помощью легко устанавливаемых уравнений связи нетрудно вычислить матрицы B, C, D исходной модели, т.е. установить конкретную модель в пространстве состояний.

Благодаря жордановой форме, каждая клетка которой определяет свои временные характеристики объекта, появляется возможность независимого восстановления отдельных частей модели. Для конкретного объекта субмодель может содержать одну или несколько жордановых клеток. При простых собственных значениях субмодель может быть одномодовой или содержать кластер мод с близкими собственными характеристиками переходного процесса. Размерности субмоделей могут быть различными. Допускается также присутствие одних и тех же мод в разных субмоделях. Определение параметров субмодели означает идентификацию соответствующих блоков матриц A, B, C , а также отдельных элементов матрицы D .

Таким образом, из последовательности субмоделей можно восстановить модель, предельная сложность которой определяется средним уровнем возмущений и структурой входных сигналов, используемых для возбуждения системы. Подчеркнем, что итеративный подход позволяет получать регуляризованные решения задач идентификации, согласованные с точностью исходных данных. Это особенно важно при идентификации многомерной системы по приближенным данным, когда проявляется некорректность, существенно влияющая на точность оценивания параметров модели.

ПРИМЕНЕНИЕ 4SID-МЕТОДА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗМЕРНОСТИ СУБМОДЕЛИ И ЕЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ

Для выполнения первого этапа метода итеративной идентификации, т.е. определения размерности субмодели и ее собственных значений, можно воспользоваться подходом, широко применяемым в методах подпространства состояний (4SID-methods) [7], которые базируются на классической теории реализаций [5]. Суть 4SID-метода сводится к следующему.

Введем обозначения.

$$u(k) = \begin{pmatrix} u_k^T \\ u_{k+1}^T \\ \vdots \\ u_{k+\alpha-1}^T \end{pmatrix}, \quad y(k) = \begin{pmatrix} y_k^T \\ y_{k+1}^T \\ \vdots \\ y_{k+\alpha-1}^T \end{pmatrix},$$

где k — дискретное время; α — произвольное целое число, превышающее предполагаемый порядок системы n .

Тогда

$$y(k) = \Gamma_\alpha x_k + \Phi_\alpha u(k),$$

где Γ_α — матрица наблюдаемости

$$\Gamma_\alpha = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{\alpha-1} \end{pmatrix};$$

Φ_α — нижняя блочно-треугольная матрица импульсных реакций системы

$$\Phi_\alpha = \begin{pmatrix} D & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ CA^{\alpha-2}B & \dots & CB & D \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что сигналы u_k и y_k при $k = \overline{1, N + \alpha - 1}$ могут быть описаны матричным уравнением

$$Y = \Gamma_\alpha X + \Phi_\alpha U,$$

где блочные ганкелевы матрицы входов и выходов имеют вид

$$U = (u(1) \ u(2) \ \dots \ u(N)),$$

$$Y = (y(1) \ y(2) \ \dots \ y(N)),$$

и траектория состояния системы

$$X = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N).$$

Введем матрицу ортогонального проектирования на нуль-пространство матрицы U .

$$\Pi_{U^T}^\perp = I - U^T (UU^T)^{-1} U.$$

Поскольку $U \Pi_{U^T}^\perp = 0$, то $\hat{Y} \stackrel{\text{def}}{=} Y \Pi_{U^T}^\perp = \Gamma_\alpha X \Pi_{U^T}^\perp$, т.е., применив к матрице выходов Y преобразование ортогонального проектирования $\Pi_{U^T}^\perp$, мы фактически удаляем часть выхода, не связанную с состоянием системы.

Далее 4SID-метод предполагает использование сингулярного разложения (SVD-преобразования) матрицы \hat{Y} .

$$\hat{Y} = QSV^T,$$

где Q и V — ортогональные матрицы; S — диагональная матрица с невозрастающим порядком сингулярных чисел на диагонали.

Матрицу S следует рассматривать как блочно диагональную матрицу вида

$$S = \begin{pmatrix} S_s & 0 \\ 0 & S_n \end{pmatrix}$$

где матрица S_s имеет на своей диагонали существенные сингулярные числа, т.е. числа, соответствующие модам субмодели. Матрица S_n представляет моды, не вошедшие в субмодель, а также имеющиеся в системе шумы.

Соответствующее блочное разбиение выполняется также для матриц Q и V :

$$Q = (Q_s \quad Q_n) \quad V = (V_s \quad V_n)$$

В качестве критерия указанного разбиения используется, как правило, свойство значительного превосходства существенных сингулярных чисел над шумовыми.

Выполним разложение матрицы \hat{Y}_s в произведение двух любых полноранговых матриц, например,

$$\hat{Y}_s = (Q_s S_s^{1/2})(S_s^{1/2} V_s^T)$$

Поскольку в соответствии с теорией реализации любое разложение матрицы \hat{Y}_s в произведение двух полноранговых матриц первым сомножителем представляет матрицу наблюдаемости, а вторым — матрицу X для некоторого базиса пространства состояний, то в качестве оценки матрицы Γ можно взять выражение

$$\hat{\Gamma} = Q_s S_s^{1/2}$$

Из матрицы наблюдаемости легко получить систему уравнений для определения матрицы субмодели A_s

$$\hat{\Gamma}_{1:j-1} \hat{A}_s = \Gamma_{2:j}$$

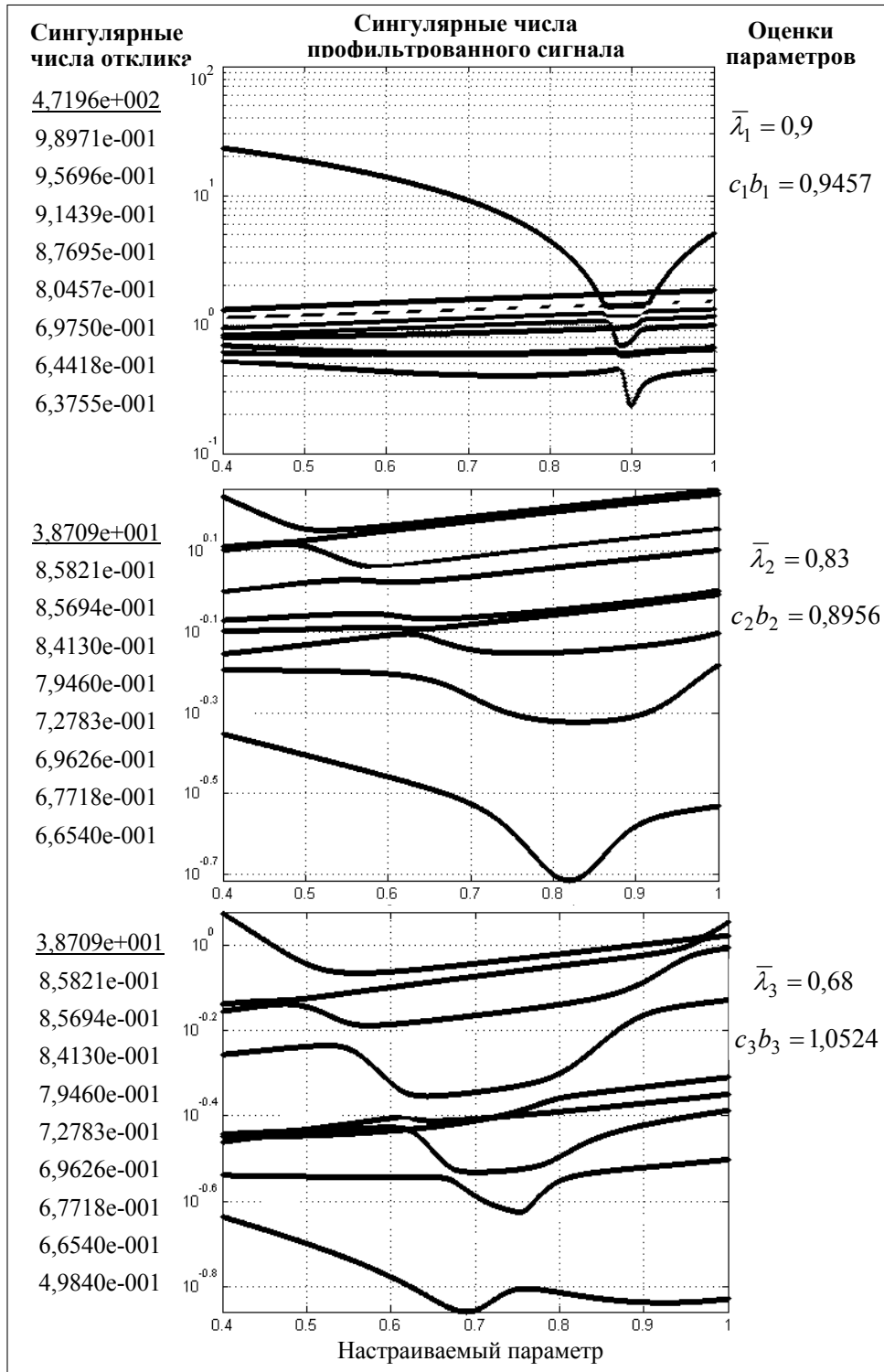
где $\hat{\Gamma}_{2:j}$ получено из $\hat{\Gamma}$ исключением первого блока, соответствующего матрице C ; матрица $\hat{\Gamma}_{1:j-1}$ формируется аналогично из $\hat{\Gamma}$ путем исключения последнего блока.

Пример. Пусть идентифицируемая система содержит три моды, характеризующиеся следующими параметрами:

Спектр системы с непрерывным временем	Спектр системы с дискретным временем	b_i	c_i
$\lambda_1 = -0,0953$	$\bar{\lambda}_1 = 0,9091$	1	1
$\lambda_2 = -0,1906$	$\bar{\lambda}_2 = 0,8264$	1	1
$\lambda_3 = -0,3812$	$\bar{\lambda}_3 = 0,6830$	1	1

Результат работы алгоритма при уровне шума $\varepsilon = 0,01$ приведен на рисунке.

Отметим, что применение преобразования ортогонального проектирования к матрице выходов осуществляет выделение переходного процесса из общего сигнала системы. Верификация данной гипотезы сводится к проверке возможности переупорядочивания строк и столбцов матрицы $R = Y \Pi_U^\perp$ таким образом, чтобы обеспечить монотонное убывание модулей элементов данной матрицы по строкам и столбцам.



Ход работы алгоритма итеративной идентификации

С данной целью проведем вычислительный эксперимент для системы с матрицей

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix},$$

откуда

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0,1353 & 0 \\ 0 & 0,0498 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \text{ т.е. } \bar{b} = \begin{pmatrix} 1,7293 \\ 1,5837 \end{pmatrix} c = (2 \ 1).$$

Пусть, например, ганкелева матрица управлений имеет вид

$$U = \begin{pmatrix} -0,4571 & -0,4953 & 0,7515 & 0,4746 & -0,7270 & -0,9765 & 0,7878 & -0,6017 \\ -0,4953 & 0,7515 & 0,4746 & -0,7270 & -0,9765 & 0,7878 & -0,6017 & -0,4026 \\ 0,7515 & 0,4746 & -0,7270 & -0,9765 & 0,7878 & -0,6017 & -0,4026 & 0,3229 \\ 0,4746 & -0,7270 & -0,9765 & 0,7878 & -0,6017 & -0,4026 & 0,3229 & -0,4312 \\ -0,7270 & -0,9765 & 0,7878 & -0,6017 & -0,4026 & 0,3229 & -0,4312 & -0,0616 \end{pmatrix}$$

Тогда ганкелева матрица реакций системы примет вид

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & -2,3049 & -2,7477 & 3,4876 & 2,7668 & -3,3603 & -5,2835 & 3,3943 \\ -2,3049 & -2,7477 & 3,4876 & 2,7668 & -3,3603 & -5,2835 & 3,3943 & -2,6746 \\ -2,7477 & 3,4876 & 2,7668 & -3,3603 & -5,2835 & 3,3943 & -2,6746 & -2,3152 \\ 3,4876 & 2,7668 & -3,3603 & -5,2835 & 3,3943 & -2,6746 & -2,3152 & 1,3731 \\ 2,7668 & -3,3603 & -5,2835 & 3,3943 & -2,6746 & -2,3152 & 1,3731 & -2,0292 \end{pmatrix}$$

R =

	4	6	8	2	7	3	1	5
1	-1,8561	0,8711	-0,0535	2,9621	-0,4436	-2,8029	-4,9781	1,5296
2	-0,2026	0,0941	-0,0064	0,3211	-0,0426	-0,3024	-0,5403	0,1566
3	-0,0250	0,0115	-0,0008	0,0395	-0,0049	-0,0371	-0,0665	0,0187
4	-0,0033	0,0015	-0,0001	0,0051	-0,0006	-0,0048	-0,0087	0,0024
5	-0,0004	0,0002	-0,0000	0,0007	-0,0001	-0,0006	-0,0012	0,0003

Или

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-4,9781	2,9621	-2,8029	-1,8561	1,5296	0,8711	-0,4436	-0,0535
2	-0,5403	0,3211	-0,3024	-0,2026	0,1566	0,0941	-0,0426	-0,0064
3	-0,0665	0,0395	-0,0371	-0,0250	0,0187	0,0115	-0,0049	-0,0008
4	-0,0087	0,0051	-0,0048	-0,0033	0,0024	0,0015	-0,0006	-0,0001
5	-0,0012	0,0007	-0,0006	-0,0004	0,0003	0,0002	-0,0001	-0,0000

Полученные результаты убедительно свидетельствуют в пользу того, что для возбуждения системы нецелесообразно применять управляющее воздействие в виде случайной последовательности, ибо после применения преобразования ортогонального проектирования на ядро матрицы U из общего сигнала системы выделяется сигнал, похожий на переходный процесс. Поэтому вместо применения случайного возбуждения значительно проще выделять переходный процесс путем возбуждения системы прямоугольным импульсом.

ВЫВОДЫ

1. В результате анализа выражения отклика дискретной линейной стационарной динамической системы с простыми модами, представленного в виде разложения по фундаментальной системе собственных функций ее яд-

ра, установлены общие условия идентифицируемости как для отдельно взятых мод, так и для совокупности нескольких мод исследуемого класса систем.

2. Показано, что самой плохой идентифицируемостью обладают моды, соответствующие малым абсолютным значениям коэффициентов управляемости и наблюдаемости, большим абсолютным значениям собственных чисел, а также моды с близкими собственными значениями и близкими по модулю, но противоположными по знаку коэффициентами разложения.

3. Доказано, что для возбуждения системы в качестве входного управляющего воздействия наиболее целесообразно применять не случайную последовательность типа белого шума, используемую в традиционных методах идентификации, а прямоугольный импульс для чисто экспоненциальных систем или осциллирующих систем с плохой добротностью колебаний, либо периодическое знакопеременное возбуждение для осциллирующих систем с хорошей добротностью колебаний.

