

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ КОМПЛЕКС
«ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ»
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

МІЖНАРОДНИЙ НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ ЖУРНАЛ

№ 4

2018

ЗАСНОВАНО У ЛИПНІ 2001 р.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Головний редактор

М.З. ЗГУРОВСЬКИЙ, акад. НАН України

Заступник головного редактора

Н.Д. ПАНКРАТОВА, чл.-кор. НАН України

Члени редколегії:

П.І. АНДОН, акад. НАН України

А.В. АНІСІМОВ, чл.-кор. НАН України

Г.-В. ВЕБЕР, проф., Турція

О.Д. ГВІШАНИ, акад. РАН, Росія

П.О. КАСЬЯНОВ, проф., д.ф.-м.н.,
Україна

В.М. КУНЦЕВИЧ, акад. НАН України

О.А. ПАВЛОВ, проф., д.т.н., Україна

Л. САКАЛАУСКАС, проф., Литва

А.М. САЛЕМ, проф., Єгипет

І.В. СЕРГІЄНКО, акад. НАН України

Х.-М. ТЕОДОРЕСКУ, проф., Румунія

Е.О. ФАЙНБЕРГ, проф., США

Я.С. ЯЦКІВ, акад. НАН України

У номері:

• **Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу**

• **Прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи**

• **Проблемно і функціонально орієнтовані комп'ютерні системи та мережі**

• **Математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем**

АДРЕСА РЕДАКЦІЇ:

03056, м. Київ,

просп. Перемоги, 37, корп. 35,

ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського

Тел.: 204-81-44; факс: 204-81-44

E-mail: journal.iasa@gmail.com

http://journal.iasa.kpi.ua

NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF UKRAINE
EDUCATIONAL AND SCIENTIFIC COMPLEX
«INSTITUTE FOR APPLIED SYSTEM ANALYSIS»
OF THE NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY OF UKRAINE
«IGOR SIKORSKY KYIV POLYTECHNIC INSTITUTE»

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

INTERNATIONAL SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL

№ 4

2018

IT IS FOUNDED IN JULY 2001

EDITORIAL BOARD:

The editor – in – chief

M.Z. ZGUROVSKY, Academician of
NASU

Deputy editor – in – chief

N.D. PANKRATOVA, Correspondent
member of NASU

Associate editors:

F.I. ANDON, Academician of
NASU

A.V. ANISIMOV, Correspondent
member of NASU

E.A. FEINBERG, Prof., USA

A.D. GVISHIANI, Academician of RAS,

P.O. KASYANOV, Prof., Ukraine

V.M. KUNTHEVICH, Academician of NASU

A.A. PAVLOV, Prof., Ukraine

L. SAKALAIUSKAS, Prof., Lithuania

A.M. SALEM, Prof., Egypt

I.V. SERGIENKO, Academician of NASU

H.-N. TEODORESKU, Prof., Romania

G.-W. WEBER, Prof., Turkey

Ya.S. YATSKIV, Academician of NASU

In the issue:

• **Theoretical and applied problems and methods of system analysis**

• **Progressive information technologies, high-efficiency computer systems**

• **Problem- and function-oriented computer systems and networks**

• **Mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research**

THE EDITION ADDRESS:

03056, Kyiv,
av. Peremogy, 37, building 35,
Institute for Applied System Analysis
at the Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute
Phone: **204-81-44**; Fax: **204-81-44**
E-mail: journal.iasa@gmail.com
<http://journal.iasa.kpi.ua>

Шановні читачі!

Навчально-науковий комплекс «Інститут прикладного системного аналізу» Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» видає міжнародний науково-технічний журнал

«СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ».

Журнал публікує роботи теоретичного та прикладного характеру в широкому спектрі проблем, пов'язаних із системними дослідженнями та інформаційними технологіями.

Провідні тематичні розділи журналу:

Теоретичні та прикладні проблеми і методи системного аналізу; теоретичні та прикладні проблеми інформатики; автоматизовані системи управління; прогресивні інформаційні технології, високопродуктивні комп'ютерні системи; проблеми прийняття рішень і управління в економічних, технічних, екологічних і соціальних системах; теоретичні та прикладні проблеми інтелектуальних систем підтримки прийняття рішень; проблемно і функціонально орієнтовані комп'ютерні системи та мережі; методи оптимізації, оптимальне управління і теорія ігор; математичні методи, моделі, проблеми і технології дослідження складних систем; методи аналізу та управління системами в умовах ризику і невизначеності; евристичні методи та алгоритми в системному аналізі та управлінні; нові методи в системному аналізі, інформатиці та теорії прийняття рішень; науково-методичні проблеми в освіті.

Головний редактор журналу — ректор Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», академік НАН України Михайло Захарович Згуровський.

Журнал «Системні дослідження та інформаційні технології» включено до переліку фахових видань ВАК України.

Журнал «Системні дослідження та інформаційні технології» входить до таких наукометричних баз даних: EBSCO, Google Scholar, DOAJ, Index Copernicus, реферативна база даних «Україніка наукова», український реферативний журнал «Джерело», наукова періодика України, ВІНТІ РАН.

Статті публікуються українською, російською та англійською мовами.

Журнал можна передплатити. **Наш індекс 23918.** Якщо ви не встигли передплатити журнал, його можна придбати безпосередньо в редакції. Наша адреса: 03056, м. Київ, просп. Перемоги, 37, корп. 35.

Завідуюча редакцією **С.М. Шевченко**
Редактор **Р.М. Шульженко**
Молодший редактор **Л.О. Тарин**
Комп'ютерна верстка та набір **А.А. Патіоха**

Підписано до друку 18.12.2018. Формат 70x108/16.
Папір офс. Офс. друк. Ум. друк. арк. 14. Ціна договірна.
Свідоцтво про реєстрацію КВ № 23234–13074 ПР від 22.03.2018 р.

Видавництво «Політехніка»
Свідоцтво ДК № 1665 від 28.01.2004 р.
03056, Київ, вул. Політехнічна, 14, корп. 15
Тел. (044) 204-81-78
Наклад 129 пр. Зам. № 16-163

Dear Readers!

Educational and Scientific Complex «Institute for Applied System Analysis» of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute» is published of the international scientific and technical journal

«SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES».

The Journal is printing works of a theoretical and applied character on a wide spectrum of problems, connected with system researches and information technologies.

The main thematic sections of the Journal are the following:

Theoretical and applied problems and methods of system analysis; theoretical and applied problems of computer science; automated control systems; progressive information technologies, high-efficiency computer systems; decision making and control in economic, technical, ecological and social systems; theoretical and applied problems of intellectual systems for decision making support; problem- and function-oriented computer systems and networks; methods of optimization, optimum control and theory of games; mathematical methods, models, problems and technologies for complex systems research; methods of system analysis and control in conditions of risk and uncertainty; heuristic methods and algorithms in system analysis and control; new methods in system analysis, computer science and theory of decision making; scientific and methodical problems in education.

The editor-in-chief of the Journal is rector of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», academician of the NASU Michael Zaharovich Zgurovsky.

The articles to be published in the Journal in Ukrainian, Russian and English languages are accepted. Information printed in the Journal is included in the Catalogue of periodicals of Ukraine.

СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

4 • 2018

ЗМІСТ

ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ І МЕТОДИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

- Згуровський М.З., Касьянов П.О., Горбань Н.В., Палійчук Л.С.* Якісні властивості та скінченновимірність з точністю до малого параметра слабких розв'язків кліматологічної моделі Будико–Селлєрса 7

ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ

- Зак Ю.А.* Построение двухстадийных расписаний обработки изделий на одной машине 19
- Zaychenko Yu., Hamidov G., Varga I.* Medical images of breast tumors diagnostics with application of hybrid CNN–FNN network 37
- Kopp A.M., Orlovskiy D.L.* Estimation and analysis of business process models similarity in enterprise continuum repository 48
- Prodan Anastasiia.* A parallel search algorithm for formal grammar data types 58

ПРОБЛЕМНО І ФУНКЦІОНАЛЬНО ОРІЄНТОВАНІ КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ ТА МЕРЕЖІ

- Berezovsky S.A.* 3D Frame models switching elements by Berezovsky for software-configurable switching structures 67
- Поліщук О.Д., Яджак М.С.* Мережеві структури та системи: III. Ієрархії та мережі 82

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ І ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

- Панкратова Н.Д., Шолохов А.В.* Связь параметров множества возможных состояний наблюдаемой системы с параметрами уравнения измерений и размерностью пространства состояний системы 96
- Романенко В.Д., Мильявский Ю.Л.* Подавление ограниченных внутренних и внешних возмущений при управлении процессами в когнитивных картах сложных систем 104
- Бідюк П.І., Караюз І.В., Варава В.С., Жиров О.Л.* Прогнозування сонячної активності альтернативними методами 115
- Osaulenko V.M.* Simple model for sequence prediction based on dendritic spatio-temporal integration 133
- Реферати 142
- Відомості про авторів 149
- Зміст журналу «Системні дослідження та інформаційні технології» за 2018 р. 151
- Автори статей за 2018 р. 153

SYSTEM RESEARCH AND INFORMATION TECHNOLOGIES

4 • 2018

CONTENTS

THEORETICAL AND APPLIED PROBLEMS AND METHODS OF SYSTEM ANALYSIS	
<i>Zgurovsky M.Z., Kasyanov P.O., Gorban N.V., Paliichuk L.S.</i> Qualitative properties and finite-dimensionality up to a small parameter of weak solutions for the Budyko–Sellers climate model	7
PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES, HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS	
<i>Zack Yu.A.</i> Construction of two-stage schedules of processing of products on one machine	19
<i>Zaychenko Yu., Hamidov G., Varga I.</i> Medical images of breast tumors diagnostics with application of hybrid CNN–FNN network	37
<i>Kopp A.M., Orlovskiy D.L.</i> Estimation and analysis of business process models similarity in enterprise continuum repository	48
<i>Prodan Anastasiia.</i> A parallel search algorithm for formal grammar data types	58
PROBLEM- AND FUNCTION-ORIENTED COMPUTER SYSTEMS AND NETWORKS	
<i>Berezovsky S.A.</i> 3D Frame models switching elements by Berezovsky for software-configurable switching structures	67
<i>Polishchuk O.D., Yadzhak M.S.</i> Network structures and systems: III. Hierarchies and networks	82
MATHEMATICAL METHODS, MODELS, PROBLEMS AND TECHNOLOGIES FOR COMPLEX SYSTEMS RESEARCH	
<i>Pankratova N.D., Sholokhov O.V.</i> Link between parameters of an observable system’s possible states set, measurement equation parameters and state space system dimension	96
<i>Romanenko V.D., Milyavsky Y.L.</i> Suppressing constrained internal and external disturbances for impulse processes control in cognitive maps of complex systems	104
<i>Bidyuk P.I., Karayuz I.V., Varava V.V., Jirov O.L.</i> Forecasting of solar activity by alternative methods	115
<i>Osaulenko V.M.</i> Simple model for sequence prediction based on dendritic spatio-temporal integration	133
References	142
Information about the authors	149

**ЯКІСНІ ВЛАСТИВОСТІ ТА СКІНЧЕННОВИМІРНІСТЬ
З ТОЧНІСТЮ ДО МАЛОГО ПАРАМЕТРА СЛАБКИХ РОЗВ'ЯЗКІВ
КЛІМАТОЛОГІЧНОЇ МОДЕЛІ БУДИКО–СЕЛЛЕРСА**

М.З. ЗГУРОВСЬКИЙ, П.О. КАСЬЯНОВ, Н.В. ГОРБАНЬ, Л.С. ПАЛІЙЧУК

Анотація. Проведено якісний аналіз поведінки розв'язків кліматологічної моделі енергетичного балансу Будико–Селлерса, розглянутої на рімановому багатоманіфолді без краю. Установлено глобальне існування слабкого розв'язку досліджуваної задачі з довільними початковими даними з фазового простору, вивчено його властивості, регулярність. Знайдено функцію Ляпунова. Доведено теореми існування глобального та траєкторного атракторів для багатозначного півпотіку, породженого всіма слабкими розв'язками задачі. Вивчено властивості атракторів, встановлено взаємозв'язок між ними та простором повних траєкторій задачі. Досліджено характер притягнення розв'язків до глобального та траєкторного атракторів та їх структуру. Отримано скінченновимірність з точністю до малого параметра динаміки розв'язків задачі.

Ключові слова: кліматологічна модель енергетичного балансу, глобальний атрактор, траєкторний атрактор, скінченновимірність з точністю до малого параметра, багатозначний півпотік, слабкий розв'язок.

ВСТУП

Вивчення клімату та дослідження його змін натеper є однією з найбільш актуальних проблем сучасної науки. Зважаючи на це, дедалі більше інтенсифікуються різнобічні дослідження математичних моделей, що описують динаміку кліматичних процесів у довгостроковому періоді. Значний математичний інтерес становить дослідження кліматологічної моделі енергетичного балансу, в якій невідомою величиною є температура земної поверхні. Моделі такого типу демонструють ефективність зворотного зв'язку термічного режиму та альbedo поверхні. Уперше таку модель опублікував у 1969 р. видатний вчений-кліматолог М.І. Будико [1]. У тому ж році В.Д. Селлерс [2] опублікував дуже схожу модель глобального клімату. Відмінність від моделі, запропонованої М.І. Будико, полягала в параметризації меридіонального потоку тепла, який М.І. Будико виводив з даних спостережень за енергетичним балансом, а В.Д. Селлерс — з міркувань макродифузії. Їх праці були одними з перших і мали ключовий вплив на розвиток та становлення математичного моделювання кліматологічних моделей. Енергобалансові моделі клімату називають

моделями Будико–Селлера. Пізніше ці моделі вивчало багато науковців. Зокрема у працях [3–5] розглядалось питання про розв’язність моделі Будико–Селлера, вивчалась її чутливість до малих збурень в одному з визначальних параметрів задачі, а також досліджувалася відповідна стаціонарна задача. Доцільно згадати праці [6–10], присвячені якісним дослідженням слабких розв’язків задачі.

Мета роботи — дослідити якісні властивості та встановити скінченновимірність з точністю до малого параметра динаміки розв’язків кліматологічної моделі Будико–Селлера, розглянутої на багатовиді без краю.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нехай (M, g) — C^∞ -компактний зв’язний орієнтований двовимірний рімановий багатовид без краю (наприклад, $M = S^2$ — одинична сфера в \mathbf{R}^3). Розглянемо задачу

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u + R_e(x, u) \in QS(x)\beta(u), \quad (x, t) \in \mathbf{R}_+ \times M, \quad (1)$$

де $\Delta u = \operatorname{div}_M(\nabla_M u)$; ∇_M розуміється в сенсі метрики Рімана g . Зазначимо, що включення (1) — це кліматологічна модель енергетичного балансу. Невідома функція $u(x, t)$ у включенні (1) репрезентує середню температуру земної поверхні. У праці [1] енергетичний баланс виражається через варіацію температури, що становить $R_a - R_e + D$, причому $R_a = QS(x)\beta(u)$, де R_a репрезентує сонячну енергію, яку поглинає Земля; $Q > 0$ — сонячна константа (середнє значення за рік і середнє по земній поверхні поглинутого сонячного радіаційного потоку); $S(x)$ — функція інсоляції, задана розподілом сонячного випромінювання, що падає на верхні шари атмосфери; β — функція ко-альbedo, що описує співвідношення між поглиненою та випромінюваною сонячною енергією в точці x земної поверхні. Очевидно, що $\beta(u(x, t))$ залежить від природи земної поверхні. Наприклад, відомо, що на льодовиках значення $\beta(u(x, t))$ є значно меншим, ніж на поверхні океану, адже білий колір льоду відбиває більшу кількість випромінюваної сонячної енергії, тоді як океан завдяки своєму темному кольору та високій теплоємності поглинає більшу кількість випромінюваної сонячної енергії. Тож природно, що $\beta(u(x, t))$ може бути розривною. Доданок R_e виражає енергію, що випромінюється Землею. Як правило, вважається, що R_e — зростаюча за u функція. Доданок D виражає дифузю тепла. З метою спрощення міркувань, не обмежуючи загальності, припускається, що вона стала. Як правило, доданок R_e обирають згідно із законом Ньютона як лінійну функцію від u , $R_e = Bu + C$ (тут B, C — деякі додатні константи) [1], або згідно із законом Стефана–Больцмана $R_e = \sigma u^4$ [2]. У цій роботі розглядаємо $R_e = Bu$, як і у праці [1].

Нехай для функції $S: M \rightarrow \mathbf{R}$ виконуються умови: $S \in L^\infty(M)$ та існують такі $S_0, S_1 > 0$, що $0 < S_0 \leq S(x) \leq S_1$. Припустімо також, що β — багатозначне відображення в \mathbf{R}^2 , для якого існують такі $m, M \in \mathbf{R}$, що для всіх $s \in \mathbf{R}$ і $z \in \beta(s)$.

$$m \leq z \leq M.$$

Зауважимо, що випадок крайової задачі Неймана в обмеженій ділянці простору \mathbf{R} (на інтервалі $(-1,1)$) досліджувався у працях [7, 8]. Включення (1), задане на рімановому багатовиді без краю (M, g) , є більш природним з огляду на практичні застосування [9, 10].

ДОПОМІЖНІ ВІДОМОСТІ З ТЕОРІЇ РІМАНОВИХ БАГАТОВИДІВ

Наведемо деякі відомі факти з теорії ріманових багатовидів без краю [11], що будуть використані для отримання основних результатів.

Нехай M_n — локально компактний та локально зв'язний багатовид розмірності n . Нехай Ω — відкрита множина; φ — гомеоморфізм Ω на відкриту множину з \mathbf{R}^n .

Означення. Дотичним вектором на $P \in M_n$ називається відображення $X: f \rightarrow X(f) \in \mathbf{R}$, визначене на множині диференційовних функцій в околі P , де X задовольняє такі умови:

- якщо $\lambda, \mu \in \mathbf{R}$, то $X(\lambda f + \mu g) = \lambda X(f) + \mu X(g)$;
- $X(f) = 0$, якщо f є флет-функцією, тобто $d(f \circ \varphi^{-1})$ є нулем у $\varphi(P)$;
- $X(fg) = f(P)X(g) + g(P)X(f)$.

Означення. Дотичним простором $T_p(M)$ у $P \in M_n$ називається множина дотичних векторів на P . Дотичний простір $T(M)$ — це $\bigcup_{P \in M} T_p(M)$.

Означення. C^∞ рімановим багатовидом називається пара (M_n, g) , де M_n — C^∞ диференційовний багатовид; g — C^∞ ріманова метрика. Ріманова метрика — таке двічі коваріантне тензорне поле g (тобто перетин $T^*(M) \otimes T^*(M)$, де $T^*(M) = \bigcup_{P \in M} T_p^*(M)$, $T_p^*(M)$ — дуальний простір до $T_p(M)$), що в кожній точці $P \in M$ g_P — додатно визначена білінійна симетрична форма: $g_P(X, Y) = g_P(Y, X)$, $g_P(X, X) > 0$, якщо $X \neq 0$. Рімановий багатовид M_n — зв'язний C^∞ рімановий багатовид розмірності n .

Означення. Нехай (M_n, g) — гладкий рімановий багатовид розмірності n (гладкий в сенсі C^∞). Для дійсної функції φ , що належить $C^k(M_n)$, $k \geq 0$ ціле, визначимо: $|\nabla^k \varphi|^2 = \nabla^{\alpha_1} \nabla^{\alpha_1} \dots \nabla^{\alpha_k} \varphi \nabla_{\alpha_1} \nabla_{\alpha_2} \dots \nabla_{\alpha_k} \varphi$. Зокрема $|\nabla^0 \varphi| = |\varphi|$, $|\nabla^1 \varphi|^2 = \nabla^k \varphi = |\nabla \varphi|^2 = \nabla^\nu \varphi \nabla_\nu \varphi$ позначає будь-яку k -ту коваріантну похідну φ .

Розглянемо такий векторний простір E_k^p C^∞ функцій φ , що $|\nabla^l \varphi| \in L_p(M_n)$ для всіх l , $0 \leq l \leq k$, де k і l — цілі; $p \geq 1$ — дійсне.

Простір Соболева $H_k^p(M_n)$ є доповненням до E_k^p відповідно до норми $\|\varphi\|_{H_k^p} = \sum_{l=0}^k \|\nabla^l \varphi\|_p$. Простір $\check{H}_k^p(M_n)$ — замикання $\mathbf{D}(M_n)$ у просторі $H_k^p(M_n)$; $\mathbf{D}(M_n)$ — простір C^∞ функцій з компактним носієм у M_n і $H_0^p = L_p$.

Теорема Кондракова. Нехай $k \geq 0$ — ціле, а α , p і q — дійсні числа. Тоді для компактних ріманових багатовидів M_n та компактних ріманових багатовидів \overline{W}_n з C^1 -границею компактними є такі вкладення:

- $H_k^q(M_n) \subset L_p(M_n)$ і $H_k^q(W_n) \subset L_p(W_n)$, якщо $1 \geq 1/p > 1/q - k/n > 0$;
- $H_k^q(M_n) \subset C^\alpha(M_n)$ і $H_k^q(W_n) \subset C^\alpha(\overline{W}_n)$, якщо $k - \alpha > n/q$, $0 \leq \alpha < 1$.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ

У процесі дослідження розглядатимемо такі дійсні гільбертові простори

$$H := L^2(M), \quad V := \{u \in L^2(M) : \nabla_M u \in L^2(TM)\}$$

з відповідними нормами $\|\cdot\|_H$, $\|\cdot\|_V$ та скалярними добутками $(\cdot, \cdot)_H$, $(\cdot, \cdot)_V$, де TM — дотичне розшарування. Функціональні простори $L^2(M)$ і $L^2(TM)$ визначені стандартно (див., наприклад [11]). Нехай V^* — дуальний простір до функціонального простору V . Зауважимо, що $V \subset H \subset V^*$, причому всі вкладення компактні та щільні (див., наприклад [11, теорема 2.34]).

Нехай $-\infty < \tau < T < +\infty$. Функція $u(\cdot) \in L^2(\tau, T; V)$ є слабким розв'язком задачі (1) на $[\tau, T]$, якщо існує така вимірна функція $d : M \times (\tau, T) \rightarrow \mathbf{R}$, що

$$d(x, t) \in QS(x) \beta(u(x, t)) \text{ для м.в. } (x, t) \in M \times (\tau, T),$$

$$\int_\tau^T \left[\langle -u, \frac{\partial \xi}{\partial t} \rangle - \langle u, \Delta \xi \rangle + \langle R_e(\cdot, t, u), \xi \rangle - \langle d, \xi \rangle \right] dt = 0,$$

для всіх $\xi \in C_0^\infty(M \times (\tau, T))$, де $\langle \cdot, \cdot \rangle$ — спарювання в просторі V .

Нехай $-\infty < \tau < T < +\infty$. Розглянемо більш загальне еволюційне включення:

$$u_t - \Delta u + \partial f_1(x, u) - \partial f_2(x, u) \ni \bar{0} \text{ в } M \times (\tau, T). \quad (1)$$

Припустімо виконання таких умов.

Припущення росту. Існують такі $c_0 \in L^1(M)$, $c_0(x) \geq 0$ для м. в. $x \in M$ та $c_1 \geq 0$, що $|u_i^*|^2 \leq c_0(x) + c_1 |u|^2$ для м. в. $x \in M$, для всіх $u \in \mathbf{R}$ і $u_i^* \in \partial f_i(x, u)$, $i = 1, 2$.

Припущення знака. Існує таке $\lambda < \lambda_1$, де λ_1 — перше власне значення оператора $-\Delta$ в $H_0^1(M)$, і існує таке $c_2 \in L^1(M)$, $c_2(x) \geq 0$ для м. в. $x \in M$,

що $(u_1^* - u_2^*)u \geq -\lambda u^2 - c_2(x)$ для м.в. $x \in M$, для всіх $u \in \mathbf{R}$ і $u_i^* \in \partial f_i(x, u)$, $i = 1, 2$.

Аналогічно визначається слабкий розв'язок $u(\cdot) \in L^2(\tau, T; V)$ задачі (1) на $[\tau, T]$.

Зауваження 1. За виконання поставлених вище припущень для кожного слабого розв'язку $u(\cdot)$ задачі (1) на проміжку $[\tau, T]$ існують такі вимірні функції $d_1, d_2 : M \times (\tau, T) \rightarrow \mathbf{R}$, що $d_i(x, t) \in \partial f_i(x, u(x, t))$ для м.в. $(x, t) \in M \times (\tau, T)$, $i = 1, 2$, та $d(x, t) = d_1(x, t) - d_2(x, t)$ для м.в. $(x, t) \in M \times (\tau, T)$ [9, 12].

Зауваження 2. Існування принаймні одного слабого розв'язку задачі Коші для включення (1) з довільними початковими умовами з простору H за виконання поставлених припущень доведено в праці [13, розділ 2]. Зазначимо також, що кожен слабкий розв'язок задачі (1) на $[\tau, T]$ є *регулярним*, тобто для слабого розв'язку $u(\cdot)$ задачі (1) на $[\tau, T]$ справедливо, що

$$u(\cdot) \in C([\tau + \varepsilon, T]; V) \cap L^2(\tau + \varepsilon, T; H^2(M) \cap V), \quad u_t(\cdot) \in L^2(\tau + \varepsilon, T; H),$$

для кожного $\varepsilon \in (0, T - \tau)$ [14, теорема 1]. Крім того, завдяки автономності задачі кожен слабкий розв'язок можна продовжити до глобального, визначеного на $[0, +\infty)$ [13, с. 62].

Перейдемо до питань існування функції Ляпунова і глобального та траєкторного атракторів. Зауважимо, що ці питання досліджувались у працях [14–23]. Розглянемо сім'ю всіх слабких розв'язків задачі (1), визначених на $[0, +\infty)$, яку позначимо через K_+ . Зазначимо, що внаслідок автономності задачі простір K_+ — *трансляційно інваріантний*, тобто $u(\cdot + h) \in K_+$ для всіх $u(\cdot) \in K_+$ та $h \geq 0$. Розглянемо задачу (1) на всій числовій осі. Нехай $u \in L^\infty(\mathbf{R}; H)$ — *повна траєкторія* задачі (1), тобто $\Pi_+ u_h(\cdot) \in K_+$ для всіх $h \in \mathbf{R}$, де Π_+ — оператор звуження на інтервал $[0, +\infty)$; $u_h(s) = u(s + h), s \geq 0$. Позначимо через K сім'ю всіх повних траєкторій задачі (1). Згідно із зауваженням 2 та теоремою 2 для кожної повної траєкторії $u(\cdot)$ задачі (1) виконується

$$\Pi_{\tau, T} u(\cdot) \in C_{loc}([\tau, T]; V) \cap L^2(\tau, T; H^2(M) \cap V), \quad \Pi_{\tau, T} u_t(\cdot) \in L^2(\tau, T; H)$$

для всіх $-\infty < \tau < T < +\infty$, де $\Pi_{\tau, T}$ — оператор звуження на інтервал $[\tau, T]$ (див. [24, с. 18]). Більш того, існує таке $\tilde{C} > 0$, що для кожного $u(\cdot) \in K$ виконується оцінка

$$\|u(t)\|_V^2 \leq \tilde{C}(1 + \|u(t-1)\|_H^2) \quad \text{для всіх } t \in \mathbf{R}.$$

Таким чином, кожна обмежена в H повна траєкторія є обмеженою у V .

Повна траєкторія $u(\cdot) \in K$ є стаціонарною, якщо існує такий елемент $z \in H^2(M) \cap V$, що $u(t) = z$ для всіх $t \in \mathbf{R}$. Кожний такий елемент z

називається точкою спокою. Позначимо множину всіх точок спокою через Z .

Нагадаємо [13], що $E: V \rightarrow \mathbf{R}$ — функція Ляпунова для K_+ , якщо:

- а) E неперервна на V ;
- б) $E(u(t)) \leq E(u(s))$ при $u \in K_+$ і $t \geq s > 0$;
- в) якщо $E(u(\cdot)) \equiv \text{const}$ для деякого $u \in K$, то u — стаціонарна.

Покладемо:

$$E(u) = \frac{1}{2} \int_M |\nabla u(x)|^2 dx + J_1(u) - J_2(u), \quad u \in V, \quad (2)$$

де $J_i(u) = \int_M f_i(x, u(x)) dx$, $u \in H$, $i = 1, 2$.

Із припущення росту випливає, що існують такі $c_3 \in L^1(M)$, $c_3(x) \geq 0$ для м. в. $x \in M$ та $c_4 \geq 0$, що $|f_i(x, u)| \leq c_3(x) + c_4 |u|^2$ для м. в. $x \in M$ і для всіх $u \in \mathbf{R}$, $i = 1, 2$. Таким чином, $J_i(u) = \int_M f_i(x, u(x)) dx$, $u \in H$, $i = 1, 2$ визначені коректно.

Теорема 1. За виконання припущень знака та росту відображення $E: V \rightarrow \mathbf{R}$ визначене співвідношенням (2) є функцією типу Ляпунова для K_+ . Більш того, для кожного $u \in K_+$, для всіх τ і T , $0 < \tau < T < \infty$, справджується енергетична рівність

$$E(u(T)) - E(u(\tau)) = - \int_{\tau}^T \|u_t(s)\|_H^2 ds. \quad (3)$$

Доведення. Функція E неперервна в V , отже умова а) з означення функції Ляпунова виконується.

Доведемо умову б) з означення функції Ляпунова. Зафіксуємо довільну функцію $u(\cdot) \in K_+$. Для спрощення запису позначатимемо звуження $u(\cdot)$ на $[\tau, T]$ знову через $u(\cdot)$. Зауважимо, що $u(\cdot) \in C([\tau, T]; V) \cap L^2(\tau, T; H^2(M) \cap V)$ і $u_t(\cdot) \in L^2(\tau, T; H)$ (оскільки $\tau > 0$). Тоді відображення $t \mapsto \|u(t)\|_V^2 = \int_M |\nabla u(x, t)|^2 dx$ абсолютно неперервне на $[\tau, T]$ і для м. в. $t \in (\tau, T)$ виконується рівність [25, розділ IV]:

$$\frac{d}{dt} \|u(t)\|_V^2 = -2 \int_M \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \Delta u(x, t) dx. \quad (4)$$

Нехай $d: M \times (\tau, T) \rightarrow \mathbf{R}$ — функція зі співвідношень (2) і (3), а $g_1, g_2 \in L^2(\tau, T; H)$ — із зауваження 1.

Із праці [26, лема 2.1] випливає, що $J_i(u(\cdot))$ — абсолютно неперервні на $[\tau, T]$ і для м. в. $t \in (\tau, T)$ справедлива рівність

$$\frac{d}{dt} J_i(u(t)) = \int_M h_i(x, t) \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} dx, \quad (5)$$

для всіх $h_i(\cdot, t) \in \partial J_i(s)|_{s=u(t)}$, $i = 1, 2$.

Отже, функція $E(u(\cdot))$ — абсолютно неперервна на $[\tau, T]$ як лінійна комбінація абсолютно неперервних на $[\tau, T]$ функцій. Згідно з рівностями (4) і (5),

$$\frac{d}{dt} E(u(t)) = -\|u_t(t)\|_H^2$$

для м. в. $t \in (\tau, T)$. Звідси отримуємо рівність (5). Зокрема, $E(u(t)) \leq E(u(s))$ за умови $T \geq t \geq s \geq \tau > 0$. Оскільки $u(\cdot) \in K_+$ і $0 < \tau < T < \infty$ — довільні, то пункт б) з означення функції Ляпунова та енергетична рівність (3) виконуються. Для завершення доведення зауважимо, що якщо $E(u(\cdot)) \equiv \text{const}$ для деякого $u \in K$, то згідно з рівністю (3) u — стаціонарна. Теорему доведено.

У працях [13, с. 56 і 14, с. 274] показано, що для всіх $\tau < T$ та для кожного слабкого розв'язку $u(\cdot)$ задачі (1) на $[\tau, T]$ справджується нерівність

$$\|u(t)\|_H^2 \leq \|u(s)\|_H^2 e^{-2\varepsilon^*(t-s)} + \frac{a}{\varepsilon^*} \quad \forall \tau \leq s \leq t \leq T, \quad (6)$$

де $\varepsilon^* = \lambda_1 - \lambda$ та $a = \int_M c_2(x) dx$.

Визначимо на $V \cap H^2(M)$ еквівалентну норму $v \rightarrow \|\Delta v\|_H$ [27, розділ III]. Перед доведенням результатів збіжності для всіх слабких розв'язків у найсильніших топологіях необхідні деякі додаткові оцінки для слабких розв'язків (1).

Теорема 2. Нехай виконуються умови росту і знака. Тоді існує таке $C > 0$, що для будь-якого $\tau < T$ і для кожного слабкого розв'язку $u(\cdot)$ задачі (1) на $[\tau, T]$

$$(t - \tau) \|u(t)\|_V^2 + \int_\tau^t (s - \tau) \|u(s)\|_{H^2(M) \cap V}^2 ds \leq C(1 + \|u(\tau)\|_H^2 + (t - \tau)^2) \quad \forall t \in (\tau, T).$$

Доведення. Доведення теореми 2 подібне до доведення теореми 2 у праці [14] (див. також [8, 7]), проте за інших припущень щодо функції взаємодії. Зауважимо, що доведення цього твердження наведено в праці [9].

Для будь-якого $u_\tau \in H$ покладемо

$$D_{\tau, T}(u_\tau) = \{u(\cdot) \in L^2(\tau, T; V) \mid u(\cdot) \text{ — слабкий розв'язок задачі (1) і } u(\tau) = u_\tau\}.$$

Сформулюємо основні результати щодо збіжності всіх слабких розв'язків задачі (1) в найсильніших топологіях.

Теорема 3. Нехай виконуються умови росту і знака, $\tau < T$, $u_{\tau, n} \rightarrow u_\tau$ слабо в H , $u_n(\cdot) \in D_{\tau, T}(u_{\tau, n})$, $n \geq 1$. Тоді існує послідовність $\{n_k\}_{k \geq 1}$ і $u(\cdot) \in D_{\tau, T}(u_\tau)$ такі, що

$$\sup_{t \in [\tau + \varepsilon, T]} \|u_{n_k}(t) - u(t)\|_V \rightarrow 0, \quad (7)$$

$$\int_{\tau + \varepsilon}^T \|u_{n_k, t}(t) - u_t(t)\|_H^2 dt \rightarrow 0, \quad (8)$$

якщо $k \rightarrow +\infty$, для всіх $\varepsilon \in (0, T - \tau)$.

Доведення. Із теореми 2 [14, теорема 3], теореми Банаха–Алаоглу діагональним методом Кантора отримуємо, що існує підпослідовність

$\{n_k\}_{k \geq 1}$ і $u(\cdot) \in D_{\tau, T}(u_\tau)$ такі, що виконуються: а) звуження $u_{n_k}(\cdot)$ та $u(\cdot)$ на $[\tau + \varepsilon, T]$ належать $C([\tau + \varepsilon, T]; V) \cap L^2(\tau + \varepsilon, T; H^2(M) \cap V)$ та $u_{n_k, t}(\cdot), u_t(\cdot) \in L^2(\tau + \varepsilon, T; H)$ і

$$\begin{aligned} u_{n_k}(\cdot) &\rightarrow u(\cdot) \text{ слабко в } L^2(\tau + \varepsilon, T; H^2(M) \cap V), \\ u_{n_k}(\cdot) &\rightarrow u(\cdot) \text{ слабко в } C([\tau + \varepsilon, T]; V), \\ u_{n_k, t}(\cdot) &\rightarrow u_t(\cdot) \text{ слабко в } L^2(\tau + \varepsilon, T; H), \end{aligned} \quad (9)$$

якщо $k \rightarrow \infty$, для кожного $\varepsilon \in (0, T - \tau)$, звідки випливає твердження (7). Доведемо нерівність (6). Із теореми 1 випливають енергетичні нерівності:

$$\int_{\tau + \varepsilon}^T \|u_t(t)\|_H^2 dt = E(u(\tau + \varepsilon)) - E(u(T)), \quad (10)$$

$$\int_{\tau + \varepsilon}^T \|u_{n_k, t}(t)\|_H^2 dt = E(u_{n_k}(\tau + \varepsilon)) - E(u_{n_k}(T)), \quad (11)$$

$k \geq 1$, $\varepsilon \in (0, T - \tau)$. Із неперервності E на V і співвідношення (7) випливає

$$E(u_{n_k}(\tau + \varepsilon)) - E(u_{n_k}(T)) \rightarrow E(u(\tau + \varepsilon)) - E(u(T)), m \rightarrow \infty. \quad (12)$$

Отже, із формул (10)–(12) маємо

$$\int_{\tau + \varepsilon}^T \|u_{n_k, t}(t)\|_H^2 dt \rightarrow \int_{\tau + \varepsilon}^T \|u_t(t)\|_H^2 dt, \quad (13)$$

якщо $k \rightarrow \infty$, для кожного $\varepsilon \in (0, T - \tau)$. Оскільки $L^2(\tau + \varepsilon, T)$ — гільбертів простір, то зі співвідношень (9) і (13) випливає (8).

Визначимо дійсний банахів простір W і норму в ньому:

$$W(M_1, M_2) = \{u(\cdot) \in C([M_1, M_2]; V); u_t(\cdot) \in L^2(M_1, M_2; H)\};$$

$$\|u(\cdot)\|_{W(M_1, M_2)} = \|u(\cdot)\|_{C([M_1, M_2]; V)} + \|u_t(\cdot)\|_{L^2(M_1, M_2; H)},$$

де $u(\cdot) \in W(M_1, M_2)$, $-\infty < M_1 < M_2 < +\infty$. Зауважимо, що існування функції типу Ляпунова дозволяє отримати результат щодо збіжності в сильній топології простору $W(\tau + \varepsilon, T)$ для всіх слабких розв'язків задачі (1) на $[\tau, T]$, де $-\infty < \tau < T < +\infty$.

Визначимо багатозначне відображення $G: \mathbf{R}_+ \times H \rightarrow 2^H \setminus \emptyset$ таким чином:

$$G(t, u_0) = \{u(t) \mid u(\cdot) \in K_+, u(0) = u_0\}.$$

Теорема 4. Нехай виконуються умови росту і знака. Тоді багатозначне відображення G є строгим багатозначним півпотокком.

Доведення. Доведення повторює міркування, наведене у праці [13, лема 2.7]. Нехай $\{T(h)\}_{h \geq 0}$ — трансляційна півгрупа, що діє на K_+ , тобто $T(h)u(\cdot) = u(\cdot + h)$, $h \geq 0$, $u(\cdot) \in K_+$. На K_+ розглянемо топологію, індуковану з простору Фреше $C_{loc}(\mathbf{R}_+; H)$. Зауважимо, що $f_n(\cdot) \rightarrow f(\cdot)$

у $C_{\text{loc}}(\mathbf{R}_+; H)$ тоді і тільки тоді, коли $\forall M > 0 \Pi_{0,M} f_n(\cdot) \rightarrow \Pi_{0,M} f(\cdot)$ в $C([0, M]; H)$.

Наступна теорема містить результати про нові структурні властивості та регулярності глобального і траєкторного атракторів усіх слабких розв'язків задачі (1).

Теорема 5. Нехай виконуються умови росту і знака. Тоді справедливе твердження:

- строгий багатозначний півпотік $G: \mathbf{R}_+ \times H \rightarrow 2^H \setminus \emptyset$ має інваріантний глобальний атрактор \mathbf{A} ;

- існує траєкторний атрактор $\mathbf{U} \subset K_+$ у просторі K_+ ;

- виконуються рівності:

$$\mathbf{U} = \Pi_+ K = \{u(\cdot) \in K_+ \mid u(t) \in \mathbf{A} \forall t \in \mathbf{R}_+\} = \{u(\cdot) \in K_+ \mid u(0) \in \mathbf{A}\};$$

- \mathbf{A} — компактна підмножина V ;

- для кожної обмеженої в H множини B виконується $\text{dist}_V(G(t, B), \mathbf{A}) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$;

- \mathbf{U} — обмежена підмножина $L^\infty(\mathbf{R}_+; V)$ і $\Pi_{0,M} \mathbf{U}$ — компакт у $W(0, M)$ для кожного $M > 0$;

- для будь-якої обмеженої в $L^\infty(\mathbf{R}_+; H)$ множини $B \subset K_+$ і будь-якого $M \geq 0$ виконується

$$\text{dist}_{W(0, M)}(\Pi_{0, M} T(t) B, \Pi_{0, M} \mathbf{U}) \rightarrow 0, t \rightarrow +\infty;$$

- K — обмежена підмножина $L^\infty(\mathbf{R}; V)$ і $\Pi_{0, M} \mathbf{U}$ — компакт у $W(0, M)$ для $M > 0$;

- для кожного $u \in K$ граничні множини

$$\alpha(u) = \{z \in V \mid u(t_j) \rightarrow z \text{ у } V \text{ для деякої послідовності } t_j \rightarrow -\infty\}$$

$$\omega(u) = \{z \in V \mid u(t_j) \rightarrow z \text{ у } V \text{ для деякої послідовності } t_j \rightarrow +\infty\}$$

є зв'язними підмножинами Z , на яких E — стала. Якщо Z повністю незв'язна (зокрема, якщо Z — зліченна), границі у V

$$z_- = \lim_{t \rightarrow -\infty} u(t), \quad z_+ = \lim_{t \rightarrow +\infty} u(t)$$

існують і z_-, z_+ — точки спокою; більш того, $u(t)$ прямує у V до точки спокою, якщо $t \rightarrow +\infty$, для кожного $u \in K_+$.

Доведення. Доведення є прямим наслідком теорем 1, 2, 3, [7, теорема 3.5]. Крім того, останнє твердження випливає з теореми 1 і [28, теорема 2.7].

Для доведення скінченновимірності з точністю до малого параметра розв'язків задачі потрібні дві допоміжні леми.

Нехай X — банахів простір; $P(X)$ — сім'я непорожніх підмножин X ; C — обмежена підмножина X . Міра Куратовського некомпактності $k(C)$ множини C визначається як $k(C) = \inf \{\delta > 0 : C \text{ має скінченне відкрите покриття множин діаметром } < \delta\}$. Багатозначний півпотік $G: \mathbf{R}^+ \times X \rightarrow$

$\rightarrow 2^X \setminus \emptyset$ є ω -гранично компактним, якщо для кожної обмеженої множини $C \subset X$ $k(\bigcup_{t \geq \tau} G(t, C)) \rightarrow 0$, $\tau \rightarrow \infty$.

Лема 1. Якщо багатозначний півпотік G у повному метричному просторі X — асимптотично компактний, то він є ω -гранично компактним [20, лема 2.4].

Лема 2. Нехай G — багатозначний півпотік у рівномірно опуклому банаховому просторі X . Якщо багатозначний півпотік G — ω -гранично компактний, то він задовольняє таку властивість: для кожної обмеженої множини $C \subset X$ та $\varepsilon > 0$ існує момент часу $t_0(C, \varepsilon)$ і скінченновимірний підпростір E в просторі X такий, що для деякого обмеженого проектора $P: X \rightarrow E$ множина $P\left(\bigcup_{t \geq t_0} G(t, C)\right)$ обмежена в просторі X і

$$(I - P)\left(\bigcup_{t \geq t_0} G(t, C)\right) \subset C_\varepsilon(\bar{0}),$$

де I — тотожне відображення в просторі X [20, лема 2.6].

Зауважимо, що твердження леми 2 фактично означає скінченновимірність багатозначного півпотіку G з точністю до малого параметра ε . Перейдемо до формулювання основної теореми.

Теорема 6. За виконання поставлених умов на параметри задачі (1) багатозначний півпотік G , породжений розв'язками задачі (1), є скінченновимірним з точністю до довільного заданого параметра ε , тобто для кожної обмеженої множини $C \subset H$ та $\varepsilon > 0$ існують такі $t_0(C, \varepsilon)$, скінченновимірний підпростір E в H та обмежений проектор $P: H \rightarrow E$, що множина $P\left(\bigcup_{t \geq t_0} G(t, C)\right)$ обмежена в H та $(I - P)\left(\bigcup_{t \geq t_0} G(t, C)\right) \subset C_\varepsilon(\bar{0})$.

Доведення. Грунтуючись на властивостях слабкої та сильної збіжності слабких розв'язків, асимптотичній компактності багатозначного півпотіку G , беручи до уваги леми 1, 2 та враховуючи сепарабельність гільбертового простору H , отримуємо необхідне твердження.

Наслідок. За виконання основних припущень на параметри задачі (1) твердження теорем 1, 3, 4, 5, 6 справедливі для всіх слабких розв'язків задачі (1).

Отже, для кліматологічної моделі Будико–Селлерса енергетичного балансу, розглянутої на рімановому багатовиді без краю, вирішено поставлені завдання, а саме: встановлено існування розв'язку поставленої задачі з довільними початковими даними з фазового простору, вивчено його властивості, регулярність (зауваження 2, теорема 2); знайдено функцію Ляпунова (теорема 1); встановлено характер залежності розв'язків від початкових даних (теорема 3); доведено існування глобального (теорема 5) і траєкторного (теорема 5) атракторів, вивчено їх властивості (теорема 5), встановлено взаємозв'язок між ними та простором повних траєкторій задачі (теорема 5), досліджено характер притягнення розв'язків до глобального та траєкторного атракторів (теорема 5) і з'ясовано їх структуру (теорема 5), встановлено скінченновимірність розв'язків з точністю до малого параметра (теорема 6).

ВИСНОВКИ

У ході дослідження на основі ідей, методів та підходів нелінійного та багатозначного аналізу, теорії нелінійних еволюційних рівнянь та включень, теорії глобальних і траєкторних атракторів багатозначних півпотоків для кліматологічної моделі Будико–Селлера енергетичного балансу, що містить у собі нелінійне еволюційне включення параболічного типу, розглянутої на рімановому багатовиді без краю, отримано такі результати: встановлено існування розв'язку поставленої задачі з довільними початковими даними з фазового простору, вивчено його властивості, регулярність; знайдено функцію Ляпунова; вивчено характер залежності розв'язків від початкових даних; доведено існування глобального та траєкторного атракторів, встановлено їх топологічні властивості та взаємозв'язок між ними та простором повних траєкторій задачі, досліджено характер притягнення розв'язків до глобального та траєкторного атракторів і з'ясовано їх структуру; встановлено скінченновимірність розв'язків з точністю до малого параметра. Отримані результати будуть корисними і зможуть знайти своє застосування в подальших теоретичних та прикладних дослідженнях проблем клімату.

Результати досліджень частково підтримані грантом Президента України GP/F75/127-2018.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Budyko M.I.* The effects of solar radiation variations on the climate of the Earth / M.I. Budyko // *Tellus*. — 1969. — **21**. — P. 611–619.
2. *Sellers W.D.* A global climatic model based on the energy balance of the Earth-atmosphere system / W.D. Sellers // *J. Appl. Meteorol.* — 1969. — **8**. — P. 392–400.
3. *Di'az H.* On a stochastic parabolic PDE arising in climatology / H. Di'az, J.I. Di'az // *Rev. R. Acad. Cien. Serie A Mat.* — 2002. — Vol. 96. — P. 123–128.
4. *Di'az J.I.* On the multiplicity of equilibrium solutions to a nonlinear diffusion equation on a manifold arising in climatology / J.I. Di'az, J. Herna'ndez, L. Tello // *J. Math. Anal. Appl.* — 1997. — **216**. — P. 593–613.
5. *Di'az J.I.* Some results about multiplicity and bifurcation of stationary solutions of a reaction diffusion climatological model / J.I. Di'az, J. Herna'ndez, L. Tello // *Rev. R. Acad. Cien. Serie A. Mat.* — 2002. — **96**. — P. 357–366.
6. *Gluzman M.O.* Lyapunov type functions for classes of autonomous parabolic feedback control problems and applications / M.O. Gluzman, N.V. Gorban, P.O. Kasyanov // *Applied Mathematics Letters*. — 2015. — **39**. — P. 19–21.
7. *Gluzman M.O.* Lyapunov functions for weak solutions of reaction-diffusion equations with discontinuous interaction functions and its applications / M.O. Gluzman, N.V. Gorban, P.O. Kasyanov // *Nonautonomous Dyn. Syst.* — 2015. — doi:10.1515/msds-2015-0001.
8. *Gluzman M.O.* Lyapunov Functions for Differential Inclusions and Applications in Physics, Biology, and Climatology / M.O. Gluzman, N.V. Gorban, P.O. Kasyanov // *Continuous and Distributed Systems II. Theory and Applications*. — Berlin: Springer, 2015. — P. 233–243.
9. *Gorban N.V.* Long-time behavior of state functions for climate energy balance model / N.V. Gorban, M.O. Gluzman, P.O. Kasyanov et al. // *DCDS-B*. — 2017. — **22**(5). — P. 1887–1897.
10. *Gorban N.V.* Long-Time Behavior of State Functions for Budyko Models / N.V. Gorban, M.O. Gluzman, P.O. Kasyanov et al. // *Advances in Dynamical*

- Systems and Control. Series studies in systems. Decis. Control. — 2016. — **69**. — P. 351–359.
11. Aubin T. Nonlinear Analysis on Manifolds. Monge-Ampère Equations / T. Aubin. — Berlin: Springer, 1980. — 204 p.
 12. Clarke F.H. Optimization and Nonsmooth Analysis / F.H. Clarke. — New York: John Wiley & Sons, Inc., 1983. — 308 p.
 13. Zgurovsky M.Z. Evolution inclusions and variation Inequalities for Earth data processing III / M.Z. Zgurovsky, P.O. Kasyanov, O.V. Kapustyan et al. — Berlin: Springer, 2012. — 330 p.
 14. Kasyanov P.O. Regularity of Weak Solutions and Their Attractors for a Parabolic Feedback Control Problem / P.O. Kasyanov, L. Toscano, N.V. Zadoianchuk // Set-Valued and Variational Analysis. — 2013. — **21**(2). — P. 271–282.
 15. Kasyanov P.O. Long-time behavior of solutions for autonomous evolution hemivariational inequality with multidimensional “reaction-displacement” law / P.O. Kasyanov, L. Toscano, N.V. Zadoianchuk // Abstract and Applied Analysis. — 2012. — DOI: 10.1155/2012/450984.
 16. Zgurovsky M.Z. Long-time behavior of solutions for quasilinear hyperbolic hemivariational inequalities with application to piezoelectricity problem / M.Z. Zgurovsky, P.O. Kasyanov, N.V. Zadoianchuk // Applied Mathematics Letters. — 2012. — **25**(10). — P. 1569–1574.
 17. Zadoianchuk N.V. Dynamics of solutions of a class of second-order autonomous evolution inclusions / N.V. Zadoianchuk, P.O. Kasyanov // Cybernetics and Systems Analysis. — 2012. — **48**(3). — P. 414–420.
 18. Arrieta J.M. Dynamics of a reaction–diffusion equation with a discontinuous nonlinearity / J.M. Arrieta, A. Rodríguez-Bernal, J. Valero // Int. J. Bifurcation and Chaos. — 2006. — **16**. — P. 2695–2984.
 19. Valero J. Attractors of Parabolic Equations Without Uniqueness / J. Valero // Journal of Dynamics and Differential Equations. — 2001. — **13**(4). — P. 711–744.
 20. Kalita P. Global attractors for multivalued semiflows with weak continuity properties / P. Kalita, G. Łukaszewicz // Nonlinear Analysis. — 2014. — **101**. — P. 124–143.
 21. Kalita P. Attractors for Navier–Stokes flows with multivalued and nonmonotone subdifferential boundary conditions / P. Kalita, G. Łukaszewicz // Nonlinear Analysis: Real World Applications. — 2014. — **19**. — P. 75–88.
 22. Gorban N.V. On Global Attractors for Autonomous Damped Wave Equation with Discontinuous Nonlinearity / N.V. Gorban, O.V. Kapustyan, P.O. Kasyanov et al. // Continuous and Distributed Systems. Theory and Applications. — Berlin: Springer, 2014. — P. 221–237.
 23. Kapustyan O.V. Pullback attractors for a class of extremal solutions of the 3D Navier-Stokes equations / O.V. Kapustyan, P.O. Kasyanov, J. Valero // Journal of Mathematical Analysis and Applications. — 2011. — **373**. — P. 537–545.
 24. Chepyzhov V.V. Trajectory and global attractors for 3D Navier-Stokes system / V.V. Chepyzhov, M.I. Vishik // Mathematical Notes. — 2002. — **71**. — P. 177–193.
 25. Гаевский X. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения / X. Гаевский, К. Греггер, К. Захариас; пер. В.Г. Задорожний, А.И. Перов; ред. В.И. Соболев. — М.: Мир, 1978. — 336 с.
 26. Barbu V. Nonlinear semigroups and differential equations in Banach spaces / V. Barbu. — Leyden: Noordhoff, 1974. — 351 p.
 27. Temam R. Infinite-dimensional dynamical systems in mechanics and physics / R. Temam. — N.Y.: Springer, 1988. — 500 p.
 28. Ball J.M. Global attractors for damped semilinear wave equations / J.M. Ball // Discrete and Continuous Dynamical Systems. — 2004. — **10**. — P. 31–52.

Надійшла 19.11.2018

ПОСТРОЕНИЕ ДВУХСТАДИЙНЫХ РАСПИСАНИЙ ОБРАБОТКИ ИЗДЕЛИЙ НА ОДНОЙ МАШИНЕ

Ю.А. ЗАК

Аннотация. Рассмотрены различные постановки, математические модели и свойства задач построения двухстадийных расписаний выполнения работ на одной машине. Критерии оптимальности — выполнение расписаний в кратчайшие сроки и минимизация суммарных потерь, связанных со временем завершения выполнения заданий. Предложены эффективные приближенные методы решения задач, которые проиллюстрированы на числовых примерах.

Ключевые слова: двухстадийные расписания на одной машине, время выполнения, постобработка заданий и переналадка машин, начальное и конечное время выполнения заданий, оптимальные последовательности.

ВВЕДЕНИЕ

Постановка задачи

Технологический процесс предусматривает изготовление изделий на двух последовательных стадиях обработки. На каждой из этих стадий все изделия обрабатываются в одной и той же последовательности. Рассматриваются три постановки задачи построения расписаний, целью которых является определение оптимальной последовательности, времени начала и времени завершения обработки n изделий.

Задача 1. На каждой стадии производится обработка изделий на одной машине. После изготовления на машине на каждой стадии обработки выполняется постобработка каждого изделия, предусматривающая контроль, испытание, необходимое время пролеживания (например, с охлаждением или нагреванием), оформление необходимой документации, транспортные потери времени, что наряду с необходимым временем на изготовление также требует затрат времени. Изготовление изделий на каждой из двух стадий ведется без прерываний. После изготовления изделия на первой стадии и постобработки изделие поступает на вторую стадию обработки. На каждой стадии обработки может начаться изготовление следующего в последовательности изделия непосредственно после завершения изготовления предыдущего изделия. На двух стадиях обработки изготовление изделий производится в одной и той же последовательности. Необходимо найти

последовательность изготовления изделий, минимизирующую время выполнения расписания выполнения всех работ.

Задача 2. В условиях обработки изделий, аналогичных описанным в задаче 1, предусматривается другой вид критерия оптимальности построенного расписания. От времени завершения на второй стадии обработки каждого изделия (после этапа постобработки) T_i зависят некоторые стоимостные потери, которые заданы линейной функцией потерь $f_i = a_i + c_i T_i$, $i = 1, \dots, n$, где a_i — некоторая постоянная величина потерь при $T_i > 0$. Необходимо построить расписание выполнения всех работ на двух стадиях обработки, минимизирующее суммарные стоимостные потери, связанные с временем завершения обработки всех изделий, $F = \sum_{i=1}^n (a_i + c_i T_i)$. Далее

будет показано, что значения a_i не влияют на построение оптимальной последовательности выполнения работ, а только позволяют вычислить фактическое значение критерия оптимальности, как в оптимальном, так и в других решениях.