4. Установлено, что жорданова структура матрицы A позволяет выделять переходный процесс без применения преобразования ортогонального проектирования, используемого в 4SID-методе, путем возбуждения системы прямоугольным импульсом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губарев В.Ф., Тигунов П.А. Об особенностях идентификации многомерных непрерывных систем по данным с ограниченной неопределенностью // Проблемы управления и информатики. — 2006. — № 1–2. — С. 231–246.
2. Губарев В.Ф. Метод итеративной идентификации многомерных систем по неточным данным. Часть 1. Теоретические основы // Проблемы управления и информатики. — 2006. — № 5. — С. 16–31.
3. Кунцевич В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации. — Киев: Наук.думка, 2006. — 264 с.
4. Кунцевич В.М. О точности построения аппроксимирующих моделей при ограниченных помехах измерений // Автоматика и телемеханика. — 2005. — № 5. — С. 125–133.
5. Kailath T. Linear Systems. — N.J.: Prentice-Hall, 1980. — 270 p.
6. Ninness B., Goodwin G. Estimation of the model quality // Automatica. — 1995. — **31**, № 12. — P. 1771–1797.
7. Van Overschee P., De Moor B. Subspace identification for linear systems. — Dordrecht (Netherlands): Kluwer Academic Publishers, 1996. — 157 p.

Поступила 18.07.2007

УДК 517.9

**INITIAL TIME VALUE PROBLEM SOLUTIONS FOR
EVOLUTION INCLUSIONS WITH S_k TYPE OPERATORS**

P.O. KASYANOV, V.S. MEL'NIK, S. TOSCANO

For a large class of operator inclusions, including those generated by maps of S_k type, we obtain a general theorem on existence of solutions. We apply this result to some particular examples. This theorem is proved using the method of Faedo-Galerkin.

INTRODUCTION

One of the most effective approach to investigate nonlinear problems, represented by partial differential equations, inclusions and inequalities with boundary values, consists in the reduction of them into differential-operator inclusions in infinite-dimensional spaces governed by nonlinear operators. In order to study these objects the modern methods of nonlinear analysis have been used [7, 8, 17, 28]. Convergence of approximate solutions to an exact solution of the differential-operator equation or inclusion is frequently proved on the basis of a monotony or a pseudomonotony of corresponding operator. In applications, as a pseudomonotone operator the sum of radially continuous monotone bounded operator and strongly continuous operator was considered [8]. Concrete examples of pseudomonotone operators were obtained by extension of elliptic differential operators when only their summands complying with highest derivatives satisfied the monotony property [17]. The papers of F. Browder and P. Hess [3, 4] became classical in the given direction of investigations. In particular in F. Browder and P. Hess work [4] the class of generalized pseudomonotone operators was introduced. Let W be real Banach space continuously embedded in real reflexive Banach space Y with dual space Y^* , $\langle \cdot, \cdot \rangle_Y : Y^* \times Y \rightarrow \mathbb{R}$ be the pairing. Further, as $C_v(Y^*)$ we consider the family of all nonempty closed convex bounded subsets of the space Y^* . Multi-valued map $A: Y \rightarrow C_v(Y^*)$ refers to be *generalized pseudomonotone on W* if for each pair of sequences $\{y_n\}_{n \geq 1} \subset W$ and $\{d_n\}_{n \geq 1} \subset Y^*$ such that $d_n \in A(y_n)$, $y_n \rightarrow y$ weakly in W , $d_n \rightarrow d$ weakly in Y^* , from the inequality

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \langle d_n, y_n \rangle_Y \leq \langle d, y \rangle_Y$$

it follows that $d \in A(y)$ and $\langle d_n, y_n \rangle_Y \rightarrow \langle d, y \rangle_Y$. I.V. Skrypnik's idea of passing to subsequences in classical definitions [26], realized for stationary and evolution inclusions in M.Z. Zgurovsky, P.O. Kasyanov, V.S. Mel'nik and J. Valero papers (see [12–16], [18–21] and citations there) enabled to consider the class of w_{λ_0} -pseudomonotone maps which includes, in particular, a class of generalized pseudomonotone on W multi-valued operators and it is *closed within summing*. Let us remark that any multi-valued map $A: Y \rightarrow C_v(Y^*)$ naturally generates *upper* and, accordingly, *lower form*:

$$[A(y), \omega]_+ = \sup_{d \in A(y)} \langle d, \omega \rangle_Y, \quad [A(y), \omega]_- = \inf_{d \in A(y)} \langle d, \omega \rangle_Y, \quad y, \omega \in X.$$

Properties of the given objects have been investigated by M.Z. Zgurovsky and V.S. Mel'nik (see [16, 18, 21]). Thus, together with the classical coercivity condition for singlevalued maps

$$\frac{\langle A(y), y \rangle_Y}{\|y\|_Y} \rightarrow +\infty \quad \text{as } \|y\|_Y \rightarrow +\infty$$

which ensures the important a priori estimations, arises +-coercivity (and, accordingly, --coercivity) for multivalued maps

$$\frac{[A(y), y]_{+(-)}}{\|y\|_Y} \rightarrow +\infty, \quad \text{as } \|y\|_Y \rightarrow +\infty.$$

+coercivity is weaker condition than --coercivity.

Recent development of the monotony method in the theory of differential-operator inclusions and evolutionary variational inequalities ensures resolvability of the given objects under the conditions of coercivity, quasiboundedness and the generalized pseudomonotony (see for example [5–6, 9–10, 23–25, 27] and citations there). V.S. Mel'nik's results [22] allows to consider evolution inclusions with +-coercive w_{λ_0} -pseudomonotone quasibounded multimappings (see [12]–[16], [31] and citations there).

In this paper we introduce the differential-operator scheme for investigation nonlinear boundary-value problems with summands complying with highest derivatives are not satisfied monotone condition. A multi-valued map $A: Y \rightarrow C_v(Y^*)$ satisfies the *property S_k on W* , if for any sequence $\{y_n\}_{n \geq 0} \subset W$ such that $y_n \rightarrow y_0$ weakly in W , $d_n \rightarrow d_0$ weakly in Y^* as $n \rightarrow +\infty$, where $d_n \in A(y_n) \quad \forall n \geq 1$, from

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \langle d_n, y_n - y_0 \rangle_Y = 0,$$

it follows that $d_0 \in A(y_0)$. Now we consider the simple example of S_k type operator. Let $\Omega = (0, 1)$, $Y = H_0^1(\Omega)$ be the real Sobolev space with dual space $Y^* = H^{-1}(\Omega)$ (see for details [8]). Let $A: Y \times [-1, 1] \rightarrow Y^*$ defined by the rule

$$A(y, \alpha) = -\frac{d}{dx} \left(\alpha \frac{d}{dx} y \right).$$

Then the multivalued map

$$\mathcal{A}(y) = \{A(y, \alpha) | \alpha \in [-1, 1]\}, y \in Y$$

satisfies the property S_k , it is +-coercive, but it is not --coercive, it is not generalized pseudomonotone and $(-\mathcal{A})$ is not generalized pseudomonotone too (see [11] for details). We remark that stationary inclusions for multimaps with S_k properties were considered by V.O. Kapustyan, P.O. Kasyanov, O.P. Kogut [11], the evolution inclusions for +-coercive w_{λ_0} -pseudomonotone quasibounded maps by V.S. Mel'nik, P.O. Kasyanov, J. Valero (see [12]–[16], [31] and citations there). The obtained in this paper results are new results for evolution equations too.

PROBLEM DEFINITION

Let $(V_1, \|\cdot\|_{V_1})$ and $(V_2, \|\cdot\|_{V_2})$ be some reflexive separable Banach spaces, continuously embedded in the Hilbert space $(H, (\cdot, \cdot))$ such that

$$V := V_1 \cap V_2 \text{ is dense in spaces } V_1, V_2 \text{ and } H \tag{1}$$

After the identification $H \equiv H^*$ we get

$$V_1 \subset H \subset V_1^*, \quad V_2 \subset H \subset V_2^*, \tag{2}$$

with continuous and dense embeddings [8], where $(V_i^*, \|\cdot\|_{V_i^*})$ is the topologically conjugate of V_i space with respect to the canonical bilinear form

$$\langle \cdot, \cdot \rangle_{V_i} : V_i^* \times V_i \rightarrow \mathbb{R} \quad (i = 1, 2)$$

which coincides on $H \times V$ with the inner product (\cdot, \cdot) on H. Let us consider the functional spaces

$$X_i = L_{r_i}(S; H) \cap L_{p_i}(S; V_i),$$

where $S = [0, T]$, $0 < T < +\infty$, $1 < p_i \leq r_i < +\infty$ ($i = 1, 2$). The spaces X_i are Banach spaces with the norms $\|y\|_{X_i} = \|y\|_{L_{p_i}(S; V_i)} + \|y\|_{L_{r_i}(S; H)}$. Moreover, X_i is a reflexive space.

Let us also consider the Banach space $X = X_1 \cap X_2$ with the norm $\|y\|_X = \|y\|_{X_1} + \|y\|_{X_2}$. Since the spaces $L_{q_i}(S; V_i^*) + L_{r_i}(S; H)$ and X_i^* are isometrically isomorphic, we identify them. Analogously,

$$X^* = X_1^* + X_2^* = L_{q_1}(S; V_1^*) + L_{q_2}(S; V_2^*) + L_{r_1}(S; H) + L_{r_2}(S; H),$$

where $r_i^{-1} + r_i'^{-1} = p_i^{-1} + q_i^{-1} = 1$.

Let us define the duality form on $X^* \times X$

$$\begin{aligned} \langle f, y \rangle = & \int_S (f_{11}(\tau), y(\tau))_H d\tau + \int_S (f_{12}(\tau), y(\tau))_H d\tau + \int_S \langle f_{21}(\tau), y(\tau) \rangle_{V_1} d\tau + \\ & + \int_S \langle f_{22}(\tau), y(\tau) \rangle_{V_2} d\tau = \int_S (f(\tau), y(\tau)) d\tau, \end{aligned}$$

where $f = f_{11} + f_{12} + f_{21} + f_{22}$, $f_{1i} \in L_{r_i}(S; H)$, $f_{2i} \in L_{q_i}(S; V_i^*)$. Remark, that for each $f \in X^*$

$$\|f\|_{X^*} = \inf_{\substack{f=f_{11}+f_{12}+f_{21}+f_{22}: \\ f_{1i} \in L_{r_i}(S; H), f_{2i} \in L_{q_i}(S; V_i^*) (i=1,2)}} \max \left\{ \|f_{11}\|_{L_{r_1}(S; H)}; \|f_{12}\|_{L_{r_2}(S; H)}; \|f_{21}\|_{L_{q_1}(S; V_1^*)}; \|f_{22}\|_{L_{q_2}(S; V_2^*)} \right\}.$$

Following by [17], we may assume that there is a separable Hilbert space V_σ such that $V_\sigma \subset V_1$, $V_\sigma \subset V_2$ with continuous and dense embedding, $V_\sigma \subset H$ with compact and dense embedding. Then

$$V_\sigma \subset V_1 \subset H \subset V_1^* \subset V_\sigma^*, \quad V_\sigma \subset V_2 \subset H \subset V_2^* \subset V_\sigma^*$$

with continuous and dense embedding. For $i=1,2$ let us set

$$X_{i,\sigma} = L_{r_i}(S; H) \cap L_{p_i}(S; V_\sigma), \quad X_\sigma = X_{1,\sigma} \cap X_{2,\sigma},$$

$$X_{i,\sigma}^* = L_{r_i}(S; H) + L_{q_i}(S; V_\sigma^*), \quad X_\sigma^* = X_{1,\sigma}^* + X_{2,\sigma}^*,$$

$$W_{i,\sigma} = \{y \in X_i \mid y' \in X_{i,\sigma}^*\}, \quad W_\sigma = W_{1,\sigma} \cap W_{2,\sigma}.$$

For multivalued (in general) map $A: X \rightrightarrows X^*$ let us consider such problem:

$$\begin{cases} u' + A(u) \ni f, \\ u(0) = a, u \in W \subset C(S; H), \end{cases} \quad (3)$$

where $a \in H$ and $f \in X^*$ are arbitrary fixed elements. The goal of this work is to prove the solvability for the given problem by the Faedo-Galerkin method.

THE CLASS $\mathcal{H}(X^*)$

Let us note that $B \in \mathcal{H}(X^*)$, if for an arbitrary measurable set $E \subset S$ and for arbitrary $u, v \in B$ the inclusion $u + (v - u)\chi_E \in B$ is true. Here and further for $d \in X^*$

$$(d\chi_E)(\tau) = d(\tau)\chi_E(\tau) \text{ for a.e. } \tau \in S, \quad \chi_E(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau \in E, \\ 0, & \text{else.} \end{cases}$$

Lemma 1 [30]. $B \in \mathcal{H}(X^*)$ if and only if $\forall n \geq 1$, $\forall \{d_i\}_{i=1}^n \subset B$ and for arbitrary measurable pairwise disjoint subsets $\{E_j\}_{j=1}^n$ of the set $S: \cup_{j=1}^n E_j = S$ the following $\sum_{j=1}^n d_j \chi_{E_j} \in B$ is true.

Let us remark, that $\emptyset, X^* \in \mathcal{H}(X^*)$; $\forall f \in X^* \{f\} \in \mathcal{H}(X^*)$; if $K: S \rightrightarrows V^*$ is an arbitrary multi-valued map, then

$$\{f \in X^* \mid f(t) \in K(t) \text{ for a.e. } t \in S\} \in \mathcal{H}(X^*).$$

At the same time for an arbitrary $v \in V^* \setminus \bar{0}$ that is not equal to 0 the closed convex set $B = \{f \in X^* \mid f \equiv \alpha v, \alpha \in [0,1]\} \notin \mathcal{H}(X^*)$, as $g(\cdot) = v \cdot \chi_{[0;T/2]}(\cdot) \notin B$.

CLASSES OF MULTI-VALUED MAPS

Let us consider now the main classes of multi-valued maps. Let Y be some reflexive Banach space, Y^* be its topologically adjoint, $\langle \cdot, \cdot \rangle_Y : Y^* \times Y \rightarrow \mathbb{R}$ be the pairing, $A : Y \rightrightarrows Y^*$ be the strict multi-valued map, i.e. $A(y) \neq \emptyset \quad \forall y \in X$. For this map let us define the upper $\|A(y)\|_+ = \sup_{d \in A(y)} \|d\|_{X^*}$ and the lower

$\|A(y)\|_- = \inf_{d \in A(y)} \|d\|_{X^*}$ norms, where $y \in Y$. Let us consider the next maps

which are connected with A : $\text{co } A : Y \rightrightarrows Y^*$ and $\overline{\text{co}} A : Y \rightrightarrows Y^*$, which are defined by the next relations $(\text{co } A)(y) = \text{co}(A(y))$ and $(\overline{\text{co}} A)(y) = \overline{\text{co}(A(y))}$ respectively, where $\overline{\text{co}(A(y))}$ is the weak closeness of the convex hull of the set $A(y)$ in the space Y^* . It is known that strict multi-valued maps $A, B : Y \rightrightarrows Y^*$ have such properties [16, 18, 20]:

- 1) $[A(y), v_1 + v_2]_+ \leq [A(y), v_1]_+ + [A(y), v_2]_+$,
 $[A(y), v_1 + v_2]_- \geq [A(y), v_1]_- + [A(y), v_2]_- \quad \forall y, v_1, v_2 \in Y$;
- 2) $[A(y), v]_+ = -[A(y), -v]_-$,
 $[A(y) + B(y), v]_{+(-)} = [A(y), v]_{+(-)} + [B(y), v]_{+(-)} \quad \forall y, v \in Y$;
- 3) $[A(y), v]_{+(-)} = [\overline{\text{co}} A(y), v]_{+(-)} \quad \forall y, v \in Y$;
- 4) $[A(y), v]_{+(-)} \leq \|A(y)\|_{+(-)} \|v\|_Y, \|A(y) + B(y)\|_+ \leq \|A(y)\|_+ + \|B(y)\|_+$,

partially the inclusions $d \in \overline{\text{co}} A(y)$ is true if and only if

$$[A(y), v]_+ \geq \langle d, v \rangle_Y \quad \forall v \in Y.$$

Let $D \subset Y$. If $a(\cdot, \cdot) : D \times Y \rightarrow \mathbb{R}$, then for every $y \in D$ the functional $Y \ni w \mapsto a(y, w)$ is positively homogeneous convex and lower semi-continuous if and only if there exists the multi-valued map $A : Y \rightrightarrows Y^*$ with the definition domain $D(A) = D$ such, that

$$a(y, w) = [A(y), w]_+ \quad \forall y \in D(A), \forall w \in Y.$$

Further, $y_n \rightharpoonup y$ in Y will mean, that y_n converges weakly to y in Y .