Задача 3. Известно время обработки всех изделий, а также время переналадок машин при переходе от обработки одного из изделий к другому на машинах на каждой из двух стадий обработки. На каждой из этих стадий все изделия обрабатываются в одной и той же последовательности. После завершения обработки некоторого изделия на первой стадии, если машина второй стадии обработки завершила обработку предыдущего, т.е. стоящего перед ним в последовательности изделия, и завершения соответствующего времени переналадки она может начинать обработку этого изделия. Начало обработки следующего изделия на первой стадии также должно включать время переналадки этой машины. Необходимо найти последовательность, т.е. расписание выполнения работ, обеспечивающее завершение изготовления всех изделий на второй стадии в кратчайшие сроки.

Состояние разработок

Задачам построения расписаний выполнения работ на одной машине без учета ограничений на время завершения и частичные последовательности уделялось значительное внимание в монографиях и периодической литературе (см., например, [1–4, 6–15]). Наибольший интерес представляет учет времени переналадок машины при переходе от выполнения одного задания к другому, а также времени, необходимого на постобработку после завершения изготовления изделий на машине. Наиболее частыми критериями оптимальности являются требования выполнения всего комплекса работ в кратчайшие сроки и минимизация суммы штрафов за превышение директивных сроков завершения выполнения работ. Для линейных функций потерь в работах [2, 4, 6] получено оптимальное решение задачи минимизации суммы штрафов, если последовательность выполнения работ упорядочена по убыванию величин $\frac{c_i}{T_i}$. В случае учета переналадок и потерь времени на постобработку задачи минимизации времени выполнения расписания относятся к классу NP-сложных проблем. Эффективные алгоритмы точного ре-

шения задачи, учитывающей потери времени на постобработку с помощью Schrage-algorithms и его модификации, впервые были предложены в работе J. Carlier (1982) [10], а в условиях различного вида ограничений — в работах [6–8] и [13–15]. В случае учета потерь времени на переналадку машины, даже при наличии ограничений на сроки выполнения работ, используются алгоритмы, основанные на методах ветвей и границ и динамического программирования [2–4, 6–12]. Эти алгоритмы наиболее часто применяются в настоящее время для получения точных решений практических задач большой размерности в условиях отсутствия дополнительных ограничений. Задачам построения двухстадийных расписаний выполнения работ на одной машине, которые имеют большое практическое значение и ярко выраженную специфику, не уделялось достаточного внимания в литературе. Эффективные методы решения этого класса задач найдут широкое применение в построении календарных планов работы производственных комплексов и в маршрутизации перевозок. Практически важные постановки и пути решения задач построения многостадийных расписаний рассматривались в работе [5].

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧ

Введем следующие обозначения:

x_i^1 и x_i^2 — соответственно время начала обработки i -го изделия на первой и второй стадиях обработки;

t_i^1 и t_i^2 — соответственно время обработки i -го изделия на машине на первой и второй стадиях обработки;

r_i^1 и r_i^2 — соответственно время постобработки i -го изделия на первой и второй стадиях обработки (необходимое время пролеживания, контроль, испытания, транспортировка и т.п.);

a_{ij}^1 и a_{ij}^2 — соответственно потери времени на переналадку оборудования на первой и второй стадиях обработки при переходе машины от обработки i -го изделия к j -му, $i, j = 1, \dots, n$;

θ_i^1 и θ_i^2 — соответственно время завершения обработки i -го изделия на машине на первой и второй стадиях обработки;

$T_i^k = \theta_i^k + r_i^k$, $k = 1, 2$, — соответственно время завершения изготовления i -го изделия на первой и второй стадиях обработки;

\bar{T}^1 , \bar{T}^2 — соответственно время выполнения всех работ на первой и второй стадиях обработки;

\bar{T} — время завершения выполнения всех работ двухстадийного расписания.

Тогда для задач 1 и 2 справедливы следующие соотношения:

$$\theta_i^k = x_i^k + t_i^k, T_i^k = \theta_i^k + r_i^k, \bar{T}^k = \max_{1 \leq i \leq n} T_i^k, k = 1, 2;$$

$$x_i^2 = \theta_i^1 + 1; \bar{T} = \bar{T}^2 = \max_{1 \leq i \leq n} T_i^2. \quad (1)$$

Пусть построена некоторая последовательность обработки изделий, одинаковая для двух стадий обработки $\tilde{I} = \{i_1, i_2, \dots, i_{l-1}, i_l, \dots, i_n\}$:

$$x_{i_1}^1 = 1, \theta_{i_1}^1 = 1 + t_{i_1}^1, x_{i_2}^1 = \theta_{i_1}^1 + 1; x_{i_1}^2 = \theta_{i_1}^1 + r_{i_1}^1 + 1;$$

$$\theta_{i_l}^2 = x_{i_l}^2 + t_{i_l}^2, T_{i_l} = \theta_{i_l}^2 + r_{i_l}^2;$$

$$x_{i_l}^1 = \theta_{i_{l-1}}^1 + 1, \theta_{i_l}^1 = x_{i_l}^1 + t_{i_l}^1;$$

$$x_{i_l}^2 = \max(\theta_{i_l}^1 + r_{i_l}^1, \theta_{i_{l-1}}^2) + 1, \theta_{i_l}^2 = x_{i_l}^2 + t_{i_l}^2, T_{i_l} = \theta_{i_l}^2 + r_{i_l}^2, l = 2, \dots, n.$$

Критерии оптимальности задач 1 и 2 имеют соответственно вид:

$$T = \min \max_{1 \leq i \leq n} T_i; \tag{2}$$

$$F = \min \sum_{i=1}^n c_i T_i.$$

В принятых обозначениях для задачи 3 справедливы соотношения:

$$x_{i_1}^1 = 1, \theta_{i_1}^1 = 1 + t_{i_1}^1, x_{i_2}^1 = \theta_{i_1}^1 + a_{i_1, i_2}^1 + 1; x_{i_1}^2 = \theta_{i_1}^1 + 1, T_{i_1} = \theta_{i_1}^2 = x_{i_1}^2 + t_{i_1}^2;$$

$$x_{i_l}^1 = \theta_{i_{l-1}}^1 + a_{i_{l-1}, i_l}^1 + 1, \theta_{i_l}^1 = x_{i_l}^1 + t_{i_l}^1, x_{i_{l+1}}^1 = \theta_{i_{l-1}}^1 + a_{i_l, i_{l+1}}^1 + 1;$$

$$x_{i_l}^2 = \max[(\theta_{i_l}^1 + 1), (\theta_{i_{l-1}}^2 + a_{i_{l-1}, i_l}^2 + 1)];$$

$$T_{i_l} = \theta_{i_l}^2 = x_{i_l}^2 + t_{i_l}^2, l = 2, \dots, n.$$

Критерий оптимальности задачи 3 — выражение (2).

Построению этого вида расписаний на одной машине посвящены многие публикации в монографиях и периодической литературе (см., например, [1–3]), где предложены эффективные методы построения точных и приближенных решений даже в условиях наличия ограничений на сроки завершения выполнения отдельных работ. Нижняя граница времени выполнения расписания на одной машине может быть вычислена, если все работы расположить в последовательности возрастания сроков завершения выполнения работ

$$T_i^k = \theta_i^k + t_i^k + r_i^k, \tilde{J}^k = \{i = 1, \dots, n \mid T_{i_1}^k \leq T_{i_2}^k \leq \dots \leq T_{i_l}^k \leq \dots \leq T_{i_n}^k\}, k = 1, 2,$$

допустить прерывание выполнения работ и в каждый момент времени τ^k осуществлять еще невыполненную k -ю работу из последовательности \tilde{J}^k , для которой выполняются условия $\tau^k \leq \theta^k$. Автору не известны публикации о задачах построения двухстадийных расписаний в описанной выше постановке.

Для получения достаточно грубой нижней границы рассматриваемого выше двухстадийного расписания выполнения работ можно воспользоваться следующим алгоритмом вычислений.

1. Построим последовательности \tilde{J}^1 и \tilde{J}^2 на каждой стадии обработки.

2. Выберем на первой стадии изделие с индексом i_1 — первое в последовательности \tilde{J}^1 с временем завершения изготовления его на этой стадии $T_{i_1}^1$. Определим время завершения последнего изделия в этой последовательности \tilde{J}^1 , которое обозначим через $T_{i_n}^1$.

3. Корректируем допустимое время начала обработки изделий на второй стадии изготовления: $\bar{\theta}_i^2 = \max(\theta_i^2, T_{j_1}^1 + 1)$, $i = 1, \dots, n$.

4. После построения последовательности \tilde{J}^2 на второй стадии обработки в новых условиях вычислим нижнюю границу по тому же алгоритму, что и в описанном выше случае построения расписания работ на одной машине. Время выполнения этого расписания обозначим через \bar{T}^1 .

5. Определим минимальные затраты времени на изготовление и постобработку на второй стадии обработки $d^2 = \min_{1 \leq i \leq n} (t_i^2 + r_i^2)$ и вычислим значение $\bar{T}^2 = T_{i_n}^1 + 1 + d^2$.

6. Нижней границей двухстадийного расписания может быть значение $\xi(\bar{T}) = \max(\bar{T}^1, \bar{T}^2)$.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ 1

Обозначим:

$\tilde{I} = \{i = 1, \dots, n\}$ — множество всех изделий, подлежащих обработке;

\tilde{I}^1, \tilde{I}^2 — соответственно подмножество изделий, для которых уже в процессе выполнения алгоритма определено и не определено место в последовательности обработки;

$$\tilde{I}^1 \cup \tilde{I}^2 = \tilde{I}, \tilde{I}^1 \cap \tilde{I}^2 = \emptyset;$$

$s = 1, \dots, S = n$ — последовательные этапы выбора изделий, включаемых в обработку, т.е. члены последовательности.

В начале процесса положим $\tilde{I}^1 = \tilde{I}_s^1 = \emptyset$, $\tilde{I}^2 = \tilde{I}_s^2 = \tilde{I} = \{i = 1, \dots, n\}$.

Алгоритм предусматривает выполнение следующих шагов.

Шаг 1. На s -м этапе выбора для подмножества изделий \tilde{I}_s^2 выполняем вычисления параметров θ_i^1 и T_i^1 , $i \in \tilde{I}_s^2$, в соответствии с выражением (1).

Определяем:

$$\begin{aligned} x_i^2 &= \max(\theta_i^1 + 1, x_i^2), \quad \theta_i^2 = x_i^2 + t_i^2, \quad T_i^2 = \theta_i^2 + r_i^2, \quad i \in \tilde{I}_s^2, \\ \theta_{j_s}^2 &= \min_{i \in \tilde{I}_s^2} \theta_i^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Если существует некоторое подмножество изделий \tilde{J}_s^2 , удовлетворяющее соотношению (3), т.е. $\tilde{J}_s^2 = \{l_s \mid l_s \in \tilde{I}_s^2, \theta_{l_s}^2 = \theta_{j_s}^2\}$, то среди них выбираем изделие с индексом $p_s \in \tilde{J}_s^2$, для которого справедливо соотношение $\theta_{p_s}^2 = \min_{i \in \tilde{J}_s^2} T_i^2$. Если и таких изделий существует целое подмножество

$\tilde{\Gamma}_s^2 = \{p_s \mid p_s \in \tilde{J}_s^2, T_{p_s}^2 = \min_{l_s \in \tilde{J}_s^2} T_{j_s}^2\}$, то из них выбираем изделие с индексом $p_s \in \tilde{\Gamma}_s^2$, удовлетворяющее соотношению $\theta_{\delta_s}^2 = \min_{i \in \tilde{K}_s^2} \theta_i^1$. Если существует некоторое подмножество $\delta_s \in \tilde{K}_s^2$ таких изделий, то среди них выбираем изделие с наименьшим индексом $\bar{j}_s = \{i \mid \bar{j}_s = \min\}$. Обозначим индекс изделия, выбранного на 1-м шаге, как \bar{j}_s . Выбираем и включаем это изделие в качестве s -го члена последовательности и переходим к шагу 2.

Шаг 2. Определяем $s = (s + 1)$, $\tilde{I}_{s+1}^1 = \tilde{I}_s^1 \cup \bar{j}_s$, $\tilde{I}_{s+1}^2 = \tilde{I}_s^2 / \bar{j}_s$. Если $\tilde{I}_{s+1}^2 \neq \emptyset$ и $\tilde{I}_{s+1}^1 \neq \tilde{I}$, переходим к шагу 3, в противном случае — к шагу 4.

Шаг 3. Выполняем вычисления:

$$x_i^1 = \max(\theta_{\bar{j}_s}^1 + 1, x_i^1), \quad x_i^2 = \max(\theta_{\bar{j}_s}^2 + 1, x_i^2);$$

$$T_i^k = \theta_i^k + r_i^k, \quad k = 1, 2, \quad i \in \tilde{I}_s^2.$$

Переходим к шагу 1.

Шаг 4. Определяем последовательность обработки изделий $\tilde{\Psi} = \{\bar{j}_s \in \tilde{I} \mid s = 1, 2, \dots, S = n\}$ и время завершения расписания выполнения всего комплекса работ

$$\bar{T} = \max_{1 \leq s \leq S} T_s^2.$$

Алгоритм завершает свою работу.

Работу алгоритма проиллюстрируем на числовом примере.

Иллюстративный пример 1

Параметры изготовления шести изделий на двух стадиях обработки приведены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1. Параметры изготовления шести изделий на двух стадиях обработки

Показатели	Показатели первого этапа обработки различных изделий						Показатели второго этапа обработки различных изделий					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
x_i	1	4	2	7	10	8	14	6	9	12	15	10
t_i	6	5	3	7	2	4	8	7	5	4	8	6
r_i	2	3	4	1	5	8	1	5	3	1	2	3

Шаг 1. ($s = 1$). Расчет наиболее раннего времени завершения изготовления различных изделий приведен в табл. 2.

Поскольку $\min_{i=1,2,3,4,5,6} \theta_i^2 = \theta_3^2 = 15$, выбираем изделие 3: $x_3^1 = 2$, $\theta_3^1 = 5$,

$$T_3^1 = 9;$$

$$x_3^2 = T_3^1 + 1 = 10, \quad \theta_3^2 = 15, \quad T_4^2 = 18.$$

Таблица 2. Наиболее раннее время завершения изготовления различных изделий

Показатели	Показатели первого этапа обработки различных изделий						Показатели второго этапа обработки различных изделий					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
x_i	1	4	2	7	10	8	14	13	10	16	18	19
θ_i	7	9	5	14	12	12	22	20	15	20	26	25
T_i	9	12	9	15	17	18	23	25	18	21	28	28

Шаг 2. ($s = 2$). $\tilde{I}^1 = \{3\}$, $\tilde{I}^2 = \{1,2,4,5,6\}$. Значения основных параметров обработки после установки на первое место в последовательности изделия 3 приведены в табл.3

Таблица 3. Основные параметры обработки подмножества изделий \tilde{I}^2

Параметры	Параметры обработки изделий на первом этапе $i =$					Параметры обработки изделий на втором этапе $i =$				
	1	2	4	5	6	1	2	4	5	6
x_i	6	6	7	10	8	15	15	16	16	16
t_i	6	5	7	2	4	8	7	4	8	6
r_i	2	3	1	5	6	2	5	1	2	3
θ_i	12	11	14	12	12	23	22	20	24	22
T_i	14	14	15	17	18	25	27	21	26	25

Поскольку $\min_{i=1,2,4,5,6} \theta_i^2 = \theta_4^2 = 20$, выбираем изделие 4: $x_4^1 = 7$, $\theta_4^1 = 14$, $T_4^1 = 15$;

$$x_4^2 = T_4^1 + 1 = 16, \theta_4^2 = 20, T_4^2 = 21.$$

Шаг 3. ($s = 3$). $\tilde{I}^1 = \{3,4\}$, $\tilde{I}^2 = \{1,2,5,6\}$. Значения основных параметров обработки после установки в этих условиях приведены в табл. 4.

Таблица 4. Основные параметры обработки подмножества изделий $\tilde{I}^2 = \{1,2,5,6\}$

Параметры	Параметры обработки изделий на первом этапе $i =$				Параметры обработки изделий на втором этапе $i =$			
	1	2	5	6	1	2	5	6
x_i	15	15	15	15	24	24	23	26
t_i	6	5	2	4	8	7	8	6
r_i	2	3	5	6	1	5	2	3
θ_i	21	20	17	19	32	31	31	32
T_i	23	23	22	25	33	36	33	35

Поскольку $\min_{i=1,2,4,5,6} \theta_i^2 = \theta_2^2 = \theta_5^2 = 31$, а $\theta_5^1 < \theta_2^1$, выбираем изделие 5:
 $x_5^1 = 15$, $\theta_5^1 = 17$, $T_5^1 = 22$; $x_5^2 = T_5^1 + 1 = 23$, $\theta_5^2 = 31$, $T_5^2 = 33$.

Шаг 4. ($s = 4$). $\tilde{I}^1 = \{3, 4, 5\}$, $\tilde{I}^2 = \{1, 2, 6\}$. Значения основных параметров обработки после установки изделия 5 приведены в табл. 5.

Таблица 5. Основные параметры обработки подмножества изделий $\tilde{I}^2 = \{1, 2, 6\}$

Параметры	Параметры обработки изделий на первом этапе $i =$			Параметры обработки изделий на втором этапе $i =$		
	1	2	6	1	2	6
t_i	18	18	18	32	32	32
t_i	6	5	4	8	7	6
r_i	2	3	6	1	5	3
θ_i	24	23	22	40	39	38
T_i	26	26	28	41	44	41

Поскольку $\min_{i=1,2,6} \theta_i^2 = \theta_6^2 = 38$, выбираем изделие 6: $x_6^1 = 18$, $\theta_6^1 = 22$,
 $T_6^1 = 28$; $x_6^2 = \min(T_5^2, \theta_6^1) = \min(28, 32) = 32$, $\theta_6^2 = 38$, $T_6^2 = 41$.

Шаг 5. ($s = 5$). $\tilde{I}^1 = \{3, 4, 5, 6\}$, $\tilde{I}^2 = \{1, 2\}$. Значения основных параметров обработки после установки изделия 6 приведены в табл. 6.

Таблица 6. Основные параметры обработки подмножества изделий $\tilde{I}^2 = \{1, 2\}$

Параметры	Параметры обработки изделий на втором этапе $i =$		Параметры обработки изделий на втором этапе $i =$	
	1	2	1	2
t_i	23	23	39	39
t_i	6	5	8	7
r_i	2	3	1	5
θ_i	29	28	47	46
T_i	31	31	48	53

Поскольку $\min_{i=1,2} \theta_i^2 = \theta_2^2 = 46$, выбираем изделие 2: $x_2^1 = 23$, $\theta_2^1 = 28$,
 $T_2^1 = 31$; $x_2^2 = (\theta_2^1 + 1) = 39$, $\theta_2^2 = 46$, $T_2^2 = 53$.

Шаг 6. $s = 6$. Выбираем изделие 1: $x_1^1 = 29$, $\theta_1^1 = 37$, $T_1^1 = 38$;
 $x_1^2 = (\theta_2^2 + 1) = 47$, $\theta_1^2 = 55$, $T_1^2 = 56$.

$$\bar{T} = \min_{i=1,2,3,4,5,6} T_i^2 = T_1^2 = 56.$$

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ 2

Используем все обозначения алгоритма решения задачи 1, и в начале процесса положим $\tilde{I}^1 = \tilde{I}_s^1 = \emptyset$, $\tilde{I}^2 = \tilde{I}_s^2 = \tilde{I} = \{i = 1, \dots, n\}$. Определим минимальные значения времени завершения изготовления изделий на двух стадиях обработки с учетом затрат времени на постобработку:

$$\begin{aligned} \theta_i^1 &= x_i^1 + t_i^1, T_i^1 = \theta_i^1 + r_i^1; x_i^2 = \min(T_i^1 + 1, x_i^2); \\ \theta_i^2 &= x_i^2 + t_i^2, T_i^2 = \theta_i^2 + r_i^2; i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (4)$$

В начале процесса на каждом s -м шаге вычислений, $s = 1, \dots, S$, упорядочим множество всех изделий по возрастанию значений $\frac{T_i^2}{c_i}$:

$$\tilde{J}_s^2 = \left\{ i_1, i_2, \dots, i_{l-1}, i_l, \dots, i_{n_s} \mid \frac{T_{l-1}^2}{c_{l-1}} \leq \frac{T_l^2}{c_l}, l = 2, \dots, n_s \right\}, s = 1, \dots, S,$$

где для $s = 1$ $n_s = n$, $\tilde{I}_s^1 = \tilde{J}_s^1 = \emptyset$, $\tilde{I}_s^2 = \tilde{J}_s^2 = \{i = 1, \dots, n\}$.

На каждом s -м шаге алгоритма для множества изделий $\tilde{I}_s^2 = \{i_p, i_{p+1}, \dots, i_\mu, \dots, i_{n_s}\}$, где $n_s = n - (s - 1)$, вычисляем значения следующих параметров:

$$\begin{aligned} x_\mu^1 &= \max(\bar{x}_\mu^1, \theta_{n_{s-1}}^1 + 1), \theta_\mu^1 = x_\mu^1 + t_\mu^1, T_\mu^1 = \theta_\mu^1 + r_\mu^1 + t_\mu^1; \\ x_\mu^2 &= \max(T_\mu^2 + 1, \bar{x}_\mu^2), \theta_\mu^2 = x_\mu^2 + t_\mu^2, T_\mu^2 = \theta_\mu^2 + r_\mu^2, \mu \in \tilde{I}_s^2. \end{aligned}$$

Строим последовательность \tilde{J}_s^2 в соответствии с выражением (4): $\tilde{J}_s^2 = \{i_{\mu_1}, i_{\mu_2}, \dots, i_{\mu_s}\}$.

Устанавливаем изделие с индексом i_{μ_s} на последнее место в последовательности \tilde{J}_s^1 . Полагаем $\tilde{I}_s^1 = \tilde{I}_s^1 \cup i_{\mu_s}$, $\tilde{J}_s^1 = \tilde{J}_s^1 \cup i_{\mu_s}$; $\tilde{I}_s^2 = (\tilde{I}_s^2 / i_{\mu_s})$, $\tilde{J}_s^2 = (\tilde{J}_s^2 / i_{\mu_s})$. Если $\tilde{I}_s^1 = \tilde{I}$, $\tilde{I}_s^2 = \emptyset$ и определена последовательность изготовления всех изделий $\tilde{J}_s^2 = \left\{ j_1, j_2, \dots, j_{l-1}, j_l, \dots, j_{n_s} \mid \frac{T_{l-1}^2}{c_{l-1}} \leq \frac{T_l^2}{c_l}, l = 2, \dots, n_s \right\}$, то вычисляем значение критерия оптимальности — величины суммарных потерь по формуле $F = \sum_{l=1}^n (a_l + c_l T_l)$. На этом алгоритм завершает работу.

В противном случае, если $\tilde{I}_s^1 \neq \tilde{I}$, $\tilde{I}_s^2 \neq \emptyset$, полагаем $\tilde{I}_{s+1}^1 = \tilde{I}_s^1$, $\tilde{I}_{s+1}^2 = \tilde{I}_s^2$, $s := (s + 1)$ и вновь выполняем следующий шаг алгоритма.

Иллюстративный пример 2

Параметры изготовления пяти изделий на двух стадиях обработки приведены в табл. 7.

Таблица 7. Параметры обработки изделий

Показатели	Показатели первого этапа обработки различных изделий					Показатели второго этапа обработки различных изделий				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
x_i	1	4	2	7	10	14	6	9	12	15
t_i	6	5	3	7	2	8	7	5	4	8
r_i	2	3	4	1	5	1	5	3	1	2
α_i	–	–	–	–	–	0,5	1,0	1,2	0,5	1,0

Шаг 1. ($s=1$). Вычислим минимальные значения времени завершения изготовления изделий на двух стадиях обработки с учетом затрат времени на постобработку, которые сведем в табл. 8.

Таблица 8. Граничные значения времени обработки изделий

Изделия	Граничные значения параметров на каждой стадии обработки						$\frac{T_i^2}{c_i}$
	Первая стадия			Вторая стадия			
	x_i^1	θ_i^1	T_i^1	x_i^2	θ_i^2	T_i^2	
1	1	7	9	14	22	23	46
2	4	9	12	13	20	25	25
3	2	5	14	10	15	18	15
4	7	14	15	16	20	21	42
5	10	12	17	18	26	28	28

Последовательность выполнения заданий $\tilde{J} = \{3, 2, 5, 4, 1\}$.

Поскольку $\min_{1 \leq i \leq 5} \frac{c_i}{T_i} = \frac{c_3}{T_3} = 15$, выбираем изделие 3: $x_3^1 = 2$, $\theta_3^1 = 5$, $T_3^1 = 9$; $x_3^2 = 10$, $\theta_3^2 = 15$, $T_3^2 = 18$; $C_3 = 33,6$. Это изделие ставим на 1-е место в \tilde{J}^1 ; $\tilde{J}^1 = \{3\}$, $\tilde{J}^2 = \{1, 2, 4, 5\}$.

Шаг 2. ($s=2$). После установки изделия 3 вычисленные значения параметров приведены в табл. 9.

Таблица 9. Основные параметры обработки подмножества изделий $\tilde{J}^2 = \{1, 2, 4, 5\}$.

Изделия	Граничные значения параметров на каждой стадии обработки						$\frac{T_i^2}{c_i}$
	Первая стадия			Вторая стадия			
	x_i^1	θ_i^1	T_i^1	x_i^2	θ_i^2	T_i^2	
1	6	12	14	16	24	25	50
2	6	11	14	16	23	28	28
4	7	14	15	16	20	21	42
5	10	12	17	18	26	28	28

Последовательность выполнения заданий $\tilde{J} = \{2, 5, 4, 1\}$. Поскольку $\min_{i=1,2,4,5} \frac{T_i}{c_i} = \frac{T_5}{c_5} = 28$, выбираем изделие 5: $x_5^1 = 10$, $\theta_5^1 = 12$, $T_5^1 = 17$; $x_5^2 = 18$, $\theta_5^2 = 26$, $T_5^2 = 28$; $C_5 = 28$; $\tilde{J}^1 = \{3, 5\}$, $\tilde{J}^2 = \{1, 2, 4\}$.

Шаг 3. ($s = 3$). После установки изделия 5 вычисленные значения параметров приведены в табл. 10.

Таблица 10. Основные параметры обработки подмножества изделий $\tilde{J}^2 = \{1, 2, 4\}$

Изделия	Граничные значения параметров на каждой стадии обработки						$\frac{T_i^2}{c_i}$
	Первая стадия			Вторая стадия			
	x_i^1	θ_i^1	T_i^1	x_i^2	θ_i^2	T_i^2	c_i
1	13	19	21	27	35	36	72
2	13	18	21	27	34	39	39
4	13	20	21	27	31	32	64

Последовательность выполнения заданий $\tilde{J} = \{2, 4, 1\}$. Поскольку $\min_{i=1,2,4} \frac{T_i}{c_i} = \frac{T_2}{c_2} = 39$, выбираем изделие 2: $x_2^1 = 13$, $\theta_2^1 = 18$, $T_2^1 = 20$; $x_2^2 = 27$, $\theta_2^2 = 34$, $T_2^2 = 39$; $C_2 = 39$.

Шаг 4. ($s = 4$). Значения параметров для изделия 2 приведены в табл. 11.

Таблица 11. Основные параметры обработки подмножества изделий $\tilde{J}^2 = \{1, 4\}$

Изделия	Граничные значения параметров на каждой стадии обработки						$\frac{T_i^2}{c_i}$
	Первая стадия			Вторая стадия			
	x_i^1	θ_i^1	T_i^1	x_i^2	θ_i^2	T_i^2	c_i
1	19	25	27	35	43	44	88
4	19	26	27	35	39	40	80

Последовательность выполнения заданий $\tilde{J}^1 = \{4, 1\}$. Поскольку $\min_{i=1,4} \frac{T_i}{c_i} = \frac{T_4}{c_4} = 80$, выбираем изделие 4: $x_4^1 = 19$, $\theta_4^1 = 26$, $T_4^1 = 27$; $x_4^2 = 35$, $\theta_4^2 = 39$, $T_4^2 = 40$; $C_4 = 20$. Значения параметров для оставшегося изделия 1 приведены в табл. 12.

Таблица 12. Значения параметров на последнем шаге

Изделия	Граничные значения параметров на каждой стадии обработки						$\frac{T_i^2}{c_i}$
	Первая стадия			Вторая стадия			
	x_i^1	θ_i^1	T_i^1	x_i^2	θ_i^2	T_i^2	c_i
1	27	33	35	40	48	49	24,5

Шаг 5. ($s = 5$). Выбираем изделие 1: $x_1^1 = 27$, $\theta_1^1 = 33$, $T_1^1 = 35$; $x_1^2 = 40$, $\theta_1^2 = 48$, $T_1^2 = 49$; $C_4 = 24,5$.

Последовательность выполнения заданий $\tilde{J} = \{3, 2, 5, 4, 1\}$. Суммарные затраты при этом составят $\sum_{i=1}^5 C_i = 24,5 + 39 + 33,6 + 20 + 28 = 145,1$.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ 3

Найдем минимальное время переналадок машин на каждой стадии обработки при переходе от изготовления i -й детали к j -й:

$$\beta_{ij}^k = \min_{\substack{1 \leq j \leq n \\ j \neq i}} a_{ij}^k, \quad k = 1, 2, \quad i = 1, \dots, n.$$

Определим нижнюю границу длины расписания. Время завершения изготовления всех изделий на каждой стадии обработки не может быть меньше величины

$$D^k = \sum_{i=1}^n (t_i^k + \beta_i^k) - \max_{1 \leq i \leq 5} \max_{1 \leq j \leq n} a_{ij}^k, \quad k = 1, 2.$$

Минимальное время начала работы машины на второй стадии обработки не может быть меньше величины $d^1 = \min_{1 \leq i \leq 5} (t_i^1 + \beta_i^1)$, а минимальное время работы на второй стадии обработки $d^2 = \min_{1 \leq i \leq 5} t_i^2$. Если $D^1 > D^2$, то длина расписания не может быть меньше величины $\xi(T^1) = D^1 + d^2$, а в случае $D^1 \leq D^2$ — значения $\xi(T^2) = D^2 + d^1$. Следовательно, нижняя граница длины двухстадийного расписания не может быть меньше величины

$$\xi(T) = \max \{ \xi(T^1), \xi(T^2) \}.$$

Рассмотрим алгоритм приближенного решения задачи 3 — построение оптимального по времени завершения выполнения двухстадийного расписания на одной машине. Пусть определена некоторая последовательность обработки деталей $\tilde{T} = \{i_1, i_2, \dots, i_{l-1}, i_l, i_{l+1}, \dots, i_n\}$. Пусть построена некоторая связанная подпоследовательность $\tilde{T}^s \subset \tilde{T}$ последовательности \tilde{T} , т.е. $\tilde{T}^s = \{i_l, i_{l+1}, \dots, i_s\}$ или $\tilde{T}^p = \{i_p, \dots, i_l\}$, где $s \leq n$, $p \geq 1$. В начале вычислений полагаем $\tilde{T}^s = \emptyset$. В процессе построения алгоритма на каждом шаге индекс нового включаемого изделия устанавливается либо в начале, либо в конце строящейся последовательности. Если изделие устанавливается в начале этой подпоследовательности, то параметры обработки вычисляются следующим образом:

$$x_{l-1}^1 = 1, \quad \theta_{l-1}^1 = 1 + t_{l-1}^1, \quad x_{l-1}^2 = \theta_{l-1}^1 + 1, \quad \theta_{l-1}^2 = x_{l-1}^2 + t_{l-1}^2, \quad T_{l-1} = \theta_{l-1}^2. \quad (5)$$

Производится пересчет всех параметров ранее построенной подпоследовательности:

$$\begin{aligned} x_l^1 &= \theta_{l-1}^1 + a_{l-1,l}^1 + 1, \quad \theta_l^1 = x_l^1 + t_l^1; \\ x_l^2 &= \max(\theta_l^1, \theta_{l-1}^2 + a_{l-1,l}^2) + 1; \\ \theta_l^2 &= x_l^2 + t_l^2, \quad T_l = \theta_l^2, \quad l = l, l+1, \dots, s. \end{aligned} \quad (6)$$

В случае установки изделия в конце этой подпоследовательности параметры обработки $x_r^k, \theta_r^k, T_r, k=1,2, r=p, p+1, \dots, l$ остаются без изменения, а параметры выбранного изделия вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned} x_{l+1}^1 &= \theta_l^1 + a_{l,l+1,l}^1 + 1, \quad \theta_{l+1}^1 = x_{l+1}^1 + t_{l+1}^1, \\ x_{l+1}^2 &= \max(\theta_{l+1}^1, \theta_l^2 + a_{l,l+1,l}^2) + 1, \quad \theta_{l+1}^2 = x_{l+1}^2 + t_{l+1}^2, \\ T_2 &= \theta_{l+1}^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Определим минимальные элементы строк в матрицах времен переналадок на каждой из двух ступеней обработки, а также матрицы суммарного времени переналадок $\bar{A} = |\bar{a}_{ij}|$, где $\bar{a}_{ij} = a_{ij}^1 + a_{ij}^2, i, j = 1, 2, \dots, n$:

$$\beta_i^k = \min_{\substack{1 \leq j \leq n \\ j \neq i}} a_{ij}^k, \quad k = 1, 2; \quad \hat{\beta}_i = \min_{\substack{1 \leq j \leq n \\ j \neq i}} \bar{a}_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Выполним приведение 1 этих матриц переналадок, вычислив значения

$$b_{ij}^k = a_{ij}^k - \beta_i^k, \quad k = 1, 2; \quad \bar{b}_{ij} = \bar{a}_{ij} - \hat{\beta}_i, \quad i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

Для столбцов, у которых $\min_{\substack{1 \leq i \leq n \\ j \neq i}} b_{ij}^k > 0$ и $\min_{\substack{1 \leq i \leq n \\ j \neq i}} \bar{b}_{ij} > 0$, вычислим значения

$$\delta_j^k = \min_{\substack{1 \leq i \leq n \\ j \neq i}} b_{ij}^k, \quad k = 1, 2; \quad \bar{\delta}_j = \min_{\substack{1 \leq i \leq n \\ j \neq i}} \bar{b}_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

и выполним приведение 2 двух этих матриц переналадок:

$$w_{ij}^k = b_{ij}^k - \delta_j^k, \quad k = 1, 2, \quad \bar{w}_{ij} = \bar{b}_{ij} - \bar{\delta}_j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

В результате выполненных преобразований в матрице времени суммарных переналадок $\bar{W} = |\bar{w}_{ij}|, i, j = 1, 2, \dots, n$, в каждой строке и в каждом столбце содержится, по крайней мере, по одному нулю. В процессе вычислений на каждом s -м шаге алгоритма матрица \bar{W} преобразуется вычеркиванием одной строки и одного столбца и приобретает вид $\bar{W}^s = |\bar{w}_{ij}^s|$. На шаге 1 алгоритма, когда в матрице \bar{W}^s есть все n строк и n столбцов,

вычислим оценки всех нулевых элементов, обозначив подмножество этих элементов на каждом 1-м ($s = 1$) шаге алгоритма решения задачи $\tilde{J}_0^s = \tilde{J}_0^1$:

$$\lambda_{ij}^s = \left\{ \min_{\substack{1 \leq v \leq n \\ v \neq j}} \bar{w}_{ij}^s + \min_{\substack{1 \leq p \leq n \\ p \neq i}} \bar{w}_{ij}^s \mid \bar{w}_{ij}^s = 0 \right\}, \lambda_{ij}^s \in \tilde{J}_0^s. \quad (11)$$

Определим нулевой элемент с максимальной оценкой $\bar{\lambda}_{lp}^s = \max_{\lambda_{ij}^s \in \tilde{J}_0^s} \lambda_{ij}^s$.

Этот элемент определяет выбор перехода после обработки изделия 1 к p -му.

Шаг 1. Выполнив преобразование матрицы \bar{A}^1 и вычисления (8)–(11), выбираем пару изделий и переход (l, p) , определяем подпоследовательность $\tilde{I}^2 = \{l, p\}$, в матрице \bar{W}^1 вычеркиваем l -ю строку и p -й столбец, элемент на пересечении p -й строки и l -го столбца полагаем равным $\bar{w}_{pl}^1 = \infty$. Вновь полученную матрицу обозначим через \bar{W}^2 . Вычисляем:

$$\begin{aligned} x_l^1 &= 1, \theta_l^1 = 1 + t_l^1, x_l^2 = \theta_l^1 + 1, \theta_l^2 = x_l^2 + t_l^2, T_l = \theta_l^2; \\ x_p^1 &= \theta_l^1 + a_{lp}^1 + 1, \theta_p^1 = x_p^1 + t_p^1, x_p^2 = \max(\theta_l^2 + t_{lp}^2, \theta_p^1) + 1; \\ \theta_l^2 &= x_p^2 + t_p^2, T_p = \theta_p^2. \end{aligned}$$

Переходим к s -му шагу, $s = 2, \dots, (n-1)$.

Шаг 2. Если $s = (n-1)$, то полагаем $\bar{W}^{s+1} := \bar{W}^s$ и переходим к шагу n . В противном случае преобразовываем матрицу \bar{W}^s так, чтобы в каждой строке и каждом столбце матрицы было, по крайней мере, по одному нулевому элементу. Пусть в последовательности \tilde{I}^s на первом месте стоит элемент r , а на последнем месте — элемент u . Среди нулевых элементов u -й строки и r -го столбца находим элементы с максимальной оценкой. Пусть это будут соответственно элементы $\bar{\lambda}_{uq}^s$ и $\bar{\lambda}_{gr}^s$.

Если $\bar{\lambda}_{uq}^s < \bar{\lambda}_{gr}^s$, то на первое место в \tilde{I}^s устанавливаем изделие с индексом, соответствующим g , т.е. после изготовления g -го изделия на двух стадиях обработки изготавливаем изделие с индексом r , пересчитываем все параметры обработки изделий в соответствии с выражениями (5), (6).

Если $\bar{\lambda}_{uq}^s \geq \bar{\lambda}_{gr}^s$, то на последнее место в \tilde{I}^s устанавливаем изделие с индексом, соответствующим q , т.е. после изготовления u -го изделия изготавливаем изделие с индексом q , пересчитываем все параметры обработки изделий в соответствии с выражениями (7). Полагаем $s := (s+1)$, $\tilde{I}^{s+1} = \tilde{I}^s$ и снова выполняем этот же шаг для $(s+1)$.

Шаг n . На этом шаге матрица \bar{W}^s включает только два столбца и две строки (пусть это будут строки с индексами l и p и столбцы g и q) и

содержит только два нулевых элемента. Пусть это будут элементы $\bar{\lambda}_{lg}^s = 0$ и $\bar{\lambda}_{pq}^s = 0$, тогда $\bar{\lambda}_{pg}^s = \bar{\lambda}_{lq}^s = \infty$, или $\bar{\lambda}_{lq}^s = 0$ и $\bar{\lambda}_{pg}^s = 0$, тогда $\bar{\lambda}_{lg}^s = \bar{\lambda}_{pq}^s = \infty$. В первом случае устанавливаем на первое место в последовательности \tilde{I}^s изделие с индексом g и пересчитываем все параметры обработки изделий по формулам (5), (6). На последнее n -е место в \tilde{I}^s устанавливаем изделие с индексом q и пересчитываем все параметры обработки изделий по формулам (7). Время выполнения всего комплекса работ на двух стадиях обработки равно $T = T_q$. Во втором случае устанавливаем на первое место в последовательности \tilde{I}^s изделие с индексом q и производим пересчет всех параметров обработки изделий по формулам (5), (6). На последнее n -е место в последовательности устанавливаем изделие с индексом g и пересчитываем все параметры обработки изделий по формулам (7). Время выполнения всего комплекса работ на двух стадиях обработки $T = T_g$. На этом алгоритм завершает свою работу.

Иллюстративный пример 3

Исходные данные для иллюстративного примера приведены в табл. 13.

Таблица 13. Основные параметры обработки изделий

Индексы изделий $i =$	Показатели первого этапа обработки различных изделий						Показатели второго этапа обработки различных изделий					
	Время обработки t_i^1	Время переналадок a_{ij}^1					Время обработки t_i^2	Время переналадок a_{ij}^2				
		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	10	∞	2	3	4	1	21	∞	5	6	3	7
2	12	5	∞	2	3	2	15	4	∞	7	3	5
3	8	4	3	∞	5	3	25	2	6	∞	4	6
4	15	3	2	1	∞	6	18	7	4	5	∞	4
5	11	6	2	3	4	∞	27	2	6	6	7	∞

Результаты приведения матриц содержатся в табл. 14.

Таблица 14. Приведенные матрицы переналадок

i	Приведенные матрицы переналадок первого этапа обработки						Приведенные матрицы переналадок второго этапа обработки					
	1	2	3	4	5	$\bar{\beta}_i^1$	1	2	3	4	5	$\bar{\beta}_i^2$
1	∞	1	2	2	0	1+1	∞	2	2	0	4	3
2	2	∞	0	0	0	2	1	∞	3	0	2	3
3	0	0	∞	1	0	3	0	4	∞	2	4	2+1
4	1	1	0	∞	5	1+1	3	0	0	∞	0	4
5	3	0	1	1	∞	2	0	4	3	5	∞	2

Нижняя граница времени выполнения расписания:

$$\xi(T^1) = \sum_{i=1}^5 (t_i^1 + \beta_i^1) - \max_{1 \leq i \leq 5} \max_{1 \leq j \leq n} a_{ij}^1 + \min_{1 \leq i \leq 5} t_i^2 = (56 + 9) - 6 + 15 = 74;$$

$$\begin{aligned} \xi(T^2) &= \min_{1 \leq i \leq 5} (t_i^1 + \beta_i^1) + \sum_{i=1}^5 (t_i^2 + \beta_i^2) - \max_{1 \leq i \leq 5} \max_{1 \leq j \leq 5} a_{ij}^2 = \\ &= (10 + 1) + (106 + 14) - 7 = 124; \end{aligned}$$

$$\xi(T) = \max(\xi(T^1), \xi(T^2)) = \max(74, 124) = 124.$$

Выполнив предварительные расчеты, получим табл. 15.

Таблица 15. Результаты предварительных расчетов

i	Суммарное время переналадок двух стадий обработки ($a_{ij}^1 + a_{ij}^2$)					Приведенное суммарное время переналадок двух стадий обработки					Сумма приводя- щих констант
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1	∞	7	9	7	8	∞	0 (0)	2	0 (0)	0 (0)	7
2	9	∞	9	6	7	3	∞	3	0 (0)	0 (0)	6
3	6	9	∞	9	9	0 (2)	3	∞	3	2	6
4	10	6	6	∞	10	4	0 (0)	0 (1)	∞	3	6
5	8	8	9	11	∞	0	0 (0)	1	3	∞	8+1

Выбираем последовательность ((3 → 1)): $x_3^1 = 1$, $\theta_3^1 = 1 + 8 = 9$,
 $x_1^1 = 9 + 4 + 1 = 14$; $x_3^2 = 9 + 1 = 10$; $\theta_3^2 = 10 + 25 = 35$; $T_3 = 35$; $x_1^2 = 35 +$
 $+ 2 + 1 = 38$.

Выбираем последовательность ((4 → 3), т.е ((4 → 3 → 1)):

$$x_4^1 = 1, \theta_4^1 = 1 + 15 = 16, x_3^1 = 16 + 1 + 1 = 18; \theta_3^1 = 18 + 8 = 26;$$

$$x_1^1 = 26 + 4 + 1 = 31, \theta_1^1 = 31 + 10 = 41;$$

$$x_4^2 = 16 + 1 = 17; \theta_4^2 = 17 + 18 = 35; T_4 = 35;$$

$$x_3^2 = 35 + 5 + 1 = 41, \theta_3^2 = 41 + 25 = 61; T_3 = 61;$$

$$x_1^2 = 61 + 2 + 1 = 64, \theta_1^2 = 64 + 10 = 74; T_1 = 74.$$

Выбираем последовательности (5 → 4) и ((1 → 2), (5 → 4 → 3 →
→ 1 → 2)):

$$x_5^1 = 1, \theta_5^1 = 11 + 1 = 12; x_4^1 = 12 + 4 + 1 = 17, \theta_4^1 = 17 + 15 = 32;$$

$$x_3^1 = 32 + 5 + 1 = 38, \theta_3^1 = 38 + 8 = 46; x_1^1 = 46 + 2 + 1 = 49;$$

$$\theta_1^1 = 49 + 10 = 59; x_2^1 = 59 + 5 + 1 = 65, \theta_2^1 = 65 + 2 = 77;$$

$$x_5^2 = 12 + 1 = 13, \theta_5^2 = 13 + 27 = 40; T_5 = 40;$$

$$x_4^2 = 40 + 7 + 1 = 48, \theta_4^2 = 48 + 18 = 66; T_4 = 66;$$

$$x_3^2 = 66 + 5 + 1 = 72, \theta_3^1 = 72 + 8 = 80; T_3 = 80;$$

$$x_1^2 = 80 + 2 + 1 = 83, \theta_1^2 = 83 + 21 = 104; T_1 = 104;$$

$$x_2^2 = 104 + 6 + 1 = 111, \theta_2^2 = 111 + 15 = 126; T_1 = 126;$$

$$T = \max(T_1, T_2, T_3, T_4, T_5) = 126.$$

Полученное решение достаточно близко к нижней границе значения критерия оптимальности, равного 124.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Эффективность предложенных в работе эвристических алгоритмов получения приближенных решений задач построения расписаний проверялась проведением вычислительных экспериментов. Проведено 70–120 расчетов по каждой задаче. Решались задачи, предусматривающие обработку 10–50 изделий. Все параметры исходных данных задач 1–3 варьировались в пределах $t_i^k \in [2 - 15]$, $r_i^k \in [1 - 7]$, $c_i \in [3 - 20]$, $a_{ij}^k \in [1 - 5]$ с выбором соответствующих значений каждого из параметров согласно равномерному закону распределения с математическим ожиданием и дисперсией, равными среднему значению соответствующих интервалов. В большинстве случаев полученное значение критерия оптимальности не превосходило значения его нижней границы более чем на 5–10%, что позволяет сделать вывод о возможности использования этих алгоритмов в практических приложениях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены три различные постановки, математические модели задач построения двухстадийных расписаний последовательного выполнения работ на одной машине. Две постановки предусматривают потери времени на постобработку после завершения выполнения работ на каждой машине. В качестве критериев оптимальности приняты выполнение расписаний в кратчайшие сроки, а также минимизация суммарных потерь, связанных со временем завершения выполнения заданий. Предложены алгоритмы определения нижней границы критерия оптимальности и приближенные методы решения каждой из сформулированных задач, которые проиллюстрированы на числовых примерах. Проведенные вычислительные эксперименты показывают, что полученное значения критерия приближенного решения не превосходит значения нижней границы более чем на 5–10%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Конвей Р.В. Теория расписаний / Р.В. Конвей, В.Л. Максвелл, Л.В. Миллер. — М.: Физматгиз, Наука, 1975. — 359 с.
2. Танаев В.С. Введение в теорию расписаний / В.С. Танаев, В.В. Шкурба. — М.: Физматгиз, Наука, 1975. — 256 с.
3. Танаев В.С. Теория расписаний. Одностадийные системы / В.С. Танаев, В.С. Гордон, Я.М. Шафранский. — М.: Физматгиз, Наука, 1984. — 382 с.
4. Лазарев А.А. Теория расписаний. Минимизация суммарного запаздывания для одного прибора / А.А. Лазарев, Е.Р. Графов. — М.: РАН Вычислит. центр им. А.А. Дородницына, 2004. — 150 с.
5. Хоботов Е.Н. О некоторых моделях и методах решения задач планирования в дискретных производствах / Е.Н. Хоботов // Автоматика и телемеханика, 2007. — № 12. — С. 85–100.
6. Зак Ю.А. Прикладные задачи теории расписаний и маршрутизации перевозок / Ю.А. Зак. — М.: URSS, 2012. — 394 с.
7. Зак Ю.А. Свойства допустимых и оптимальных последовательностей выполнения работ на одной машине / Ю.А. Зак // Проблемы управления. — 2012. — № 5. — С. 54–61.
8. Зак Ю.А. Построение допустимых и оптимальных расписаний выполнения работ на одной машине / Ю.А. Зак // Кибернетика и системный анализ. — К., 2012. — № 1. — С. 62–82.
9. Domschke W. Produktionsplanung. Ablauforganisatorische Aspekte / W. Domschke, A. Scholl, S. Voß. — Berlin: Heidelberg: Springer Verlag, 2005. — 456 p.
10. Carlier J. The one-machine sequencing problem / J. Carlier // European Journal of Operational Research. — 1982. — N 11. — P. 42–47.
11. Brucker P. Scheduling Algorithms / P. Brucker // Springer-Verlag. — Berlin, Heidelberg und New York, 1998. — 377 p.
12. Lawler E.L. Sequencing and Scheduling: Algorithms and complexity / E.L. Lawler, J.K. Lenstra, Kann Rinnooy et al. // Logistic of Production and Inventory, S.C. Graves et.al (Hrsg). — 1993. — Amsterdam–London. — P. 445–522.
13. Blazewicz J. Scheduling under resource constraints: deterministic models / J. Blazewicz, W. Cellary, R. Slowinski // Annals of Operations Research. — 1986. — N 7. — Baltzer, Basel. — P. 329–341.
14. Згуровский М.З. Принятие решений в сетевых системах с ограниченными ресурсами: моногр. / М.З. Згуровский, А.А. Павлов. — К.: Наук. думка, 2010. — 573 с.
15. Павлов А.А. Новый подход к решению задачи «Минимизация суммарного взвешенного опоздания при выполнении независимых заданий с директивными сроками одним прибором / А.А. Павлов, Е.Б. Мисюра // Системні дослідження та інформаційні технології. — К., 2002. — № 2. — С. 7–23.

Поступила 11.09.2018

MEDICAL IMAGES OF BREAST TUMORS DIAGNOSTICS WITH APPLICATION OF HYBRID CNN–FNN NETWORK

YU. ZAYCHENKO, G. HAMIDOV, I. VARGA

Abstract. The problem of classification of breast tumors on medical images is considered. For its solution the new class of convolutional neural networks-hybrid CNN–FNN network is developed in which convolutional neural network VGG-16 is used as the feature extractor while fuzzy neural network NEFClass is used as the classifier. Training algorithms of FNN were implemented. The experimental investigations of the suggested hybrid network on the standard data set were carried out and comparison with known results was performed. The problem of data dimensionality reduction is considered and application of PCM method is investigated.

Keywords: medical diagnostics, breast cancer classification, FNN, CNN, hybrid network, dimensionality reduction, PCM.

INTRODUCTION. STATE-OF-ART PROBLEM ANALYSIS

Now cancer constitute the great problem for health defense all over the world. Basing on the data of IARC (International Agency of Cancer Research) 8,2 million death cases were registered in year 2012, 27 million new cases of illness are expected till 2030 [1]. Among the different types of cancer breast cancer takes the second place by its occurrence in women . Besides, mortality of it is very high as compared with other cancer diseases [1].

Nowadays, in practice, at every stage of diagnostics information technologies are utilized. The main goal of medical automated systems are extension of spheres of practical tasks which may be solved with computers aid, raise of level intellectual decision support of doctors in particularly in process of express diagnostics based on processing and analysis of medical images of human tissue obtained by different source (MRT, CT etc).

In medical diagnostics problems substantial amount of problem constitute the features extraction for further processing and the choice of features for classification method. With development and wide dissemination of decision-support systems the demands to training algorithms are increasing. Reliability and simplicity of application influence on speed and quality of decision- making which is very important for express medical diagnostics. The advantages of medical diagnostics systems are speed, automation and stability of work which make them very comfortable tools for express medical diagnostics. Despite of young age of medical informatics which doesn't exceed 30 years information technologies in a whole are fast penetrating in various spheres of medicine and health defence (family medicine, insurance medicine, building unified information space, integration in European medical space etc).

Despite of progress which was achieved by diagnostics technologies final diagnosis of breast cancer including classification of tumours and diagnosis still is

performed by pathologist-anatomists which use visual analysis of histological patterns by microscope. The latest achievements in images processing technologies and machine learning enable to construct systems of automatic detection and diagnostics that may help pathologist-anatomists to make true diagnosis and accelerate his work. Classification of images histopathology on different patterns which corresponds to cancer and not-cancer states of tissue is often first rank goal in images analysis systems for automatic cancer diagnostics.

Up to date several models and methods were developed for breast cancer detection using various machine learning algorithms. Using such methods and technologies of AI as neuron networks and SVM [2, 3] accuracy of diagnostics from 76% to 94% was attained at data set with 92 images.

Zhang and others [4] suggested cascade classifiers approach. At the first cascade level the classifiers reject easy cases (those which evidently don't pass test) and the others are transferred to the second level which uses more complex classification system and so on. This method was applied to data base of Israel technological Institute consisting of 361 images and accuracy results was 97%. The most of last papers refers to field of breast cancer classification oriented on integer images [3–6]. But wide implementation of breast image classification (BIC) and other forms of digital pathology faces with such disturbances as high cost of implementation, insufficient productivity for huge amount of clinic procedures, interior technologic problems, and opposition from pathologist-anatomists side. Till now the most of works based on histology breast cancer analysis were performed on not large datasets. Some improvement presents data set with 7909 breast images obtained from 82 patients [7]. In this research the authors estimated various texture descriptors and various classifiers and carried out the experiments with accuracy from 82% to 85%.

Based on results presented in [7] one can make the conclusion that texture descriptors may propose good solution for images processing. But some researchers believe that main weakness of modern machine learning methods occurs just at this stage. This means that machine learning algorithms should be less dependent on functional engineering and be able to extract and organize discriminating information directly from images, in other words be capable to learn presentations.

The idea of learning presentations isn't new one but it became implementable only now with appearance GPU(Graphic Processing Units) which are capable to provide high speed performance (productivity) with relatively small cost due to their parallel architecture [8].

The alternative to this approach is the application of CNN for medical images processing and diagnostics, which is considered and developed in the present research. It was shown that CNN is able to overcome the conventional texture descriptors [9, 10]. Besides traditional approach to detection of features based on descriptors demands much efforts and high level knowledge of experts and usually is specific for every task that prevents its direct application for another similar tasks.

Therefore in our research we suggested and developed hybrid CNN–FNN medical images classification system in which CNN is utilized to extract informative features of images and FNN NEFClass is applied for classification of detected breast tumors on images in two classes: benign and malicious ones.

The main goal of this work is development and investigation of algorithmic and software tools for fast analysis of breast tissue images, detection of tumors and their classification into two classes: benign or malignant one. This will enable to provide express analysis of images and raise the quality medical diagnostics.

DATA SET DESCRIPTION

For our investigation we used data set BreakHis specially created for estimation efficiency of different approaches and tools for medical images of breast tumor diagnostics.

Data set BreakHis [7] contains microscope biopsies from benign and malign tumors of breast. The images were obtained in clinic research since January 2014 till December 2014.

BreakHis consists of 7909 clinically representative microscopic images of breast tumors received from 82 patients with different scale augmentation (40×, 100×, 200×, 400×).

All patients which during this period were investigated in R&D medical lab with clinical conclusion of breast cancer were invited to take part in this investigation. All data were anonymized. The patterns are generated of biopsy breast slides colored with hematoxulin and eosin (HE). The patterns are collected by surgery biopsy prepared for histologic research and marked by pathologist-anatomists of R&D lab. The main goal is to preserve original structure of tissue and molecular composition which allows to observe it with optical microscope. For investigation all images were split into slides of size 3 mkm. The final conclusion of each case was made by experienced pathologist-anatomist which was confirmed by additional investigation such as immune histology-chemistry (IHC).

The microscope system Olympus BX-50 with augmentation 3.3 connected with digital camera Samsung SCC-131AN, is used for obtaining digitized images of breast tissue. Images were obtained in 3-channels color space True color (24 bits value, 8 bits color channels RGB) with magnification coefficients 40×, 100×, 200×, and 400×. In the fig. 1–4 four images are presented with four magnification coefficients: (a) 40 ×, (b) 100 ×, (c) 200 ×, (d) 400 × — obtained from one slide of breast tumor which contains malignant tumor (breast cancer) Separated rectangular (added by hand for illustrative aims) — region of interest (ROI) which was chosen by pathologist-anatomist will be described in the next section. In the fig. 5 the image of benign tumor is presented.

Up to date dataset BreakHis consists of 7909 images, divided into benign and malignant tumors. Table 1 presents the distribution of images [7].

Table 1. Distribution of images by magnification coefficients and class

Magnification	Benign	Malignant	Total
40×	625	1370	1995
100×	644	1437	2081
200×	623	1390	2013
400×	588	1232	1820
Total	2480	5429	7909
Number of patients	24	58	82



Fig. 1. Slide of malignant tumor with magnification 40×

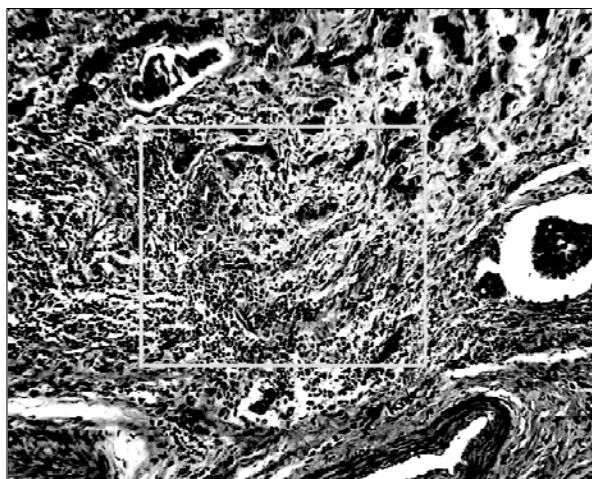


Fig. 2. Slide of malignant tumor with magnification 100×

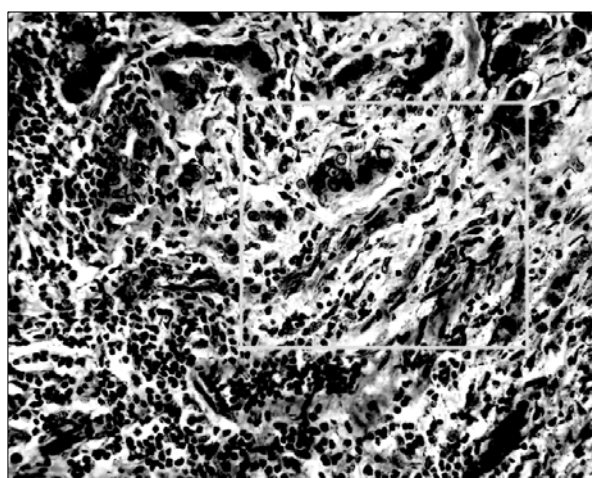


Fig. 3. Slide of malignant tumor with magnification 200×

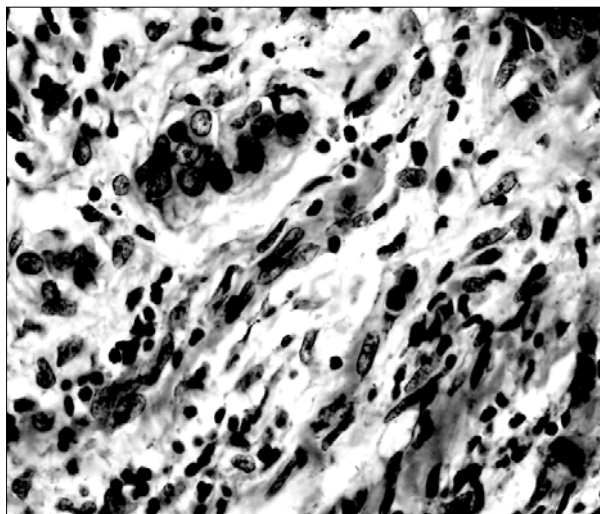


Fig. 4. Slide of malignant tumor with magnification 400×

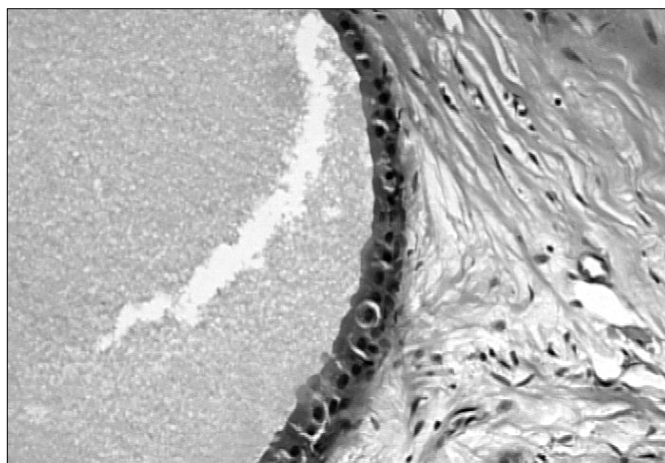


Fig. 5. Slide of benign tumor with magnification 100×

CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORKS: BRIEF DESCRIPTION

A CNN model is a state-of-the-art method that has been largely utilized for image processing. A CNN model has the ability to extract global features in a hierarchical manner that ensures local connectivity as well as the weight-sharing property. It consists of the following layers [9, 10].

Convolutional Layer: The Convolutional layer is considered as the main working ingredient in a CNN model and plays a vital determining part of this model. A kernel (filter), which is basically an $n \times n$ matrix successively goes through all the pixels and extracts the information from them.

Stride and Padding: The number of pixels a kernel moves in a step is determined by the stride size; conventionally, the size of the stride is set to 1. Let we have an input data matrix of size 5×5 , which is scanned with a 3×3 kernel. When

we use a 3×3 kernel, and stride size 1, then the convolved output is a 3×3 matrix; however, when we use stride size 2, the convolved output is 2×2 . Interestingly, if we use a 5×5 kernel on the above input matrix with stride 1, the output will be a 1×1 matrix. Thus, the size of the output image changes with both the size of the stride and the size of the kernel. To overcome this drawback, we can utilize extra rows and columns at the end of the matrices that contain 0 s. This adding of rows and columns that contain only zero values is known as *zero padding*.

Nonlinear Performance: Each layer of the NN produces linear output, and by definition adding two linear functions will also produce another linear output. Due to the linear nature of the output, adding more NN layers will show the same behavior as a single NN layer. To overcome this issue, a rectifier functions such as Rectified Linear Unit (ReLU), Leaky ReLU, Tanh, Sigmoid, etc., are introduced to make the output nonlinear.

Pooling Operation: A CNN model produces a large amount of feature information. To reduce the feature dimensionality, a down-sampling method named a pooling operation has been performed. A few pooling operation methods are well known such as [9,10]: Max Pooling, Average Pooling.

For our analysis, we have utilized the Max Pooling operation that selects the maximum values within a particular patch.

Drop-Out: Due to the overtraining of the model, it shows very poor performance on the test dataset, which is known as over-fitting. These over-fitting issues have been controlled by removing some of the neurons from the network, which is known as Drop-Out.

Decision Layer: For the classification decision, at the end of a CNN model, a decision layer (usually MLP) is introduced. Normally, a Softmax layer or SVM layer is introduced for this purpose. This layer contains a normalized exponential function and calculates the loss function for the data classification.

CNN MODEL FOR IMAGECLASSIFICATION

In the next fig. 6 the architecture of VGG-16 is presented which was used in our work as detector of informative features. It was trained by different algorithms: stochastic gradient descent (SGD), differential evolution [14, 15] and basin hopping [11].

As classifier of obtained features in our research it was suggested to use FNN NEFClass. FNN NEFClass was firstly suggested by D. Nauck and W. Kruse in [12]. It was modified and developed in [13, 14] (so-called FNN NEFClass M) The learning algorithms for FNN NEFClass: stochastic gradient SG, conjugate gradient descent (CGS) and genetic algorithm were developed and investigated in [14] for the problem of optical images pattern recognition.

FNN NEFCLASS was successfully applied for analysis of medical images of cervix tissue obtained with use of colposcope and diagnostics [16]. The main advantages of FNN NEFClass as classifier are: possibility to work with incomplete and fuzzy input data; performing fuzzy classification of input patterns

(images) using so-called membership functions; speed and high accuracy [13, 14, 15].

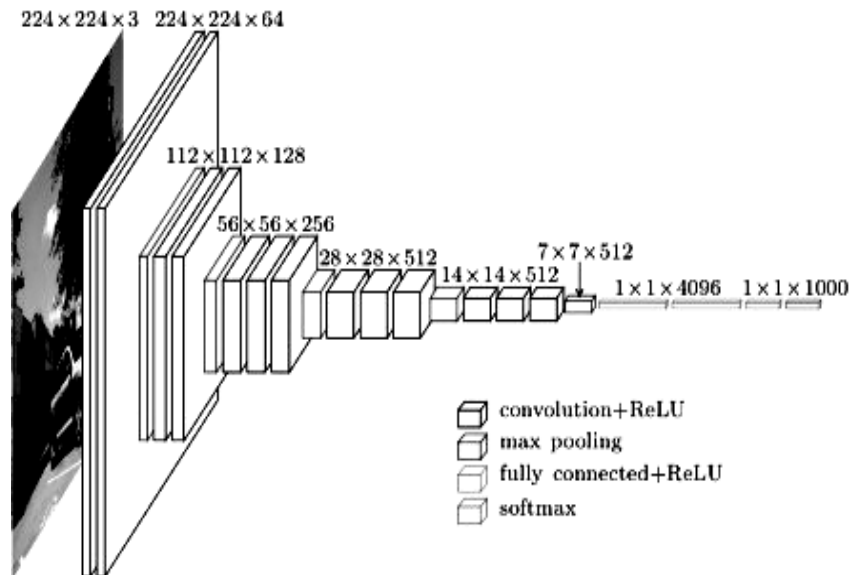


Fig. 6. Convolutional neural network VGG-16

EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS AND ANALYSIS

As it was already mentioned in our investigation pre-trained CNN VGG-16 was used. Method of training transfer was applied for this purpose. There are two main training scenarios:

Features extraction. In this case the last full-connected layer is deleted and the rest part of CNN is used as extractor for new data sets.

Fine tuning. In this case new data set is used for fine training of previously pre-trained neural network. In our research CNN VGG-16 was used for features extraction in medical images of breast tumors. After that the found features were fed as input data to FNN NEFClass. As algorithms of training FNN three algorithms were used: basin hopping [11], stochastic gradient descent and differential evolution [15].

EXPERIMENTS DESCRIPTION

The series of experiments were carried out and the results were compared with works of predecessors. In the following tables 2, 3 the results of classification with different parameters are presented. All sample was divided into training and testing subsamples with ratio 80% / 20%.

In the first experiment we varied the number of linguistic variables (terms) and rules that to determine the best parameters values (table 2).

Table 2. Classification results of FNN NEFClass

Initial number of fuzzy sets (linguistic terms) / number of rules	40×, %	100×, %	200×, %	400×, %
2/2	73	74	74,2	73,5
4/2	75,3	74,8	75,7	75,4
6/2	78,2	79	78,4	78
8/2	76	75,4	76,5	75,8
2/4	75	74	73,8	73
4/4	78,3	76,3	75,7	75,4
6/4	82	83	82,4	83,2
8/4	82,2	81,5	81,5	83,8
2/6	75,4	73,8	74,4	73,2
4/6	90	91	90,5	90
6/6	89	89,7	90,2	89,5
8/6	90,3	90,5	92	91,2
4/8	89,3	89,8	89,7	89,3
6/8	89,2	88	89,4	88,4
8/8	88	87,2	87,2	87

From this table one can readily see that beginning from 6 fuzzy sets per variable and 6 rules the accuracy doesn't increase but complexity of training raises.

As it follows from the table for two classes the best values of parameters for FNN NEFClass are 4 fuzzy sets per variable and 6 rules. For comparison let's present the results of the previous work obtained with different classifiers for the same problem [6] (see table 3).

Table 3. Comparison of different classifiers accuracy

Classifier/magnification coefficient	40×, %	100×, %	200×, %	400×, %
Linear SVM	89	89	88	88
Polynomial SVM	88	90	89	85
Random forest	89,18	88	87,74	80
NEFClass	90	91	90,5	90

As we can see from the table 3 FNN NEFClass shows better results than previous classifiers: SVM machine and Random forest suggested in [6].

In our work for training of FNN NEFClass three algorithms were applied, namely, basin hopping, stochastic gradient descent and differential evolution. Using algorithms basin hopping and stochastic gradient descent we obtained approximately equal results that may mean to be close to optimal results while the training results of differential evolution appeared to be much worse.

It's worth to note that in this problem the number of features extracted by CNN VGG16 was very large — 4096 features. Therefore it was decided to cut the

number of features and reduce dimensionality of classification problem. For this aim principal components method (PCM) [17] was applied. In the table 4 the results of such reduction are presented.

Table 4. The dependence of total variance on number of components and approximate training time

Number of principal components	Variation	Approximate training time (in hours)
100	0,84058	~2
200	0,89736	~3
250	0,91232	~4
500	0,95486	~9

From the table 4 it follows that the results of reduction with 250 principal components are most acceptable as the complexity of training increases approximately proportional to dimension of input data. Due to lack of time the next experiments were performed using data with magnification factor 100× (2081 images). In the next table 5 the accuracy of classification is presented with various NEFClass parameters.

Table 5. Classification accuracy with 250 features

Number of fuzzy sets / number of rules	100×, %
4/4	80,64
4/6	87,24
4/8	88,18

In the table 6 the dependence of classification accuracy versus number of features is presented. One can see from this table that accuracy decreased only by some percent due such features reduction. But by this reduction we substantially have cut the training time.

Table 6. Classification accuracy with different number of features

Number of linguistic terms, number of rules/number of features	100	250	4096
4/4	75,23%	80,64%	86,3%
4/6	83,34%	87,24%	91%
4/8	84,21%	88,18%	89,8%

From this table one can easily see that the accuracy drops with decrease of features number but insignificant by 3–5% if compare results with 100 and 250 features. For comparison the classification with the full set of features 4096 was performed and we detected that with decrease features number in 20 times the accuracy falls only by 3–5%, in average. This conclusion confirms the efficiency of PCM method application for reduction of dimensionality of medical images classification problems.

CONCLUSION

- The problem of analysis of breast tissue medical images and classification of detected tumor in two classes: benign and malignant is considered and discussed.
- For pattern recognition of breast tumors new hybrid CNN- FNN network is suggested in which CNN VGG 16 is used for informative features extraction while FNN NEFClass is used for classification of detected tumors.
- For training FNN NEFClass algorithms basin hopping, stochastic gradient descent and differential evolution were suggested and their efficiency investigated.
- The experimental investigations of suggested hybrid CNN-FNN network in the problem of classification real images of breast tumors using dataset BreakHis were carried out.
- The comparison of classification accuracy of the suggested hybrid CNN-FNN network with known work based on use of classification algorithms SVM and Random forest was performed which confirmed the efficiency of the suggested approach.
- The problem of reducing number of features in medical images classification problem using PCM method was investigated and its efficiency explored.

REFERENCES

1. *Boyle P.* World Cancer Report 2012 / P. Boyle, B. Levin, Eds. — Lyon: IARC, 2012. — Available at: http://www.iarc.fr/en/publications/pdfsonline/wcr/2008/wcr_2012.pdf
2. *Lakhani S.R.* WHO classification of tumours of the breast / S.R. Lakhani, S. Schnitt et al. — 4th ed. — Lyon: WHO Press, 2012.
3. *Zhang Y.* Breast cancer diagnosis from biopsy images with highly reliable random subspace classifier ensembles / Y. Zhang, B. Zhang, F. Coenen et al. // *Machine Vision and Applications*. — 2013. — Vol. 24, N. 7. — P. 1405–1420.
4. *Zhang Y.* One-class kernel subspace ensemble for medical image classification / Y. Zhang, B. Zhang, F. Coenen et al. // *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*. — 2014. — Vol. 2014, N 17. — P. 1–13.
5. *Doyle S.* Automated grading of breast cancer histopathology using spectral clustering with textural and architectural image features / S. Doyle, S. Agner, A. Madabhushi et al. // in *Proceedings of the 5th IEEE International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI): From Nano to Macro*. — Vol. 61. — IEEE, May 2008. — P. 496–499.
6. *Singh Aditi.* Classifying Biological Images Using Pre-trained CNNs / Aditi Singh, Hadi Mansourifar, Hasnain Bilgrami et al. — Available at: <https://docs.google.com/document/d/1H7xVK7nwXcv11CYh7h15F6pM0m218FQloAXQODP-Hsg/edit?usp=sharing>
7. *Spanhol F.* A dataset for breast cancer histopathological image classification / F. Spanhol, L.S. Oliveira, C. Petitjean et al. // *IEEE Transactions of Biomedical Engineering*, 2016.
8. *Bengio Y.* Representation learning: A review and new perspectives / Y. Bengio, A. Courville, P. Vincent // *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. — 2013. — Vol. 35. — P. 1798–1828.

9. *LeCun Y.* Deep learning / Y. LeCun, Y. Bengio, G. Hinton // *Nature*. — 2015. — Vol. 521. — P. 436–444.
10. *Krizhevsky A.* Imagenet classification with deep convolutional neural networks / A. Krizhevsky, I. Sutskever, G.E. Hinton // *Advances in Neural Information Processing Systems*. — 2012. — Vol. 25. — P.1097–1105.
11. *Olson B.* Basin Hopping as a General and Versatile Optimization Framework for the Characterization of Biological Macromolecules / B. Olson, I. Hashmi, K. Molloy et al. // *Advances in Artificial Intelligence*. —2012. — Article ID 674832.
12. *Nauck Detlef.* New learning strategies for NEFCLASS / Detlef Nauck, Rudolf Kruse // *In Proc. Seventh International Fuzzy Systems Association World Congress IFSA'97*. — Prague: Academia Prague, 1997. — Vol. IV. — P. 50–55.
13. *Zaychenko Yu.P.* Fuzzy neural networks for economic data classification / Yu.P. Zaychenko, Fatma Sevae, A.V. Matsak // *Vestnik of National Technical University of Ukraine "KPI", section "Informatic, control and computer engineering"*. — 2004. — Vol. 42. — P. 121–133.
14. *Zaychenko Yu.P.* The investigations of fuzzy neural networks in the problems of electro-optical images recognition / Yu.P. Zaychenko, I.M. Petrosyuk, M.S. Jaroshenko // *System research and information technologies*. — 2009. — N 4. — P. 61–76.
15. *Zgurovsky M.* The Fundamentals of Computational Intelligence: System Approach / M. Zgurovsky, Yu. Zaychenko // Switzerland: Springer International Publishing AG. — 2016. — 308 p.
16. *Zaychenko Yu.* Recognition of objects on Optical Images in Medical Diagnostics Using Fuzzy Neural Network NEFClass / Yu, Zaychenko, V. Huskova // *Intern. Journal Information Models and Analysis*. — 2015. — Vol. 4, N 1. — P. 13–22.
17. *Jindal N.* Enhanced Face Recognition Algorithm using PCA with Artificial Neural Networks / N. Jindal, V. Kumar // *International Journal of Advanced Research in Computer Science and Software Engineering*. — 2013. — Vol. 3. — P. 864–872.

Received 27.08.2018

From the Editorial Board: the article corresponds completely to submitted manuscript.

ESTIMATION AND ANALYSIS OF BUSINESS PROCESS MODELS SIMILARITY IN ENTERPRISE CONTINUUM REPOSITORY

A.M. KOPP, D.L. ORLOVSKYI

Abstract. This paper considers the problem of the store, share, and reuse of organizational knowledge represented using business process models. Various studies related to managing large collections of business process models are reviewed. The core concept of Business Process Model Repository was outlined as well as the reference architecture provided in related works. This research is focused on considering the Business Process Model Repository as part of the whole Architecture Repository defined in the field of Enterprise Architecture. The knowledge-based model used to store process models, as well as the similarity measure used to identify process models in the repository that are similar to a given process model or a fragment thereof are proposed. Besides that, the elaborated approach proposes the decision tree model for business process models classification according to the Enterprise Continuum concept of Enterprise Architecture, as well as the conceptual model of the Business Process Model Repository. The software prototype developed to implement the proposed approach was used to upload sample process models and estimate their similarity according to the Enterprise Continuum categories. The accuracy of the proposed similarity measure is analyzed for the different Enterprise Continuum categories of artifacts.

Keywords: business process model, similarity measure, organizational knowledge, repository, enterprise continuum.

INTRODUCTION

At higher levels of BPM (Business Process Management) maturity, a lot of organizations tend to accumulate considerable amounts of business process models [1]. Thus, business process model repositories might contain hundreds or even thousands models represented using various modeling notations [2].

A Business Process Model Repository offers organizations a space for storing, maintaining, and changing process knowledge (business rules, relationships, process elements, etc.) for future reuse. Also it enables business users to retrieve process models for various purposes like understanding, updating, simulating, and analyzing business process models [3]. The Business Process Model Repository also might be considered as the software for storing, managing and sharing of process models for future reuse [4].

Another area where the repository concept appears is EA (Enterprise Architecture). It is an important concept of an extremely popular architectural framework TOGAF (The Open Group Architecture Framework). The Architecture Repository can be used to store diverse types of architectural outputs, each at varying levels of abstraction [5]. Whereas TOGAF supports four architectural domains, business process models belong to the Business Architecture domain.

Thus, to support an iterative cycle of business process models transformation from reference models to organization-specific models and their further reuse as building blocks, the Business Process Model Repository concept should be considered as part of the whole Architecture Repository.

Since business process modeling technique is used to describe knowledge about organizational activities, the problem of store, share, and reuse of organizational knowledge, represented using business process models, becomes relevant. Hence in this paper the similarity measure used to retrieve process models from the repository in order to their further reuse in a business process continuous improvement cycle according to BPM concept is proposed.

RELATED WORK

In the study [6] authors noted that collections that contain hundreds or even thousands of business process models become more common for organizations that describe their operations in terms of business processes. They analyzed existing business process model repositories, which provide specific functions for managing collections of process models, such as managing the consistency and extracting knowledge from existing processes to better design new processes. As a result, they have proposed a framework for repositories that assists in managing large collections of business process models.

Quite similar ideas of the Business Process Model Repository are shown in papers [2, 3, 4]. Elias in [4] proposes the open and language-independent process model repository, which allows any potential users to capture, share, and reuse of process models. As the central function of the repository, author of [4] called supporting reuse of process models among different stakeholders, across organizations and industries. Studies [3, 4] also provide requirements for the business process models repository with considering its place and role in the BPM life-cycle.

Authors of paper [2] proposed the reference architecture for the Business Process Model Repository, which is based on analysis of existing solutions in this field. This reference architecture includes four layers:

1. "Presentation Layer" provides user interface.
2. "Process Repository Management Layer" provides access management, version control etc.
3. "Database Management Layer" provides basic functions of database management system.
4. "Storage Layer" provides storage of business process models.

As for EA, according to TOGAF the Architecture Repository concept is tightly related to another architectural concept called Enterprise Continuum. This concept explains how certain generic solutions can be customized and used as per specific requirements of an organization. The Enterprise Continuum provides a view of Architecture Repository that provides ways and techniques for classifying architecture and other related artifacts as they transform from generic architecture to specific architectures that are suitable for specific needs of an organization. This interaction allows stakeholders to use all architectural resources and assets that are available in an organization-specific architecture. The Enterprise

Continuum provides a very good context for understanding various architectural models, the building blocks, and relationships between building blocks [5]. Scheme that represents the structure and relationships between the Architecture Repository and Enterprise Continuum according to the TOGAF framework is shown in Fig. 1 [7].

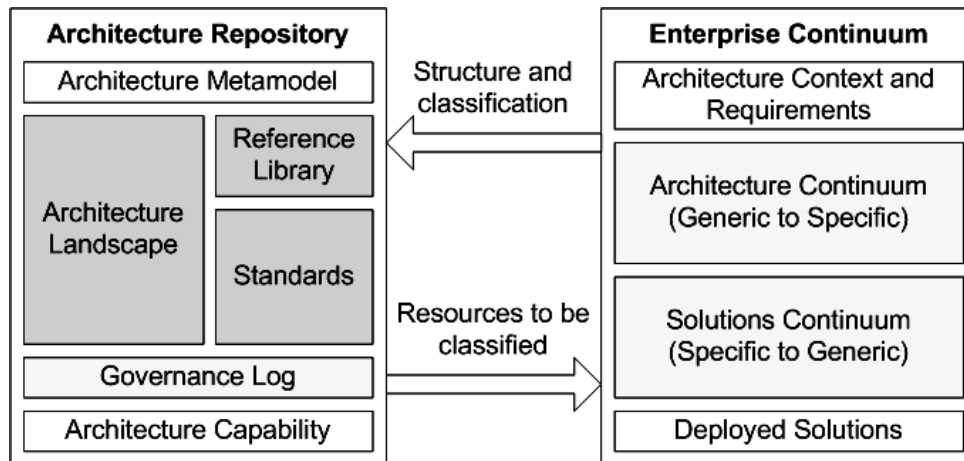


Fig. 1. Structure and relationships between the Architecture Repository and Enterprise Continuum

The problem of retrieving similar business process models from the repository has been earlier considered in studies [1, 8, 9], which propose label similarity, structural similarity, and behavioral similarity measures based on labels comparison of business process models nodes. Authors of these papers discussed the foundations of detecting and measuring similarity between business process models described in BPMN (Business Process Modeling and Notation) and EPC (Event-driven Process Chain) notations. In the survey on business process similarity measures [10], Becker and Laue concluded that there is not a single “perfect” similarity measure. They also gave some recommendations for the selection of an appropriate similarity measure for different use cases.

Another interesting paper [11] considers not only similarity measures of business process models, but also provides an approach to similarity search in large business process model repositories. Proposed indexing approach is based on metric trees, a hierarchical search structure that saves comparison operations during search with nothing but a distance function at hand. Dijkman et al. have also mentioned the ideas of similarity search of process models, which are based on computationally inexpensive metrics, comparison of models’ fragments, and clustering techniques [12].

PROPOSED APPROACH

Earlier we have proposed using of the knowledge representation model called RDF (Resource Description Framework) to describe business process models that are used to represent organizational activities [13]. The RDF model is based on “subject-predicate-object” statements, which are convenient for machine processing [14]. A set of such statements might be represented as a marked directed graph.

Proposed RDF Schema used to describe a business process model as the RDF graph includes classes and properties (Fig. 2), such as:

1. “FlowObject” is the class that describes process flow objects, such as functions (“Function” class), processes (“Process” class), events (“Event” class), and gateways (“Gateway” class) related to each other using “isPredecessorOf” property. Classes “DataStore” and “ExternalEntity” derived from the class “Process” are used to provide description for business processes in DFD (Data Flow Diagram) notation.

2. “OrganizationalUnit” is the class that describes organizational units, such as departments (“Department” class) and positions (“Position” class) related to functions and processes using “isPerformedBy” property.

3. “ApplicationSystem” is the class that describes supporting IT-systems related to functions and processes using “isSupportedBy” property.

4. “BusinessObject” is the class that describes domain objects that might be considered as inputs (“requires” property), outputs (“produces” property), and regulations (“isRegulatedBy” property) of functions and processes.

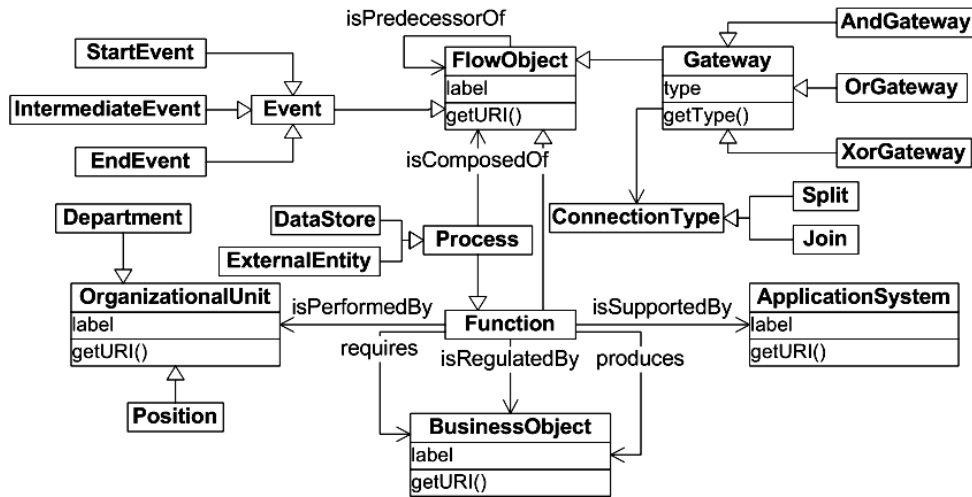


Fig. 2. Classes and properties of the proposed RDF Schema

Maintenance of the repository of business process models, represented as RDF graphs, might allow various possibilities, such as store and retrieve knowledge about organizational activities, and its further reuse to design new or improve existing business processes. Improvement of an existing organizational business process, according to BPM concept, assumes selection of its design variants and further transformation using obtained recommendations.

Therefore, business process models that are similar to an existing business process model should be retrieved from the Business Process Model Repository. Hence, the similarity measure of two business process models $BPModel_1$ and $BPModel_2$ represented using RDF graphs is proposed:

$$BPModelSim(BPModel_1, BPModel_2) = \alpha_1 \frac{1}{1 + ||N_1| - |N_2||} + \alpha_2 \frac{2}{|N_1| + |N_2|} \sum_{x \in Flow_1 \wedge x \in Flow_2} \frac{1}{1 + |m_{Flow_1}(x) - m_{Flow_2}(x)|} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \alpha_3 \frac{2}{|F_1| + |F_2|} \sum_{x \in Org_1 \wedge x \in Org_2} \frac{1}{1 + |m_{Org_1}(x) - m_{Org_2}(x)|} + \\
 & + \alpha_4 \frac{2}{|F_1| + |F_2|} \sum_{x \in App_1 \wedge x \in App_2} \frac{1}{1 + |m_{App_1}(x) - m_{App_2}(x)|} + \\
 & + \alpha_5 \frac{1}{|F_1| + |F_2|} \left(\sum_{x \in In_1 \wedge x \in In_2} \frac{1}{1 + |m_{In_1}(x) - m_{In_2}(x)|} + \right. \\
 & \quad \left. + \sum_{x \in Out_1 \wedge x \in Out_2} \frac{1}{1 + |m_{Out_1}(x) - m_{Out_2}(x)|} \right) + \\
 & + \alpha_6 \frac{2}{|F_1| + |F_2|} \sum_{x \in Reg_1 \wedge x \in Reg_2} \frac{1}{1 + |m_{Reg_1}(x) - m_{Reg_2}(x)|},
 \end{aligned}$$

where $\alpha_i, i = \overline{1,6}$ are the weights of structure similarity by size, control flow, organizational units, supporting IT-systems, regulation objects, input objects, and output objects respectively, $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 = 1$; N_i is the set of flow objects; $Flow_i$ is the multiset of tuples that contain in-degree and out-degree values for each flow object (event, function, connector, etc.); $Org_i, App_i, Reg_i, In_i,$ and Out_i are the multisets of degree values for each function (or process) with considering only organizational units, IT-systems, regulation objects, input objects, and output objects respectively; $m_A(x)$ is the number of occurrences of the element x in a certain multiset A .

For example, considered multisets for a given business process model BPM_{sample} shown in Fig. 3 will be the following:

$$Flow_{sample} = \{(0,1), (1,1), (1,1), (1,1), (1,1), (1,2), (1,1), (1,1), (2,1), (1,0)\},$$

$$Org_{sample} = \{1,1,1,1\}, \quad App_{sample} = \{1,1,1,0\},$$

$$Reg_{sample} = \emptyset, \quad In_{sample} = \emptyset, \quad Out_{sample} = \emptyset.$$

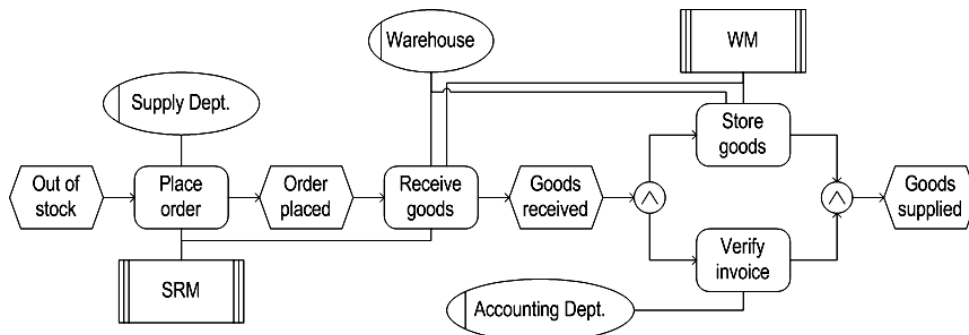


Fig. 3. Sample business process model

Whereas known similarity measures of business process models [1, 8, 9] contain difficulties of syntactic, semantic, and contextual label comparisons, proposed measure is based on process model graph structural characteristics. Moreover, proposed measure allows configuring similarity degree according to specific features of business process modeling notations. The corresponding values of weights $\alpha_i, i = \overline{1,6}$ that depend on notations used to describe the compared business process models are shown in table 1. Those weights that are missing for a certain notation (e. g., column that corresponds to BPMN contains only α_1 and α_2 weights) should be considered as zeros.

Table 1. Weights of the similarity measure components according to various business process modeling notations

Notation	BPMN		DFD		eEPC					IDEF0				
	α_1	α_2	α_1	α_5	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_1	α_3	α_4	α_5	α_6
BPMN	0,5	0,5	1	0	0,5	0,5	0	0	0	1	0	0	0	0
DFD	1	0	0,5	0,5	0,5	0	0	0	0,5	0,5	0	0	0,5	0
eEPC	0,5	0,5	0,5	0,5	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,25	0,25	0,25	0,25	0
IDEF0	1	0	0,5	0,5	0,25	0	0,25	0,25	0,25	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

Proposed similarity measure of business process models is normalized $BPMModelSim(x,y) \in [0,1]$, symmetric $BPMModelSim(x,y) = BPMModelSim(y,x)$, and reflexive $BPMModelSim(x,x) = 1$, where x stands for an existing business process model and y is a model retrieved from the business process model repository.

Since the similarity measure of business process models is normalized, its values might be evaluated using the Harrington’s desirability function and the corresponding scale [15]. Mapping categories of Harrington’s scale to categories of architectural artifacts provided by the TOGAF Enterprise Continuum allows classifying business process models as they transform from generic models to organization-specific models in the following manner by applying the decision tree model shown in Fig. 4.

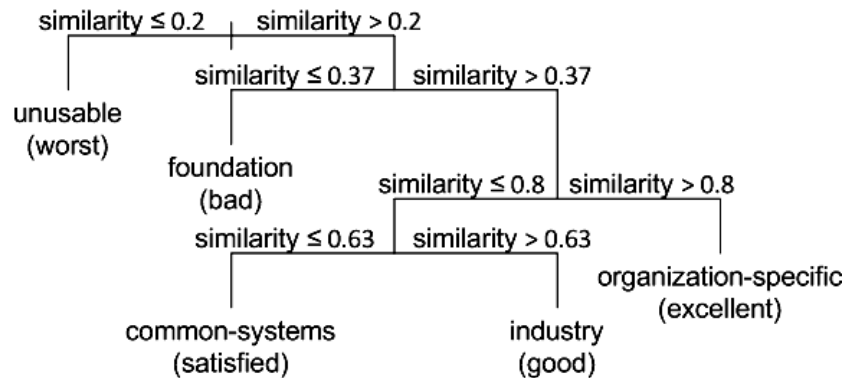


Fig. 4. Decision tree model for business process models classification

Proposed decision tree model was built using the machine learning algorithm CTree which is implemented in the R programming language and serves as the implementation of conditional inference trees method [16].

In the context of business process modeling, we assume artifacts as business process models provided using various notations and languages and then translated into the corresponding RDF graphs according to the proposed RDF Schema (Fig. 2). Therefore, proposed conceptual model of the Business Process Model Repository is shown in Fig. 5.

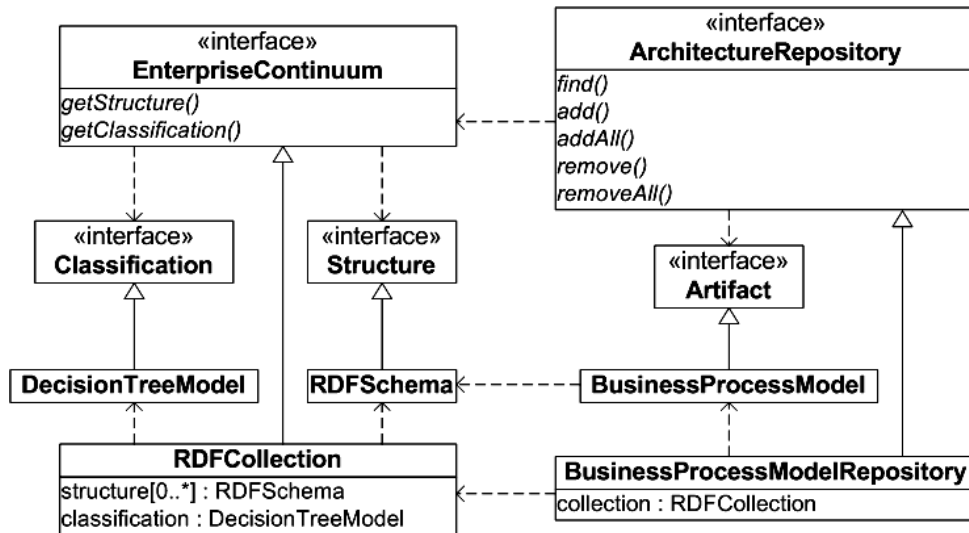


Fig. 5. Proposed conceptual model of the Business Process Model Repository

This model is based on the Repository Pattern that acts as a collection of artifacts [5]. As it is shown, the Business Process Model Repository might be considered as the concrete implementation of the Architecture Repository provided by TOGAF. According to this model, proposed similarity measure might be used to find process models in the repository that are similar to a given process model or a fragment thereof. Classification of a found business process model according to the Enterprise Continuum categories of artifacts (from foundation to organization-specific assets) is provided by the decision tree model (Fig. 4).

RESULTS

Proposed conceptual model of the Business Process Model Repository was used to implement the prototype of such tool using the Java-based open source library Apache Jena [17]. This library was used as the RDF triples storage and the framework to operate the set of business process models described using RDF graphs according to the RDF Schema shown in Fig. 2.

Since the version control of the Business Process Model Repository content is one of the basic requirements [3, 4], we used the distributed version control system Git in order to satisfy this requirement and provide maintenance of several versions of business process models [18]. The architecture of the Business Process Model Repository implementation is shown in Fig. 6.

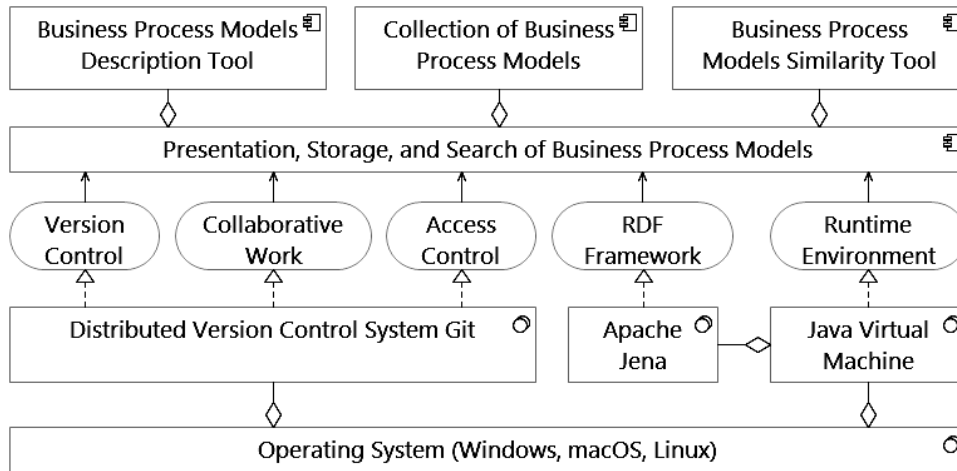


Fig. 6. Architecture of the Business Process Model Repository implementation

The software prototype developed to implement the Business Process Model Repository was used to translate into RDF graphs and upload 73 business process models provided by the business diagramming software vendors Conceptdraw, EDRAW, and MyDraw on their websites. Proposed similarity measure was used to find similar business process models among the considered 73 models (including 20 eEPC models, 25 BPMN models, and 28 DFD models). The Rand index [19] accuracy values were calculated in order to validate proposed similarity measure by comparing it with the similarities based on business process model metrics: size, density, and coefficient of network connectivity [20]. Moreover, the accuracy values were defined for each similarity threshold according to the proposed classification (see Fig. 5). These results are outlined in Table 2.

Table 2. Accuracy and estimation of similar business process models

Artifacts categories	Size	Density	Connectivity	Similar models
Foundation	0,51	0,5	0,48	55,49%
Common Systems	0,82	0,78	0,77	24,26%
Industry	0,98	0,91	0,92	7,19%
Organization-Specific	0,98	0,92	0,93	4,79%

Obtained results demonstrate decrease of the number of similar pairs of models and growth of accuracy during the transition from foundation to organization-specific categories according to the TOGAF Enterprise Continuum. The values shown in Table 2 demonstrate correctness of the proposed similarity measure since its accuracy grows according to the Enterprise Continuum categories – from generic to specific artifacts.

CONCLUSIONS

In this paper we have proposed the similarity measure between business process models. In contrast with already known measures based on labels comparison [1, 8, 9], it uses graph structural characteristics to define similarity of business

process models described using various modeling notations and standards. Besides, proposed measure allows considering similarity not only by the process flow objects, but also by the organizational units, supporting IT-systems, and business objects. Proposed measure could be used to identify process models in the repository, which are similar to a given process model or a fragment thereof.

Proposed conceptual model of the Business Process Model Repository is based on the TOGAF framework in order to provide interoperability with the whole Architecture Repository and Enterprise Continuum. Being the concrete implementation of the Architecture Repository, proposed conceptual model of the Business Process Model Repository uses the RDF Schema (Fig. 2) and decision tree model (Fig. 4) to provide structure and classification for stored business process models according to the Enterprise Continuum concept.

Proposed similarity measure was used to estimate similarity of the sample business process models in order to analyze accuracy of this measure while going from the foundation to organization-specific categories of the stored artifacts according to the TOGAF Enterprise Continuum.

Future work includes additional consideration of the business process models similarity search technique that should be elaborated taking into account a large collection of business process models stored in the repository in which pairwise comparison of models is not feasible due to performance reasons.

REFERENCES

1. *Dumas M.* Similarity search of business process models / M. Dumas, L. Garcia-Banuelos, R.M. Dijkman // *Bulletin of the IEEE Computer Society Technical Committee on Data Engineering.* — 2009. — **32.** — P. 23–28.
2. *Yan Z.* Business process model repositories – Framework and survey / Z. Yan, R. Dijkman, P. Grefen // *Information and software technology.* — 2012. — **55.** — P. 380–395.
3. *Shahzad K.* Requirements for a business process model repository: A stakeholders' perspective / K. Shahzad, M. Elias, P. Johannesson // *Business Information Systems.* — 2010. — **47.** — P. 158–170.
4. *Elias M.* Design of business process model repositories: requirements, semantic annotation model and relationship meta-model / M. Elias. – Department of Computer and Systems Sciences, Stockholm University, 2015. — 252 p.
5. *Pethuru R.* Architectural Patterns / R. Pethuru, R. Anupama, H. Subramanian. — Packt Publishing, 2017. — 458 p.
6. *Yan Z.* A Framework for Business Process Model Repositories / Z. Yan, P. Grefen // *International Conference on Business Process Management.* — 2010. — **66.** — P. 559–570.
7. *Architecture Repository.* The TOGAF Standard, Version 9.2. — Available at: <http://pubs.opengroup.org/architecture/togaf9-doc/arch/>
8. *Dijkman R.* Similarity of business process models: Metrics and evaluation / R. Dijkman // *Information Systems.* — 2011. — **36.** — P. 496–516.
9. *Van Dongen B.* Measuring similarity between business process models / B. Van Dongen, R. Dijkman, J. Mendling // *Seminal Contributions to Information Systems Engineering.* — 2013. — P. 405–419.
10. *Becker M.* A comparative survey of business process similarity measures / M. Becker, R. Laue // *Computers in Industry.* — 2012. — **63.** — P. 148–167.

11. *Kunze M.* Metric Trees for Efficient Similarity Search in Large Process Model Repositories / M. Kunze, M. Weske // BPM 2010: Business Process Management Workshops. — 2010. — **66**. — P. 535–546.
12. *Dijkman R.* Managing large collections of business process models – Current techniques and challenges / R. Dijkman, M. La Rosa, H. A. Reijers // Computers in Industry. — 2012. — **63**. — P. 91–97.
13. *Kopp A.* An approach to business process models repository development / A. Kopp, D. Orlovskiy // Information Processing Systems. — 2018. — **153** (2). — P. 60–68.
14. *Resource Description Framework (RDF).* Semantic Web Standards. — Available at: <https://www.w3.org/RDF/>
15. *Kondruk N.* Clustering method based on fuzzy binary relation / N. Kondruk // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. — 2017. — **4** (2) — P. 10–16.
16. *Hothorn T.* ctree: Conditional Inference Trees / T. Hothorn, K. Hornik, A. Zeileis // The Comprehensive R Archive Network. — 2015. — Available at: <https://rdrr.io/rforge/partykit/f/inst/doc/ctree.pdf>
17. *Apache Jena.* Semantic Web Standards. — Available at: https://www.w3.org/2001/sw/wiki/Apache_Jena
18. *Chacon S.* Pro git / S. Chacon, B. Straub. — Apress, 2014. — 456 p.
19. *Sivogolovko E.* Validating cluster structures in Data Mining tasks / E. Sivogolovko, B. Novikov // Proceedings of the 2012 Joint EDBT/ICDT Workshops. — ACM, 2012. — P. 245–250.
20. *Sanchez-Conzalez L.* Quality assessment of business process models based on thresholds / Sánchez-González L. // OTM Confederated International Conferences “On the Move to Meaningful Internet Systems”. — 2010. — P. 78–95.

Received 31.10.2018

From the Editorial Board: the article corresponds completely to submitted manuscript.

A PARALLEL SEARCH ALGORITHM FOR FORMAL GRAMMAR DATA TYPES

ANASTASIIA PRODAN

Abstract. In this paper, we developed a concurrent generic heuristic algorithm for parallel parsing and searching in structured text datasets. The main objective of the algorithm was to increase an efficiency of central processing unit dependent operations when parsing large-scale datasets by using a parallel approach. The developed algorithm uses heuristics to find requested data without needing to process the whole file and without syntax tree building. It can be applied to any data formats. An increase in efficiency was discovered when input-output operations take significantly less time than the process of searching, the file is loaded into random access memory or when an efficient non-sequential access to file is possible. We also developed a prototype implementation of the algorithm for use in performance comparisons. The prototype supports searching in large-scale XML datasets using a subset of XPath expressions to specify search request. Our experimental results show that the developed algorithm is faster than classical algorithms, when all the requirements are met and the desired data is located closer to the beginning of the dataset. In worst cases, our algorithm gives nearly the same results as the others, but consumes more memory.

Keywords: grammar, search, parallelism, concurrency, heuristics.

INTRODUCTION

Nowadays there are a lot of digital data representation formats, many of them are broadly used in almost all fields of human's interest. Recent achievements of the information technology have changed the meaning of the information in business and everyday life. The efficiency of the data storing methods and the speed of data search have become a valuable advantage.

Most commonly used search methods are divided into three common parts:

- 1) parsing,
- 2) decoding,
- 3) searching.

Parsing refers to lexical and syntax analysis. Input for this stage is raw text data, and abstract syntax tree is the output. For context-free LL(1) grammars, lexical analysis can be done using the state machine. Tokenized text is then processed by one of the forward recursive parsing algorithms.

Decoding refers to semantic analysis. Input for this stage is abstract syntax tree, and the output depends on file format and decoding engine. For XML-based data types document object model has to be built. For JSON and other data types the output of decoding stage is not standardized and depends on the current application. Data is represented in graph or tree structure.

Search stage can be started only after all the previous stages are completed. On the search stage, we traverse the inner structure of the decoded data and return part of the data, if it matches all the search criteria.

To increase speed and efficiency of the search, indexing is used. Indexing allows search algorithm to go directly to the searched data, skipping first two stages. The problem is that full index is not always available. The process of indexing requires much time, memory and storage space, so it is redundant when we need to process the file only once, or when we do not have enough storage space to store full index. Partial index can only speed up some simple queries, but is useless for complex ones, so search system has to fall back to the first algorithm, that is less efficient.

ALGORITHM

For the cases, where full indexing is not possible or not necessary, we developed our concurrent heuristic search algorithm. The inputs for this algorithm are search query and raw text data, and the output is the found data.

Classical way of increasing calculations speed is to run them in parallel. Using high parallel approach, we can process large files faster than sequentially, but we should be able to read file non-sequentially. The general algorithm scheme is shown at fig. 1.

Main steps of the algorithm are listed below:

1. Split file into n fixed-size buffers.
2. Run k parser threads, where $k \leq n$. Each parser thread process a buffer sequentially, from the beginning.
3. When thread has completed the processing of the buffer, it consumes next buffer from the remaining queue.
4. If all the search criteria are satisfied by one of the threads and all the previous buffers, data is found. Return the data.
5. When the queue is empty, return failure.

The following data structures are required for this algorithm:

1. Currently used buffers.
2. Buffer queue.
3. Results list.

Currently used buffers store raw text data that is being processed by the parser thread. Size of the buffer is fixed. To calculate optimal size of the buffer, we have to consider limitations of maximum available memory and minimal processing unit size in formal grammar representation.

Buffer queue stores pointers to data that is not yet available for reading, and has to be loaded into one of the buffers yet.

Results list is a simple list that contains data structures of the special type - result. Every time a worker thread finishes processing of a buffer, it has to put a result into the results list, so decoded information will be available for all the other threads. The structure of a result will be described above.

The main process of lexical and syntax analysis is executed in parser threads. Each parser thread executes the following set of operations:

- lexical analysis;
- structural analysis;
- data search;
- result updating.

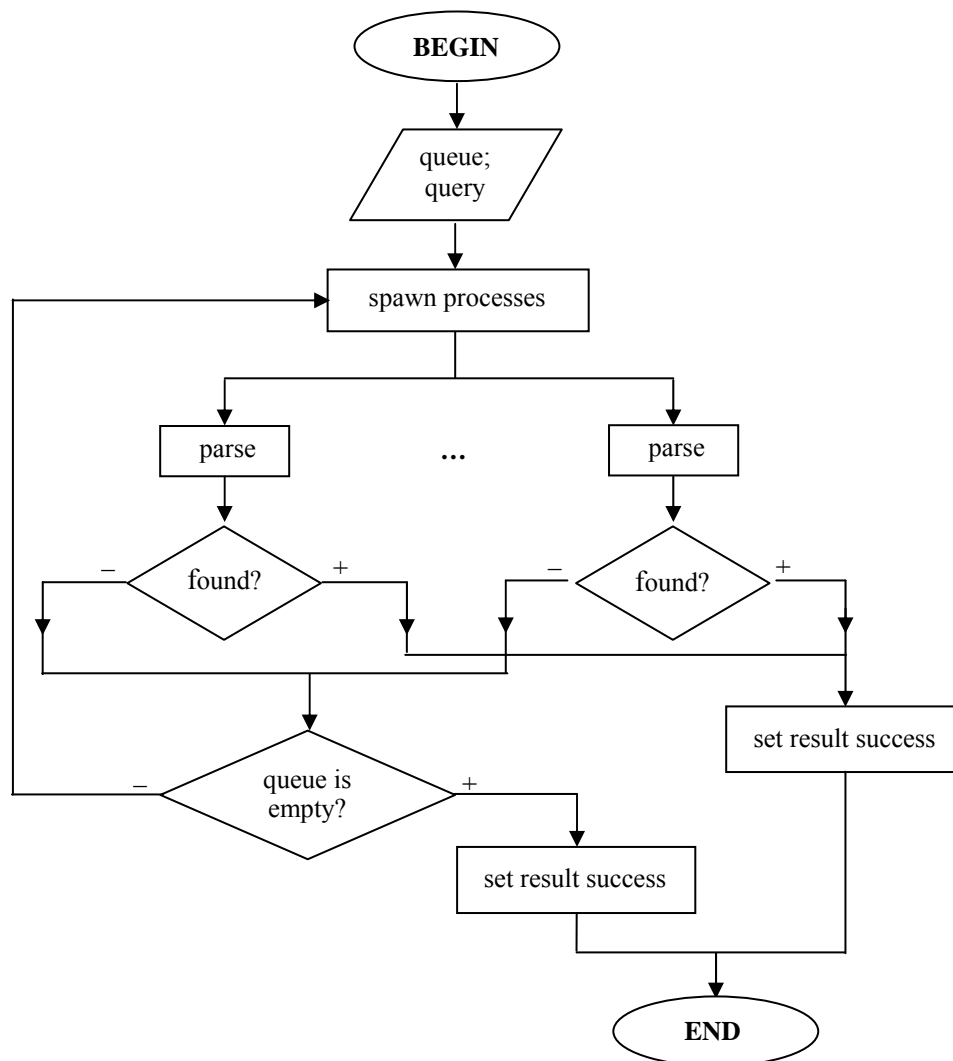


Fig. 1. General search algorithm structure

Parsing is based on a state machine, that reads input symbols one by one and changing its state. We use simple pushdown automata for parsing, because it allows passing the context from one buffer to the next one and allows speculative parsing. Parsing process is shown at fig. 2.

There are two possible ways for a thread to start processing a buffer. If previous buffer was already processed or if it is the first buffer from the beginning of the dataset, we can use the information from previous buffer to determine, what was the previous state and at what state we are beginning.

If we do not know about previous buffer, we still can process the current buffer. We create multiple state machines, one for every possible state. On each step every state machine receives the next character as its input data. For each state machine, if it receives incorrect data and enters error state, it is destroyed. For simple context-free grammars, this process allows to distinguish only one or two possible states without knowing about results of parsing previous buffers.