Let W be some normalized space that continuously embedded into Y . Let us consider multi-valued map $A : Y \rightrightarrows Y^*$.

Definition 1. The strict multi-valued map $A : Y \rightrightarrows Y^*$ is called:

• λ_0 -pseudomonotone on W , if for any sequence $\{y_n\}_{n \geq 0} \subset W$ such, that $y_n \rightharpoonup y_0$ in W , $d_n \rightharpoonup d_0$ in Y^* as $n \rightarrow +\infty$, where $d_n \in \overline{\text{co}} A(y_n) \quad \forall n \geq 1$, from the inequality

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \langle d_n, y_n - y_0 \rangle_Y \leq 0 \quad (4)$$

it follows the existence of subsequence $\{y_{n_k}, d_{n_k}\}_{k \geq 1}$ from $\{y_n, d_n\}_{n \geq 1}$, for that

$$\underline{\lim}_{k \rightarrow \infty} \langle d_{n_k}, y_{n_k} - w \rangle_Y \geq [A(y_0), y_0 - w]_- \quad \forall w \in Y \quad (5)$$

is fulfilled;

• *bounded*, if for every $L > 0$ there exists such $l > 0$, that

$$\forall y \in Y : \|y\|_Y \leq L, \text{ it follows that } \|A(y)\|_+ \leq l.$$

Definition 2. The strict multi-valued map $A : X \rightrightarrows X^*$ is called:

• *the operator of the Volterra type*, if for arbitrary $u, v \in X$, $t \in S$ from the equality $u(s) = v(s)$ for a.e. $s \in [0, t]$, it follows, that $[A(u), \xi_t]_+ = [A(v), \xi_t]_+$

$$\forall \xi_t \in X : \xi_t(s) = 0 \text{ for a.e. } s \in S \setminus [0, t];$$

• *+(-)-coercive*, if there exists the real function $\gamma : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ such, that $\gamma(s) \rightarrow +\infty$ as $s \rightarrow +\infty$ and

$$[A(y), y]_{+(-)} \geq \gamma(\|y\|_Y) \|y\|_Y \quad \forall y \in Y;$$

• *demi-closed*, if from that fact, that $y_n \rightarrow y$ in Y , $d_n \rightharpoonup d$ in Y^* , where

$$d_n \in A(y_n), \quad n \geq 1, \text{ it follows, that } d \in A(y).$$

Let us consider multi-valued maps, that act from X_m into X_m^* , $m \geq 1$. Let us remark, that embeddings $X_m \subset Y_m \subset X_m^*$ are continuous, and the embedding W_m into X_m is compact [17].

Definition 3. The multi-valued map $\mathcal{A} : X_m \rightarrow C_v(X_m^*)$ is called (W_m, X_m^*) -weakly closed, if from that fact, that $y_n \rightharpoonup y$ in W_m , $d_n \rightharpoonup d$ in X_m^* , $d_n \in \mathcal{A}(y_n) \quad \forall n \geq 1$ it follows, that $d \in \mathcal{A}(y)$.

Lemma 2. The multi-valued map $\mathcal{A} : X_m \rightarrow C_v(X_m^*)$ satisfies the property S_k on W_m if and only if $\mathcal{A} : X_m \rightarrow C_v(X_m^*)$ is (W_m, X_m^*) -weakly closed.

Proof. Let us prove the necessity. Let $y_n \rightharpoonup y$ in W_m , $d_n \rightharpoonup d$ in X_m^* , where $d_n \in \mathcal{A}(y_n) \quad \forall n \geq 1$. Then $y_n \rightarrow y$ in X_m and $\langle d_n, y_n - y \rangle_{X_m} \rightarrow 0$ as $n \rightarrow +\infty$. Therefore, in virtue of \mathcal{A} satisfies the S_k property on W_m , we obtain, that $d \in \mathcal{A}(y)$.

Let us prove sufficiency. Let $y_n \rightharpoonup y$ in W_m , $d_n \rightharpoonup d$ in X_m^* , $\langle d_n, y_n - y \rangle_{X_m} \leq 0$ as $n \rightarrow +\infty$, where $d_n \in \mathcal{A}(y_n) \quad \forall n \geq 1$. Then $y_n \rightarrow y$ in X_m and $d \in \mathcal{A}(y)$.

The lemma is proved.

Corollary 1. If the multi-valued map $\mathcal{A}: X_m \rightarrow C_v(X_m^*)$ satisfies the property S_k on W_m , then \mathcal{A} is λ_0 -pseudomonotone on W_m .

THE MAIN RESULTS

In the next theorem we will prove the solvability and justify the Faedo-Galerkin method for the problem (3).

Theorem 1. Let $a = \bar{0}$, $A: X \rightarrow C_v(X^*) \cap \mathcal{H}(X^*)$ be +-coercive bounded map of the Volterra type, that satisfies the property S_k on W_σ . Then for arbitrary $f \in X^*$ there exists at least one solution of the problem (3), that can be obtained by the Faedo-Galerkin method.

Proof. From +-coercivity for $A: X \rightrightarrows X^*$ it follows, that $\forall y \in X$

$$[A(y), y]_+ \geq \gamma(\|y\|_X)\|y\|_X.$$

So, $\exists r_0 > 0: \gamma(r_0) > \|f\|_{X^*} \geq 0$. Therefore,

$$\forall y \in X: \|y\|_X = r_0 \quad [A(y) - f, y]_+ \geq 0. \tag{6}$$

The solvability of approximate problems.

Let us consider the complete vectors system $\{h_i\}_{i \geq 1} \subset V$ such that

- $\alpha_1)$ $\{h_i\}_{i \geq 1}$ orthonormal in H ;
- $\alpha_2)$ $\{h_i\}_{i \geq 1}$ orthogonal in V ;
- $\alpha_3)$ $\forall i \geq 1 (h_i, v)_V = \lambda_i(h_i, v) \quad \forall v \in V$,

where $0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2, \dots, \lambda_j \rightarrow \infty$ as $j \rightarrow \infty$, $(\cdot, \cdot)_V$ is the natural inner product in V , i.e. $\{h_i\}_{i \geq 1}$ is a special basis [29]. Let for each $m \geq 1$ $H_m = \text{span} \{h_i\}_{i=1}^m$, on which we consider the inner product induced from H that we again denote by (\cdot, \cdot) . Due to the equivalence of H^* and H it follows that $H_m^* \equiv H_m$; $X_m = L_{p_0}(S; H_m)$, $X_m^* = L_{q_0}(S; H_m)$, $p_0 = \max\{r_1, r_2\}$, $q_0 > 1: 1/p_0 + 1/q_0 = 1$, $\langle \cdot, \cdot \rangle_{X_m} = \langle \cdot, \cdot \rangle_X |_{X_m^* \times X_m}$, $W_m := \{y \in X_m \mid y' \in X_m^*\}$, where y' is the derivative of an element $y \in X_m$ is considered in the sense of $\mathcal{D}^*(S, H_m)$. For any $m \geq 1$ let $I_m \in \mathcal{L}(X_m; X)$ be the canonical embedding of X_m in X , I_m^* be the adjoint operator to I_m . Then

$$\forall m \geq 1 \quad \|I_m^*\|_{\mathcal{L}(X_\sigma^*; X_\sigma^*)} = 1. \tag{7}$$

Let us consider such maps [12]:

$$A_m := I_m^* \circ A \circ I_m: X_m \rightarrow C_v(X^*), \quad f_m := I_m^* f.$$

So, from (6) and corollary 1, applying analogical thoughts with [12], [14] we will obtain, that

- $j_1)$ A_m is λ_0 -pseudomonotone on W_m ;
- $j_2)$ A_m is bounded;
- $j_3)$ $[A_m(y) - f_m, y]_+ \geq 0 \quad \forall y \in X_m : \|y\|_X = r_0$.

Let us consider the operator $L_m : D(L_m) \subset X_m \rightarrow X_m^*$ with the definition domain

$$D(L_m) = \{y \in W_m \mid y(0) = \bar{0}\} = W_m^0,$$

that acts by the rule:

$$\forall y \in W_m^0 \quad L_m y = y',$$

where the derivative y' we consider in the sense of the distributions space $\mathcal{D}^*(S; H_m)$. From [12] for the operator L_m the next properties are true:

- $j_4)$ L_m is linear;
- $j_5)$ $\forall y \in W_m^0 \quad \langle L_m y, y \rangle \geq 0$;
- $j_6)$ L_m is maximal monotone.

Therefore, conditions $j_1) - j_6)$ and the theorem 3.1 from [13] guarantees the existence at least one solution $y_m \in D(L_m)$ of the problem:

$$L_m(y_m) + A_m(y_m) \ni f_m, \quad \|y_m\|_X \leq r_0,$$

that can be obtained by the method of singular perturbations. This means, that y_m is the solution of such problem:

$$\begin{cases} y'_m + A_m(y_m) \ni f_m \\ y_m(0) = \bar{0}, y_m \in W_m, \|y_m\|_X \leq R, \end{cases} \quad (8)$$

where $R = r_0$.

Passing to the limit.

From the inclusion from (8) it follows, that $\forall m \geq 1 \quad \exists d_m \in A(y_m)$:

$$I_m^* d_m = f_m - y'_m \in A_m(y_m) = I_m^* A(y_m). \quad (9)$$

1°. The boundedness of $\{d_m\}_{m \geq 1}$ in X^* follows from the boundedness of A and from (8). Therefore,

$$\exists c_1 > 0 : \quad \forall m \geq 1 \quad \|d_m\|_{X^*} \leq c_1. \quad (10)$$

2°. Let us prove the boundedness $\{y'_m\}_{m \geq 1}$ in X_σ^* . From (9) it follows, that $\forall m \geq 1 \quad y'_m = I_m^*(f - d_m)$, and, taking into account (7), (8) and (10) we have:

$$\|y'_m\|_{X_\sigma^*} \leq \|y_m\|_{W_\sigma} \leq c_2 < +\infty. \quad (11)$$

In virtue of (8) and the continuous embedding $W_m \subset C(S; H_m)$ we obtain (see [24]) that $\exists c_3 > 0$ such, that

$$\forall m \geq 1, \forall t \in S \quad \|y_m(t)\|_H \leq c_3. \quad (12)$$

3°. In virtue of estimations from (10)–(12), due to the Banach-Alaoglu theorem, taking into account the compact embedding $W \subset Y$, it follows the existence of subsequences

$$\{y_{m_k}\}_{k \geq 1} \subset \{y_m\}_{m \geq 1}, \quad \{d_{m_k}\}_{k \geq 1} \subset \{d_m\}_{m \geq 1}$$

and elements $y \in W$, $d \in X^*$, for which the next converges take place:

$$\begin{aligned} y_{m_k} &\rightharpoonup y \text{ in } W, \quad d_{m_k} \rightharpoonup d \text{ in } X^* \\ y_{m_k}(t) &\rightharpoonup y(t) \text{ in } H \text{ for each } t \in S, \\ y_{m_k}(t) &\rightarrow y(t) \text{ in } H \text{ for a.e. } t \in S, \text{ as } k \rightarrow \infty. \end{aligned} \tag{13}$$

From here, as $\forall k \geq 1 \quad y_{m_k}(0) = \bar{0}$, then $y(0) = \bar{0}$.

4°. Let us prove, that

$$y' = f - d. \tag{14}$$

Let $\varphi \in D(S)$, $n \in \mathbb{N}$ and $h \in H_n$. Then $\forall k \geq 1: m_k \geq n$ we have:

$$\left(\int_S \varphi(\tau) (y_{m_k}'(\tau) + d_{m_k}(\tau)) d\tau, h \right) = \langle y_{m_k}' + d_{m_k}, \psi \rangle,$$

where $\psi(\tau) = h \cdot \varphi(\tau) \in X_n \subset X$. Let us remark, that here we use the property of Bochner integral [8](theorem IV.1.8, c.153). Since for $m_k \geq n \quad H_{m_k} \supset H_n$, then $\langle y_{m_k}' + d_{m_k}, \psi \rangle = \langle f_{m_k}, \psi \rangle$. Therefore, $\forall k \geq 1: m_k \geq n$

$$\langle f_{m_k}, \psi \rangle = \left(\int_S \varphi(\tau) f(\tau) d\tau, h \right).$$

Hence, for all $k \geq 1: m_k \geq n$

$$\begin{aligned} \left(\int_S \varphi(\tau) y_{m_k}'(\tau) d\tau, h \right) &= \langle f - d_{m_k}, \psi \rangle \rightarrow \\ &\rightarrow \left(\int_S \varphi(\tau) (f(\tau) - d(\tau)) d\tau, h \right) \text{ as } k \rightarrow \infty. \end{aligned} \tag{15}$$

The last follows from the weak convergence d_{m_k} to d in X^* .

From the convergence (13) we have:

$$\left(\int_S \varphi(\tau) y_{m_k}'(\tau) d\tau, h \right) \rightarrow (y'(\varphi), h) \text{ as } k \rightarrow \infty, \tag{16}$$

where

$$\forall \varphi \in \mathcal{D}(S) \quad y'(\varphi) = -y(\varphi') = -\int_S y(\tau) \varphi'(\tau) d\tau.$$

Therefore, from (15) and (16) it follows, that

$$\forall \varphi \in \mathcal{D}(S) \forall h \in \bigcup_{m \geq 1} H_m \quad (y'(\varphi), h) = \left(\int_S \varphi(\tau)(f(\tau) - d(\tau)) d\tau, h \right).$$

Since $\bigcup_{m \geq 1} H_m$ is dense in V we have, that

$$\forall \varphi \in \mathcal{D}(S) \quad y'(\varphi) = \int_S \varphi(\tau)(f(\tau) - d(\tau)) d\tau.$$

Therefore, $y' = f - d \in X^*$.

5°. In order to prove, that y is the solution of the problem (3) it remains to show, that y satisfies the inclusion $y' + A(y) \ni f$. In virtue of identity (14), it is enough to prove, that $d \in A(y)$.