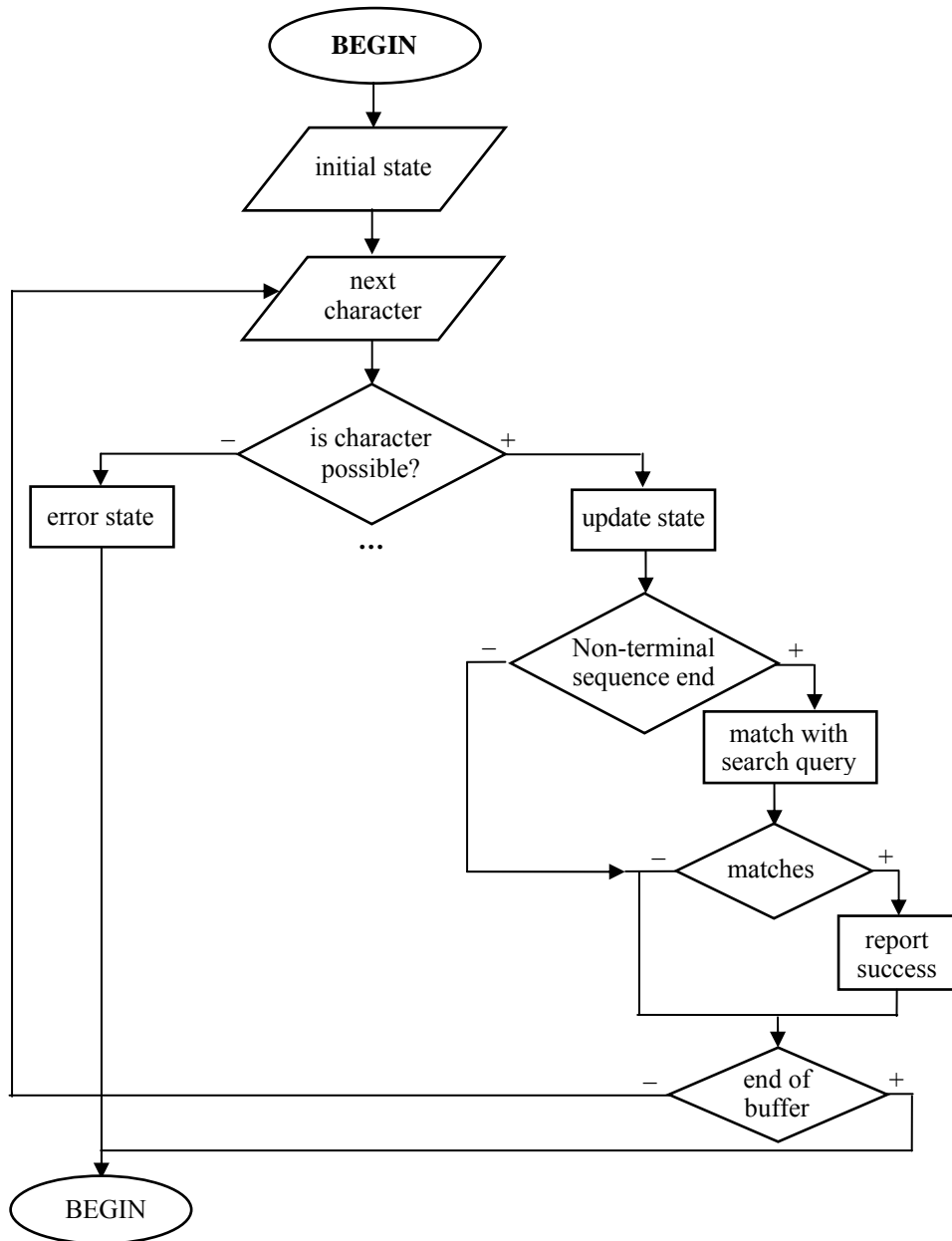


Fig. 2. Parsing process

Search process is executed every time a token is parsed. All the non-terminal character sequences are being tested against the search query. For the first token, if it is not a terminal character, not complete match is also allowed, if it matches the end of a search query. The same applies to the last token, if it matches the beginning of a search query. Match shows that it is possible for this buffer to contain searched data.

After all of the buffer content is processed, and after the result is pushed to the result list, thread has to check if search was successfully completed. This step

is only taken if a thread has a full match or an incomplete match at the beginning. The thread has to wait for all the preceding buffers to be processed. If all the search criteria are satisfied by the previous buffers, the thread stops all the other parser threads and returns successful search result. A detailed scheme is shown at fig. 3.

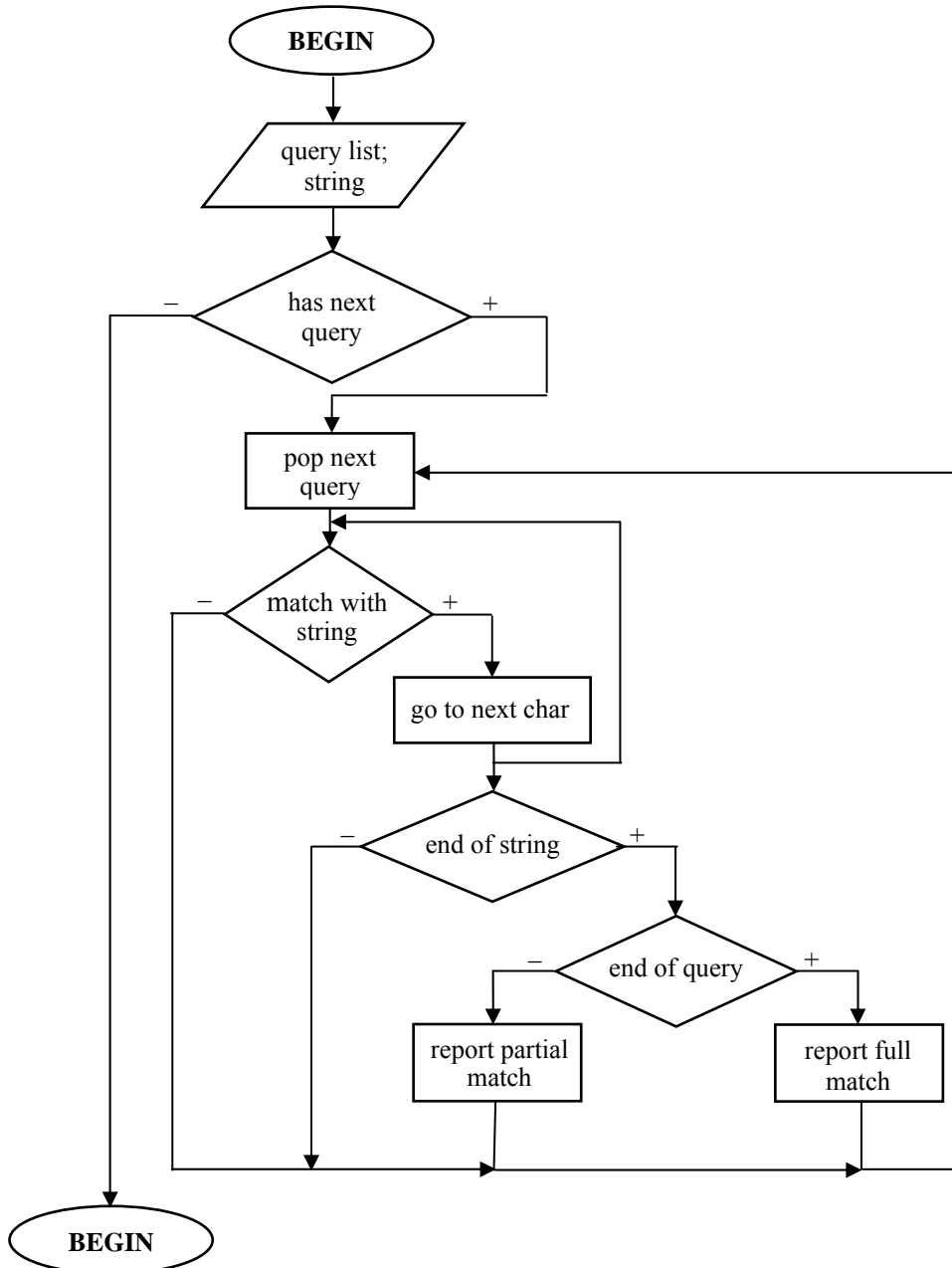


Fig. 3. Full text search process

Result is a data structure, that is able to store all the state machines, that survived (have never entered the error state) during the parsing operation of a buffer. Stack of every state machine for storing uncompleted non-terminal character se-

quences also should be stored inside result data structure, so it can be used when the next buffer is being processed or after the next buffer has been processed. This way of sharing the state between partitions, processed in parallel, allows us to keep the hierarchy.

Also result data structure has to store the results of search query matching. This information can be represented as a list of discriminated unions (with element count equals to search criteria count) with four possible states:

- no match;
- full match;
- partial match (beginning);
- partial match (ending).

For partial match cases, part of the string that is matched should also be included. For the ending match, we need to keep only index of the match string, because the string itself is already stored in the stack of the state machine.

IMPLEMENTATION FOR XML

To make a research and get the experimental results, we developed an algorithm implementation for the XML language. To define a minimal subset of XML, which can be used for algorithm testing, we need to select element types that are supported in our XML grammar subset [1]. Supported elements are shown in the Table 1.

Table 1. Supported elements in XML implementation

N	Element type	Example
1	Node	<node>
2	Text node	Text node
3	Attribute	attribute="value"
4	Closing node	</node>

At first, we define a finite state machine for the XML grammar, considering our imitations to keep it simple enough for testing purposes. Then, we define a search query. In many applications, XPath query language [2] is used to define the data to be found. To keep the example implementation simple, only one axis and only one search method of XPath will be used – forward traverse with full text search. The developed algorithm can only be efficient on forward axis, because it processes file in forward direction, from the beginning to the end.

In the example (shown in fig. 4) we use only one search query, a text node with full text matching criteria. The following figure shows the process of search for a text “Ola Nordmann” inside the sample XML dataset. The input dataset is a regular XML document with typical hierarchical structure, where data is represented as text nodes. Text that satisfies the search criteria is located at the beginning of the file, so the algorithm does not need to process the entire file to the end.

After the first processing stage, XML document is split into 15 buffers, containing 30 characters each. It is still just raw XML document, but every buffer is processed independently in parallel by some worker threads, beginning from the first buffer.

After the second execution stage, data is represented as “result” data structures. Each structure contains the stack for a state machine (upper text field) and its state, described in lower text field. Also it contains a match flag. Full text matching with text node started in the third buffer, and completed in the fourth buffer, so there is no need to continue the search process.

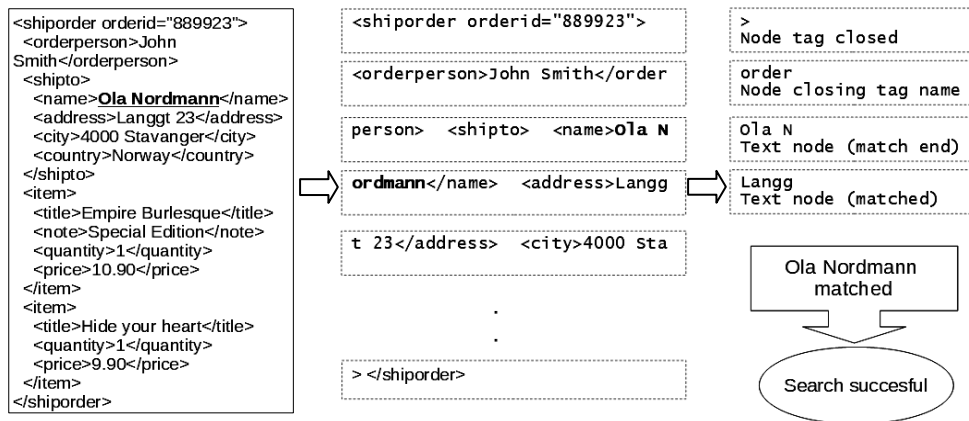


Fig. 4. XML processing

Only four buffers were processed, and it is enough to find the data. If we use four threads, because four cores (physical or virtual) is a popular solution for desktop processors, we can achieve the result of completed search in just one run. It could be almost four times faster than if it is done sequentially. If we are using classic non-parallel parsing algorithm, we need to process all the dataset, all 15 buffers, so developed algorithm can be almost 15 times faster in this particular case in theory.

EXPERIMENTAL RESULTS

For the testing purposes, classical search algorithm from the default .NET platform XML library will be used to compare efficiency of the algorithms on different sizes of the dataset.

Result of the experiment can be seen in the Table 2. Graphically experimental results are shown at the fig. 5. As we can see, the developed parallel search algorithm is faster on the larger datasets, because it works in parallel and it does not need to read the entire file to the end, if the searched node is found.

If the dataset is growing linearly, time spend for the search process is growing linearly as well for both algorithms.

Table 2. Results of the experiment

N.	File size, Mb	Time for the developed algorithm, ms	Time for the library algorithm, ms
1	100	137	108
2	500	242	319
3	1000	398	480
4	2000	514	827
5	5000	843	1746

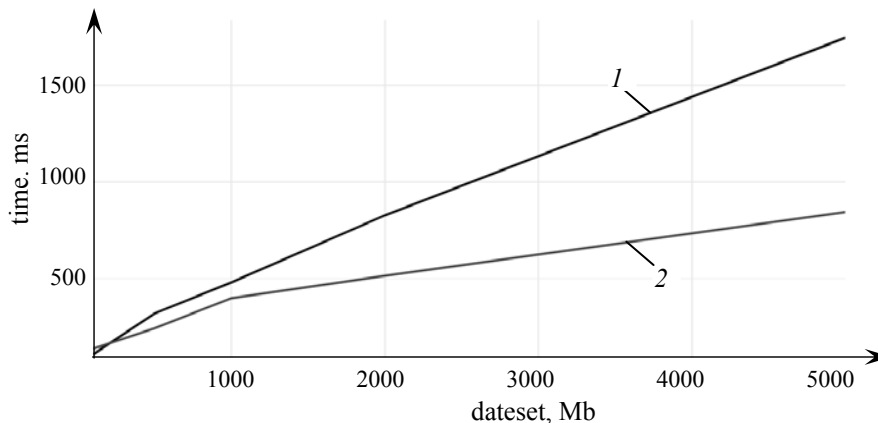


Fig. 5. Experimental results: 1 — library; 2 — developed

We generated a sample XML dataset that includes all of the supported element types. Each name or value field length is between 2 and 20 characters. Element that is being searched is always present in the dataset. Location of the element is randomly generated on each test run.

Classical algorithm can achieve better results on small datasets, because it uses multiple optimizations and more efficient parsing algorithms, than our sample implementation. Also, our algorithm requires a complex initialization stage, with multiple data structures allocation and multiple threads initialization.

For growing datasets, developed algorithm requires less time to find matching data, but there are several conditions that should be met. Also the speed of the developed algorithm depends on searchable element's position. In the worst case possible for the algorithm, when the searched element is not present in the dataset and the entire file should be processed, our algorithm still works faster because of its highly parallel nature, but the difference is less significant.

RELATED WORK

Many methods of parallel text data processing have been presented. Many of them are applicable only to XML processing, especially for XML parsing. Parallel approach is well known in finite automata based parsing methods [3] speculative parsing methods [4]. Most of parallel approaches can be used for context-independent LL(1) formal grammars. XML grammar is a subset of LL(1) grammar, but with some unique differences. Parallel XML processing includes parsing, syntax tree building and XML graph tree building [5]. Modern XML processing methods use special optimization techniques, applicable only to XML format [6].

Parallel depth-first search is widely used in highly efficient searching systems [7]. In this paper, we developed a search algorithm, based on parallel search methods and concurrent formal grammars processing methods for efficient search in any grammar that differ from the existing methods by using the combination of parallel parsing and parallel search in one run.

CONCLUSION

We presented a concurrent algorithm for search in text documents, represented using formal context-independent grammars. The developed algorithm was tested on subset of XML grammar using XPath as query language grammar. Experimental results show that good speeding up was achieved for large-scale datasets.

Speed up is only possible under some constraints. If the speed of read operations is limited by the speed of the disk, and parallel reading is not possible, there is no reason of using highly parallel approach. The developed algorithm will only slow down the process, because of thread management and context switching. Also it is recommended limiting thread count to be less or equal to the physical processing units, to make use of real parallel execution and reduce number of CPU cache misses. Optimal buffer size depends on multiple factors, from CPU cache size and random access memory available to the data representation format, formal grammar and most common text node sizes. To get the best results from using the developed algorithm, it is recommended to configure these parameters manually for each application to meet its requirements.

In comparison to the commonly used search methods, this concurrent heuristic search method demonstrates higher efficiency in terms of execution time, but uses more memory and utilizes more system resources.

To improve the performance characteristics of the algorithm other parsing methods can be used. Dynamic buffer sizes, used alongside with special data splitting algorithm, capable of splitting the dataset by terminal characters, would be great improvement to the developed search algorithm.

REFERENCES

1. *Extensible Markup Language (XML) 1.0 (Third Edition)*. — Available at: <http://www.w3.org/TR/2004/REC-xml-20040204/>. — 2004.
2. *Clark J. XML Path Language (XPath) Version 1.0*. / J. Clark, S. DeRose. — Available at: <https://www.w3.org/TR/1999/REC-xpath-19991116/>. — 1999.
3. *Chang J.H. Parallel Parsing on a One-Way Array of Finite-State Machines* / J.H. Chang, O.H. Ibarra, M.A. Palis. — 1987. — P. 64–75.
4. *Veillard D. Libxml2 project web page* / D. Veillard. — Available at: <http://xmlsoft.org/>. — 2004.
5. *Chiu K. A compiler-based approach to schema-specific xml parsing* / K. Chiu, W. Lu. — Available at: https://www.researchgate.net/publication/228586122_A_compiler-based_approach_to_schema-specific_XML_parsing. — 2004.
6. *Noga M.L. Lazy xml processin* / M.L. Noga, S. Schott, W. Lowe. — 2002. — P. 4–7.
7. *Rao V.N. Parallel depth first search. part 1. Implementation* / V.N. Rao and V. Kumar. — 1987. — P. 15–21.

Received 01.08.2018

From the Editorial Board: the article corresponds completely to submitted manuscript.

**3D FRAME MODELS SWITCHING ELEMENTS BY
BEREZOVSKY FOR SOFTWARE-CONFIGURABLE
SWITCHING STRUCTURES**

S.A. BEREZOVSKY

Abstract. The frame 2D and 3D models of patented by Berezovsky switching elements are proposed in relation to the construction of topologies of switching structures admissible for reconfiguration. It has been revealed that the use of frame models by Berezovsky switching elements allows to visualize the information about the state of the structure of switching elements, to vary the number of independent inputs and outputs, and provides additional possibilities in the simulation of topologies of modern structures with separated by planes data and control. The method of formation of states of the switching structure topology elements has been proposed.

Keywords: switching elements by Berezovsky, model of switching elements by Berezovsky, 3D switching structures on the elements by Berezovsky.

INTRODUCTION

The Fourth Industrial Revolution (4IR) is a new era in the development of mankind, characterized by the “blurring” the boundaries between the real world and digital technologies.

The fundamental part of the 4IR architecture is the digital economy and the integration of smart plants into industrial infrastructures.

One of the main tasks of the 4IR is the definition of common platforms of “service-oriented design” with a single information language space in which machines of different corporations will freely communicate.

A completely new type of industrial production, based on the so-called Big Data and their analysis, complete automation of production, augmented reality technologies, the Internet of things is emerging.

This means a wave of discoveries caused by the development of the possibilities of self-adjusting telecommunication architectures capable of adapting to new realities (needs) in a completely autonomous mode without human participation.

Cloud technologies, the development of collecting and analyzing methods for Big Data, secure and protected “smart network” technologies, intelligent switching systems and structures in the field of data transmission have become the key technologies of the new industrial revolution [1].

NEW SOFTWARE-DEFINED SWITCHING ARCHITECTURE

Traditionally, the main infrastructures nodes of Software Defined Switching Structures, Systems and Networks (*SDSSSN*) appear for customers in the form of some “black boxes”: proprietary equipment, proprietary network operating system, hardwired by manufacturer set of functions and a specific utility for managing this entire pack.

The company Cisco is leading among the developers in this field, offering a platform that uses a unified switching matrix. However, the installation of newer and newer hardware devices, which configuration varies for each customer, leads to a multiple increase of the load i.e. the amount of service information sufficient to slightly get confused in new and specific data related to the basic computer control devices of the *SDSSSN*, not always clearly structured.

The construction components of the *SDSSSN* offered by the suppliers to the suppliers are still 2D component file structures, which dominate in the technology nowadays as well.

Topology was based on the use of the simplest integration mechanisms of individual components and was limited to the level of technology development, the implementation of elementary 2D models based on the interface of minimal user interaction with ECM [2]. This determined in many ways the capabilities of the *SDSSSN* designers.

In the new initiative *SDSSSN* construction two stages have been distinguished, in the first stage the existing monolithic approach is divided into hardware and software parts, the second one assumes a completely modular approach where all components can be isolated and replaced with suitable ones.

The new architecture framework

The new building element of the *SDSSSN* is a switching element (SE) without an operating system, a kind of SE without embedded software, but with a software boot environment providing the installation of compatible operating systems based on an open operating system (OS). This allows consumers to replace the operating system and avoid binding to the equipment supplier, and also fits into the tendency of building the *SDSSSN*.

As a basic generating framework, it is proposed to use Berezovsky's fully available 2D switching element (*KEB-1*), the graph of which is shown in Fig. 1

KEB implements a set of states described by the characteristic equations [3].

The basic concept of such *KEB-1* is its turn in fact into a common framework under the control of an open OS, whereas all switching functions are implemented by a special processor (“demon”), controlling the switching matrix, a field with its own driver, as one more service. In some developments, it is proposed to place the control processor on a separate daughter board, which will, in the future, even select the architecture of the processor.

The new switching element of *SDSSSN* must meet the most stringent requirements for continuity, flexibility and scalability, and in addition become “smarter” and faster, as a kind of “conductor” for all types of data passing through it.

2D frame models presentation of *KEB-1*. The need of developers and consumers in the possession of operational information on the structure, composition, state of *KEB-1* predetermined the borrowing from psychology and philosophy the

known concept of an abstract image, a model for representing a certain perception stereotype.

A real need to use the physical development of SEs from different manufacturers and in the case where the physical properties of SE are not important, it is preferable to use intelligent methods of knowledge representation to describe the functions of the model as a single solution that is the frame model.

Framed models of knowledge representation are one of the most important lines of research in the field of artificial intelligence, a component of the 4IR.

The integrated complex model should provide a study of the behavior of the simulated SE in general and the influence of the constituent parts on each other, herewith it should be easily modified and expanded.

It has been suggested to use a second-order geometric figure — an ellipse as a formalized model for displaying the abstract image, in our case, the *KEB* frame model [3].

Frame model of *KEB-1* with the number of terminals points -input-output $n = 4$ is shown in Fig. 2.

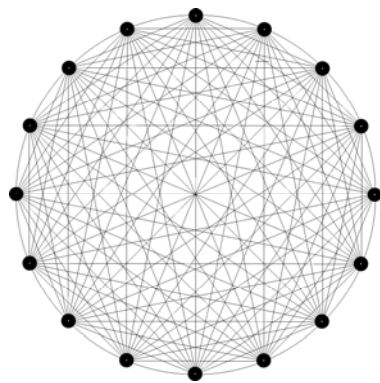


Fig. 1. Graph of commutation element by Berezovsky

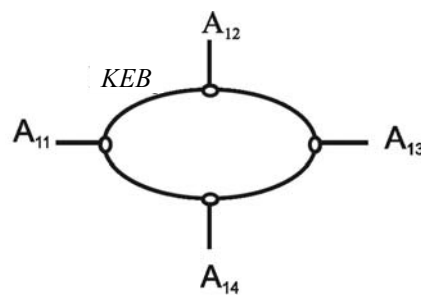


Fig. 2. Frame model by Berezovsky

Orientation of the *KEB* frame model is determined by the designer proceeding from their practical convenience of representing the structure (Fig. 3).

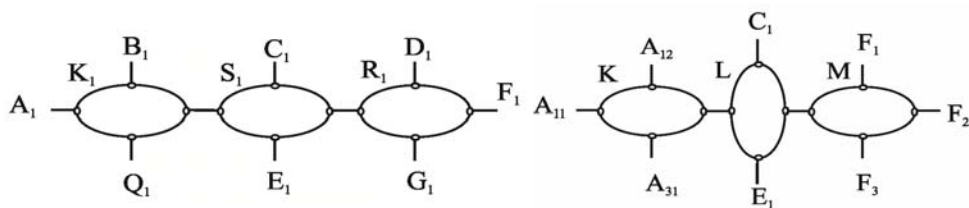


Fig. 3. Orientation options, *KEB* codes and I / O points

In general case, the frame data structure can contain a wide range of information, determined by the level of education, professional experience and personal maturity of both designers and consumers.

Authorial encodings of both the *KEB* themselves and the I / O points are possible.

3D frame models for the presentation of *KEB-2*. The emergence of new patent technologies of 3-DMS type, three-dimensional integration by means of through-silicon holes (Through Silicon Vias, TSV) will solve some problems of

3D modern electronics, which in turn will be unable to solve 3D *SDSSSN* design issues for new communication technology, automated control systems, computer systems, robotics, unmanned aerial vehicles [4].

The N-dimensional switching element by Berezovsky *KEB-2* has been synthesized [5].

The main advantage of the frame model of *KEB-2* representation is that it reflects the conceptual basis by Berezovsky-2 switching element, as well as its flexibility and visibility.

The singularity of this approach is the ability to synthesize 3D models of *KEB-2* for *SDSSSN* in a Cartesian coordinate system. The left and right variants of the rectangular 3D frame model of the *KEB-2* from two generating *KEB-1* in the 3-dimensional space have been proposed (Fig. 4, 5):

- 3D rectangular single frame model of *KEB-2* presentation;
 - 3D rectangular colored frame model of *KEB-2* presentation;
 - 3D rectangular frame model with *KEB-2* switching state display;
 - 3D rectangular colored frame model with *KEB-2* switching state display.
- The frame model of *KEB-2* representation is offered in two varieties:
- rectangular 3D *KEB-2* frame model, as a particular kind of model (Fig. 4–6);

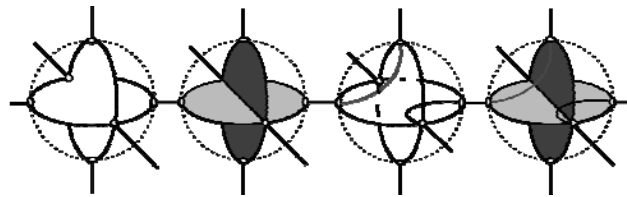


Fig. 4. Rectangular left 3D *KEB-2* frame model

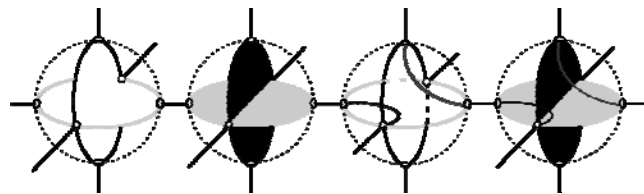


Fig. 5. Rectangular right 3D *KEB-2* frame model

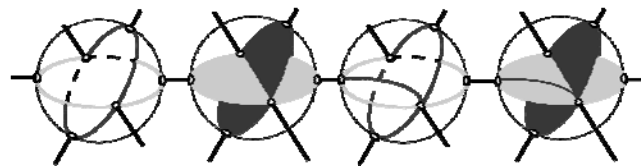


Fig. 6. Isometric frame model of the *KEB-2* representation from $N = 2$ generating *KEB-1* (green, yellow) in 3-dimensional space

The frame model of *KEB* can be characterized by its relatively high complexity, which is manifested in a decrease in the speed of the output mechanism and increasing the complexity of making changes to the generic hierarchy. Therefore, when developing the *KEB* frame model, the special attention is paid to visual ways of displaying and effective means of editing of *KEB* frame models and frame structures on its base.

The frame model of 3D *KEB-2* is formed on the ground of basic 2D *KEB-1* in the affine space of N -planes (Fig. 7) [5].

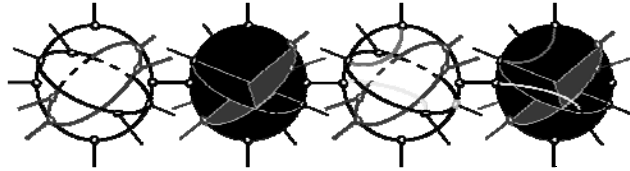


Fig. 7. Isometric frame model of the *KEB-2* representation from $N = 3$ generating *KEB-1* (red, blue, green) in 3 -dimensional space

Framed 3D models allow designing 3D switching matrices that can facilitate the development of options for parallel systems of collecting, processing and storing information. The *KEB* frame model provides an economical allocation of the knowledge base in memory, and the value of any attribute, i.e. a slot, can be calculated by appropriate procedures or found by heuristic methods.

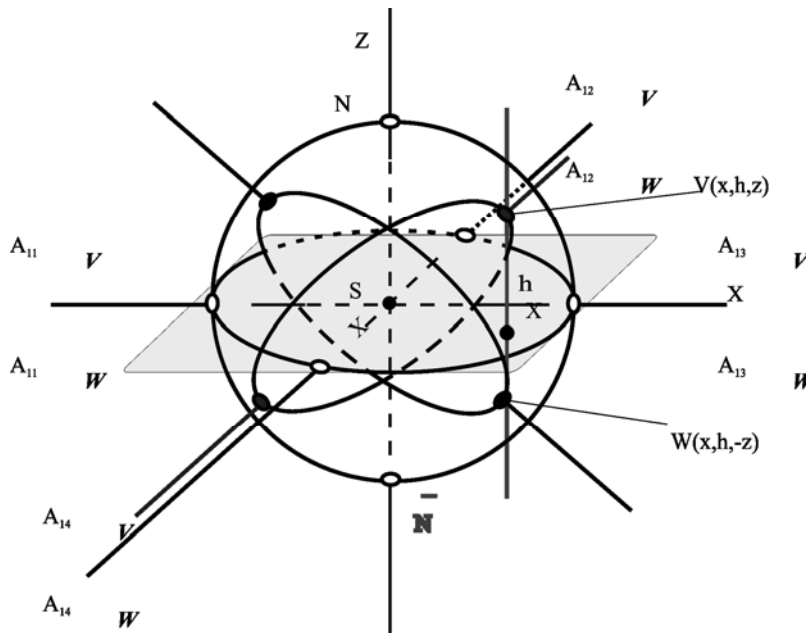


Fig. 8. The frame model

SWITCHING STRUCTURES ON ELEMENTS BY BEREZOVSKY

The 2D “flat technology” is still dominating in the world (humanity is used to and works with 2D, that is, in the plane (of a desktop) of information visualization: a diagram as a flat drawing; a picture as a flat image; chip as a plate; motherboard as a set of up to 51 layers.

Formation of the switching structure in 2D is performed according to the file principle that is by cascading entering of switching element into a line and further typing them into the page-field.

A field of 4×4 switching elements with 4 points (terminals) of inputs and outputs is shown in Fig. 9.

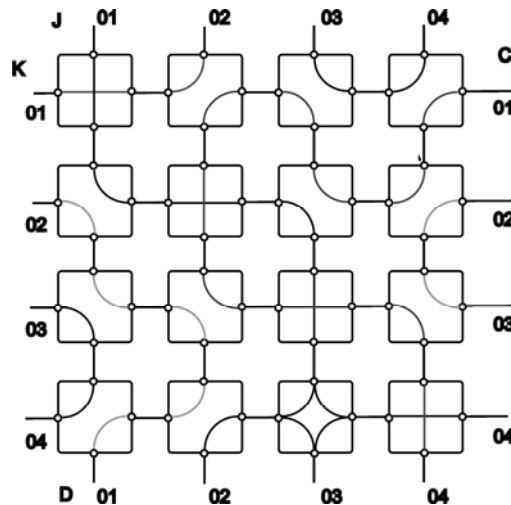


Fig. 9. Traditional file-switching structure model

The implementation of frame *KEB* models opens new opportunities for developers in the topology and architecture of *SDSSSN*.

In *SDSSSN* on the basis of *KEB-1*, *KEB-2*, branched, unbranched, rectilinear, curvilinear connections i.e. communication channels, transmitting information in any given direction, are synthesized.

Branching communication channels allow information to be transmitted from one terminal point, the *SDSSSN* input to several outputs.

In such *SDSSSNs*, it is possible to form intersecting communication channels between inputs and outputs located in different parts thereof.

In some cases in flat homogeneous *SDSSSN*, limiting the transfer of information from one part of the structure to another or even isolating one part from the other, communication channels may be formed.

The implementation of *KEB-1*, *KEB-2* in the synthesis of new *SDSSSN* allows the more efficient and full use of the structure (Fig. 10, 11).

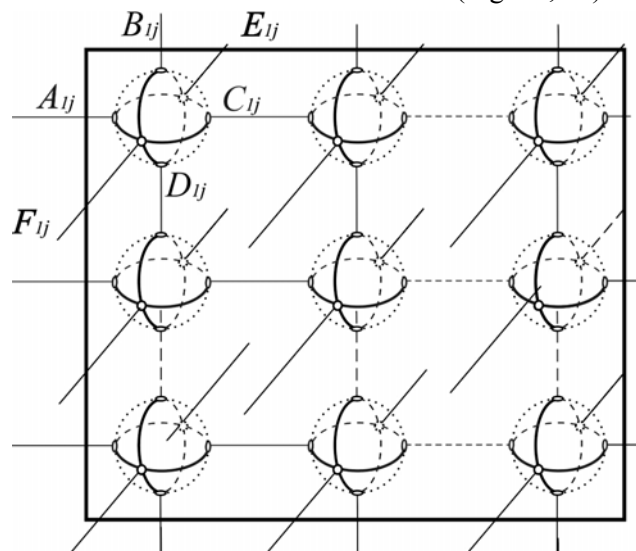


Fig. 10. 3D rectangular colored frame model *KEB* switching structure from $N=2$ generating of *KEB-1* (green, red)

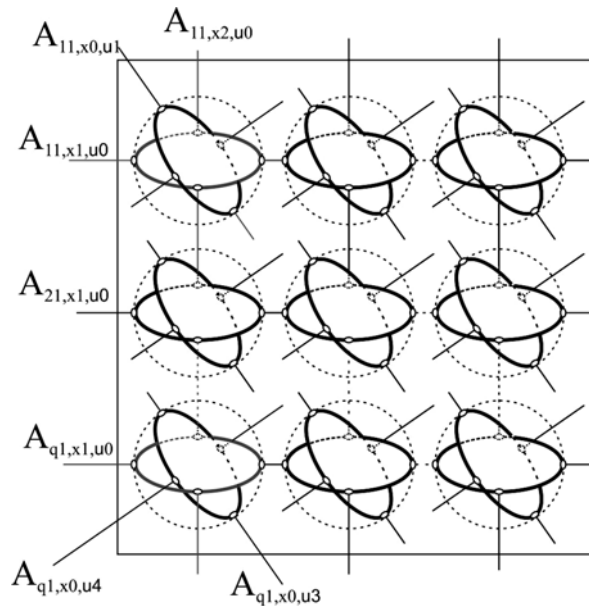


Fig. 11. 3D Isometric colored frame model *KEB* switching structure from $N = 2$ generating *KEB*-1 (blue-black, red)

3D rectangular colored frame model switching structure on the *KEB* from $N = 2$ generating *KEB*-1 (green, red) and 6 input-outputs $A_{1j}, B_{1j}, C_{1j}, D_{1j}, F_{1j}, E_{1j}$.

The interaction of different types of models (*KEB* -1, *KEB*-2) as augmented reality tools (contributes individual artificial elements to the perception of the real world) or knowledge base rules, their reuse in the modeling infrastructure is provided on the basis of the problem-oriented integration method.

The implementation of the method allows solving the problems of compatibility and interaction of models in the object-oriented modeling infrastructure intended for the work of *SDSSSN* designers.

3D rectangular colored frame model switching structure on the *KEB* from $N = 2$ generating *KEB*-1 (green, red) and 8 input-outputs A_{ij}, x_k, u_f , where $i = \overline{1, q}, j = \overline{1, p}, k = \overline{1, 4}, f = \overline{1, 4}$.

The model description is extended by the semantic constructions of the domain and the knowledge bases determining the work logic of the models [6].

Regardless of whether the model functions are implemented in a specialized programming language or described in the form of rules, the user will operate them in the same way.

When performing the modeling, each model implements the algorithms embedded in it and interacts with other models through subscriptions to outputs from other models. Subscriptions are implemented on the basis of the constructed information-graphic description.

FORMATION OF STATES OF COMMUTATION STRUCTURES ON SWITCHING ELEMENTS BY BEREZOVSKY

These days, one of the topical tasks of designing in many technical branches is the development of efficient switching provision for *SDSSSN* in various modes of

their operation [7]. This task, first of all, refers to the switching of complex computer systems and networks, to the management of monitoring systems and security networks, to switching of channel television, broadcasting, telephony and Internet networks, to maintaining the required state of optoelectronic communication networks, etc. [8]. Existing designing methods of appropriate patching facilities for the listed *SDSSSN* have a number of known shortcomings [9] that reduce the efficiency of multi-channel networks functioning, and therefore the proposed approach, the main concept of discussed below, is of some interest.

So, suppose that for a given *SDSSSN* containing M channels y_k ($k = \overline{1, M}$), it is necessary to ensure their switching to N states S_i ($i = \overline{1, N}$) on the basis of commuting module (*KEB*). In its turn, the *KEB* is characterized by n commuting variables x_r ($r = \overline{1, n}$) and m commutated poles (variables) z_l ($l = \overline{1, m}$). Furthermore, for the *KEB* there is also a certain number Q of switching states (SS) V_j ($j = \overline{1, Q}$) with respect to the set of variables z .

Then the task solution on switching the considered *SDSSSN* can be reduced to the determination of a certain number of *KEBs* that, on the basis of a number of states V under the control of n commuting variables x , by means of the variables z , ensure the commutation of the channels y for given states S .

Concurrently, the solution of the problem can be obtained on the basis of different *KEB*.

One of the simple way of presenting information about a given i -th SS (S_1) is shown in Table 1.

Table 1. Switching state table

y	y_1	y_2	...	y_M
y_1	0	1	...	0
y_2	0	0	...	1
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
y_M	0	0	...	0

Table 2. Modified table

y	y_1	y_2	...	y_M
y_1	1	1	...	0
y_2	0	1	...	1
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
y_M	1	0	...	1

Because of the presence of symmetry, Table 1 can be simplified (Table 2).

On the basis of Table 1 and Table 2, it is convenient to introduce the following notation, which in the presence of a connection between the p -th and q -th channels can be represented in the form

$$y_p y_q = 1, \tag{1}$$

and in its absence it is written as follows

$$y_p y_q = 0. \tag{2}$$

Then, taking into consideration the notations (1) and (2), the i -th SS (S_1) can be represented in the form

$$S_i = g_1(i) + g_2(i) + \dots + g_{ai}(i) = a_i, \tag{3}$$

where $g_k(i)$ is the k -th connection of channels $y_p y_q$ (1) to the i -th SS *SDSSSN*.

Based on the introduced representations (Table 1, 2, expressions (1)–(3)) as a whole, the task for commutating of *SDSSSN* can be represented in the form of a table (Table 3).

Table 3. Channel Link Combination Table

<i>S</i>	<i>g</i>			
	<i>g</i> ₁	<i>g</i> ₂	...	<i>g</i> _{<i>A</i>}
<i>S</i> ₁	1	0	...	0
<i>S</i> ₂	1	0	...	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
<i>S</i> _{<i>N</i>}	0	1	...	0

In the Table 3, in line *g*, all used in *SS* combinations of *SDSSSN* channels of the type

$$g_1 = y_1y_2, g_2 = y_1y_3, \dots, g_A = y_{M-1}y_M,$$

are represented, except $y_ky_k (k = \overline{1, M})$.

The same information (Table 3) can easily be represented in the form of expressions (3)

$$S_i = \sum_{k=1}^{a_i} g_k(i) = a_i, \quad i = \overline{1, N}. \tag{4}$$

In particular, the simple inclusion of the *SDSSSN*, by virtue of relations (4), is described as follows

$$S_i = \sum_{k=1}^{a_i} g_k(i) = a_i, \quad i = 1, 2,$$

where $a_1 = 0, S_1 = 0$.

In its turn, for the *KEB* it is also possible to create tables similar to those considered above (Tables 1–3). Such tables for *KEB* are given below (Table 4, 5).

Table 4. Variable table

<i>z</i>	<i>z</i> ₁	<i>z</i> ₂	... <i>z</i>	<i>z</i> _{<i>m</i>}
<i>z</i> ₁	0	1	...	0
<i>z</i> ₂	0	0	...	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
<i>z</i> _{<i>m</i>}	0	0	...	0

Table 5. Variable table

<i>V</i>	<i>w</i>			
	<i>w</i> ₁	<i>w</i> ₂	...	
<i>V</i> ₁	1	0	...	1
<i>V</i> ₂	1	1	...	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
<i>V</i> _{<i>Q</i>}	0	1	...	1

Description of the *SS KEB* by analogy with the expression (4) has the form

$$V_j = \sum_{z=1}^{b_j} w_r(j) = b_j, \quad j = \overline{1, Q}, \tag{5}$$

where $w_r(j)$ is the *r*-th connection of the variables z_1z_n (1) in the *j*-th *SS*.

For *KEB* it is necessary additionally to describe the state of control variables $x_r (r = \overline{1, n})$ (control state (CS) X_j) for each *SS* V_j of commutated variables $z_l (l = \overline{1, m})$ (Table 5). For this purpose it is convenient to use the following table (Table 6).

Table 6. Control signal table

x_1	0	0	...	1	1
x_2	1	1	...	0	0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
x_n	0	1	...	0	1
V	V_1	V_2	...	V_{Q-1}	V_Q

In Table 6 the agreed notation is as: 1 — has a control signal and 0 — this signal is not present that can be represented for the k -th manipulated variable in the following form

$$x_k = 1 \quad \text{или} \quad \bar{x}_k = 0, \quad k = \overline{1, n}. \quad (6)$$

Then the description of the j -th CS (X_j) for the j -th SS (V_j) has the form

$$X_j = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \dots \bar{x}_n. \quad (7)$$

Taking into consideration the relations (6) and (7), and also the well-known Boolean algebraic identities for the representation (5), we obtain

$$V_j = b_j X_j = b_j (\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \dots \bar{x}_n), \quad j = \overline{1, Q}.$$

Indeed, by virtue of Table 6 and the expressions (6), (7), for $\forall j$ we have

$$X_j = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \dots \bar{x}_n = 1.$$

It should be noted that, both for *SDSSSN* (S_i), and *SS KEB* (V_j) the simple and / or complex switching occurs. The first type of commutation is characterized by the absence of repetition of indices in the description of $g_k(i)$ (4) and $w_r(j)$ (5), i.e. each *SDSSSN* channel and each *KEB* pole has only one connection. Complex switching allows the repetition of mentioned indices, which indicates the presence of several connections for individual channels of the *SDSSSN* and *KEB* poles. The noted features impose additional requirements on the formation process of the complex *SDSSSN* set by *SS*, which determines the development of individual methods for solving the set task.

So, the first procedure for the formation of complex *SDSSSN* assigned by *SS* is called the method of direct substitution (MDS) and its essence is as follows.

Suppose that for *SDSSSN* with M channels y_k ($k = \overline{1, M}$) it is required to form N *SS* S_i ($i = \overline{1, N}$) based on *KEB* with n commuting variables x_r ($r = \overline{1, n}$), m commutated poles z_l ($l = \overline{1, m}$) and Q *SS* V_j ($j = \overline{1, Q}$). In the above descriptions (4) and (5) the representation of this problem has the form ($Q \geq N$, $m \geq M$):

$$\sum_{k=1}^{a_i} g_k(i) = a_i, \quad i = \overline{1, N}; \quad \sum_{z=1}^{b_j} w_r(j) = b_j, \quad j = \overline{1, Q}, \quad (8)$$

where

$$g_1(i) = y_1 y_2, \quad g_2(i) = y_1 y_3, \quad \dots, \quad g_{m-1}(i) = y_1 y_m;$$

$$g_m(i) = y_2 y_3, \quad g_{m+1}(i) = y_2 y_n \dots, \quad g_{2m-3}(i) = y_2 y_m; \\ g_c(i) = y_{m-1} y_m. \tag{9}$$

For $w_r(j)$ the relations analogous to the equalities for $g_k(i)$ (8) are valid. Obviously, for $m > 0$, the individual values of $g_k(i)$ (9) are equal to zero by definition ($g_M(i) = y_1 y_{M+1} = 0$ etc.).

MDS provides for the identification of all possible solutions to the formulated above task. For this purpose, at each step of identifying connections between the channels y_k ($k = \overline{1, M}$) of SDSSSN and z_l ($l = \overline{1, m}$) KEB bands, these connections are set in the following form based on some search algorithm or randomly

$$y_1 = z_\alpha, \quad y_2 = z_\beta, \dots, \quad y_m = z_\omega. \tag{10}$$

Subsequently the SS SDSSSN S_i ($i = \overline{1, N}$) (8), (9) are rewritten taking into account the selected combinations (10) in the form:

$$\sum_{k=1}^{ai} w_k(i) = a_i, \quad i = \overline{1, N}, \tag{11}$$

and the following equalities are considered separately for each S_i ($i = \overline{1, N}$):

$$V_j - S_1 = b_j - a_1, \quad j = \overline{1, Q}; \\ V_j - S_2 = b_j - a_2, \quad j = \overline{1, Q}; \\ \dots \dots \dots \\ V_j - S_N = b_j - a_N, \quad j = \overline{1, Q}. \tag{12}$$

The presence of non-coincident values of j for each SS S_i ($i = \overline{1, N}$) indicates the correctness of the selected compounds (10). Violation of this requirement determines the inaccuracy of the relations (10). Herewith, description of the control variables x_r ($r = \overline{1, n}$) (7) X_i corresponds to each value of j (V_j) entering into the obtained solution.

In particular cases, to solve the set task, the tables of SS indices (S1, Table 7 and V_j , Table 8) can be used.

Table 7. Index table

S	g			
	g ₁	g ₂	...	g _A
S ₁	α ₁	ε ₂	...	ε _A
S ₂	β ₁	β ₂	...	β _A
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
S _N	γ ₁	γ ₂	...	γ _A

Table 8. Index table

V	w			
	w ₁	w ₂	...	w _B
V ₁	ε ₁	ε ₂	...	ε _B
V ₂	δ ₁	δ ₂	...	ε _B
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
V _Q	v ₁	v ₂	...	v _B

A simple search of lines in the Table 8, overlapping the lines in the Table 7, in the absence of their overlapping for different S_i ($i = \overline{1, N}$), also proves the correctness of the selected connections (10).

EXAMPLE OF APPLYING THE PROPOSED METHOD

To illustrate the proposed MDS, let's consider the following simple example. For a certain MCS having 4 channels y_k ($k = \overline{1,4}$), based on the given tables of the type of Table 1–3, a SS (4) S_i ($i = \overline{1,2}$) are created:

$$S_1 = y_1y_3 + y_2y_4 = 2; \quad S_2 = y_1y_2 + y_3y_4 = 2. \quad (13)$$

In addition, there is a *KEB* with 6 poles z_l ($l = \overline{1,6}$) and 10 control variables x_r ($r = \overline{1,10}$). To provide the SS (11) in the CM, the following SS (V_j) (5) can be used:

$$\begin{aligned} V_1 &= z_1z_4 + z_2z_3 + z_2z_5 = 3; \\ V_2 &= z_1z_5 + z_2z_4 + z_3z_6 = 3; \\ V_3 &= z_1z_3 + z_2z_4 + z_5z_6 = 3. \end{aligned} \quad (14)$$

Taking into consideration the representation (9) of the SS description (14) will take the form:

$$\begin{aligned} V_1 &= w_3(1) + w_6(1) + w_8(1) = 3; \\ V_2 &= w_4(2) + w_7(2) + w_{12}(2) = 3; \\ V_3 &= w_2(3) + w_7(3) + w_{15}(3) = 3. \end{aligned} \quad (15)$$

The description of control variables (7) corresponds to each SS (14), (15)

$$X_1 = \overline{x_1x_2\dots x_{10}}, \quad X_2 = \overline{x_1x_2\dots x_{10}}, \quad X_3 = \overline{x_1x_2\dots x_{10}}. \quad (16)$$

Next, the connections (10) are assigned

$$y_1 = z_1, \quad y_2 = z_2, \quad y_3 = z_3, \quad y_4 = z_4, \quad (17)$$

and expressions (11), (13) are written down,

$$S_1 = w_2(1) + w_7(1) = 2; \quad S_2 = w_1(2) + w_{10}(2) = 2. \quad (18)$$

The verification of conditions (12) on the basis of expressions (18) and (15) gives the following relations:

$$\begin{aligned} V_1 - S_1 &= 3; & V_2 - S_1 &= 2; & V_3 - S_1 &= 1; \\ V_1 - S_2 &= 3; & V_2 - S_2 &= 3; & V_3 - S_2 &= 3. \end{aligned} \quad (19)$$

In the set $V_j - S_1$ ($j = \overline{1,3}$) there is a solution ($V_3 - S_1 = 1$), however there is no such solution in the second set $V_j - S_2$ ($j = \overline{1,3}$) which indicates the unsuccessful selection of connections (17).

The same conclusion can be made as well for example with respect to the following combinations:

$$\begin{aligned} y_1 &= z_1, \quad y_2 = z_3, \quad y_3 = z_4, \quad y_4 = z_5; & y_1 &= z_3, \quad y_2 = z_4, \\ y_3 &= z_5, \quad y_4 = z_6; & y_1 &= z_6, \quad y_2 = z_5, \quad y_3 = z_4, \quad y_4 = z_3 \end{aligned}$$

and etc.

The following relation is considered as successful:

$$y_1 = z_1, \quad y_2 = z_4, \quad y_3 = z_5, \quad y_4 = z_2, \quad (20)$$

which determines a SS of the form (18):

$$S_1 = w_4(1) + w_7(1) = 2; \quad S_2 = w_3(2) + w_8(2) = 2.$$

In this case, the verification of the requirements (12), (19) has the form:

$$V_1 - S_1 = 3; \quad V_2 - S_1 = 1; \quad V_3 - S_1 = 2;$$

$$V_1 - S_2 = 1; \quad V_2 - S_2 = 3; \quad V_3 - S_2 = 3.$$

The second relation ($V_2 - S_1 = 1$) from the first set $V_j - S_1$ ($j = \overline{1,3}$) and the first equality ($V_1 - S_2 = 1$) from the second set satisfies the requirements (12) and, consequently, the connections (20) are the solution of the problem under consideration. Fig. 12, a) shows the realization of S_1 (13), and in Fig. 12, b) there is the realization of S_2 (13) by means of *SS KEB*, respectively, V_2 and V_1 . The control variables X_2 and X_1 are then fed to the control circuit (CC) *KEB* respectively (16). In the first case (Fig. 12, a), there is a simple connection, and in the second case (Fig. 12, b) there is a double connection for Z_2 .

The use of index tables (Table 7 and Table 8) gives a fairly clear idea of the presence and absence of a solution.

Thus for the variant of combinations (17) we have the following tables of indices (Table 9, 10).

Table 9. Index table for a variant of combinations (17)

S	g	
	g1	g2
S ₁	2	7
S ₂	1	10

Table 10. Index table for a variant of combinations (17)

V	w		
	w ₁	w ₂	w ₃
V ₁	3	6	8
V ₂	4	7	120
V ₃	2	7	15

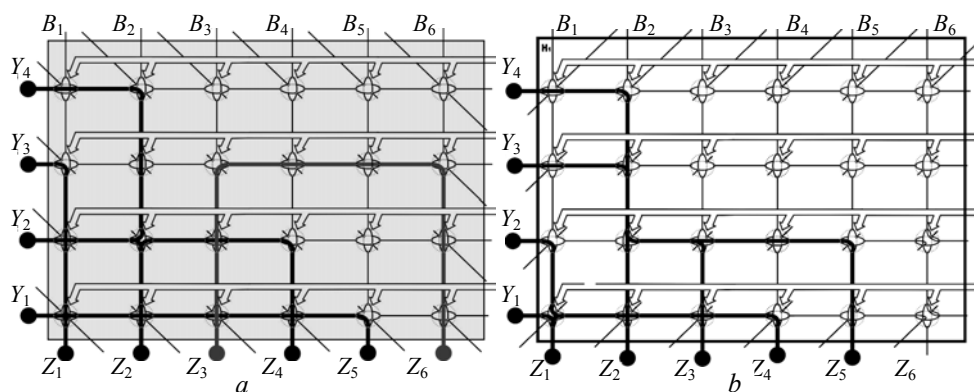


Fig. 12. Implementation of *SDSSSN* S_1 (a) and S_2 (b)

These tables (Table 9, 10) obviously demonstrate the abovementioned conclusions (19) on the absence of a solution.

For correct connections (20), there are the tables 11 and 12 take place, which convincingly illustrate the existence of a solution to the problem.

Table 11. Index table for correct connections (20)

S	g	
	g_1	g_2
S_1	④	⑦
S_2	③	⑧

Table 12. Index table for correct connections (20)

V	w		
	w_1	w_2	w_3
V_1	③	6	⑧
V_2	4	7	.120
V_3	②	⑦	15

In conclusion, we note that the proposed method has its advantages and disadvantages. Thus *SDSSSN* (8)–(12) allows to get all possible solutions, it is simply algorithmized and easily allows to take into account additional requirements when selecting connections. These requirements include restrictions on currents, voltages, power, speed, *SDSSSN* channels and their coordination with the *KEB* capabilities.

Frame 2D, 3D models of switching elements by Berezovsky give the researcher the opportunity to create their own multi-character material as an innovative database of interactive graphic data (DB) for the formation of special knowledge bases (KB).

Having a language system with which you can present the result and experience of developing a database, and also store and store knowledge bases directly in the system in close connection with a specific sensory channel of cognitive graphics [10].

Such a technology gives a researcher a highly efficient technical tool for direct, purposeful influence on the processes of figurative thinking of a person / developer / operator, and in natural (rather than model or test) conditions for finding a solution to a real scientific problem.

CONCLUSIONS

2D, 3D frame models by Berezovsky patented switching elements are proposed for constructing topologies of software-configured switching structures, systems and networks.

The proposed *KEB-1* and *KEB-2* can be in one of the specified states of Ni; a priori set each state of the switching elements by Berezovsky, which form the topology, is encoded by the logical statement A_j and can be represented as a graphical 2D, 3D model of the image of the *SDSSSN* element.

Models allow to visualize 2D, 3D topology of the *SDSSSN*.

They reflect the vision in the design of the role and place of cognitive graphics in the development of new *SDSSSNs*.

Reduction of various types of models (*KEB-1*, *KEB-2*) to single components of the modeling environment allows the designer-designer to build universal models of the *SDSSSN*, applying various options for the implementation of sub-models.

A distinctive feature of the use of the *KEB* is the simplification of the procedure for the mathematic'al design of 2D, 3D models of the *SDSSSN* topology.

The use of models *KEB -1 KEB -2* allows visualizing the task of designing a given topology of the RCSS parallel systems for collecting and processing, storage of information.

REFERENCE

1. Schwab K. Fourth Industrial Revolution / K. Schwab. — M.: Eksmo. — 2016.
2. <https://topwar.ru/52648-opk-organizuet-pervoe-v-rossii-proizvodstvo-3d-mikrosistem.html>
3. Patent 1665367 USSR, MKI on cl. G-06-F 7/00. Switching element by Berezovsky / S.A. Berezovsky // Opening. Invention. — 1989. — N 27.
4. http://www.electronics.ru/files/article_pdf/2/article_2889_876.pdf
5. Patent 2020739 for the invention: “*N*-dimensional switching element by SA Berezovsky” MKI according to cl. H-03-K 17/00. — 1994. — Bull. N 18.
6. Berezovsky S. Reconfigurable commutation structures using the elements by Berezovsky. — Available at: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7452106/metrics>
7. Boards B.Ya. Building integrated service systems / B. Ya. Boards, S.L. Yakovlev. — L.: Mechanical Engineering, 1990. — 332 p.
8. *Algorithms*, software and architecture of multiprocessor systems / Ed. A.P. Ershov. — M.: Nauka, 1982. — 336 p.
9. Kleinrock L. Computing networks with queues / L. Kleinrock; tr. from English Ed. B.S. Tsibakova. — M.: Mir, 1979. — 600 p.
10. Works (Abstracts) V111 International Scientific and Practical Conference “Systems and means of transmission and processing of information” Academy of Communications of Ukraine, ONAT. A.S. Popova, September 7–12, 2004, Odessa.

Received 26.10.2018

From the Editorial Board: the article corresponds completely to submitted manuscript.

МЕРЕЖЕВІ СТРУКТУРИ ТА СИСТЕМИ: ІІІ. ІЄРАРХІЇ ТА МЕРЕЖІ

О.Д. ПОЛІЩУК, М.С. ЯДЖАК

Анотація. Проаналізовано основні принципи формування системних ієрархій та складних систем з ієрархічно-мережевою структурою. Визначено потокову матрицю суміжності складної ієрархічно-мережевої системи, яка дозволяє досліджувати функціональні особливості системи, пов'язуючи їх зі складовими структурами. Уведено поняття потокової серцевини, яка дає можливість будувати спрощені моделі системи меншої розмірності, одночасно відстежуючи кількісну міру збереження її адекватності. Запропоновано принципи формування інформаційних моделей та моделей оцінювання складних ієрархічно-мережевих систем з урахуванням пріоритетності їх складових та рівня наповненості даними. Основною перевагою моделей оцінювання є на порядки менші обсяги інформації, які значно легше піддаються аналізу та дозволяють оперативно локалізувати найбільш ризиковані складові системи. Для дослідження різномірних міжсистемних взаємодій введено поняття асоціації, конгломерату і системного середовища, які дають змогу аналізувати характер та наслідки міжсистемних впливів різних типів.

Ключові слова: складна мережа, мережева система, потік, ієрархія, модель, оцінювання, асоціація, конгломерат, системне середовище.

ВСТУП

У працях [1, 2] зосереджено увагу на мережевих структурах та системах. Вважається, що мережевий підхід дозволяє частково подолати проблему складності принаймні на рівні вивчення структури системи [3]. Однак не менш важливими та поширеними як під час дослідження фізичного світу, так і в людському суспільстві є ієрархічні структури [4, 5]. У соціумі ієрархія застосовується для оптимізації процесу управління та ефективної організації роботи створених людиною систем різного типу та призначення (державних, економічних, фінансових, військових тощо) [6, 7]. Ієрархізація є методом наукового пізнання, який спрощує дослідження великих складних систем [8, 9], та зручним способом структуризації знань [10], який впорядковує зберігання отриманих даних та полегшує пошук необхідної інформації (бібліотеки, архіви, файлова система в комп'ютерах тощо). Загалом ієрархічний підхід також спрямований на подолання проблеми складності [11]. Він є історично підтвердженим способом ефективного управління та наукового пізнання.

Зазвичай під час дослідження мережевих структур у них не враховується наявність певного впорядкування чи підпорядкування складових, хоча воно безумовно існує у переважній більшості мережевих систем. З іншого боку, ієрархічні структури не враховують зв'язків між складовими одного рівня ієрархії. У той же час навіть у строго ієрархічних системах, наприклад військових, є такі зв'язки. Тобто структура реальних штучних та природних

систем не вкладається у поняття «чистої» мережі або ієрархії. Ієрархічно-мережеві структури, тобто структури, кожен складову певного рівня ієрархії яких можна зобразити у вигляді підмережі нижчого рівня ієрархії або підпорядкувати їй таку підмережу, більш точно та природно відображають особливості взаємодій у складних системах [12].

У працях [1, 2] розглядалися проблеми розмірності та адекватності моделей мережевих систем. Для їх вирішення замість усієї системи пропонувалося досліджувати її поточкові серцевини. У цій роботі такий підхід використовується для зменшення розмірності моделей складних ієрархічно-мережевих систем (СІМС), а також розглядаються різні види моделей систем, аналізуються їх переваги і недоліки та пропонуються способи використання цих моделей для подолання проблеми складності, що породжується величезними обсягами інформації, яка описує процес функціонування довільної СІМС.

Однією з ознак реальних складних систем є їх відкритість, тобто взаємодія з іншими системами [13]. У праці [2] розглянуто один із видів міжсистемних взаємодій, а саме системи мультиплексного типу. У таких утвореннях кожний елемент може бути складовою багатьох систем та виконувати у них різні функції. Інший вид міжсистемних взаємодій полягає у спільному функціонуванні кількох систем, склад елементів яких не перетинається. Уводимо поняття асоціації, конгломерату та системного середовища як трьох різних типів такого виду взаємодій.

Мета роботи — визначити принципи формування ієрархічно-мережевих структур та запропонувати ефективні підходи для аналізу процесу функціонування складних ієрархічно-мережевих систем.

ІЄРАРХІЧНО-МЕРЕЖЕВІ СТРУКТУРИ ТА СИСТЕМИ

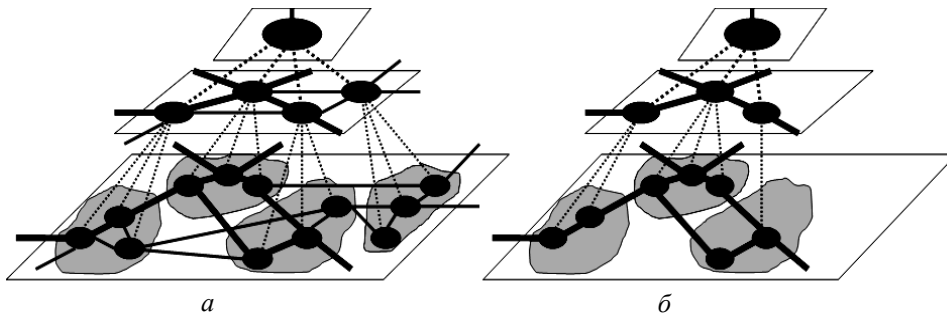
Системні ієрархії будуються різними способами. Опишемо основні принципи формування ієрархічних структур. Першим із них є принцип впорядкування, тобто розбиття цілого на складові за ознаками однорідності або різнорідності. Прикладом впорядкування за ознакою однорідності є поділ земної поверхні на країни, країн — на регіони (штати, землі, графства, округи тощо), регіонів — на населені пункти і т. ін. Прикладами впорядкування за ознакою різнорідності є тематичні бібліотечні каталоги, програми навчання учнів шкіл і студентів університетів за різними спеціальностями та предметами, поділ законодавства на кримінальне, адміністративне, трудове, міжнародне право та ін. Ієрархія, яка будується за принципом впорядкування, характеризується вкладеністю меншого в більше, тобто менше входить до складу більшого. Так, у класифікації біологічних видів (ліннеївській ієрархії) будь-який організм послідовно належить до всіх семи категорій (царства, типу, класу, ряду, родини, роду та виду). Саме тому принцип впорядкування інколи називають принципом вкладеності [10]. Особливістю моделей систем, побудованих за принципом вкладеності, є можливість незалежного дослідження окремих рівнів ієрархії. Дійсно, вивчаючи рух галактик, зовсім не обов'язково опускатися до планетарного рівня, а досліджуючи автотранспортну мережу країни — до транспортної інфраструктури окремих населених пунктів і т. ін.

Іншим принципом формування ієрархічних структур є підпорядкування. Можна виділити два види підпорядкування — пряме та впливове. Пряме підпорядкування означає підлеглисть складових нижчого ієрархічного рівня складовим вищого рівня. Воно притаманне як живій природі (зграя тварин, яка керується вожаком), так і людському соціуму (державне управління, армія, системи управління в економіці, ієрархія у релігійних конфесіях тощо). Ієрархія, яка будується за принципом прямого підпорядкування, характеризується відокремленістю нижчих рівнів від вищих. У цьому полягає принципова відмінність між прямою підпорядкованістю та впорядкованістю. Впливове підпорядкування породжує ієрархічну структуру, яка будується за ознакою впливу або авторитету (у кожному союзі незалежних країн є більш або менш впливові, що визначається рівнем їх економічного розвитку або військовою потужністю, у кожному колективі зазвичай є більш та менш авторитетні особи, що визначається рівнем їх кваліфікації, досвідом тощо). У таких структурах поведінка одних об'єктів формується під впливом інших, при цьому вони зазвичай перебувають на одному рівні ієрархії. За подібним принципом ієрархія формується у теорії складних мереж [14, 15]. Міра впливу одного вузла на інші визначається його ступенем або важливістю у мережі, міра впливу групи вузлів — їх кількістю або ступенем кластеризації. Саме тому вважається, що хаби мережевих структур явно чи неявно «управляють» іншими вузлами цих структур: у соціальних мережах вони формують громадську думку серед користувачів про конкретні соціальні явища, у промисловості та торгівлі вони є основними виробниками та розподільниками потоків продукції і товарів, які розповсюджуються мережею, у банківській системі — фінансів, у науці провідні університети є генераторами відкриттів, які поширюються науковою спільнотою та сприяють розвитку науки загалом.

Гібридні ієрархії можуть поєднувати у собі різні види впорядкованості та підпорядкованості. Кожна зграя тварин має свого вожака, але «надвожака» кількох зграй немає. Разом з тим ці зграї утворюють ареал проживання даного виду. Чим більше особин налічує зграя, тим більше шансів у неї захопити привабливі території харчування. Кожна релігійна конфесія має свою ієрархію підпорядкування, кожна компанія — свою систему управління, але спільного керівництва вони не мають. Водночас, чим більше прочан у певної конфесії на даній території, тим більший вплив цієї конфесії на населення, чим популярніша продукція компанії у регіоні, тим більші обсяги її реалізації. Під час поділу земної поверхні на країни, регіони тощо також поєднуються два види ієрархії: впорядкування — від більшого до меншого за територіальною ознакою та підпорядкування, що реалізується системами адміністративного управління територіальними одиницями. Навіть у соціальних мережах поряд з найбільш авторитетними користувачами існують контролюючі складові, які можуть заблокувати поширення певної інформації. Очевидно, що під час моделювання структури та процесу функціонування конкретної СІМС слід враховувати особливості як мережевих, так і ієрархічних взаємодій між її складовими.

Розглянемо СІМС з ієрархією прямого підпорядкування (рисунок, а). Більшість створених людиною систем такого типу призначені для організації руху певного виду потоків (транспортних, ресурсних, фінансових,

інформаційних тощо) [16]. Ці потоки зазвичай курсують у мережі нижнього рівня ієрархії СІМС. Потоки, які рухаються на вищих ієрархічних рівнях, та міжрівневі потоки (управлінські та організаційні рішення, реагування на їх виконання тощо) повинні забезпечувати ефективне функціонування системи, зокрема, оперативне реагування як на негативні, так і на позитивні зміни, аналіз та прогнозування цих змін, своєчасне попередження розвитку загрозливих тенденцій і т. ін.



Фрагмент ієрархічно-мережевої структури

Нехай N — кількість рівнів ієрархії СІМС; S_n — множина вузлів мережі n -го рівня ієрархії; K_n — їх кількість, $n = \overline{1, N}$. Як і у випадку мережевих та мультиплекс-систем [1, 2], процес функціонування СІМС можна описати її потоковою матрицею суміжності $\mathbf{F} = \{\mathbf{F}^{kn}\}_{k,n=1}^N$. Блоки $\mathbf{F}^{nn} = \{f_{ij}^{nn}\}_{i,j=1}^{K_n}$ є потоковими матрицями суміжності системного шару n -го рівня ієрархії. Блоки $\mathbf{F}^{n,n+1} = \{f_{ij}^{n,n+1}\}_{i=1, j=1}^{K_n, K_{n+1}}$ і $\mathbf{F}^{n+1,n} = \{f_{ij}^{n+1,n}\}_{i=1, j=1}^{K_{n+1}, K_n}$ є потоковими матрицями суміжності міжрівневих взаємодій з n -го на $(n+1)$ -й рівень ієрархії і навпаки. Вони відображають взаємозв'язки між керувальними складовими n -го рівня ієрархії та керуючими складовими підпорядкованих їм мережевих підсистем $(n+1)$ -го рівня. Тобто кожний елемент цих матриць дорівнює обсягам потоків, які проходять між відповідними складовими СІМС за період $[0, T]$ [1, 2]. Для СІМС із строгою ієрархією, для яких міжрівневі взаємодії можливі лише між сусідніми рівнями (n -м і $(n+1)$ -м і $(n-1)$ -м), отримуємо, що $\mathbf{F}^{n,n+i} = \mathbf{0}$ і $\mathbf{F}^{n+i,n} = \mathbf{0}$ для $i > 1$, $n = \overline{1, N}$ та $n, n+i \leq N$, тобто матриця \mathbf{F} є блоковою тридіагональною. Матриці \mathbf{F}^{nn} , $\mathbf{F}^{n+1,n}$ і $\mathbf{F}^{n,n+1}$ є нормованими за максимальним значенням обсягів потоків, які рухаються між вузлами n -го рівня та вузлами n -го і $(n+1)$ -го рівнів, тобто значення елементів матриці \mathbf{F} належать проміжку $[0, 1]$.

Уведемо поняття λ -серцевини СІМС як сукупності λ -серцевин її ієрархічних шарів [2], пов'язаних міжшаровими потоками, обсяги яких за період $[0, T]$, тобто значення елементів матриці \mathbf{F} , є не меншими за значення $\lambda \in [0, 1]$. Потокова матриця суміжності λ -серцевини СІМС \mathbf{F}_λ очевидним чином визначається з матриці \mathbf{F} . Зрозуміло, що λ -серцевини ієрархічних шарів СІМС повинні бути послідовно квазіподібними (рисунки, б), тобто вузли потокової λ -серцевини $(n+1)$ -го рівня повинні підпорядковувати

тися вузлам λ -серцевини n -го рівня, $n = \overline{1, N-1}$. Інакше кажучи, λ -серцевина СІМС також є складною ієрархічно-мережевою системою. Розмірність моделі λ -серцевини залежно від значення λ може бути значно меншою за розмірність моделі всієї системи [2]. Адекватність цієї моделі можна кількісно визначити за допомогою параметра $\theta_\lambda = V_\lambda / V$, де V — сумарні обсяги потоків, які проходять СІМС; V_λ — сумарні обсяги потоків, які проходять її λ -серцевиною за період $[0, T]$. Значення V і V_λ легко визначаються з матриць \mathbf{F} і \mathbf{F}_λ відповідно.

ІНФОРМАЦІЙНІ МОДЕЛІ СКЛАДНИХ ІЄРАРХІЧНО-МЕРЕЖЕВИХ СИСТЕМ

Наше уявлення про довколишній світ формується на основі наявної інформації про нього. Дані можна отримати за допомогою візуальних та спеціальних засобів спостереження, експериментальних та теоретичних досліджень тощо. За результатами International Data Corporation у 2017 р. обсяг створених людством даних становить приблизно $5,5 \cdot 10^9$ Гбайт і до 2020 р. він перевищить $4 \cdot 10^{10}$ Гбайт [17]. При цьому обсяг корисної інформації за різними оцінками перебуває у межах 23–35%, а обсяг даних, які вдається проаналізувати та використати — у межах 1–3% від загальної їх кількості [18]. Тобто загалом застосовується не більше ніж 13% корисної інформації, а основна проблема полягає не стільки у кількості даних, скільки у відсутності ефективних методів ідентифікації, оброблення та аналізу саме корисної інформації.

Дослідження та ефективна організація роботи реальної СІМС потребує цілісного та повного уявлення про неї. Це уявлення формується за допомогою всієї інформації про історію, поточний стан та побудований на їх основі прогноз поведінки такої системи. Базуючись на цьому, можна сформувати інформаційну модель СІМС — тотожну структурі системи динамічну структуру даних, кожна компонента якої містить інформацію про стан та процес функціонування відповідної складової системи у поточний момент, минулому та майбутньому, починаючи з найнижчого рівня ієрархії і закінчуючи системою загалом. Подамо інформаційну модель СІМС у вигляді

$$\mathbf{D}(t) = \{\mathbf{D}_{n,j,k}(t)\}_{k=1}^{K_j} \}_{j=1}^{J_n} \}_{n=1}^N,$$

де $\mathbf{D}_{n,j,k}(t) = \{\mathbf{S}_{n,j,k}(t), \mathbf{F}_{n,j,k}(t), \mathbf{I}_{n,j,k}(t)\}$ — інформаційна модель окремої складової n -го ієрархічного рівня СІМС; $\mathbf{S}_{n,j,k}(t) = \{s_{n,j,k,m}(t)\}_{m=1}^{M_{n,j,k}^S}$ — інформація про стан складової як елемента структури; $\mathbf{F}_{n,j,k}(t) = \{f_{n,j,k,m}(t)\}_{m=1}^{M_{n,j,k}^F}$ — інформація про процес функціонування складової як елемента системи; $\mathbf{I}_{n,j,k}(t) = \{i_{n,j,k,m}(t)\}_{m=1}^{M_{n,j,k}^I}$ — інформація про взаємодію складової з іншими об'єктами СІМС та навколишнім середови-

щем; $M_{n,j,k}^S, M_{n,j,k}^F, M_{n,j,k}^I$ — кількість одиниць інформації, наприклад, файлів, у відповідній складовій інформаційній моделі СІМС; $t \in [0, T]$, $t_c \in [0, T]$ — поточний момент часу, $t \in [0, t_c[$ — передісторія, $t \in]t_c, T]$ — період достовірного прогнозу; j — номер підмережі на n -му рівні (номер складової ($n-1$)-го рівня, який визначається через номер підмережі та номер складової у ній); k — номер складової j -ї підмережі n -го рівня.

Основна мета створення інформаційної моделі — спрямованість на відповідні рівні управління СІМС для спрощення процесу прийняття рішень щодо подальших дій стосовно підпорядкованих їм складових системи. Звідси випливають природні вимоги до змісту, форми подання, якості та обсягу даних, якими заповнюється інформаційна модель: об'єктивність, актуальність, зрозумілість, достовірність, мінімальна достатність, повнота тощо [19]. Дослідження, проведені у 2014 р., показали, що кількість англomовних наукових праць, доступних через Google Scholar, перевищує 100 млн [20]. У той же час на запит complex network цей пошуковик видає понад 5 млн результатів. Навіть попри популярність тематики складних мереж, навряд чи кількість наукових праць, присвячених саме їй, сягає 5%. Значно ймовірніше, що це є свідченням наявності у результатах пошуку великої кількості дубльованої та малої кількості важливої інформації. Однак перевірити це, урахувавши кількість отриманих даних, майже неможливо. Інший висновок, який можна зробити, полягає в тому, що значна частина потенційно корисної інформації залишається поза увагою. Подібна ситуація стосується інформаційного опису процесу функціонування багатьох реальних СІМС [21]. Звідси основне завдання, яке постає під час формування інформаційної моделі системи, — це відсіювання дубльованих, неважливих і недостовірних даних та структуризація і зберігання лише корисної інформації. Під структуризацією у цьому разі слід розуміти впорядкування інформації за ознакою її належності до опису конкретної складової СІМС з метою спрощення подальшого пошуку та аналізу (при цьому самі дані можуть бути як структурованими, так і неструктурованими).

Для визначення порядку заповнення та рівня наповненості інформаційної моделі необхідними даними доцільно вводити певні об'єктивні кількісні показники. Порядок заповнення інформацією про складові системи, їх дослідження та моделювання визначатимемо структурою пріоритетності

$$\mathbf{R}(t) = \{\mathbf{R}_{n,j,k}(t)\}_{k=1}^{K_j} \}_{j=1}^{J_n} \}_{n=1}^N,$$

де $\mathbf{R}_{n,j,k}(t) = \{\mathbf{R}_{n,j,k}^S(t), \mathbf{R}_{n,j,k}^F(t), \mathbf{R}_{n,j,k}^I(t)\}$ — показники пріоритетності окремої складової n -го ієрархічного рівня СІМС; $\mathbf{R}_{n,j,k}^S(t) = \{\rho_{n,j,k,m}^S(t)\}_{m=1}^{M_{n,j,k}^S}$ — показники, які визначають пріоритетність стану елементів складової; $\mathbf{R}_{n,j,k}^F(t) = \{\rho_{n,j,k,m}^F(t)\}_{m=1}^{M_{n,j,k}^F}$ — показники, які визначають пріоритетність функцій, які реалізуються складовою; $\mathbf{R}_{n,j,k}^I(t) = \{\rho_{n,j,k,m}^I(t)\}_{m=1}^{M_{n,j,k}^I}$ — показники, які визначають пріоритетність взаємодій складової з іншими об'єктами СІМС та наколишнім середовищем, $k = \overline{1, K_j}$, $j = \overline{1, J_n}$, $n = \overline{1, N}$,

$t \in [0, T]$. Зазвичай, чим більші обсяги потоків проходять через окрему складову (вузол або ребро) СІМС, тим вищою є її пріоритетність у системі. Тому кількісну міру пріоритетності цієї складової доцільно обчислювати, використовуючи значення елементів потокової матриці суміжності СІМС \mathbf{F} . Саме дані про найбільш пріоритетні об'єкти системи мають насамперед вноситись в інформаційну модель і підлягати першочерговому дослідженню. Потоківі характеристики вузлів і ребер мережевих рівнів СІМС дають можливість достатньо обґрунтовано визначати та динамічно змінювати їх пріоритетність у системі зі зміною режиму її функціонування. Пріоритетність складових підмережі певного рівня ієрархії є їх локальною характеристикою і не визначає пріоритетність складової вищого рівня ієрархії, якій вони підпорядковані. Тобто складова може бути високопріоритетною у підмережі, але сама підмережа може бути низькопріоритетною серед інших підмереж даного рівня ієрархії. З іншого боку, пріоритетність складової часто визначає пріоритетність підпорядкованих їй елементів. Дійсно, на міжнародних залізничних лініях неважливо через збої у роботі якої станції (великої чи малої) припиниться рух потягів. При цьому пріоритетність малої станції на міжнародній лінії може бути вищою, ніж великої на регіональній.

Для визначення повноти інформаційної моделі СІМС доцільно вводити структуру даних наповненості

$$\mathbf{C}(t) = \{\mathbf{C}_{n,j,k}(t)\}_{k=1}^{K_j} \}_{j=1}^{J_n} \}_{n=1}^N,$$

де $\mathbf{C}_{n,j,k}(t) = \{\mathbf{C}_{n,j,k}^S(t), \mathbf{C}_{n,j,k}^F(t), \mathbf{C}_{n,j,k}^I(t)\}$ — показники, які визначають наповненість даними про окрему складову n -го ієрархічного рівня СІМС;

$\mathbf{C}_{n,j,k}^S(t) = \{c_{n,j,k,m}^S(t)\}_{m=1}^{M_{n,j,k}^S}$ — показники, які визначають наповненість даними про стан елементів складової;

$\mathbf{C}_{n,j,k}^F(t) = \{c_{n,j,k,m}^F(t)\}_{m=1}^{M_{n,j,k}^F}$ — показники, які визначають наповненість даними про процес функціонування складової;

$\mathbf{C}_{n,j,k}^I(t) = \{c_{n,j,k,m}^I(t)\}_{m=1}^{M_{n,j,k}^I}$ — показники, які визначають наповненість даними про взаємодію складової з іншими об'єктами СІМС та навколишнім середовищем; $k = \overline{1, K_j}$, $j = \overline{1, J_n}$, $n = \overline{1, N}$, $t \in [0, T]$. Основним критерієм наповненості даними про окрему складову є можливість прийняття на їх основі своєчасного правильного рішення щодо подальших дій відносно цієї складової, тобто одиницею вимірювання показників наповненості даними є відсотки, а значення ці показники набувають на відрізьку $[0, 100]$.

Структури $\mathbf{R}(t)$ і $\mathbf{C}(t)$, $t \in [0, T]$ дають змогу кількісно визначати рівень наповнення інформаційної моделі необхідними даними з урахуванням пріоритетності складових СІМС. Так параметр

$$\begin{aligned} \omega_{n,j,k}(t) &= \sum_{m=1}^{M_{n,j,k}^S} \rho_{n,j,k,m}^S(t) c_{n,j,k,m}^S(t) / \sum_{m=1}^{M_{n,j,k}^S} \rho_{n,j,k,m}^S(t) + \\ &+ \sum_{m=1}^{M_{n,j,k}^F} \rho_{n,j,k,m}^F(t) c_{n,j,k,m}^F(t) / \sum_{m=1}^{M_{n,j,k}^F} \rho_{n,j,k,m}^F(t) + \\ &+ \sum_{m=1}^{M_{n,j,k}^I} \rho_{n,j,k,m}^I(t) c_{n,j,k,m}^I(t) / \sum_{m=1}^{M_{n,j,k}^I} \rho_{n,j,k,m}^I(t) \end{aligned}$$

визначає рівень наповненості даними про окрему складову, а параметр

$$W(t) = \sum_{n=1}^N \left(\sum_{j=1}^{J_n} \left(\sum_{k=1}^{K_j} \omega_{n,j,k}(t) / K_j \right) / J_n \right) / N$$

задає кількісну міру наповненості даними інформаційної моделі СІМС з урахуванням пріоритетності її складових у системі.

Навіть, дотримуючись описаних вище принципів формування, інформаційні моделі можуть містити неповні дані надзвичайно великих обсягів, які нереально опрацювати вручну за прийнятні проміжки часу. Одним зі способів вирішення цієї проблеми є формування на основі інформаційної моделі моделей оцінювання СІМС.

МОДЕЛІ ОЦІНЮВАННЯ СКЛАДНИХ ІЄРАРХІЧНО-МЕРЕЖЕВИХ СИСТЕМ

Причиною збоїв або неефективного функціонування системи зазвичай є несвоєчасне або помилкове оцінювання поточного стану або неправильний прогноз її подальшого розвитку. Теорія оцінювання дозволяє визначати передумови, які можуть призвести до таких наслідків у роботі СІМС, та виявляти ті складові системи, які потребують термінового удосконалення стану або оптимізації процесу функціонування. Кожній інформаційній моделі СІМС можна поставити у відповідність модель регулярного та/або інтерактивного оцінювання системи [16]. Модель регулярного оцінювання будується на основі інформації, отриманої під час періодичних планових досліджень СІМС або зібраної протягом певного часу її функціонування, і передбачає [22, 23]:

- локальне оцінювання стану та якості функціонування елементів (вузлів та ребер) системи на нижньому рівні ієрархії СІМС;
- агреговане оцінювання складових системи на всіх рівнях ієрархії, за якого узагальнений висновок про стан та якість функціонування підпорядкованої певній складовій підмережі СІМС є визначальним для оцінювання цієї складової;
- прогностичне оцінювання стану та якості функціонування складових усіх рівнів ієрархії СІМС.

Метою регулярного оцінювання є глибокий і ретельний аналіз стану та процесу функціонування усіх складових системи. При цьому кожній із характеристик складової, які містяться в інформаційній моделі СІМС, ставиться у відповідність набір оцінок її поведінки за певним набором критеріїв та параметрів [24]. Структура агрегованих оцінок є тотожною структурі оцінюваної СІМС, а термін прогнозу не може бути меншим за потрібний для подолання потенційних загроз. Модель регулярного оцінювання можна формалізувати у вигляді динамічної структури даних

$$\mathbf{E}(t_l) = \{\mathbf{E}_{n,j,k}(t_l)\}_{k=1}^{K_j} \sum_{j=1}^{J_n} \sum_{n=1}^N,$$

де $\mathbf{E}_{n,j,k}(t_l) = \{\mathbf{E}_{n,j,k}^S(t_l), \mathbf{E}_{n,j,k}^F(t_l), \mathbf{E}_{n,j,k}^I(t_l)\}$ — модель оцінювання окремої складової n -го ієрархічного рівня СІМС; $\mathbf{E}_{n,j,k}^S(t_l) = \{\mathbf{e}_{n,j,k,m}^S(t_l)\}_{m=1}^{M_{n,j,k}^S}$ —

множина опрацьованих відповідним чином [22] характеристик стану складової як елемента структури та оцінок цього стану; $\mathbf{E}_{n,j,k}^F(t_l) = \{\mathbf{e}_{n,j,k,m}^F(t_l)\}_{m=1}^{M_{n,j,k}^F}$ — множина характеристик процесу функціонування складової як елемента системи та оцінок цього процесу; $\mathbf{E}_{n,j,k}^I(t_l) = \{\mathbf{e}_{n,j,k,m}^I(t_l)\}_{m=1}^{M_{n,j,k}^I}$ — множина характеристик про взаємодію складової з пов'язаними складовими системи та навколишнім середовищем і оцінок ефективності цієї взаємодії, $k = \overline{1, K_j}$, $j = \overline{1, J_n}$, $n = \overline{1, N}$, $t_l = \tau l$, $l = 0, 1, 2, \dots$, — терміни регулярних оглядів або підсумовування результатів функціонування системи, $t_l \in [0, T]$. Структури $\mathbf{C}(t)$ і $\mathbf{R}(t)$ у моделях оцінювання визначають рівень покриття оцінками складових СІМС усіх рівнів ієрархії та пріоритетність аналізу цих оцінок відповідно. Параметри $\omega_{n,j,k}(t_l)$, $k = \overline{1, K_j}$, $j = \overline{1, J_n}$, $n = \overline{1, N}$, та $W(t_l)$, $t_l \in [0, T]$, визначають рівень покриття оцінками окремих складових системи та СІМС загалом.

Модель інтерактивного оцінювання будується на основі результатів неперервного моніторингу процесу функціонування системи і передбачає [25]:

- локальне оцінювання взаємодії потоків та елементів структури (вузлів та ребер) на нижньому рівні ієрархії СІМС;
- агреговане оцінювання взаємодії складових системи на всіх рівнях ієрархії, за якого узагальнений висновок про якість взаємодії елементів підпорядкованої певній складовій підмережі СІМС є визначальним для оцінювання цієї складової;
- прогностичне оцінювання якості взаємодії складових усіх рівнів ієрархії СІМС.

Інтерактивне оцінювання проводиться неперервно у режимі реального часу і полягає у постійному відстежуванні взаємодії мережевих та міжрівневих потоків з вузлами і ребрами СІМС. Висновки, отримані у результаті інтерактивного оцінювання, є опосередкованими, але від того не менш важливими для контролю за станом та якістю функціонування системи. Модель інтерактивного оцінювання формалізується у вигляді динамічної структури даних $\mathbf{E}_{n,j,k}^{CM}(t) = \{\mathbf{e}_{n,j,k,m}^{CM}(t)\}_{m=1}^{M_{n,j,k}^I}$, яка містить множину характеристик неперервної взаємодії потоків, які рухаються СІМС, з елементами її структури та оцінок цієї взаємодії, $k = \overline{1, K_j}$, $j = \overline{1, J_n}$, $n = \overline{1, N}$, $t \in [0, T]$. Узагальнені висновки, отримані внаслідок інтерактивного оцінювання за період між регулярними дослідженнями системи, доцільно включати у модель регулярного оцінювання СІМС [16].

Результати оцінювання видозмінюють послідовність дослідження складових СІМС. Якщо у випадку інформаційних моделей вона визначається структурою $\mathbf{R}(t)$, то в моделях оцінювання ця послідовність природно починається зі складових, які отримали найгірші оцінки, а отже містять найбільші загрози для роботи принаймні пов'язаних з ними складових системи. Загалом, на відміну від інформаційних моделей, моделі оцінювання

містять лише структуровані дані. Застосування таких моделей істотно зменшує обсяги інформації, яку необхідно першочергово проаналізувати, і тим самим є дієвим засобом подолання проблеми складності.

Застосування методів теорії оцінювання не обмежується виключно пошуком незадовільно функціонуючих складових системи. Вона є дієвим інструментом для визначення взірцевих елементів, які можуть слугувати практично досяжним критерієм якості [24], пошуку оптимальних режимів функціонування системи [26] та вибору оптимальної системи із заданого класу еквівалентних систем [27]. Теорія оцінювання може успішно використовуватися для пошуку об'єктів або процесів, поведінка яких виходить за межі відомих стандартів або уявлень. Невідповідність отриманих даних відомим законам або неспроможність пояснити їх за допомогою існуючих теорій призводить до феномену, який отримав назву «виявлення новизни» (novelty detection) [28]. Так, закони ньютонівської механіки дозволили за допомогою інформації про збурення у траєкторії руху планети Уран відкрити планету Нептун. Наступні спостереження за Нептуном змусили астрономів запідозрити існування Плутона.

Часто причини збоїв у функціонуванні системи або окремих її складових лежать поза нею: зміни клімату та негативні явища у живій природі часто є наслідком впливу на них індустріального суспільства, соціальні збурення зазвичай породжуються економічними кризами, планування обсягів виробництва або продажу повинно враховувати наявність конкурентів тощо. Урахування та аналіз міжсистемних взаємодій часто дозволяє виявити ці причини та попередити їх наслідки.

АСОЦІАЦІЇ, КОНГЛОМЕРАТИ ТА СИСТЕМНІ СЕРЕДОВИЩА

У праці [2] розглянуто один із видів міжсистемних взаємодій, який реалізується системами мультиплексного типу. У таких системах елементи однієї мережі одночасно можуть бути складовими багатьох мережевих систем і виконувати у них різні функції. Розглянемо кілька інших видів надсистем, множини елементів яких, на відміну від мультиплексів, не перетинаються. Такі надсистеми можуть утворюватися у результаті взаємодії окремих СІМС одного типу та призначення, для яких мета існування та способи її реалізації є тотожними. Називатимемо такі формації асоціаціями. Фінансові асоціації утворюють банківські та кредитні установи, торговельні асоціації є поєднанням різних торговельних мереж, інформаційні асоціації породжуються різними новинними агенціями, у науковому співтоваристві існує чимало асоціацій, які об'єднують науковців суміжних дисциплін тощо. Якщо область дії систем, які входять до складу асоціації, перетинаються, це може викликати певну конкурентність або навіть конфліктність їх взаємодії. Якщо конкурентність є позитивним чинником, який підвищує ефективність функціонування асоціації загалом (покращення комфортності та здешевлення перевезень у асоціації автоперевізників), то конкурентність часто призводить до знищення окремих її складових (зникнення окремих видів у живій природі). Модель асоціації повинна передбачати реальну або потенційну конфліктність її складових.

Інший спосіб взаємодії складних систем полягає у їх участі у вирішенні важливих для спільної життєдіяльності проблем. Наприклад, подолання наслідків стихійних лих, пандемій, терористичних актів, техногенних катастроф вимагає взаємодії рятувальних та пожежних служб, поліції та органів безпеки, армійських та медичних підрозділів і т. ін. Природною є взаємодія виробників певної продукції, її перевізників, торговельних мереж — реалізаторів та банківських установ, які забезпечують фінансові операції між ними. Проведення міждисциплінарних досліджень потребує співпраці вчених різних наукових спеціальностей. Подібні взаємодії між системами різного типу та призначення існують у політиці, суспільному житті та природі. Людське тіло складається з багатьох різнотипних систем (серцево-судинної, лімфатичної, нервової, опорно-рухової, дихання, травлення тощо). Узгоджене спільне функціонування та взаємодія цих систем власне і утворює живий організм. Надсистеми, які утворюються унаслідок взаємодії кількох різнотипних систем для реалізації певної спільної мети, називатимемо конгломератами. Складові конгломератів зазвичай не конфліктують, адже під час подолання наслідків стихійних лих медикам немає сенсу «конкурувати» з поліцією, а поліції — з вогнеборцями тощо. Очевидно, що асоціації та конгломерати відіграють не менш важливу роль, ніж мультиплекси.

Складові конгломерату можуть бути поєднанням кількох асоціацій. Смысл, який вкладається у поняття типу системи, означає розглядати певне утворення як асоціацію або конгломерат. Якщо ідеться про економіку країни загалом, то поєднання всіх транспортних систем можна розглядати як асоціацію, оскільки у цьому випадку однотипність визначається метою функціонування таких систем, яка полягає у перевезенні пасажирів та вантажів. У той же час, транспортна система країни є конгломератом транспортних систем різних типів (залізничної, автомобільної, авіаційної тощо). Асоціації у такому конгломераті утворюють транспортні компанії, які забезпечують перевезення одного типу, наприклад, автомобільні пасажирські або вантажні. Також інколи виникає потреба розглядати певне утворення як мультиплекс чи конгломерат. Загалом це залежить від мети дослідження. Мережа населених пунктів та шляхів між ними є основою для організації руху потоків різних типів. Із цього погляду її можна розглядати як мультиплекс, кожний шар якого забезпечує рух потоків певного типу і кожний вузол такого мультиплексу може підтримувати рух від одного до всіх можливих типів потоків. Однак взаємодія транспортних систем різних типів з метою транспортування пасажирів та/або вантажів можна розглядати як конгломерат. Отже, залежно від мети дослідження транспортну систему країни можна розглядати як мультиплекс, конгломерат або асоціацію в межах більшого, наприклад, промислового конгломерату.

Існують і більш складні надсистемні утворення, які називатимемо системними середовищами. Системне середовище означає спільне функціонування кількох різнотипних систем, кожна з яких має власну мету існування, однак спільної мети їх взаємодії немає. При цьому цілі існування окремих систем середовища можуть бути антагоністичними. Прикладом є біосфера Землі або її клімат та створене людством індустріальне суспільство. Поєднання таких систем-антагоністів є найскладнішим об'єктом дослідження,

однак воно потрібне, оскільки неможливо прогнозувати розвиток біосфери або зміни клімату без вивчення впливу на них індустріального суспільства. Належність досліджуваної системи до одного з описаних вище надсистемних утворень визначає характер її міжсистемних взаємодій (співпраця, конкурентність, конфліктність, антагоністичність), що безумовно повинно впливати на вид моделі системи, зокрема її реагування на зовнішні впливи.

ВИСНОВКИ

У роботі проаналізовано принципи формування системних ієрархій та складних систем з ієрархічно-мережевою структурою. Визначено потокову матрицю суміжності СІМС, яка дозволяє досліджувати функціональні особливості системи, пов'язуючи їх зі складовими структурами. Уведено поняття потокової серцевини СІМС, яка дає змогу будувати спрощені моделі системи меншої розмірності, одночасно відстежуючи кількісну міру збереження її адекватності. Запропоновано принципи формування інформаційних моделей та моделей оцінювання СІМС і проаналізовано їх переваги та недоліки. Основною вадою інформаційних моделей є величезні обсяги даних, які часто не піддаються оперативному аналізу, не дозволяють формувати своєчасні прогнози та виробляти правильні рішення. Моделі оцінювання у цьому розумінні є значно гнучкішими та динамічнішими, оскільки вони є водночас відображенням інформаційних моделей у чітко структуровану сукупність оцінок стану та якості функціонування, починаючи зі складових системи найнижчого рівня ієрархії і закінчуючи системою загалом. Основною перевагою моделей оцінювання є на порядки менші обсяги інформації, які значно легше піддаються аналізу та дозволяють оперативно локалізувати найбільш загрозливі складові системи. Тотожність структур СІМС, її інформаційної моделі та моделі оцінювання уможливорює перехід від незадовільної оцінки складової до даних, які описують її стан та процес функціонування, аналізу цієї інформації з метою дослідження причин виявлених недоліків та усунення цих недоліків безпосередньо у складовій системі. Досліджуючи складні мережеві та ієрархічно-мережеві системи, неможливо нехтувати внутрішніми та зовнішніми впливами на них. Уведені в роботу поняття асоціації, конгломерату та системного середовища дають змогу аналізувати характер цих впливів та враховувати їх наслідки.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Поліщук О.Д.* Мережеві структури та системи: I. Потокові характеристики складних мереж / О.Д. Поліщук, М.С. Яджак // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 2. — С. 42–54.
2. *Поліщук О.Д.* Мережеві структури та системи: II. Серцевини мереж та мультиплексів / О.Д. Поліщук, М.С. Яджак // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 3. — С. 38–51.
3. *Barabasi A.-L.* The Architecture of Complexity / A.-L. Barabasi // IEEE Control Systems. — 2007. — Vol. 27 (4). — P. 33–42. DOI: <https://doi.org/10.1109/MCS.2007.384127>.
4. *Pattee H.* Hierarchy Theory: The Challenge of Complex Systems / H. Pattee. — New York: George Braziller, 1973. — 389 p.

5. *Ahl V.* Hierarchy Theory: A Vision, Vocabulary, and Epistemology / V. Ahl, T. Allen. — New York: Columbia University Press, 1996. — 206 p.
6. *Rajan R.G.* Financial systems, industrial structure, and growth / R.G. Rajan, L. Zingales // *Oxford review of economic Policy*. — 2001. — Vol. 17 (4). — P. 467–482. DOI: <https://doi.org/10.1093/oxrep/17.4.467>.
7. *Marsan G.A.* Towards a mathematical theory of complex socio-economical systems by functional subsystems representation / G.A. Marsan, N. Bellomo, M. Egidi // *Kinetic and Related Models*. — 2008. — Vol. 1 (2). — P. 249–278.
8. *Allen L.* Nature insight: Complex systems / L. Allen // *Nature*. — 2001. — Vol. 410 (241). DOI: <https://doi.org/10.1038/35065672>.
9. *Pavé A.* Modeling of Living Systems: From Cell to Ecosystem / A. Pavé. — New York: John Wiley & Sons, 2012. — 620 p.
10. *Pumain D.* Hierarchy in Natural and Social Sciences / D. Pumain. — Berlin: Springer Science & Business Media, 2005. — 246 p.
11. *Simon H.* The architecture of complexity: Hierarchic systems / H. Simon // *Proceedings of the American Philosophical Society*. — 1962. — Vol. 106. — P. 467–482.
12. *Polishchuk D.* Complex Evaluation of Hierarchically-Network Systems / D. Polishchuk, O. Polishchuk, M. Yadzhaik // *Automatic Control and Information Sciences*. — 2014. — Vol. 2 (2). — P. 32–44. DOI: <https://doi.org/10.12691/acis-2-2-1>.
13. *Scott W.R.* Organizations and organizing: Rational, natural and open systems perspectives / W.R. Scott, G.F. Davis. — London: Routledge, 2015. — 464 p.
14. *Fontoura Costa da L.* The hierarchical backbone of complex networks / L. da Fontoura Costa // *Physical review letters*. — 2004. — Vol. 93 (9). — 098702. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.098702>.
15. *Ravasz E.* Hierarchical organization in complex networks / E. Ravasz, A.-L. Barabási // *Physical Review E*. — 2003. — Vol. 67 (2). — 026112. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.67.026112>.
16. *Поліщук Д.О.* Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно-мережевих систем: I. Опис методики / Д.О. Поліщук, О.Д. Поліщук, М.С. Яджак // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — 2015. — № 1. — С. 21–31.
17. *Schwenk H.* Teradata Universe: Regaining Focus / H. Schwenk. — 2017. — 5 p. — Available at: <http://www.idc.com/getdoc.jsp?containerId=EMEA42717517>.
18. *Hilbert M.* How much information is there in the “information society”? / M. Hilbert // *Significance*. — 2012. — Vol. 9 (4). — P. 8–12. DOI: <http://dx.doi.org/10.1111/j.1740-9713.2012.00584.x>.
19. *Chessell M.* Common Information Models for an Open, Analytical, and Agile World / M. Chessell, G. Sivakumar, D. Wolfson et al. — New York: IBM Press, 2015. — 240 p.
20. *Khabsa M.* The Number of Scholarly Documents on the Public Web / M. Khabsa, C.L. Giles // *PLoS ONE*. — 2014. — Vol. 9 (5). — e93949. DOI: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0093949>.
21. *Bawden D.* The dark side of information: overload, anxiety and other paradoxes and pathologies / D. Bawden, L. Robinson // *Journal of information science*. — 2008. — Vol. 35 (2). — P. 180–191. DOI: <https://doi.org/10.1177/0165551508095781>.
22. *Поліщук Д.О.* Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно-мережевих систем: II. Локальне та прогностичне оцінювання / Д.О. Поліщук, О.Д. Поліщук, М.С. Яджак // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — 2015. — № 2. — С. 26–38.
23. *Поліщук Д.О.* Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно-мережевих систем: III. Агреговане оцінювання / Д.О. Поліщук,

- О.Д. Поліщук, М.С. Яджак // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 4. — С. 20–31.
24. *Polishchuk D.* About Evaluation of Complex Dynamical Systems / D. Polishchuk, O. Polishchuk // Journal of Complex Systems. — 2013. — Vol. 2013, Article ID 204304. — 6 p. — Available at: <http://dx.doi.org/10.1155/2013/204304>.
25. *Поліщук Д.О.* Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно-мережевих систем: IV. Інтерактивне оцінювання / Д.О. Поліщук, О.Д. Поліщук, М.С. Яджак // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 1. — С. 7–16.
26. *Поліщук О.Д.* Вибір оптимальних режимів функціонування складних динамічних систем / О.Д. Поліщук // Мат. методи і фіз.-мех. поля. — 2005. — Вип. 48 (3). — С. 62–67.
27. *Поліщук О.Д.* Про вибір оптимальної динамічної системи з класу еквівалентних систем / О.Д. Поліщук // Відбір і обробка інформації. — 2004. — Вип. 20 (96). — С. 23–28.
28. *Markou M.* Novelty detection: a review – part 1: Statistical approaches / M. Markou, S. Singh // Signal Processing. — 2003. — Vol. 83 (12). — P. 2481–2497. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2003.07.018/>.

Надійшла 08.02.2018

**СВЯЗЬ ПАРАМЕТРОВ МНОЖЕСТВА ВОЗМОЖНЫХ
СОСТОЯНИЙ НАБЛЮДАЕМОЙ СИСТЕМЫ
С ПАРАМЕТРАМИ УРАВНЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ
И РАЗМЕРНОСТЬЮ ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ
СИСТЕМЫ**

Н.Д. ПАНКРАТОВА, А.В. ШОЛОХОВ

Аннотация. Рассмотрено гарантированное эллипсоидальное оценивание множества возможных состояний линейной системы, при котором минимизируется многомерный объём эллипсоида, аппроксимирующего пересечение априорного эллипсоида, ограничивающего множество возможных состояний системы, и множества измерений, представляющего «гиперслои» в том же пространстве состояний. Сформулирована и доказана теорема о соотношении параметров априорного эллипсоида, параметров уравнения измерений и размерности пространства состояний, улучшающем оценки состояния системы по критерию минимума многомерного объёма апостериорного эллипсоида. На основании теоремы предложено упрощение алгоритма оценивания, которое исключает особый случай, — деление на ноль и принятие дополнительных мер для этого случая. Предложенное упрощение приводит к некоторому ухудшению эллипсоидальной оценки согласно принятого критерия минимизации в общем случае, а в предельном случае сходится к оптимальной оценке. Результаты проиллюстрированы примером оценивания статического состояния системы. Сравнены методы: оптимальный, упрощённый, предложенный в этой работе, и метод наименьших квадратов. Приведены полученные значения: точечная оценка и множественная эллипсоидальная оценка — величины полусей апостериорных эллипсоидов.

Ключевые слова: алгоритм гарантированного эллипсоидального оценивания, множество достижимости, «гиперслои», уравнение измерений состояния системы, фазовое пространство состояний системы, верхняя граница оценки состояния системы, метод наименьших квадратов.

ВВЕДЕНИЕ

В данной работе продолжены исследования алгоритма гарантированного эллипсоидального оценивания состояния линейной управляемой системы в фазовом пространстве состояний [1, 2], в которой измеряется только одна проекция вектора её состояния. Измерение содержит погрешность. Множество возможных состояний системы минимизируется по объёму. Геометрически результат работы алгоритма — эллипсоидальная аппроксимация пе-

ресечения априорного эллипсоида, которым аппроксимировано множество достижимости линейной управляемой системы [3], и «гиперслоя», представляющего согласно данным измерения множество возможных состояний управляемой системы, ограниченное двумя параллельными гиперплоскостями. Рассматриваются и исследуются соотношения между размерностью пространства состояний системы, параметрами измерительного устройства—уравнения измерений, включая погрешность измерения, и параметрами эллипсоидального множества возможных состояний системы. В результате можно получить верхнюю границу оценки состояния системы при выборе конкретного измерительного устройства, максимальной его погрешности в известных границах возмущающего воздействия на систему. Необходимость в этом часто возникает в практических случаях, когда статистические характеристики возмущения и погрешности измерения определить невозможно, невыгодно из экономических соображений или нет времени на их определение, однако граничные их значения известны из физических или конструктивных особенностей управляемого объекта и измерителя.

Параметры эллипсоида минимального объема, описанного вокруг сферического слоя или сегмента, были найдены для полусферы [4] и для «гиперслоя» [5]. В работе [6] предложен алгоритм эллипсоидальной аппроксимации по критерию минимума объема для общего случая пересечения эллипсоида и «гиперслоя», а в [1] получено условие использования измерения, согласно которому априорный эллипсоид и «гиперслоя» лишь касаются друг друга. Дальнейшие исследования проведем для случая, когда «гиперслоя» пересекает априорный эллипсоид.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть исходный эллипсоид задан в виде

$$x_j \in E_j = \{x_j : (x_j - \tilde{x}_j)^T H_j^{-1} (x_j - \tilde{x}_j) \leq 1\}, \quad (1)$$

$j \in T_0, \quad j = 1, \dots, k \quad (k < \infty)$ — дискретное время; $E_j \subset X_j = R^n$ — компактное множество возможных значений исходного состояния; \tilde{x}_j и $H_j^T = H_j > 0$ — заданные n -мерный вектор и $(n \times n)$ -матрица соответственно. Уравнение измерения

$$y_j = h^T x_j + \xi_j, \quad |\xi_j| \leq c, \quad j = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

где $y_j \in R^1$; $h \in R^n, \|h\| = 1$ — параметр измерительного устройства; $\xi_j \in R^1$ — ограниченная помеха измерений; $c \geq 0$ — заданная константа в R^n определяет «гиперслоя»

$$S(y_j, x_j) = S_j = \{x_j : (y_j - h^T x_j)^2 \leq c^2\}. \quad (3)$$

На основе выражений (1) и (3) строится гарантированная эллипсоидальная оценка

$$E_{j+1} \supset E_j \cap S_j, \quad E_{j+1} = \{x_{j+1} : (x_{j+1} - \tilde{x}_{j+1})^T H_{j+1}^{-1} (x_{j+1} - \tilde{x}_{j+1}) \leq 1\}, \quad (4)$$

меньшая или равная по объему предыдущей (1). Иначе оставляем исходный эллипсоид.

Согласно работе [1] получим аппроксимирующий эллипсоид (4), параметры которого зависят от степени пересечения априорного эллипсоида и «гиперслоя»:

$$\tilde{x}_{j+1} = \tilde{x}_j + \tau_j e_j^{-1} H_j h_j \sigma_j; \quad (5)$$

$$H_{j+1} = (H_j - \tau_j e_j^{-2} H_j h h^T H_j) \gamma_j^2; \quad (6)$$

$$\gamma_j^2 = 1 + \tau_j (\chi_j^2 (1 - \tau_j)^{-1} - \sigma_j^2); \quad (7)$$

$$\tau_j = (q_j^{-1} + e_j^2)^{-1} e_j^2, \quad 0 \leq \tau_j < 1. \quad (8)$$

Здесь: \tilde{x}_j — центр априорного эллипсоида; \tilde{x}_{j+1} — центр аппроксимирующего эллипсоида; $e_j = \sqrt{h_j^T H_j h_j}$ — «энергетическая норма» [7] матрицы H_j эллипсоида E_j ; $\Delta_j = y_j - h_j^T \tilde{x}_j$ — расстояние от центра априорного эллипсоида E_j до середины «гиперслоя» S_j вдоль направления h_j ; $\sigma_j = \Delta_j e_j^{-1}$; τ_j — шаг алгоритма; $q_j^{-1} \geq c e_j$ — подстроечный параметр, полученный из условия использования измерения (2) в случае, когда «гиперслоем» лишь касается исходного эллипсоида; $\chi_j = c e_j^{-1}$ — нормированная полуширина «гиперслоя».

Условие информативности измерения y_j записывается в виде [1]

$$(1 - \tau_j)(1 + \tau_j(\chi_j^2(1 - \tau_j)^{-1} - \sigma_j^2))^n \leq 1. \quad (9)$$

Чем меньше левая часть при принятом выражении для τ_j , тем информативнее y_j . Требуется найти такие соотношения между параметрами χ_j , σ_j и размерностью пространства состояний n в алгоритме, чтобы при имеющемся y_j левая часть неравенства (9) была бы минимальной. Будем искать также значения χ_j , σ_j , при которых (9) превращается в равенство.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Продифференцируем левую часть неравенства (9), приравняем полученный результат к нулю и проведём возможные упрощения:

$$(n+1)\sigma_j^2\tau_j^2 + (\chi_j^2 - (1-2n)\sigma_j^2 - 1)\tau_j + 1 + n(\sigma_j^2 - \chi_j^2) = 0. \quad (10)$$

Решив уравнение (10) и взяв положительный корень, получим оптимальное соотношение для τ_j .

Подобным образом решение получено для q_j [10]. Подставив его в выражение (8), получим такое же решение (10). Однако это решение имеет

знаменатель $(n+1)\sigma_j^2$. Тогда при $\sigma_j = 0$ возникает особенность — деление на ноль. Во избежание этого вводится ограничение $\sigma_j > \delta$, где δ — некоторая малая константа. В случае $\sigma_j \leq \delta$ необходимо перейти к другому выражению для τ_j — решению линейного уравнения, полученного из уравнения (10), если положить в нём $\sigma_j^2 = 0$. Чтобы избежать этого предлагается выбор выражения для τ_j другим путём. Сначала исследуем предельный случай — равенство в выражении (9), которое справедливо при $\tau_j = 0$. Подставив в уравнение (10) $\tau_j = 0$, получим значения χ_j , σ_j , при которых (9) превращается в равенство:

$$\chi_j^2 - \sigma_j^2 = n^{-1} \text{ или } \sigma_j = \sqrt{\chi_j^2 - n^{-1}}, \text{ либо } \chi_j = \sqrt{n^{-1} + \sigma_j^2}. \quad (11)$$

Таким образом, сформулируем **теорему**:

Пусть $E_j \cap S_j \neq \emptyset$. Тогда, для того чтобы измерение y_j было информативным, т.е. выполнялось условие (9), необходимо и достаточно, чтобы выполнялось $\sigma_j \leq \sqrt{\chi_j^2 - n^{-1}}$.

Следствие. Если $\sigma_j = 0$, т.е. середина «гиперслоя» S_j с полушириной χ_j проходит через центр априорного эллипсоида E_j , выражающего неопределённость состояния, с матрицей H_j , то зависимость между H_j , размерностью пространства состояний n , полушириной χ_j (максимальной величиной погрешности измерения c) и параметрами измерительного устройства приобретает вид: $c \leq \sqrt{n^{-1} h^T H_j h}$.