From (13) it follows the existence of $\{\tau_l\}_{l \geq 1} \subset S$ such that $\tau_l \nearrow T$ as $l \rightarrow +\infty$ and

$$\forall l \geq 1 \quad y_{m_k}(\tau_l) \rightarrow y(\tau_l) \text{ in } H \text{ as } k \rightarrow +\infty \quad (17)$$

Let us show that for any $l \geq 1$

$$\langle d, w \rangle \leq [A(y), w]_+ \quad \forall w \in X : w(t) = 0 \text{ for a.e. } t \in [\tau_l, T]. \quad (18)$$

Let us fix an arbitrary $\tau \in \{\tau_l\}_{l \geq 1}$. For $i=1,2$ let us set

$$X_{i,\sigma}(\tau) = L_{r_i}(\tau, T; H) \cap L_{p_i}(\tau, T; V_\sigma), \quad X_\sigma(\tau) = X_{1,\sigma}(\tau) \cap X_{2,\sigma}(\tau),$$

$$X_{i,\sigma}^*(\tau) = L_{r_i^*}(\tau, T; H) + L_{q_i^*}(\tau, T; V_\sigma^*), \quad X_\sigma^*(\tau) = X_{1,\sigma}^*(\tau) + X_{2,\sigma}^*(\tau),$$

$$W_{i,\sigma}(\tau) = \{y \in X_i(\tau) \mid y' \in X_{i,\sigma}^*(\tau)\}, \quad W_\sigma(\tau) = W_{1,\sigma}(\tau) \cap W_{2,\sigma}(\tau).$$

$$a_0 = y(\tau), \quad a_k = y_{m_k}(\tau), \quad k \geq 1.$$

Similarly we introduce $X(\tau)$, $X^*(\tau)$, $W(\tau)$. From (17) it follows that

$$a_k \rightarrow a_0 \text{ in } H \text{ as } k \rightarrow +\infty. \quad (19)$$

For any $k \geq 1$ let $z_k \in W(\tau)$ be such that

$$\begin{cases} z_k' + J(z_k) \ni \bar{0}, \\ z_k(\tau) = a_k, \end{cases} \quad (20)$$

where $J : X(\tau) \rightarrow C_v(X^*(\tau))$ be the duality (in general multivalued) mapping, i.e.

$$[J(u), u]_+ = [J(u), u]_- = \|u\|_{X(\tau)}^2 = \|J(u)\|_+^2 = \|J(u)\|_-^2, \quad u \in X(\tau).$$

We remark that the problem (20) has a solution $z_k \in W(\tau)$ because J is monotone, coercive, bounded and demiclosed (see [1–2, 8, 13]). Let us also note that for any $k \geq 1$

$$\|z_k(T)\|_H^2 - \|a_k\|_H^2 = 2\langle z'_k, z_k \rangle_{X(\tau)} + 2\|z_k\|_{X(\tau)}^2 = 0.$$

Hence,

$$\forall k \geq 1 \quad \|z'_k\|_{X^*}(\tau) = \|z_k\|_{X(\tau)} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \|a_k\|_H \leq c_3.$$

Due to (19), similarly to [8, 13], as $k \rightarrow +\infty$, z_k weakly converges in W to the unique solution $z_0 \in W$ of the problem (20) with initial time value condition $z(0) = a_0$. Moreover,

$$z_k \rightarrow z_0 \text{ in } X(\tau) \text{ as } k \rightarrow +\infty \tag{21}$$

because $\overline{\lim}_{k \rightarrow +\infty} \|z_k\|_{X(\tau)}^2 \leq \|z_0\|_{X(\tau)}^2$, $z_k \rightarrow z_0$ in $X(\tau)$ and $X(\tau)$ is a Hilbert space.

For any $k \geq 1$ let us set

$$u_k(t) = \begin{cases} y_{m_k}(t), & \text{if } t \in [0, \tau], \\ z_k(t), & \text{elsewhere,} \end{cases} \quad g_k(t) = \begin{cases} d_{m_k}(t), & \text{if } t \in [0, \tau], \\ \hat{d}_k(t), & \text{elsewhere,} \end{cases}$$

where $\hat{d}_k \in A(u_k)$ is an arbitrary. As $\{u_k\}_{k \geq 1}$ is bounded, $A: X \rightarrow X^*$ is bounded, then $\{\hat{d}_k\}_{k \geq 1}$ is bounded in X^* . In virtue of (21), (13), (17)

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow +\infty} \langle g_k, u_k - u \rangle &= \lim_{k \rightarrow +\infty} \int_0^\tau (d_k(t), y_k(t) - y(t)) dt = \\ &= \lim_{k \rightarrow +\infty} \int_0^\tau (f(t) - y_k'(t), y_k(t) - y(t)) dt = \lim_{k \rightarrow +\infty} \int_0^\tau (y_k'(t), y(t) - y_k(t)) dt = \\ &= \lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} (\|y_k(0)\|_H^2 - \|y_k(\tau)\|_H^2) + \lim_{k \rightarrow +\infty} \int_0^\tau (y_k'(t), y(t)) dt = \\ &= \frac{1}{2} (\|y(0)\|_H^2 - \|y(\tau)\|_H^2) + \int_0^\tau (y'(t), y(t)) dt = 0. \end{aligned}$$

So,

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \langle g_k, u_k - u \rangle = 0. \tag{22}$$

Let us show that $g_k \in A(u_k) \quad \forall k \geq 1$. For any $w \in X$ let us set

$$w_\tau(t) = \begin{cases} w(t), & \text{if } t \in [0, \tau], \\ \bar{0}, & \text{elsewhere,} \end{cases} \quad w^\tau(t) = \begin{cases} \bar{0}, & \text{if } t \in [0, \tau], \\ w(t), & \text{elsewhere.} \end{cases}$$

In virtue of A is the Volterra type operator we obtain that

$$\begin{aligned} \langle g_k, w \rangle &= \langle d_{m_k}, w_\tau \rangle + \langle \hat{d}_k, w^\tau \rangle \leq \\ &\leq [A(y_{m_k}), w_\tau]_+ + \langle \hat{d}_k, w^\tau \rangle = \\ &= [A(u_k), w_\tau]_+ + \langle \hat{d}_k, w^\tau \rangle \leq \end{aligned}$$

$$\leq [A(u_k), w_\tau]_+ + [A(u_k), w^\tau]_+.$$

Due to $A(u_k) \in \mathcal{H}(X^*)$, similarly to [30], we obtain that

$$[A(u_k), w_\tau]_+ + [A(u_k), w^\tau]_+ = [A(u_k), w]_+.$$

As $w \in X$ is an arbitrary, then $g_k \in A(u_k) \quad \forall k \geq 1$. Due to $\{u_k\}_{k \geq 1}$ is bounded in X , then $\{g_k\}_{k \geq 1}$ is bounded in X^* . Thus, up to a subsequence $\{u_{k_j}, g_{k_j}\}_{j \geq 1} \subset \{u_k, g_k\}_{k \geq 1}$, for some $u \in W$, $g \in X^*$ the next convergence takes place

$$u_{k_j} \rightharpoonup u \text{ in } W_\sigma, \quad g_{k_j} \rightharpoonup g \text{ in } X^* \text{ as } j \rightarrow \infty. \quad (23)$$

We remark that

$$u(t) = y(t), \quad g(t) = d(t) \text{ for a.e. } t \in [0, \tau]. \quad (24)$$

In virtue of (22), (23), as A satisfies the property S_k on W_σ , we obtain that $g \in A(u)$. Hence, due to (24), as A is the Volterra type operator, for any $w \in X$ such that $w(t) = 0$ for a.e. $t \in [\tau, T]$ we have

$$\langle d, w \rangle = \langle g, w \rangle \leq [A(u), w]_+ = [A(y), w]_+.$$

As $\tau \in \{\tau_l\}_{l \geq 1}$ is an arbitrary, we obtain (18).

From (18), due to the functional $w \rightarrow [A(y), w]_+$ is convex and lower semicontinuous on X (hence it is continuous on X) we obtain that for any $w \in X$ $\langle d, w \rangle \leq [A(y), w]_+$. So, $d \in A(y)$.

The theorem is proved.

In a standard way (see [17]), by using the results of the theorem 1, we can obtain such proposition.

Corollary 2. Let $A: X \rightarrow C_v(X^*) \cap \mathcal{H}(X^*)$ be bounded map of the Volterra type, that satisfies the property S_k on W_σ . Moreover, let for some $c > 0$

$$\frac{[A(y), y]_+ - c \|A(y)\|_+}{\|y\|_X} \rightarrow +\infty \quad (25)$$

as $\|y\|_X \rightarrow +\infty$. Then for any $a \in H$, $f \in X^*$ there exists at least one solution of the problem (3), that can be obtained by the Faedo-Galerkin method.

Proof. Let us set $\varepsilon = \frac{\|a\|_H^2}{2c^2}$. We consider $w \in W$:

$$\begin{cases} w' + \varepsilon J(w) = \bar{0}, \\ w(0) = a, \end{cases}$$

where $J: X \rightarrow C_v(X^*)$ be the duality map. Hence $\|w\|_X \leq c$. We define $\hat{A}: X \rightarrow C_v(X^*) \cap \mathcal{H}(X^*)$ by the rule: $\hat{A}(z) = A(z + w)$, $z \in X$. Let us set $\hat{f} = f - w' \in X^*$. If $z \in W$ is the solution of the problem

$$\begin{cases} z' + \hat{A}(z) \ni f, \\ z(0) = \bar{0}, \end{cases}$$

then $y = z + w$ is the solution of the problem (3). It is clear that \hat{A} is a bounded map of the Volterra type, that satisfies the property S_k on W . So, due to the theorem 1, it is enough to prove the $+$ -coercivity for the map \hat{A} . This property follows from such estimates:

$$\begin{aligned} [\hat{A}(z), z]_+ &\geq [A(z+w), z+w]_+ - [A(z+w), w]_+ \geq \\ &\geq [A(z+w), z+w]_+ - c\|A(z+w)\|_+, \\ \|z\|_X &\geq \|z+w\|_X - c. \end{aligned}$$

The corollary is proved.

Analyzing the proof of the theorem 1 we can obtain such result.

Corollary 3. Let $A: X \rightarrow C_v(X^*) \cap \mathcal{H}(X^*)$ be bounded map of the Volterra type, that satisfies the property S_k on W_σ , $\{a_n\}_{n \geq 0} \subset H: a_n \rightarrow a_0$ in H as $n \rightarrow +\infty$, $y_n \in W$, $n \geq 1$ be the corresponding to initial data a_n solution of the problem (3). If $y_n \rightarrow y_0$ in X , as $n \rightarrow +\infty$, then $y \in W$ is the solution of the problem (3) with initial data a_0 . Moreover, up to a subsequence, $y_n \rightarrow y_0$ in $W_\sigma \cap C(S; H)$.

EXAMPLE

Let us consider the bounded domain $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ with rather smooth boundary $\partial\Omega$, $S = [0, T]$, $Q = \Omega \times (0, T)$, $\Gamma_T = \partial\Omega \times (0, T)$. For $a, b \in \mathbb{R}$ we set $[a, b] = \{\alpha a + (1 - \alpha)b | \alpha \in [0, 1]\}$. Let $V = H_0^1(\Omega)$ be real Sobolev space, $V^* = H^{-1}(\Omega)$ be its dual space, $H = L_2(\Omega)$, $a \in H$, $f \in X^*$. We consider such problem:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} + [-\Delta y(x, t), \Delta y(x, t)] \ni f(x, t) \text{ in } Q, \\ y(x, 0) = a(x) \text{ in } \Omega, \\ y(x, t) = 0 \text{ in } \Gamma_T. \end{aligned} \tag{26}$$

We consider $A: X \rightarrow C_v(X^*) \cap \mathcal{H}(X^*)$,

$$A(y) = \{\Delta y \cdot p | p \in L_\infty(S), |p(t)| \leq 1 \text{ a.e. in } S\}.$$

where Δ means the energetic extension in X of Laplacian (see [8] for details), $(\Delta y \cdot p)(x, t) = \Delta y(x, t) \cdot p(t)$ for a.e. $(x, t) \in Q$.

We remark that

$$\|A(y)\|_+ = \|y\|_X, [A(y), y]_+ = \|y\|_X^2. \tag{27}$$

We rewrite the problem (26) to the next one (see [8] for details):

$$y' + A(y) \ni f, y(0) = a. \quad (28)$$

The solution of the problem (28) is called the generalized solution of (26). Due to the corollary 2 and (27), it is enough to check that A satisfies the property S_k on W . Indeed, let $y_n \rightarrow y$ in W , $d_n \rightarrow d$ in X^* , where $d_n = p_n \Delta y_n$, $p_n \in L_\infty(S)$, $|p_n(t)| \leq 1$ for a.e. $t \in S$. Then $y_n \rightarrow y$ in Y and up to a subsequence $p_n \rightarrow p$ weakly star in $L_\infty(S)$, where $|p(t)| \leq 1$ for a.e. $t \in S$. As $\|p_n \Delta y_n - p_n \Delta y\|_{L_2(S; H^{-2}(\Omega))} \leq \|y_n - y\|_Y \rightarrow 0$, then $p_n \Delta y_n \rightarrow p \Delta y$ weakly in $L_2(S; H^{-2}(\Omega))$. Due to the continuous embedding $X^* \subset L_2(S; H^{-2}(\Omega))$ we obtain that $d = p \Delta y \in A(y)$. So, we obtain such statement.

Proposition 1. Under the listed above conditions the problem (26) has at least one generalized solution $y \in W$.

REFERENCES

1. Aubin J.P., Ekeland I. Applied Nonlinear Analysis, Mir, Moscow, 1988, 512 p.
2. Barbu V. Nonlinear semigroups and differential equations in Banach spaces, Editura Acad., Bucuresti, 1976, p.
3. Browder F.E. Pseudomonotone operators and nonlinear elliptic boundary value problems on unbounded domains, Proc. Nat. Acad. Sci., **74** (1977), 2659–2661.
4. Browder F.E., Hess P. Nonlinear mappings of monotone type in Banach spaces, J. Funct. Anal., **11** (1972), P. 251–294.
5. Carl S., Motreanu D. Extremal solutions of quasilinear parabolic inclusions with generalized Clarke's gradient, J. Differential Equations. **191** (2003), P. 206–233.
6. Denkowski Z., Migorski S., Papageorgiou N.S. "An Introduction to Nonlinear Analysis", Kluwer Academic Publishers, Boston, Dordrecht, London, 2003, 689 p.
7. Duvaut G., Lions J.L. "Inequalities in Mechanics and in Physics", Nauka, Moscow, 1980 (Russian translation), 384 p.
8. Gajewski H., Gröger K., Zacharias K. "Nichtlineare Operatorgleichungen und Operatordifferentialgleichungen", Akademie-Verlag, Berlin, 1974, 336 p.
9. Hu S., Papageorgiou N.S. Handbook of Multivalued Analysis, Vol. I: Theory. — Kluwer Acad. Publ. Dordrecht–Boston–London, 1997, 302 p.
10. Hu S., Papageorgiou N.S. Handbook of Multivalued Analysis. Volume II: Applications. — Kluwer, Dordrecht, The Netherlands, 2000, 289 p.
11. Kapustyan V.O., Kasyanov P.O., Kogut O.P., On solvability for one class of parameterized operator inclusions, Ukr. Math. Journ., **60** (2008), 1619–1630.
12. Kasyanov P.O., Melnik V.S. Faedo-Galerkin method differential-operator inclusions in Banach spaces with maps of w_{λ_0} -pseudomonotone type, Nats. Acad. Sci. Ukr., Kiev, Inst. Math., Prepr. Part 2, № 1, 2005. — P. 82–105.
13. Kasyanov P.O., Melnik V.S. On solvability of differential-operator inclusions and evolution variation inequalities generated by w_{λ_0} -pseudomonotone maps type, Ukr. Math. Bull., **4** (2007), P. 535–581.
14. Kasyanov P.O., Melnik V.S. *Toscana*. Periodic solutions for nonlinear evolution equations with w_{λ_0} -pseudomonotone maps, Nonlinear Oscillations, **9** (2006), P. 181–206.