Далее сформулируем **лемму о выборе шага** τ_j . Пусть $E_j \cap S_j \neq \emptyset$. Прологарифмируем выражение (9): $\ln(1 - \tau_j) + n \ln(1 + \tau_j(\chi_j^2(1 - \tau_j)^{-1} - \sigma_j^2)) \leq 0$. Отсюда $n \ln(1 + \tau_j(\chi_j^2(1 - \tau_j)^{-1} - \sigma_j^2)) \leq -\ln(1 - \tau_j)$. При $0 \leq \tau_j < 1$ на основании известного неравенства [8] имеем $\ln(1 + \tau_j) \leq \tau_j, \forall \tau_j > -1$, откуда $\tau \leq \ln \frac{1}{1 - \tau}$. Переходим вначале к неравенству $n \ln(1 + \tau_j(\chi_j^2(1 - \tau_j)^{-1} - \sigma_j^2)) \leq n\tau_j(\chi_j^2(1 - \tau_j)^{-1} - \sigma_j^2)$, а затем к $n\tau_j(\chi_j^2(1 - \tau_j)^{-1} - \sigma_j^2) \leq \tau_j$, которое стремиться к равенству быстрее, чем (9). Тогда

$$\tau_j = 1 - \chi_j^2(1 + n\sigma_j^2)^{-1}. \quad (12)$$

Приравняв неравенство (12) к нулю, получим выражения (11).

В работе [6] переопределяются параметры «гиперслоя» — полуширина χ_j и расстояние σ_j — до его середины в случае пересечения эллипсоида «гиперслоем» только одной своей границей: $|\sigma_j| - \chi_j < 1 < |\sigma_j| + \chi_j$. То есть

выполняется переопределение: $|\sigma_{j,\text{corr}}| + \chi_{j,\text{corr}} = 1$. Здесь: $\sigma_{j,\text{corr}} = (1 + |\sigma_j| - \chi_j)/2$; $\chi_{j,\text{corr}} = (1 - |\sigma_j| + \chi_j)/2$ — переопределённые параметры. Подставив $\chi_j = \sqrt{n^{-1} + \sigma_j^2}$ из равенства (11) в $|\sigma_{j,\text{corr}}| + \chi_{j,\text{corr}} = 1$, получим $|\sigma_{j,*}| = (n-1)/(2n)$, откуда $\chi_{j,\text{lim}} = (n+1)/(2n)$. При $\sigma_j = 0$ и $|\sigma_{j,*}| = (n-1)/(2n)$ покажем на графиках (рис. 1) значения левой части выражения (9) — критерия информативности изменении χ_j от малого значения до $\chi_j = 1/\sqrt{n}$ и $\chi_{j,\text{lim}} = (n+1)/(2n)$, $n = 2$.

По оси ординат отсчитываем значение критерия информативности, по оси абсцисс — полуширину «гиперслоя». Сплошной линией показан субоптимальный график (Suboptimal), пунктирной — оптимальный график (Optimal). На рис. 1, а показаны графики при прохождении середины «гиперслоя» через центр априорного эллипсоида: $\sigma = 0$, а на рис. 1, б — когда середина «гиперслоя» на расстоянии $|\sigma_{j,*}| = (n-1)/(2n)$ от центра априорного эллипсоида.

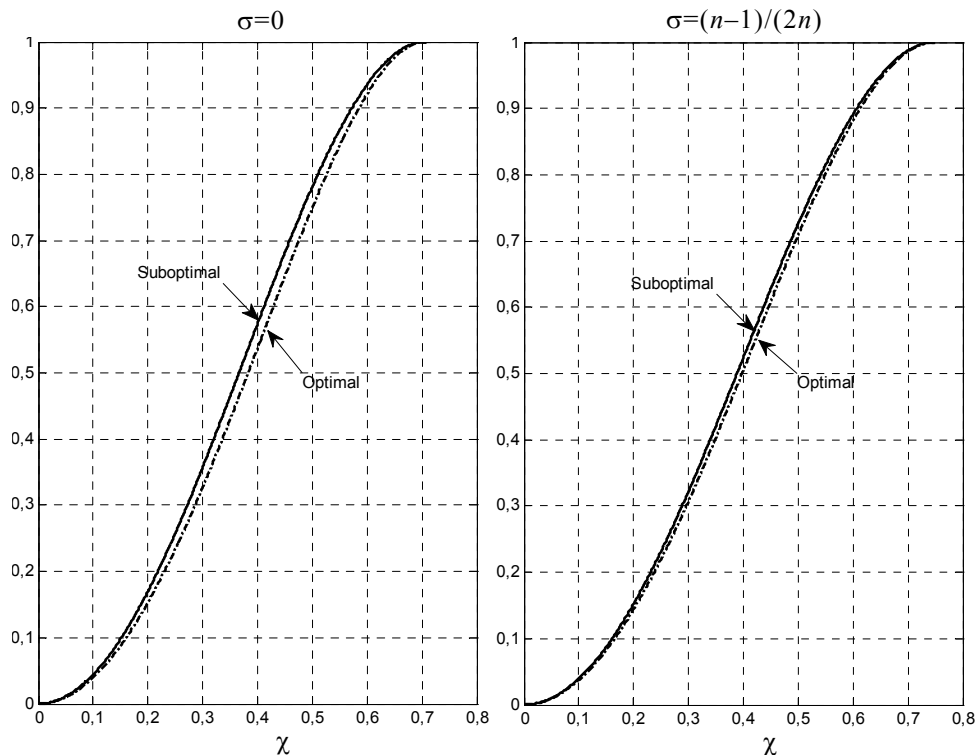


Рис. 1

ОЦЕНКА ПОЛОЖЕНИЯ НЕПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА ПО ТРЁМ ЕГО ЦЕЛЕНГАМ, ВЗЯТЫМ ИЗ РАЗНЫХ ТОЧЕК

Для иллюстрации работы алгоритма возьмём пример из работы [9] (рис. 2).

Требуется оценить положение (x, y) точки A , лежащей на плоскости, по измерениям углов z_i , производимым из нескольких точек B_i ($i = 1, 2, \dots, k$), которые расположены на линии отсчёта Ox на расстоянии l_i от начала координат. С положением точек A и B_i угловые измерения z_i связаны нелинейными уравнениями:

$$z_i = \operatorname{arctg} \frac{y}{x - l_i} + v_i, \quad (13)$$

где v_i — случайная ошибка, допущенная при измерении угла z_i .

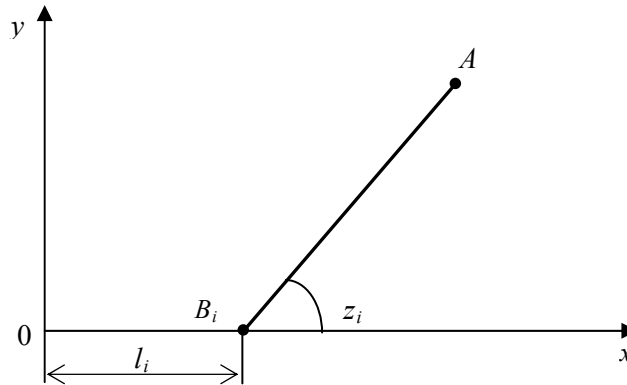


Рис. 2

Предположим, что $|z_i| \leq c$, где c — известная константа. Линеаризуем выражение (13) в окрестности априорной оценки положения (x, y) , которую обозначим как (\bar{x}, \bar{y}) : $dz = h_i[x_i - \bar{x}, y_i - \bar{y}]^T + v_i$, $dz = z_i - \bar{z}_i$, $h_i = [h_{1,i}, h_{2,i}]$,

$\bar{z}_i = \operatorname{arctg} \frac{\bar{y}}{\bar{x} - l_i}$, $h_{1,i} = \left(\frac{\partial z_i}{\partial x} \right)_{x=\bar{x}, y=\bar{y}}$, $h_{2,i} = \left(\frac{\partial z_i}{\partial y} \right)_{x=\bar{x}, y=\bar{y}}$. Пусть $k = 3$ и заданы дан-

ные: $l_1 = 0$, $l_2 = 152,5\text{м}$, $l_3 = 305\text{м}$; $z_1 = 30,1^\circ$, $z_2 = 45,0^\circ$, $z_3 = 73,6^\circ$;

$R = E[v_i v_j] = \operatorname{diag}(r_{ii})$: $r_{11} = 0,01$, $r_{22} = 0,01$, $r_{33} = 0,04$, где размерность r_{ii} — градус²; начальная точечная оценка $\bar{x}_0 = 369\text{м}$, $\bar{y}_0 = 213,5\text{м}$; матрица

гарантированного эллипса начального состояния $H_0 = 9 \begin{bmatrix} 1,045 & 0,967 \\ 0,967 & 1,183 \end{bmatrix}$ и

максимальное значение погрешности измерения $v_i^2 = r_{33} = 0,04$. Получим оценку методом наименьших квадратов (МНК) по трём измерениям, как в работе [9], и методом гарантированного оценивания. Используем выражение для шага τ_j (12) и выражение для подстроечного параметра q_j из работы [6], подставив его в выражение (8) и получив τ_j либо, что то же самое, решив уравнение (10) и взяв его положительный корень. Процесс получения оценки (4) по формулам (5)–(8) изображен на рис. 3.

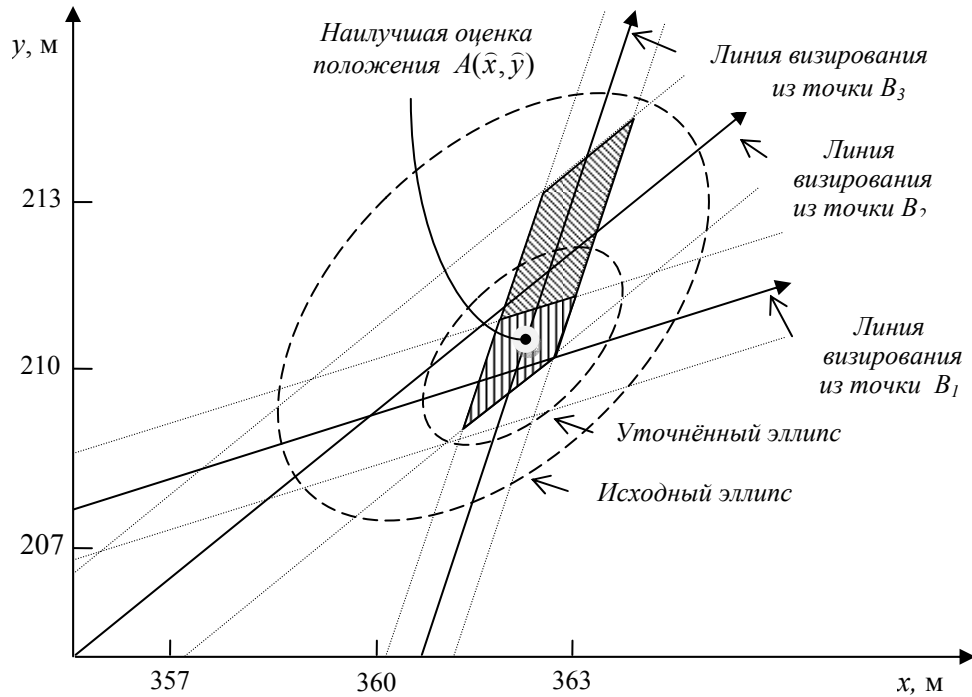


Рис. 3

Результаты оценивания приведены в табл. 1.

Таблица 1

Метод	Параметры		
	$\hat{x}_3, \text{м}$	$\hat{y}_3, \text{м}$	Корни из собственных чисел матрицы (полуоси эллипса) $H_3, \text{м}$
МНК [9]	370,5	214,1	$1\sigma = 39\% : 1,451 ; 0,392$
Г.О. (12)	368,7	213,2	3,999 ; 0,744
Г.О. [6]	368,8	214,0	2,236 ; 0,726

Повернув исходный эллипсоид на 90° против часовой стрелки (на рис. 3 не показано), снова выполним вычисления, результаты которых приведены в табл. 2.

Таблица 2

Метод	Параметры		
	$\hat{x}_3, \text{м}$	$\hat{y}_3, \text{м}$	Корни из собственных чисел матрицы (полуоси эллипса) H_3
МНК [9]	354	227,44	$1\sigma = 39\% : 0,38 ; 1,443$
Г.О. (12)	368,7	213,66	0,777 ; 2,559
Г.О. [6]	368,34	214,0	1,007 ; 1,545

ВЫВОДЫ

Несмотря на меньшие значения суммы квадратов полуосей эллипсоидов, полученных с помощью МНК по сравнению с эллипсоидами, полученными с помощью метода гарантированного оценивания согласно формуле (12) и работе [6], оценка МНК существенно зависит от исходного предположения о начальной точечной оценке. Гарантированное оценивание такой зависимости оценки от исходных предположений не показало, что свидетельствует о большей надёжности метода. Применение предложенного в работе выражения для субоптимального шага в алгоритме эллипсоидального оценивания не влечёт заметного ухудшения качества оценивания, но оказывается более простым, чем выражение для оптимального шага.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бакан Г.М.* К построению робастного алгоритма гарантированного оценивания состояния линейной управляемой системы / Г.М. Бакан, А.В. Шолохов // Проблемы управления и информатики. — 2007. — № 1. — С. 16–25.
2. *Шолохов А.В.* К эллипсоидальному оцениванию состояния линейной динамической системы по скалярному наблюдателю / А.В. Шолохов // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2008. — № 3. — С. 78–87.
3. *Черноусько Ф.Л.* Оценка фазового состояния динамических систем / Ф.Л. Черноусько. — М.: Наука, 1988. — 320 с.
4. *Юдин Д.Б.* Информационная сложность и эффективные методы решения выпуклых экстремальных задач / Д.Б. Юдин, А.С.Немировский // Экономика и математические методы. — 1976. — Т. 12. — Вып. 2. — С. 357–369.
5. *Шор Н.З.* Об одном семействе алгоритмов для решения задач выпуклого программирования / Н.З. Шор, В.И. Гершович // Кибернетика. — 1979. — №4. — С. 62–67.
6. *Волосов В.В.* Об одном способе построения эллипсоидальных оценок в задачах нестохастической фильтрации и идентификации параметров управляемых систем / В.В. Волосов // Автоматика. — 1991. — № 3. — С. 24–32.
7. *Воеводин В.В.* Матрицы и вычисления / В.В. Воеводин, Ю.А. Кузнецов. — М.: Наука, 1984. — 320 с.
8. *Абрамович М.* Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами / М. Абрамович, И. Стиган. — М.: Наука, 1979. — 832 с.
9. *Брайсон А.* Прикладная теория оптимального управления / А. Брайсон, Х. Ю-ши. — М.: Мир, 1972. — 544 с.

Поступила 16.11.2018

ПОДАВЛЕНИЕ ОГРАНИЧЕННЫХ ВНУТРЕННИХ И ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ИМПУЛЬСНЫМИ ПРОЦЕССАМИ В КОГНИТИВНЫХ КАРТАХ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

В.Д. РОМАНЕНКО, Ю.Л. МИЛЯВСКИЙ

Аннотация. Рассмотрена возможность подавления ограниченных внутренних и внешних возмущений в сложных системах разной природы. Динамика систем представлена математическими моделями импульсных процессов в когнитивных картах (КК). Модель динамики импульсных процессов КК декомпозирована на две взаимосвязанные системы разностных уравнений соответственно с измеряемыми и неизмеряемыми координатами вершин. Изменения координат неизмеряемых вершин КК рассмотрены как ограниченные внешние возмущения в первой системе уравнений модели КК для импульсных процессов с измеряемыми координатами. В качестве внутренних возмущений рассмотрены колебания координат измеряемых вершин КК, вызванные изменениями весовых коэффициентов КК относительно их значений, оцененных на основе предварительно проведенной идентификации. Для подавления указанных возмущений синтезирована замкнутая система робастного управления с применением метода инвариантных эллипсоидов.

Ключевые слова: когнитивная карта, линейные матричные неравенства, инвариантный эллипсоид, регулятор состояния, замкнутая система управления.

ВВЕДЕНИЕ

Для исследования сложных систем большой размерности с многочисленными перекрестными связями в настоящее время широко применяется когнитивное моделирование, в основе которого лежит понятие когнитивной карты (КК). К таким сложным системам можно отнести экономические, социальные, финансовые, политические, образовательные, экологические и другие системы. Когнитивная карта представляет собой взвешенный ориентированный граф, вершины (узлы) которого — отдельные компоненты (концепты) сложной системы, а ребра описывают взаимосвязи между этими компонентами. Импульсный процесс в КК представляет собой переходной процесс в системе в дискретном времени, который возникает между вершинами КК при воздействии внешнего или внутреннего возмущения (импульса) на одну или несколько из этих вершин. Правило изменения координат вершин КК при импульсном процессе формулируют в виде разностного уравнения первого порядка в приращениях переменных [1]:

$$\Delta z_i(k+1) = \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \Delta z_j(k), \quad (1)$$

где $\Delta z_i(k) = z_i(k) - z_i(k-1)$, α_{ij} — весовой коэффициент дуги взвешенного ориентированного графа, которая соединяет j -ю вершину КК с i -й; n — количество вершин КК. В векторно-матричной форме выражение (1) принимает вид

$$\Delta \bar{Z}(k+1) = A \Delta \bar{Z}(k), \quad (2)$$

где A — транспонированная весовая матрица смежности КК, составленная из весовых коэффициентов ее ребер; $\Delta \bar{Z}$ — вектор приращений координат z_i . Разностное выражение (2) описывает свободное (неуправляемое) движение сложной системы при импульсном процессе.

АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работах [2, 3] приведены теоретические положения о подавлении произвольных ограниченных внешних возмущений в терминах инвариантных эллипсоидов путем синтеза статической обратной связи по состоянию, которая минимизирует размер инвариантного эллипсоида динамической системы. Реализуется робастное управление, задачи анализа и синтеза которого сводятся к эквивалентным условиям в виде линейных матричных неравенств (ЛМН), решаемых численно на основе полуопределенного программирования.

В работе [4] решена задача подавления ограниченных внешних возмущений на основе инструментария инвариантных эллипсоидов [3] при реализации замкнутой системы управления импульсными процессами в КК сложных систем. Общая модель динамики импульсных процессов в КК (2) декомпозируется на две взаимосвязанные системы разностных уравнений

$$\Delta \bar{Y}(k+1) = A_1 \Delta \bar{Y}(k) + D \Delta \bar{X}(k); \quad (3)$$

$$\Delta \bar{X}(k+1) = C \Delta \bar{X}(k) + \Psi \Delta \bar{Y}(k), \quad (4)$$

где \bar{Y} — вектор измеряемых координат вершин КК; \bar{X} — вектор неизмеряемых координат. Матрицы A_1 , C , D , Ψ составляются из коэффициентов матрицы A исходной модели (2) импульсного процесса КК. Матрицы D , Ψ отражают взаимосвязи между первой (3) и второй (4) частями исходной КК (2). Изменения неизмеряемых координат $\Delta \bar{X}(k)$ учитываются в качестве внешних ограниченных возмущений с неизвестными вероятностными характеристиками в первой системе уравнений (3) модели КК, составленной для импульсных процессов с измеряемыми координатами \bar{Y} .

Для подавления ограниченных возмущений $\Delta \bar{X}(k)$ посредством реализации статической обратной связи по состоянию синтезируется вектор управления

$$\Delta \bar{u}(k) = -K_p \Delta \bar{Y}(k),$$

который воздействует непосредственно на измеряемые координаты вершин первой системы уравнений импульсных процессов согласно уравнению состояния

$$\Delta \bar{Y}(k+1) = A_1 \Delta \bar{Y}(k) + B \Delta \bar{u}(k) + D \Delta X(k).$$

Управление осуществляется за счет изменения ресурсов вершин КК, на которые воздействует вектор $\Delta \bar{u}(k)$.

В работе [5] исследована идентификация весовых коэффициентов матрицы смежности A_1 КК по экспериментальным данным. Рассмотрены три метода идентификации, которые отличаются областями применимости и качеством получаемых результатов. Первый метод разработан для детерминированной среды, когда все вершины КК $\bar{Y}(k)$ измеряются точно. Второй метод позволяет получить гарантированные интервалы оценок в случае ограниченных шумов измерений. Однако он применим только при невысоких уровнях шума либо при очень хорошо обусловленной матрице измерений. Третий метод наиболее общий и основывается на методе наименьших квадратов. Проведены теоретические и практические исследования, которые выявили зависимость точности идентификации от соотношения шума к полезному сигналу, от длительности интервала наблюдений, от длительности периода подачи тестирующих возбуждающих воздействий и от количества вершин КК, на которые эти воздействия подаются. Предложенные в работе процедуры регуляризации обеспечивают устойчивость получаемых решений и повышают точность оценивания коэффициентов матрицы A_1 в случае, когда известна дополнительная информация о нулевых связях между определенными вершинами y_i КК.

В процессе функционирования сложной системы изменяется влияние отдельных ее координат друг на друга. Поэтому значения весовых коэффициентов матриц смежности A_1 в модели импульсного процесса КК, оцененные в процессе идентификации на определенном промежутке времени [5], в дальнейшем изменяются.

В данной работе изменение весовых коэффициентов $\Delta A_1(k)$ относительно базовых значений \hat{A}_1 , оцененных посредством проведенной идентификации, предлагается учитывать в модели импульсного процесса КК при формировании внутренних неизмеряемых возмущений в КК. Для этого исходную модель (3) предлагается рассматривать в виде

$$\Delta \bar{Y}(k+1) = A_1 \Delta \bar{Y}(k) + \Delta A_1 \Delta \bar{Y}(k) + D \Delta \bar{X}(k), \quad (5)$$

где $\Delta A_1(k) = A_1 - A_{1\text{var}}(k)$ — изменение матрицы смежности КК на протяжении периода дискретизации. Предполагается, что A_1 — матрица смежности, предварительно оцененная на основе идентификации [5], а $A_{1\text{var}}(k)$ — реальное неизвестное изменяемое значение матрицы A_1 в процессе функционирования сложной системы.

Цель работы — исследование возможности подавления ограниченных внешних и внутренних возмущений импульсных процессов в КК сложных систем на основе формирования вектора управления посредством регулятора состояния, синтезируемого при помощи метода инвариантных эллипсоидов.

ФОРМИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ МАТРИЧНЫХ НЕРАВЕНСТВ

Обозначим приращение внутренних возмущений в (5) $\Delta A_1 \Delta \bar{Y}(k) = \Delta \bar{w}(k)$. Тогда уравнение неуправляемого импульсного процесса (5) примет вид

$$\Delta \bar{Y}(k+1) = A_1 \Delta \bar{Y}(k) + \begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \bar{w}(k) \\ \Delta \bar{X}(k) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

в котором вектора и матрицы имеют следующие размерности: $\dim \Delta \bar{Y} = n$, $\dim \Delta \bar{X} = p$, $\dim \Delta \bar{w} = n$, $A_1 (n \times n)$, $D (n \times p)$, I_1 — единичная матрица размерности $n \times n$. Предполагается, что внутренние и внешние возмущения совместно ограничены по норме L_∞ , т.е.

$$\left\| \begin{pmatrix} \Delta \bar{w}(k) \\ \Delta \bar{X}(k) \end{pmatrix} \right\|_\infty = \sup_{k \geq 0} \left\{ \begin{pmatrix} \Delta \bar{w}^T(k) & \Delta \bar{X}^T(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \bar{w}(k) \\ \Delta \bar{X}(k) \end{pmatrix} \right\}^{1/2} \leq 1. \quad (7)$$

Для описания характеристики влияния возмущений типа (7) на траекторию движения динамической дискретной системы (6) в работах [2, 3] предложены инвариантные эллипсоиды по переменным состояния:

$$\varepsilon_{\Delta \bar{Y}} = \{ \Delta \bar{Y}(k) \in \mathfrak{R}^n : \Delta \bar{Y}^T P^{-1} \Delta \bar{Y} \leq 1 \}, \quad P > 0, \quad (8)$$

если из условия $\Delta \bar{Y}(0) \in \varepsilon_{\Delta \bar{Y}}$ следует выполнение условия $\Delta \bar{Y}(k) \in \varepsilon_{\Delta \bar{Y}}$ для всех дискретных моментов времени $k = 1, 2, 3, \dots$. Матрица P называется матрицей эллипсоида $\varepsilon_{\Delta \bar{Y}}$.

Докажем условие инвариантности эллипсоида (8) при возмущениях (7). Для этого по методике [3] введем в рассмотрение квадратичную функцию Ляпунова $V(\Delta \bar{Y}(k)) = \Delta \bar{Y}(k)^T Q \Delta \bar{Y}(k)$ при $Q > 0$, построенную на решениях системы (6). Чтобы траектории $\Delta \bar{Y}(k)$ системы (6) не выходили за границу эллипсоида

$$\varepsilon_{\Delta \bar{Y}} = \{ \Delta \bar{Y}(k) \in \mathfrak{R}^n : V(\Delta \bar{Y}(k)) \leq 1 \},$$

требуется выполнение $V(\Delta \bar{Y}(k+1)) \leq 1$ при $V(\Delta \bar{Y}(k)) \leq 1$, т.е.

$$\begin{aligned} & \Delta \bar{Y}^T(k+1) Q \Delta \bar{Y}(k+1) = \\ & = \begin{bmatrix} \Delta \bar{Y}^T(k) A_1^T + \begin{pmatrix} \Delta \bar{w}^T(k) & \Delta \bar{X}^T(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ D^T \end{pmatrix} \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} A_1 \Delta \bar{Y}(k) + \begin{pmatrix} I_1 & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \bar{w}(k) \\ \Delta \bar{X}(k) \end{pmatrix} \end{bmatrix} \leq 1. \end{aligned}$$

При перемножении получим:

$$\Delta\bar{Y}^T(k+1)Q\Delta\bar{Y}(k+1) =$$

$$= \begin{pmatrix} \Delta\bar{Y}^T(k) & \Delta\bar{w}^T(k) & \Delta\bar{X}^T(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1^T Q A_1 & A_1^T Q(I_1 \ D) \\ \left(\begin{smallmatrix} I_1 \\ D^T \end{smallmatrix} \right) Q A_1 & \left(\begin{smallmatrix} I_1 \\ D^T \end{smallmatrix} \right) Q(I_1 \ D) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\bar{Y}(k) \\ \Delta\bar{w}(k) \\ \Delta\bar{X}(k) \end{pmatrix}.$$

Применим S-процедуру [3, 6]. Пусть $\bar{S} = \begin{pmatrix} \Delta\bar{Y}(k) \\ \Delta\bar{w}(k) \\ \Delta\bar{X}(k) \end{pmatrix}$. Тогда квадратич-

ные формы можно записать таким образом:

$$f_0(\bar{S}) = \bar{S}^T M_0 \bar{S} =$$

$$= \begin{pmatrix} \Delta\bar{Y}^T(k) & \Delta\bar{w}^T(k) & \Delta\bar{X}^T(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1^T Q A_1 & A_1^T Q(I_1 \ D) \\ \left(\begin{smallmatrix} I_1 \\ D^T \end{smallmatrix} \right) Q A_1 & \left(\begin{smallmatrix} I_1 \\ D^T \end{smallmatrix} \right) Q(I_1 \ D) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\bar{Y}(k) \\ \Delta\bar{w}(k) \\ \Delta\bar{X}(k) \end{pmatrix} \leq 1;$$

$$f_1(\bar{S}) = \bar{S}^T M_1 \bar{S} = \begin{pmatrix} \Delta\bar{Y}^T(k) & \Delta\bar{w}^T(k) & \Delta\bar{X}^T(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\bar{Y}(k) \\ \Delta\bar{w}(k) \\ \Delta\bar{X}(k) \end{pmatrix} \leq 1;$$

$$f_2(\bar{S}) = \bar{S}^T M_2 \bar{S} = \begin{pmatrix} \Delta\bar{Y}^T(k) & \Delta\bar{w}^T(k) & \Delta\bar{X}^T(k) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\bar{Y}(k) \\ \Delta\bar{w}(k) \\ \Delta\bar{X}(k) \end{pmatrix} \leq 1,$$

где I_2 — единичная матрица $(n+p) \times (n+p)$. Согласно утверждению S-процедуры [3] имеем $M_0 \leq \sum_{i=1}^2 \tau_i M_i$, т.е.

$$\begin{pmatrix} A_1^T Q A_1 & A_1^T Q(I_1 \ D) \\ \left(\begin{smallmatrix} I_1 \\ D^T \end{smallmatrix} \right) Q A_1 & \left(\begin{smallmatrix} I_1 \\ D^T \end{smallmatrix} \right) Q(I_1 \ D) \end{pmatrix} \leq \tau_1 \begin{pmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \tau_2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix},$$

или

$$\begin{pmatrix} A_1^T Q A_1 - \tau_1 Q & A_1^T Q(I_1 \ D) \\ \left(\begin{smallmatrix} I_1 \\ D^T \end{smallmatrix} \right) Q A_1 & \left(\begin{smallmatrix} I_1 \\ D^T \end{smallmatrix} \right) Q(I_1 \ D) - \tau_2 I_2 \end{pmatrix} \leq 0. \tag{9}$$

С использованием формулы Шура неравенство (9) примет вид

$$A_1^T Q A_1 - \tau_1 Q \leq A_1^T Q(I_1 \ D) \left(\left(\begin{smallmatrix} I_1 \\ D^T \end{smallmatrix} \right) Q(I_1 \ D) - \tau_2 I_2 \right)^{-1} \left(\begin{smallmatrix} I_1 \\ D^T \end{smallmatrix} \right) Q A_1.$$

После выполнения элементарных преобразований это неравенство преобразуется к виду

$$\tau_1 Q \geq A_1^T \left(Q - Q(I_1 \ D) \left(\begin{pmatrix} I_1 \\ D^T \end{pmatrix} Q(I_1 \ D) - \tau_2 I_2 \right)^{-1} \begin{pmatrix} I_1 \\ D^T \end{pmatrix} Q \right) A_1.$$

При $\tau_2 = 1 - \tau_1$ получим

$$\tau_1 Q \geq A_1^T \left(Q + Q(I_1 \ D) \left((1 - \tau_1 I_2) - \begin{pmatrix} I_1 \\ D^T \end{pmatrix} Q(I_1 \ D) \right)^{-1} \begin{pmatrix} I_1 \\ D^T \end{pmatrix} Q \right) A_1. \quad (10)$$

В соответствии с леммой об обращении матриц [7] будем иметь

$$\begin{aligned} Q + Q(I_1 \ D) \left((1 - \tau_1 I_2) - \begin{pmatrix} I_1 \\ D^T \end{pmatrix} Q(I_1 \ D) \right)^{-1} \begin{pmatrix} I_1 \\ D^T \end{pmatrix} Q = \\ = \left(Q^{-1} - (1 - \tau_1)^{-1} (I_1 \ D) \begin{pmatrix} I_1 \\ D^T \end{pmatrix} \right)^{-1}. \end{aligned}$$

Тогда выражение (10) можно записать так:

$$\tau_1 Q \geq A_1^T \left(Q^{-1} - (1 - \tau_1)^{-1} (I_1 \ D) \begin{pmatrix} I_1 \\ D^T \end{pmatrix} \right)^{-1} A_1.$$

Выполним элементарное преобразование при $P = Q^{-1}$:

$$\begin{aligned} \tau_1 Q \geq A_1^T \left(P - (1 - \tau_1)^{-1} (I_1 \ D) \begin{pmatrix} I_1 \\ D^T \end{pmatrix} \right)^{-1} A_1 = \\ = \left[A_1^{-1} \left(P - (1 - \tau_1)^{-1} (I_1 \ D) \begin{pmatrix} I_1 \\ D^T \end{pmatrix} \right) (A_1^T)^{-1} \right]^{-1}. \end{aligned}$$

После обращения левой и правой частей получаем

$$\frac{P}{\tau_1} \leq A_1^{-1} \left(P - (1 - \tau_1)^{-1} (I_1 \ D) \begin{pmatrix} I_1 \\ D^T \end{pmatrix} \right) (A_1^T)^{-1}.$$

Умножим слева на A_1 , а потом справа на A_1^T и переобозначим $\tau_1 = \alpha$.

Тогда линейное матричное неравенство примет окончательный вид

$$\frac{1}{\alpha} A_1 P A_1^T - P + \frac{I_1 + D D^T}{1 - \alpha} \leq 0. \quad (11)$$

АЛГОРИТМ СИНТЕЗА РЕГУЛЯТОРА СОСТОЯНИЯ ИМПУЛЬСНОГО ПРОЦЕССА КОГНИТИВНОЙ КАРТЫ

Уравнение состояния управляемого импульсного процесса КК (6) при дополнительном внутреннем возмущении $\Delta\bar{w}(k)$ принимает вид

$$\Delta\bar{Y}(k+1) = A_1\Delta\bar{Y}(k) + B\Delta\bar{u}(k) + \begin{pmatrix} I_1 & D \\ & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\bar{w}(k) \\ \Delta\bar{X}(k) \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Уравнение замкнутой системы управления импульсным процессом КК при применении регулятора состояния запишется следующим образом:

$$\Delta\bar{Y}(k+1) = (A_1 - BK_p)\Delta\bar{Y}(k) + \begin{pmatrix} I_1 & D \\ & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\bar{w}(k) \\ \Delta\bar{X}(k) \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Предполагается, что пара (A_1, B) в модели (12) является управляемой. Тогда ЛМН (11) для замкнутой системы приобретает форму

$$\frac{1}{\alpha}(A_1 - BK_p)P(A_1 - BK_p)^T - P + \frac{I_1 + DD^T}{1 - \alpha} \leq 0. \quad (14)$$

В качестве критерия оптимальности для синтеза регулятора (5) в данной работе рассматривается минимизация следа матрицы

$$\text{tr } P(\alpha) \rightarrow \min, \quad \alpha^* \leq \alpha < 1, \quad (15)$$

что обеспечивает минимизацию размера инвариантного эллипсоида (8) с наибольшим подавлением возмущений $\begin{pmatrix} \Delta\bar{w}(k) \\ \Delta\bar{X}(k) \end{pmatrix}$, которые ограничиваются только максимальным диапазоном (7).

После перемножения членов в неравенстве (14) получим

$$\frac{1}{\alpha}(A_1PA_1^T - BK_pPA_1^T - A_1PK_p^TB^T + BK_pPK_p^TB^T) - P + \frac{I_1 + DD^T}{1 - \alpha} \leq 0. \quad (16)$$

Неравенство (16) является нелинейным относительно P и K_p , которые необходимо оптимизировать. В работе [3] предложена линеаризация путем замены $L = K_pP$ и введения дополнительного ограничения:

$$\begin{bmatrix} R & L \\ L^T & P \end{bmatrix} \geq 0. \quad (17)$$

где $R = R^T$.

Это неравенство эквивалентно $R \geq LP^{-1}L^T = K_pPK_p^T$ согласно формуле Шура при $P > 0$. Тогда для выполнения неравенства (16) достаточно, чтобы

$$\frac{1}{\alpha}(A_1PA_1^T - BLA_1^T - A_1L^TB^T + BRB^T) - P + \frac{I_1 + DD^T}{1 - \alpha} \leq 0. \quad (18)$$

Минимизация критерия (15) при ограничениях (17), (18) выполняется по переменным P, L, R методом полуопределенного программирования путем использования SeDuMi Toolbox на базе MatLab. Тогда матрица \hat{K}_p оптимального регулятора состояния (5) определяется как

$$\hat{K}_p = \hat{L}\hat{P}^{-1} \quad (19)$$

при оцененных значениях $\hat{\alpha}, \hat{P}, \hat{L}, \hat{R}$, обеспечивающих минимизацию критерия (15) при ограничениях (17), (18).

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ ПОДАВЛЕНИЯ ОГРАНИЧЕННЫХ ВНУТРЕННИХ И ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ИМПУЛЬСНЫМ ПРОЦЕССОМ В КОГНИТИВНОЙ КАРТЕ ИТ КОМПАНИИ

В работе [4] выполнены исследования по подавлению внешних возмущений при управлении импульсными процессами в КК ИТ компании на основе метода инвариантных эллипсоидов (рис. 1).

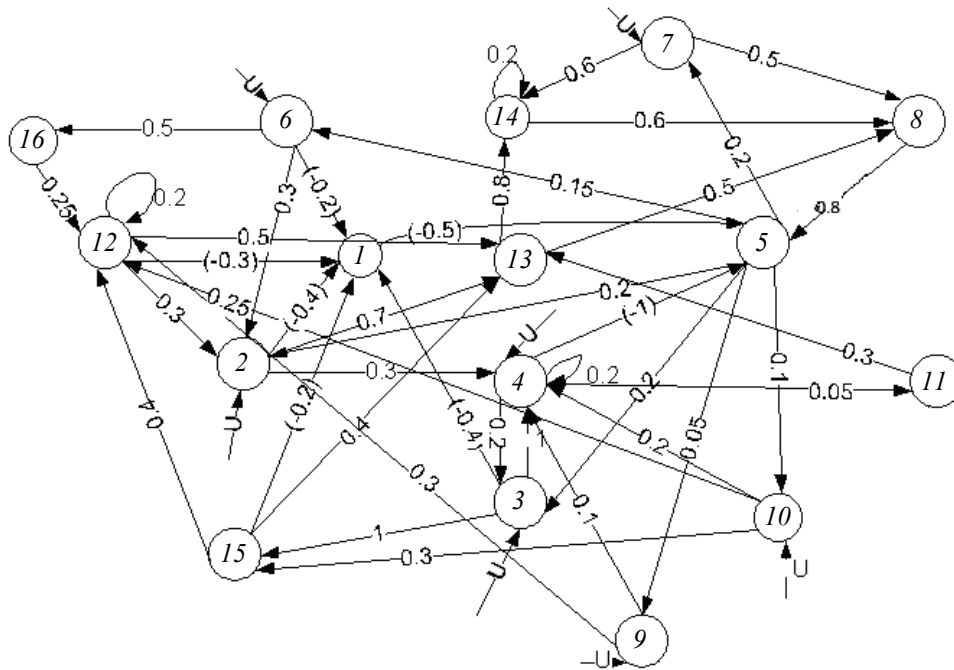


Рис. 1. Когнитивная карта ИТ компании: измеряемые вершины: 1 — длительность разработки проекта; 2 — затраты на инновации; 3 — зарплата, премии, бонусы; 4 — бюджет проекта; 5 — прибыль; 6 — затраты на функционирование группы менеджеров; 7 — затраты на маркетинг; 8 — продажа однотипных проектов; 9 — затраты на проведение переезда; 10 — затраты на повышение квалификации; неизменяемые вершины: 11 — технический контроль; 12 — интеллектуальные активы; 13 — качество проекта; 14 — конкурентоспособность; 15 — удовлетворенность работой; 16 — обмен опытом, информационное взаимодействие

После декомпозиции матрицы A_1, B, D в модели приобретают вид:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & -0,4 & -0,4 & 0 & 0 & -0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0,3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3 & 1 & 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0,2 \\ -0,5 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0,8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 0 & -0,3 & 0 & 0 & -0,2 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & 0,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для моделирования динамики замкнутой системы управления импульсным процессом этой КК с помощью предложенного метода в качестве внешних возмущений рассмотрим ступенчатые воздействия с амплитудой 1, действующие в начальный момент времени на одну измеряемую и одну неизмеряемую вершины, а именно на вершины 5 (прибыль) и 12 (интеллектуальные активы). Внутренние возмущения при моделировании определяются следующим образом: значения ненулевых коэффициентов матрицы A_1 варьируются на каждом периоде дискретизации по формуле $A_{1\text{var}}(k) = A_1 \xi(k)$, где $\xi(k)$ — нормально распределенная случайная величина (гауссовский белый шум). Для управления используются только значения A_1 , в то время, как $A_{1\text{var}}$ остается неизвестной. Начальные уровни всех координат вершин КК приняты для удобства равными нулю.

Графики переходных процессов координат вершин КК показаны на рис. 2, на котором пунктиром обозначены переходные процессы без управления, а сплошными линиями — при управлении. Можно видеть, что координаты вершин КК при управлении существенно меньше отклоняются от желаемых (нулевых в большинстве случаев) значений, чем без управления.

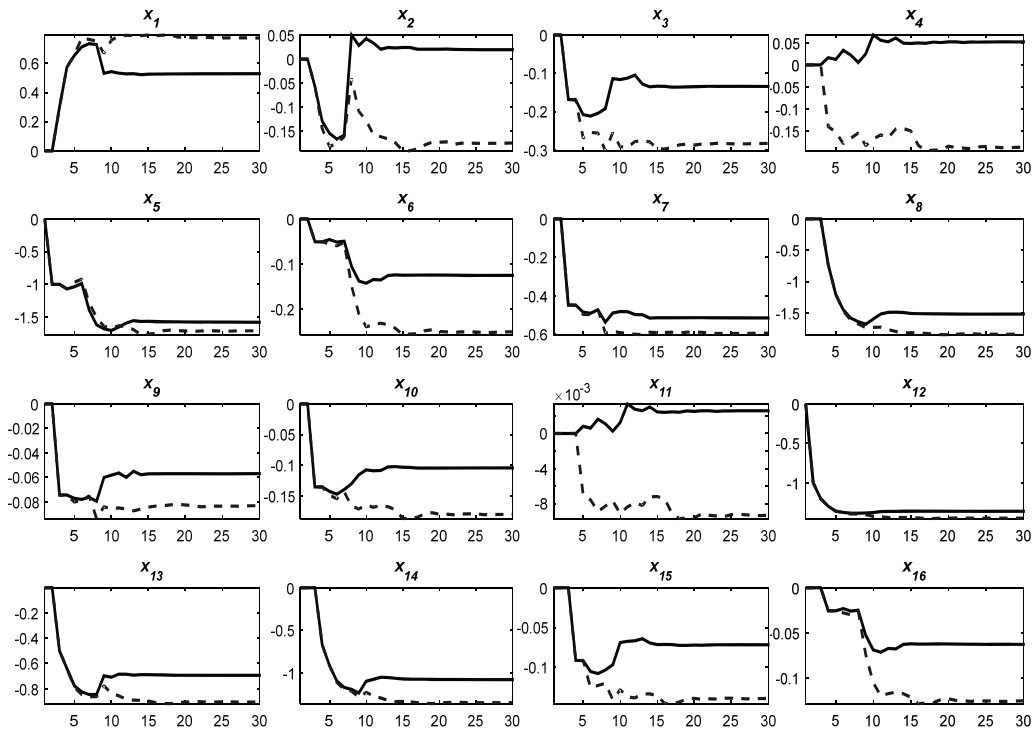


Рис. 2. Управляемый импульсный процесс КК ИТ компании

ВЫВОДЫ

В работе предложен метод синтеза робастного управления импульсным процессом КК в случае, когда система подвержена как внешним, так и внутренним возмущениям. Под внешними возмущениями понимается влияние неизмеряемых вершин КК, а также внешние по отношению к КК импульсы. Под внутренними возмущениями подразумевается неопределенность в динамике системы, вызванная тем, что веса ребер КК изменяются во времени и отличаются от тех, которые были получены в процессе идентификации и используются в законе управления.

Предложенное управление с обратной связью по состоянию основывается на методе инвариантных эллипсоидов. Внутренние и внешние возмущения подавляются совместно при условии их ограничения по норме L_∞ . Выведена система линейных матричных неравенств, позволяющая минимизировать размер инвариантного эллипсоида для траекторий системы и таким образом обеспечить робастную устойчивость.

Численное моделирование разработанного метода управления проведено на примере КК ИТ компании, в которой имеются как измеряемые, так и неизмеряемые вершины. Часть измеряемых вершин может варьироваться лицом, принимающим решения, по закону управления, описанному в работе. Моделирование показало, что при действии этого управления координаты вершин КК существенно меньше отклоняются под воздействием внут-

ренных и внешних возмущений от устойчивых исходных значений. Таким образом, предложенный метод является эффективным и может использоваться при управлении сложными системами, описываемыми КК с неполностью измеряемыми вершинами и изменяемыми, неточно оцененными весовыми коэффициентами ребер.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Roberts F.* Discrete Mathematical Models with Applications to Social, Biological, and Environmental Problems / F. Roberts // Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1976. — 559 p.
2. *Поляк Б.Т.* Робастная устойчивость и управление / Б.Т. Поляк, П.С. Щербаков. — М.: Наука, 2002. — 303 с.
3. *Назин С.А.* Подавление ограниченных внешних возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов / С.А. Назин, Б.Т. Поляк, М.В. Топунов // Автоматика и телемеханика. — 2007. — № 3. — С. 106–125.
4. *Романенко В.Д.* Автоматизация управления импульсными процессами в когнитивных картах с подавлением ограниченных возмущений на основе метода инвариантных эллипсоидов / В.Д. Романенко, Ю.Л. Милявский // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2017. — № 2. — С. 29–39.
5. *Губарев В.Ф.* Идентификация в когнитивных картах в режиме импульсных процессов при полной информации / В.Ф. Губарев, В.Д. Романенко, Ю.Л. Милявский // Проблемы управления и информатики. — 2018. — № 4. — С. 30–43.
6. *Polyak B.T.* Convexity of quadratic transformations and its use in control and optimization / B.T. Polyak // J. Optim. Theory Appl. — 1998. — Vol. 99. — P. 553–583.
7. *Hager W.W.* Updating the inverse of a matrix / W.W. Hager // SIAM Review. — 1989. — 31 (2). — P. 221–239.

Поступила 15.11.2018

ПРОГНОЗУВАННЯ СОНЯЧНОЇ АКТИВНОСТІ АЛЬТЕРНАТИВНИМИ МЕТОДАМИ

П.І. БІДЮК, І.В. КАРАЮЗ, В.С. ВАРАВА, О.Л. ЖИРОВ

Анотація. Розглянуто актуальну задачу прогнозування нестационарних процесів сонячної активності альтернативними методами, яку розв'язують дослідники багатьох країн світу. Досліджувані процеси належать до класу нелінійних та нестационарних, що потребує вибору спеціальних методів для їх моделювання і прогнозування. Запропоновано підхід до прогнозування на основі трьох фільтрів: адаптивного фільтра Калмана, оптимального фільтра Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності і ймовірнісного гранулярного фільтра. Вибір цих фільтрів зумовлено тим, що вони дають змогу враховувати у моделі випадкові зовнішні збурення і похибки вимірювань. Отримані результати обчислювальних експериментів свідчать про можливість застосування запропонованого підходу до розв'язання поставленої задачі. Більш точні результати короткострокового прогнозування експоненціально згладжених даних отримано за допомогою адаптивного фільтра. Аналіз якості результатів виконано за допомогою відомих статистичних характеристик якості, зокрема середньої абсолютної похибки у відсотках.

Ключові слова: адаптивний фільтр Калмана, оптимальний фільтр Калмана, метод максимальної правдоподібності, ймовірнісний гранулярний фільтр, сонячна активність, короткострокове прогнозування.

ВСТУП

Сонячна активність — сукупність явищ, які періодично виникають у сонячній атмосфері. Прояв сонячної активності тісно пов'язаний з магнітними властивостями сонячної плазми. Виникнення активної ділянки починається з поступового збільшення магнітного потоку в деякій зоні фотосфери, унаслідок чого у відповідних місцях хромосфери спостерігається збільшення яскравості. Усі рухи в атмосфері або атмосферну циркуляцію зумовлює безперервний потік сонячної радіації, а саму атмосферу можна уподібнити до гігантської теплової машини. Її нагрівником є тропіки, а холодильником — полярні області. Атмосфера перетворює енергію випромінювання, що надходить від Сонця, у кінетичну енергію руху повітря (вітру). Її коефіцієнт корисної дії прямо пропорційний різниці температур між нагрівником (екватором) і холодильником (полюсами) і обернено пропорційний температурі нагрівника. Прогнозування особливостей сонячного циклу допомагає прогнозувати появу сонячних плям і виникнення сонячної бурі, а також мінімізувати проблеми, що виникають унаслідок їх впливу на нашу планету.

Існує також космогонічний аспект проблеми, що має важливе методологічне і світоглядне значення. Під час всебічного ознайомлення з великою різноманітністю явищ, що відбуваються у Сонячній системі в цілому, створюється враження, що нинішній стан сонячної активності (і сонячно-

планетних зв'язків) є не що інше, як прояв поточного етапу еволюції нашої планетної системи. Інакше кажучи, взаємодія в системі Сонце – міжпланетне середовище – планети призводить до змін орбіт, фізичних характеристик планет і, меншою мірою, самого Сонця, тобто Сонячна система продовжує еволюціонувати, хоча і досягла певного рівня еволюційної зрілості і стійкості.

Про значущість та необхідність розв'язання задач прогнозування сонячної активності, зокрема кількості сонячних плям, підкреслюється у праці [1]. Ці задачі є важливими для наукових і практичних цілей, оскільки з ними пов'язано багато питань подальшого розвитку природних процесів та змін клімату. Особливо важливим є питання про можливий вплив сонячної активності на період обертання Землі і процеси, що перебігають у земних глибинах. Ідеться про нерівномірність добового обертання Землі і землетруси. Питання сталості довжини доби почало цікавити вчених ще із середини XVIII ст. Але лише в 40-х роках минулого століття було отримано переконливу відповідь: довжина доби мінлива. Так, за період 1892–1974 рр. середньорічне значення довжини доби T систематично збільшувалося, причому середньорічні значення зміни T коливалися в межах $\Delta T = (8 - 482) \cdot 10^{-5}$ с. Виняток становили лише 1896, 1927, 1935 і 1936 рр., коли середньорічні значення ΔT були від'ємними, а також 1928 р., коли $\Delta T = 0$. Ці дані вказують на систематичне («вікове») уповільнення обертання Землі в сучасну епоху.

Задачу прогнозування радіофлюксів на довжині хвилі 10,7 см (2,8 ГГц, скорочено $F_{10,7}$) з використанням сучасних методів аналізу глобального сонячного магнітного поля розглянуто у праці [2]. Для побудови прогнозу моделі запропоновано додаткові індекси, обчислені на основі абсолютних значень сонячного магнітного поля. Взята за основу модель перенесення потоку випромінювання дала можливість описати спостереження значень потоку $F_{10,7}$ з високою адекватністю.

У праці [3] розв'язується задача прогнозування сонячних спалахів, що виникають унаслідок вивільнення енергії, яка нагромаджується у магнітному полі активних регіонів Сонця. Автори запропонували модель, що ґрунтується на методі глибокого навчання. Дані, необхідні для навчання і тестування моделі, сформовані з видимих магнітограм сонячних регіонів. Працю [4] присвячено аналізу сонячного випромінювання на довжині хвилі 10,7 см ($F_{10,7}$), інтенсифікація якого приводить до збільшення кількості сонячних плям. Автори вказують, що для вимірювання сонячної активності у світі використовують множину різних величин. У дослідженні порівнюється інтенсивність магнітного поля, вимірюного для повного сонячного циклу з індексом ефективних циклів за 1986–2015 рр. Аналізуються (прогнозуються) обидві вказані величини окремо, а також їх взаємодія.

Оскільки індекс $F_{10,7}$ корелює з багатьма сонячними показниками, то Теппінг отримав таке співвідношення між потоком на хвилі 10,7 см і кількістю сонячних плям: $SN = 1,147 \cdot F_{10,7} - 73,21$ [5]. Площа сонячних плям: Денісе (1948) виявив 76%-ву кореляцію між потоком на хвилі 10,7 см і пло-

щею сонячних плям [6]. Іонізація Е-шару: Денісе і Кунду (1957) виявили суттєву кореляцію між індексом іонізації Е-шару Землі і потоками на хвилі 10,7 см [7]. Виявлено залежність між потоком на хвилі 10,7 см та даними, отриманими за допомогою двох бортових магнітографів: MDI на SOHO (Solar & Heliospheric Observatory), яка обертається навколо точки Лагранжа L1 (тут сила земного тяжіння дорівнює силі сонячного тяжіння) на відстані приблизно 1,5 млн км від Землі, та HMI на SDO (Solar Dynamics Observatory), яка перебуває на геосинхронній орбіті Землі на висоті 36000 км [8].

У праці [9] досліджувалась залежність між сонячним випромінюванням на п'яти різних довжинах хвилі (30; 15; 10,7; 8 та 3,2 см). Компроміс між складністю моделі та кореляцією виявився за комбінації двох довжин хвиль. Задовільний результат отримано з використанням на хвилях потоків 10,7 см і 30 см. Побудовано деякі алгоритми передбачення сонячної активності (для індексу $F_{10,7}$) за зображеннями Сонця. Але всі ці результати отримано для величезних вибірок, довжиною не меншою ніж один сонячний цикл (11 років) [9]. Для таких вибірок часто використовують не щоденні значення активності Сонця, а середньомісячні. У таких масштабах дійсно спостерігається залежність між різними сонячними показниками. Але за прогнозування сонячної активності на 1 день ці залежності неістотні, а тому часто внесення їх до моделі погіршують результати. Загалом процеси сонячної активності є нелінійними та нестационарними, що робить задачу їх прогнозування ще більше цікавою та складною. У роботі розглядається задача короткострокового прогнозування індексу $F_{10,7}$ з використанням цифрових та оптимальних фільтрів, зокрема, фільтра Калмана і ймовірнісного байєсівського (particle) фільтра.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

На основі сучасних методів цифрової та оптимальної адаптивної фільтрації даних розробити ефективний метод прогнозування індексу $F_{10,7}$ (потік випромінювання Сонця на довжині хвилі 10,7 см) на один період дискретизації даних (1 день) наперед. Виконати необхідні обчислювальні експерименти з метою побудови математичних моделей, обчислення оцінок прогнозів та порівняння результатів і прогнозування на основі наявних статистичних даних про сонячну активність.

ФУНКЦІОНАЛЬНА СХЕМА ПРОЦЕДУР ФІЛЬТРАЦІЇ ТА КОРТКОСТРОКОВОГО ПРОГНОЗУВАННЯ

Функціональну схему процедур фільтрації та короткострокового прогнозування даних у формі часового ряду за допомогою запропонованої комплексної моделі зображено на рис. 1. Дані надходять на вхід трьох фільтрів. Перший з них — адаптивний фільтр Калмана, який не потребує початкових оцінок параметрів, оскільки оцінки обчислюються в процесі оброблення даних. Перед запуском другого фільтра у робочий режим визначаються всі початкові параметри за методом максимальної правдоподібності, необхідні

для роботи фільтра Калмана. Третій фільтр — це ймовірнісний гранулярний фільтр (particle filter) байєсівського типу, який ідеологічно доповнює два попередні.