15. Kasyanov P.O., Melnik V.S., Yasinsky V.V. "Evolution Inclusions and Inequalities in Banach Spaces with W_λ – pseudomonotone Maps", Naukova dumka, Kyiv, 2007, 309 p.
16. Kasyanov P.O., Melnik V.S. and Valero J. On the method of approximation for evolutionary inclusions of pseudo monotone type, Bulletin of the Australian Mathematical Society, **77** (2008), P. 115–143.
17. Lions J.L. "Quelques methodes de resolution des problemes aux limites non lineaires", Dunod Gauthier-Villars, Paris, 1969, 588 p.
18. Melnik V.S. Multivariational inequalities and operational inclusions in Banach spaces with maps of a class $(S)_+$, Ukr. Mat. Zh., **52** (2000), P. 1513–1523.
19. Melnik V.S. About critical points of some classes multivalued maps, Cybernetics and Systems Analysis, 1997, № 2, P. 87–98.
20. Melnik V.S. Zgurovsky M.Z. "Nonlinear Analysis and Control of Physical Processes and Fields", Springer, Berlin, 2004.
21. Melnik V.S. Zgurovsky M.Z. Ky Fan inequality and operational inclusions in Banach spaces, Cybernetics and Systems Analysis, 2002, № 2, P. 70–85.
22. Melnik V.S. On topological methods in operator inclusions in Banach space theory. II, Ukr. Math. Journ., **58** (2006), P. 505–521.
23. Nanievich Z., Panagiotopoulos P.D. "Mathematical Theory of Hemivariational Inequalities and Applications", Marcel Dekker, New York, 1995, 267 p.
24. Perestyuk M.O., Kasyanov P.O., Zadoyanchuk N.V., On Faedo-Galerkin method for evolution inclusions with w_{λ_0} -pseudomonotone maps, Memoirs on Differential Equations and Mathematical Physics, **44** (2008), P. 105–132.
25. Perestyuk N.A., Plotnikov V.A., Samoilenko A.M., Skrypnik N.V. "Impulse differential equations with multivalued and discontinuous raght-hand side", Institute of mathematics NAS of Ukraine, Kyiv, 2007, 428 p.
26. Skrypnik I.V. "Methods of investigation of nonlinear elliptic boundary problems", Nauka, Moscow, 1990, 329 p.
27. Guan Z., Karsatos A.G., Skrypnik I.V. Ranges of densely defined generalized pseudomonotone perturbations of maximal monotone operators, J. Differential Equations, **188** (2003), P. 332–351.
28. Chikrii A.A. "Conflict-controlled Processes", Kluwer, Dordrecht, 1997.
29. Temam R. Infinite-dimentional dynamical systems in mechanics and phisics, New York, 1988, 648 p.
30. Zadoyanchuk N.V., Kasyanov P.O. Faedo-Galerkin method for second order evolution inclusions with w_{λ_0} -pseudomonotone maps, Ukr. Math. Journ., **61** (2009), P. 153–171.
31. Zgurovsky M.Z., Kasyanov P.O., Melnik V.S., "Differential-Operator Inclusions and Variation Inequalities in Infinitedimensional Spaces", Naukova dumka, Kyiv, 2008 (in Russian), 464 p.

Received 18.07.2007

From the Editorial Board: the article corresponds completely to submitted manuscript.

СТРУКТУРНА ЕВОЛЮЦІЯ СПІЛКУВАННЯ

Г.П. ПОВЕЩЕНКО

На основі аналізу масштабного поширення технологій цілеспрямованого використання тенденцій та традицій поведінки людей розглядається можливість формалізації (принаймні, на якісному рівні) суспільних стосунків та зв'язків, а також деякі аспекти аналізу структурних змін системи спілкування та регуляції на відповідній математичній моделі.

ВСТУП

Функціонування відкритих соціальних систем — приклад складних явищ самоорганізації, які займають місце далеко від рівноваги. Відомо, що лише режими нерівноважних станів (наприклад, соціальна взаємодія в нерівноважних умовах) мають здатність до змін, і ця особливість є основою для здійснення біфуркаційних переходів до якісно нових станів, у тому числі структурних змін. Ці явища переходу від одного типу поведінки до іншого під впливом зовнішніх умов пов'язані із здатністю до регуляції. Відомо, що в околі стану біфуркації закон великих чисел порушується, і процеси набувають суттєвої залежності від типу нелінійності системи [1]. (Ось чому часто не спрацьовує статистика соціологічних досліджень.)

Еволюція суспільних систем асоціюється з ускладненням суспільної організації. Різноманітність суспільних структур та суспільної поведінки створюється нерівноважністю (потокми речовини, енергії та інформації), нестійкістю та флуктуаціями, тобто підсиленням малих змін, що можливо лише в нелінійних динамічних системах. Тому прогрес у розумінні природи складних процесів найбільш помітний в теорії динамічних систем, методами якої (серед інших) останнім часом дослідники намагаються вивчати процеси організації у суспільстві [1, 2].

Феномен невизначеності еволюції суспільства — результат наявності множини можливих рішень, тобто біфуркаційних ситуацій, якими неодмінно закінчується (і починається) той чи інший період детермінованого розвитку. Вибір його шляхів та їх зміна дуже часто реалізуються під впливом незначних, несуттєвих для суспільства збурень, проте наслідки таких змін бувають неадекватно важкими.

Наслідки політичної, економічної, соціальної, культурної конкуренції у суспільстві суттєво (а найчастіше й рішуче) залежать від механізмів комунікації та спілкування (як основи «живої» системи) між прихильниками різних ідей, напрямків, течій, стилів, жанрів тощо. Тому аналіз стосунків, відношень, зв'язків у суспільстві (тобто поведінки суспільних систем), які породжуються різницею у суспільному становищі, вихованні, рівні життя, освіті, уподобаннях, світогляді тощо, витлумачення та узагальнення відповідної інформації в тому чи іншому вигляді набувають значення першочергової суспільної задачі.

Однією з форм конкуренції між пануючими в суспільстві X та Y - ідеями є процеси спілкування між їх прихильниками, які характеризуються наявністю різних контактів між носіями конкуруючих ідей. Частота цих контактів впливає на формування симпатій та антипатій. Зрозуміло, що характер спілкування вважається цілком цивілізованим, а всі суб'єкти процесу спілкування зважають на відповідну змістовну аргументацію. Такі процеси є радше культурним надбанням суспільства, а не явищем природи, що й визначає їх занадто хитку стійкість. З огляду на суттєву штучність процесів спілкування вони повинні мати ті чи інші механізми регулювання.

Оскільки в суспільстві можуть існувати й інші ідеї, то їх прихильників будемо вважати прихильниками Z -ідеї («третя сила»). Таку структуру системи спілкування як сукупності ідей можна вважати прийнятною, коли в суспільстві панують дві провідні за кількістю прихильників ідеї.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Структура та поведінка системи — це її форми адаптації (шляхом структурних змін або змін поведінки) до будь-якого впливу оточення. З історії людства відомо, що структурна еволюція системи спілкування як сукупності ідей мала і має різні напрямки розвитку від «монополізації» однієї ідеї до скоординованого узгодженого їх співіснування або компромісу. Проте різноманітні типи структур демонструють доволі обмежений набір типів поведінки. Проаналізуємо на основі математичної моделі декілька варіантів структурної динаміки системи спілкування та регуляції.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СПІЛКУВАННЯ

Отже, математична модель спілкування (як одна з форм узагальнення інформації та інструмент аналізу) повинна описувати насамперед два основні суспільні процеси: згода – незгода. Відповідно, процес спілкування має щонайменше два стаціонарні стани — стійкий та нестійкий. Оскільки між ними існує не завжди відчутна межа, то її можна вважати за стан компромісу.

Перший крок у моделюванні складної поведінки полягає у встановленні нелінійного характеру відповідної динаміки та у виборі змінних, які здатні демонструвати нестійкість та біфуркації [2]. Загальну кількість учасників процесу спілкування або його «несівну здатність» будемо вважати незмінною ($N = \text{const}$) на інтервалі часу аналізу поведінки системи спілкування. Структура системи як сукупність елементів складається з прихильників X , Y , Z - ідей. Динаміка процесу характеризується масштабом часу T_s ефективного спілкування між прихильниками різних ідей (аналіз динаміки суспільних систем у багатьох випадках припускає наявність певних наборів часових масштабів, наприклад, масштаб часу політичних подій набагато менше масштабу часу культурних процесів, а масштаб часу індивіду відрізняється від масштабу на рівні суспільства. Так, Ф. Бродель запропонував три часових шкали: географічну, соціальну та індивідуальну [1]. Відомо, що у зв'язку з наявністю різних часових масштабів для аналізу поведінки систем використовуються поняття «швидких» та «повільних» змінних з метою зниження розмірності.

Змінні процесу $x = X/N$, $y = Y/N$, $z = Z/N$ — поточні відносні величини (або відсотки) кількості прихильників X, Y, Z -ідей; $\tau = t/T_s$ — зведений поточний час.

Умова конкуренції між прихильниками X, Y, Z -ідей має вигляд

$$x + y + z = 1, \quad (1)$$

$$\frac{dx}{d\tau} + \frac{dy}{d\tau} + \frac{dz}{d\tau} = 0. \quad (2)$$

Умова (1) формалізує область існування системи спілкування як площину у відповідних координатах.

Швидкості змін кількості прихильників X, Y, Z -ідей вважаються пропорційними частоті спілкування між X, Y ; X, Z ; Y, Z [1, 3]. Процес суспільного спілкування (конкуренції суспільних ідей) формалізується у вигляді системи диференціальних рівнянь

$$\frac{dx}{d\tau} = xyz_2 - xy_2z + \frac{y_2 - y_1 + x_2y_1 - x_1y_2}{y_1(z_2 - z_1)}xy(z_2 - z), \quad (3)$$

$$\frac{dy}{d\tau} = x_2yz - xy_2z + \frac{x_1 - x_2 + x_2y_1 - x_1y_2}{x_1(z_2 - z_1)}xy(z_2 - z), \quad (4)$$

$$\frac{dz}{d\tau} = xy_2z - x_2yz - \frac{z_1(x_1y_2 - x_2y_1)}{x_1y_1(z_2 - z_1)}xy(z_2 - z). \quad (5)$$

Умова конкуренції (1) між прихильниками X, Y, Z -ідей є її першим інтегралом, а (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) — координатами стаціонарних станів системи, які перевіряються безпосередньою підстановкою. (Зауважимо, що система має значно більше стаціонарних станів.)

Одну з величин x, y, z можна визначити з обмеження (1) і, відповідно, виключити одне з рівнянь системи (3) – (5).

$$\frac{dx}{d\tau} = x \left[y(1 - x_2 - y_2) - y_2(1 - x - y) + \frac{y_2(1 - x_1) - y_1(1 - x_2)}{y_1(x_1 + y_1 - x_2 - y_2)} y(x + y - x_2 - y_2) \right], \quad (6)$$

$$\frac{dy}{d\tau} = y \left[x_2(1 - x - y) - x(1 - x_2 - y_2) + \frac{x_1(1 - y_2) - x_2(1 - y_1)}{x_1(x_1 + y_1 - x_2 - y_2)} x(x + y - x_2 - y_2) \right]. \quad (7)$$

Це означає, що розглядається проекція процесу на площину $(y - x)$ за відповідною координатою z .

За позначень

$$p = \frac{y_2 - y_1 + x_2y_1 - x_1y_2}{y_1(x_1 + y_1 - x_2 - y_2)}, \quad (8)$$

$$q = \frac{x_1 - x_2 + x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_1(x_1 + y_1 - x_2 - y_2)} \quad (9)$$

система (6), (7) набуває вигляду

$$\frac{dx}{d\tau} = x[y(1 - x_2 - y_2) - y_2(1 - x - y) + py(x + y - x_2 - y_2)] = F_x, \quad (10)$$

$$\frac{dy}{d\tau} = y[x_2(1 - x - y) - x(1 - x_2 - y_2) + qx(x + y - x_2 - y_2)] = F_y. \quad (11)$$

Параметрам p , q можна надавати різну змістовну інтерпретацію як параметрам регуляції. Наприклад, якщо $n_x(t)$, $n_y(t)$ є кількістю актів спілкування, ініційованих X , Y -прихильниками, то

$$p = \frac{d}{d\tau}(\ln n_x), \quad (12)$$

$$q = \frac{d}{d\tau}(\ln n_y) \quad (13)$$

можна вважати усередненими темпами спілкування.

Сумарний якісний вплив керування

$$p + q = \frac{(x_1 y_2 - x_2 y_1)(1 - x_1 - y_1)}{(x_1 + y_1 - x_2 - y_2)x_1 y_1} \quad (14)$$

на поведінку системи залежить від знаку цієї величини.

Умова відсутності регуляції ($p = 0$, $q = 0$) означає наявність одного стаціонарного стану $x_1 = x_2$; $y_1 = y_2$, який може бути реалізованим у будь-якій точці області (1).

Умова рівності темпів процесів спілкування

$$\text{temp}_x - \text{temp}_y = \frac{d}{d\tau} \ln \left(\frac{x}{y} \right) = 0 \quad (15)$$

визначає множину стаціонарних станів системи у вигляді

$$(py - qx + 1)(x + y - x_2 - y_2) = 0. \quad (16)$$

Два стаціонарні стани (x_1, y_1) та (x_2, y_2) системи спілкування розташовані на відповідних прямих

$$y = \frac{qx - 1}{p}, \quad (17)$$

$$y = x_2 + y_2 - x = 1 - x_2 - x. \quad (18)$$

Координати точки перетину цих прямих

$$x_r = \frac{p(x_2 + y_2) + 1}{p + q}, \quad (19)$$

$$y_r = \frac{q(x_2 + y_2) - 1}{p + q}. \quad (20)$$

Для визначення стаціонарних значень x_1, y_1 через p, q можна користуватися рівняннями

$$q(p+q)x_1^2 + [p(1-q)y_2 - q(p+1)x_2 - p - q]x_1 + (p+1)x_2 = 0, \quad (21)$$

яке є результатом розв'язку системи рівнянь $F_x = 0, F_y = 0$, та рівнянням (17) множини стаціонарних станів (x_1, y_1)

$$py_1 - qx_1 + 1 = 0. \quad (22)$$

Наприклад, для конкретного випадку

$$q = 1 \quad (23)$$

розв'язок (21), (22) має вигляд

$$x_1 = 1, \quad y_1 = 0, \quad (24)$$

$$x_1 = x_2, \quad y_1 = \frac{x_2 - 1}{p}. \quad (25)$$

Для

$$p = -1 \quad (26)$$

$$x_1 = 0, \quad y_1 = 1, \quad (27)$$

$$x_1 = \frac{1 - y_2}{q}; \quad y_1 = y_2. \quad (28)$$

Для

$$p + q = 0 \quad (29)$$

$$x_1 = \frac{x_2}{q(x_2 + y_2)}, \quad y_1 = -\frac{y_2}{p(x_2 + y_2)}, \quad (30)$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}. \quad (31)$$

Отже, за умови (29) стаціонарні стани (x_1, y_1) розташовані на лінії AF (рис. 1)

$$y = \frac{y_2}{x_2}x. \quad (32)$$

За умови пристайності стаціонарних станів

$$x_1 = x_2, \quad y_1 = y_2 \quad (33)$$

маємо біфуркаційне співвідношення між параметрами системи

$$py_1 - qx_1 + 1 = 0, \quad (34)$$

$$py_2 - qx_2 + 1 = 0. \quad (35)$$

Точка F на рис. 1 є множинною особливою точкою (точкою біфуркації), яка за умови зміни біфуркаційних значень p, q розщеплюється на дві стаціонарні точки (x_1, y_1) та (x_2, y_2) . Криві FR, FT є множинами ста-

ціонарних станів (x_1, y_1) (наприклад, точки K, L), що відповідають таким значенням параметрів регуляції: FR ($p = -2,5; (py_2 + 1)/x_2 < q < 6,4$); FT ($q = 2; (qx_2 - 1)/y_2 > p > -5,3$).

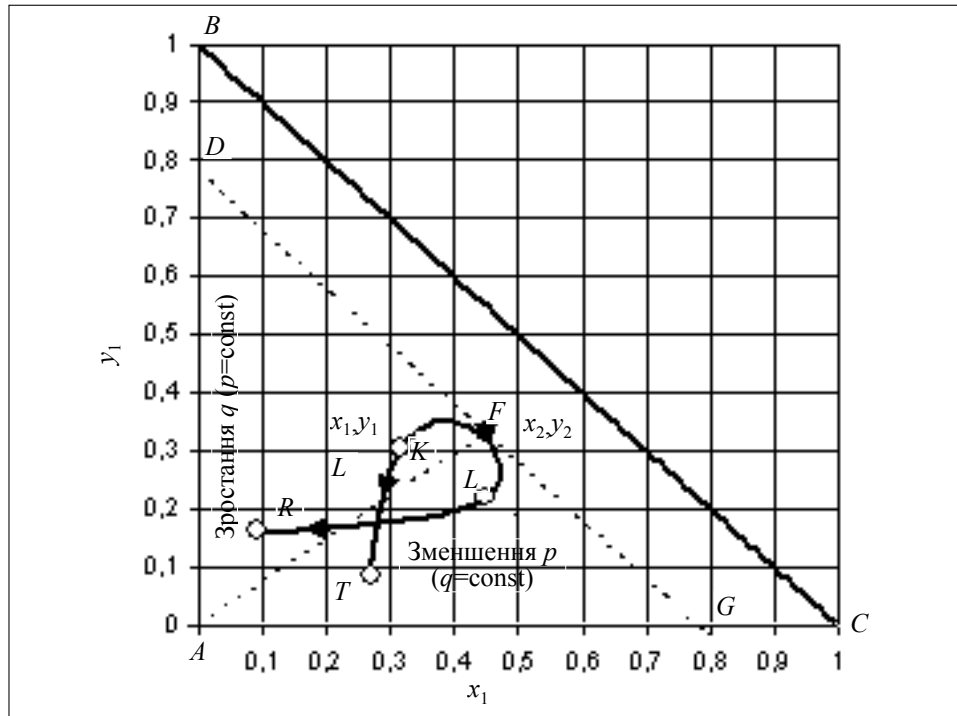


Рис. 1. Біфуркація в процесі спілкування

Зауважимо, що здвоєна стаціонарна точка F є проміжною між «сідлом» та стійким «вузлом». Вона визначається умовою

$$\frac{\frac{\partial F_x}{\partial x}}{\frac{\partial F_y}{\partial x}} = \frac{\frac{\partial F_x}{\partial y}}{\frac{\partial F_y}{\partial y}}$$

Невизначеність біфуркаційної ситуації призводить до того, що застосування керування може дати небажаний результат. Очевидно, що керування процесом досить складне (зрештою, як і реальне буття), бо зміни p, q породжують як стійкі (L, T) , так і нестійкі (K, R) стани. Перехід з області стійких станів AFG до нестійких ADF через границю AF (і навпаки) здійснюється за умови $(p + q = 0)$. Таким чином, параметри p, q є збуреннями один для іншого. Критерієм керування може бути, наприклад, втримання певного стаціонарного стану (стійкого чи нестійкого). На рис. 1 лінія DG — границя області спілкування за певного значення z_2 , а BC — границя області спілкування за відсутності «третьої сили» Z .

Область тяжіння до стаціонарного стану визначається деякою сукупністю параметрів регуляції, а її порушення може спричинити дезінтеграцію системи як сукупності трьох елементів.

СТРУКТУРНА ЕВОЛЮЦІЯ ГРАНИЧНОГО СПІЛКУВАННЯ

На рис. 2 показано структурну еволюцію системи спілкування за гіпотетичної умови повного панування на початку процесу прихильників X -ідеї (ідеї компромісу та співпраці), але за відсутності з їх боку відповідного керування ($p = -2,75$; $q = 4,5$; $p + q = 1,75$). Як видно, їх витискують прихильники Z -ідеї (як прихильники зміни поведінки під впливом обставин і тому за відповідних умов підсвідомі прихильники монополізації ідеї), але структурна флуктуація [3]

$$\left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{dz}{d\tau} \right) \right]_{z=0} < 0 \quad (36)$$

виявляється нестійкою, і вони поступаються свідомим прихильникам монопольної Y - ідеї, які здатні її захистити

$$\left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{dy}{d\tau} \right) \right]_{y=0} > 0. \quad (37)$$

Отже, за граничного спілкування створити стійку структуру системи спілкування неможливо.

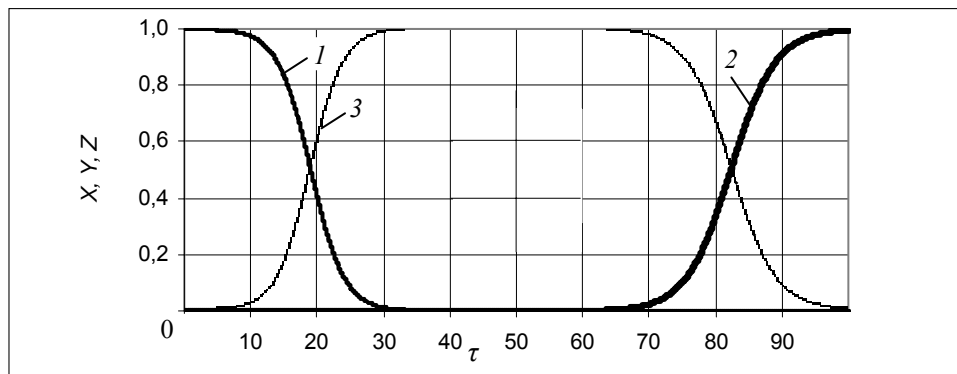


Рис. 2. Структурна еволюція за умови граничного спілкування: 1– X ; 2– Y ; 3– Z

Процес на рис. 2 принципово схожий на процес структурної еволюції суспільних продуктивних сил, наведений на рис. 1. Граничне спілкування призводить до перемоги прихильників монополізації ідеї як більш здатних до ефективної експлуатації оточення та використання ресурсів для існування (стаціонарні стани $X=1$, $Z=1$ — нестійкі; стаціонарний стан $Y=1$ — стійкий). Автор загальноеволюційної «хвильової динаміки» український соціолог В. Хмелько (з використанням історичних та архівних джерел, результатів переписів тощо) оцінив частки (у відсотках) кожної з виділених виробничих сфер у загальносвітових витратах суспільної праці, а також їхні зміни впродовж історичного часу. Результати такої оцінки дають дуже цікаву картину структурної еволюції суспільних продуктивних сил, що має яскраво виражений хвильовий характер [4–6]. Першу хвилю ми застасемо у фазі спаду, а п'яту — у фазі зростання. Перевага кожної наступної сфери діяльності зумовлена інтенсифікацією попередньої за рахунок поступового зростання темпів продуктивності праці і використання ресурсів. Бо якщо «генетична речовина» має здатність до змін, то це призводить тільки до посилення екс-

плуатації середовища [3]. Зростаюча ефективність експлуатації довкілля велими важлива для розуміння ідеї Ч. Дарвіна про «виживання найбільш пристосованих».

Виробнича діяльність людства базується виключно на процесах спілкування між різними сферами виробництва, і саме закономірності (радше, тенденції та традиції) тисячолітнього спілкування, на наш погляд, відображено на рис. 3 [4, 5].

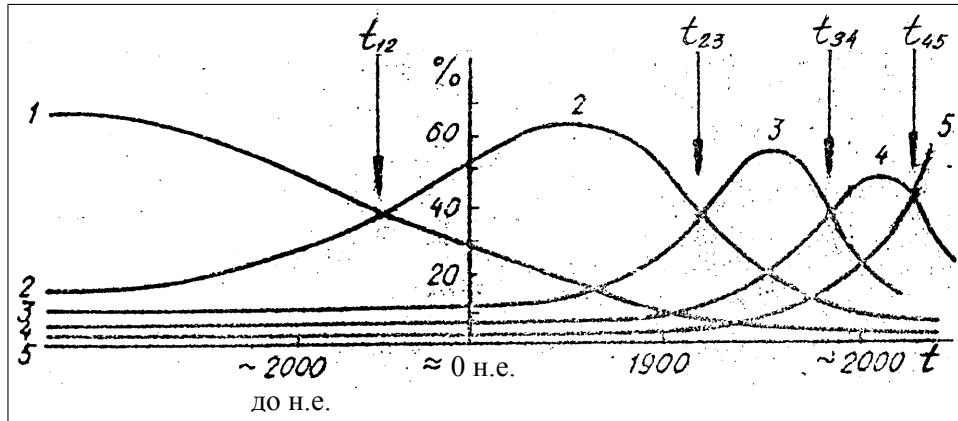


Рис. 3. Емпірична картина структурної еволюції системи продуктивних сил суспільства (нелінійний масштаб часу): 1 — первісна привласнювальна діяльність; 2 — аграрне, 3 — індустріальне, 4 — інформаційне виробництва; 5 — продукування цілісної людини як творчої особистості; t_{12} , t_{23} , t_{34} , t_{45} — моменти зміни виробничих домінант (паритетні точки)

До речі, «перехресні» структурні флуктуації

$$\left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{dx}{d\tau} \right) \right]_{x=0}, \quad (38)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{dy}{d\tau} \right) \right]_{y=0} \quad (39)$$

також мають певну змістовну аргументацію щодо характеру процесу спілкування.

СТРУКТУРНА ЕВОЛЮЦІЯ СПІЛКУВАННЯ ПОЗА КОМПРОМІСОМ

На рис. 4 показано еволюцію системи спілкування, коли на початку процесу присутні всі три учасники, але сукупність параметрів регуляції ($p = -1$; $q = 6$; $p + q = 5$) не на користь компромісу. За такої умови перемагають прихильники монополізації Y - ідеї, тобто ситуація принципово схожа на попередню. Очевидно, що в системі діє принцип потужного позитивного зворотного зв'язку, який підсилює негативні збурення в напрямку монополізації ідеї або руйнування системи спілкування. Саме такі ситуації призводять до революцій, контрреволюцій та інших суспільних халеп. Спілкування поза компромісом принципово не відрізняється від граничного спілкування — перемагають прихильники монополізації ідеї.

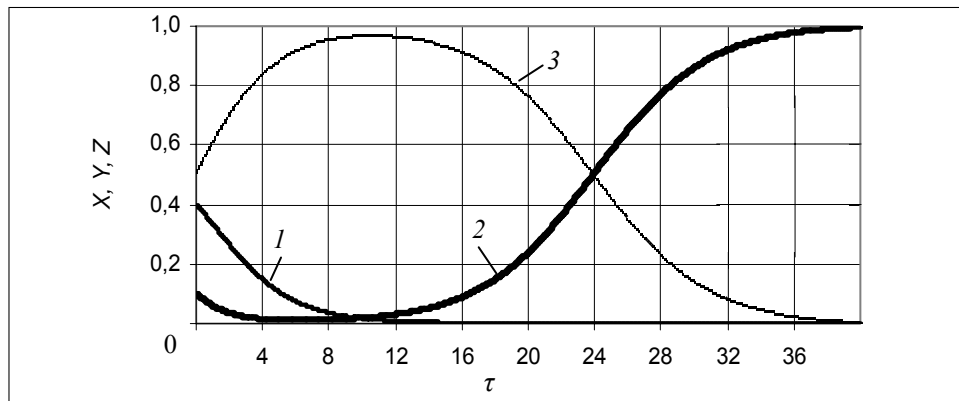


Рис. 4. Структурна еволюція системи спілкування поза компромісом: 1–X; 2–Y; 3–Z

СТРУКТУРНА ЕВОЛЮЦІЯ ЗА НАЯВНОСТІ ДВОХ УЧАСНИКІВ СПІЛКУВАННЯ

На рис. 5 наведено еволюцію протистояння прихильників двох (X, Y)-ідей ($p = -1,47$; $q = 1,47$; $p + q = 0$). Такий стан є нестійким і призводить до появи «третьої сили» — «мутантів» Z . Але структурна флуктуація z (36) знову нестійка, і в результаті відбувається перерозподіл на користь прихильників Y -ідеї (як не згадати парламентські події).

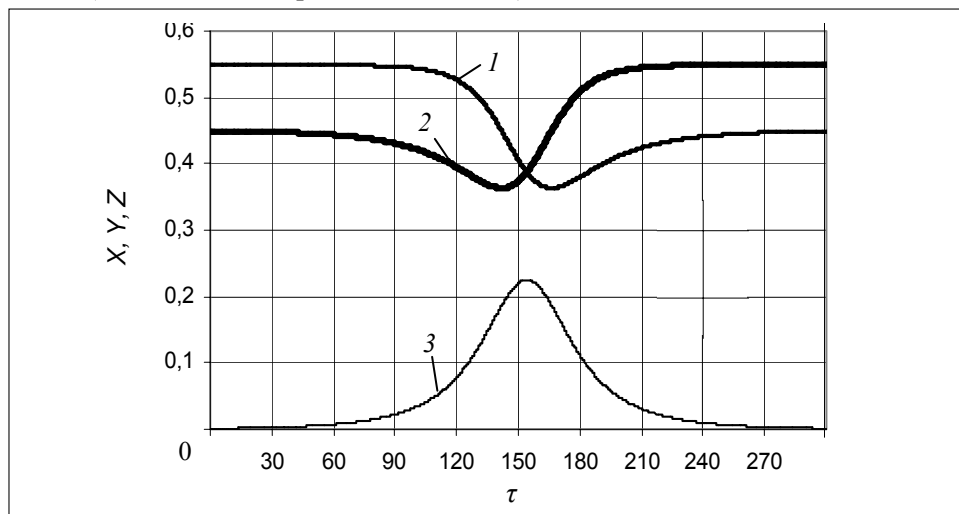


Рис. 5. Структурна еволюція системи спілкування у випадку мутації «третьої сили»: 1–X; 2–Y; 3–Z

Цей процес можна розглядати як варіант реакції системи спілкування на появу певної кількості «мутантів». Спілкування між двома ідеями призводить до появи «третьої сили» (нестійкої мутації Z), що спричиняє перерозподіл на користь прихильників монополізації Y -ідеї. Тобто в етичній та соціальній сферах припускається наявність механізмів навчання та адаптації, які допомагають пристосовуватися до оточення. Наскільки вдалою буде та чи інша структурна флуктуація, можна визначити за значеннями дійсних частин коренів характеристичного рівняння для стаціонарних станів систе-

ми (10), (11). Варто зауважити, що наслідком структурних флуктуацій у багатьох випадках є зростання складності та рівня організації системи, тобто виникнення процесів самоорганізації [3].

СТРУКТУРНА ЕВОЛЮЦІЯ ЗА УМОВИ ЗГОДИ

Ситуацію «згода» як стійке співвідношення між прихильниками різних ідей показано на рис. 6 ($p = -2,8$; $q = 1$; $p + q = -1,8$). Таке «затишшя» в процесі спілкування радше є короткотерміновою загальнокорисною домовленістю або «перемир'ям під тиском». Ситуація згоди наводить на думку про існування жорсткої регуляції, яка вимагає значних ресурсів і зникає разом із ними.