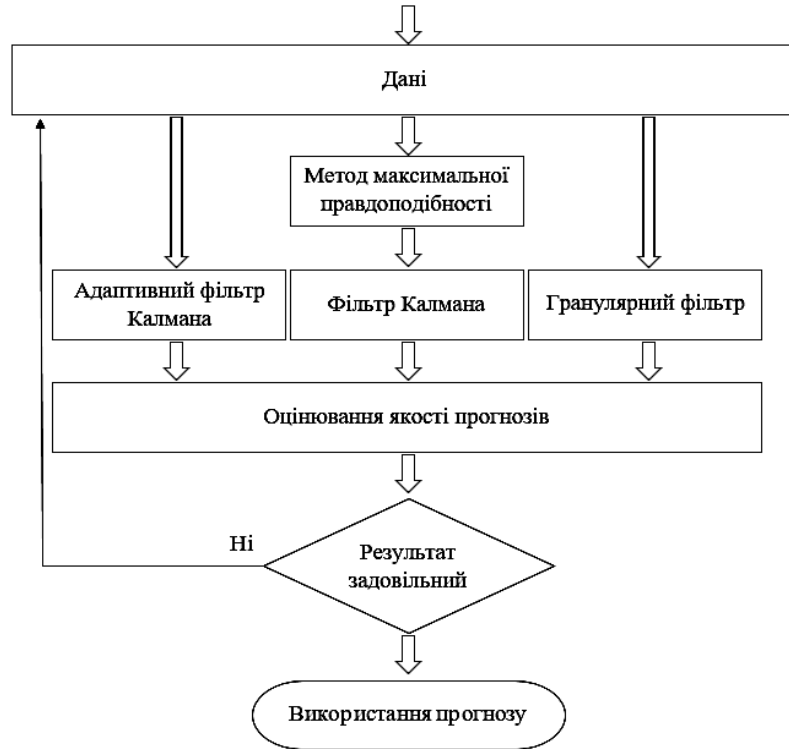


Рис. 1. Функціональна схема процесу фільтрації та короткострокового прогнозування на основі фільтрів трьох типів

Адекватна модель визначається за допомогою статистичних параметрів адекватності моделі (R^2 , DW) і суми квадратів похибок, а кращий прогноз вибирається за допомогою середньої абсолютної похибки у відсотках (або $MARPE$). Запропонована функціональна схема забезпечує отримання точкових і ймовірнісних оцінок прогнозів, а також комбінування оцінок прогнозів, отриманих за допомогою трьох моделей. Якщо отриманий результат прогнозування незадовільний, то відбувається повернення на перший етап обчислень, тобто отримуються додаткові дані, виконується підготовка даних до моделювання (попереднє оброблення) і всі три фільтри використовуються для повторного обчислення оцінок прогнозів.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ МЕТОДІВ ЗГЛАДЖУВАННЯ І ПРОГНОЗУВАННЯ

Згладжувач Калмана

Згладжування даних може суттєво полегшити подальший аналіз даних. Ефективним для отримання остаточного результату методом згладжування даних є згладжувач Калмана [10]. Нехай побудовано модель процесу у просторі станів:

$$X_{t+1} = AX_t + W_t, W_t = N(0, Q),$$

$$Y_t = CX_t + V_t, V_t = N(0, R).$$

Алгоритм згладжувача Калмана складається з таких кроків:

1) реалізується фільтрація даних для моментів часу $t = 0 \dots T$:

$$\hat{x}_{t+1|t} = A\hat{x}_{t|t},$$

$$P_{t+1|t} = AP_{t|t}A^T + Q,$$

$$K_{t+1} = P_{t+1|t}C^T(CP_{t+1|t}C^T + R)^{-1},$$

$$\hat{x}_{t+1|t+1} = \hat{x}_{t+1|t} + K_{t+1}(y_{t+1} - C\hat{x}_{t+1|t}),$$

$$P_{t+1|t+1} = P_{t+1|t} - K_{t+1}CP_{t+1|t};$$

2) запускається зворотне проходження для всіх моментів часу $t = 0 \dots T$:

$$L_t = P_{t|t}A^T P_{t+1|t}^{-1},$$

$$\hat{x}_{t|T} = \hat{x}_{t+1|T} + L_t(\hat{x}_{t+1|T} - \hat{x}_{t+1|t}),$$

$$P_{t|T} = P_{t+1|T} + L_t(P_{t+1|T} - P_{t+1|t})L_t^T.$$

Експоненційне згладжування

Експоненційне згладжування також є одним з найпоширеніших прийомів, що використовуються для згладжування часових рядів і короткострокового прогнозування. В основу процедури згладжування покладено розрахунок експоненційних ковзних середніх згладжуваного ряду, тобто це простий цифровий фільтр. Нехай $X = \{X_0, \dots, X_T\}$ — часовий ряд. Процедура простого експоненційного згладжування здійснюється за формулами:

$$S_1 = X_0,$$

$$S_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)S_{t-1}, \quad (1)$$

де X_t — фактичне спостереження в момент часу t ; S_t — значення експоненційного середнього в момент часу t ; α — параметр згладжування, $\alpha = \text{const}$, $\alpha \in (0; 1]$.

Експоненційне середнє в момент часу t виражено як зважена сума поточного спостереження і експоненційного середнього минулого спостереження з вагами α і $1 - \alpha$ відповідно. Якщо послідовно використовувати рекурентне співвідношення (1), то значення S_t можна виразити через значення часового ряду X :

$$S_t = \alpha \cdot \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \alpha)^i X_{t-i}.$$

Таким чином, величина S_t виявляється зваженою сумою всіх членів ряду. Причому значення ваг зменшуються експоненційно і залежать від віддаленості спостереження від моменту t .

Оптимальний адаптивний фільтр Калмана

Для застосування оптимального фільтра скористаємось простою моделлю випадкового кроку, яку подамо у просторі станів:

$$X_{i+1} = X_i + W_i,$$

$$z_{i+1} = X_i + V_i,$$

де X_i — значення часового ряду z_i у момент часу i ; W_i — випадковий приріст рівня на інтервалі часу від i до $i+1$ — це некорельована послідовність значень з невідомим середнім $E[W_i] = q^*$ і дисперсією $E[(W_i - q^*)^2] = (\sigma_W^*)^2$; V_i — випадкова послідовність з нульовим середнім і невідомою дисперсією $(\sigma^*)^2$. Послідовність нев'язок цього фільтра має вигляд

$$v_i^{(1)} = z_i - z_{i-1}.$$

Рівняння вимірювань середнього значення q^* запишемо як

$$v_i^{(1)} = \check{H} + \check{V}_i, \quad i > 1,$$

де $\check{H} = 1$, $\check{V}_i = V_i - V_{i-1} + (W_{i-1} - q^*)$. Оцінка середнього значення q^* за припущення про його сталість на інтервалі розраховується за формулою [10]:

$$\hat{q}^{(i)} = \hat{q}^{(i-1)} + \frac{1}{i+1}(v_i^{(1)} - \hat{q}^{(i-1)}), \quad i = 2, 3, \dots$$

$$q^{(1)} = 0.$$

Нев'язки фільтра, обчислені за трьома спостереженнями, мають вигляд

$$v_i^{(2)} = z_i - \frac{1}{2}z_{i-1} - \frac{1}{2}z_{i-2}.$$

Середні значення нев'язок:

$$E[v_i^{(1)}] = q^*, \quad E[v_i^{(2)}] = \frac{3}{2}q^* \quad \text{та} \quad E[(v_i^{(1)} - \frac{3}{2}q^*)(v_{i-1}^{(1)} - q^*)] = \frac{1}{2}(\sigma_W^*)^2.$$

Таким чином, послідовність значень дисперсії $(\sigma_W^*)^2$ визначається так:

$$\tilde{\sigma}_{W_i}^2 = 2 \cdot \left[\left(v_i^{(2)} - \frac{3}{2}\hat{q}^{(i)} \right) (v_{i-1}^{(1)} - \hat{q}^{(i)}) \right], \quad (2)$$

а оцінка постійної дисперсії $(\sigma_W^*)^2$ розраховується за формулами:

$$(\hat{\sigma}_W^{(i)})^2 = (\hat{\sigma}_W^{(i-1)})^2 + \frac{1}{i-2}(\tilde{\sigma}_{W_i}^2 - (\hat{\sigma}_W^{(i-1)})^2), \quad i = 3, 4, \dots; \quad (\hat{\sigma}_W^{(2)})^2 = 0; \quad (3)$$

$$E[(v_i^{(1)} - q^*)^2] = 2(\sigma^*)^2 + (\sigma_W^*)^2.$$

Тому послідовність

$$\tilde{\sigma}_i^2 = \frac{1}{2}[(v_i^{(1)} - \hat{q}^{(i)})^2 - (\hat{\sigma}_W^{(i)})^2] \quad (4)$$

можна розглядати як послідовність вимірювань дисперсії $(\sigma^*)^2$, оцінка якої за умови припущення про її сталість розраховується за виразом:

$$(\hat{\sigma}^{(i)})^2 = (\hat{\sigma}^{(i-1)})^2 + \frac{1}{i-2}(\tilde{\sigma}_i^2 - (\hat{\sigma}^{(i-1)})^2), i = 3, 4, \dots; (\hat{\sigma}^{(2)})^2 = 0. \quad (5)$$

Прогнозоване значення рівня ряду на один крок $\hat{X}_{i+1,i}$ обчислюється відповідно до алгоритму фільтра Калмана:

$$\hat{X}_{i+1,i} = \hat{X}_{i,i} + \hat{q}^{(i)}, i = 3, 4, \dots; \quad (6)$$

де $\hat{X}_{i,i} = \hat{X}_{i,i-1} + \hat{K}_i(z_i - \hat{X}_{i,i-1})$, $\hat{X}_{2,2} = z_2$.

Коефіцієнт підсилення фільтра

$$\hat{K}_i = \frac{\hat{\rho}_{i,i-1}}{\hat{\rho}_{i,i-1} + (\hat{\sigma}^{(i)})^2},$$

де $\hat{\rho}_{i,i-1} = \hat{\rho}_{i-1,i-1} + (\hat{\sigma}_W^{(i)})^2$; $\hat{\rho}_{i,i} = (1 - \hat{K}_i)\hat{\rho}_{i,i-1}$; $\hat{\rho}_{2,2} = (\hat{\sigma}^{(3)})^2$.

Припустімо також, що рівень ряду q^* не зміщується, тому оцінку середнього значення $\hat{q}^{(i)}$ передбачимо рівною нулю. Прогнозування рівня ряду виконується відповідно до формул (2) – (6), якщо $i \geq 3$ і $q^{(i)} = 0$.

Адаптивний фільтр Калмана з оцінюванням параметрів за методом максимальної правдоподібності

Алгоритм оцінювання адаптивного фільтра такий [10]:

1. Покладемо початкову умову $\theta^{(0)}$, $i = 0$.
2. За допомогою фільтра Калмана обчислюємо величини $\tilde{Y}_k(\theta^{(i)})$ і $S_{k|k-1}(\theta^{(i)})$ для $k = 1, 2, \dots, N$, а також функцію правдоподібності.
3. Отриману функцію максимізуємо за вектором параметрів (θ) .
4. У результаті отримуємо новий вектор параметрів $\theta^{(i+1)}$, $i = i + 1$.
5. Після обчислення нового вектора параметрів повторюємо кроки 2–4 до збіжності алгоритму.

Гранулярний фільтр

Метод гранулярної (particle) фільтрації — це метод, що ґрунтується на застосуванні модифікованого методу Монте-Карло для розв'язання задачі оцінювання стану динамічної системи. Гранулярний фільтр також відомий як бутстреп (bootstrap) фільтр, алгоритм конденсації, наближення взаємодійних частинок та виживання найбільш придатних [11, 12]. Ключовою ідеєю фільтра є подання необхідної функції апостеріорної щільності множиною випадкових частинок (значень) з відповідними вагами та обчислення оцінок на

основі цих частинок і відповідних вагових коефіцієнтів. Коли кількість частинок стає дуже великою, ця характеристика методу Монте-Карло стає еквівалентним поданням функції апіорної імовірності і розв'язання наближається до оптимальної байссівської оцінки.

Гранулярний фільтр на основі послідовного методу Монте-Карло — це рекурсивний алгоритм для числового розв'язання задач оцінювання (фільтрації, згладжування), особливо для нелінійних та негаусівських випадків. У цьому полягає універсальність такої процедури. Порівняно з розширеними фільтрами Калмана гранулярні фільтри не залежать від методів лінеаризації або апроксимації. Звичайний розширений фільтр Калмана незадовільно функціонує в істотно нелінійних процесах, а також малоприматний у випадку шумів системи і вимірювань, що дуже відрізняються від гаусівських. Варто зазначити, що, у свою чергу, гранулярні фільтри більш вимогливі до обчислювальних ресурсів.

Гранулярний фільтр призначений для оцінювання послідовності прихованих змінних x_n для $n=1,2,\dots$ на підставі спостережень y_n , якщо $n=1,2,\dots$. Будемо вважати, що розглядається динамічна система, а x_n та y_n — дійсні вектори стану і вимірювань відповідно.

Стохастичне рівняння стану системи має такий загальний вигляд:

$$x_k = f_k(x_{k-1}, v_k),$$

де f_k — функція зміни стану системи; v_k — випадкова величина — збуджувальний вплив (збурення). Рівняння вимірювань:

$$y_k = h_k(x_k, w_k),$$

де h_k — функція (матриця) вимірювань; w_k — випадкова величина, шум вимірювань.

Функції f_k і h_k у загальному випадку нелінійні, а статистичні характеристики шуму системи (v_k) і вимірювань (w_k) вважаються відомими. Завданням фільтрації є отримання оцінки \hat{x}_k на підставі відомих до моменту k результатів вимірювань $y_{1:k}$. Розглянемо дискретний марковський процес $\{X_n\}_{n \geq 1}$ з такими розподілами ймовірностей:

$$X_1 \sim \mu(x_1) \text{ і } X_n | (X_{n-1} = x_{n-1}) \sim f(x_n | x_{n-1}), \quad (7)$$

де $\mu(x_1)$ — щільність ймовірності; $f(x_n | x_{n-1})$ — умовна щільність ймовірності.

Позначення $X | Y \sim f(\dots)$ означає, що X за умови Y має розподіл $f(\dots)$. Реалізації процесу $\{X_n\}$ (приховані змінні x_n) спостерігаються за допомогою іншого випадкового процесу $\{Y_n\}_{n \geq 1}$ — процесу вимірювань з маргінальною щільністю:

$$Y_n | (X_n = x_n) \sim h(y_n | x_n), \quad (8)$$

де $h(y_n | x_n)$ — умовна щільність імовірності, вимірювання вважаються статистично незалежними. Визначена таким чином модель системи і вимірювань відома як прихована марковська модель.

Рівняння (7) визначає апіорний розподіл для процесу $\{X_n\}$:

$$\rho(x_{1:n}) = \mu(x_1) \prod_{k=2}^n f(x_k | x_{k-1}).$$

Аналогічно рівняння (8) задає функцію правдоподібності:

$$\rho(y_{1:n}) = \prod_{k=2}^n h(y_k | x_k).$$

Нотація $x_{k:l}$ для $k \leq l$ означає, що (x_k, \dots, x_l) . Отже, байєсівський висновок для $\{X_{1:n}\}$ за відомих реалізацій вимірювань $\{Y_{1:n}\}$, позначених як $\{x_{1:n}\}$ та $\{y_{1:n}\}$, буде спиратися на апостеріорний розподіл

$$\rho(x_{1:n} | y_{1:n}) = \frac{\rho(x_{1:n})\rho(y_{1:n} | x_{1:n})}{\rho(y_{1:n})},$$

де $\rho(y_{1:n}) = \int \rho(x_{1:n})\rho(y_{1:n} | x_{1:n})dx_{1:n}$.

Метод Монте-Карло дозволяє оцінювати властивості досить складних розподілів ймовірностей, наприклад, обчисленням середніх і дисперсії у вигляді інтеграла:

$$\bar{\theta} = \int \theta(x)\rho(x)dx,$$

де $\theta(x)$ — функція для оцінювання. Наприклад, для середнього можна покласти $\theta(x) = x$. У разі неможливості аналітичного знаходження розв'язку завдання може бути розв'язане чисельно генеруванням випадкових вибірок зі щільністю $\rho(x)$, позначимо їх як $x_{1 \leq i \leq N}^{(i)}$, і отриманням середнього арифметичного по точках вибірки:

$$\bar{\theta} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \theta(x^{(i)}).$$

У більш загальному випадку, коли вибірка з ρ ускладнена, застосовується інший розподіл q , а для збереження незміщеності оцінки вводяться вагові коефіцієнти w_i на основі відношення $r(x^{(i)}) = \rho(x^{(i)})/q(x^{(i)})$:

$$w_i = \frac{r(x^{(i)})}{\sum_{j=1}^N r(x^{(j)})},$$

після чого обраховується зважене середнє:

$$\bar{\theta} = \int \theta(x)r(x)q(x)dx \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i \theta(x^{(i)}).$$

Хоча допоміжний розподіл використовується здебільшого для спрощення вибірки з основного розподілу ρ , часто застосовується процедура вибірки і повторної вибірки за значущістю. Ця процедура складається з двох етапів: власне вибірки за значущістю з обчисленням ваг w_i і додаткової ви-

бірки точок, які враховують ці ваги. Повторна вибірка особливо потрібна для послідовних фільтрів.

Методи гранулярної фільтрації і згладжування є найбільш відомими прикладами алгоритмів послідовного методу Монте-Карло, на основі яких будуються алгоритми байєсівського програмування. Проте послідовний метод Монте-Карло включає в себе більш широкий клас алгоритмів, які можна застосовувати для опису більш складних наближених методів фільтрації і згладжування.

Якщо записати щільність у формі

$$f(x_{1:n}) = \frac{\varphi_n(x_{1:n})}{Z_n},$$

де $\varphi_n : X^n \rightarrow \mathbb{R}^{\neq}$ відомо поточково; $Z_n = \int \varphi_n(x_{1:n}) dx_{1:n}$ — нормуюча, можливо невідома, константа, то алгоритм послідовного методу Монте-Карло буде знаходити наближення $f_k(x_{1:k})$ та оцінки Z_k для $k=1,2,\dots$. Наприклад, для випадку фільтрації можна покласти

$$\varphi_n(x_{1:n}) = \rho(x_{1:n})\rho(y_{1:n} | x_{1:n}) \text{ і } Z_n = \rho(y_{1:n}),$$

звідки

$$f_n(x_{1:n}) = \frac{\rho(x_{1:n})\rho(y_{1:n} | x_{1:n})}{\rho(y_{1:n})} = \rho(x_{1:n} | y_{1:n}).$$

Схему предиктор–коректор можна подати у вигляді:

$$\rho(x_{1:n} | y_{1:n-1}) = \rho(x_{1:n-1} | y_{1:n-1})f(x_n | x_{n-1}) \text{ — предиктор;}$$

$$\rho(x_{1:n} | y_{1:n}) = \frac{h(y_n | x_n)\rho(x_{1:n} | y_{1:n-1})}{\rho(y_n | y_{1:n-1})} \text{ — коректор.}$$

Множник $\rho(y_n | y_{1:n-1})^{-1}$ — нормуюча константа, якої не потребує звичайний алгоритм послідовного методу Монте-Карло. Точність гранулярного фільтра залежить від кількості частинок N ; більшій кількості частинок відповідає точніша апостеріорна щільність.

Алгоритм функціонування гранулярного фільтра:

1. *Ініціалізація.* Генеруються частинки з початкової функції щільності ймовірності $x^{i,(0)} \sim \rho(x^{(0)})$; устанавлюється номер часового кроку $k=1$.

2. *Прогнозування.* Обраховуються N нових частинок з моделі переходу $x^{i,(k)} \sim \rho(x^{(k)} | x^{i,(k-1)})$.

3. *Оновлення.* Обчислюються ваги частинок на основі моделі вимірювання $w^{i,(k)} = w^{i,(k-1)}\rho(y^{(k)} | x^{i,(k)})$.

4. *Нормалізація.* Ваги частинок нормалізуються — їх сума має дорівнювати 1.

5. *Повторна вибірка.* Обраховуються N нових частинок на основі апостеріорної функції щільності ймовірності, отриманої на кроках 2–4.

6. *Кінець ітерації.* Обраховується оцінюване значення вектора стану $\hat{x}^{(k)}$; збільшується часовий крок $k = k + 1$, Перехід на крок 2.

Загальна проблема гранулярного фільтра — це явище виродження, коли після декількох кроків, усі, крім однієї частинки, матимуть незначні ваги [12]. Це виродження означає, що значні обчислювальні витрати спрямовані на оновлення частинок, внесок яких у наближення функції апостеріорної щільності майже дорівнює нулю. Цю проблему можна подолати шляхом збільшення кількості частинок. Крім того, рекомендується використовувати метод повторної вибірки, щоб уникнути виродження частинок.

Повторна вибірка передбачає відображення випадкової величини $\{x_k^{(i)}, w_k^{(i)}\}$ у випадкову величину $\{x_k^{(i)*}, N^{-1}\}$ з рівномірними вагами [12]. Це можна виконувати, якщо кількість ефективних частинок з великими вагами зменшується нижче від певного порогового числа. Як альтернативу повторну вибірку також можна застосовувати несистемно на кожному моменті t_k . Розглянемо два методи генерування повторної вибірки.

Мультиномальна повторна вибірка

Мультиномальна повторна вибірка, відома також як проста випадкова повторна вибірка, була запропонована разом з першим гранулярним фільтром у праці [12]. Вона складається з генерування N чисел з рівномірного розподілу

$$u^i \sim U[0,1), \quad i = 1, \dots, N$$

та вибору частинки x^j для копіювання такої, що

$$u^i \in \left[\sum_{p=1}^{j-1} w^p, \sum_{p=1}^j w^p \right). \quad (9)$$

Тут можна розрізнити дві реалізації:

- сортування за зростанням згенерованих чисел u для отримання впорядкованого набору u_0 та порівняння з послідовними діапазонами ваг;
- створення додаткового набору чисел $Q = [Q_1, \dots, Q_N]$ на основі виразу

$$Q_j = \sum_{p=1}^j w^p = Q_{j-1} + w^j,$$

з використанням бінарного пошуку та вибір для копіювання частинки x^j такої, що $u^i \in [Q_{j-1}, Q_j)$.

Стратифікована повторна вибірка

У цьому алгоритмі передбачається, що виконується поділ на страти (шари). У кожному шарі повторна вибірка може виконуватися одночасно. Однак і в цьому випадку з'явилися варіації методу.

Підхід, який можна легко застосувати, передбачає, що діапазон $[0,1)$ поділяється на N однакових частин, і генерування відбувається у кожному такому шарі:

$$u^i \sim \left[\frac{i-1}{N}, \frac{i}{N} \right).$$

Частинки x^j вибираються для реплікації таким чином, щоб виконувався вираз (9).

Інший метод полягає в розщепленні частинок на n_s -страти; у j -й страті є N_j частинок із загальною вагою W_j . Це більш загальний підхід, проте слід зазначити, що якщо умова

$$\frac{W_i}{N_i} = \frac{W_j}{N_j}$$

не задовольняється для будь-яких i та j , ваги частинок після повторної вибірки відрізняються. Це означає, що на кроці 3 наведеного алгоритму потрібно враховувати ваги з попереднього часового кроку. Цей метод важливо вибирати тоді, коли можна виконати паралельне обчислення. Розподіл на шари може бути виконаний відповідно до кількості частинок (однак у першому шарі ймовірно опиняться частинки тільки з нульовими або майже нульовими вагами) або відповідно до ваг шарів W_j .

РЕЗУЛЬТАТИ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

Результати прогнозування сонячної активності за допомогою оптимального фільтра за припущення, що зміщення рівня ряду q^* немає, зображено на рис. 2. Для цього прогнозу $MAPE = 2,5447$ і коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,7261$.

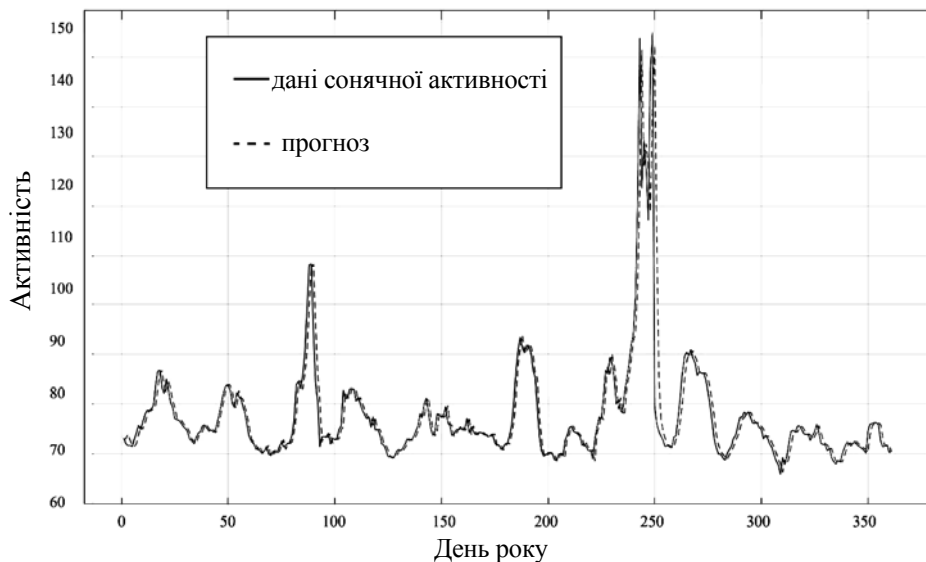


Рис. 2. Короткостроковий прогноз сонячної активності, якщо $q^* = 0$: по осі абсцис — кількість днів; по осі ординат — значення індексу $F_{10,7}$

Результати однокрокового прогнозування сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра графічно зображено на рис. 3. Використаний тип повторної згенерованої вибірки — пропорційний. Мінімальне відношення ефективних частинок до всіх згенерованих становило 0,5. Використаний метод повторної вибірки — залишковий; кількість згенерованих частинок — 1000.

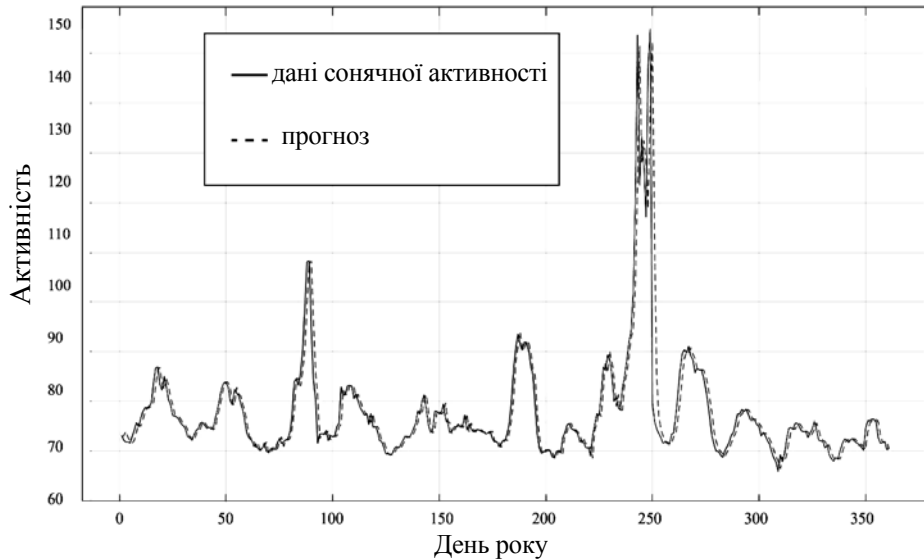


Рис. 3. Короткостроковий прогноз сонячної активності: по осі абсцис — кількість днів; по осі ординат — значення індексу $F_{10,7}$

Значення $MAPE$ та статистики R^2 для оцінок прогнозів сонячної активності за допомогою оптимального адаптивного фільтра Калмана наведено в табл. 1, у якій вказано припущення про зміщення або незміщення q^* , а також тип згладжування даних, якщо такий є.

Таблиця 1. Результати прогнозування за допомогою оптимального адаптивного фільтра Калмана

Номер експерименту	Дані експерименту	$MAPE$	R^2
1	$q \neq 0$	2,5942	0,7215
2	$q \neq 0$, експоненційне згладжування	0,987	0,9645
3	$q \neq 0$, калманівське згладжування	1,9175	0,8499
4	$q = 0$	2,5447	0,7261
5	$q = 0$, експоненційне згладжування	0,9453	0,966
6	$q = 0$, калманівське згладжування	1,8486	0,8538

Результати прогнозування сонячної активності графічно зображено на рис. 1. Для згладжених за допомогою експоненційного згладжування даних отримано мінімальне значення $MAPE$ та максимальне значення статистики R^2 . Максимальне значення $MAPE$ та мінімальне значення статистики R^2 отримано для вихідного ряду.

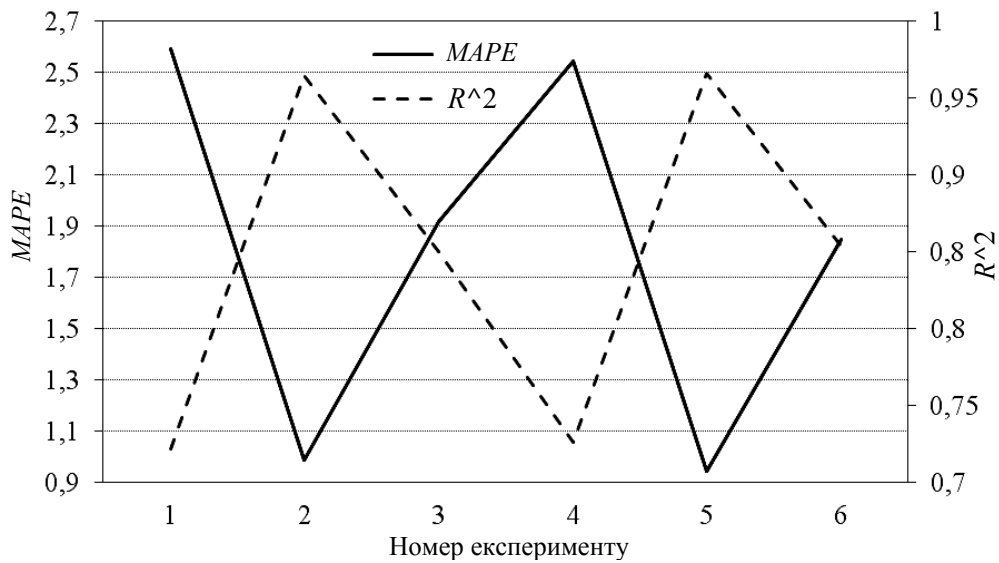


Рис. 4. Результати прогнозування за допомогою оптимального адаптивного фільтра Калмана: по осі абсцис — номер експерименту; по осях ординат — значення статистик

Найменше значення $MAPE$ та найбільше значення статистики R^2 отримано для адаптивного фільтра за припущення незміщення рівня ряду q^* . Значення середньої абсолютної відсоткової похибки $MAPE$ та статистики R^2 для прогнозів сонячної активності за допомогою адаптивного фільтра Калмана наведено в табл. 2, у якій вказано довжину вибірки, яка використана у методі максимальної правдоподібності для визначення параметрів фільтра (2015 означає, що для визначення параметрів фільтра використовувалася вибірка за 2015 р.), і тип згладжування даних, якщо такий є.

Таблиця 2. Результати прогнозування за допомогою адаптивного фільтра Калмана з використанням методу максимальної правдоподібності (ММП)

Номер експерименту	Дані експерименту	$MAPE$	R^2
1	Довжина вибірки: 20	2,7281	0,7359
2	Довжина вибірки: 100	2,3977	0,747
3	Довжина вибірки: 200	2,406	0,7464
4	Уся вибірка	2,5271	0,7445
5	20–2015	3,0988	0,7295
6	100–2015	2,5189	0,7454
7	200–2015	3,7064	0,6961
8	Уся вибірка–2015	3,2916	0,7176
8	20–експоненційне згладжування	1,2465	0,9546
10	100–експоненційне згладжування	1,1065	0,9591
11	200–експоненційне згладжування	1,1059	0,9589

Результати однокрокового прогнозування сонячної активності графічно зображено на рис. 5. Для експерименту, у якому навчання виконувалось на всій вихідній вибірці з використанням експоненційного згладжування даних, отримано мінімальне значення $MAPE$ та максимальне значення статистики R^2 . Максимальне значення $MAPE$ та мінімальне значення статистики R^2 отримано для експерименту, у якому навчання проводилось на перших 200 значеннях ряду за 2015 р., без згладжування вихідного ряду. Для експоненційно згладженого ряду отримано максимальне значення $MAPE$ та мінімальне значення статистики R^2 .

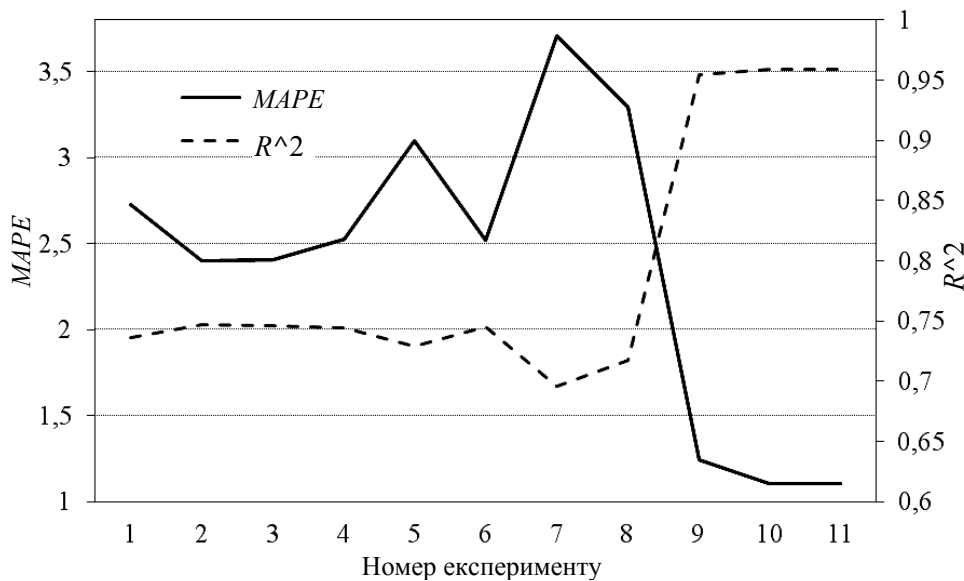


Рис. 5. Результати прогнозування за допомогою адаптивного фільтра Калмана з використанням ММП: по осі абсцис — номер експерименту; по осях ординат — значення статистик

Значення середньої абсолютної відсоткової похибки $MAPE$ та статистики R^2 для прогнозів сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра наведено в табл. 3. Для *real*, $MAPE$ і R^2 дослідження виконувалось на вихідній вибірці, а для *exp_sm*, $MAPE$, R^2 — на експоненційно згладжених даних; для *Kalman_sm*, $MAPE$, R^2 — на згладжених за Калманом даних. Виявилось, що тип повторної вибірки несуттєво впливає на якість прогнозу, а тому в таблиці наведено лише результати прогнозування з найбільшим значенням статистики R^2 . У табл. 3 вказано також мінімальне відношення ефективних частинок до всіх або довжину інтервалу для інтервального типу повторної вибірки та кількість частинок.

Результати прогнозування експоненційно згладженої сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра графічно зображено на рис. 6. Для експериментів, у яких не реалізовувалась повторна вибірка, отримано найнижчу якість прогнозів (максимальне $MAPE$ та мінімальне значення статистики R^2). Мінімальне значення $MAPE$ та максимальне значення статистики R^2 отримано для інтервальної повторної вибірки з довжиною інтервалу 1 та 100000 частинками.

Таблиця 3. Результати прогнозування за допомогою гранулярного фільтра

Номер експерименту	<i>real</i>	<i>MAPE</i>	R^2	<i>exp_sm</i>	<i>MAPE</i>	R^2	<i>Kalman_sm</i>	<i>MAPE</i>	R^2
1	0,5 100	3,358	0,5667	0,5 100	1,7942	0,8186	0,5 100	3,045	0,6072
2	0,5 1000	3,083	0,6057	0,5 1000	1,6985	0,8510	0,5 1000	2,8106	0,6786
3	0,5 100000	4,1949	0,3655	0,5 100000	1,5571	0,8949	0,5 100000	2,6473	0,718
4	1–100	3,3659	0,5691	1–100	1,8134	0,8159	1–100	3,101	0,6157
5	1–1000	4,1053	0,4098	1–1000	1,7057	0,8498	1–1000	2,8595	0,6696
6	1–100000	4,156	0,3705	1–100000	1,5472	0,8976	1–100000	2,677	0,7135
7	30–100	4,8714	0,466	30–100	3,3447	0,5853	30–100	5,0505	0,4483
8	30–1000	4,631	0,4262	30–1000	2,82	0,6772	30–1000	4,011	0,5683
9	30–100000	3,9897	0,5404	30–100000	2,2434	0,753	30–100000	3,5777	0,5941

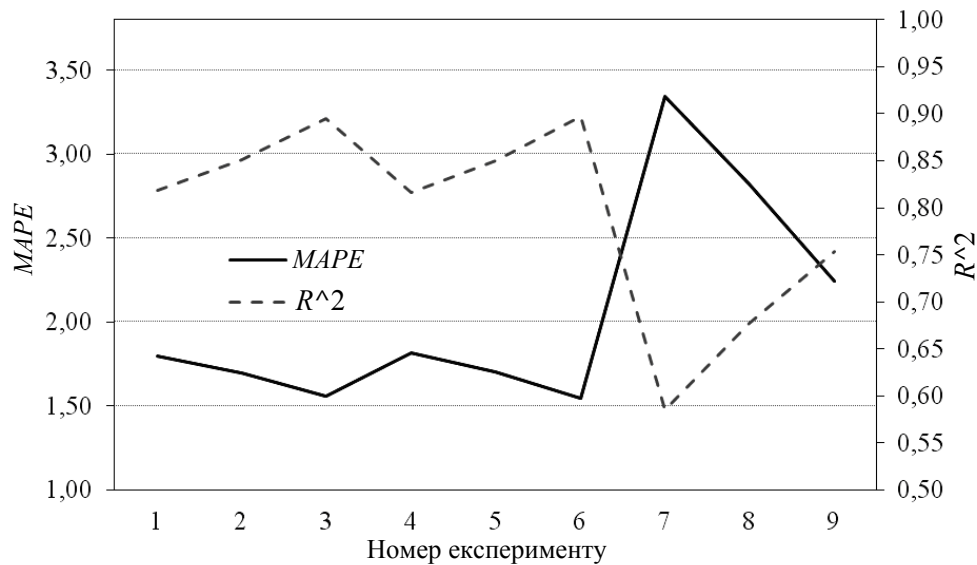


Рис. 6. Результати прогнозування експоненційно згладжених даних за допомогою гранулярного фільтра: по осі абсцис — номер експерименту; по осях ординат — значення статистик

Результати прогнозування згладженої за Калманом сонячної активності за допомогою гранулярного фільтра графічно зображено на рис. 7. Для експериментів, у яких не реалізовувалась повторна вибірка, отримано найнижчу якість прогнозів (максимальне *MAPE* та мінімальне значення статистики R^2). Мінімальне значення *MAPE* та максимальне значення статистики R^2 отримано для пропорційної повторної вибірки з 100000 частинками. Отже, прийнятний прогноз (мінімальне значення *MAPE* та максимальне значення статистики R^2) отримано для оптимального адаптивного фільтра Калмана за припущення про незміщення рівня ряду q^* та експоненційно згладжених даних.

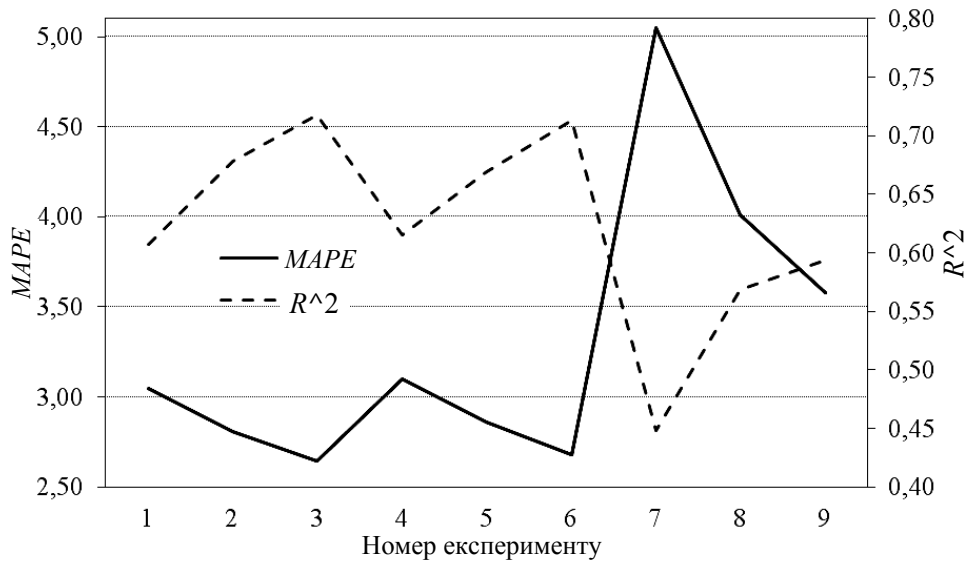


Рис. 7. Результати прогнозування експоненційно згладжених даних за допомогою гранулярного фільтра: по осі абсцис — номер експерименту; по осях ординат — значення статистик

Для вихідного ряду прийнятний прогноз (мінімальне значення $MAPE$ та максимальне значення статистики R^2) отримано для адаптивного фільтра Калмана з використанням методу максимальної правдоподібності для навчання на 100 перших значеннях вихідної вибірки. Для згладженого за Калманом ряду мінімальну $MAPE$ отримано для оптимального адаптивного фільтра Калмана за припущення про незміщення рівня ряду q^* . Для згладженого за Калманом ряду максимальне значення статистики R^2 отримано для адаптивного фільтра Калмана з використанням ММП для навчання на 100 перших значеннях вихідної вибірки.

ВИСНОВКИ

У всіх випадках найкращий (мінімальне значення $MAPE$ та максимальне значення статистики R^2) прогноз отримано на експоненційно згладженій вибірці. Для вихідної вибірки отримано найнижчу якість прогнозу (максимальне значення $MAPE$ та мінімальне значення статистики R^2). Це цілком передбачувані результати, адже згладжування даних має підвищувати якість прогнозу. Виявилось, що оптимальний адаптивний фільтр Калмана за припущення про незміщення рівня ряду q^* дає дещо кращі результати, ніж фільтр за припущення про його зміщення.

Для адаптивного фільтра Калмана з використанням ММП кращі результати (мінімальне значення $MAPE$ та максимальне значення статистики R^2) отримано у випадку, коли навчання параметрів за ММП проводилось на вихідній вибірці.

Під час дослідження гранулярного фільтра виявилось, що тип повторної вибірки несуттєво впливає на якість прогнозу для процесу сонячної активності. Зі збільшенням кількості частинок, збільшувався час роботи програми. Тому необхідно знаходити компроміс між кількістю частинок та

якістю прогнозу у випадках, коли збільшення кількості частинок покращує прогноз. Гранулярний фільтр давав найкращі результати для пропорційної повторної вибірки з частотою 0,5 та для інтервальної повторної вибірки з довжиною інтервалу 1. Також виявилось, що проводити повторну вибірку в гранулярному фільтрі дійсно важливо, адже якщо її не проводити, якість прогнозу суттєво знижується.

У подальших дослідженнях для моделювання і прогнозування нелінійних нестационарних процесів, у тому числі індексу $F_{10,7}$, доцільно розширити номенклатуру моделей як методами класичної статистики та регресійного аналізу, так і сучасними методами інтелектуального аналізу даних (байесівські мережі, дерева рішень, нейронечіткі структури). Створення спеціалізованої системи підтримання прийняття рішень на основі таких моделей надасть можливість далі підвищувати якість короткострокових прогнозів сонячної активності.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Clette F.* Revisiting the sunspot number / F. Clette, L. Svalgaard, J.M. Vaquero, E.W. Cliver. — Brussels: World Data Center Silso, 2016. — 80 p.
2. *Henney C.J.* Forecasting F10.7 with solar magnetic flux transport modeling / C.J. Henney, W.A. Toussaint, S.M. White, C.N. Arge // *Space Weather*. — 2012. — Vol. 10. — P. 1–9.
3. *Huang X.* Deep learning based solar flare forecasting / X. Huang, H. Wang, L. Xu et al. // *The Astrophysical Journal*. — 2018. — Vol. 856. — N 7. — P. 1–11.
4. *Tharsini A.D.* The Study of solar activity in relation with high frequency variations of solar radio flux / A.D. Tharsini, G. Shanti // *American Journal of Astronomy and Astrophysics*. — 2015. — Vol. 3. — N. 6. — P. 87–92.
5. *Tapping K.F.* Recent solar radio astronomy at centimeter wavelengths: The temporal variability of the 10.7-cm flux / K.F. Tapping // *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 1987. — Vol. 92. — P. 829–838.
6. *Schmahl E.J.* Synoptic radio observations / E.J. Schmahl, M.R. Kundu // *Synoptic Solar Physics*. — 1998. — P. 387–400.
7. *Svalgaard L.* F10.7 Microwave Flux Matches the Total Disk Unsigned Magnetic Flux from MDI and HMI / L. Svalgaard, X. Sun // Technical Report, Hansen Experimental Physics Laboratory. — Stanford, CA 94305: Stanford University, 2016. — Available at: <http://hmi.stanford.edu/hminuggets/?p=1510>
8. *Dudok de Wit T.* Synoptic radio observations as proxies for upper atmosphere modeling / T. Dudok de Wit, S. Bruinsma, K. Shibasaki // *Journal of Space Weather and Space Climate*. — 2014. — P. 13–26.
9. *Schonfeld S.J.* Coronal Sources of the Solar F10.7 Radio Flux / S.J. Schonfeld et al. // *The Astrophysical Journal*. — 2015. — P. 29–39.
10. *Згуровский М.З.* Аналитические методы калмановской фильтрации для систем с априорной неопределенностью / М.З. Згуровский, В.Н. Подладчиков. — К.: Наук. думка, 1995. — 278 с.
11. *Arulampalam S.* A Tutorial on Particle Filters for on-line Non-linear/Non-Gaussian Bayesian Tracking / S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, T. Clapp // *IEEE Trans. Signal Processing*. — 2001. — Vol. 50. — P. 174–188.
12. *Kozierski P.* Resampling in particle filtering – comparison / P. Kozierski, M. Lis, J. Zietkiewicz // *Studia z automatyki informatyki*. — 2013. — Vol. 38. — P. 35–64.
13. *Довгий С.О.* Системи підтримки прийняття рішень на основі статистично-ймовірнісних методів / С.О. Довгий, О.М. Трофимчук, П.І. Бідюк. — К.: Логос, 2014. — 419 с.
14. *De Gooijer J.* Elements of nonlinear time series analysis and forecasting / J. De Gooijer. — Berlin: Springer, 2017. — 620 p.

Надійшла 23.10.2018

SIMPLE MODEL FOR SEQUENCE PREDICTION BASED ON DENDRITIC SPATIOTEMPORAL INTEGRATION

V.M. OSAULENKO

Abstract. Recent experiments on dendritic spatiotemporal integration reveal the much bigger computational potential of a single neuron. An individual dendritic branch can work as a coincidence detector due to a dendritic spike initiated with locally spatially and temporally activated synapses. Here, we investigate a proposed idea that dendrites can perform temporal integration on behavior timescale $\sim 1s$, thus weakening simultaneous activation constraint. We construct the model of the recurrent neural network where each neuron activates not as a weighted summation of inputs, but due to their coincident activation both in space and time. We show that with using sparse distributed representation and tracking activity of the network in a certain time window it is possible to achieve a high capacity prediction system. We perform the theoretical analysis and estimate the capacity for the different parameters of the model where even the network with 100 neurons can store millions of sequences. Such a capacity results in a biologically unrealistic high number of synapses, much more than 100×100 . However, this mechanism of tracking space-time coincidences in sparse activation can be realized in a limited biological neural network but still with a good sequence transition memory.

Keywords: sequence prediction, dendritic nonlinearity, association memory

INTRODUCTION

Observing sequential activation of neurons in response to temporally structured input lead to a recognition that temporal sequence learning is a fundamental computation performed by a brain [1]. There were a lot of models that tried to implement this computation, however, there is still no single working system that could do it as efficiently as the brain [2]. The main problem is that we do not fully understand all computational and biological details and how information should be represented and linked together. On high-level reasoning, it is clear that neural tissue somehow creates associations between events that are spread in time by connecting neural populations. Later, if initial events reappear the network can predict the next outcome and initiate suitable decisions. But, on the low detailed level, many unresolved questions arise, like how the events are encoded or how exactly associations in time are formed.

Here we investigate sequence prediction problem as one of the problems of sequence learning [3]. We take inspiration from the recent findings on a dendritic computation that each individual branch can work as a coincidence detector [4–7]. This is a form of spatial integration where the correct combination of simultaneously active neurons can activate other neurons. Also, temporal integration by dendrites was shown in [8], and later it was hypothesized that the time of integration can reach to behavioral time scale $\sim 1s$ [9]. Thus, we weaken constrain of simultaneous activation and construct the model of the recurrent neural network where each neuron works like a multiple coincidences detector that learns

both spatial and temporal activation patterns. Events of the sequence represented as sparse binary vectors in discrete time steps. Each neuron learns a fingerprint of a sequence on last T time steps by storing labels of a small number of active neurons at different times into a dedicated dendritic branch or a cluster [10, 11]. If the incoming pattern has all active neurons that are stored in any of the clusters the neuron becomes active. From a single fingerprint, it is hard to deduce the whole sequence but is very easy with distributed representation where multiple fingerprints are stored across the population. This approach is similar to time delay neural networks, where the context for prediction is set by a recent sequence history [26], with the distinction of a neural model in the core.

We perform a theoretical analysis of the proposed model and show that it has a big capacity of sequence transitions thus it can reliably predict the next element. By feeding prediction as an input it is possible to predict the whole sequence or to generate the best guess. To make the model more biological plausible in sense of a number of synapses per neuron we reduced the possible number of connections for each cluster that serves as a fingerprint. For the network with size 1000 and for 3 synapses per cluster, the total capacity is 10^5 transitions with 4000 synapses per neuron. Notable, that the number of synapses is larger than the number of neurons since two neurons can connect with multiple synapses that belong to different clusters. Also, we discuss the future extension of the model to incorporate probabilities of events and the capability of generalization that comes from sparse distributed representation.

MODEL DESCRIPTION

Biological motivation

Beautiful experiment [8] showed that ordered input is spreading from the tip of a dendrite toward the soma elicit more activation than in the opposite direction. The authors showed that direction selectivity presents in the real neuron due to the nonlinear activation of NMDA receptors and higher impedance with higher distance from the soma. Therefore, the sequential activation of dendrite that starts further from the center depolarize the neuron larger. This experiment suggests that neuron can perform more complicated computations than it was though before, namely encode spatiotemporal sequences. Furthermore, according to theoretical calculations [9], dendrites can detect and differentiate sequences on a behavioral time-scale ≈ 1 second. This is in a good agreement with recent discoveries of long eligibility traces found in a cortex [12]. Activation of a dendritic branch span prolonged time and serves as the basis for further temporal integration.

Further evidence toward extending the time of temporal integration by a single neuron comes from recent experiment measured the receptive field of neurons in auditory cortex of ferrets [13]. On Fig. 1, *a* presented an example of one of the fields. Red dots represent excitatory and blue inhibitory weights. The most important information from the picture is that receptive field is spread in time, it is very localized to specific frequencies and it is sparse, that means that only small portion of frequencies determines neuron output. The authors showed that the similar receptive fields are formed in an artificial neural network optimized to predict the next elements. We take these results into account especially the sparseness of receptive field that spread in time.

Formulation of the task

The task for sequence prediction can be formulated as follows [3]:

$$\left\{ \begin{aligned} x_{j+1} &= f(x_j, x_{j-1}, \dots, x_0, w), \\ w &= g(x_j, x_{j-1}, \dots, x_0). \end{aligned} \right.$$

Where $x_j \equiv x(t_j)$, $j = 0:T$ is a state of the network at the time t_j that encodes the input, and w are parameters of the model. We need to find the activation function $f(\cdot)$ and the learning rule $g(\cdot)$. In general, the next element can depend on all previous elements. This is analogous to sequence completion task.

The model

To solve this task, we constructed a recurrent neural network with lateral and feedforward connections. Feedforward determine the state of the network and encode at every discrete time step incoming input $I(t_j) \equiv I_j$ into $x(t_j) \equiv x_j$ that has a active neurons. So, the state of the network is described as the binary vector of size N , $x_j = E(I_j)$ where $E(\cdot)$ is an encoding function. We use as encoding a random projection $E(z) = kWTA(\sum_j w_j z_j)$ where $\{w_j\}$ — random binary weights and the function $kWTA(\cdot)$ returns $a \ll N$ the most active cells. The resulting encoding is a sparse binary vector, for example, $x_j = [00000010000000000010000000000000000000000000000100]$. Recently, it was shown that such encoding function is used in fruit fly and allows to preserve similarity like in local sensitive hashing [14].

Lateral connections are modulatory and in the absence of an input determine a prediction of the next input. To model lateral activation and learning we used ideas of dendritic spatiotemporal integration, so it is important how and where neurons are connected to a dendritic tree. Lateral activation is defined as follows:

$$x_s^j = \theta \left(\sum_m \prod_{(i,k) \in G_m^j} x_k^i \right).$$

Where $\theta(\cdot)$ is a step function and G_m^j m -th cluster of j neuron stores pairs of indices (i, k) — #neuron, time of activation.

In this model, clusters are parameters instead of usual weights. For a specific neuron to be active, it is necessary that all input neurons, that are stored in one of the clusters are active. Thus, the neuron learns features in the input stream and their sequential order. If a feature reappears, the neuron becomes active and predict the next state of the network. On Fig. 1, b presented a cartoon for a learning lateral connections. Filled circles represent active neurons at a specific time, empty circles show the prediction. Note that connections can be made to the same neurons, but track activation at a distinct time. For clarity, connections to only two neurons are presented. It depicts the case with $k = 2$ and $T = 3$, that means that history spans to three time steps and at each time step connection to two neurons are created.

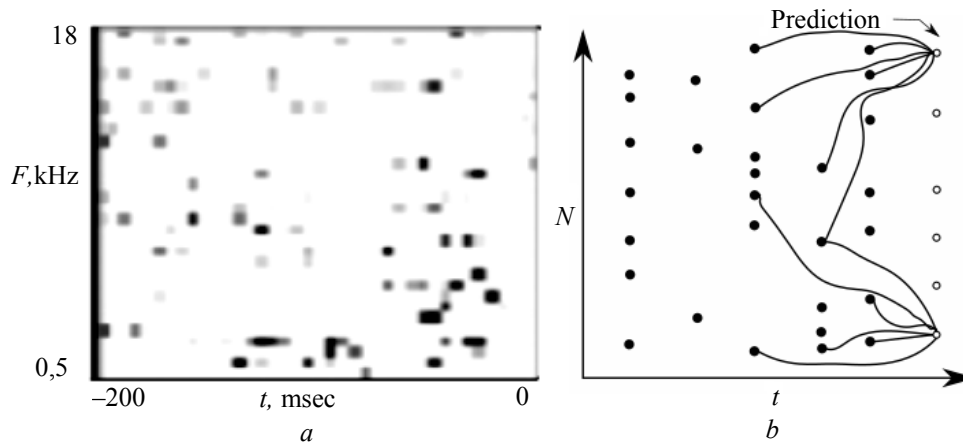


Fig. 1. Spatiotemporal receptive fields of ferrets A1, where individual neuron is very picky for specific frequencies and time (a); illustration of an idea of connection through time (b)

The presented model differs from the traditional that compute activation based on a previous state of the network since we track activation from more distant moments of time explicitly. As well, it is different from the standard recurrent neural network, since it uses binary neurons, non-differentiable activation function and unsupervised learning procedure of creating clusters. Furthermore, it is more biologically plausible since uses local learning rule. Similar ideas were presented earlier in [15]; however, we use different activation function and learning rule, that allowed us to gain much higher memory capacity.