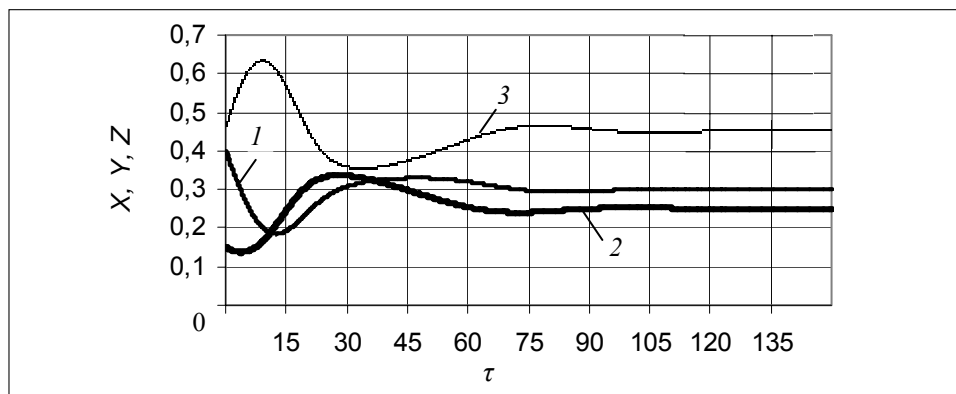


Рис. 6. Структурна еволюція системи спілкування за умови згоди: 1–X; 2–Y; 3–Z

Не виключено, що наступною буде еволюція на кшталт подій на рис. 4. Хоча відомі й ситуації з довготерміновими незмінними уподобаннями (наприклад, віросповідання). Можна припустити, що в даному випадку система спілкування має механізм компенсації некритичних для свого існування відхилень від певного стійкого співвідношення між кількістю прихильників різних ідей.

Зауважимо, що час спілкування (наприклад, час перебування при владі прихильників різних ідей) має багато схожого з фізико-хімічними поняттями часу перебування (наприклад, час перебування реагентів в певному об'ємі). Значний час перебування фактично реалізує замкнену систему з усіма її негативними особливостями (на кшталт зростання ентропії) внаслідок втрати зворотних зв'язків з оточенням. Ось чому необхідні перевибори (заміна реагентів) — вони скорочують час перебування, що й спричиняє ритмічну поведінку системи (а ритмічна активність, як відомо, є невід'ємною властивістю мозку).

КОМПРОМІС ЯК КОГЕРЕНТНЕ СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ ПРИХИЛЬНИКАМИ РІЗНИХ ІДЕЙ

Рис. 7 ($p = -2$; $q = 2$; $p + q = 0$) відображує когерентне співвідношення між кількістю прихильників трьох ідей — ситуацію компромісу або створення групової співпраці як одного з видів еволюції. Ситуація компромісу най-

більш реально нагадує мінливий характер буття. Навколо такого співвідношення існують періодичні відхилення практично з постійним періодом, що не є критичними для існування системи спілкування як сукупності ідей. Система не компенсує такі відхилення, але має механізм їх обмеження в безпечній для свого існування області (коливання як прагнення до впорядкованості є одним з трьох основних типів самоорганізації, що спричиняють складну поведінку, а складність стосується тих систем, поведінка яких значною мірою пов'язана з їх еволюцією [2]).

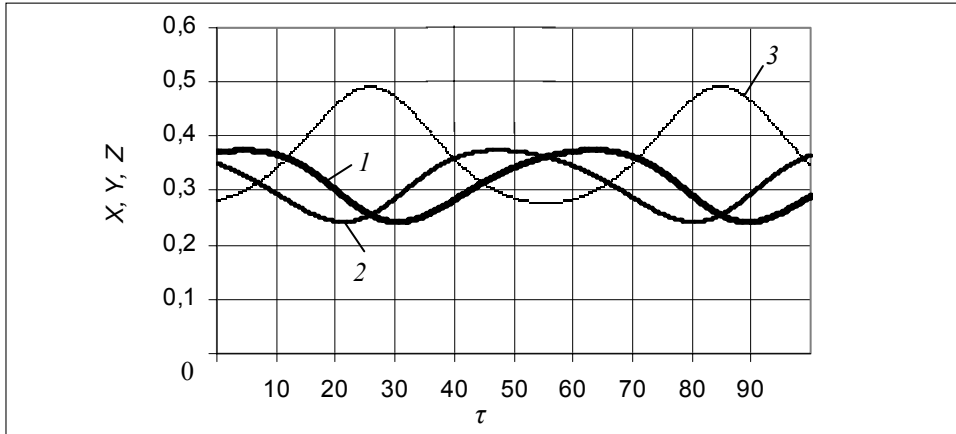


Рис. 7. Структурна еволюція системи спілкування за умови компромісу: 1–X; 2–Y; 3–Z

Наявність області безпечних для системи коливань пов'язана з існуванням інтеграла руху у вигляді співвідношення між швидкостями та темпами процесу спілкування, яке можна отримати безпосередньо з системи (10), (11) та обмеження (2)

$$p \left(\frac{dx}{d\tau} + \frac{dy}{d\tau} \right) + \frac{x_2}{x} \frac{dx}{d\tau} + \frac{y_2}{y} \frac{dy}{d\tau} = 0 \quad (40)$$

або

$$p(x + y) + x_2 \ln x + y_2 \ln y = C(x, y) = \text{const} \quad (41)$$

за умов

$$p + q = \frac{(x_2 y_1 - x_1 y_2)}{x_1 y_1} = 0, \quad (42)$$

$$x_2 + y_2 = 1. \quad (43)$$

Оскільки ці умови відповідають співвідношенням

$$p = -\frac{1}{x_1 + y_1}, \quad (44)$$

$$x_2 = \frac{x_1}{x_1 + y_1}, \quad (45)$$

$$y_2 = \frac{y_1}{x_1 + y_1}, \quad (46)$$

то інтеграл руху можна записати у вигляді

$$x + y - x_1 \ln x - y_1 \ln y = C(x, y) = \text{const}. \quad (47)$$

Співвідношення (42) означає, що стаціонарні стани системи знаходяться на лінії AF (рис.1), а співвідношення (44) визначає суттєвий зміст параметра керування як величину, зворотну до стаціонарного значення суми учасників процесу спілкування.

Трансцендентні рівняння (41), (47) визначають множину замкнутих навколо стаціонарної точки (x_1, y_1) кривих, де кожній з них відповідає своя величина C , яка визначається початковими умовами (x_0, y_0) . Така точка в теорії динамічних систем має назву «центр». Кожне значення константи C відповідає певній амплітуді коливань. Коливання обмежені діапазоном

$$C_1 \leq C(x, y) \leq C_2, \quad (48)$$

$$C_1 = x_1 + y_1 - x_1 \ln(x_1) - y_1 \ln(y_1), \quad (49)$$

$$C_2 = 1 - x_1 \ln(x_2) - y_1 \ln(y_2). \quad (50)$$

Мінімальне C_1 та максимальне C_2 значення інтеграла руху визначаються координатами стаціонарних станів (x_1, y_1) , (x_2, y_2) (наприклад, за результатами соціологічних досліджень, прогнозів або виборів з певними застереженнями щодо їх стаціонарності). Величину C_2 можна вважати за критерій поведінки системи спілкування, який відокремлює області коливального ($C < C_2$) та аперіодичного ($C > C_2$) руху. Тобто вираз (50) є сепаратрисою системи. Різницю

$$\Delta C = C_2 - C_1 \quad (51)$$

можна вважати масштабом компромісу.

Період коливань в околі стаціонарного стану (x_1, y_1)

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\Delta_1}} T_s, \quad (52)$$

$$\Delta_1 = p(p+1)x_1y_1(1-x_1-y_1) = x_1y_1 \left(\frac{1-x_1-y_1}{x_1+y_1} \right)^2. \quad (53)$$

Малі відхилення від центру відбуваються практично з постійним періодом. Значні відхилення супроводжуються збільшенням періоду коливань, що відображає завжди існуючі в суспільстві відставання або випередження різних суспільних ініціатив (на кшталт колективізації, приватизації, капіталізації, комп'ютеризації тощо).

За умов (42), (43) система (10), (11) визначає рівняння фазової траєкторії процесу

$$\frac{dx}{d\tau} = -x(py + y_2)(1 - x - y), \quad (54)$$

$$\frac{dy}{d\tau} = y(px + x_2)(1 - x - y), \quad (55)$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y(px + x_2)}{x(py + y_2)}. \quad (56)$$

Ця система схожа на модель співіснування видів Лотки–Вольтери [3,7], проте на відміну від неї має принципову особливість: якщо в моделі Лотки–Вольтери спектр амплітуд та частот коливань необмежений, що навряд чи відображає реальність, то в моделі (54), (55) існує обмеження (48) області співіснування. За розподілом змінних рівняння (56) можна інтегрувати

$$\int \frac{py + y_2}{y} dy = -\int \frac{px + x_2}{x} dx. \quad (57)$$

Після інтегрування отримаємо інтеграл руху (47), схожий на модель Лотки–Вольтери.

Отже, збалансоване керування системою спілкування $p = -q$ (42) за умови (43) (наприклад, коаліція + опозиція = парламент) створює можливість скоординованого співіснування, щоправда, в обмеженій області (48). До речі, саме згідно з (45), (46) розподіляються між переможцями парламентських виборів голоси прихильників ідей-невдах (у даному випадку прихильників Z - ідеї).

Відхилення за межі області (48) є критичними для системи спілкування (рис. 8), бо руйнують її структуру і призводять до монополізації однієї ідеї. На межі «компромісу» (крива 1) спілкування має суто нелінійний (неадекватний) характер. Крива 2 відображає «компромісні» коливання. Поведінка системи ще й суттєво залежить від початкових умов (x_0, y_0) процесу, бо деякі наведені результати є наслідком лінійного аналізу стійкості стаціонарних станів і дійсні лише в їх околі. Стан компромісу є значною мірою штучним, тому система й не «забуває» початкових умов (x_0, y_0) .

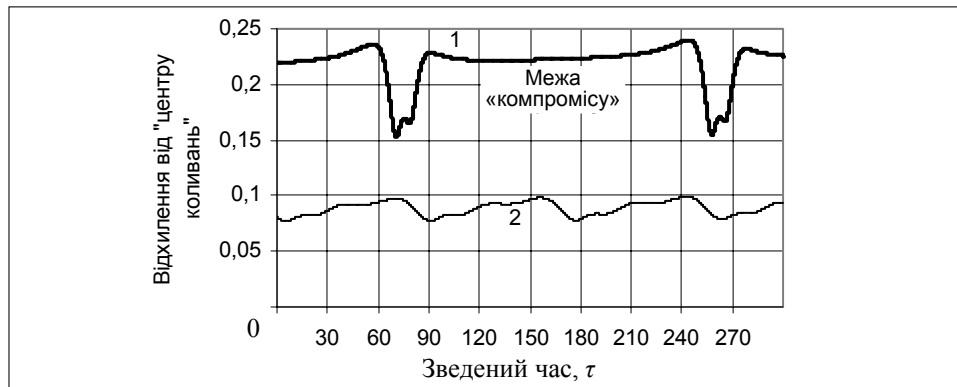


Рис. 8. Коливання типу «компроміс»

Зауважимо, що «когерентну» поведінку, яка відображає регуляторні та координаційні процеси [1, 3, 8], називають також «системною», «колективною», «узгодженою». Очевидно, що для збереження структури системи спілкування як сукупності різних ідей така поведінка є вирішальною. Як видно з наведеного аналізу, «когерентність» системи забезпечується існуванням першого інтеграла (1), який можна трактувати як «закон збереження маси» в живих системах, та інтеграла руху (40), (41), (47), аналогічного збереженню енергії в механічних системах.

ВИСНОВКИ

1. Можливість хоча б приблизно аналізувати за допомогою математичних моделей надзвичайно складні суспільні процеси є сама собою дивним фактом [3].

2. Система спілкування має різні способи пристосування до впливу оточення, тобто за одних і тих же значень параметрів системи можливі різні рішення. Адаптація шляхом зміни структури та поведінки — основне джерело тривалого існування суспільства, відновлення та розвитку.

3. Однією з головних рушійних сил еволюції є механізми позитивного зворотного зв'язку, які призводять до нестійкості поведінки системи з наступним переходом до нових станів [3].

4. Наявність двох стаціонарних станів (x_1, y_1) , (x_2, y_2) системи спілкування означає існування розбіжності між реальним співвідношенням прихильників різних ідей в суспільстві та «законним» співвідношенням, яке створюється державою через суспільні закони, що й породжує необхідність регуляції. Пристайність цих станів означає ситуацію непередбаченого «вільного спілкування» в умовах невизначеності регуляції ($p = 0/0$; $q = 0/0$) з усіма негативними наслідками «волі».

5. Протистояння двох провідних ідей є граничним і тому структурно хитким станом. Імовірним наслідком його еволюції може бути структурна флуктуація у вигляді «третьої сили» — «мутанта» двох ідей.

6. Компроміс може бути реалізованим лише в обмеженій області, тобто процес спілкування має бути керованим за суспільними законами (наприклад, зростання абсолютного значення параметра p розширює область компромісу). Поза цієї області система спілкування як сукупність ідей дезінтегрується, що й підтверджує крихку стійкість цивілізації.

ЛІТЕРАТУРА

1. Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. — М.: Прогресс, 1986. — 431 с.
2. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. — М: Мир, 1990. — 342 с.
3. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. — М: Мир, 1979. — 512 с.
4. Хмелько В. Общественное производство жизни: структура процессов и ее динамика // *Общественные науки*. — 1987. — № 2. — С. 42–61.
5. Хмелько В. Концептуальная модель структуры и динамики макропроцессов общественного производства жизни // *Математическое моделирование социальных процессов*: Сб. науч. тр. — М.: Наука, 1989. — С. 37–49.
6. Повеценко Г., Чеховий Ю. Математична модель структурної еволюції суспільних продуктивних сил // *Соціологія: теорія, методи, маркетинг*. — 2001. — № 3. — С. 41–59.
7. Марри Дж. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. — М: Мир, 1983. — 397 с.
8. Повеценко Г. Модель взаємовпливу популяції та довкілля // *Доп. НАН України*. — 2001. — № 12. — С. 71–77.

Надійшла 13.12.2007

УДК 519.711

Глобальний аналіз сталого розвитку в контексті якості і безпеки життя людей / Згуровський М.З. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 1. — С. 7–21.

Запропоновано систему факторів (індексів та індикаторів) і розроблено нову метрику для вимірювання процесів сталого розвитку (SDGM) з метою глобального моделювання зазначених процесів у контексті якості й безпеки життя населення світу. Для цього моделювання використано вихідні дані, представлені авторитетними міжнародними організаціями. Із застосуванням SDGM проведено дослідження впливу сукупності глобальних загроз і світових конфліктів на сталий розвиток. Зроблено спробу передбачення наступного конфлікту, названого «конфліктом XXI сторіччя», і виконано аналіз його природи й головних характеристик: тривалості, основних фаз плину та інтенсивності. Визначено систему глобальних загроз, які породжують цей конфлікт. З використанням методу кластерного аналізу визначено вплив цих загроз на різні країни світу. Рис.: 6. Табл.: 2. Бібліогр.: 13 назв.

УДК 519.711

Глобальный анализ устойчивого развития в контексте качества и безопасности жизни людей / Згуровский М.З. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 1. — С. 7–21.