RESULTS

Derivation of transition memory capacity

Here we present the theoretical calculation of a maximum number of predictions the network can reliably make. The size of the network is N , the number of active neurons that encode an event is a , sparsity $s = \frac{a}{N} \ll 1$, the number of synapses each neuron form for each event is k , and the number of previous time steps that influence activation of a neuron is T . This task is equivalent to forming an association with network size $N' = (C_N^k)^T$ and activation $a' = (C_a^k)^T$, where C_a^k is a binomial coefficient. To define capacity we create virtual weights w with size $[N, N']$ with learning as $w^i = x^i f(\bar{x})$ where $f(\bar{x})$ returns one randomly selected cell among a' in the network N' . Weights load for a neuron i is a relation of a number of nonzero weights to total size $s_w^i = \frac{|w^i|}{N'}$. Each learning event increases load for active neurons as $s_w = s_w + s_0$, where $s_0 = \frac{1}{N'}$. After the presentation of R events, the load is:

$$s_w = 1 - (1 - s_0)^{Rs}.$$

The probability of false prediction is given by:

$$p(\tilde{x}_m^i = 1 | x_m^i = 0) \equiv p = 1 - (1 - s_w)^{a'} (1 - s),$$

where \tilde{x}_m^i prediction for neuron i for time m . We can set the fidelity parameter $\varepsilon = 0,01$ that determines how many mistakes can be tolerated so that less than 1% of cells could be falsely active. From this fidelity constraint, we can calculate R_{\max} . Taking the limit case $s_0 \rightarrow 0$ we can derive

$$R_{\max} = \frac{\varepsilon}{s(1-s)s'},$$

where $s' = \frac{a'}{N'}$. From this theoretical analysis, we have important conclusion that for the sparsely active network, detection of coincidence through time enlarges the neural dimension where it is easier to separate patterns. The maximum number of sequence transitions depend inversely to the sparsity of a network activation. Increasing dimension leads to increasing sparsity thus to increasing R_{\max} . The limit case of one active cell has the highest sparsity, but it uses the local code so that the network can have only N possible states. Lower bound on sparsity set the combinatorial term $C_N^a > R_{\max}$.

Investigating the capacity for different parameters

We investigated how the capacity of the model depends on parameters. On Fig 2 it is shown that the longer the history time T the neuron can access, the higher the capacity. Also, the more neurons from one moment of time connected into a cluster, the larger the capacity. This can be intuitively explained because the coincidence of even two neurons is much rarer than activation of a single one. Therefore, the coincident activation of several neurons serves as a fingerprint of an activity pattern. Interestingly, for some combination of parameters, the neural network can recognize and predict 10^{10} transitions. Such huge number requires a huge number of synapses and is practically and biologically unrealistic.

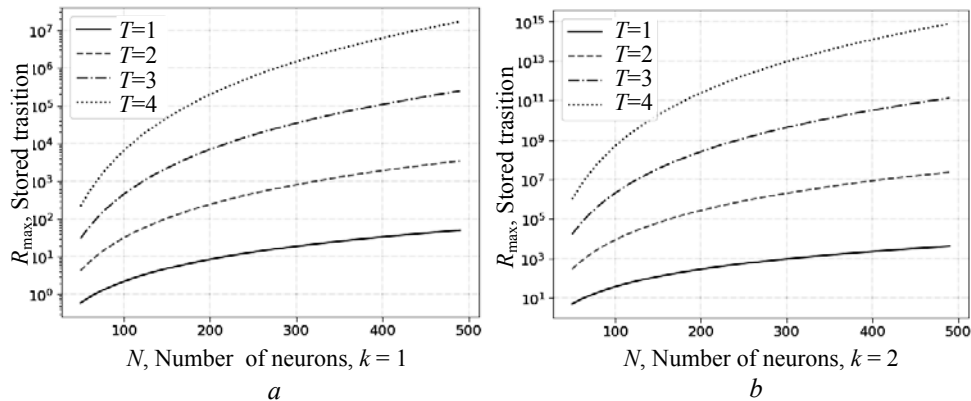


Fig. 2. The capacity of sequence transition memory for different parameters. Capacity with $k = 1$, so that one synapse is created per event; capacity for larger networks reaches millions of transitions (a); capacity with $k = 2$. In this case, neuron much better recognizes events, thus it can remember the much larger number of transitions (b)

Model modifications

Proposed model presents a basic and straightforward way to track activation in time. To make it more biologically realistic we propose two modifications.

The first one treats the problem of sequences confusion. The model assumes that if two sequences are the same on interval T and differ at a current time step, then the model cannot correctly predict the next element. For example $ABCD$ and $ABCR$ with $T = 3$, the system will confuse D and R . This can be fixed by adding auto-associative connections to populations that encode D or R , that will track the strength of frequency of an event. Thus, the strength of interconnections of population encodes its probability $p(x_i)$. In this case, the task will be formulated in terms of probabilities of predicting the correct event ($p(x_i | x_{i-1}, x_{i-2} \dots x_{i-T})$). The correct prediction is selected as follows: $x_j = \underset{x_j}{\operatorname{argmax}}(p(x_j | x_{j-1}, x_{j-2} \dots x_{i-T}))$. There is no complete understanding how

the probabilities are represented in the biological neural network and experimentation with different algorithms is a good direction for the future.

The second modification proposes to remove a large portion of connections. It decreases the capacity of transitions, but because the connections are still dispersed in space and time the system still has a good capacity. On Fig 3, *b* presented the depiction of the idea, where each cell has a fixed number of connections with other neurons. By linking events at different times, predictive cells can represent different conditional probabilities, like $p(x_{10} | x_9, x_7)$ or $p(x_{10} | x_9, x_5)$. This allows reusing subpopulations to represent other sequences. In case of limited connections, the enlarged dimension is the following $N' = C_N^k C_{N(T-1)}^m$ with activation $a' = C_a^k C_{a(T-1)}^m$ where k is the number of connections to previous time step activation and m is the number of connections to other $T - 2$ steps of activation.

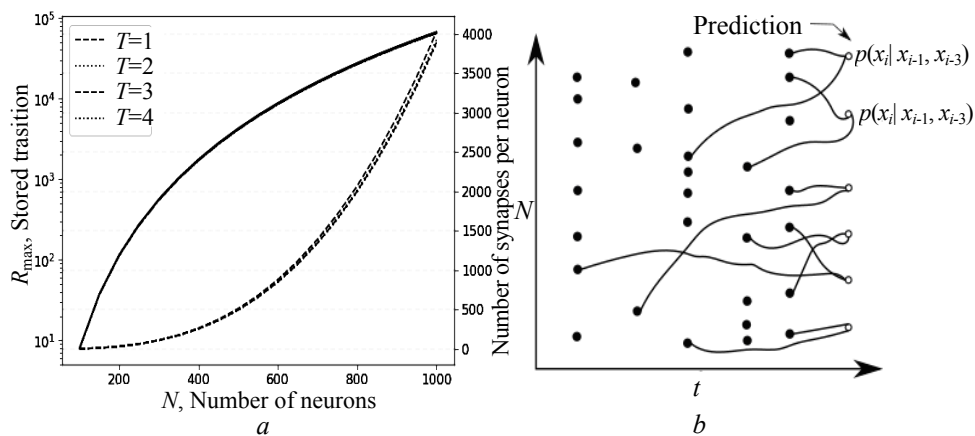


Fig. 3. A maximum number of sequence transitions for different network sizes and time windows, shown as an upper line (a); an illustration of an idea of fixed sparse number of connections into past activity and resulted in different joint distributions for subpopulations (b)

On the Fig. 3, *a* presented results for transition capacity for different network sizes for different time windows with $k = 1$, $m = 2$, and $a = 20$ — mean number

of active cells. On the right axis and with dotted curves presents the number of synapses per neuron. The capacity almost does not depend on time window and increases with network size. For $N = 100$ there are 4000 synapses per neuron which is biologically plausible, and the number of transitions is 100000. If to take sequences as words with an average number of symbols 7, there are near 14000 possible words encoded into the network.

Still, these modifications are in the early stage of investigations. Results, on real datasets and common benchmarks like TIMIT or Penn tree bank (PNB), should be obtained in the further research. However, it is not expected that these model will be able to compete with the state-of-the-art supervised systems since the main purpose of the model to propose the possible way how sequence prediction can be achieved in the brain and use unsupervised learning procedure.

DISCUSSION AND CONCLUSIONS

The importance of sparse distributed representation

Benefits of presented model rely on the sparse distributed representation of inputs [16, 17]. The sparsity of neural activation gives a high capacity of memory, possibility to express probabilities and generalization. Theoretical formula (1) on a maximum number of stored transition contains sparsity in the denominator, so the high sparsity results in higher memory capacity.

As it was noted by Barlow, the brain should somehow encode the probabilities of events [18], so that to be able to apply similar processing as a Bayesian inference [19, 20]. With this, it is possible to make many predictions and to select the most probable one to update current beliefs. Sparsity is crucial for representing probabilities since the dense representation has many active neurons and activation patterns have high overlap that blurs feature probabilities.

Another important topic is a generalization, that means an ability to make predictions not only for previously experienced sequences but for the new ones as well. With sparse activity, similar inputs are encoded with similar representation and their intersection encodes shared features. These common neurons at the intersection are activated more often and have higher chance to make connections and participate in prediction. For example, if the words are elements of a sequence, then sentences with similar worlds will be encoded with similar representations. The new sentence will be encoded with a similar pattern to similar sentences, and the network will try to make the correct prediction based on the previously learned sentence, in the context of the new one. Generalization comes from limited resources, otherwise, synapses could be connected not just to intersecting neurons, but to every pattern and population that encodes general features would be less significant. This idea is promising on a high-level consideration but needs to be implemented carefully with all the details elsewhere.

It worth to note that by assigning active neurons into clusters was made for simplicity and theoretical investigation. The real biological process should include structural plasticity of placing the synapses at specific dendritic locations. With this placement neuron stores, additional information and is able to recognize just the right combination of incoming inputs.

Previous experiments showed that spiking neural network with Hebbian plasticity rules, like STDP, is able to perform sequence prediction [21–23]. However, the achieved capacity relative to computational resources is too low for

practical implementation. Also, a similar model was proposed by Numenta team [24, 25]. They also use the neuron with many dendrites that act as a coincident detector and rely on sparse distributed representation. The main distinction is that presented model does not need the special columnar structure of the network and prediction depends not only on the current state of the network but on many previous. Most importantly, in our model similar sequences are encoded similarly that potentially enables to make basic unsupervised learning like clustering.

Overall conclusion

In this work, we presented a model of a recurrent neural network that makes sequence prediction. At learning phase neuron stores references to a small subset of active neurons at previous times into a dendritic cluster, that server as a fingerprint of a sequence. Activation occurs in case of matching the learned fingerprint with the incoming input. Importantly, a single cell does not store the full sequence, just some elements of it. This and sparse distributed representation of a sequence across the whole population enables to achieve the high capacity of sequence transition memory. Relatively small neural network with 1000 neurons can store millions of sequences and make a reliable prediction.

We captured only minimal biological details, namely multiple coincidence detections through time, but other significant elements are missing, for example, auto-associative connections that are thought to represent probabilities or realistic structural plasticity rules. The next natural extension of the model should be an adjusting for limited resources and encoding of probability distributions in the inner connectivity.

The idea that the single neuron can learn multiple spatiotemporal sequences on a behavioral time scale still needs more experimental verification. From our theoretical analysis, we can see that this yet hypothetical idea leads to a much greater computational power of a biological neuron and the network in general.

Overall, we showed that the model, inspired by recent experimental findings from dendritic computation, provides a high capacity of sequence memory and gives high accuracy for a sequence prediction.

REFERENCES

1. *Clegg B.A.* Sequence learning / B.A. Clegg, G.J. DiGirolamo, S.W. Keele // Trends Cogn. Sci. — 1998. — Vol. 2, N 8. — P. 275–281.
2. *Bhalla U.S.* Dendrites, Deep Learning, and Sequences in the Hippocampus / U.S. Bhalla // Hippocampus. — 2017. — Vol. 2014, N 6.
3. *Sun R.* Sequence learning: from recognition and prediction to sequential decision making / R. Sun, C.L. Giles // IEEE Intell. Syst. — 2001. — Vol. 16, N 4. — P. 67–70.
4. *London M.* Dendritic Computation / M. London, M. Häusser // Annu. Rev. Neurosci. — 2005. — Vol. 28, N 1. — P. 503–532.
5. *Branco T.* The single dendritic branch as a fundamental functional unit in the nervous system / T. Branco, M. Häusser // Curr. Opin. Neurobiol. — 2010. — Vol. 20, N 4. — P. 494–502.
6. *Sjöström P.J.* Dendritic Excitability and Synaptic Plasticity / P.J. Sjöström, A. Rancz, A. Roth et al. // Physiol. Rev. — 2008. — Vol. 88, N 2. — P. 769–840.

7. *Kastellakis G.* Synaptic clustering within dendrites: An emerging theory of memory formation / G. Kastellakis, D.J. Cai, S.C. Mednick et al. // *Prog. Neurobiol.* — 2015. — Vol. 126. — P. 19–35.
8. *Branco T.* Dendritic discrimination of temporal input sequences in cortical neurons / T. Branco, B.A. Clark, M. Häusser // *Science.* — 2010. — Vol. 329, N 5999. — P. 1671–1675.
9. *Bhalla U.S.* Synaptic input sequence discrimination on behavioral timescales mediated by reaction-diffusion chemistry in dendrites / U.S. Bhalla // *Elife.* — 2017. — Vol. 6. — P. 1–24.
10. *Kastellakis G.* Linking Memories across Time via Neuronal and Dendritic Overlaps in Model Neurons with Active Dendrites / G. Kastellakis, A.J. Silva, P. Poirazi // *Cell Rep.* — 2016. — Vol. 17, N 6. — P. 1491–1504.
11. *Frank A.C.* Hotspots of dendritic spine turnover facilitate clustered spine addition and learning and memory / A.C. Frank, S. Huang, M. Zhou et al. // *Nat. Commun.* — Vol. 9, N 1. — P. 422. — 2018/
12. *He K.* Distinct Eligibility Traces for LTP and LTD in Cortical Synapses / K. He, M. Huertas, S.Z. Hong et al. // *Neuron.* — 2015. — Vol. 88, N 3. — P. 528–538.
13. *Singer Y.* Sensory cortex is optimised for prediction of future input / Y. Singer, Y. Teramoto, B.D.B. Willmore et al. — 2017.
14. *Dasgupta S.* A neural algorithm for a fundamental computing problem / S. Dasgupta, C.F. Stevens, S. Navlakha // *Science.* — 2017. — Vol. 358, N 6364. — P. 793–796.
15. *Bose J.* An associative memory for the on-line recognition and prediction of temporal sequences / J. Bose, S.B. Furber, J.L. Shapiro // *Proc. Int. Jt. Conf. Neural Networks.* — 2005. — Vol. 2. — P. 1223–1228.
16. *Kanerva P.* *Sparse Distributed Memory* / P. Kanerva. — MIT Press, 1988.
17. *Kanerva P.* Hyperdimensional computing: An introduction to computing in distributed representation with high-dimensional random vectors / P. Kanerva // *Cognit. Comput.* — 2009. — Vol. 1, N 2. — P. 139–159.
18. *Barlow H.* Redundancy reduction revisited / H. Barlow // *Netw. Comput. Neural Syst.* — 2001. — Vol. 12, N 3. — P. 241–253.
19. *Knill D.C.* The Bayesian brain: The role of uncertainty in neural coding and computation / D.C. Knill, A. Pouget // *Trends Neurosci.* — 2004. — Vol. 27, N 12. — P. 712–719.
20. *Clark A.* Whatever next? Predictive brains, situated agents, and the future of cognitive science / A. Clark // *Behav. Brain Sci.* — 2013. — Vol. 36, N 3. — P. 181–204.
21. *Song S.* Competitive Hebbian learning through spike-timing-dependent synaptic plasticity / S. Song, K.D. Miller, L.F. Abbott // *Nat. Neurosci.* — 2000. — Vol. 3, N 9. — P. 919–926.
22. *Brea J.* Matching Recall and Storage in Sequence Learning with Spiking Neural Networks / J. Brea, W. Senn, J.-P. Pfister // *J Neurosci.* — 2013. — Vol. 33, N 23. — P. 9565–9575.
23. *Izhikevich E.M.* Polychronization: computation with spikes / E.M. Izhikevich // *Neural Comput.* — 2006. — Vol. 18, N 2. — P. 245–282.
24. *Ahmad S.* How do neurons operate on sparse distributed representations? A mathematical theory of sparsity, neurons and active dendrites / S. Ahmad, J. Hawkins // *arXiv.* — P. arXiv:1601.00720 [q-NC], Jan. 2016.
25. *Hawkins J.* Why Neurons Have Thousands of Synapses, a Theory of Sequence Memory in Neocortex / J. Hawkins, S. Ahmad // *Front. Neural Circuits.* — 2016. — Vol. 10, N March. — P. 1–20.
26. *Lang K.J.* The development of the time delay neural network architecture for speech recognition / K.J. Lang, G.E. Hinton // *Technical Report CMU-CS-88-152, Carnegie Mellon, 1988.*

Received 01.10.2018

From the Editorial Board: the article corresponds completely to submitted manuscript.

ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ І
МЕТОДИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

THEORETICAL AND APPLIED PROBLEMS AND
METHODS OF SYSTEM ANALYSIS

УДК 517.9

Качественные свойства и конечномерность с точностью до малого параметра слабых решений климатологической модели Будыко–Селлера / Згуровский М.З., Касьянов П.О., Горбань Н.В., Палийчук Л.С. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 4. — С. 7–18.

Проведен качественный анализ поведения решений климатологической модели энергетического баланса Будыко–Селлера, рассмотренной на римановом многообразии без края. Установлено глобальное существование слабого решения исследуемой задачи с произвольными начальными данными с фазового пространства, изучены его свойства, регулярность. Найдено функцию Ляпунова. Доказаны теоремы существования глобального и траекторного аттракторов для многозначного полупотока, порожденного всеми слабыми решениями задачи. Изучены свойства аттракторов, установлена взаимосвязь между ними и пространством полных траекторий задачи. Исследованы характер притяжения решений к глобальному и траекторному аттракторам и их структура. Получена конечномерность с точностью до малого параметра динамики решений задачи. Библиогр.: 28 назв.

UDC 517.9

Qualitative properties and finite-dimensionality up to a small parameter of weak solutions for the Budyko–Sellers climate model / Zgurovsky M.Z., Kasyanov P.O., Gorban N.V., Paliichuk L.S. // System Research and Information Technologies. — 2018. — № 4. — P. 7–18.

A qualitative analysis of the solutions behavior for the Budyko–Sellers energy balance climate model, considered on the Riemannian manifold without the boundary, is carried out. The global existence of the weak solution for the investigated problem with arbitrary initial data from the phase space is established. Solutions properties and regularity are studied. The Lyapunov function is found. The theorems on the existence of global and trajectory attractors for multi-valued semi-flow generated by all weak solutions of the problem are proved. The properties of attractors are studied. The relationship between attractors and the space of complete trajectories of the problem is established. The character of attraction of solutions to global and trajectory attractors and their structure are investigated. The finite-dimensionality up to a small parameter of the solutions dynamics for the problem is established. Refs: 28 titles.

ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ,
ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ
СИСТЕМИ

PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES,
HIGH-EFFICIENCY COMPUTER SYSTEMS

УДК 51-74/ 519-85

Побудова двостадійних розкладів оброблення виробів на одній машині / Зак Ю.О. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 4. — С. 19–36.

Розглянуто різні постановки, математичні моделі та властивості задач побудови двостадійних розкладів виконання робіт на одній машині. Критерії оптимальності — виконання розкладів у найкоротші терміни і мінімація сумарних втрат, пов'язаних з часом завершення виконання завдань. Запропоновано ефективні наближені методи розв'язання задач, які проілюстровані на числових прикладах. Табл.: 15. Бібліогр.: 15 назв.

UDC 51-74/ 519-85

Construction of two-stage schedules of processing of products on one machine / Zack Yu.A. // System Research and Information Technologies. — 2018. — № 4. — P. 19–36.

Various statements, mathematical models and properties of problems of constructing two-stage schedules for performing work on one machine are considered. As criteria of optimality, the execution of schedules in the shortest time and minimization of total losses associated with the completion time of tasks are accepted. Effective approximate methods for solving problems that are illustrated by numerical examples are proposed. Tables: 15. Refs: 15 titles.

УДК 683.519

Діагностика медичних зображень пухлин з використанням гібридних нечітких згорткових нейронних мереж / Зайченко Ю.П., Гамідов Г., Варга І.Ю. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 4. — С. 37–47.

Розглянуто проблему класифікації пухлин молочної залози за медичними зображеннями. Для її вирішення запропоновано новий клас згорткових мереж — гібридну нечітку згорткову нейронну мережу, в якій згорткова мережа VGG-16 використовується як екстрактор ознак зображення, а нечітка нейронна мережа NEFClass — як класифікатор. Розроблено та досліджено алгоритми навчання гібридної згорткової мережі. Проведено експериментальні дослідження запропонованої гібридної згорткової мережі на стандартній базі даних Breakhis та виконано порівняння з відомими результатами, що дозволило оцінити її ефективність. Розглянуто проблему зменшення вимірності задачі класифікації і для її вирішення запропоновано та досліджено метод головних компонент. Рис.: 6. Табл.: 6. Бібліогр.: 17 назв.

УДК 683.519

Диагностика медицинских изображений опухолей с применением гибридных сверточных нечетких нейронных сетей / Зайченко Ю.П., Гамидов Г., Варга И.Ю. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 4. — С. 37–47.

Рассмотрена проблема классификации опухолей молочной железы по медицинским изображениям. Для ее решения предложен новый класс сверточных сетей — гибридная нечеткая сверточная нейронная сеть, в которой сверточная нейронная сеть VGG-16 используется как экстрактор признаков изображений, а нечеткая нейронная сеть NEFClass — как классификатор. Разработаны и исследованы алгоритмы обучения гибридной нейронной сети. Проведены экспериментальные исследования предложенной гибридной сверточной нечеткой нейронной сети на стандартной базе данных Breakhis и выполнено сравнение с известными результатами, что позволило оценить ее эффективность. Рассмотрена проблема уменьшения размерности задачи классификации и для ее решения предложен и исследован метод главных компонент. Рис.: 6. Табл.: 6. Библиогр.: 17 назв.

УДК 004.91

Оцінювання та аналіз подібності моделей бізнес-процесів у репозиторії континууму підприємства / Копп А.М., Орловський Д.Л. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 4. — С. 48–57.

Розглянуто проблему зберігання, обміну та повторного використання організаційних знань, поданих за допомогою моделей бізнес-процесів. Виконано огляд досліджень, присвячених управлінню великими колекціями моделей бізнес-процесів. Оцінено основні концепції репозиторію моделей бізнес-процесів та еталонну архітектуру, визначену у дослідженнях за цим напрямом. Дослідження ґрунтуються на розгляді репозиторію моделей бізнес-процесів як складової частини архітектурного репозиторію, визначеного в галузі архітектури підприємства. Запропоновано модель подання знань, призначену для зберігання моделей процесів, та міру подібності для ідентифікації моделей процесів у репозиторії, подібних до заданої моделі процесу або її фрагмента. Запропоновано також модель дерева рішень для класифікації моделей бізнес-процесів відповідно до концепції континууму архітектури підприємства та концептуальну модель репозиторію моделей бізнес-процесів. Розроблений прототип програмного забезпечення, що реалізовує запропонований підхід, використовувався для завантаження прикладів моделей бізнес-процесів та оцінювання їх подібності згідно з категоріями континууму підприємства. Проаналізовано точність запропонованої міри подібності для різних категорій артефактів континууму підприємства. Рис.: 6. Табл.: 2. Бібліогр.: 20 назв.

УДК 004.91

Оценка и анализ сходства моделей бизнес-процессов в репозитории континуума предприятия / Копп А.М., Орловський Д.Л. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 4. — С. 48–57.

Рассмотрена проблема хранения, обмена и повторного использования организационных знаний, представленных при помощи моделей бизнес-процессов. Выполнен обзор

исследований, посвященных управлению большими коллекциями моделей бизнес-процессов. Оценены основы концепции репозитория моделей бизнес-процессов и эталонная архитектура, определенная в исследованиях по данному направлению. Исследование базируется на рассмотрении репозитория моделей бизнес-процессов как составной части архитектурного репозитория, определенного в области архитектуры предприятия. Предложена модель представления знаний, предназначенная для хранения моделей процессов, и мера сходства для идентификации моделей процессов в репозитории, схожих с заданной моделью процесса или ее фрагментом. Предложены модель дерева решений для классификации моделей бизнес-процессов в соответствии с концепцией континуума архитектуры предприятия и концептуальная модель репозитория моделей бизнес-процессов. Разработанный прототип программного обеспечения, реализующий предложенный подход, использовался для загрузки примеров моделей бизнес-процессов и оценки их сходства в соответствии с категориями континуума предприятия. Проанализирована точность предложенной меры сходства для различных категорий артефактов континуума предприятия. Рис.: 6. Табл.: 2. Библиогр.: 20 назв.

УДК 004.021

Алгоритм параллельного поиска для документов, описанных формальной грамматикой / Продан А.О. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 4. — С. 58–66.

Розроблено паралельний загальний евристичний алгоритм для паралельного аналізу і пошуку в наборах структурованих текстових даних. Основна мета алгоритму — підвищення ефективності залежних від центрального процесора операцій для аналізу великомасштабних наборів даних з використанням паралельного підходу. Розроблений алгоритм використовує евристику для пошуку даних за запитом без необхідності обробляти весь файл і без створення синтаксису. Його можна застосовувати до будь-яких форматів даних. Підвищення ефективності виявляється, коли операції введення-виведення займають значно менше часу, ніж процес пошуку, а файл завантажується в оперативний запам'ятовувальний пристрій, або коли можливий ефективний непослідовний доступ до файлу. Розроблено також прототип реалізації алгоритму для застосування у разі порівняння продуктивності. Прототип підтримує пошук у великомасштабних наборах даних XML з використанням підмножини виразів XPath для вказання запиту на пошук. Експериментальні результати показують, що розроблений алгоритм швидший за класичні за умови виконання відповідних вимог розташування даних ближче до початку набору. У гіршому випадку алгоритм покаже майже такі результати, що й інші, але потребує більше пам'яті. Рис.: 5. Табл.: 2. Бібліогр.: 7 назв.

УДК 004.021

Алгоритм параллельного поиска для документов, описанных формальной грамматикой / Продан А.О. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 4. — С. 58–66.

Разработан параллельный общий эвристический алгоритм для параллельного анализа и поиска в наборах структурированных текстовых данных. Основная цель алгоритма — повышение эффективности зависимых от центрального процессора операций для анализа крупномасштабных наборов данных с использованием параллельного подхода. Разработанный алгоритм использует эвристику для поиска запрашиваемых данных без необходимости обрабатывать весь файл и без создания синтаксиса. Его можно применять к любым форматам данных. Повышение эффективности обнаруживается, когда операции ввода-вывода занимают значительно меньше времени, чем процесс поиска, а файл загружается в оперативное запоминающее устройство, или когда возможен эффективный непослдовательный доступ к файлу. Разработан также прототип реализации алгоритма для использования при сравнении производительности. Прототип поддерживает поиск в крупномасштабных наборах данных XML с использованием подмножества выражений XPath для указания запроса на поиск. Экспериментальные результаты показывают, что разработанный алгоритм быстрее, чем классические при условии выполнения соответственных требований и расположения данных ближе к началу набора. В худшем случае разработанный алгоритм покажет почти такие результаты, что и другие, но требует больше памяти. Рис.: 5. Табл.: 2. Библиогр.: 7 назв.

УДК 004.81: 681.3

3D фреймові моделі комутаційних елементів Березовського програмно конфігурованих комутаційних структур / Березовський С.О. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 4. — С. 56–81.

Запропоновано фреймові 2D і 3D моделі запатентованих комутаційних елементів Березовського для побудови топологій програмно реконфігурованих комутаційних структур. Показано використання фреймових моделей комутаційних елементів Березовського, які дозволяють візуалізувати інформацію про стан складових структури комутаційних елементів, варіювати кількість незалежних входів-виходів і надають додаткові можливості в образному моделюванні топологій сучасних структур з розділеними площинами даних та керування. Запропоновано метод формування станів елементів топології комутаційної структури. Рис.: 12. Табл.: 12. Бібліогр.: 10 назв.

УДК 004.81: 681.3

3D фреймовые модели коммутационных элементов Березовского программно конфигурируемых коммутационных структур / Березовский С.А. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 4. — С. 56–81.

Предложены фреймовые 2D и 3D модели запатентованных коммутационных элементов Березовского для построения топологий программно реконфигурируемых коммутационных структур. Показано использование фреймовых моделей коммутационных элементов Березовского, что позволяют визуализировать информацию о состоянии составляющих структуру коммутационных элементов, варьировать количество независимых входов-выходов и открывают дополнительные возможности в образном моделировании топологий современных структур с разделенными плоскостями данных и управления. Предложен метод формирования состояний элементов топологии коммутационной структуры. Рис.: 12. Табл.: 12. Библиогр.: 10 назв.

УДК 519.7

Сетевые структуры и системы: III. Иерархии и сети / Полищук А.Д., Яджак М.С. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 4. — С. 82–95.

Проанализированы основные принципы формирования системных иерархий и сложных систем с иерархически-сетевой структурой. Определена потоковая матрица смежности сложной иерархически-сетевой системы, позволяющая исследовать функциональные особенности системы, связывая их с составляющими структуры. Введено понятие потоковой сердцевины, дающее возможность строить упрощенные модели системы меньшей размерности, одновременно отслеживая количественную меру сохранения ее адекватности. Предложены принципы формирования информационных моделей и моделей оценивания сложных иерархически-сетевых систем с учетом приоритетности их составляющих и уровня наполненности данными. Основным преимуществом моделей оценивания являются на порядки меньшие объемы информации, которые существенно легче поддаются анализу и позволяют оперативно локализовать наиболее рискованные составляющие системы. Для исследования разнородных межсистемных взаимодействий введены понятия ассоциации, конгломерата и системной среды, позволяющие анализировать характер и последствия межсистемных воздействий различных типов. Рис.: 1. Библиогр.: 28 назв.

UDC 519.7

Network structures and systems: III. Hierarchies and networks / Polishchuk O.D., Yadzhak M.S. // System Research and Information Technologies. — 2018. — № 4. — P. 82–95.

The basic principles of the formation of system hierarchies and complex systems with a hierarchical network structure are analyzed. The flow adjacency matrix for a complex hierarchical network system is determined, which allows us to investigate the functional features of the system, linking them with the components of the structure. The notion of the flow core is introduced, which allows us to construct simplified models of a system of a smaller dimension

with simultaneous monitoring of the quantitative measure of maintaining their adequacy. The principles of formation of information and evaluation models of complex hierarchical network systems with consideration of the priority of their components and the level of fullness of data are proposed. The main advantage of the evaluation models is the smaller amounts of information that are much easier to analyze and allow us to timely locate the most threatening components of the system. For the study of heterogeneous inter-system interactions, the notions of association, conglomerate and system environment are introduced, which allow us to analyze the nature and effects of inter-system influences of different types. Figs.: 1. Refs: 28 titles.

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ, ПРОБЛЕМИ
І ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНИХ
СИСТЕМ

MATHEMATICAL METHODS, MODELS,
PROBLEMS AND TECHNOLOGIES FOR
COMPLEX SYSTEMS RESEARCH

УДК 519.8, 629.7

Зв'язок параметрів множини можливого стану спостережуваної системи з параметрами рівняння вимірювань і розмірністю простору стану системи / Панкратова Н.Д., Шолохов О.В. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 4. — С. 96–103.

Розглянуто гарантоване еліпсоїдальне оцінювання множини можливих станів лінійної системи, за якого мінімізується багатовимірний об'єм еліпсоїда, що апроксимує перетин апіорного еліпсоїда, який обмежує множини можливих станів системи, і множини вимірів, що являє собою «гіпершар» у тому ж просторі станів. Сформульовано і доведено теорему про співвідношення параметрів апіорного еліпсоїда, параметрів рівняння вимірювань і розмірності простору станів, що поліпшує оцінювання стану системи за критерієм мінімуму багатовимірного об'єму апостеріорного еліпсоїда. На підставі теореми запропоновано спрощення алгоритму оцінювання, яке унеможливило особливий випадок, — поділення на нуль і вживання додаткових заходів для цього випадку. Запропоноване спрощення призводить до деякого погіршення еліпсоїдальної оцінки згідно із застосовуваним критерієм мінімізації в загальному випадку, а в граничному випадку сходиться до оптимальної оцінки. Результати проілюстровано прикладом оцінювання статичного стану системи. Порівняно методи: оптимальний, спрощений, запропонований в цій роботі, і метод найменших квадратів. Наведено отримані значення: точкова оцінка і множинна еліпсоїдальна оцінка — величини півосей апостеріорних еліпсоїдів. Рис.: 3. Табл.: 2. Бібліогр.: 9 назв.

UDC 519.8, 629.7

Link between parameters of an observable system's possible states set, measurement equation parameters and state space system dimension / Pankratova N.D., Sholokhov O.V. // System Research and Information Technologies. — 2018. — № 4. — P. 96–103.

The paper considers guaranteed ellipsoidal estimation of a set of possible states of the linear system, using which a multidimensional volume of the ellipsoid approximating intersection of the a priori ellipsoid limiting a set of possible states of the system, and a set of dimensions representing a “hyperlayer” in the same state space is minimized. A theorem on the relationship between the parameters of the a priori ellipsoid, parameters of the measurement equation and dimension of the state space that provides improved estimation of the system state by a minimum criterion of the multidimensional volume of the a posteriori ellipsoid is formulated and proved. On the basis of the theorem, simplification of the estimation algorithm, which excludes a special case — division by zero and taking additional measures for this case, has been proposed. The proposed simplification leads to some deterioration of ellipsoidal estimation according to the accepted minimization criterion in general, but in the limiting case it converges to the optimum estimate. The results are illustrated by an example of estimation of the static system state. The optimum, simplified methods, the method proposed in this paper and the least squares method are compared. The following obtained values are presented: a point estimate and a multiple ellipsoidal estimate — which are the values of semi-axes of the a posteriori ellipsoids. Figs.: 3. Tables: 2. Refs: 9 titles.

УДК 62.50

Приглушення обмежених внутрішніх і зовнішніх збурень за керування імпульсними процесами в когнітивних картах складних систем / Романенко В.Д., Мілявський Ю.Л. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 4. — С. 104–114.

Розглянуто можливість приглушення обмежених внутрішніх і зовнішніх збурень у складних системах різної природи. Динаміку систем подано математичними моделями імпульсних процесів у когнітивних картах (КК). Модель динаміки імпульсних процесів КК поділено на дві взаємопов'язані системи різницевих рівнянь відповідно до вимірюваних і невимірюваних координат вершин. Зміни координат невимірюваних вершин КК розглянуто як обмежені зовнішні збурення у першій системі рівнянь моделі КК для імпульсних процесів з вимірюваними координатами. Коливання координат вимірюваних вершин КК, спричинені змінами вагових коефіцієнтів КК відносно їх значень, оцінених на основі попередньо проведеної ідентифікації, розглянуто як внутрішні збурення. Для приглушення вказаних збурень синтезовано замкнену систему робастного керування із застосуванням методу інваріантних еліпсоїдів. Рис.: 2. Бібліогр.: 7 назв.

UDC 62.50

Suppressing constrained internal and external disturbances for impulse processes control in cognitive maps of complex systems / Romanenko V.D., Milyavsky Y.L. // *System Research and Information Technologies*. — 2018. — № 4. — P. 104–114.

The possibility of suppressing constrained internal and external disturbances in complex systems of different nature is considered. Systems dynamics is described by mathematical models of impulse processes in cognitive maps (CM). Dynamic model of CM impulse process is split into two interrelated systems of difference equations with measurable and unmeasurable nodes coordinates, respectively. Changes in coordinates of unmeasurable CM nodes are considered as constrained external disturbances in the first equations system of the CM model for impulse processes with measurable coordinates. Oscillations of the measurable CM nodes coordinates, caused by changes in CM weights relative to their values, estimated based on previous identification, are considered as internal disturbances. To suppress these disturbances, a closed-loop robust control system is synthesized using the invariant ellipsoid method. Figs.: 2. Refs: 7 titles.

УДК 007:681.3.06

Прогнозирование солнечной активности альтернативными методами / Бидюк П.И., Караюз И.В., Варава В.С., Жиров А.Л. // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — 2018. — № 4. — С. 115–132.

Рассмотрена актуальная задача прогнозирования нестационарных процессов солнечной активности альтернативными методами, которая решается исследователями многих стран мира. Исследуемые процессы относятся к классу нелинейных и нестационарных, что требует выбора специальных методов для их моделирования и прогнозирования. Предложен подход к прогнозированию на основе трех фильтров: адаптивного фильтра Калмана, оптимального фильтра Калмана с оценкой параметров методом максимального правдоподобия и вероятностного гранулярного фильтра. Выбор этих фильтров обусловлен тем, что они дают возможность учитывать в модели случайные внешние возмущения и погрешности измерений. Полученные результаты вычислительных экспериментов свидетельствуют о возможности применения предложенного подхода к решению поставленной задачи. Более точные результаты краткосрочного прогнозирования экспоненциально сглаженных данных получены с помощью адаптивного фильтра. Анализ качества результатов выполнен с помощью известных статистических характеристик качества, в частности средней абсолютной погрешности в процентах. Рис.: 7. Табл.: 3. Библіогр.: 14 назв.

UDC 007:681.3.06

Forecasting of solar activity by alternative methods / Bidyuk P.I., Karayuz I.V., Varava V.V., Jirov O.L. // *System Research and Information Technologies*. — 2018. — N 4. — P. 115–132.

The study is focused on the problem of forecasting nonstationary processes of solar activity using alternative procedures. The problem is urgent and it is considered by groups of researchers in many countries of the world. The processes under study belong to the class of nonlinear and nonstationary which requires selecting special methods for their modeling and

forecasting. The study proposes an approach to forecasting based on three filters: the adaptive Kalman filter, optimal Kalman filter with parameter estimation using the maximum likelihood procedure and probabilistic particle filter. Selection of the filters is substantiated by the fact that they provide a possibility for taking into consideration stochastic external disturbances and measurement errors. The results of computational experiments showed the support for the idea that the methods selected are suitable for solving the problem stated. The best results of short-term forecasting of exponentially smoothed data were achieved using an adaptive filter. The analysis of results was performed by employing the known statistical quality characteristics including the mean absolute percentage error. Figs.: 7. Tables: 3. Refs: 14 titles.

УДК 004.942

Проста модель передбачення послідовностей на основі дендритної просторово-часової інтеграції / Осауленко В.М. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 4. — С. 133–141.

Нещодавні експерименти з дендритної просторово-часової інтеграції показали значно більший обчислювальний потенціал одного нейрона. Окремий дендритний сегмент може працювати як детектор збігів завдяки дендритному спайку, який виникає через синапси, що активуються локально в просторі та часі. В роботі досліджено запропоновану раніше ідею, що дендрити здатні виконувати часову інтеграцію на поведінковому масштабі часу $\sim 1\text{с}$, послаблюючи умову одночасної активації. Побудовано модель рекурентної нейронної мережі, де нейрон активується не як зважена сума вхідних сигналів, а як їх просторово-часовий збіг. Показано, що, використовуючи розріджено-розподілені репрезентації та відслідковування активності в певному часовому вікні, можна досягти високої ємності пам'яті передбачення послідовностей. Наведено теоретичний аналіз та оцінку ємності пам'яті залежно від параметрів моделі; показано, що навіть мережа кількістю 100 нейронів може зберігати мільйони послідовностей. Така ємність не відповідає біологічним даним і містить кількість синапсів, що значно більше ніж 100×100 . Проте механізм відслідковування просторово-часових збігів в розрідженій активації може бути реалізований в обмеженій біологічній нейронній мережі зі збереженням досить високої ємності пам'яті послідовностей. Рис.: 3. Бібліогр.: 26 назв.

УДК 004.942

Простая модель предсказания последовательностей на основе дендритной пространственно-временной интеграции / Осауленко В.М. // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2018. — № 4. — С. 133–141.

Недавние эксперименты по дендритной пространственно-временной интеграции показали значительно больший вычислительный потенциал одного нейрона. Отдельный дендритный сегмент может работать как детектор совпадений благодаря дендритному спайку, который возникает через синапсы, что активируются локально в пространстве и времени. В работе исследовано ранее предложенную идею, что дендриты способны выполнять временную интеграцию на поведенческом масштабе времени $\sim 1\text{с}$, ослабляя условие одновременной активации. Построено модель рекуррентной нейронной сети, где нейрон активируется не как взвешенная сумма входных сигналов, а как их пространственно-временное совпадение. Показано, что используя разреженно-распределенные репрезентации и отслеживания активности в определенном временном окне, можно достичь высокой емкости памяти предсказания последовательностей. Приведено теоретический анализ и оценку емкости памяти зависимо от параметров модели; показано, что даже сеть количеством 100 нейронов может хранить миллионы последовательностей. Такая емкость не соответствует биологическим данным и содержит количество синапсов, что значительно больше чем 100×100 . Однако механизм отслеживания пространственно-временных совпадений в разреженной активации может быть реализован в ограниченной биологической нейронной сети при сохранении достаточно высокой емкости памяти последовательностей. Рис.: 3. Библиогр.: 26 назв.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Березовський Станіслав Олександрович,

доцент кафедри радіотехнічних пристроїв Одеського національного політехнічного університету, Україна, Одеса

Бідюк Петро Іванович,

професор, доктор технічних наук, професор кафедри математичних методів системного аналізу ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Варава Владислав Сергійович,

магістр ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Варга Ігор Юрійович,

магістр ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Гамідов Галіб,

доктор філософських наук (PhD), директор департаменту інформаційних технологій Азербайджаненерго, Азербайджан, Баку

Горбань Наталія Володимирівна,

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичних методів системного аналізу ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Жиров Олександр Леонідович,

доцент, кандидат технічних наук, доцент ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Зайченко Юрій Петрович,

професор, доктор технічних наук, професор ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Зак Юрій Олександрович,

доктор технічних наук, науковий експерт і консультант, Німеччина, Аахен

Згуровський Михайло Захарович,

академік НАН України, професор, доктор технічних наук, ректор КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Караюз Ірина Валентинівна,

асистент кафедри математичних методів системного аналізу ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Касьянов Павло Олегович,

доктор фізико-математичних наук, директор ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Копп Андрій Михайлович,

аспірант кафедри програмної інженерії та інформаційних технологій управління Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Україна, Харків

Мілявський Юрій Леонідович,

кандидат технічних наук, старший викладач кафедри математичних методів системного аналізу ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Орловський Дмитро Леонідович,

доцент, кандидат технічних наук, доцент кафедри програмної інженерії та інформаційних технологій управління Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», Україна, Харків

Осауленко В'ячеслав Миколайович,

аспірант ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Палійчук Лілія Сергіївна,

кандидат фізико-математичних наук, асистент кафедри математичних методів системного аналізу ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Панкратова Наталія Дмитрівна,

член-кореспондент НАН України, професор, доктор технічних наук, в.о. заступника директора ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Поліщук Олександр Дмитрович,

старший науковий співробітник, кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник лабораторії моделювання та оптимізації складних систем Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів

Продан Анастасія Олегівна,

студентка КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Романенко Віктор Демидович,

професор, доктор технічних наук, заступник директора з науково-педагогічної роботи ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Шолохов Олексій Вікторович,

асистент кафедри математичних методів системного аналізу ННК «ІПСА» КПІ ім. Ігоря Сікорського, Україна, Київ

Яджак Михайло Степанович,

старший науковий співробітник, доктор фізико-математичних наук, завідувач лабораторії моделювання та оптимізації складних систем Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів

Зміст журналу
«Системні дослідження та інформаційні технології»
за 2018 р.

ЗМІСТ № 1

<i>Недашківська Н.І.</i> Системний підхід до підтримання прийняття рішень на основі ієрархічних та мережевих моделей	7
<i>Кисленко Ю.І., Хімич А.В.</i> Структурно-функціональний рівень організації лінгвістичного процесора	19
<i>Махорт А.П.</i> Алгоритм визначення станів рівноваги за умови залежності структури споживання від обсягів випуску	36
<i>Лавренюк М.С., Новіков О.М.</i> Огляд методів машинного навчання для класифікації великих обсягів супутникових даних	52
<i>Charaliuk B.V., Zaychenko Yu.P.</i> Medical image segmentation methods overview	72
<i>Кангун Г.І., Бідюк П.І., Жиров О.І.</i> Моделювання військових конфліктів з використанням байесових мереж	82
<i>Смирнов С.А., Терещенко І.М.</i> Моделювання внутрішньої валюти в рефлексивних іграх з багатокритеріальними функціями виграшу	93
<i>Місько В.М.</i> Прискорення методу квадратичного решета на основі використання умовно <i>B</i> -гладких чисел	99
<i>Matsuki Yoshio, Bidiuk P.I.</i> Empirical analysis of moon's gravitational wave and earth's global warming	107
<i>Назарага І.М.</i> Прогнозування макроекономічних показників на основі матричної множинної регресії: приклади	119
<i>Потапенко А.Ю.</i> Краевая задача, ассоциированная с диффеоморфизмом между римановыми многообразиями	132
Реферати	141
Відомості про авторів	148

ЗМІСТ № 2

<i>Zuev D.O., Kropachev A.V., Usov A.Ye., Gorshunov R.A.</i> Development of the performance prediction algorithms for cloud services	7
<i>Мозговой Д.К.</i> Автоматизированное обнаружение изменений городской застройки по мультиспектральным спутниковым снимкам субметрового разрешения	15
<i>Тимощук О.Л., Дорундяк К.М.</i> Оцінювання ймовірності банкрутства підприємств за допомогою дискримінантного аналізу та нейронних мереж	22
<i>Zabielin S.</i> Big Data analysis via model reduction methods	35
<i>Поліщук О.Д., Яджак М.С.</i> Мережеві структури та системи: I. Поточкові характеристики складних мереж	42
<i>Моженкова Е.В., Парамонов А.И.</i> Выявление причин трудоемкости сопровождения корпоративных информационных систем	55
<i>Цегелик Г.Г., Краснюк Р.П.</i> Математичне моделювання оптимального оброблення даних у розподілених інформаційних системах	63
<i>Ткачук В.М.</i> Адаптивний квантовий генетичний алгоритм для 0–1 задачі пакування рюкзака	77
<i>Кирилюк В.С., Левчук О.І., Гавриленко О.В.</i> Математичне моделювання контактної взаємодії двох електропружних півпросторів під час стискування за наявності жорсткого дископодібного включення між ними	89
<i>Козуля Т.В., Моїсєєв В.Ф., Козуля М.М., Савченко А.В.</i> Формування ентропійно-інформаційної оцінки відповідності стану складних об'єктів і знання-орієнтованих баз даних у межах моніторингових систем	99
<i>Зак Ю.А.</i> Задачи нечеткого линейного программирования с двухсторонними ограничениями и параметрами целевых функций и ограничений в виде нечетких множеств	111
<i>Кузнєцова Н.В., Бідюк П.І.</i> Системний підхід до менеджменту фінансових ризиків	124
Реферати	141
Відомості про авторів	149

ЗМІСТ № 3

<i>Аксак Н.Г., Кораблев Н.М.</i> Дистанционный мониторинг пациента на основе концепции агент–группа–роль	7
<i>Matsuki Yoshio, Bidiuk Petro I.</i> Analysis of Moon’s gravitational-wave and Earth’s global temperature: influence of time-trend and cyclic change of distance from Moon	19
<i>Мамедов Дж.Ф., Абдуллаев Г.С., Генжеллева Г.Г., Насирова Е.А.</i> Автоматизация этапов проектирования компоновочной схемы производственной линии для технологического парка	31
<i>Полищук О.Д., Яджак М.С.</i> Мережеві структури та системи: II. Серцевини мереж та мультиплексів	38
<i>Ткачук В.М., Ткачук О.М.</i> Квантовый генетический алгоритм вищих порядків для 0–1 задачі пакування рюкзака	52
<i>Кирилюк В.С., Левчук О.І.</i> Математичне моделювання електронапруженого стану ортотропного п’єзоелектричного тіла з довільно орієнтованою круговою тріщиною за одновісного розтягу	68
<i>Yasynskyy V.K., Yurchenko I.V.</i> On existence and stabization of the strong solution of the autonomous stochastic partial differential Ito–Skorokhod equation with random parameters	80
<i>Потапенко А.Ю.</i> Пример исследования корректности краевых задач на основе метода диффеоморфизмов	91
<i>Пономаренко Р.Н.</i> Организация нечеткого логического вывода на основе многоуровневого параллелизма	98
<i>Циганюк В.В., Роїк П.Д.</i> Метод визначення та підвищення узгодженості експертних оцінок за підтримання прийняття групових рішень	110
<i>Иванов С.Н., Яценко В.А.</i> Вычисление размерности по Ляпунову и применение для прогнозирования геомагнитных индексов	122
<i>Борозенец Д.А.</i> Адаптивная лазерная терапия	133
Реферати	140
Відомості про авторів	148

ЗМІСТ № 4

<i>Згуровський М.З., Касьянов П.О., Горбань Н.В., Палійчук Л.С.</i> Якісні властивості та скінченновимірність з точністю до малого параметра слабких розв’язків кліматологічної моделі Будико–Селлерса	7
<i>Зак Ю.А.</i> Построение двухстадийных расписаний обработки изделий на одной машине	19
<i>Zaychenko Yu., Hamidov G., Varga I.</i> Medical images of breast tumors diagnostics with application of hybrid CNN–FNN network	37
<i>Корп А.М., Orlovskiy D.L.</i> Estimation and analysis of business process models similarity in enterprise continuum repository	48
<i>Prodan Anastasiia.</i> A parallel search algorithm for formal grammar data types.....	58
<i>Berezovsky S.A.</i> 3D Frame models switching elements by Berezovsky for software-configurable switching structures	67
<i>Полищук О.Д., Яджак М.С.</i> Мережеві структури та системи: III. Ієрархії та мережі	82
<i>Панкратова Н.Д., Шолохов А.В.</i> Связь параметров множества возможных состояний наблюдаемой системы с параметрами уравнения измерений и размерностью пространства состояний системы	96
<i>Романенко В.Д., Милявский Ю.Л.</i> Подавление ограниченных внутренних и внешних возмущений при управлении процессами в когнитивных картах сложных систем	104
<i>Бідюк П.І., Караюз І.В., Варава В.С., Жиров О.Л.</i> Прогнозування сонячної активності альтернативними методами	115
<i>Osaulenko V.M.</i> Simple model for sequence prediction based on dendritic spatiotemporal integration	133
Реферати	142
Відомості про авторів	149
Зміст журналу «Системні дослідження та інформаційні технології» за 2018 р.	151
Автори статей за 2018 р.	153

АВТОРИ СТАТЕЙ ЗА 2018 р.

Абдуллаєв Гурбан Садігов огли, № 3
Аксак Наталія Георгіївна, № 3
Бідюк Петро Іванович, № 1, 2, 3, 4
Березовський Станіслав Олександрович, № 4
Борозенець Данило Андрійович, № 3
Варава Владислав Сергійович, № 4
Варга Ігор Юрійович, № 4
Гавриленко Олена Валеріївна, № 2
Гамідов Галіб, № 4
Генжелієва Гюлнара Гаріб гизи, № 3
Горбань Наталія Володимирівна, № 4
Горшунов Роман Олександрович, № 2
Дорундяк Ксенія Миколаївна, № 2
Жиров Олександр Леонідович, № 1,4
Забелін Станіслав Ігорович, № 2
Зайченко Юрій Петрович, № 1, 4
Зак Юрій Олександрович, № 2, 4
Згуровський Михайло Захарович, № 4
Зуєв Денис Олегович, № 2
Іванов Сергій Миколайович, № 3
Кангун Ганна Іллівна, № 1
Караюз Ірина Валентинівна, № 4
Касьянов Павло Олегович, № 4
Кирилюк Віталій Семенович, № 2, 3
Кисленко Юрій Іванович, № 1
Козуля Марія Михайлівна, № 2
Козуля Тетяна Володимирівна, № 2
Копп Андрій Михайлович, № 4
Корабльов Микола Михайлович, № 3
Краснюк Роман Петрович, № 2
Кропачев Артемій Васильович, № 2
Кузнєцова Наталія Володимирівна, № 2
Лавренюк Микола Сергійович, № 1
Левчук Ольга Іванівна, № 2, 3
Мамедов Джаваншир Фірудін огли, № 3
Махорт Андрій Пилипович, № 1
Мацукі Йошіо, № 1, 3
Мілявський Юрій Леонідович, № 4
Місько Віталій Миколайович, № 1
Моженкова Олена Вікторівна, № 2
Мозговий Дмитро Костянтинівич, № 2
Моїсєєв Віктор Федорович, № 2
Назарага Інна Михайлівна, № 1
Насирова Ельміра Аліш, № 3
Недашківська Надія Іванівна, № 1
Новіков Олексій Миколайович, № 1
Орловський Дмитро Леонідович, № 4
Осауленко В'ячеслав Миколайович, № 4
Палійчук Лілія Сергіївна, № 4
Панкратова Наталія Дмитрівна, № 4
Парамонов Антон Іванович, № 2
Поліщук Олександр Дмитрович, № 2, 3, 4
Пономаренко Роман Миколайович, № 3
Потапенко Олексій Юрійович, № 1, 3
Продан Анастасія Олегівна, № 4
Роїк Павло Дмитрович, № 3
Романенко Віктор Демидович, № 4
Савченко Анатолій Вікторович, № 2
Смирнов Сергій Анатолійович, № 1
Терещенко Іван Миколайович, № 1
Тимошук Оксана Леонідівна, № 2
Ткачук Валерій Михайлович, № 2, 3
Ткачук Оріся Миколаївна, № 3
Усов Олексій Євгенович, № 2
Хіміч Андрій Васильович, № 1
Чапалюк Богдан Володимирович, № 1
Цегелик Григорій Григорович, № 2
Циганок Віталій Володимирович, № 3
Шолохов Олексій Вікторович, № 4
Юрченко Ігор Валерійович, № 3
Яджак Михайло Степанович, № 2,3,4
Ясинський Володимир Кирилович, № 3
Яценко Віталій Олексійович, № 3

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ СТАТЕЙ

для журналу

«СИСТЕМНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ»

1. Стаття з анотаціями та іншою інформацією подається з використанням веб-сайту журналу (<http://journal.iasa.kpi.ua>).

Назва статті, прізвище та ініціали автора (авторів), а також анотація (від 700 до 1000 символів) подаються українською, російською та англійською мовами.

2. Текст статті набирається в редакторі Microsoft Word 2003 шрифтом Times New Roman із вирівнюванням по ширині.

3. На початку статті вказується індекс УДК, назва статті, ініціали та прізвище автора (авторів).

4. Список літератури подається в порядку посилання після тексту статті. Якщо є можливість, у списку вказується DOI кожного посилання.

5. Набір формул здійснюється в редакторі формул «Equations». Для змінних з індексами та без індексів застосовуються дужки клавіатурного набору, наприклад (x_i^j, y_k^l) .

6. Символи у формулах (крім особливих випадків) набираються курсивом. Допускаються прямі символи, але їх треба розмітити або включити до списку спеціальних символів.

7. Нумерувати необхідно тільки ті формули (винесені на середину рядків), на які є посилання в тексті.

8. Таблиці та рисунки виконуються в одному стилі, їм надається номер, назва і розташовуються після посилань у тексті. Не слід повторювати в статті підписи до рисунків та таблиць.

9. Стаття разом із таблицями, рисунками і списком літератури має бути не більше 15 сторінок. Оглядові статті обсягом до 25 сторінок приймаються за домовленістю із редколегією.

10. До рукопису додаються відомості про кожного автора: країна, місто, місце роботи, службова посада, вчений ступінь та звання, сфера наукових досліджень, контактні телефони, адреса та e-mail.