Предложена система факторов (индексов и индикаторов) и разработана новая метрика для измерения процессов устойчивого развития (SDGM) с целью глобального анализа указанных процессов в контексте качества и безопасности жизни населения мира. Для этого моделирования использованы данные, представленные авторитетными международными организациями. С применением SDGM исследовано влияние совокупности глобальных угроз и мировых конфликтов на устойчивое развитие. Сделана попытка предвидения следующего конфликта, названного «конфликтом XXI столетия», и выполнен анализ его природы и главных характеристик: продолжительности, основных фаз течения и интенсивности. Определена система глобальных угроз, порождающих этот конфликт. С использованием метода кластерного анализа определено влияние этих угроз на различные страны мира. Рис.: 6. Табл.: 2. Библиогр.: 13 назв.

УДК 519.876.2

Моделювання альтернатив сценаріїв процесу технологічного передбачення / Панкратова Н.Д., Савастьянов В.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 1. — С. 22–35.

Запропоновано методологічний апарат моделювання альтернатив сценаріїв процесу технологічного передбачення на основі інформаційної моделі, яка утворює базу і поле знань, що описують усі об'єкти, суб'єкти, системи, а також відносини між ними та оточуючим зовнішнім середовищем. Поле знань формується від першого попереднього етапу процесу передбачення і покроково організує знання у вигляді семантично зв'язаної структури фреймів. Рис.: 6. Табл.: 1. Бібліогр.: 18 назв.

UDC 519.876.2

Modeling of alternatives in technology foresight scenarios / Pankratova N.D., Savastyanov V.V. // System Research and Information Technologies. — 2009. — № 1. — P. 22–35.

A methodology for modeling of scenario alternatives in technology foresight process is proposed. It is based on the information model forming the base and field of knowledge which describe all the objects, subjects and systems as well as the relationships within them and with the environment. The field of knowledge is formed from the entry stage of the technology foresight process and step by step organizes knowledge in the form of a semantically interconnected frame structure. Figs: 6. Tabl.: 1. Refs: 18 titles.

УДК 338:519.81

Компаративна ідентифікація моделі формування індексу сталого розвитку / Петров К.Е. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 1. — С. 36–46.

Запропоновано єдину методику визначення індексів та індикаторів, які використовуються для оцінки рівня сталого розвитку країни. Розроблено підхід до побудови моделі формування індексу сталого розвитку, що враховує три основних компоненти: економічний, екологічний і соціальний. Розглядається метод компаративної структурно-параметричної ідентифікації моделі на множині можливих структур, які описуються поліномом Колмогорова–Габора. Табл.: 5. Бібліогр.: 13 назв.

UDC 338:519.81

Comparative identification of model of formation of sustainable development index / Petrov K.E. // System Research and Information Technologies. — 2009. — № 1. — P. 36–46.

A uniform technique for definition of the indexes and indicators that are used for estimation of the level of sustainable development of a country is offered. An approach to construction of model of the sustainable development index is developed, which takes into account three basic components: economic, ecological and social. The method for comparative structural-parametrical identification of the model by using the set of possible structures described by the Kolmogorov-Gabor polynomial is considered. Tabl.: 5. Refs: 13 titles.

ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ

PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES, HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS

УДК 62-50

Планування та оптимізація маршрутів танкерів при нечітких замовленнях суден, що ними обслуговуються / Вернерс Б., Кондратенко Ю.П. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 1. — С. 47–64.

Розглядається проблема планування та оптимізації маршрутів танкерів-заправників, які стартують від бункерувальної компанії і мають забезпечити паливом судна, що розміщені в різних портах. Синтез алгоритмів оптимізації та моделювання здійснюється згідно з постановкою задачі планування маршрутів транспортних одиниць із обмеженою вантажомісткістю. При цьому інформація про замовлення суден в різних портах є неповною (невизначеною), значення замовлень суден моделюються з використанням нечітких множин. Перше компромісне рішення може бути модифіковане в інтерактивному режимі відповідно до декількох критеріїв та вимог оператора, що приймає рішення. Ефективність запропонованих алгоритмів підтверджується результатами моделювання. Рис.: 9. Табл.: 4. Бібліогр.: 24 назви.

УДК 62-50

Планирование и оптимизация маршрутов танкеров при нечетких заказах обслуживаемых судов / Вернерс Б., Кондратенко Ю.П. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 1. — С. 47–64.

Рассматривается проблема планирования и оптимизации маршрутов танкеро-заправщиков, которые стартуют от бункеровочной компании и должны обеспечить топливом суда, расположенные в разных портах. Синтез алгоритмов оптимизации и моделирование осуществлены согласно постановке задачи планирования маршрутов транспортных единиц с ограниченной грузоместимостью. При этом информация о заказах судов в разных портах является неполной (неопределенной), значения заказов судов моделируются с использованием нечетких множеств. Первое компромиссное решение может модифицироваться в интерактивном режиме в соответствии с несколькими критериями и требованиями оператора, принимающего решения. Эффективность предложенных алгоритмов подтверждается результатами моделирования. Рис.: 9. Табл.: 4. Библиогр.: 24 назв.

УДК 62-50

Вероятностное прогнозирование процессов ценообразования на фондовых рынках / Бидюк П.И., Федоров А.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 1. — С. 65–73.

Предложены два типа математических моделей для прогнозирования процессов ценообразования на бирже. Вероятностная модель в виде динамической сети Байеса и авторегрессионная модель взаимно дополняют друг друга, что способствует повышению качества про-

гноза и решений относительно торговых операций на бирже. Построена модель для прогнозирования нестандартных ситуаций. Рис.: 8. Библиогр.: 11 назв.

UDC 62-50

Probabilistic forecasting of price forming at stock exchange / Bidiuk P.I., Fedorov A.V. // System Research and Information Technologies. — 2009. — № 1. — P. 65–73.

Two types of mathematical models are proposed to forecast processes of stock price forming. The probabilistic model in the form of the dynamic Bayesian network and the autoregressive model mutually supplement each other, which improves the quality of trading decision making. Also, a model is proposed to forecast nonstandard situations. Figs: 8. Refs: 11 titles.

УДК 004.896

Модель учебного Web-контента Tree-Net как основа для интеграции управления знаниями и непрерывным обучением / Титенко С.В., Гагарин А.А. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 1. — С. 74–86.

Описана иерархически-сетевая модель учебного Web-контента Tree-Net для поддержки непрерывного обучения на основе управления знаниями. Рассмотрены иерархические, бинарные и групповые связи между элементами контента, которые служат для структурирования и каталогизации Web-контента, реализации повторного использования, поиска тематико-ассоциативного контента и построения персональной среды обучения. Рис.: 3. Библиогр.: 17 назв.

UDC 004.896

Learning Web-content Tree-Net model as a basis for integration of knowledge management and on-going learning / Tytenko S.V., Gagarin A.A. // System Research and Information Technologies. — 2009. — № 1. — P. 74–86.

The article represents a hierarchical network model of learning Web-content for support to on-going learning on the basis of knowledge management. Hierarchical, binary and group relations among the content elements are described, which serve for structuring and cataloguing the Web-content, its reusing, searching for thematic and associative content and building a personal learning environment. Figs: 3. Refs: 17 titles.

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ І
ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ
СИСТЕМ

MATHEMATICAL METHODS, MODELS,
PROBLEMS AND TECHNOLOGIES FOR
COMPLEX SYSTEMS RESEARCH

УДК 519.24

Побудова багатовимірної поліноміальної регресії. Активний експеримент / Павлов О.А., Чеховський О.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 1. — С. 87–99.

Розглядається конструктивний метод відновлення багатовимірної поліноміальної регресії, представлені надлишковим описом. Розподіл збурення є довільним з невідомою, але скінченною дисперсією. Розв'язання задачі засновано на можливості проведення активного експерименту. Приводяться практичні рекомендації з використання методу. Табл.: 3. Библиогр.: 11 назв.

UDC 519.24

Multidimensional polynomial regression construction. Active experiment / Pavlov A.A., Chekhovskiy A.V. // System Research and Information Technologies. — 2009. — № 1. — P. 87–99.

A constructive method for restoration of multidimensional polynomial regression represented with extra description is considered. Distribution of noises is optional with unknown but finite dispersion. The solution to the problem is based on the possibility of an active experiment. Practical recommendations for using the method are proposed. Tabl.: 3. Refs: 11 titles.

УДК 681.513

Дослідження умов ідентифікованості при ітеративній ідентифікації дискретних стаціонарних систем / Губарев В.Ф., Жуков О.О. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 1. — С. 100–115.

Проводиться виявлення та аналітичне обґрунтування загальних умов ідентифікованості дискретних стаціонарних систем з простими модами на основі аналізу загального виразу відгуку даного класу систем із жордановою формою матриці стану. Доводиться, що найбільшу інформативність по відношенню до збуджуваних мод має прямокутний імпульс або періодичне збудження залежно від добротності коливального контуру. Рис.: 1. Бібліогр.: 7 назв.

UDC 681.513

Research of Identification Conditions in Iterative Identification of discrete stationary systems / Gubarev V.F., Zhukov A.O. // System Research and Information Technologies. — 2009. — № 1. — P. 100–115.

The article is devoted to revelation and analytical validation of general condition for identification of discrete stationary systems with simple modes using analysis of the response common expression for the systems with the state matrix in the Jourdan form. It has been established that a rectangular impulse or periodic excitation are the most informative signals in relation to the excited modes depending on the oscillation circuit quality. Figs: 1. Refs: 7 titles.

НОВІ МЕТОДИ В СИСТЕМНОМУ АНАЛІЗІ,
ІНФОРМАТИЦІ ТА ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

NEW METHODS IN SYSTEM ANALYSIS, COMPUTER
SCIENCE AND THEORY OF DECISION MAKING

УДК 517.9

Задача Коші для еволюційних включень з відображеннями типу S_k / Касьянов П.О., Мельник В.С., Тоскано С. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 1. — С. 116–130.

Одержано загальну теорему про існування розв'язків для широкого класу операторних включень, у тому числі ті, які породжуються відображеннями типу S_k . Результат застосовано до деякого окремого прикладу. Теорему доведено за допомогою методу Фаєдо-Гальоркіна. Бібліогр.: 31 назва.

УДК 517.9

Задача Коши для эволюционных включений с отображениями типа S_k / Касьянов П.О., Мельник В.С., Тоскано С. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 1. — С. 116–130.

Получена общая теорема о существовании решений для широкого класса операторных включений, в том числе те, которые порождаются отображениями типа S_k . Результат применен к некоторому частному примеру. Теорема доказана с помощью метода Фаэдо-Галеркина. Библиогр.: 31 назв.

УДК 581.52

Структурная эволюция общения / Повещенко Г.П. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2009. — № 1. — С. 131–144.

На основе анализа масштабного распространения технологий целенаправленного использования определенных тенденций и традиций поведения людей рассматривается возможность формализации (хотя бы на качественном уровне) общественных отношений и связей, а также некоторые аспекты анализа структурных изменений системы общения на соответствующей математической модели. Рис.: 8. Библиогр.: 8 назв.

UDC 581.52

Structural evolution of association / Poveshchenko G.P. // System Research and Information Technologies. — 2009. — № 1. — P. 131–144.

Based on the wide-spread technologies for goal-directed use of the existing trends and traditions in the behavior of people the possibility of formalization (at least at a qualitative level) of public relations is considered. Some aspects of the limiting contact analysis on the basis of the corresponding mathematical model are presented. Figs: 8. Refs: 8 titles.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Бідюк Петро Іванович,

професор, доктор технічних наук, професор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Вернерс Брігітта,

професор, доктор наук, завідувач кафедри дослідження операцій Рурського університету, Німеччина, Бохум

Гагарін Олександр Олександрович,

доцент, кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматизації проектування енергетичних процесів та систем теплоенергетичного факультету Національного технічного університету України «КПІ», Київ

Губарев В'ячеслав Федорович,

член-кореспондент НАН України, професор, доктор технічних наук, заступник директора з наукової роботи Інституту космічних досліджень НАНУ–НКАУ, Україна, Київ

Жуков Олексій Олегович,

аспірант Національного технічного університету України «КПІ», Київ

Згуровський Михайло Захарович,

академік НАН України, професор, доктор технічних наук, ректор Національного технічного університету України «КПІ», директор Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Касьянов Павло Олегович,

кандидат фізико-математичних наук, асистент кафедри диференціальних рівнянь механіко-математичного факультету Київського національного університету ім. Тараса Шевченка, Київ

Кондратенко Юрій Пантелійович,

професор, доктор технічних наук, професор кафедри інтелектуальних інформаційних систем Чорноморського державного університету ім. Петра Могили, Україна, Миколаїв

Мельник Валерій Сергійович,

член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, завідувач відділу Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Павлов Олександр Анатолійович,

академік Академії наук вищої школи, професор, доктор технічних наук, декан факультету інформатики та обчислювальної техніки Національного технічного університету України «КПІ», Київ

Панкратова Наталія Дмитрівна,

професор, доктор технічних наук, заступник директора з наукової роботи Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Петров Костянтин Едуардович,

доцент, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник проблемної науково-дослідницької лабораторії автоматичних систем управління Харківського національного університету радіоелектроніки, Україна, Харків

Повещенко Геннадій Павлович,

старший науковий співробітник, кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу», НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Савастьянов Володимир Володимирович,

інженер Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Титенко Сергій Володимирович,

асистент кафедри автоматизації проектування енергетичних процесів та систем теплоенергетичного факультету Національного технічного університету України «КПІ», Київ

Тоскано Сперанца,

докторант Університету Салерно, Італія

Федоров Андрій Васильович,

студент Навчально-наукового комплексу «Інститут прикладного системного аналізу» НТУУ «КПІ» МОН та НАН України, Київ

Чеховський Олександр Володимирович,

студент факультету інформатики та обчислювальної техніки Національного технічного університету України «КПІ», Київ

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ СТАТЕЙ

для журналу

«СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ»

1. Стаття з анотаціями подається у двох варіантах:
 - для рецензування і редакційної роботи (друкується через 1,5 інтервали на папері формату А4 у двох прим., розмір шрифту 12 пт.);
 - для комп'ютерної верстки — два файли (тексти статті з анотаціями через один інтервал, розмір шрифту 11 пт.).
2. Анотація подається трьома мовами: російською, українською і англійською (не більше 5–6 рядків).
3. Текст статті набирається у редакторі Microsoft Word 98 (або пізнішої версії) шрифтом Times New Roman із вирівнюванням по ширині.
4. На початку статті вказується індекс УДК, назва статті, ініціали та прізвище автора (авторів).
5. Список літератури складається у порядку посилання в тексті та подається наприкінці статті. Зразки оформлення літератури див. у журналі.
6. Набір формул здійснюється у редакторі формул «Equations».
7. Символи у формулах (крім особливих випадків) набираються курсивом. Допускаються прямі символи, але їх треба розмітити або включити до списку спеціальних символів.
8. Нумерувати бажано тільки ті формули (винесені на середину рядків), на які є посилання у тексті.
9. Таблиці та рисунки виконуються в одному стилі, нумеруються та подаються після посилань на них у тексті. Не слід повторювати ті ж самі відомості у підписах до рисунків та таблиць.
10. Стаття разом із таблицями, рисунками і списком літератури має бути не більше 15 стор. у форматі журналу. Оглядові статті обсягом до 25 стор. приймаються до публікації за домовленістю із редколегією.
11. До рукопису додаються:
 - висновок експертної комісії (два прим.);
 - відомості про кожного автора (країна, місто, місце роботи, службова посада, вчений ступінь та звання, сфера наукових досліджень, контактний телефон, адреса).